

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک **هفته ای**
رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ **عدد ۱**
را ارسال کنید.

۵۰ تست ریاضی دوازدهم انسانی فصل ۱ - احتمال

۱) اگر متمم مجموعه‌ی $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه‌ی مرجع است.)

$A \subseteq B$ (۱) $A \subseteq B'$ (۲) $A \cup B = S$ (۳) $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ (۴)

۲) از بین زیرمجموعه‌های مجموعه‌ای ۸ عضوی، زیرمجموعه‌ای به تصادف انتخاب می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد که ۴ عضوی نباشد؟

$\frac{187}{256}$ (۱) $\frac{185}{256}$ (۲) $\frac{45}{64}$ (۳) $\frac{93}{128}$ (۴)

۳) درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.

- الف) طرح و برنامه‌ریزی دومین گام در چرخه آمار است.
 ب) برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد متفاوت باشد.
 پ) نتیجه یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سوالات را شانسی پاسخ داده‌ایم یک پیشامد حتمی است.
 ت) برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $0! = 1$ و $1! = 1$ تعریف می‌کنیم.
 ث) تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌ها می‌باشد.

۴) دو تاس را پرتاب می‌کنیم. ابتدا هر یک از پیشامدهای زیر را نوشته، سپس احتمال هر کدام را محاسبه کنید.

- الف) مجموع اعداد برآمده از دو تاس برابر ۱۰ باشد.
 ب) اعداد رو شده از هر دو تاس بر ۳ بخش پذیر باشند.

۵) دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده، بزرگ‌تر از ۵ باشند، چقدر است؟

$\frac{13}{18}$ (۱) $\frac{5}{18}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

۶) چهار نفر دوست قدیمی از بین ۱۲ دانشگاه، هر یک و بدون اطلاع از دیگری دانشگاهی را برای ادامه تحصیل انتخاب می‌کنند، چقدر احتمال دارد که حداقل دو نفر از آنها یک دانشگاه را انتخاب نموده باشند؟

$\frac{55}{96}$ (۱) $\frac{41}{96}$ (۲) $\frac{3}{12}$ (۳) $\frac{9}{12}$ (۴)

۷) یازده بازیکن فوتبال تیم مدرسه شما به طور تصادفی کنار یکدیگر قرار می‌گیرند تا عکسی یادگاری بیندازند. چنانچه دروازه‌بان و کاپیتان تیم دو نفر متفاوت باشند، مطلوب است محاسبه‌ی احتمال این‌که در عکس دقیقاً ۴ نفر بین دروازه‌بان و کاپیتان حضور داشته باشند؟



۸ در آزمایش پرتاب دو سکه و یک تاس با کدام احتمال سکه‌ها یکسان و تاس عدد فرد ظاهر می‌شود؟
 (۱) $0/20$ (۲) $0/25$ (۳) $0/40$ (۴) $0/45$

۹ در یک دامداری، ۱۲ گاو ماده و ۶ گاو نر نگهداری می‌شوند. اگر ۲ گاو به تصادف انتخاب کنیم، با کدام احتمال حداکثر یکی از آنها «ماده» است؟

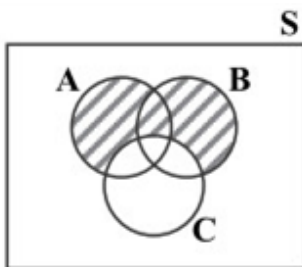
(۱) $\frac{11}{37}$ (۲) $\frac{15}{37}$ (۳) $\frac{31}{51}$ (۴) $\frac{29}{51}$

۱۰ در پرتاب دو تاس متوالی احتمال آن‌که مجموع دو عدد ظاهر شده بزرگ‌تر از ۴ باشد، چه قدر است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۱ ۵ نفر شامل ۲ نفر a و b می‌خواهند در یک همایش سخنرانی کنند، با چه احتمالی دقیقاً ۱ نفر بین این دو نفر سخنرانی می‌کند؟

(۱) $0/1$ (۲) $0/2$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$



۱۲ A، B و C سه پیشامد در فضای نمونه‌ی S هستند. عبارت توصیفی مربوط به

- قسمت هاشورخورده کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) A و B اتفاق بیفتد ولی C اتفاق نیفتد.
 (۲) A - B اتفاق بیفتد ولی C اتفاق نیفتد.
 (۳) A یا B اتفاق بیفتد ولی C اتفاق نیفتد.
 (۴) C اتفاق نیفتد.

