

**WWW.AKOEDU.IR**

# اولین و باکیفیت ترین

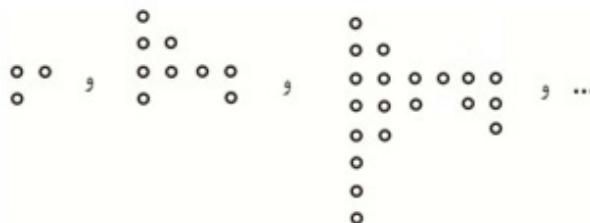
درا<sup>ایران</sup> آکادمی کنکور



جهت دریافت برنامه‌ی شخصی سازی شده یک هفته ای  
را<sup>ایگان</sup> کلیک کنید و یا به شماره‌ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴۶ عدد ۱  
را ارسال کنید.

## ۵. تست ریاضی دهم فصل ۱ - دنباله

۱) الگوی زیر مربوط به دنباله‌ی  $a_n$  تعداد دایره‌ها در شکل  $n$ ام می‌باشد.  $a_1 = 1$  کدام است؟



(۱) ۱۰۷۷

(۲) ۱۵۸۷

(۳) ۱۸۲۱

(۴) ۲۱۰۱

۲) جمله‌ی پنجم یک دنباله‌ی حسابی با اختلاف مشترک ناصف، واسطه‌ی هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است.

اگر جمله‌ی پنجم دنباله ۷ باشد، جمله‌ی صد و یکم دنباله، کدام است؟

(۱) ۱۲۵

(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۷۵

(۴) ۲۰۰

۳) اگر دنباله‌ی  $\dots, a, b, 27, \dots$  هندسی و دنباله‌ی  $\dots, x, y, 27, \dots$  حسابی باشد، مقدار  $3x + b$  کدام است؟

(۱) ۶۱

(۲) ۵۹

(۳) ۵۷

(۴) ۵۵

۴) در یک دنباله اکیداً صعودی،  $a_n < a_{n+1} - a_{n-1}$  برقرار است. جمله

چندم این دنباله برابر ۵۵ است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۲۶

(۳) ۲۷

(۴) ۲۸

۵) بین دو عدد ۲۳ و ۱۰۰،  $n$  واسطه حسابی درج می‌کنیم. اگر اختلاف بزرگ‌ترین و گوچک‌ترین واسطه درج شده برابر

۶۳ باشد، سومین واسطه درج شده کدام است؟

(۱) ۴۴

(۲) ۴۷

(۳) ۴۳

(۴) ۴۶

۶) اگر  $3^x$  و  $3\sqrt{3}^x$  و  $\frac{3^x}{3}$ ، جملات اول، دوم و سوم دنباله هندسی باشد، جمله‌ی پنجم دنباله کدام است؟

(۱) ۲۴۳

(۲) ۸۱

(۳)  $27\sqrt{3}$

(۴) ۲۷

۷) جدول زیر را کامل کنید. (جدول زیر یک دنباله خطی را مشخص می‌کند.)

$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_n$
-۲	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$			



قدر نسبت دنباله حسابی  $a_n = 7 - 3n$  برابر ..... است.

در دنباله هندسی  $a_n = 5(2)^{n+1}$  جمله اول کدام است؟

۱۰۰ (۴)

۴۰ (۳)

۱۰ (۲)

۲۰ (۱)

در یک دنباله حسابی افزایشی، حاصل ضرب جمله اول و چهارم برابر ۵۵ و ضرب جملات دوم و سوم برابر ۶۳ است. قدر نسبت این دنباله را حساب کنید.

در یک دنباله حسابی افزایشی مجموع سه جمله اول برابر ۲۱ و حاصل ضرب آنها برابر ۹۱ است. این دنباله چند جمله سه رقمی دارد؟

در دو دنباله هندسی، جمله دوم از جمله اول ۲ واحد کمتر و جمله سوم از ۵ برابر جمله اول ۱۲ واحد کمتر می‌باشد. مجموع قدر نسبت این دو دنباله کدام است؟

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

جملات دوم،  $k$  آم و  $7^k$  آم  $(k > 2)$  از یک دنباله حسابی، جملات متولی یک دنباله هندسی با قدر نسبت  $\frac{7}{3}$  می‌باشند.  $k$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

اگر  $a_n = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$  باشد، حاصل  $a_{10}$  کدام است؟

۱۹ (۴)

۲۱ (۳)

۵ (۲)

۱۶ (۱)

اگر در یک دنباله حسابی  $a_6 = a_4 + a_5 + a_8$  باشد، حاصل  $a_4 + a_5 + a_8$  کدام است؟

۲۹ (۴)

۳۱ (۳)

۳۳ (۲)

۴۴ (۱)

در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۳ و مجموع سه جمله ای بعدی آن ۳۹ است. دنباله را مشخص کنید.

بین دو عدد  $a$  و  $b$ ، ۱۹ واسطه حسابی درج می‌کنیم. اگر  $a - b = 4$  باشد، قدر نسبت، کدام است؟

۰/۸ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۲ (۲)

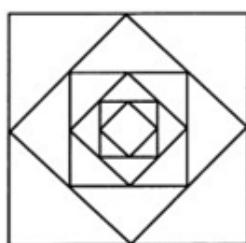
۰/۱ (۱)

در شکل زیر، از وصل کردن نقاط وسط اضلاع هر مربع، مربع جدیدی حاصل می‌شود. نسبت مساحت بزرگترین مربع به مساحت کوچکترین مربع، کدام است؟

۱۶ (۱)

۳۲ (۲)

 $16\sqrt{2}$  (۳)

 $32\sqrt{2}$  (۴)


۱۹

$\frac{1}{b-c}$ ,  $\frac{1}{2b}$ ,  $\frac{1}{b-a}$  به چه شرطی جملات متواالی یک دنباله حسابی می‌باشند؟

(۱)  $b$  واسطه هندسی بین  $a$  و  $c$  باشد.

