



۱. در معادله $17x^2 - 6x + 1 = 0$ اگر ریشه‌ها x_1 و x_2 باشند، کدام درست است؟
- (۱) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} > \sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}$ (۲) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}$
- (۳) $x_1(1+x_2) = 1-x_2$ (۴) $x_1 + x_2 > \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$
۲. به ازای کدام مقدار m یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 5 + m = 0$ مجذور دیگری است؟
- (۱) ۳۲ (۲) ۲ (۳) -۳۲ (۴) -۳
۳. اگر در یک دنباله حسابی مجموع n جمله‌ی اول آن $S_n = n(4n + 1)$ باشد جمله n م این دنباله کدام است؟
- (۱) $4n + 1$ (۲) $4n - 1$ (۳) $4n + 3$ (۴) $4n - 3$
۴. در یک دنباله حسابی با جمله اول ۵، جمله هفتم از جمله یازدهم ۱۲ واحد بیشتر است، جمله دهم کدام است؟
- (۱) -۲۲ (۲) -۱۸ (۳) ۱۸ (۴) ۲۲
۵. در یک دنباله هندسی قدر نسبت $\sqrt{3}$ و حاصلضرب پنج جمله اول ۲۴۳ است. جمله دوم چقدر است؟
- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
۶. نمودار تابع با ضابطه $y - |x| = 2$ از کدام نواحی مختصات می‌گذرد؟
- (۱) اول و دوم (۲) دوم و سوم (۳) اول و سوم (۴) سوم و چهارم
۷. نمودار تابع $f(x) = x + |x|$ و تابع $g(x) = 2x$ چند نقطه‌ی مشترک دارد؟
- (۱) یک نقطه (۲) دو نقطه (۳) ۰ (۴) بی‌شمار
۸. مجموع جواب‌های معادله $|2 + x| = 3|1 - x|$ کدام است؟
- (۱) $\frac{22}{4}$ (۲) $\frac{11}{4}$ (۳) $-\frac{11}{4}$ (۴) $\frac{11}{2}$
۹. در معادله $3x^2 - 17x + m = 0$ یک ریشه از سه برابر ریشه دیگر ۳ واحد بیشتر است. m کدام است؟
- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵
۱۰. به ازای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + y = m - 1 \\ 3x + (m - 2)y = 4 - 2m \end{cases}$ دارای بی‌شمار جواب است؟
- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار m
۱۱. اگر ریشه‌های $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ معکوس یکدیگر باشند، اختلاف آن‌ها چقدر است؟
- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $\sqrt{3}$
۱۲. به ازای کدام مقادیر m عبارت $(m - 2)x^2 + 2mx$ همواره بیشتر از ۱ می‌باشد؟
- (۱) هیچ مقدار m (۲) هر مقدار m (۳) $m > 2$ (۴) $1 < m < 2$
۱۳. به ازای کدام مقادیر a ، نقاط $(a, 3)$ و $(6, 4a + 1)$ و مبدأ مختصات در یک راستا قرار می‌گیرند؟
- (۱) $-2, \frac{9}{4}$ (۲) $-2, \frac{3}{4}$ (۳) $-2, -\frac{3}{4}$ (۴) $2, -\frac{9}{4}$
۱۴. سه نقطه $A|_1^0$ و $B|_1^3$ و $C|_2^2$ سه رأس یک مثلث هستند. این مثلث همواره چگونه است؟
- (۱) مختلف‌الاضلاع است. (۲) متساوی‌الساقین است ولی قائم‌الزاویه نیست. (۳) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است. (۴) قائم‌الزاویه است ولی متساوی‌الساقین نیست.

صفحه ۲

۱۵. اگر a_1, a_2, a_3 سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت ۲ باشند کدام گزینه سه جمله‌ی اول یک دنباله هندسی هستند؟

$$\begin{array}{ll} a_1 + 1, a_2 + a_1, a_3 + a_2 & (1) \\ a_1 + 1, a_2 + 4, a_3 + 16 & (2) \\ a_1 + 1, a_2 + 2, a_3 + 3 & (3) \\ a_1 + 1, a_2 + 4, a_3 + 4 & (4) \end{array}$$

۱۶. مجموع چند جمله‌ی دنباله‌ی هندسی $\dots, 12, -6, 3$ برابر ۱۲۹ خواهد شد؟

$$\begin{array}{llll} 8 & (1) & 7 & (2) \\ 6 & (3) & 9 & (4) \end{array}$$

۱۷. مجموع اعداد طبیعی فرد بخش پذیر بر ۷ و کوچک تر از 203 کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 1372 & (1) & 1373 & (2) \\ 1374 & (3) & 1371 & (4) \end{array}$$

۱۸. مجموع ۱۰ جمله‌ی اول در دنباله‌ی حسابی $1, 5, 9, 13, \dots$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 170 & (1) & 180 & (2) \\ 190 & (3) & 160 & (4) \end{array}$$

۱۹. جملات دوم، ششم و m ام یک دنباله‌ی حسابی جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت ۳ می‌باشند. مقدار n کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 19 & (1) & 18 & (2) \\ 20 & (3) & 17 & (4) \end{array}$$

۲۰. در دنباله‌ی حسابی $\dots, 7, 4, 1, -2$ حداقل چند جمله را با هم جمع کنیم تا حاصل ۳ رقمی شود؟

$$\begin{array}{llll} 8 & (1) & 9 & (2) \\ 10 & (3) & 11 & (4) \end{array}$$

۲۱. دو کارگر با هم کاشی‌کاری یک ساختمان را در ۱۸ روز تمام می‌کنند اگر هر یک به تنهایی کار را انجام دهند، کارگر اول ۱۵ روز زودتر از کارگر دوم این کار را انجام می‌دهد، مجموع روزهایی که دو کارگر کار را به تنهایی تمام می‌کنند، چند روز است؟

$$\begin{array}{llll} 18 & (1) & 45 & (2) \\ 80 & (3) & 75 & (4) \end{array}$$

۲۲. اگر $f(x) = 1 - |x - 1|$ ضابطه‌ی $f(f(-x))$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} f(x) & (1) & f(-x) & (2) \\ -f(x) & (3) & -f(-x) & (4) \end{array}$$