۱۳ افراد A، B، C، D و E در یک صف پشت سر هم ایستاده‌اند. احتمال این‌که A و B کنار هم باشند، چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۴ احتمال آن که علی آخر هفته به مسافرت برود، $\frac{2}{5}$ از احتمال آنکه به مسافرت نرود بیشتر است. احتمال آنکه علی آخر

هفته به مسافرت نرود، کدام است؟
 (۱) $0/1$ (۲) $0/2$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$

۱۵ اگر بین پیشامدهای A' و A ∪ B فقط یکی رخ دهد، کدام پیشامد نیز رخ می‌دهد؟
 (۱) B - A (۲) A ∩ B (۳) B ∪ A' (۴) B' ∪ A

۱۶ درون کیسه‌ای ۶ مهره‌ی قرمز متمایز و ۴ مهره‌ی آبی متمایز قرار دارد. ۳ مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره‌ی قرمز و یک مهره‌ی آبی انتخاب می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{8}$



۱۷ اگر $2n(A) = 5n(B) = 8n(A \cap B)$ ، حاصل $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ کدام است؟ (A و B ناتهی هستند.)

- ۵ (۱) $\frac{23}{5}$ (۲) $\frac{28}{5}$ (۳) $\frac{27}{5}$ (۴)

۱۸ هر یک از اعداد ۱ تا ۱۲ را بر روی ۱۲ مهره نوشته به تصادف ۳ مهره بیرون می آوریم با کدام احتمال هر سه عدد زوج هستند به شرط آنکه مجموع آنها زوج باشد؟

- $\frac{4}{11}$ (۱) $\frac{3}{11}$ (۲) $\frac{2}{11}$ (۳) $\frac{1}{11}$ (۴)

۱۹ در پرتاب دو تاس متمایز، با کدام احتمال مجموع اعداد ظاهر شده مضرب ۶ است؟

- $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{5}{36}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{7}{36}$ (۴)

۲۰ دو تاس متمایز را پرتاب می کنیم. احتمال آنکه دقیقاً یکی از اعداد ظاهر شده اول باشد، کدام است؟

- $\frac{7}{36}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴)

۲۱ یک تاس را دو بار پرتاب می کنیم. مطلوب است احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده مضرب ۵ باشد.

۲۲ اگر ۳ دانش آموز کلاس دوم و ۵ دانش آموز کلاس سوم در یک صف ایستاده باشند، احتمال آنکه هیچ کدام از دانش آموزان کلاس دوم کنار هم نباشند، کدام است؟

- $\frac{5}{28}$ (۱) $\frac{5}{14}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{9}{28}$ (۴)

۲۳ جای خالی را با کلمه مناسب پر کنید:

تعداد اتومبیل هایی که در ساعت مشخصی از مقابل مدرسه می گذرند، پدیده است. (تصادفی - قطعی).

۲۴ دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. اگر مجموع اعداد رو آمده، برابر ۸ باشد، احتمال آنکه حداقل یکی از تاس ها ۳ باشد، کدام است؟

- $\frac{2}{5}$ (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴)

۲۵ از بین اعداد طبیعی یک رقمی، عددی به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آنکه عدد انتخاب شده «عدد اول باشد یا مضرب ۳ نباشد» کدام است؟

- $\frac{5}{9}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{7}{9}$ (۴)



۲۶ کدام گزینه صحیح نمی باشد؟

- (۱) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای کنار هم قرار گرفتن حروف a, b و c به طور تصادفی برابر است با ۶.
- (۲) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای انداختن دو تاس آبی و قرمز با هم به طور تصادفی برابر است با ۳۶.
- (۳) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای انتخاب تصادفی دو حرف از بین حروف a, b, c و d بدون در نظر گرفتن ترتیب، برابر است با ۶.
- (۴) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای انتخاب تصادفی دو رقم از بین ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ و ساختن یک عدد دورقمی برابر است با ۶.

۲۷ در کیسه‌ای ۳ مهره سفید و ۲ مهره آبی و ۴ مهره سیاه است. به تصادف ۲ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال مهره‌ها هم‌رنگ نیستند؟

(۱) $\frac{5}{18}$ (۲) $\frac{7}{18}$ (۳) $\frac{13}{18}$ (۴) $\frac{11}{18}$

۲۸ ارقام ۰ تا ۹ را روی ده کارت جداگانه نوشته و آن‌ها را درون کیسه‌ای می‌اندازیم. سپس دو کارت به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که شماره‌های روی دو کارت زوج باشند، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۲۹ پنج دانش‌آموز در یک تیم ورزشی شرکت دارند. با کدام احتمال ماه تولد آن‌ها متفاوت است؟

(۱) $\frac{55}{144}$ (۲) $\frac{89}{144}$ (۳) $\frac{59}{144}$ (۴) $\frac{83}{144}$

۳۰ احتمال آن‌که از میان ۳ نفر حداقل ۲ نفر در یک روز هفته به دنیا بیایند چندبرابر احتمال آن است که همه در روز چهارشنبه به دنیا بیایند؟