(۲)  $b$  واسطه حسابی بین  $a$  و  $c$  باشد.

(۳)  $b$  واسطه هندسی بین  $a$  و  $c$  باشد.

اگر  $t_n$  یک دنباله حسابی و  $b_n$  یک دنباله هندسی با جمله اول برابر باشند و بدانیم دنباله

$t_1, t_2, t_3, b_1, b_2, b_3, \dots$  یک دنباله حسابی است، قدرنسبت دنباله هندسی  $r$  کدام است؟ ( $r \neq 1$ )

(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴)  $\frac{1}{2}$

برای محافظت از تابش مضر مواد رادیواکتیویته، لایه‌های محافظتی ساخته شده است که شدت تابش پس از عبور از

آنها نصف می‌شود. حداقل از چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش مواد مضر پیش از ۹۹ درصد کاهش یابد؟

(۱) ۵

(۲) ۷

(۳) ۶

(۴) ۸

در یک دنباله حسابی جملات ششم و نهم به ترتیب ۱۸ و ۱۲ هستند. جمله دوم این دنباله کدام است؟

(۱) ۶۸

(۲) ۵۸

(۳) ۳۸

(۴) ۴۸

در یک الگوی خطی، جملات اول، سوم و سیزدهم، تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. اگر جمله دهم دنباله

خطی برابر -۳۸ باشد، جمله هفتم دنباله هندسی، کدام است؟

(۱) -۱۲۵۰۰

(۲) -۶۲۵۰۰

(۳) -۳۱۲۵۰

(۴) -۱۵۶۲۵

اعداد  $3^a$ ,  $9\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[3]{3^a}$  جملات متواالی یک دنباله هندسی هستند. واسطه حسابی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳)  $\frac{14}{3}$

(۴)  $\frac{7}{3}$

اگر بین دو عدد  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{8}$  سه عدد مثبت دیگر قرار دهیم، به طوری که ۵ عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند،

جمله وسطی دنباله کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) ۲

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

در محیط یک آزمایشگاه، ۱۰ باکتری موجود است. اگر پس از گذشت یک ساعت، هر باکتری به دو باکتری تقسیم

شود، پس از یک شبانه‌روز تعداد باکتری‌ها چند تا است؟

(۱)  $5 \times 10^{25}$

(۲)  $5 \times 2^{23}$

(۳)  $5 \times 2^{22}$

(۴)  $5 \times 2^{25}$

مجموع دو عدد  $m$  و  $n$ , ۴۶ است. اگر بین آن دو عدد،  $(n+1)$  واسطه حسابی درج کنیم، قدرنسبت  $d$  و اگر یک

واسطه حسابی درج کنیم، قدرنسبت برابر  $5d$  است. حاصل  $mn$  کدام است؟ ( $m > n$ )

(۱) ۳۰۴

(۲) ۴۰۰

(۳) ۳۲۴

(۴) ۴۲۰

۲۶

۲۷



اگر  $\{a_n\}$  دنباله‌ای حسابی باشد، آن‌گاه حاصل کدام است؟

- $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{19} a_{20}}$  (۴)       $\frac{38}{a_1 a_{20}}$  (۳)       $\frac{20}{a_1 a_{20}}$  (۲)       $\frac{19}{a_1 a_{20}}$  (۱)

اگر  $a, b, c, d$  جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، حاصل کدام است؟

- (۴) صفر      (۳)      (۲) (۲)      (۱) (۱)

جملات اول، سوم و یازدهم یک دنباله‌ی حسابی به عنوان سه جمله متوالی یک دنباله‌ی هندسی درنظر گرفته شده‌اند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- $\frac{8}{3}$  (۴)       $\frac{2}{3}$  (۳)      (۲) (۲)      (۱) (۱)

اگر  $y, x+4, x-4$  و  $(x-4)^2$  جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار  $y$  کدام است؟

- ۲۷ (۴)      ۱۸ (۳)      ۳۲ (۲)      ۳۹ (۱)

قدرنسبت یک دنباله حسابی با جملات مثبت، ۴ برابر قدرنسبت دنباله حسابی دیگر است. اگر جملات اول دو دنباله با هم برابر و نسبت جمله ششم دنباله با جملات بزرگ‌تر به جمله چهل و دوم دنباله با جملات کوچک‌تر برابر  $\frac{1}{4}$  باشد. قدرنسبت دنباله با جملات کوچک‌تر، با کدام جمله از آن دنباله برابر است؟

- $a_4$  (۴)       $a_3$  (۳)       $a_2$  (۲)       $a_1$  (۱)

در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب دو جمله سوم و هفتم، برابر  $\frac{225}{16}$  است. اگر  $a_7 = \frac{9375}{64}$  باشد، جمله هشتم دنباله کدام است؟

- $\frac{9375}{64}$  (۴)       $\frac{9375}{32}$  (۳)       $\frac{1875}{32}$  (۲)       $\frac{1875}{64}$  (۱)

در دنباله  $1, 3, 5, 6, 9, 12, 13, 24, 17, 48, \dots$  کدام است؟

- ۱۲۰ (۴)      ۱۱۹ (۳)      ۱۱۸ (۲)      ۱۱۷ (۱)

در یک دنباله حسابی،  $a_{18} = 21$  است. اختلاف میان مجموع ۲۰ جمله اول با مجموع ۱۵ جمله اول، کدام مقدار است؟

- ۱۲۶ (۴)      ۱۰۵ (۳)      ۹۳ (۲)      ۸۴ (۱)