۲۳. مجموع ریشه‌های معادله‌ی $x = 0 + |x - 1| + 3|x|$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} -\frac{4}{3} & (1) & -\frac{2}{15} & (2) \\ -\frac{7}{15} & (3) & -\frac{4}{5} & (4) \end{array}$$

۲۴. اگر تمام جواب‌های نامعادله $0 < 5 - 2|x| + 3x^2$ ، به صورت $a < x < b$ باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 1 & (1) & \frac{5}{6} & (2) \\ 2 & (3) & 1 & (4) \end{array}$$

۲۵. اگر α و β جواب‌های معادله $0 = x^2 - 5x + 3$ باشند، حاصل عبارت $A = \frac{\alpha^2}{5 - \beta} + \frac{\beta^2}{5 - \alpha}$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 5 & (1) & -3 & (2) \\ -5 & (3) & 3 & (4) \end{array}$$

۲۶. به ازای چه مقدار از a ، مینیمم تابع $y = ax^2 - 4x + a$ ، برابر ۲ است؟

$$\begin{array}{llll} 1 - \sqrt{5} & (1) & 1 + \sqrt{5} & (2) \\ \sqrt{2} - 1 & (3) & \sqrt{5} - 1 & (4) \end{array}$$

۲۷. در معادله‌ی درجه‌ی دوم $0 = x^2 - 3x - 5$ ، اگر x_1, x_2 جواب‌های معادله باشند، حاصل عبارت $\frac{x_1}{x_2 - 3}$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 5 & (1) & 1 & (2) \\ -1 & (3) & -5 & (4) \end{array}$$

۲۸. در معادله‌ی درجه‌ی دوم $0 = 2 - 3ax + ax^2$ بین α و β که ریشه‌های معادله می‌باشند، رابطه‌ی

$$9 = \beta^2 + 3\alpha\beta + 2\alpha^2 \text{ برقرار است. } a \text{ کدام است؟}$$

$$\begin{array}{llll} -2 & (1) & -1 & (2) \\ 2 & (3) & 1 & (4) \end{array}$$

۲۹. نمودار تابع $y = \begin{cases} \left| x - \frac{x}{|x|} \right| & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$ از دو نیم خط و دو پاره خط تشکیل شده است. مجموع طول دو پاره خط کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

۳۰. دو کارگر با هم کاری را در ۶ روز تمام می‌کنند. اگر هر کدام به تنهایی کار کنند، کارگر اول ۹ روز زودتر از کارگر دوم این کار را تمام می‌کند، کارگر دوم کار را در چند روز به پایان می‌رساند؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۳۱. نمودار تابع $1 - y = x - |x - 3|$ از کدام ناحیه در صفحه مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۳۲. اگر x' و x'' ریشه‌های معادله $x^2 + mx + n = 0$ باشند، آن گاه حاصل $x'^2 x'' + x' x''^2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{m+n}{mn}$ (۴) mn

۳۳. اگر رابطه $x_1^2 + x_2^2 = 12$ بین ریشه‌های معادله $x^2 - 2kx - 2 = 0$ برقرار باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\pm\sqrt{2}$ (۲) $\pm\sqrt{3}$ (۳) ± 2 (۴) ± 3

۳۴. در معادله درجه دوم $2x^2 + (2k-1)x - k = 0$ به ازای کدام مقدار k مجموع معکوس هر دو ریشه برابر $\frac{7}{3}$ است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۵. معادله $(x-1)^2 = x+k$ به ازای مقادیر مثبت k چند ریشه دارد؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۶. طول قطر مربعی که یک ضلع آن 5 و $y+x=5$ و یک رأس آن $(-2, 1)$ است کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۷. اگر فاصله دو نقطه $A(-1, 2)$ و $B(m, -1)$ برابر ۵ باشد، فاصله B تا مبدأ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt{26}$ (۳) $\sqrt{27}$ (۴) $\sqrt{8}$

۳۸. اگر دو خط $2x + my = -1$ و $(1 + 3m)x - y - 2 = 0$ بر هم عمود باشند مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{2}{7}$

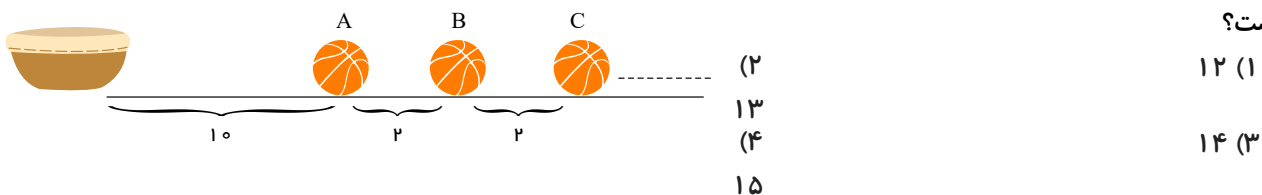
۳۹. اگر خط $2x - 4 = 0$ و $(a+1)x + (a+5)y = a$ بر هم عمود باشند، مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۵ (۳) ۵ (۴) ۱

