

**WWW.AKOEDU.IR**

**اولین و با کیفیت ترین**

**کلاسی های vip کنکور**  
**آگادمی کنکور** در ایران



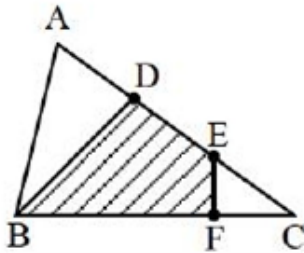
جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک **هفته ای**  
**رایگان** کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ **عدد ۱**  
را ارسال کنید.

۵۰ تست هندسه دهم فصل ۳ - چند ضلعی ها

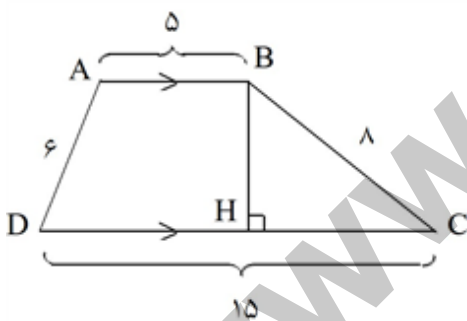
۱) مثلث متساوی الاضلاعی با مساحت  $3\sqrt{3}$  است. اگر  $G$  مرکز ثقل یا محل هم‌رسی میانه‌های مثلث  $ABC$  باشد، مجموع فواصل نقطه  $G$  از سه ضلع مثلث چه قدر می‌شود؟  
 ۱) ۶      ۲)  $3\sqrt{3}$       ۳)  $3\sqrt{2}$       ۴) ۳

۲) اگر به تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای ۸ واحد اضافه شود و از تعداد نقاط درونی آن ۱ واحد کم کنیم، مساحت آن ۳ برابر می‌شود، تعداد نقاط مرزی چندضلعی اولیه چند مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد؟  
 ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) ۳

۳) در شکل زیر  $AD = DE = EC = 2$  و  $BF = 2FC$  است، در این صورت مساحت چهارضلعی  $BDEF$  چه کسری از مساحت مثلث  $ABC$  است؟



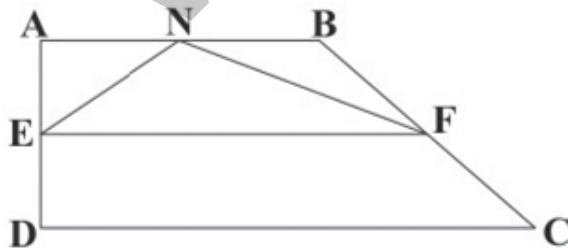
- ۱)  $\frac{4}{9}$       ۲)  $\frac{5}{9}$   
 ۳)  $\frac{7}{9}$       ۴)  $\frac{2}{9}$



۴) در شکل مقابل مساحت دوزنقه  $ABHD$  کدام است؟

- ۱)  $18/15$       ۲)  $21/7$   
 ۳)  $30/15$       ۴)  $32/64$

۵) در دوزنقه‌ی  $ABCD$  زیر، وسط‌های دو ساق را به هم وصل می‌کنیم. اگر  $N$  وسط ضلع  $AB$  باشد، مساحت مثلث  $NEF$  چه کسری از مساحت دوزنقه‌ی  $ABCD$  است؟



- ۱)  $\frac{1}{3}$       ۲)  $\frac{2}{5}$   
 ۳)  $\frac{1}{4}$       ۴)  $\frac{1}{6}$



۶ در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{B} = 30^\circ$  و  $\hat{C} = 45^\circ$ ، اگر  $M$  وسط  $AB$  باشد، زاویه  $AMC$  چند درجه است؟

(۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۵ (۴) ۶۰

۷ در یک متوازی‌الاضلاع به اضلاع ۸ و ۱۲ و زاویه  $75^\circ$ ، مجموع فواصل پای ارتفاع کوچک‌تر از اضلاع متوازی‌الاضلاع تقریباً کدام است؟

(۱)  $19/25$  (۲)  $19/75$  (۳)  $20/5$  (۴)  $21/5$

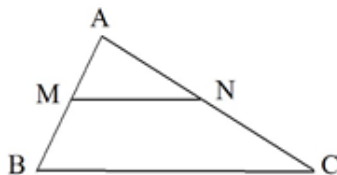
۸ بیش‌ترین مساحت ممکن برای یک چندضلعی شبکه‌ای که حاصل ضرب تعداد نقاط درونی و مرزی آن برابر با ۱۲ باشد، کدام است؟

(۱)  $4/5$  (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۷

۹ روی اضلاع یک متوازی‌الاضلاع نقاط  $M$ ،  $N$ ،  $K$  و  $L$  را طوری انتخاب می‌کنیم که  $AM = BN = CK = DL$  باشد، دو قطر چهارضلعی  $MNKL$  همواره:

(۱) با هم مساوی هستند. (۲) یک‌دیگر را نصف می‌کنند.  
 (۳) بر هم عمودند. (۴) با اضلاع متوازی‌الاضلاع موازی هستند.

۱۰ در شکل زیر  $BC \parallel MN$  است و مساحت دوزنقه  $MNCB$  هشت برابر مساحت مثلث  $AMN$  می‌باشد. نسبت میان‌های نظیر رأس  $A$  در مثلث‌های  $AMN$  و  $ABC$  کدام است؟



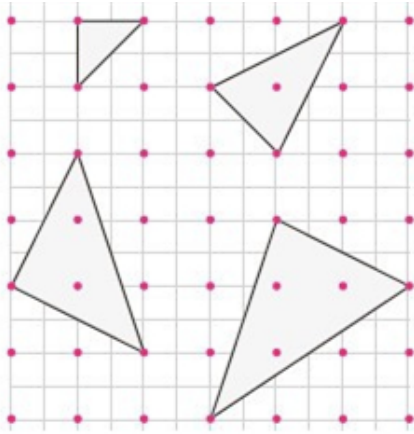
- (۱)  $2\sqrt{2}$   
 (۲) ۳  
 (۳) ۲  
 (۴)  $3\sqrt{2}$

۱۱ در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین  $ABC$  با ساق به طول ۶ ( $AB = AC$ )، اگر  $D$  محل برخورد عمود منصف‌ها و  $M$  و  $N$  وسط دو ساق باشد، مساحت چهارضلعی  $AMDN$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۱۲ فرض کنیم در چهارضلعی  $ABCD$  هر دو زاویه‌ی مقابل هم‌اندازه باشند. یعنی  $\angle B$  و  $\angle D$  و هم‌چنین  $\angle C$  و  $\angle A$  هم‌اندازه‌اند. می‌دانیم مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر چهارضلعی محدب  $360^\circ$  است. چگونه به کمک آن ثابت می‌کنید هر دو زاویه‌ی مجاور مثلاً  $\angle B$  و  $\angle C$  مکمل‌اند؟





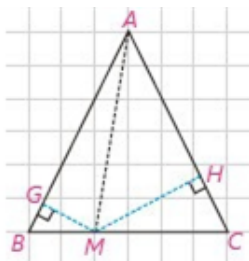
نقاط مرزی را ثابت نگه دارید و نقاط درونی را تغییر دهید. فرض کنید تعداد نقاط مرزی شبکه‌ای  $b = 3$  باشند. با توجه به شکل‌ها جدول زیر را کامل کنید.

(نتیجه‌گیری  $S = \frac{b}{2} - 1 + 0$  را در نظر داشته باشید.)