اگر اعداد  $a + b + c$  هم سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی حسابی و هم سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی هندسی باشند، حاصل کدام است؟

$$\frac{b - c + 1}{a + b - 2ab}$$

$\frac{3}{4}(4)$

$\frac{1}{4}(3)$

$1(2)$

$\frac{1}{2}(1)$

اگر در یک دنباله حسابی داشته باشیم  $a_{12} - a_2 + a_9 = 10$  و  $a_1 + a_3 + a_5 = 13$  حاصل  $3a_1 - a_7 + a_9 = ?$  کدام است؟

$2(4)$

$4(3)$

$6(2)$

$3(1)$

جملات دوم، چهارم و هشتم یک دنباله حسابی، تشکیل دنباله هندسی می‌دهند. نسبت جمله پنجم به جمله دوم در دنباله حسابی کدام است؟

$\frac{5}{4}(4)$

$\frac{2}{5}(3)$

$4(2)$

$\frac{1}{4}(1)$

اعداد  $b$ ،  $a$  و  $b$ ، سه جمله‌ی متولی از دنباله هندسی‌اند، اگر  $8$  واحد به عدد وسطی اضافه شود دنباله حسابی می‌شوند، عدد بزرگ‌تر کدام است؟

$48(4)$

$36(3)$

$32(2)$

$24(1)$

در یک دنباله‌ی هندسی که  $a_2 a_8 = \frac{7}{2}$  و  $a_2 a_5 = \frac{3}{5}$ ، جمله‌ی یازدهم چند برابر جمله‌ی اول است؟

$\frac{14}{15}(4)$

$\frac{35}{3}(3)$

$\frac{35}{12}(2)$

$\frac{35}{6}(1)$

اعداد زوج را به صورت  $\{2\}, \{4, 6\}, \{8, 10, 12\}$  و ... دسته‌بندی کرده‌ایم. جمع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد در دسته‌ی بیستم کدام است؟

$822(4)$

$804(3)$

$824(2)$

$802(1)$

جملات اول، دوم و ششم از یک دنباله حسابی، جملات متولی یک دنباله‌ی هندسی هستند. مجموع  $10$  جمله اول این دنباله‌ی حسابی چند برابر جمله اول است؟

$145(4)$

$105(3)$

$125(2)$

$120(1)$

کدام نادرست است؟

- (۱) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت را با عددی جمع کنیم، دنباله‌ی جدید نیز دنباله‌ی حسابی است.
- (۲) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت را در عددی مخالف صفر ضرب کنیم، دنباله‌ی جدید نیز دنباله‌ی حسابی است.

- (۳) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت را به توان دو برسانیم، دنباله‌ی جدید نیز دنباله‌ی حسابی است.
- (۴) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت را از عددی کم کنیم، دنباله‌ی جدید نیز دنباله‌ی حسابی است.

چه عددی را به اعداد  $2, 6, 14$  اضافه کنیم تا سه عدد حاصل تشکیل دنباله‌ی هندسی دهند؟

$-4(4)$

$4(3)$

$-2(2)$

$2(1)$

در دنباله  $\dots, \frac{1}{72}, \frac{1}{36}, \frac{1}{24}, \frac{1}{12}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ ، مجموع جملات سیزدهم و چهاردهم، کدام است؟

$$\frac{1}{11664} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8748} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2916} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5832} \quad (1)$$

در یک دنباله‌ی اعداد  $a_1 = 2a_{n-1} - 2$  داریم:  $a_n = 2a_{n-1} - 2$  برای هر  $n \geq 2$  داشت. حاصل  $a_7 = a_1 - 2 + 2a_1 - 2 + \dots + 2a_6 - 2$  کدام است؟

$$64 \quad (4)$$

$$56 \quad (3)$$

$$48 \quad (2)$$

$$32 \quad (1)$$

جملات دوم و پنجم و دوازدهم از یک دنباله‌ی حسابی، می‌توانند سه جمله‌ی متولی از دنباله‌ی هندسی باشند، قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

$$\frac{7}{3} \quad (4)$$

$$\frac{9}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

اگر واسطه‌ی عددی  $a$  و  $b$  دو برابر واسطه‌ی هندسی آن دو باشد، نسبت دو عدد کدام می‌تواند باشد؟

$$(3 + \sqrt{2})^2 \quad (4)$$

$$(3 - \sqrt{3})^2 \quad (3)$$

$$(3 - \sqrt{2})^2 \quad (2)$$

$$(2 + \sqrt{3})^2 \quad (1)$$

در دنباله  $\dots, 2, 5, 10, 17, \dots$  مجموع جملات هفتم و هشتم کدام می‌تواند باشد؟

$$121 \quad (4)$$

$$117 \quad (3)$$

$$115 \quad (2)$$

$$109 \quad (1)$$

اگر  $a, b, c$  و  $d$  جمله‌های متولی یک دنباله هندسی باشند، درستی رابطه‌ی زیر را ثابت کنید.

$$(b - c)^2 = ac + bd - 2ad$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱

از یک سمت  $1 + 2 + \dots + 10$  تشکیل دنباله حسابی و از سمت دیگر  $2^1 + 2^2 + \dots + 2^{10}$  تشکیل دنباله هندسی می‌دهند، پس داریم:

$$\frac{10 \times 11}{2} + 2 \times \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 55 + 2046 = 2101$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: ۲

$$a + 2d, a + 4d, a + 8d \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + 2d)(a + 8d) \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2 = a^2 + 10ad + 16d^2 \Rightarrow 2ad = 0 \rightarrow a_1 = 0, a_5 = v$$

$$d = \frac{v - 0}{5 - 1} = \frac{v}{4} \Rightarrow a_{1,1} = a_1 + 10d = v \times 25 = 175$$

$$r = \frac{9 - 5}{5 - 3} = 2, a_3, a_5, a_9 \Rightarrow a_9 = ra_5 = 14$$

$$\Rightarrow d = \frac{14 - v}{9 - 5} = \frac{v}{4} \Rightarrow \dots$$

روش دوم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول  $a_1$  و قدرنسبت  $q$  به صورت ۳