(۱) ۱۹ (۲) ۱۳۲ (۳) ۱۳۳ (۴) ۲۱۰

۳۱ در جعبه‌ی A، ۲ مهره قرمز و ۲ مهره آبی و در جعبه‌ی B، ۱ مهره قرمز و ۳ مهره آبی داریم. یکی از دو جعبه را انتخاب می‌کنیم و ۲ مهره به تصادف از آن جعبه خارج می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد این دو مهره غیرهم‌رنگ باشند؟

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{7}{30}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{12}$

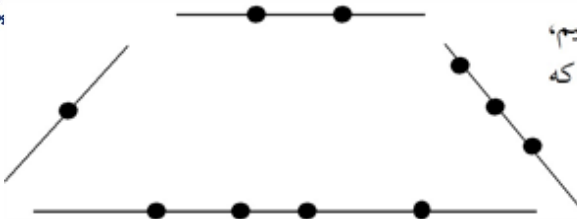
۳۲ سه تاس را باهم می‌ریزیم، با کدام احتمال اعداد رو شده متمایز هستند؟

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{7}{18}$ (۴) $\frac{11}{18}$

۳۳ یک جعبه محتوی ۱۰ لیوان می‌باشد که ۴ عدد آن‌ها معیوب است، از این جعبه ۵ لیوان به تصادف برمی‌داریم، مطلوب است محاسبه:

- (الف) احتمال آن‌که ۲ لیوان معیوب باشد.
- (ب) احتمال آن‌که تمام لیوان‌ها سالم باشند.





۳۴ از میان ۱۰ نقطه مطابق شکل زیر، ۴ نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال آن را بیابید که با این ۴ نقطه یک چهارضلعی ساخته شود که روی هر خط فقط یک رأس آن قرار بگیرد.

۳۵ در پرتاب ۳ تاس، احتمال آن که مجموع ۳ تاس عددی فرد بین ۱۶ و ۶ باشد، کدام است؟

- $\frac{107}{216}$ (۴) $\frac{91}{216}$ (۳) $\frac{99}{216}$ (۲) $\frac{105}{216}$ (۱)

۳۶ فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی چند برآمد دارد؟

۳۷ می‌دانیم هرکس در یکی از ۳۶۵ روز سال به دنیا می‌آید. احتمال این که از میان سه نفر، حداقل دو نفر در یک روز سال متولد شده باشند را پیدا کنید.

۳۸ احتمال این که اعداد ظاهر شده در هر دو تاس مساوی باشند چه قدر است؟

۳۹ حروف کلمه‌ی PANAMA به تصادف کنار هم قرار می‌گیرند. با کدام احتمال هیچ دو حرف A کنار هم قرار ندارند؟

$\frac{1}{125}$ (۴) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{1}$ (۱)

۴۰ سکه‌ای را ۵ بار پرتاب می‌کنیم احتمال این که در پرتاب سوم پشت سکه ظاهر شود، چه قدر است؟

- $\frac{1}{32}$ (۴) $\frac{5}{16}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۴۱ از بین ۵ زوج (زن و شوهر) سه نفر را انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی یک زوج بین آنها وجود دارد؟

- $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۴۲ ۳ دانش‌آموز سال دوم و ۴ دانش‌آموز سال سوم به تصادف در یک ردیف قرار می‌گیرند. با کدام احتمال نفر وسط دانش‌آموز سال دوم است؟

- $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

۴۳ پیشامد A که در آن سکه پشت و عدد تاس بزرگ‌تر از ۳ باشد را مشخص کنید.

۴۴ از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی آبی و ۲ مهره‌ی زرد است، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آن که حداقل ۱ مهره آبی باشد، کدام است؟

- $\frac{31}{33}$ (۴) $\frac{1}{33}$ (۳) $\frac{26}{33}$ (۲) $\frac{2}{33}$ (۱)

۴۵ دو تاس همگن را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه حاصلضرب اعداد رو آمده بیشتر از ۵ باشد کدام است؟

- $\frac{13}{18}$ (۴) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۱)



۴۶ تاسی را سه بار می‌اندازیم. مطلوب‌ست احتمال آن که مجموع اعداد رو شده سه تاس کوچکتر از ۵ باشد.

۴۷ با حروف کلمه‌ی «جمهوری» کلمه‌ای ۴ حرفی با حروف متمایز می‌سازیم. با چه احتمالی با حرف نقطه‌دار شروع می‌شود؟

$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

هریک از اعداد فرد طبیعی کوچک‌تر از ۱۶ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، یکی را به طور تصادفی برمی‌داریم. در ۴ سؤال بعدی مطلوب است تعیین:

۴۸ فضای نمونه‌ای این تجربه‌ی تصادفی.

۴۹ پیشامد A که در آن عدد روی کارت، مضرب ۳ باشد.

۵۰ پیشامد B که در آن عدد روی کارت، یک رقمی باشد.