تعداد نقاط درونی $i$	0	1	2	3	4	5
$\frac{b}{2} - 1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$S$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$				

با تکمیل جدول بالا و مقایسه‌ی اعداد هر ستون تشخیص دهید که مساحت هر چندضلعی شبکه‌ای با تعداد نقاط مرزی و درونی چه ارتباطی دارد. از این جدول نتیجه بگیرید  $b$  و  $i$  با چه ضریب‌هایی ظاهر می‌شوند.

$$S = \frac{b}{2} + \dots + \dots$$

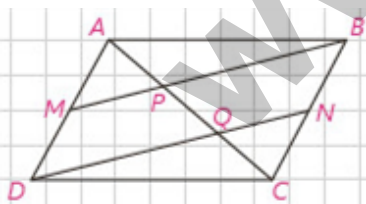


در مثلث متساوی‌الساقین ABC که  $AB = AC$  است، نقطه‌ی دلخواه  $M$  را روی ضلع BC بین B و C در نظر بگیرید. از  $M$  دو عمود  $MH$  و  $MG$  را به ترتیب بر دو ساق  $AC$  و  $AB$  رسم کنید.  $S_{AMB}$  و  $S_{AMC}$  را بنویسید.

مساحت مثلث ABC را نیز وقتی پاره‌خط  $AB$  یا  $AC$  قاعده باشند، بنویسید. الف) چه رابطه‌ای بین این مساحت‌ها وجود دارد؟ آن را بنویسید. از این رابطه چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

در هر مثلث متساوی‌الساقین ABC که  $AB = AC$  است، مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده BC از ..... برابر ..... است.

ب) به همین ترتیب نشان دهید در هر مثلث متساوی‌الساقین ABC، قدرمطلق تفاضل فاصله‌های هر نقطه روی امتدادهای قاعده‌ی BC از خط‌های شامل دو ساق برابر اندازه‌ی ارتفاع وارد بر ساق است.



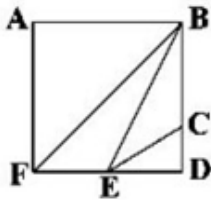
در متوازی‌الاضلاع ABCD،  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط‌های ضلع‌های  $AD$  و  $BC$  می‌باشند. چرا خط‌های  $DN$  و  $MB$  موازی‌اند؟ به کمک آن ثابت کنید  $AP = PQ = QC$ .

ثابت کنید در هر متوازی‌الاضلاع هر دو ضلع مقابل هم‌اندازه‌اند.





۱۷ در مربع  $ABDF$ ،  $E$  وسط  $FD$  و  $BC = 2DC$  است. مساحت مثلث  $ECD$  چه کسری از مساحت مربع  $ABDF$  است؟

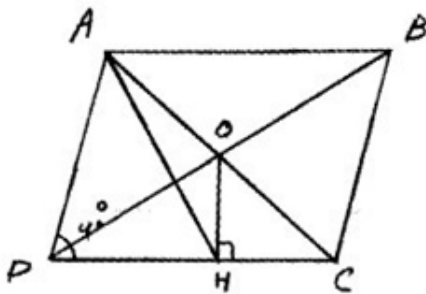


- (۱)  $\frac{1}{12}$   
(۲)  $\frac{1}{10}$   
(۳)  $\frac{1}{8}$   
(۴)  $\frac{1}{14}$

۱۸ اگر  $a$  و  $b$ ، اندازه طول دو ضلع مثلثی دلخواه و  $m_c$  طول میانه وارد بر ضلع سوم همان مثلث باشد، در کدام حالت مساحت مثلث کمتر است؟

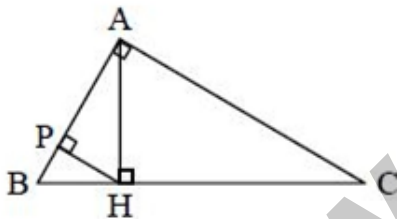
- (۱)  $m_c = 3, b = 4, a = 4$   
(۲)  $m_c = 2, b = 5, a = 3$   
(۳)  $m_c = 2/5, b = 4, a = 3$   
(۴)  $m_c = 2, b = 3, a = 3$

۱۹ در متوازی الاضلاع  $ABCD$ ، پاره خط  $OH$  بر  $DC$  عمود است. اگر  $\hat{D} = 60^\circ$  باشد، مساحت مثلث  $AOH$  کدام است؟ ( $AD = a, AB = b$ )



- (۱)  $\frac{\sqrt{3}a(2b-a)}{16}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{3}a(2b-a)}{32}$   
(۳)  $\frac{\sqrt{3}a(b-a)}{16}$   
(۴)  $\frac{\sqrt{3}b(2a-b)}{32}$

۲۰ در شکل زیر طول وتر  $13$  واحد و دو قطعه‌ای که توسط ارتفاع وارد بر وتر روی وتر جدا می‌کند به نسبت  $4$  به  $9$  است. طول  $BP$  چه قدر است؟



- (۱)  $\frac{36}{\sqrt{117}}$   
(۲)  $\frac{81}{\sqrt{117}}$   
(۳)  $\frac{36}{\sqrt{52}}$   
(۴)  $\frac{16}{\sqrt{52}}$

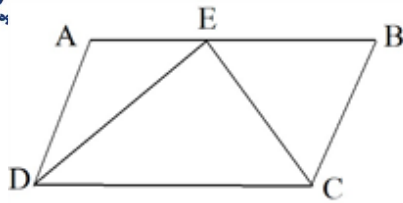
۲۱ رأس‌های یک مربع بر روی اضلاع مربع دیگر طوری قرار دارد که هر ضلع را به نسبت  $1$  و  $3$  تقسیم کرده است. نسبت مساحتی این دو مربع کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$   
(۲)  $\frac{2}{3}$   
(۳)  $\frac{4}{5}$   
(۴)  $\frac{5}{8}$

۲۲ مساحت یک چهارضلعی که قطرهای آن  $6$  و  $13$  واحد و کسینوس زاویه‌ی بین این دو قطر  $\frac{12}{13}$  باشد، چقدر است؟

- (۱)  $15$   
(۲)  $14$   
(۳)  $13$   
(۴)  $12$





۲۳ در شکل مقابل ABCD متوازی الاضلاع است. اگر E نقطه‌ی تلاقی نیمسازهای زاویه‌های D و C باشد،  $CE = 6$  و  $DE = 8$ ، محیط این متوازی الاضلاع چه قدر است؟

- (۱) ۲۰  
(۲) ۲۵  
(۳) ۳۶  
(۴) ۳۰

۲۴ اگر بین اجزای مثلث ABC رابطه‌ی  $h_a + h_b = \frac{1}{4}(a + b)$  برقرار باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی C برابر کدام است؟

- (۱) ۳۰  
(۲) ۴۵  
(۳) ۶۰  
(۴) ۷۵

۲۵ اندازه‌ی زوایای یک چهارضلعی با اعداد ۴ و ۵ و ۷ و ۸ متناسب است. بزرگترین زاویه‌ی خارجی این چهارضلعی چند درجه است؟

- (۱) ۱۲۰°  
(۲) ۱۵۰°  
(۳) ۱۰۵°  
(۴) ۱۳۵°

۲۶ اگر نیمسازهای داخلی یک مستطیل را رسم کنیم، مربعی به مساحت ۸ واحد مربع پدید می‌آید. اگر محیط مستطیل ۱۶ واحد باشد، مساحت مستطیل چند واحد مربع است؟

- (۱) ۶  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۰  
(۴) ۸

۲۷ در مثلث  $\triangle ABC$ ،  $AB = 8$  و  $AC = 4$  و  $\hat{A} = 60^\circ$  است. محیط مثلث، کدام است؟

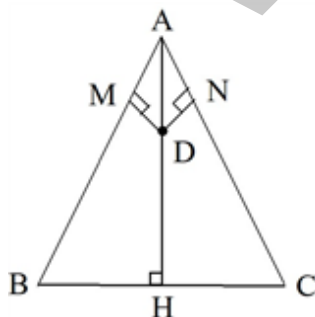
- (۱)  $4(3 + \sqrt{3})$   
(۲)  $8(1 + \sqrt{3})$   
(۳)  $2(6 + \sqrt{3})$   
(۴)  $6(2 + \sqrt{3})$