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$a_4 = a_1 q^3 \Rightarrow 27 = 8q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{27}{8} \Rightarrow q = \frac{3}{2}$$

در این صورت جملات دنباله‌ی هندسی چنین است:

$$8, 12, 18, 27, \dots \Rightarrow b = 18$$

جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول  $a_1$  و قدرنسبت  $d$  به صورت  $a_n = a_1 + (n-1)d$  است، پس:

$$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 27 = 8 + 3d \Rightarrow d = \frac{19}{3}$$

در این صورت جملات دنباله‌ی حسابی چنین است:

$$8, \frac{43}{3}, \frac{62}{3}, 27, \dots \Rightarrow 3x = \frac{43}{3} \times 3 = 43$$

$$b + 3x = 61$$

پس:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. جملات ردیف زوج  $a_n$ ، یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ است.

$$a_1, 3, a_3, 7, a_5, 11, a_7, \dots$$

$$a_{2n} = 3 + (n - 1) \times 4 = 55 \Rightarrow n = 14$$

پس جمله ۲۸ ام برابر ۵۵ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر قدرنسبت دنباله حسابی را برابر  $d$  فرض کنیم، در این صورت کوچکترین واسطه

درج شده برابر  $(d + 23)$  و بزرگترین واسطه درج شده برابر  $(100 - d)$  خواهد بود، بنابراین داریم:

$$(100 - d) - (23 + d) = 63 \Rightarrow 77 - 2d = 63 \Rightarrow 2d = 14 \Rightarrow d = 7$$

بنابراین دنباله  $23, 30, 37, 44, \dots, 100$

بنابراین سومین واسطه درج شده برابر ۴۴ خواهد بود.

گزینه ۶ پاسخ صحیح است.

$$3^{2x-1}, 3^{\frac{3}{2}}, 3^{x+1} \Rightarrow \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3^{2x-1+x+1} \Rightarrow 3 = 3x \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 3, 3\sqrt{3}, 9, 9\sqrt{3}, 27$$

در این دنباله هر جمله دنباله در  $\frac{1}{2}$ - ضرب می شود. بنابراین:

$$t_n = 4 \left(-\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \begin{cases} t_5 = 4 \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{8} \\ t_6 = 4 \left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{16} \end{cases}$$

$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_n$
-2	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$4 \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

باید جمله اول و دوم را حساب کنیم و جمله دوم را منهاج جمله اول کنیم.

$$a_2 = 7 - 3(2) = 7 - 6 = 1$$

$$a_1 = 7 - 3(1) = 7 - 3 = 4 \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 1 - 4 = -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید به جای  $n$  عدد یک قرار دهیم.

$$\xrightarrow{n=1} a_1 = 5(2)^1 = 5 \times 4 = 20$$



قدر نسبت این دنباله را برابر  $2t$  درنظر می‌گیریم. بنابراین داریم:

$$\frac{b - 3t}{a_1}, \frac{b - t}{a_2}, \frac{b + t}{a_3}, \frac{b + 3t}{a_4}$$

$$a_1 \times a_4 = 55 \Rightarrow (b - 3t)(b + 3t) = 55 \Rightarrow b^2 - 9t^2 = 55$$

$$a_2 \times a_3 = 63 \Rightarrow (b - t)(b + t) = 63 \Rightarrow b^2 - t^2 = 63$$

$$\begin{cases} b^2 - 9t^2 = 55 \\ b^2 - t^2 = 63 \end{cases} \Rightarrow -8t^2 = -8 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = \pm 1$$

چون دنباله افزایشی است بنابراین  $t$  را مثبت می‌گیریم.  
 $t = 1 \Rightarrow d = 2t \Rightarrow d = 2 \times 1 = 2$

$$b - d, b, b + d$$

$$b - d + b + b + d = 21 \Rightarrow 3b = 21 \Rightarrow b = 7$$

برای حل این سؤال جمله وسطرا  $b$  درنظر می‌گیریم.

مجموع این سه جمله:

ضرب این سه جمله:

$$(b - d)b(b + d) = 91 \xrightarrow{b = 7} (7 - d)7(7 + d) = 91 \xrightarrow{\div 7} 49 - d^2 = 13$$

$$\Rightarrow d^2 = 36 \Rightarrow d = \pm 6$$

چون دنباله افزایشی است  $d = 6$  درنظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} b &= 7 \\ d &= 6 \\ \Rightarrow a_n &= 7n - 5 \end{aligned}$$

برای یافتن جملات سه رقمی، جمله عمومی این دنباله را بین ۹۹ و ۱۰۰۰ قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} 99 < 7n - 5 < 1000 &\xrightarrow{+5} 104 < 7n < 1005 \xrightarrow{\div 7} 147 < n < 143 \\ \Rightarrow 21 \leq n \leq 147 &= \text{تعداد جملات} = 147 - 21 + 1 = 127 \end{aligned}$$

بنابراین ۱۴۷ جمله این دنباله سه رقمی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$aq = a - 2, aq^2 = 5a - 12 \Rightarrow (a - 2)^2 = 5a^2 - 12a \Rightarrow$$

$$4a^2 - 8a - 4 = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$a = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow q_1 = \frac{a - 2}{a} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = (\sqrt{2} - 1)^2$$

$$a = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow q_2 = \frac{-1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = (\sqrt{2} + 1)^2 \Rightarrow q_1 + q_2 = 6$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳

نکته: اگر جملات،  $l$ ،  $m$  و  $n$  یک دنباله حسابی، جملات متولی یک دنباله هندسی باشند، داریم:

$$\frac{v}{r} = \frac{k+v-k}{k-2} \Rightarrow \frac{v}{r} = \frac{v}{k-2} \Rightarrow k-2 = r \Rightarrow k = 5$$

با توجه به نکته فوق داریم:

$$a_n = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴

طرفین را در ۲ ضرب می کنیم:

$$ra_n = \frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \dots + \frac{2}{(2n+1)(2n-1)}$$

$$ra_n = \frac{3-1}{1 \times 3} + \frac{5-3}{3 \times 5} + \dots + \frac{(2n+1)-(2n-1)}{(2n+1)(2n-1)}$$

$$ra_n = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}$$

$$ra_n = 1 - \frac{1}{2n+1}$$

با تفکیک هر کدام از کسرها داریم:

مقدار  $a_{10}$  را می خواهیم پس  $n = 10$  قرار می دهیم:

$$ra_{10} = 1 - \frac{1}{2(10)+1} = 1 - \frac{1}{21} = \frac{20}{21} \xrightarrow{\div 2} a_{10} = \frac{10}{21}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵

طبق قانون اندیسها داریم:

$$4+6=2+8=2(5) \Rightarrow a_4 + a_6 = a_2 + a_8 = 2a_5 = 22$$

$$\Rightarrow a_2 + \underbrace{a_5}_{22} + a_8 = 22 + 11 = 33$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = 3 \\ t_4 + t_5 + t_6 = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + a + d + a + 2d = 3 \\ a + 3d + a + 4d + a + 5d = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 3d = 3 \\ 3a + 12d = 39 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\times(-)} \begin{cases} -3a - 3d = -3 \\ 3a + 12d = 39 \end{cases} \Rightarrow d = 4 \Rightarrow a = -3$$

$\underbrace{9d = 36}$

$-3, 1, 5, 9, \dots$  : دنباله

۱۶



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$b = a + (21 - 1)d \Rightarrow b - a = 20d \Rightarrow 20d = 4 \Rightarrow d = 0.2$$

یا

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{b - a}{21 - 1} = \frac{4}{20} = 0.2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

فرض:

$$\text{مساحت بزرگترین مربع } a^2 = \text{ اندازه ضلع مربع بزرگ}$$

$$\text{مساحت مربع بعدی } x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2} \quad \text{مساحت مربع بعدی}$$

$$a^2, \frac{a^2}{2}, \dots \quad \text{دبالة هندسی: } a^2, \frac{a^2}{2}, \dots$$

$$q = \frac{\frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_q = t_1 q^{n-1} = a^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{a^2}{32}$$

$$\frac{a^2}{2} = 32$$

$$\frac{a^2}{32}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\frac{1}{b-a} + \frac{1}{b-c} = 2 \times \frac{1}{2b} \Rightarrow \frac{b-c+b-a}{(b-a)(b-c)} = \frac{1}{b} \Rightarrow$$

$$b(b-c-a) = (b-a)(b-c) \Rightarrow 2b^2 - bc - ab = b^2 - ab - bc + ac$$

$\Rightarrow b^2 = ac \Rightarrow b$  واسطه هندسی بین  $a$  و  $c$  است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰

نکته: جمله‌ی  $t_n = t_1 + (n - 1)d$ ، به صورت  $t_n = t_1 r^{n-1}$  است.

نکته: جمله  $t_n = t_1 r^{n-1}$  دنباله‌ی هندسی به صورت  $t_n = t_1 + (n - 1)d$ ، قدرنسبت  $r$  باشد. (۱) (۲)

جمله‌ی اول هر دو دنباله را در نظر می‌گیریم، همچنین قدرنسبت دنباله‌ی  $t_n$  را  $d$  و قدرنسبت دنباله‌ی  $t_n$  را  $r$  می‌نامیم. مطابق فرض سؤال دنباله‌ی  $t_1, t_2, t_3, b_2, b_3, \dots$  یک دنباله‌ی حسابی است. چون  $t_n$  خود یک دنباله‌ی حسابی است، پس  $b_2$  جمله‌ی چهارم و  $b_3$  جمله‌ی پنجم دنباله‌ی  $t_n$  هستند. داریم:

$$t_4 = b_2 \Rightarrow t_1 + 3d = t_1 r \Rightarrow t_1 - t_1 r = -3d$$

$$\Rightarrow t_1(1 - r) = -3d \Rightarrow t_1 = \frac{-3d}{1 - r} \quad (1)$$

$$t_5 = b_3 \Rightarrow t_1 + 4d = t_1 r^4 \Rightarrow t_1 - t_1 r^4 = -4d$$

$$\Rightarrow t_1(1 - r^4) = -4d \Rightarrow t_1 = \frac{-4d}{1 - r^4} \quad (2)$$

$$\frac{-3d}{1 - r} = \frac{-4d}{1 - r^4} \Rightarrow -3d(1 - r)(1 + r) = -4d(1 - r)$$

$$\xrightarrow{r \neq 1} -3(1 + r) = -4 \Rightarrow -3 - 3r = -4 \Rightarrow 3r = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{3}$$

از رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر شدت تابش اولیه  $a_1$  باشد، پس از عبور از لایه‌ی اول، شدت تابش باقی‌مانده،  $\frac{1}{2}a_1$

خواهد بود. پس از عبور از لایه‌ی دوم، شدت تابش باقی‌مانده،  $\frac{1}{2}a_1$  ... و پس از عبور از لایه‌ی  $n$ ام، شدت تابش