۵۱ پیشامد $A \cap B$.

۵۲ حول نقاطی که نشان‌دهنده‌ی پیشامد «مجموع اعداد ظاهر شده

$(۸ =$ هستند، یک نوار رسم کنید. توجه کنید که مثلاً نقاط

$(۶, ۲)$ و $(۲, ۶)$ برآمدهای مجزا هستند. احتمال این‌که

مجموع اعداد ظاهر شده روی دو تاس:

الف) ۸ باشد چقدر است؟

ب) ۸ نباشد چقدر است؟

پ) ۸ باشد و دو نیز این دو عدد با هم برابر باشند چقدر است؟

۵۳ حول نقاط $(۱, ۱)$ ، $(۲, ۲)$ ، $(۳, ۳)$ ، $(۴, ۴)$ ، $(۵, ۵)$ ، $(۶, ۶)$

یک نوار رسم کنید. احتمال این‌که اعداد ظاهر شده روی

دو تاس با هم برابر باشند را به دست آورید؛



$$S - A = A'$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. متمم مجموعه‌ی دلخواه A برابر است با:

اکنون متمم مجموعه‌ی $(A - B) \cup (B - A)$ برابر است با:

$$S - ((A - B) \cup (B - A)) = S - ((A \cup B) - (A \cap B)) = A \cap B \Rightarrow S = A \cup B$$

$$S - ((A \cup B) - (A \cap B)) = A \cap B \Rightarrow S = A \cup B$$

طبق فرض سوال:

روش دوم: از روی نمودار ون

$$1 - \frac{\binom{8}{4}}{\binom{8}{4}} = 1 - \frac{35}{128} = \frac{93}{128}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ب) نادرست

ت) درست

الف) درست

پ) نادرست

ث) درست (ص ۳۰ و ۳۷ و ۲۵ و ۵ و ۱۵)

$$\text{الف) } n(s) = 36$$

$$A = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$$

$$P(A) = \frac{3}{36}$$

$$\text{ب) } n(s) = 36$$

$$A = \{(3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)\}$$

$$P(A) = \frac{4}{36}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای راحتی محاسبات از پیشامد متمم کمک می‌گیریم:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

A: مجموع اعداد بزرگ‌تر از ۵

A': مجموع اعداد کوچک‌تر یا مساوی ۵

$$= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)\}$$

$$\Rightarrow n(A') = 10 \Rightarrow P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{10}{36}$$

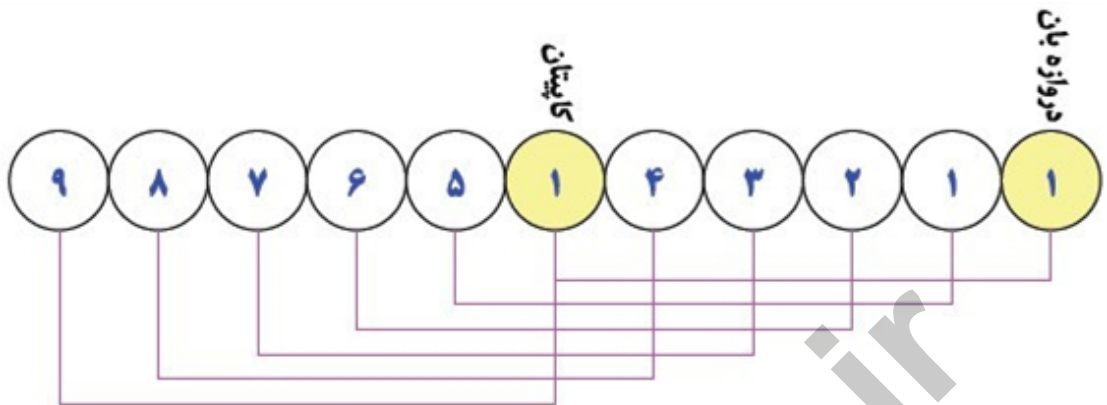
$$\Rightarrow n(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{10}{36} = \frac{36 - 10}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶

$$p(\text{حداقل ۲ نفر}) = 1 - p(\text{هیچ دو نفری}) = 1 - \frac{\frac{1}{11} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1}}{\frac{1}{11} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1}} = 1 - \frac{55}{96} = \frac{41}{96}$$

۷



تعداد حالت‌های مساعد = $9! \times 6 \times 2$
 تعداد کل حالت‌ها = $11!$
 $P(E) = \frac{9! \times 6 \times 2}{11!} = \frac{9! \times 6 \times 2}{11 \times 10 \times 9!} = \frac{6}{55}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای پرتاب دو سکه و یک تاس = $2 \times 2 \times 6 = 24$ عضو دارد. ۸