۲۸ در یک مثلث قائم‌الزاویه ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) و رابطه‌ی  $a^2 = \frac{5}{4}bc$ ، بین اضلاع آن برقرار است. اگر  $b > c$  باشد، مقدار  $\text{tg } \hat{C}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳)  $\frac{1}{2}$   
(۴)  $\frac{3}{2}$

۲۹ در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle ABC$ ، ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، طول وتر BC برابر ۱۵ است. اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر این مثلث، کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{6}{5}$   
(۲) ۷  
(۳)  $\frac{7}{5}$   
(۴) ۸



۳۰ در مثلث متساوی‌الاضلاع  $\triangle ABC$ ، اگر  $DH = \frac{4}{5}AH$  باشد، آن‌گاه نسبت

کدام است،  $\frac{AD + DM + DN}{DH}$ ؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲) ۱  
(۳)  $\frac{1}{3}$   
(۴)  $\frac{1}{4}$



۳۱ حاصل جمع تعداد اضلاع و تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی منتظم برابر ۱۳۶ است. مجموع زوایای داخلی آن، چند درجه است؟

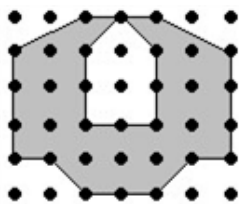
- (۱)  $2340^\circ$       (۲)  $2520^\circ$       (۳)  $2700^\circ$       (۴)  $2880^\circ$

۳۲ کدام گزاره همواره درست است؟

- (۱) چهارضلعی با اقطار مساوی و عمود بر هم مربع است.  
 (۲) مستطیل با اقطار مساوی مربع است.  
 (۳) لوزی با اقطار مساوی مربع است.  
 (۴) متوازی الاضلاع با اقطار مساوی مربع است.

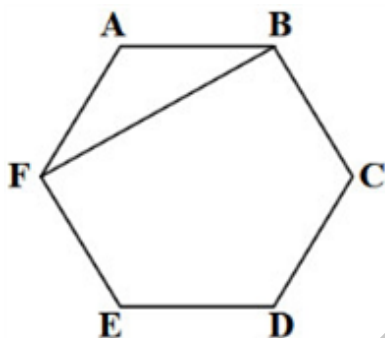
۳۳ در دوزنقه  $ABCD$  داریم:  $AB = BC = CD$  و  $\widehat{ACD} = \widehat{CAD}$ . اندازه زاویه  $A$  کدام است؟

- (۱)  $30^\circ$       (۲)  $45^\circ$       (۳)  $60^\circ$       (۴)  $90^\circ$



۳۴ با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای، مساحت ناحیه سایه زده شده در شکل مقابل، کدام است؟

- (۱) ۱۸  
 (۲) ۲۰  
 (۳) ۲۴  
 (۴) ۲۵



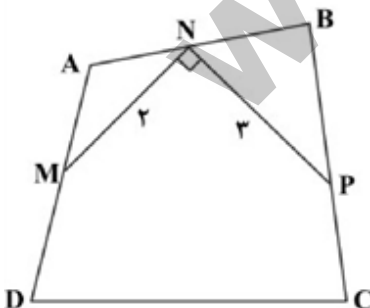
۳۵ در شش ضلعی منتظم مقابل،  $BF = 2\sqrt{3}$ .

مساحت پنج ضلعی  $BCDEF$  چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟

- (۱)  $\frac{9}{2}$   
 (۲) ۵  
 (۳) ۶  
 (۴) ۴

۳۶ در شکل مقابل،  $M$ ،  $N$  و  $P$  به ترتیب وسط ضلع‌های  $AD$ ،  $AB$  و  $BC$  هستند.

مساحت چهارضلعی  $ABCD$  چقدر است؟



- (۱) ۱۰  
 (۲) ۶  
 (۳) ۸  
 (۴) ۱۲

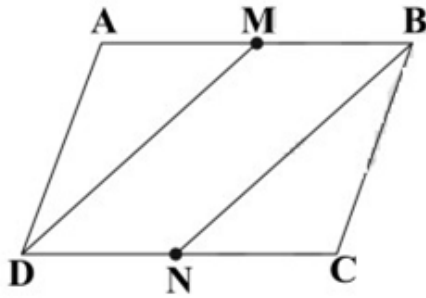
۳۷ دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین  $ABCD$  دارای زاویه‌ی  $135^\circ$  است. اگر طول قاعده‌ها به ترتیب ۱ و ۵ واحد باشند،

مساحت دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۶      (۳) ۸      (۴) ۳



۳۸ اگر  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط  $AB$  و  $CD$  از متوازی الاضلاع  $ABCD$  باشند، نسبت مساحت  $MBND$  به  $ABCD$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{1}{3}$   
(۳)  $\frac{1}{4}$   
(۴)  $\frac{3}{4}$

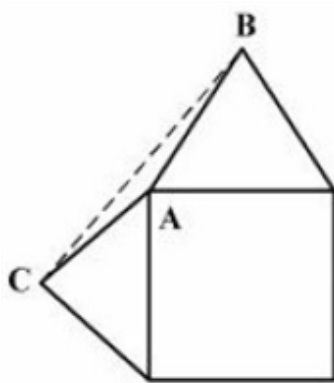
۳۹ در یک  $n$  ضلعی، تعداد قطرهای دو برابر تعداد اضلاع است.  $n$  کدام می‌باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۴۰ در یک دوزنقه‌ی متساوی الساقین، ساق‌ها با قاعده‌ی کوچک برابرند و محیط دوزنقه پنج برابر طول یک ساق است. کدام یک از گزینه‌های زیر، یکی از زوایای این دوزنقه است؟

- (۱)  $150^\circ$  (۲)  $135^\circ$  (۳)  $120^\circ$  (۴)  $100^\circ$

۴۱ بر روی دو ضلع مجاور مربعی به ضلع ۲ واحد، مثلث‌های متساوی الاضلاع ساخته شده است. مساحت مثلث  $ABC$  چند واحد مربع است؟



- (۱)  $\sqrt{3} - 1$   
(۲)  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
(۳) ۱  
(۴)  $\sqrt{3}$

۴۲ در مثلث  $ABC$  نقاط  $D$  و  $E$  به ترتیب روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  قرار دارند به طوری که  $\frac{DA}{DB} = \frac{2}{3}$  و  $\frac{EA}{EC} = \frac{3}{5}$

مساحت مثلث  $ADE$  چند درصد مساحت مثلث  $ABC$  است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴

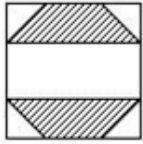
۴۳ در دوزنقه مفروض به قاعده‌های  $a$  و  $b$  خطی موازی یکی از ساق‌ها چنان رسم شده است که مساحت متوازی الاضلاع بدست آمده با مساحت دوزنقه باقیمانده برابر باشد. طول ضلع این متوازی الاضلاع چقدر است؟

- (۱)  $\frac{a+b}{3}$  (۲)  $\frac{a+b}{4}$  (۳)  $|a-b|$  (۴)  $\frac{|a-b|}{2}$





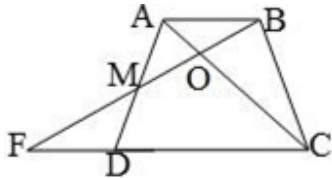
۴۴ در شکل مقابل یک هشت ضلعی منتظم در داخل یک مربع محاط شده است. اگر طول ضلع هشت ضلعی ۲ سانتی متر باشد، مساحت قسمت هاشور خورده کدام است؟



- (۱)  $4(\sqrt{2} + 1)$  (۲)  $4(\sqrt{2} - 1)$   
(۳)  $8(\sqrt{2} + 1)$  (۴)  $8(\sqrt{2} - 1)$