۴۰. اگر a و b صفرهای $f(x) = x^2 - (a+1)x - 3b$ باشند، مقدار $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۴۱. تعدادی توپ روی یک خط مستقیم و به فاصله ۲ متر از هم قرار دارند (مطابق شکل). فاصله توپ اول از سید ۱۰ متر است. اگر دونه ابتدا کنار توپ A باشد و توپ را بردارد و آن را تا سید حمل کند و به سید بیندازد و مجدداً به طرف توپ بعدی بدود و آن را بردارد و ببرد به داخل سید بیندازد و همین کار را ادامه دهد. این دونه با انداختن چند توپ در سید، مسافتی ۷۱ متری را دویده است؟



۴۲. حاصل ضرب چند جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی روبه‌رو برابر با $۴^{۶۹}$ است؟

$$\sqrt{۲}, ۲, ۲\sqrt{۲}, \dots$$

- ۲۳ (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴)

۴۳. تعداد جواب‌های معادله‌ی $۱ = \frac{x}{x-۲} + \frac{۲}{(x-۲)^۲}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۴۴. جمله‌ی عمومی یک دنباله به صورت $a_n = ۳ \times ۲^{n+۱}$ است. حداقل چند جمله‌ی اول از این دنباله را جمع کنیم تا حاصل از ۹۶۰۰۰ بیش‌تر شود؟

- ۱۲ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴)

۴۵. مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار تابع $y = |x-۱| + |x+۱|$ و خط $y = ۴$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۴۶. معادله‌ی $|x-۱| = \sqrt{x} - x$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۴۷. کم‌ترین مقدار عبارت $A = |۲x-۴| + |۲x+۶|$ به‌ازای مقادیر حقیقی x کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۲ (۲) ۲۴ (۳) ۵ (۴)

۴۸. در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع جملات سوم و یازدهم برابر با ۱۰ است. مجموع سیزده جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

- ۵۲ (۱) ۶۵ (۲) ۷۸ (۳) ۹۱ (۴)

۴۹. در یک دنباله‌ی هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله‌ی اول آن ۳ است. مجموع ۶ جمله‌ی اول کدام است؟

- ۱۲٫۶ (۱) ۱۱٫۲ (۲) ۱۰٫۸ (۳) ۱۳٫۴ (۴)

۵۰. نمودار تابع $f(x) = ۴ - |x-۲| - |x|$ چه مساحتی با محور طول‌ها می‌سازد؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)



وقت : دقیقه

تاریخ :

تعداد سوالات: ۵۰

نام و نام خانوادگی :

موضوع حسابان ۱ (فصل اول : جبر و معادله)

۱. گزینه ۳

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{6}{7} \\ x_1 x_2 = \frac{1}{7} \end{cases} +$$

$$x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 1 \Rightarrow x_1(1 + x_2) = 1 - x_2$$

۲. گزینه ۳

می دانیم که اگر x_1 ریشه معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد آنگاه در خود معادله صدق می کند یعنی $ax_1^2 + bx_1 + c = 0$:

$$x^2 - 6x + 5 + m = 0$$

$$\begin{cases} \alpha = \beta^2 \\ \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 6 \end{cases} \Rightarrow \beta^2 + \beta - 6 = 0 \Rightarrow (\beta + 3)(\beta - 2) = 0 \Rightarrow \beta = 2, -3$$

$$\beta = 2 \Rightarrow 4 - 12 + 5 + m = 0 \Rightarrow m = 3$$

$$\beta = -3 \Rightarrow 9 + 18 + 5 + m = 0 \Rightarrow m = -32$$

۳. گزینه ۴

روش اول

$$a_1 = S_1 = 1(4 + 1) = 5$$

$$a_1 + a_2 = S_2 = 2(4(2) + 1) = 18 \Rightarrow a_2 = 13$$

$$d = a_2 - a_1 = 13 - 5 = 8 \Rightarrow \begin{cases} a_n = a_1 + (n-1)d \\ a_n = 5 + (n-1)8 = 8n - 3 \end{cases}$$

روش دوم (در هر دنباله داریم $a_n = S_n - S_{n-1}$ بنابراین:

$$a_n = n(4n + 1) - (n-1)(4(n-1) + 1) = 4n^2 + n - (n-1)(4n-3)$$

$$\Rightarrow a_n = 4n^2 + n - 4n^2 + 3n + 4n - 3 \rightarrow a_n = 8n - 3$$

۴. گزینه ۱

$$a_1 = 5$$

$$a_7 = a_{11} + 12 \Rightarrow a_1 + 6d = a_1 + 10d + 12 \Rightarrow -4d = 12 \Rightarrow d = -3$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 5 + 9(-3) = -22$$

۵. گزینه ۲

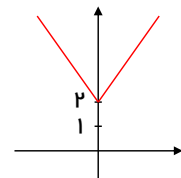
$$q = \sqrt{3}$$

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 243 \Rightarrow a_1 \cdot a_1 q \times \dots \times a_1 q^4 = 243 \Rightarrow a_1^5 \times q^{10} = 243$$

$$q = \sqrt{3} \Rightarrow a_1^5 \times (\sqrt{3})^{10} = 243 \Rightarrow (3a_1)^5 = 3^5 \Rightarrow a_1 = 1 \Rightarrow a_2 = \sqrt{3}$$

۶. گزینه ۱ نمودار تابع $y = |x|$ را دو واحد در جهت محور y ها بالا می بریم.

$$y = |x| + 2$$



۷. گزینه ۴

ابتدا ضابطه‌ی تابع $f(x) = x + |x|$ را به صورت یک تابع دوضابطه‌ای می نویسیم. $f(x) = g(x)$ ، $x \geq 0$ است بنابراین این دو تابع بی شمار نقطه‌ی مشترک دارند.