حالاتی که سکه‌ها یکسان و تاس عددی فرد است عبارت است از:

$$A = \{(ر, ر, ۱), (ر, ر, ۳), (ر, ر, ۵), (پ, پ, ۱), (پ, پ, ۳), (پ, پ, ۵)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0.25$$

یعنی ۶ حالت است، پس در نتیجه:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹

$$n(S) = \binom{18}{2} = \frac{18!}{(18-2)!2!} = \frac{18 \times 17 \times 16!}{16! \times 2 \times 1} = 153$$

برای آن که حداکثر ۱ گاو ماده باشند، باید حالات زیر را بررسی کنیم:
 ۱- یک گاو «ماده» و یک گاو «نر» باشد یا ۲- هر دو گاو «نر» باشند.

$$n(A) = \binom{12}{1} \binom{6}{1} + \binom{6}{2} = (12 \times 6) + 15 = 87$$

محاسبه‌ی $\binom{6}{2}$:

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = 15$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{87}{153} = \frac{29}{51}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم: ۱۰

پیشامد آن که مجموع اعداد، بزرگ‌تر از ۴ باشد. $A =$

پیشامد آن که مجموع اعداد، ۴ یا کم‌تر باشد. $A' =$

$$A' = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\} \Rightarrow P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

بنابراین:



۱۱

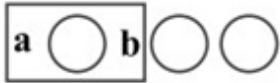
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $S \neq \emptyset$ فضای نمونه‌ی متناهی یک پدیده‌ی تصادفی و A پیشامدی در S باشد، در این صورت احتمال وقوع پیشامد A را با نماد $P(A)$ نمایش می‌دهیم و مقدار آن را طبق دستور زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

۵ نفر به ۵! می‌توانند سخنرانی کنند، پس: $n(S) = 5! = 120$

اگر بخواهیم بین دو نفر a و b دقیقاً یک نفر سخنرانی کند، ابتدا چینش زیر را در نظر می‌گیریم:



بنابراین تعداد حالات برابر است با:

جابه‌جایی a و b

$$\binom{3}{1} \times 2! \times 3! = 36$$

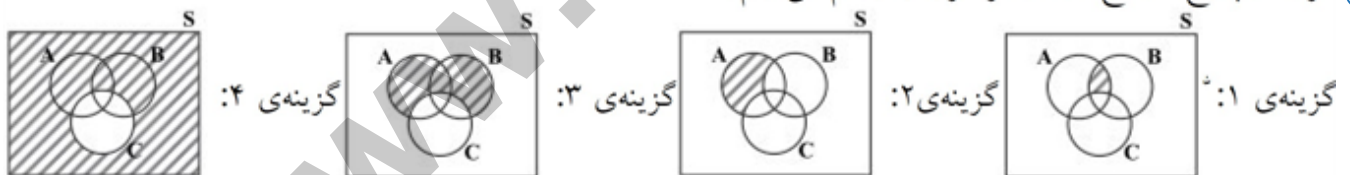
جابه‌جایی بسته با دو نفر دیگر انتخاب یک نفر تا بین دو نفر a و b سخنرانی کند

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{36}{120} = 0.3$$

بنابراین:

۱۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر گزینه را رسم می‌کنیم:



بنابراین گزینه‌ی ۳ پاسخ است.

۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P = \frac{4!2!}{5!} = \frac{2}{5}$$



۱۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $P(A)$ احتمال وقوع پیشامد A در فضای نمونه S باشد، در این صورت احتمال واقع نشدن آن پیشامد را با $P(A')$ نمایش می‌دهیم و داریم $P(A) + P(A') = 1$ یا $P(A') = 1 - P(A)$ در این حالت A و A' را دو پیشامد متمم می‌گوییم.

در این جا پیشامد آنکه علی به مسافرت برود را A و پیشامد آنکه علی به مسافرت نرود را A' در نظر می‌گیریم، پس:

$P(A) + P(A') = 1$ (*)
 از طرفی طبق صورت سؤال احتمال وقوع پیشامد A (مسافرت رفتن) از احتمال وقوع پیشامد A' (مسافرت نرفتن) $\frac{2}{5}$ بیشتر است، پس:

$$P(A) - P(A') = \frac{2}{5}$$

از معادله‌ی دوم داریم: $P(A) = P(A') + \frac{2}{5}$

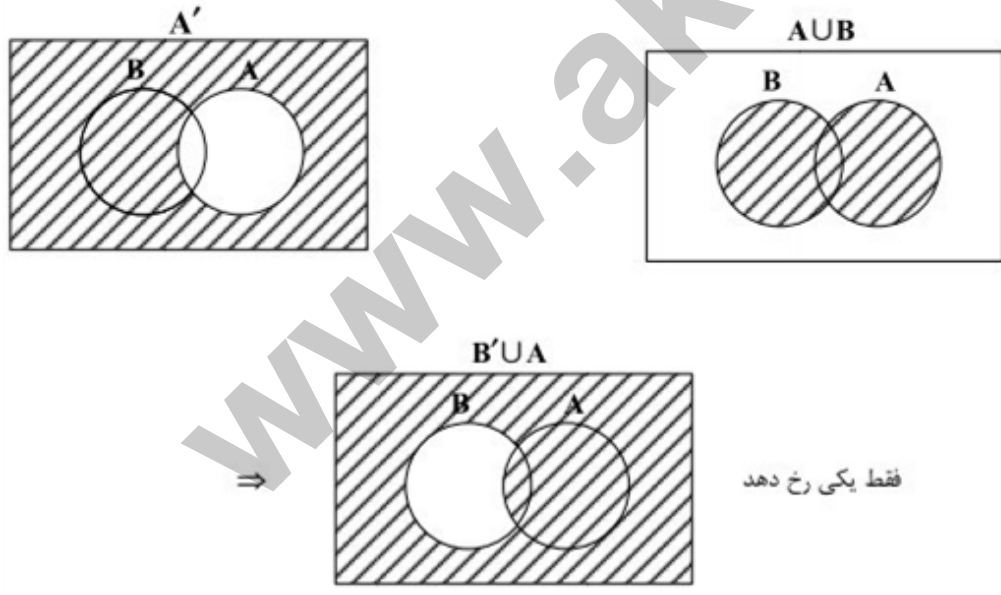
با جای‌گذاری تساوی بالا در معادله‌ی (*) داریم:

$$P(A) + P(A') = 1 \xrightarrow{P(A) = P(A') + \frac{2}{5}} P(A') + \frac{2}{5} + P(A') = 1 \Rightarrow 2P(A') = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{3}{10} = 0.3$$

۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۱۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای، انتخاب ۳ مهره از ۱۰ مهره (۴ + ۶ = ۱۰) است.

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10!}{(10-3)!3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$\text{انتخاب دو مهره قرمز از ۶ مهره قرمز} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2 \times 1} = 15$$

$$\text{انتخاب یک مهره آبی از ۴ مهره آبی} = \binom{4}{1} = \frac{4!}{(4-1)!1!} = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} = 4$$

با فرض این که A، پیشامد مطلوب باشد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{1}{2}$$

۱۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2n(A) = 5n(B) = 8n(A \cap B) = x \Rightarrow \begin{cases} n(A) = \frac{x}{2} \\ n(B) = \frac{x}{5} \\ n(A \cap B) = \frac{x}{8} \end{cases}$$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = \frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{5} - \frac{x}{8}}{\frac{x}{8}} = \frac{20x + 8x - 5x}{40} = \frac{23x}{40} = \frac{23}{5}$$

۱۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموع زوج به مفهوم هر سه عدد زوج یا دو عدد فرد و یک عدد زوج است.

$$P = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{6}{3} + \binom{6}{2} \binom{6}{1}} = \frac{20}{20 + 15(6)} = \frac{20}{110} = \frac{2}{11}$$

۱۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر اعداد تاس اول را با ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ و اعداد تاس دوم را با ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ نشان دهیم، داریم:

نشان دهیم، داریم: $n(S) = 6 \times 6 = 36$

مجموع مضرب ۶ \Rightarrow ۱۲ یا ۶ \Rightarrow پیشامد مطلوب = $\{(1, 5), (1, 5), (2, 4), (2, 4), (3, 3), (6, 6)\}$

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $n(S)$ تعداد کل حالات یک پدیده‌ی تصادفی و $n(A)$ تعداد حالات مطلوب

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

باشد، آن‌گاه احتمال پیشامد A برابر است با:

تعداد کل حالات برابر است با: $n(S) = 6 \times 6 = 36$. اکنون برای آن‌که دقیقاً یکی از اعداد ظاهر شده، اول باشد دو حالت داریم:

حالت اول این‌که تاس اول، عدد اول بیاید و تاس دوم عدد اول نیاید. برای تاس اول ۳ حالت ۲، ۳ و ۵ و برای تاس دوم ۳ حالت ۱، ۴ و ۶ وجود دارد. بنابراین 3×3 حالت وجود دارد.