۴۵ در مثلث ABC وسط AB را M و وسط AC را N و وسط BC را E می نامیم. در این صورت مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت چهارضلعی AMEN است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴) ۳



۴۶ در دوزنقه‌ی ABCD از رأس B به وسط ضلع AD وصل کرده و امتداد می دهیم تا امتداد ضلع CD را در نقطه‌ی F قطع کند. اگر محل تلاقی قطر AC با BM باشد و  $OM = OB$ ، آنگاه نسبت  $\frac{FM}{OB}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۳

۴۷ بر رأس B از متوازی الاضلاع ABCD خطی دلخواه رسم می کنیم که از داخل آن بگذرد و رئوس A و D در یک طرف این خط باشند. اگر فاصله‌های رأس‌های A و C و D از این خط به ترتیب m و n و k باشند کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱)  $m + n = k$  (۲)  $n + k = m$  (۳)  $m - n = k$  (۴)  $2mn = k$

۴۸ داخل یک مربع به ضلع واحد مستطیلی محاط شده است. به طوری که هر رأس آن ضلع مربع را به نسبت ۳ و ۴ تقسیم کرده است. مساحت این مستطیل کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{25}{49}$  (۴)  $\frac{24}{49}$

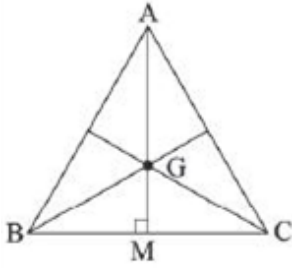
۴۹ از کنار هم قرار دادن هشت مثلث همنهشت با مثلث ABC دوزنقه‌ای حاصل شده است. اگر ارتفاع مثلث ABC برابر h باشد، ارتفاع دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۲h (۲)  $\frac{h\sqrt{3}}{2}$  (۳) ۳h (۴) ۴h

۵۰ ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی دو ضلع مقابل متوازی و متساوی باشند، چهارضلعی، متوازی الاضلاع است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱)



$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3} \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

مجموع فواصل هر نقطه دلخواه از سه ضلع مثلث متساوی الاضلاع می شود، طول ارتفاع:

$$\text{مجموع فواصل} = \text{طول ارتفاع} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}\sqrt{3}}{2} = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲)

فرض کنید  $S$  مساحت چندضلعی اولیه و  $S'$  مساحت چندضلعی جدید باشد، بنابر قضیه پیک می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{b}{2} + i - 1 \\ S' &= \frac{b+8}{2} + (i-1) - 1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{S'=3S} \frac{b+8}{2} + (i-1) - 1 = 3\left(\frac{b}{2} + i - 1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} + 4 + i - 2 = \frac{3b}{2} + 3i - 3 \Rightarrow b + 2i = 5 \quad (1)$$

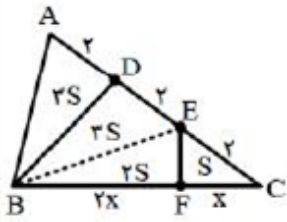
در جدول زیر با استفاده از تساوی (۱) حالت های متفاوت برای  $b$  نوشته شده است.

$i$	۰	۱	۲
$b$	۵	۳	۱

مسئله حالت  $b = 1$  و  $i = 2$  قابل قبول نیست زیرا باید  $b \geq 3$  باشد. در ضمن حالت  $i = 0$  و  $b = 5$  هم قابل قبول نیست زیرا در این صورت در چندضلعی جدید تعداد نقاط درونی  $-1$  می شود که ممکن نیست، پس فقط حالت  $i = 1$  و  $b = 3$  قابل قبول هستند.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مثلث‌های  $\triangle BEF$  و  $\triangle EFC$  در ارتفاع نظیر رأس E مشترک هستند، بنابراین:

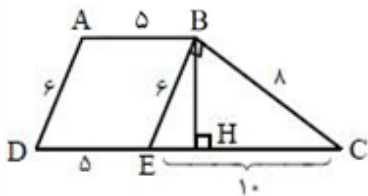


$$\frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle EFC}} = \frac{2x}{x} = 2 \Rightarrow S_{\triangle EFC} = S, S_{\triangle EFB} = 2S$$

در مثلث  $\triangle BDC$ ، BE میانه و در مثلث  $\triangle ABE$ ، BD میانه است، پس:

$$S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BEC} = 2S \Rightarrow \frac{S_{\triangle BDEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{5S}{9S} = \frac{5}{9}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر از رأس B موازی AD رسم کنیم تا قاعده دوزنقه را در E قطع کند، با توجه به اندازه اضلاع مثلث می‌توان دریافت مثلث  $\triangle BEC$  قائم‌الزاویه است پس:

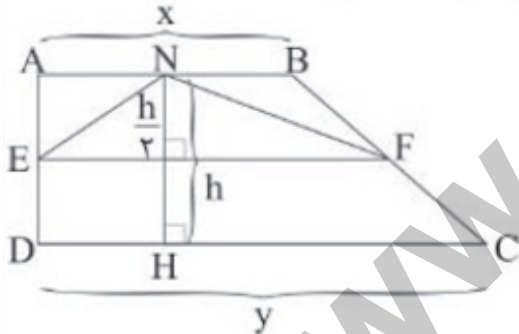


$$BH \times EC = BE \times BC \Rightarrow BH \times 10 = 6 \times 8 \Rightarrow BH = 4/8$$

$$BE^2 = EH \times EC \Rightarrow 36 = EH \times 10 \Rightarrow EH = 3/6$$

$$S_{\triangle ABHD} = \frac{1}{2} \times (5 + 8) \times 4/8 = 1/2 \times 13/6 \times 4/8 = 32/64$$

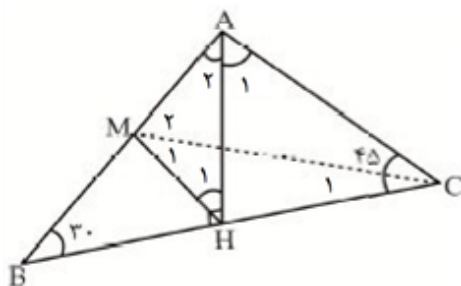
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اندازه‌ی پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند، برابر نصف مجموع اندازه‌های دو قاعده‌ی دوزنقه است. مطابق شکل داریم:



$$\frac{S_{\triangle NEF}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{h}{2} \times \left(\frac{x+y}{2}\right)}{\frac{1}{2} \times h \times (x+y)} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. در این صورت چون  $\hat{C} = 45^\circ$  پس  $\hat{A}_1 = 45^\circ$  در نتیجه  $AH = HC$ . از طرف دیگر  $\hat{BAC} = 105^\circ$  پس  $\hat{A}_2 = 60^\circ$ . در ضمن در مثلث قائم‌الزاویه ABH، پاره‌خط HM میانه‌ی وارد بر وتر است پس  $HM = \frac{AB}{2} = AM$ . بنابراین:

$\hat{H}_1 = \hat{A}_2 = 60^\circ$  پس مثلث AMH متساوی‌الساقین است پس  $HM = AH$  در نتیجه  $HM = HC$ . داریم:

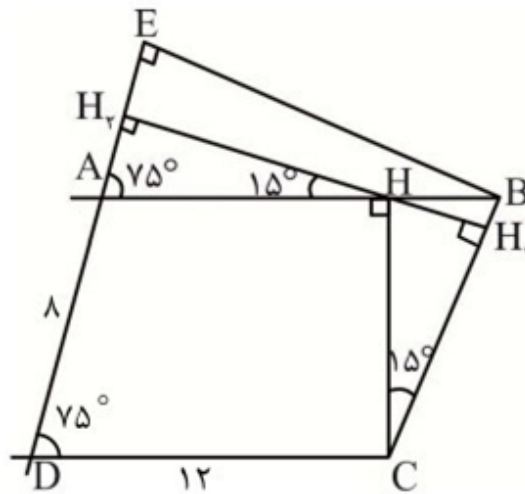


$$\hat{MHC} : \hat{C}_1 = \hat{M}_1 = \frac{180 - 150}{2} = 15^\circ$$

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 60^\circ \Rightarrow 15^\circ + \hat{M}_2 = 60^\circ \Rightarrow \hat{M}_2 = 45^\circ$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در متوازی‌الاضلاع ABCD ارتفاع CH وارد بر ضلع بزرگتر AB ارتفاع کوچکتر است. از نقطه‌ی H عمودهای  $HH_1$  و  $HH_2$  را بر اضلاع BC و AD وارد کرده‌ایم. از رأس B خطی موازی  $H_1H_2$  ترسیم می‌کنیم تا امتداد AD را در E قطع کند. داریم:



$BC \parallel DE, BE \parallel H_1H_2 \Rightarrow BH_1H_2E$  متوازی‌الاضلاع است

$$\Rightarrow BE = H_1H_2, \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow BE = AB \sin 75^\circ = 8 \left( \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \right)$$

$$HC = BC \sin 75^\circ = 12 \left( \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \right) \Rightarrow HH_1 + HH_2 + HC = BE + HC = 5(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

که تقریباً برابر ۱۹/۲۵ است.

www.akoedu.ir

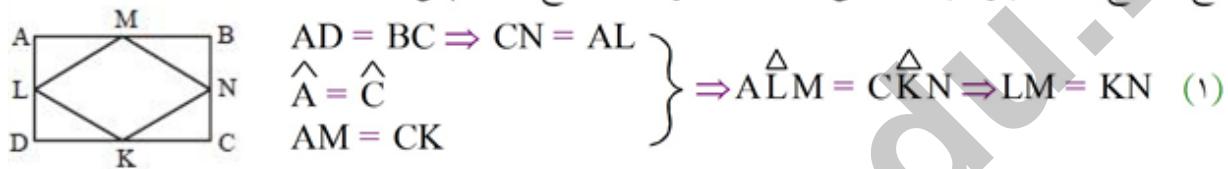




گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از آنجا که  $b \times i = 12$  و  $b \geq 3$  است، پس داریم:

b	i	$S = \frac{b}{2} + i - 1$
۳	۴	$\frac{3}{2} + 4 - 1 = 4/5$
۴	۳	$\frac{4}{2} + 3 - 1 = 4$
۶	۲	$\frac{6}{2} + 2 - 1 = 4$
۱۲	۱	بیشترین مساحت: $\frac{12}{2} + 1 - 1 = 6$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است، پس:



از طرفی:

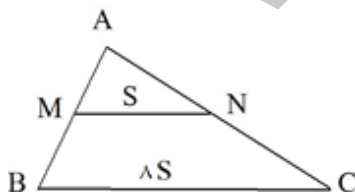
$$\left. \begin{array}{l} AB = CD \Rightarrow MB = KD \\ BN = DL \\ \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle DLK = \triangle MNB \Rightarrow MN = KL$$

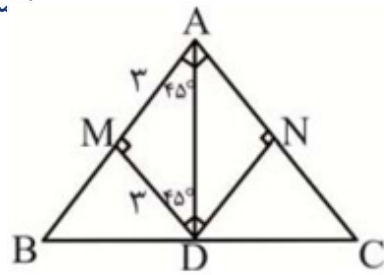
حال با توجه به این که هر چهارضلعی که دو ضلع روبه‌رو با هم برابر باشند، متوازی الاضلاع است، پس MNKL نیز متوازی الاضلاع است و می‌دانیم در هر متوازی الاضلاع قطرها هم‌دیگر را نصف می‌کنند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از آنجا که  $BC \parallel MN$ ، مثلث‌های AMN و ABC متشابه هستند و نسبت تشابه برابر است با:

$$k^2 = \frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = \frac{9S}{S} = 9 \Rightarrow k = 3$$

بنابراین نسبت میانه‌های نظیر رأس A در این دو مثلث برابر با ۳ می‌باشد.





گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱  
 با توجه به شکل محل برخورد عمود منصف‌ها در مثل قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین دقیقاً پای ارتفاع وارد بر قاعده و مثلث‌های AMD و AND قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین و در نتیجه AMDN مربع و مساحت آن برابر  $3^2 = 9$  است.

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ & \xrightarrow[\angle A = \angle C]{\angle D = \angle B} \angle C + \angle B + \angle C + \angle B = 360^\circ \\ \Rightarrow 2\angle C + 2\angle B = 360^\circ & \Rightarrow 2(\angle C + \angle B) = 360^\circ \Rightarrow \angle C + \angle B = 180^\circ \end{aligned}$$
۱۲

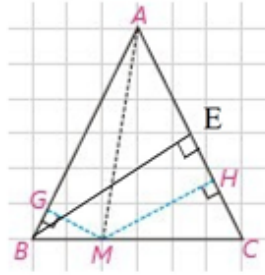
تعداد نقاط درونی i	۰	۱	۲	۳	۴	۵
$\frac{b}{2} - 1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
S	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{11}{2}$

۱۳

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i$$



الف) در مثلث متساوی الساقین  $ABC$  که  $AB = AC$  است، مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده  $BC$  از دو ساق  $AB$ ،  $AC$  برابر ارتفاع وارد بر ساق مثلث است. زیرا:

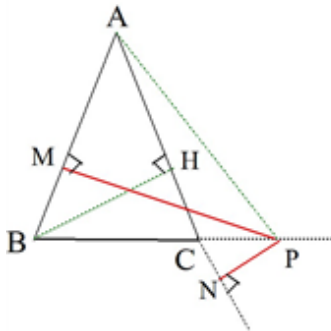


$$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \times MG, S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} AC \times MH, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times BE$$

$$S_{\triangle ABM} + S_{\triangle ACM} = S_{\triangle ABC} \xrightarrow{AB = AC} \frac{1}{2} AC \times MG + \frac{1}{2} AC \times MH = \frac{1}{2} AC \times BE$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} AC \times (MG + MH) = \frac{1}{2} AC \times BE \Rightarrow MG + MH = BE$$

ب) فرض کنیم  $P$  نقطه‌ای روی امتداد ضلع  $BC$  باشد. اگر  $PM$  و  $PN$  فاصله‌های نقطه  $P$  از دو ساق مثلث  $ABC$  ( $AB = AC = a$ ) باشند، پاره‌خط  $AP$  و ارتفاع  $BH$  از مثلث  $ABC$  را رسم می‌کنیم.