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

صفحه ۵

۸. گزینه ۲

می دانیم اگر $|x| = |y|$ باشد آنگاه $x = \pm y$ است.

$$|2+x| = 3|1-x| \Rightarrow 2+x = \pm 3(1-x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2+x = 3-3x \Rightarrow 4x = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4} \\ 2+x = -3+3x \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x_2 = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{1}{4} + \frac{5}{2} = \frac{11}{4}$$

۹. گزینه ۲

اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

در اینگونه تست ها ابتدا با توجه به صورت سوال رابطه ای بین x_1 و x_2 می نویسیم و سپس یک رابطه ی دیگر بین x_1 و x_2 از خود معادله می یابیم:

$$x_1 = 3x_2 + 3 \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 3x_2 = 3 \\ x_1 + x_2 = \frac{17}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = \frac{17}{3} \end{cases}$$

$$4x_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 17\left(\frac{2}{3}\right) + m = 0 \Rightarrow m = 10$$

۱۰. گزینه ۲ شرط آن که دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ دارای بی شمار جواب باشد آن است که $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد.

چک کردن گزینه ها $\xrightarrow{\text{پس}} \frac{m}{3} = \frac{1}{m-2} = \frac{m-1}{4-2m} \rightarrow m = -1$

۱۱. گزینه ۲

می دانیم: اختلاف ریشه ها

$$D = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

چون ریشه ها معکوس یکدیگر هستند، پس حاصل ضرب آن ها برابر یک است.

$$mx^2 + 3x + m^2 - 2 = 0 \Rightarrow \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 2}{m} = 1$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{زیرا معادله ریشه ی حقیقی ندارد (غ ق ق)} \\ m = -1 \Rightarrow -x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4 = 5 \end{cases}$$

$$D = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

توجه کنیم که اگر در یک معادله ی درجه ی دو $b = a + c$ باشد یکی از ریشه ها -1 و دیگری $-\frac{c}{a}$ است.

۱۲. گزینه ۱

$$(m-2)x^2 + 2mx > 1 \Rightarrow (m-2)x^2 + 2mx - 1 > 0$$

شرط آنکه سه جمله ای درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت باشد $\Delta < 0$ ، $a > 0$ است. در این پرسش خواهیم داشت:

$$\begin{cases} m-2 > 0 \\ 4m^2 + 4(m-2) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ 4(m+2)(m-1) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 2 \\ -2 < m < 1 \end{cases}$$

دو نامساوی جواب مشترک ندارند پس هیچ مقدار m

۱۳. گزینه ۴

سه نقطه‌ی $A \begin{pmatrix} a \\ ۳ \end{pmatrix}$ ، $B \begin{pmatrix} ۶ \\ ۴a+۱ \end{pmatrix}$ ، $C \begin{pmatrix} ۰ \\ ۰ \end{pmatrix}$ را در نظر می‌گیریم.

$$\text{شرط هم‌راستا بودن: } \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \rightarrow \frac{۳ - ۴a - ۱}{a - ۶} = \frac{۴a + ۱}{۶ - ۰} \rightarrow \frac{۲ - ۴a}{a - ۶} = \frac{۴a + ۱}{۶}$$

$$\rightarrow ۴a^2 + a - ۲۴a - ۶ = ۱۲ - ۲۴a \rightarrow ۴a^2 + a - ۱۸ = ۰$$

$$\rightarrow \Delta = ۱ - ۴(۴)(-۱۸) = ۲۸۹ \rightarrow a = \frac{-۱ \pm ۱۷}{۸} = ۲, -\frac{۹}{۴}$$

صفحه ۶

۱۴. گزینه ۳ کافی است طول سه ضلع مثلث را حساب کنیم.

$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{(0-3)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \\ AC &= \sqrt{(0-2)^2 + (-1+4)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \\ BC &= \sqrt{(3-2)^2 + (1+4)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مثلث متساوی الساقین است.}$$

برای این که مشخص کنیم این مثلث، قائم‌الزاویه است یا خیر باید رابطه‌ی فیثاغورث را چک کنید.

$$(\sqrt{26})^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{13})^2 \rightarrow 26 = 13 + 13 \rightarrow 26 = 26 \rightarrow \text{مثلث قائم‌الزاویه است.}$$

۱۵. گزینه ۴

در گزینه‌ها به جای a_2 و a_3 بر حسب a_1 قرار می‌دهیم و در گزینه (۴) داریم:

$$a_1 + 1, 2a_1 + 2, 4a_1 + 4 \Rightarrow (2a_1 + 2)^2 = (a_1 + 1)(4a_1 + 4) \Rightarrow 4(a_1 + 1)^2 = (a_1 + 1) \times 4(a_1 + 1)$$

۱۶. گزینه ۲

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 3 \\ q &= \frac{-6}{3} = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_n = \frac{3(1-(-2)^n)}{1-(-2)} = 129 \Rightarrow 1-(-2)^n = 129 \Rightarrow (-2)^n = -128 \Rightarrow n = 7$$

۱۷. گزینه ۱

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1, \quad S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$7, 21, 35, \dots, 189 \xrightarrow{a_1=7, d=+14} n = \text{تعداد} = \frac{189-7}{14} + 1 = 14$$

$$\Rightarrow S_{14} = 7(14 + 13 \times 14) = 1372$$

۱۸. گزینه ۳

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times 1 + 9 \times 4) = 190$$

دنباله عددی: $a_1 = 1$ و $d = 4$

۱۹. گزینه ۲

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

قرار است این جملات خود تشکیل یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت ۳ بدهند، پس:

صفحه ۷

$$a_6 = 3a_2 \Rightarrow a_1 + 5d = 3a_1 + 3d \Rightarrow a_1 = d$$

$$a_n = 3a_6 \Rightarrow a_n = 9a_2 \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 9a_1 + 9d$$

$$a_1 = d$$

$$\longrightarrow d + (n-1)d = 18d \Rightarrow nd = 18d \Rightarrow n = 18$$

۲۰. گزینه ۳

$$a_1 = -2 \text{ و } d = 3$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(-4 + 3(n-1)) = \frac{3}{2}n^2 - \frac{7}{2}n \geq 100 \Rightarrow 3n^2 - 7n \geq 200 \Rightarrow 3n^2 - 7n - 200 \geq 0$$

پس از تعیین علامت و اینکه n یک عدد طبیعی است داریم:

$$n > \frac{7 + \sqrt{2449}}{6} \Rightarrow n > 9,41 \Rightarrow n \geq 10$$

۲۱. گزینه ۴

فرض کنیم کارگر اول در x_1 روز و کارگر دوم در x_2 روز کاشی کاری را تمام کنند، بنابراین مقدار کاری که کارگر اول در هر روز انجام می دهد $\frac{1}{x_1}$ و مقدار کاری که کارگر دوم در هر روز انجام می دهد برابر $\frac{1}{x_2}$ است.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{18}, \quad x_2 = x_1 + 15$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_1 + 15} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{2x_1 + 15}{x_1(x_1 + 15)} = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow x_1^2 - 21x_1 - 270 = 0 \Rightarrow (x_1 - 30)(x_1 + 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 30 \Rightarrow x_2 = 45 \Rightarrow x_1 + x_2 = 75$$

۲۲. گزینه ۲

$$f(x) = 1 - |x-1| \Rightarrow f(-x) = 1 - |-x-1| = 1 - |x+1|$$

توجه: عبارت داخل قدر مطلق را می توان قرینه کرد.

$$f(f(-x)) = f(1 - |x+1|) = 1 - |1 - |x+1| - 1| = 1 - |x+1| = f(-x)$$

۲۳. گزینه ۴ برای حل معادلات قدر مطلق ابتدا معادله را تعیین علامت می کنیم و سپس معادله را حل می کنیم.

$$3|x| - |x-1| + x = 0$$

$$1) x > 1: 3x - x + 1 + x = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ غ ق ق}$$

$$2) 0 \leq x \leq 1: 3x + x - 1 + x = 0 \rightarrow x = \frac{1}{5} \text{ ق ق ق}$$

$$3) x < 0: -3x + x - 1 + x = 0 \rightarrow x = -1 \text{ ق ق ق}$$

$$\text{مجموع جوابها: } \frac{1}{5} + -1 = \frac{-4}{5}$$

۲۴. گزینه ۳

$$3x^2 + 2|x| - 5 < 0 \rightarrow 3|x|^2 + 2|x| - 5 < 0$$

$$\xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر است}} \begin{cases} |x| = 1 \\ |x| = -\frac{5}{3} \text{ غ.ق.ق} \end{cases} \Rightarrow (|x| - 1)(3|x| + 5) < 0$$

$$\rightarrow |x| - 1 < 0 \rightarrow |x| < 1 \rightarrow -1 < x < 1 \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \rightarrow b - a = 2$$

۲۵. گزینه ۱ ابتدا مجموع و حاصلضرب ریشه ها را می یابیم:

صفحه ۸

$$x^2 - 5x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 5 \\ \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 3 \end{cases}$$

چون α و β ریشه‌های معادله هستند پس در خود معادله صدق می‌کنند.

$$\alpha \Rightarrow \alpha^2 - 5\alpha + 3 = 0 \Rightarrow \alpha(\alpha - 5) = -3$$

$$\alpha - 5 = \frac{-3}{\alpha} \Rightarrow 5 - \alpha = \frac{3}{\alpha}$$

به همین ترتیب $\frac{3}{\beta} = 5 - \beta$ است. پس:

$$A = \frac{\alpha^2}{5 - \beta} + \frac{\beta^2}{5 - \alpha} = \frac{\alpha^2}{\frac{3}{\beta}} + \frac{\beta^2}{\frac{3}{\alpha}} = \frac{\alpha^2 \beta + \alpha \beta^2}{3} = \frac{\alpha \beta (\alpha + \beta)}{3} = 5$$

۲۶. گزینه ۲ در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ مختصات مینیمم و ماکزیمم به قرار زیر است.

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} \\ \frac{\Delta}{4a} \end{cases}$$

طبق فرض مسئله داریم:

$$\text{طول نقطه مینیمم} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2a} = \frac{4}{2a} = \frac{2}{a}$$

$$y = ax^2 - 4x + a \Rightarrow 2 = a\left(\frac{2}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{2}{a}\right) + a \Rightarrow 2 = \frac{4}{a} - \frac{8}{a} + a \xrightarrow{\times a} 2a = 4 - 8 + a^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 + 16 = 20 \rightarrow a = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

نکته: باتوجه به اینکه سهمی دارای نقطه‌ی می‌نیمم است. پس ضریب x^2 باید مثبت باشد. یعنی $a > 0$ است.

$$a_1 = 1 + \sqrt{5} \quad \text{ق ق} \quad \text{و} \quad a_2 = 1 - \sqrt{5} \quad \text{غ ق ق}$$

۲۷. گزینه ۳

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -5$$

چون x_2 جواب معادله است، در آن صدق می‌کند، بنابراین $x_2^2 - 3x_2 - 5 = 0$ پس:

$$x_2(x_2 - 3) = 5 \Rightarrow \frac{x_2}{5} = \frac{1}{x_2 - 3}$$

بنابراین:

$$\frac{x_1}{x_2 - 3} = x_1 \times \frac{1}{x_2 - 3} = x_1 \times \frac{x_2}{5} = \frac{x_1 x_2}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