حالت دوم این‌که تاس اول، عدد اول نیاید و تاس دوم عدد اول بیاید برای تاس اول ۳ حالت ۱، ۴ و ۶ و برای تاس دوم ۳ حالت ۲، ۳ و ۵ وجود دارد. بنابراین 3×3 حالت امکان‌پذیر است.

$$n(A) = 9 + 9 = 18 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

بنابراین:

۱ نمره فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی، $6 \times 6 = 36$ عضو دارد. بنابراین $n(S) = 36$

جمع دو عدد روشده مضرب ۵ باشد.

$$A \Rightarrow A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$$

مجموع = ۵

مجموع = ۱۰

$$\Rightarrow n(A) = 7 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{36}$$

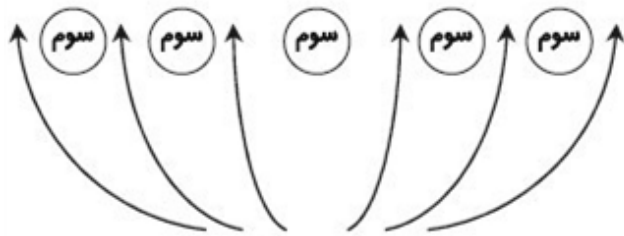


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه داشته باشید که:

$$n(S) = 8!$$

اکنون برای آن که هیچ یک از دانش آموزان کلاس دوم کنار هم نباشند، ابتدا دانش آموزان کلاس سوم به ۵! طریق کنار هم می‌ایستند، سپس ۶ مکان برای قرار دادن دانش آموزان دوم وجود دارد که به $3! \times \binom{6}{3}$ حالت می‌تواند قرار بگیرند.

$$n(A) = 5! \times \binom{6}{3} \times 3!$$



مکان‌های قرار گرفتن دانش آموزان سال دوم

بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5! \times \binom{6}{3} \times 3!}{8!} = \frac{5! \times 20 \times 3!}{8 \times 7 \times 6 \times 5!} = \frac{5}{14}$$

گزینه ۲۳ تصادفی ۰/۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $S = \{(6, 2), (2, 6), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\}$ (فضای نمونه): مجموع برابر ۸ باشد

$$A = \{(3, 5), (5, 3)\} \text{ (پیشامد A)}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{5}$$

بنابراین:

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{7}{9}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1) 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$2) 6 \times 6 = 36$$

$$3) \binom{4}{2} = 6$$

$$4) 4 \times 3 = 12$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از قانون احتمال مکمل استفاده می‌کنیم. احتمال این که مهره‌ها هم‌رنگ باشند.

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{2}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{3 + 1 + 6}{36} = \frac{5}{18} \Rightarrow P(A') = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$



۲۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فضای نمونه انتخاب ۲ رقم از ۱۰ رقم:

$$n(S) = C(10, 2) = \binom{10}{2} = \frac{10!}{(10-2)!2!} = \frac{10!}{8!2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2} = 45$$

پیشامد مطلوب آن است که هر دو رقم زوج باشند. (از بین ۱۰ رقم، ۵ رقم زوج است.)

$$n(A) = C(5, 2) = \binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = 10 \quad P(A) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$$

۲۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

احتمال اینکه ماه تولد پنج دانش یکسان نباشند به صورت $P(A) = \frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \frac{10}{12} \times \frac{9}{12} \times \frac{8}{12} = \frac{55}{144}$ می باشد.

۳۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

احتمال این که هیچ کدام در یک روز هفته به دنیا نیایند = احتمال این که حداقل ۲ نفر در یک روز به دنیا بیایند

$$= 1 - \frac{7 \times 6 \times 5}{7^3} = \frac{19}{7^2}$$

احتمال این که همه در روز چهارشنبه به دنیا بیایند $= \frac{1 \times 1 \times 1}{7^3} = \frac{1}{7^3}$

$$\text{جواب} = \frac{\frac{19}{7^2}}{\frac{1}{7^3}} = 19 \times 7 = 133$$

۳۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\binom{2}{1} \binom{2}{1}}{\binom{4}{2}} + \frac{\binom{1}{1} \binom{3}{1}}{\binom{4}{2}} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{6} + \frac{3}{6} \right] = \frac{7}{12}$$

انتخاب جعبه A جعبه B

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد فضای نمونه‌ای در پرتاب سه تاس $6 \times 6 \times 6 = 216$ تعداد حالتی که تاس‌ها متمایز باشند $6 \times 5 \times 4 = 120$ می باشد پس احتمال مطلوب $P(A) = \frac{6 \times 5 \times 4}{6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{9}$

۳۲

۳۳

$$n(S) = \binom{10}{5} = 252 \quad (0/5)$$

۶ لیوان سالم و ۴ لیوان معیوب

$$\text{الف) } n(A) = \binom{6}{3} \times \binom{4}{2} = 120 \quad (0/25) \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{252} = \frac{10}{21} \quad (0/25)$$

$$\text{ب) } n(B) = \binom{6}{5} = 6 \quad (0/25) \Rightarrow p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{252} = \frac{1}{42} \quad (0/25)$$



هر قسمت نوشته شده صورت کسر $(0/25)$

$$P(A) = \frac{\binom{1}{1} \binom{2}{1} \binom{3}{1} \binom{4}{1}}{\binom{10}{4}} = \frac{24}{210} = \frac{4}{35}$$

$(0/25)$ $(0/25)$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در پرتاب ۳ تاس، می‌دانیم مجموع ۳ عدد یا فرد است یا زوج که شانس فرد بودن برابر $\frac{1}{2}$ می‌باشد. کافی است حالت‌های غ ق یعنی مجموع برابر ۳ یا ۵ یا ۱۷ را کم کنیم:

$$\left. \begin{aligned} P(\text{جمع ۳ تاس ۳}) &= \frac{1}{216} \\ P(\text{جمع ۳ تاس ۵}) &= \frac{6}{216} \\ P(\text{جمع ۳ تاس ۱۷}) &= \frac{3}{216} \\ P(\text{جمع ۳ تاس فرد}) &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(6 < \text{جمع ۳ تاس فرد} < 16) = \frac{1}{2} - \frac{1}{216} - \frac{6}{216} - \frac{3}{216} = \frac{91}{216}$$

$$n(S) = 36 \quad 36$$

$$p(A') = \frac{365 \times 364 \times 363}{(365)^3} \quad 37$$

$$p(A) = 1 - p(A') = 1 - \frac{365 \times 364 \times 363}{(365)^3}$$

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \quad 38$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. 39

$$n(S) = \frac{\text{کل حالات حروف}}{P \text{ و } A \text{ و } N \text{ و } M \text{ و } A} = \frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

ابتدا حروف P و N و M را قرار می‌دهیم. به وسیله این ۳ حرف ۴ مکان خالی ایجاد می‌شود. برای آن‌که A کنار هم قرار نگیرند، کافی است در سه تا از جاهای خالی، A قرار بگیرد.

-M-N-P-

$$\binom{4}{3} \times 3! \rightarrow P(A) = \frac{\binom{4}{3} \times 3!}{120} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0/2$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. این که بار سوم پرتاب کدام طرف سکه ظاهر می‌شود، مستقل از پرتاب‌های قبل و بعد آن می‌باشد. لذا: ۴۰

$$A = \{\text{پشت}\}$$

$$S = \{\text{پشت، رو}\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$n(A) = \text{تعداد حالات انتخاب یک زوج و یک نفر} = \binom{5}{1} \times \binom{8}{1} = 40$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای آزمایش تصادفی تمام حالات قرار گرفتن ۷ نفر در یک ردیف است، لذا: $n(S) = 7!$ در پیشامد مطلوب می‌خواهیم نفر وسط دانش‌آموز سال دوم باشد، آرایش مقابل را در نظر می‌گیریم: ۴۲



نفر وسط هر یک از ۳ دانش‌آموز سال دوم می‌تواند باشد. ۶ دانش‌آموز باقی می‌ماند با ۶ مکان که به هر ترتیبی می‌توانند

$$n(A) = 3 \times 6! \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{7}$$

قرار بگیرند، لذا:

$$A = \{(پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\} \quad \text{۰/۵} \quad \text{۴۳}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11!}{(11-3)! \times 3!} = 165$$

پیشامد حداقل ۱ مهره‌ی آبی (هر سه آبی یا دو آبی و یک غیر آبی یا یک آبی و دو غیر آبی)

$$n(D) = \binom{4}{1} \times \binom{7}{2} + \binom{4}{2} \times \binom{7}{1} + \binom{4}{3} = 4 \times 21 + 6 \times 7 + 4 = 130$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{130}{165} = \frac{26}{33}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $A' = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (3,1), (4,1), (5,1)\}$ حاصلضرب اعداد رو آمده کمتر یا مساوی ۵ باشد: A' ۴۵

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

$$n(S) = 6^3 = 216 \quad \text{۰/۲۵} \quad \text{۴۶}$$

$$A = \{(1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (2,1,1)\} \rightarrow n(A) = 4 \rightarrow p(A) = \frac{1}{54} \quad \text{۰/۲۵}$$

۰/۵



گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$n(S) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 6 & 5 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} 360$$

$$n(A) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} 120$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

تذکر: دقت کنید که حرف «ی» در اول کلمه به صورت «ی» بوده و نقطه دار می باشد!

$$S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \quad \left(\frac{0}{75}\right) \quad \boxed{48}$$

$$A = \{3, 9, 15\} \quad \left(\frac{0}{25}\right) \quad \boxed{49}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad \left(\frac{0}{5}\right) \quad \boxed{50}$$

$$A \cap B = \{3, 9, 15\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{3, 9\} \quad \left(\frac{0}{5}\right) \quad \boxed{51}$$

$$(2, 6)(3, 5)(4, 4)(5, 3)(6, 2) \rightarrow P(A) = \frac{5}{36} \quad \text{(الف)} \quad \boxed{52}$$

$$P(A') = 1 - \frac{5}{36} = \frac{31}{36} \quad \text{(ب)}$$

$$\frac{1}{36} \quad \text{(پ) فقط (4 و 4) است پس:}$$

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad \boxed{53}$$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴

۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴

www.akoedu.ir