$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} AB \times PM, S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2} AC \times PN$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times BH$$

$$|S_{\triangle ABP} - S_{\triangle ACP}| = S_{\triangle ABC} \xrightarrow{AB = AC = a} \left| \frac{1}{2} a \times PM - \frac{1}{2} a \times PN \right| = \frac{1}{2} a \times BH$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} a \times |PM - PN| = \frac{1}{2} a \times BH \Rightarrow |PM - PN| = BH$$

۱۵) اگر در یک چهارضلعی دو ضلع موازی و مساوی باشند آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. در چهارضلعی BMDN داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \xrightarrow{\div 2} BN = MD \\ BN \parallel MD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{چهارضلعی BMDN متوازی الاضلاع است}} BM \parallel DN$$

$$\triangle ADQ; MP \parallel DQ \Rightarrow \frac{AP}{PQ} = \frac{AM}{MD} = 1 \Rightarrow AP = PQ \quad (1)$$

$$\triangle BCP; BP \parallel QN \Rightarrow \frac{CQ}{QP} = \frac{CN}{NB} = 1 \Rightarrow CQ = PQ \xrightarrow{\text{از (1)}} AP = PQ = QC$$



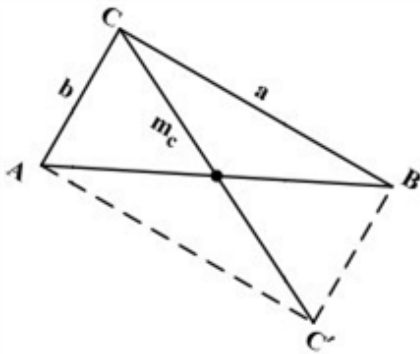
در متوازی الاضلاع ABCD داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \text{مورب } BD, AD \parallel BC \Rightarrow \angle B_2 = \angle D_2 \\ \text{مورب } BD, AB \parallel CD \Rightarrow \angle B_1 = \angle D_1 \\ BD = BD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \Delta ABD \cong \Delta CDB \Rightarrow \begin{cases} AD = BC \\ AB = CD \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$S_{ABDF} = 2S_{BFD} = 2 \times 2S_{BEF} = 4 \times 2S_{ECD} \Rightarrow \frac{S_{ECD}}{S_{ABDF}} = \frac{1}{12}$$

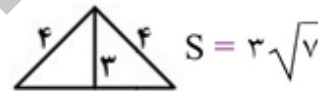


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۸

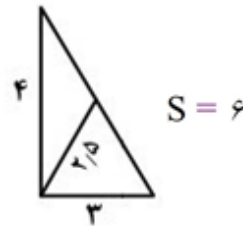
به طور کلی در مثلث دلخواه  $\triangle ABC$ ، اگر  $m_c$  را امتداد دهیم، نتیجه می شود:  $\triangle BCC' = \triangle ACC' = \triangle ABC$



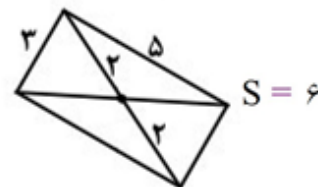
$$S = 2\sqrt{5}$$



$$S = 3\sqrt{7}$$



$$S = 6$$



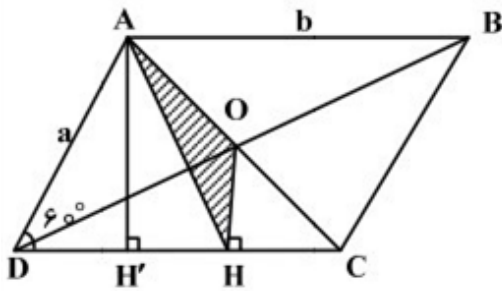
$$S = 6$$

بنابراین: (کمترین مساحت)





گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹



$$S_{\triangle AOH} = S_{\triangle AH'C} - S_{\triangle OHC} - S_{\triangle AH'H}$$

$$= \frac{AH' \times H'C}{2} - \frac{OH \times HC}{2} - \frac{AH' \times HH'}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AH' = a \sin 60^\circ \\ DH' = a \cos 60^\circ \\ H'C = b - a \cos 60^\circ \\ HC = \frac{b - a \cos 60^\circ}{2} \\ HH' = \frac{b - a \cos 60^\circ}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow a \sin 60^\circ (b - a \cos 60^\circ) - \frac{a \sin 60^\circ (b - a \cos 60^\circ)}{2} - \frac{a \sin 60^\circ \left( \frac{b - a \cos 60^\circ}{2} \right)}{2}$$

$$= \frac{a \sin 60^\circ (b - a \cos 60^\circ)}{2} - \frac{a \sin 60^\circ (b - a \cos 60^\circ)}{4} - \frac{a \sin 60^\circ (b - a \cos 60^\circ)}{4}$$

$$= \frac{a \sin 60^\circ (b - a \cos 60^\circ)}{4} = \frac{a \frac{\sqrt{3}}{2} (b - \frac{a}{2})}{4} = \frac{a \sqrt{3} (2b - a)}{32}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰

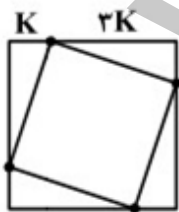
$$\frac{BH}{HC} = \frac{4}{9} \Rightarrow BH = 4x, HC = 9x \Rightarrow 9x + 4x = 13 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} BH = 4 \\ CH = 9 \end{cases}$$

$$\triangle ABC: AH^2 = BH \times CH = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

در مثلث قائم الزاویه ABC:  $AB = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$  و هم چنین:

$$BH^2 = BP \cdot AB \Rightarrow 16 = BP \cdot \sqrt{52} \Rightarrow BP = \frac{16}{\sqrt{52}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱



ضلع مربع بزرگتر  $4K$  و ضلع مربع کوچکتر  $\sqrt{9k^2 + k^2}$

$$\frac{10k^2}{16k^2} = \frac{5}{8}$$

پس نسبت مساحتها  $\frac{5}{8}$

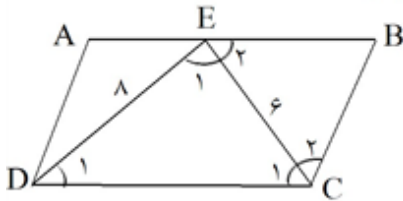


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۲

نکته: مساحت هر چهارضلعی که اندازه قطرهای آن  $d$  و  $d'$  و زاویه بین دو قطر  $\alpha$  باشد، برابر  $\frac{1}{2} \times d \times d' \sin \alpha$  می باشد.

$$\cos \alpha = \frac{12}{13} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 13 \times \frac{5}{13} = 15$$

 گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در متوازی الاضلاع دو زاویه مجاور  $C$  و  $D$  مکملند، پس ۲۳


$$\hat{C} + \hat{D} = 180^\circ \xrightarrow{\div 2} \hat{C}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = 90^\circ$$

بنابراین مثلث DEC قائم الزاویه است.

$$\triangle DEC: DC^2 = DE^2 + CE^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow DC = 10 = AB$$

اکنون از قضیه خطوط موازی و مورب نتیجه می گیریم  $\hat{E}_2 = \hat{C}_1$ . چون  $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$  پس  $\hat{E}_2 = \hat{C}_2$ . بنابراین  $BC = BE$ .

به همین ترتیب ثابت می شود  $AD = AE$ . بنابراین  $AB = AE + BE = 2BC$ . در نتیجه

$$\text{محیط متوازی الاضلاع} = 2(AB + BC) = 2\left(AB + \frac{AB}{2}\right) = 3AB = 3 \times 10 = 30$$

 گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع آن در سینوس ۲۴

زاویه بین آن دو ضلع، از طرفی با توجه به رابطه مساحت  $S = \frac{1}{2}ah_a$  می توان  $h_a = \frac{2s}{a}$  را نتیجه گرفت داریم:

$$h_a + h_b = \frac{1}{2}(a + b) \Rightarrow \frac{2s}{a} + \frac{2s}{b} = \frac{1}{2}(a + b) \Rightarrow 2s \left(\frac{a + b}{ab}\right) = \frac{1}{2}(a + b)$$

$$s = \frac{1}{4}ab \sin C$$

$$\Rightarrow 2s = \frac{1}{2}ab \xrightarrow{\text{substituting } s} 2\left(\frac{1}{4}ab \sin C\right) = \frac{1}{2}ab \Rightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ$$

 گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۵

$$4k + 5k + 7k + 8k = 360^\circ \Rightarrow 24k = 360^\circ \Rightarrow k = \frac{360^\circ}{24} = 15$$

بزرگترین زاویه خارجی، مکمل کوچکترین زاویه داخلی است.

$$4 \times 15 = 60^\circ \text{ کوچکترین زاویه داخلی}$$

$$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر طول و عرض مستطیل را به ترتیب  $a$  و  $b$  در نظر بگیریم، آن گاه ضلع مربع پدید آمده از برخورد نیمسازهای

داخلی این مستطیل برابر  $\frac{\sqrt{2}}{2}(a-b)$  و مساحت آن برابر  $\frac{1}{4}(a-b)^2$  خواهد بود.

$$\frac{1}{4}(a-b)^2 = 8 \Rightarrow (a-b)^2 = 16 \Rightarrow a-b = 4 \quad (1)$$

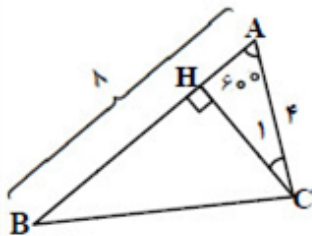
$$2(a+b) = 16 \Rightarrow a+b = 8 \quad (2)$$

معادلات ۱ و ۲ را در یک دستگاه حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} a+b=8 \\ a-b=4 \end{cases} \xrightarrow{+} 2a=12 \Rightarrow a=6, b=2$$

$$S_{\text{مستطیل}} = a \times b = 6 \times 2 = 12$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

$$\hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 30^\circ \Rightarrow AH = 2 \Rightarrow BH = 6$$

با رسم ارتفاع CH، در مثلث  $\hat{AHC}$ :

$$CH^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \Rightarrow CH = 2\sqrt{3}$$

در نتیجه:

$$BC^2 = 6^2 + (2\sqrt{3})^2 = 36 + 12 = 48 \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$S_{\Delta ABC} \text{ محیط مثلث} = 4 + 8 + 4\sqrt{3} = 12 + 4\sqrt{3} = 4(3 + \sqrt{3})$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۲۸**

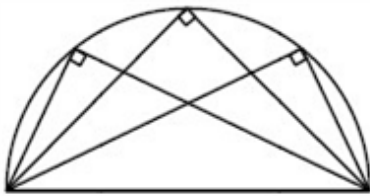
$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ a^2 = \frac{5}{2}bc \end{cases} \Rightarrow b^2 + c^2 = \frac{5}{2}bc \Rightarrow b^2 - \frac{5}{2}bc + c^2 = 0$$

$$b = \frac{\frac{5}{2}c \pm \sqrt{\frac{25}{4}c^2 - 4c^2}}{2} = \frac{\frac{5}{2}c \pm \frac{3}{2}c}{2} = \begin{cases} \frac{1}{2}c \\ 2c \end{cases}$$

بنابراین:

$c < b \Rightarrow b = 2c$  قابل قبول

$$\operatorname{tg} \hat{C} = \frac{c}{b} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. رأس قائمه همه مثلث‌ها با وتر ۱۵ روی نیم‌دایره‌ای به شعاع  $\frac{15}{2}$  قرار دارد.

بنابراین ماکزیمم ارتفاع برابر  $\frac{15}{2} = 7.5$  است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر D نقطه‌ای داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC باشد، آن‌گاه:

$$DM + DN + DH = AH$$

$$DM + DN = AH - DH = \frac{1}{5}AH = AD$$

بنابراین:

$$\frac{AD + DM + DN}{DH} = \frac{2\left(\frac{1}{5}AH\right)}{\frac{1}{5}AH} = \frac{2}{1}$$

در نتیجه:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۳۱**

$$\frac{n(n-3)}{2} + n = 136 \Rightarrow \frac{n^2 - 3n + 2n}{2} = 136 \Rightarrow n^2 - n - 272 = 0$$

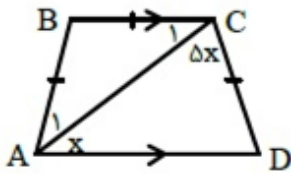
$$(n-17)(n+16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -16 & \text{غیر قابل قبول} \\ n = 17 & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

$$(2n-4) \times 90^\circ = (2 \times 17 - 4) \times 90^\circ = 30 \times 90^\circ = 2700^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۳۲**







گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم  $\widehat{CAD} = x$ . در نتیجه داریم:  $\widehat{ACD} = 5x$

$$BC \parallel AD \Rightarrow \widehat{C}_1 \Rightarrow \widehat{C} = 6x = x$$

$$BC = BA \Rightarrow \widehat{A}_1 = x \Rightarrow \widehat{A} = 2x$$

در دوزنقه متساوی الساقین زوایای روبه‌رو مکمل هستند:

$$\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow 2x + 6x = 180^\circ \Rightarrow 8x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180}{8} = 45$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i \quad \left. \begin{array}{l} b : \text{تعداد نقاط مرزی} \\ i : \text{تعداد نقاط داخلی} \end{array} \right\}$$

$$\text{مساحت تمام ناحیه} = \frac{16}{2} - 1 + 18 = 25$$

$$\text{مساحت ناحیه سایه نخورده} = \frac{8}{2} - 1 + 2 = 5$$

$$\text{مساحت ناحیه سایه خورده} = \text{مساحت تمام ناحیه} - \text{مساحت ناحیه سایه نخورده} = 25 - 5 = 20$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در یک شش ضلعی منتظم به ضلع  $a$ ، طول قطر کوچک برابر  $\sqrt{3}a$ ، طول قطر بزرگ برابر  $2a$  و مساحت برابر

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ است.}$$

فرض کنیم طول ضلع این شش ضلعی منتظم برابر  $a$  باشد، در این صورت داریم:

$$\sqrt{3}a = 2\sqrt{3} \Rightarrow a = 2$$

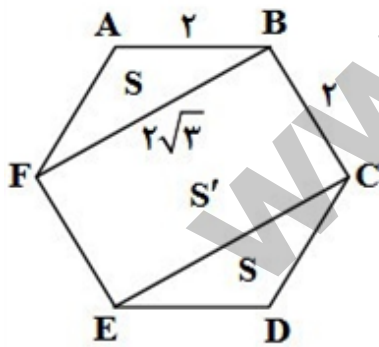
حال طبق شکل مقابل داریم:

$$\text{مساحت شش ضلعی منتظم} = 2S + S'$$

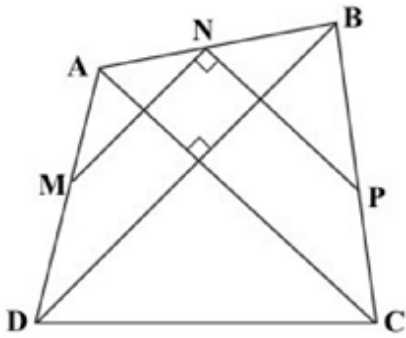
$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2S + 4\sqrt{3} \Rightarrow S = \sqrt{3}$$

پس مساحت پنج ضلعی مورد نظر برابر است با:

$$S + S' = \sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: مساحت هر چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمود است، برابر نصف حاصل ضرب دو قطر است. قطرهای AC و BD را رسم می‌کنیم.