۲۸. گزینه ۳ یادآوری: در معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، به شرط وجود دو ریشه‌ی α و β داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

مطابق رابطه‌ی داده شده در صورت سوال داریم:

صفحه ۹

$$ax^2 + 3ax + a - 2 = 0 \rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-3a}{a} = -3$$

$$2\alpha^2 + 3\alpha\beta + \beta^2 = 9 \Rightarrow 2\alpha^2 + 2\alpha\beta + \alpha\beta + \beta^2 = 9 \rightarrow (2\alpha^2 + 2\alpha\beta) + (\alpha\beta + \beta^2) = 9$$

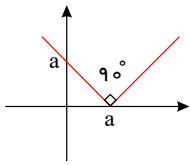
$$\rightarrow 2\alpha(\alpha + \beta) + \beta(\alpha + \beta) = 9 \rightarrow (\alpha + \beta)(2\alpha + \beta) = 9$$

$$\frac{\alpha + \beta = -3}{\rightarrow -3(2\alpha + \beta) = 9} \rightarrow 2\alpha + \beta = -3 \rightarrow \alpha + \alpha + \beta = -3 \xrightarrow{\alpha + \beta = -3} \alpha + (-3) = -3$$

$\alpha = 0$ ← یک ریشه‌ی معادله صفر است. با جاگذاری در معادله، داریم:

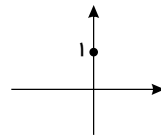
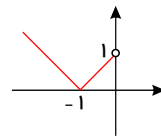
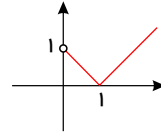
$$f(x) = ax^2 + 3ax + a - 2 \xrightarrow{f(0)=0} a - 2 = 0 \rightarrow a = 2$$

۲۹. گزینه ۳ می‌دانیم: نمودار تابع $y = |x - a|$ به صورت زیر است:

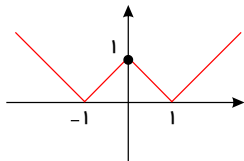


برای رسم تابع $f(x)$ ، ابتدا ضابطه‌ی تابع را به این صورت می‌نویسیم:

$$y = \begin{cases} |x - \frac{x}{x}| & x > 0 \\ |x - \frac{x}{-x}| & x < 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} |x - 1| & x > 0 \\ |x + 1| & x < 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$



حال هر سه نمودار را در یک دستگاه رسم می‌کنیم تا پاره‌خط‌ها را مشخص کنیم.



همان‌طور که مشخص است پاره‌خط‌ها وترهای دو مثلث ایجاد شده هستند که طول هر ضلع زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۱ واحد است پس طول وتر (پاره‌خط) $\sqrt{2}$ می‌باشد که جمع هر دو برابر $2\sqrt{2}$ است.

۳۰. گزینه ۲

$$\text{میزان کار در یک روز} = x \rightarrow \text{تعداد روزهای کارگر دوم به تنهایی} = \frac{1}{x}$$

$$\text{میزان کار در یک روز} = x - 9 \Rightarrow \text{تعداد روزهای کارگر اول به تنهایی} = \frac{1}{x - 9}$$

$$\text{میزان کار در یک روز} = 6 \rightarrow \text{تعداد روزهای هر دو باهم} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 9} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\times x(x-9)} x - 9 + x = \frac{1}{6}(x^2 - 9x)$$

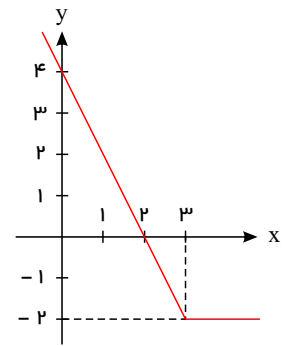
$$\Rightarrow 12x - 54 = x^2 - 9x \rightarrow x^2 - 21x + 54 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 18) = 0 \rightarrow x = 3 \text{ غ ق } \boxed{x = 18}$$

۳۱. گزینه ۳

$$1 - y = x - |x - 3| \Rightarrow y = 1 - x + |x - 3|$$

$$x \leq 3 \Rightarrow y = 1 - x - x + 3 = -2x + 4 \quad \left| \begin{array}{l} 3 \\ -2 \end{array} \right. , \quad \left| \begin{array}{l} 2 \\ 0 \end{array} \right.$$

$$x \geq 3 \rightarrow y = 1 - x + x - 3 = -2$$



نمودار از ناحیه‌ی ۳ عبور نمی‌کند.

صفحه ۱۰

گزینه ۳۲

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{n^2}{mn} = -\frac{n}{m}, \quad p = \frac{c}{a} = \frac{m^2}{mn} = \frac{m}{n}$$

$$x'^2 x'' + x' x''^2 = x' x'' (x' + x'') = p \cdot s = \left(-\frac{n}{m}\right) \cdot \frac{m}{n} = -1$$

گزینه ۳۳

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2k, \quad p = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 12 \rightarrow S^2 - 2p = 12 \rightarrow 4k^2 + 4 = 12 \Rightarrow k^2 = 2 \rightarrow k = \pm\sqrt{2}$$

گزینه ۳۴

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{2k-1}{2}, \quad p = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{k}{2}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{S}{p} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{-\frac{2k-1}{2}}{-\frac{k}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2k-1}{k} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2k = 3k - 3 \rightarrow k = -3$$

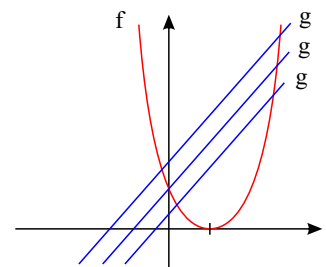
$$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = 49 - 24 > 0$$

گزینه ۳۵

$$f(x) = (x-1)^2$$

$$g(x) = x + k \begin{cases} k > 0 \\ k < 0 \end{cases} \begin{cases} \circ \\ \circ \end{cases} \begin{cases} -k \\ \circ \end{cases}$$

معادله همواره ۲ ریشه دارد.