باقی‌مانده،  $\frac{1}{2}a_1$  خواهد بود. حال برای این‌که شدت تابش بیش‌تر از ۹۹ درصد کاهش پیدا کند، باید کم‌تر از یک

درصدش باقی بماند، یعنی:

$$\frac{a_1}{2^n} < \frac{a_1}{100} \Rightarrow \frac{1}{2^n} < \frac{1}{100} \Rightarrow 2^n > 100 \Rightarrow n \geq 7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$\begin{cases} a_6 = a_1 + 5d = 18 \\ a_9 = a_1 + 8d = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 5d = 18 \\ -a_1 - 8d = -12 \end{cases} \Rightarrow -3d = 30 \Rightarrow d = -10$$

$$\begin{array}{l} a_1 + 5d = 18 \\ \hline d = -10 \end{array} \Rightarrow a_1 - 50 = 18 \Rightarrow a_1 = 68 \Rightarrow a_7 = a_1 + d = 68 + (-10) = 58$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳

$$a_n = an + b$$

$$a_1 = a + b = t_1 \quad a_3 = 2a + b = t_3 \quad , \quad a_{13} = 13a + b = t_{13}$$

$$(t_3)^\gamma = t_1 \cdot t_3 \Rightarrow (2a + b)^\gamma = (a + b)(13a + b)$$

$$4a^\gamma + \gamma ab + b^\gamma = 13a^\gamma + 14ab + b^\gamma \Rightarrow 4a^\gamma + \gamma ab = 0$$

در نتیجه:

$$4a(a + \gamma b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\gamma b \end{cases}$$

$$10a + b = -14 \Rightarrow 10(-\gamma b) + b = -14 \Rightarrow -19b = -14 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a = -4$$

بنابراین:

$$t_1 = -4 + 2 = -2 \quad , \quad t_3 = -12 + 2 = -10 \quad , \quad t_{13} = -52 + 2 = -50$$

$$q = \frac{t_3}{t_1} = \frac{-10}{-2} = 5 \Rightarrow t_V = t_1 q^6 = -2(5)^6 = -2 \times 15625 = -31250$$

در نتیجه:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$r^a, r^2 \times r^{\frac{1}{3}}, r^b \Rightarrow r^a, r^{\frac{7}{3}}, r^b \xrightarrow{\text{دباله هندسی}} r^a \times r^b = \left(r^{\frac{7}{3}}\right)^2 \Rightarrow a + b = \frac{14}{3}$$

$$a, k, b \Rightarrow k = a + b \Rightarrow k = \frac{14}{3} \Rightarrow k = \frac{7}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۵

$$\frac{1}{4}, a, b, c, \wedge$$

$$a_0 = a_1 q^\gamma \xrightarrow[a_1 = \frac{1}{4}]{a_0 = \wedge} \wedge = \frac{1}{4} q^\gamma \Rightarrow q^\gamma = 4 \times \wedge = 32 \Rightarrow q^\gamma = \sqrt[3]{32} = 4\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow a_3 = a_1 q^2 = \frac{1}{4} \times 4\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 10 \times 2 \\
 a_2 &= 10 \times 2 \times 2 && \times 2 \\
 a_3 &= 10 \times 2 \times 2 \times 2 && \times 2 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 a_n &= 10 \times 2^n
 \end{aligned}$$

بنابراین با یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت  $q = 2$  مواجه‌ایم:

$$a_{24} = 10 \times 2^{24} = 2^{25} \times 5$$

ساعت = یک شبانه‌روز

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر بین دو عدد  $m$  و  $n$ ،  $k$  واسطهٔ حسابی درج کنیم، قدرنسبت از رابطهٔ  $d = \frac{m - n}{k + 1}$  واسطهٔ درج  $(n+1)$  واسطهٔ درج  $5d = \frac{m - n}{2}$  درج یک واسطهٔ به دست می‌آید. ۲۷

$$\left. \begin{array}{l} d = \frac{m - n}{k + 1} \text{ درج } (n+1) \\ 5d = \frac{m - n}{2} \text{ درج یک } \end{array} \right\} \Rightarrow n + 2 = 10 \Rightarrow n = 8$$

$$m + n = 46 \Rightarrow m = 38$$

$$m \times n = 38 \times 8 = 304$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۸

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_{19} - a_{18} = d$$

$$\frac{\frac{1}{d}(a_2 - a_1)}{a_1 a_2} + \frac{\frac{1}{d}(a_3 - a_2)}{a_2 a_3} + \dots + \frac{\frac{1}{d}(a_{19} - a_{18})}{a_{18} a_{19}}$$

$$= \frac{1}{d} \left( \frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} + \frac{a_3 - a_2}{a_2 a_3} + \dots + \frac{a_{19} - a_{18}}{a_{18} a_{19}} \right) = \frac{1}{d} \left( \cancel{\frac{1}{a_1}} - \cancel{\frac{1}{a_2}} + \cancel{\frac{1}{a_2}} - \cancel{\frac{1}{a_3}} + \dots + \cancel{\frac{1}{a_{18}}} - \cancel{\frac{1}{a_{19}}} \right)$$

$$= \frac{1}{d} \left( \frac{a_{19} - a_1}{a_1 a_{19}} \right) = \frac{1}{d} \left( \cancel{\frac{a_1 + 18d - a_1}{a_1 a_{19}}} \right) = \frac{1}{d} \left( \frac{18d}{a_1 a_{19}} \right) = \frac{18}{a_1 a_{19}}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در یک دنباله هندسی اگر جمله  $p$  بین جملات  $m$  و  $n$  باشد داریم.

$$a_m a_n = a_p^r$$

بنابراین در دنباله مذکور داریم.

$$c^r = db, b^r = ac, cb = ad$$

$$\frac{b^r + c^r - rbc + c^r + a^r - rac + d^r + b^r - rbd}{a^r + d^r - rad}$$

$$= \frac{b^r + c^r - rad + c^r + a^r - rb^r + d^r + b^r - rc^r}{a^r + d^r - rad} = \frac{-rad + a^r + d^r}{a^r + d^r - rad} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جملات دنباله حسابی به صورت  $a + rd$  و  $a + 10d$  است با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$(a + rd)^2 = a(a + 10d) \Rightarrow a^2 + 2ad + rd^2 = a^2 + 10ad \Rightarrow 6ad = rd^2 \Rightarrow a = \frac{rd^2}{6}$$

$$q = \frac{a + rd}{a} = \frac{\frac{rd^2}{6} + rd}{\frac{rd^2}{6}} = \frac{\frac{7rd^2}{6}}{\frac{rd^2}{6}} = \frac{7}{6}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $(x - 4)$  و  $(x + 4)$  واسطه هندسی  $(x - 2)$  است بنابراین:

$$(x - 2)^2 = (x - 4)(x + 4) \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x^2 - 16 \Rightarrow x = 5$$

پس جمله دنباله عبارتند از: ۱، ۳، ۹، ۲۷ یعنی  $y = 27$

$$a_1 = t_1, d_1 = rd_1$$

$$a_5 = a_1 + 4d_1 = a_1 + 4(rd_1) = a_1 + 4d_1$$

$$t_{42} = a_1 + 41d_1$$

$$\frac{a_5}{t_{42}} = \frac{a_1 + 4d_1}{a_1 + 41d_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4a_1 + 4d_1 = a_1 + 41d_1$$

$$a_1 = d_1$$

در نتیجه:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۳

$$a_3 \cdot a_7 = \frac{225}{16}$$

$$(a_5)^2 = a_3 \cdot a_7 = \frac{225}{16} \quad \text{در نتیجه:}$$

همچنین  $a_5$  واسطه هندسی بین دو جمله  $a_2$  و  $a_8$  است.

$$(a_5)^2 = a_2 \cdot a_8 \Rightarrow \frac{225}{16} = \frac{9}{25} \times a_8 \Rightarrow a_8 = \frac{225}{16} \times \frac{25}{9} = \frac{1875}{32} \quad \text{بنابراین:}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$1, 5, 9, 13, 17, \dots \quad \text{دنباله حسابی} \quad \boxed{21} \Rightarrow d = 4$$

$$3, 6, 12, 24, 48, \dots \quad \text{دنباله هندسی} \quad \boxed{96} \Rightarrow q = 2$$

در نتیجه:

$$21 + 96 = 117$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$a_{18} = 21 \Rightarrow a_1 + 17d = 21$$

$$\begin{aligned} S_2 - S_{15} &= (a_1 + 19d) + (a_1 + 18d) + (a_1 + 17d) + (a_1 + 16d) + (a_1 + 15d) \\ &= 5a_1 + 85d = 5(a_1 + 17d) = 5 \times 21 = 105 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶

نکته: اگر اعداد  $x$ ,  $y$  و  $z$  هم سه جملهی متولی یک دنبالهی حسابی و هم سه جملهی متولی یک دنبالهی هندسی باشند، آن‌گاه  $x = y = z$ .

طبق نکته‌ی فوق، داریم:

$$a + 1 = b + 3 = c + 4 \Rightarrow \begin{cases} a + 1 = b + 3 \\ b + 3 = c + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 2 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\frac{b - c + 1}{a^2 + b^2 - ab} = \frac{b - c + 1}{(a - b)^2} = \frac{1 + 1}{4} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۷

نکته: جمله عمومی یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1$  و قدر نسبت  $d$  عبارت است از:

$$\{a_1 + a_3 + a_5 = 10 \Rightarrow a_1 + a_1 + 2d + a_1 + 4d = 10 \Rightarrow 3a_1 + 6d = 10 \quad (1)$$

$$\{3a_1 - a_2 + a_4 = 13 \Rightarrow 3a_1 - a_1 - d + a_1 + 4d = 13 \Rightarrow 3a_1 + 3d = 13 \quad (2)$$

$$\frac{(2) - (1)}{} \Rightarrow d = 3$$

$$\Rightarrow a_{12} - a_1 = 2d = 6$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$a_2, a_4, a_8$$

$$a_4^2 = a_2 \times a_8 \Rightarrow (a + 2d)^2 = (a + d)(a + 5d) \Rightarrow a^2 + 2ad + 4d^2 = a^2 + ad + 5d^2$$

$$\Rightarrow 2d^2 - ad = 0 \Rightarrow 2d(d - a) = 0 \Rightarrow d \neq 0 \Rightarrow d = a$$

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{a + 4d}{a + d} = \frac{5d}{2d} = \frac{5}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنا بر خاصیت دنباله‌های حسابی و هندسی داریم: ۳۹

$$a, 12, b \Rightarrow ab = 144$$

$$a, 20, b \Rightarrow a + b = 40$$

از حل دو معادله مجهولی ساده مقادیر  $a$  و  $b$  برابر ۳۶ و ۴ می‌باشند، بزرگ‌ترین آنها ۳۶ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول  $a_1$  و فاصله‌ی  $q$  برابر است ۴۰

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

ابتدا داریم:

$$\begin{cases} a_2 a_5 = (a_1 q)(a_1 q^4) = (a_1 q)(a_1 q^8) = a_1^3 q^9 = \frac{3}{5} \\ a_3 a_8 = (a_1 q^2)^2 (a_1 q^7) = (a_1^2 q^{12})(a_1 q^7) = a_1^3 q^{19} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{a_1^3 q^{19}}{a_1^3 q^9} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{3}{5}} \Rightarrow q^{10} = \frac{35}{6} (*)$$

اکنون با تقسیم دو تساوی بالا بر یکدیگر داریم:

حال می‌خواهیم بدانیم جمله‌ی یازدهم چند برابر جمله‌ی اول است، پس داریم:

$$\frac{a_{11}}{a_1} = \frac{a_1 q^{10}}{a_1} = q^{10} \xrightarrow{(*)} \frac{35}{6}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\{2\}, \{4, 6\}, \{8, 10, 12\}, \dots$$

در دسته‌های قبل از دسته‌ی بیستم جمعاً  $190 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$  عدد زوج را به کار گرفته‌ایم.

در دسته‌ی بیستم اولین عدد، ۱۹۱ آمین عدد زوج یعنی ۳۸۲ است و آخرین آن عبارتست از:  
 $382 + 19 \times 2 = 382 + 38 = 420 \Rightarrow 420 + 382 = 802$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جملات اول، دوم و ششم به صورت  $a + 5d$  و  $a + d$  است و چون این جملات تشکیل دنباله هندسی می‌کنند، می‌توان نوشت:

$$(a + d)^2 = a(a + 5d) \Rightarrow a^2 + 2ad + d^2 = a^2 + 5ad \Rightarrow d^2 - 3ad = 0 \Rightarrow d = 3a$$

مجموع ده جمله اول برابر است با:

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2a + 9d] = 5(2a + 9(3a)) = 145a$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳ جمله‌ای اول دنباله‌ی حسابی را  $a + 2d$ ،  $a + d$  و  $a$  را در نظر می‌گیریم ( $d \neq 0$ ). اگر این اعداد را به توان ۲ برسانیم  $(a^2 + d^2 + 2ad)^2 = a^2 + 4d^2 + 4ad$ ، تشکیل دنباله‌ی حسابی نمی‌دهند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد موردنظر را  $x$  درنظر می‌گیریم پس اعداد  $x + 14$ ،  $x + 6$ ،  $x + 2$  تشکیل دنباله‌ی هندسی می‌دهند.

$$(x + 14)^2 = (x + 6)(x + 2) \Rightarrow 36 + 12x + x^2 = 28 + 16x + x^2 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{12}, \frac{1}{36}, \dots \quad q_1 = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{8}, -\frac{1}{24}, -\frac{1}{72}, \dots \quad q_2 = \frac{-\frac{1}{24}}{-\frac{1}{8}} = \frac{1}{3}$$

جمله هفتم دنباله اول همان جمله سیزدهم دنباله اصلی است.  
جمله هفتم دنباله دوم همان جمله چهاردهم دنباله اصلی است.

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$b_V = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^{V-1} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{729} = \frac{1}{2916} = a_{13}, \quad b_1 = \frac{1}{4}$$

$$c_V = -\frac{1}{8} \left(\frac{1}{3}\right)^{V-1} = -\frac{1}{8} \left(\frac{1}{3}\right)^6 = -\frac{1}{8} \times \frac{1}{729} = -\frac{1}{5832} = a_{14}, \quad c_1 = -\frac{1}{8}$$

$$a_{13} + a_{14} = \frac{1}{2916} - \frac{1}{5832} = \frac{2 - 1}{5832} = \frac{1}{5832}$$

برای دنباله اول:

برای دنباله دوم:

$$3, 4, 6, 10, 18, 34, 66, 130, \dots \Rightarrow a_A - a_V = 130 - 66 = 64$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$a + d, a + 4d, a + 11d \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + d)(a + 11d) \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2 = a^2 + 12ad + 11d^2$$

$$8ad = 5d^2 \Rightarrow d = \frac{4}{5}a \Rightarrow a + \frac{4}{5}a, a + 4 \times \frac{4}{5}a \Rightarrow q = \frac{\frac{21}{5}a}{\frac{9}{5}a} = \frac{7}{3}$$

$$q = \frac{12 - 5}{5 - 2} = \frac{7}{3}$$

راه دوم:

نکته: اگر  $a_n, a_m$  و  $p$  از یک دنباله‌ی حسابی سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی باشند، آن‌گاه:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۸

$$\frac{a+b}{2} = \sqrt[4]{ab} \Rightarrow a+b = 4\sqrt[4]{ab} \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 16ab \Rightarrow a^2 - 14ab + b^2 = 0$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 14\left(\frac{a}{b}\right) + 1 = 0 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sqrt[4]{48}}{1} = (\sqrt[4]{4} \pm \sqrt[4]{2}) = (\sqrt[4]{2} \pm \sqrt[4]{2})^2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دنباله را می‌توان به شکل  $1, \sqrt[4]{2}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[4]{4}, \dots$  در نظر گرفت که جملات

هفتم و هشتم به صورت‌های  $\sqrt[4]{50} + 1 = 7$  و  $\sqrt[4]{65} + 1 = 8$  می‌باشند و مجموع آن‌ها  $115$  می‌باشد. ۴۹

$$d = aq^3 \text{ و } c = aq^2, b = aq \text{ پس } q = \frac{b}{a} \text{ فرض کنید. } ۵۰$$

$$(b-c)^2 = (aq - aq^2)^2 = a^2 q^2 (1-q)^2 \text{ سمت چپ}$$

$$ac + bd - 2ad = a(aq^2) + (aq)(aq^3) - 2a(aq^3) \text{ سمت راست}$$

$$= a^2 q^2 + a^2 q^4 - 2a^2 q^3 = a^2 q^2 (1 + q^2 - 2q)$$

$$= a^2 q^2 (1 - q)^2 = \text{سمت چپ}$$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴

۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴