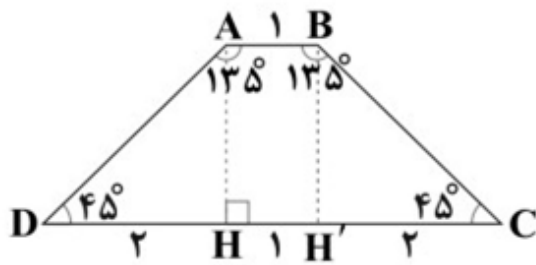
$$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel BD \\ MN = \frac{1}{2}BD = 2 \Rightarrow BD = 4 \end{cases}$$

$$MN \perp NP \Rightarrow AC \perp BD$$

مساحت هر چهارضلعی برابر نصف حاصل ضرب دو قطر در سینوس زاویه

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{2}(6)(4)(1) = 12 \text{ بین آنها است.}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



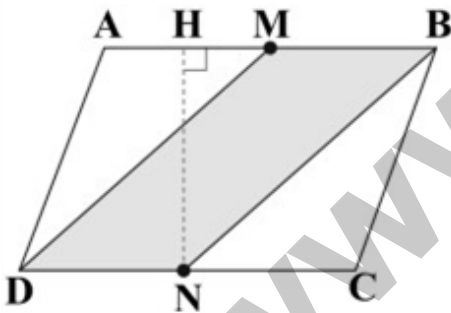
$$\hat{B} = \hat{A} = 135^\circ \Rightarrow \hat{C} = \hat{D} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\Delta AHD: \begin{cases} \hat{D} = 45^\circ \\ \hat{H} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{DAH} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AH = DH = 2$$

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{AH(AB + CD)}{2} = \frac{2(1 + 5)}{2} = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} MB = ND = \frac{1}{2}AB \\ MB \parallel ND \end{cases} \Rightarrow \text{BMDN متوازی الاضلاع}$$

و بنابراین داریم:

$$\frac{S_{MBND}}{S_{ABCD}} = \frac{NH \times MB}{NH \times AB} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\text{تعداد قطرهای} = \frac{n(n-3)}{2} = 2n \Rightarrow n(n-3) = 4n$$

$$\Rightarrow n^2 - 3n - 4n = 0 \Rightarrow n^2 - 7n = 0 \xrightarrow{n \geq 3} n = 7$$

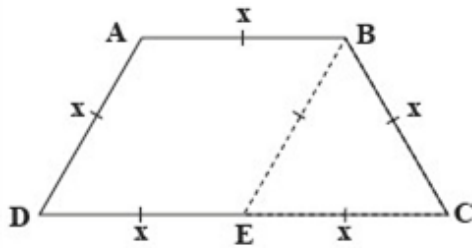
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$AD = AB = BC = x$$

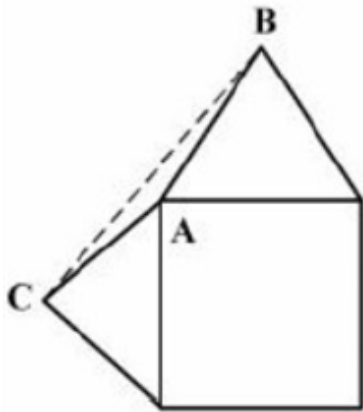
$$\text{محیط ذوزنقه} = 5x \Rightarrow AB + BC + DC + AD = 5x \Rightarrow DC = 2x$$

از نقطه‌ی B موازی AD رسم می‌کنیم، در متوازی‌الاضلاع ABED داریم:



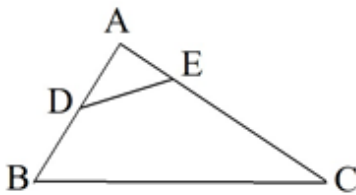
$$DE = AB = x, AD = BE = x \Rightarrow EC = BE = BC = x$$

پس مثلث BEC متساوی‌الاضلاع است و  $\hat{C} = 60^\circ$ ؛ در نتیجه زوایای A و B در این ذوزنقه  $120^\circ$  هستند.



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 150^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 1$$



$$\frac{DA}{DB} = \frac{2}{3} \Rightarrow AD = \frac{2}{5} AB$$

$$\frac{EA}{EC} = \frac{3}{5} \Rightarrow AE = \frac{3}{8} AC$$

بنابه فرض داریم:

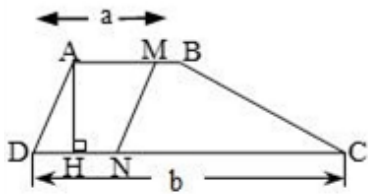
دو مثلث ADE و ABC در زاویه A مشترک هستند، پس نسبت مساحت‌ها برابر نسبت حاصل ضرب دو ضلع آن در سینوس زاویه بین آن دو ضلع است.

$$\frac{S'}{S} = \frac{AD \times AE \times \sin A}{AB \times AC \times \sin A} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{20} = 0.15$$

که به صورت درصد ۱۵ می‌باشد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم MN موازی با AD باشد طوریکه  $S_{AMND} = S_{BMNC}$ . داریم:

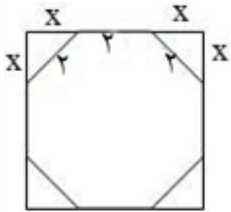


$$S_{AMND} = S_{BMNC} \Rightarrow AH \cdot DN = \frac{1}{2} AH (BM + NC)$$

$$\Rightarrow DN = \frac{1}{2} (BM + NC) \Rightarrow DN = \frac{1}{2} (a - AM + b - DN)$$

$$\xrightarrow{AM = DN} 2DN = a + b - 2DN \Rightarrow DN = \frac{a + b}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قسمت‌های هاشورخورده دو دوزنقه مساوی هستند.



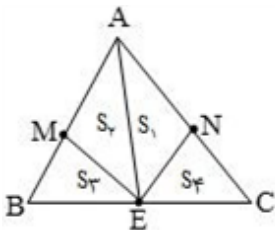
$$x^2 + x^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\text{ضلع مربع} = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$S \text{ دوزنقه} = \frac{1}{2} (\sqrt{2}) (2 + 2 + 2\sqrt{2}) = \sqrt{2} (2 + \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + 2$$

$$S \text{ قسمت هاشورخورده} = 2 (2\sqrt{2} + 2) = 4\sqrt{2} + 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

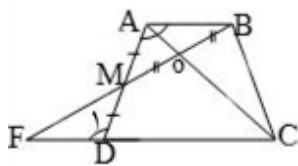


می‌دانیم با رسم میانه در هر مثلث، آن مثلث به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌شود.

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4$$

بنابراین مساحت مثلث ABC دو برابر مساحت مثلث چهارضلعی AMEN است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

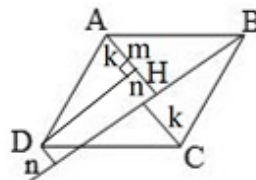


$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ AD \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ AM = MD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \triangle ABM = \triangle FDM \Rightarrow FM = BM$$

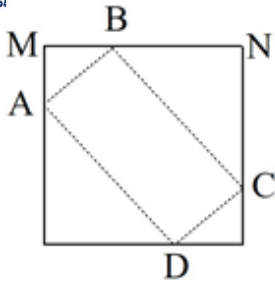
$$\text{از طرفی } \frac{FM}{OB} = 2 \text{ بنابراین } OB = \frac{1}{2} BM$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر از D خطی عمود بر AH وارد کنیم آنگاه پاره خط AH را به دو قسمت n و k

تقسیم می‌کند پس:  $m = n + k$





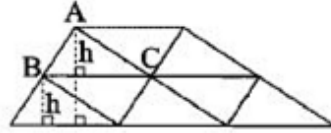


گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل ۴۸

$$MA = MB = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow AB = \frac{3}{\sqrt{2}}\sqrt{2}$$

$$NC = NB = \frac{4}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC = \frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{2}$$

در نتیجه مساحت مستطیل  $\frac{3}{\sqrt{2}}\sqrt{2} \times \frac{4}{\sqrt{2}}\sqrt{2} = \frac{24}{49}$

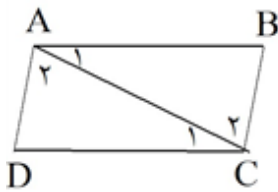


گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. ۴۹

مطابق شکل، از کنار هم قرار دادن هشت مثلث همبند با ABC با ارتفاع h، دوزنقه ای تشکیل می شود که ارتفاع دوزنقه برابر 2h است.

فرض کنید در چهارضلعی ABCD دو ضلع AB و CD موازی و مساوی باشند. قطر AC را رسم می کنیم. ۵۰

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \\ AC \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AC = AC \\ AB = DC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DCB \rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_2 \xrightarrow[\text{موازی و مورب}]{\text{عکس قضیه ی خطوط}} AD \parallel BC$$



پس چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴

۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴