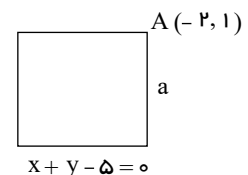


گزینه ۳۶ نکته: فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر با $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ می باشد.

رأس $(-2, 1)$ روی خط $x + y - 5 = 0$ صدق نمی کند.

$$a = \frac{|-2 + 1 - 5|}{\sqrt{1+1}} = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \text{قطر } d = a\sqrt{2} = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 6$$



گزینه ۳۷

$$AB = \sqrt{(m+1)^2 + 9} = 5 \rightarrow (m+1)^2 + 9 = 25$$

$$(m+1)^2 = 16 \rightarrow m+1 = \pm 4 \rightarrow m = 3, -5$$

$$m = 3 \rightarrow B(3, -1) \rightarrow OB = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$m = -5 \rightarrow B(-5, -1) \rightarrow OB = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

صفحه ۱۱

۳۸. گزینه ۲

$$2x + my = -1 \Rightarrow my = -2x - 1 \Rightarrow y = -\frac{2}{m}x - \frac{1}{m}, \text{ شیب} = -\frac{2}{m}$$

$$(1 + 3m)x - y - 2 = 0 \rightarrow y = (1 + 3m)x - 2 \rightarrow \text{شیب} = 1 + 3m$$

$$\Rightarrow 1 + 3m = \frac{m}{2} \rightarrow 2 + 6m = m \rightarrow m = -\frac{2}{5}$$

۳۹. گزینه ۲

$$y - 4 = 0 \rightarrow y = 4 \rightarrow \text{خط افقی}$$

خطی که بر یک خط افقی عمود است، خطی قائم است یعنی به صورت $x = k$ است پس باید در معادله $(a + 1)x + (a + 5)y = a$ جمله y حذف شود پس:

$$a + 5 = 0 \rightarrow \boxed{a = -5}$$

۴۰. گزینه ۳ نکته: به طور کلی در هر معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است:

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$

a و b صفرهای چندجمله‌ای درجه‌ی دوم $f(x) = x^2 - (a + 1)x - 3b$ می‌باشند، پس:

$$\begin{cases} a + b = -\frac{-(a+1)}{1} = a + 1 \\ ab = \frac{-3b}{1} = -3b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 10$$

۴۱. گزینه ۴ دونه ابتدا ۱۰ متر می‌دود تا توپ A را داخل سبد بیندازد.

سپس از سبد به B می‌رود و برمی‌گردد یعنی 2×12 و بعد 2×14 متر می‌دود تا توپ C را داخل سبد بیندازد و به همین ترتیب ادامه می‌دهد.

$$10 + 24 + 28 + 32 + \dots = 710 \Rightarrow 24 + 28 + 32 + \dots = 700$$

سمت چپ دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۴ و جمله‌ی اول ۲۴ می‌باشد.

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$$

$$700 = \frac{n}{2}[2 \times 24 + (n - 1) \times 4] \Rightarrow 700 = n[24 + 2n - 2] \Rightarrow 700 = n(22 + 2n)$$

$$\Rightarrow n^2 + 11n - 350 = 0 \Rightarrow (n + 25)(n - 14) = 0 \Rightarrow n = 14$$

توجه کنید که این ۱۴ توپ از توپ B به بعد می‌باشد و باید توپ A را نیز در نظر بگیریم، پس در کل ۱۵ توپ داخل سبد انداخته است.

۴۲. گزینه ۱ جملات دنباله‌ی هندسی به صورت $\frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^1}, \frac{1}{2^3}, \dots$ هستند. حاصل ضرب آن‌ها برابر است با:

$$P_n = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{2^1} \times \frac{1}{2^3} \times \dots = \frac{1}{2^3 + 1 + 3 + \dots}$$

عدد 4^69 را به صورت 2^{138} می‌توانیم بنویسیم.

صفحه ۱۲

اعداد $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$ با هم تشکیل دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول $a_1 = \frac{1}{2}$ و قدرنسبت $d = \frac{1}{2}$ می‌دهند. می‌خواهیم مجموع آن‌ها برابر با ۱۳۸ شود.

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow 138 = \frac{n}{2}\left[2\left(\frac{1}{2}\right) + (n-1)\left(\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow 276 = n\left[1 + \frac{n}{2} - \frac{1}{2}\right] \Rightarrow 276 = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} \rightarrow n^2 + n - 552 = 0$$

$$\Rightarrow (n+24)(n-23) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -24 & \text{غ ق} \\ n = 23 & \text{ق ق} \end{cases}$$

۴۳. گزینه ۱ طرفین معادله را در عبارت $(x-2)^2$ ضرب می‌کنیم تا معادله از حالت کسری خارج شود.

$$\frac{2}{(x-2)^2} + \frac{x}{x-2} = 1 \xrightarrow{\times (x-2)^2} 2 + x(x-2) = (x-2)^2$$

$$\Rightarrow 2 + x^2 - 2x = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$ مخرج را صفر نمی‌کند پس قابل قبول است.

۴۴. گزینه ۲ این دنباله یک دنباله هندسی است، قدرنسبت آن $q = 2$ و جمله اول آن $a_1 = 12$ است.

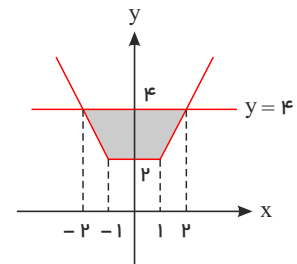
$$S_n > 96000 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} > 96000 \Rightarrow \frac{12(1-2^n)}{1-2} > 96000$$

$$\Rightarrow 2^n - 1 > 8000 \Rightarrow 2^n > 8001 \Rightarrow n \geq 13$$

۴۵. گزینه ۲

تعیین علامت $\rightarrow y = \begin{cases} (x-1) + (x+1) & x \geq 1 \\ -(x-1) + (x+1) & -1 < x < 1 \\ -(x-1) - (x+1) & x \leq -1 \end{cases}$

$$= \begin{cases} 2x & x \geq 1 \\ 2 & -1 < x < 1 \\ -2x & x \leq -1 \end{cases}$$



شکل حاصل دوزنقه‌ای به ارتفاع ۲ و قاعده بزرگ ۴ و قاعده کوچک ۲ است.

$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{(\text{قاعده بزرگ} + \text{قاعده کوچک}) \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{(4+2) \times 2}{2} = 6$$

۴۶. گزینه ۱ می‌دانیم حاصل قدرمطلق منفی نمی‌باشد و داخل رادیکال نیز منفی نیست پس داریم:

$$|x-1| = \sqrt{x} - x \Rightarrow \text{شرایط معادله } x \geq 0, \sqrt{x} - x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq x \Rightarrow x \geq x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x-1 \leq 0$$

$$\Rightarrow |x-1| = -x+1, |x-1| = \sqrt{x} - x \Rightarrow 1-x = \sqrt{x} - x \Rightarrow \sqrt{x} = 1$$

معادله یک ریشه دارد. \Rightarrow قابل قبول $x = 1$

۴۷. گزینه ۱ می‌دانیم $|u| = |-u|$ پس $|2x-4| = |4-2x|$. حال داریم:

$$A = |4-2x| + |2x+6|$$

با فرض $a = 2x+6$ و $b = 4-2x$ طبق نامساوی مثلثی داریم:

$$|a+b| \leq |a| + |b| \Rightarrow |2x+6| + |4-2x| \geq |2x+6+4-2x|$$

$$\Rightarrow A \geq 10 \Rightarrow \min A = 10$$

۴۸. گزینه ۲

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

نکته: S_n دنباله حسابی بصورت مقابل است:

$$a_3 + a_{11} = 10 \Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 10d = 10 \Rightarrow 2a_1 + 12d = 10 \quad (1)$$

$$S_{13} = \frac{13}{2}(2a_1 + 12d) \xrightarrow{(1)} S_{13} = \frac{13}{2} \times 10 = 65$$

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

نکته: S_n دنباله هندسی بصورت مقابل است:

۴۹. گزینه ۱

$$a_1 + a_3 = 1 \Rightarrow a_1 + a_1 q^2 = 1 \Rightarrow a_1(1 + q^2) = 1 \quad (1)$$

$$S_4 = \frac{a_1(q^4 - 1)}{q - 1} = 3 \Rightarrow \frac{a_1(q^2 + 1)(q^2 - 1)}{q - 1} = 3 \xrightarrow{(1)} \frac{1 \times (q^2 - 1)}{q - 1} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{(q-1)(q+1)}{q-1} = 3 \Rightarrow q+1 = 3 \Rightarrow q = 2 \xrightarrow{(1)} a_1(1+4) = 1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{5}$$

$$S_6 = \frac{a_1(q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{1}{5}(2^6 - 1)}{2 - 1} = \frac{1}{5}(64 - 1) = \frac{63}{5} = 12,6$$

صفحه ۱۳

۵۰. گزینه ۳

$$f(x) = ۴ - |x - ۲| - |x|$$

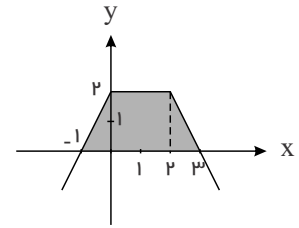
$$x < ۰ \Rightarrow f(x) = ۴ + x - ۲ + x = ۲x + ۲$$

x	۰	-۱
y	۲	۰

$$۰ \leq x < ۲ \Rightarrow f(x) = ۴ + x - ۲ - x = ۲$$

$$x \geq ۲ \Rightarrow f(x) = ۴ - (x - ۲) - x = -۲x + ۶$$

x	۲	۳
y	۲	۰



$$S = \frac{(۲ + ۴) \times ۲}{۲} = ۶$$

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۱۰۹۷۳۶۸

۲ -۵	۱ -۴	۴ -۳	۳ -۲	۳ -۱
۲ -۱۰	۲ -۹	۲ -۸	۴ -۷	۱ -۶
۴ -۱۵	۳ -۱۴	۴ -۱۳	۱ -۱۲	۲ -۱۱
۳ -۲۰	۲ -۱۹	۳ -۱۸	۱ -۱۷	۲ -۱۶
۱ -۲۵	۳ -۲۴	۴ -۲۳	۲ -۲۲	۴ -۲۱
۲ -۳۰	۳ -۲۹	۳ -۲۸	۳ -۲۷	۲ -۲۶
۳ -۳۵	۲ -۳۴	۱ -۳۳	۱ -۳۲	۳ -۳۱
۳ -۴۰	۲ -۳۹	۲ -۳۸	۲ -۳۷	۴ -۳۶
۲ -۴۵	۲ -۴۴	۱ -۴۳	۱ -۴۲	۴ -۴۱
۳ -۵۰	۱ -۴۹	۲ -۴۸	۱ -۴۷	۱ -۴۶