

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

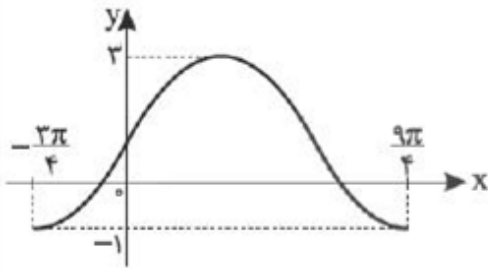
کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک **هفته ای**
رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ **عدد ۱**
را ارسال کنید.

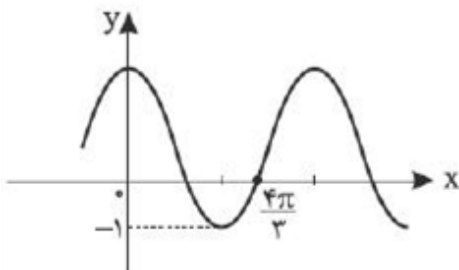
۲۰۰ تست ریاضی دوازدهم تجربی - فصل ۲ - تانژانت و تناوب

۱ شکل زیر نمودار تابع $y = a \sin bx + c$ را در یک دوره از تناوبش نشان می‌دهد. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



- (۱) -۳
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) ۳
- (۴) $-\frac{4}{3}$

۲ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ است. حاصل $a + 2b$ برابر کدام گزینه است؟

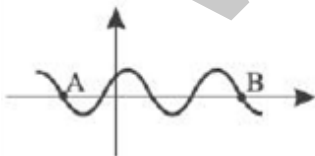


- (۱) -۳
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{5}{3}$
- (۴) -۵

۳ کوچک‌ترین دوره تناوب تابع $y = \frac{1}{\cos^2 \pi x} - 1$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{5}$
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{2}{5}$

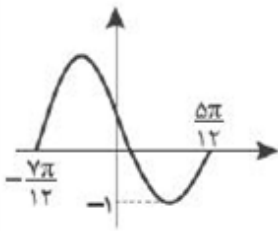
۴ شکل زیر قسمتی از نمودار $f(x) = 1 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ است. مقدار $x_A + x_B$ کدام است؟



- (۱) 4π
- (۲) 3π
- (۳) 2π
- (۴) π

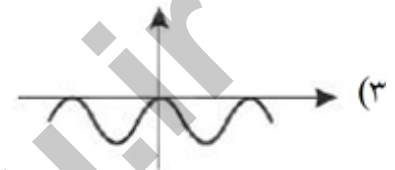
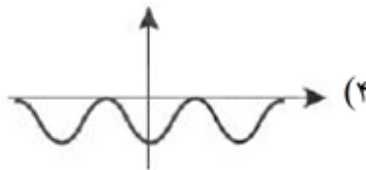
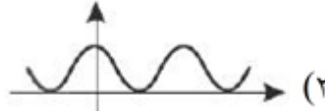
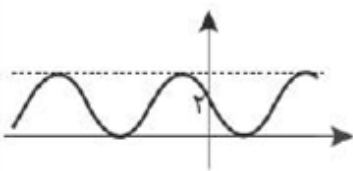


۵ نمودار تابع $f(x) = c + a \sin bx$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است، حاصل $c + ab$ کدام است؟

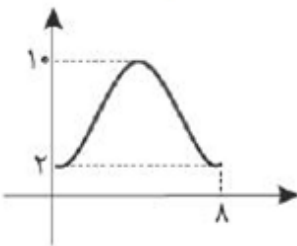


- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۶ اگر نمودار $f(x) = a + b \sin \pi x$ شکل زیر باشد، نمودار $g(x) = b + a \cos \frac{\pi}{4} x$ به کدام صورت است؟



۷ نمودار تابع $f(x) = a + b \cos cx$ در یک دوره تناوب آن به صورت زیر است، مقدار $|b/c|$ کدام است؟



- ۱ (۲π)
- ۲ (-۲π)
- ۳ (π)
- ۴ (-π)

۸ اگر $f(x) = \tan 2x$ دوره تناوب تابع $y = f(x) + f(x + \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

- ۱ (۲π)
- ۲ (π)
- ۳ ($\frac{\pi}{2}$)
- ۴ ($\frac{\pi}{4}$)

۹ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $(1 + \tan^2 x) \cos(3\pi + 2x) = 2$ به کدام صورت است؟

- ۱ ($k\pi + \frac{\pi}{6}$)
- ۲ ($k\pi + \frac{\pi}{3}$)
- ۳ ($k\pi \pm \frac{\pi}{6}$)
- ۴ ($k\pi \pm \frac{\pi}{3}$)

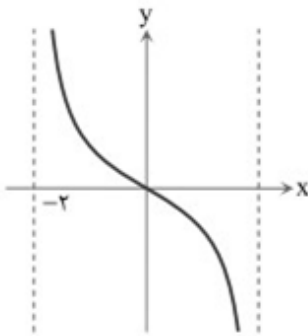
۱۰ دورهی تناوب $y = 1 - 2 \cos \frac{\pi}{3} x$ نصف دورهی تناوب $y = 2 - 3 \cos(\frac{2\pi}{a} x)$ است. مقدار مثبت a کدام است؟

- ۱ (۱۲)
- ۲ (۶)
- ۳ (۲۴)
- ۴ (۳)

۱۱ f تابعی مثلثاتی با دورهی تناوب $T = \frac{\pi}{4}$ است. ماکزیمم تابع برابر ۳ و مینیمم آن برابر -۷ است. ضابطهی f کدام می تواند باشد؟

- ۱ ($-2 - 5 \cos \frac{1}{4} x$)
- ۲ ($5 - 2 \sin \frac{1}{4} x$)
- ۳ ($-2 - 5 \sin 4x$)
- ۴ ($5 - 2 \cos 4x$)





۱۲ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \tan(\pi(ax + 1))$ به صورت مقابل است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$
(۲) $-\frac{1}{8}$
(۳) $-\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۱۳ تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$ را که دوره‌ی تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه‌ی محصور به منحنی f و محور x ها در بازه‌ی $[-\frac{1}{75}, \frac{3}{25}]$ ، کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) ۴

۱۴ اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) -۲
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۲

۱۵ اگر $\alpha + \beta = \frac{29\pi}{2}$ و $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ، مقدار $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)$ کدام است؟

- (۱) $\pm 2\sqrt{2}$
(۲) $\pm\sqrt{2}$
(۳) $\pm \frac{\sqrt{2}}{4}$
(۴) $\pm \frac{1}{8}$

۱۶ تنازات زاویه حاده α برابر ۲ است. زاویه‌ی x بر حسب a از بازه‌ی $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right)$ کدام باشد تا تساوی

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

برقرار باشد؟

- (۱) $\alpha + \frac{\pi}{6}$
(۲) $\alpha + \frac{\pi}{3}$
(۳) $\alpha - \frac{\pi}{6}$
(۴) $\alpha - \frac{\pi}{3}$

۱۷ تابع $f(x) = -2 \tan(\pi mx)$ در بازه‌ی (a, b) اکیداً صعودی است. اگر بیش‌ترین مقدار $b - a$ برابر ۴ باشد، مقدار $f\left(\frac{68}{3}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(۲) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(۳) $2\sqrt{3}$
(۴) $-2\sqrt{3}$

۱۸ اگر حداکثر، حداقل و دوره‌ی تناوب تابع $y = \pi \cos 3x - 2$ به ترتیب، a ، b و T باشد، حاصل $a - b + T$ کدام است؟

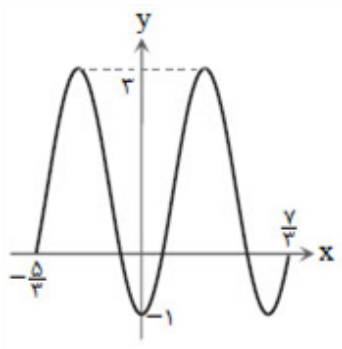
- (۱) 2π
(۲) $\frac{4\pi}{3}$
(۳) $\frac{10\pi}{3}$
(۴) $\frac{8\pi}{3}$



تایع مثلثاتی f با دوره‌ی تناوب $\frac{\pi}{4}$ و مقادیر ماکزیمم و مینیمم ۳ و -۵ مفروض است. ضابطه‌ی f کدام می‌تواند باشد؟

۱۹

- (۱) $1 - 4 \cos 4x$ (۲) $-1 + 4 \sin 4x$ (۳) $1 - 4 \sin \frac{x}{4}$ (۴) $-1 + 4 \cos \frac{x}{4}$



اگر نمودار تایع مثلثاتی $f(x)$ به شکل مقابل باشد، $f(\frac{29}{3})$ کدام است؟

۲۰

- (۱) صفر
(۲) $1 + \sqrt{3}$
(۳) ۱
(۴) $1 - \sqrt{3}$

دوره تناوب تایع $f(x) = \sin^6 2x + \cos^6 2x$ کدام است؟

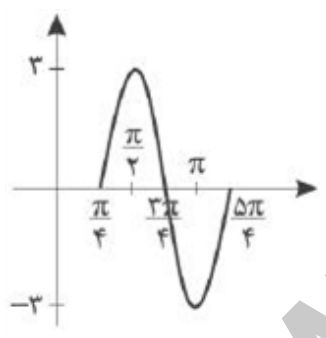
۲۱

- (۱) π (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{8}$

در تایع مثلثاتی $f(x) = c + b \sin ax$ ، اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم با دوره‌ی تناوب برابر است. ضابطه‌ی f کدام می‌تواند باشد؟

۲۲

- (۱) $3 + \frac{1}{2} \sin \pi x$ (۲) $1 - 2 \sin \pi x$ (۳) $1 - 2 \sin \frac{\pi}{2} x$ (۴) $3 + \sin \frac{\pi}{2} x$



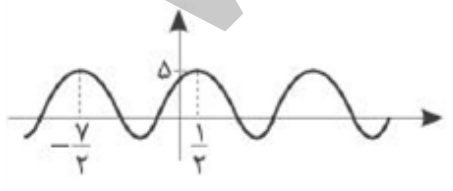
شکل مقابل قسمتی از نمودار کدام تایع می‌تواند باشد؟

۲۳

- (۱) $y = 3 \sin(x - \frac{\pi}{4})$
(۲) $y = 3 \cos(x)$
(۳) $y = -3 \cos(2x)$
(۴) $y = 3 \cos(2x - \frac{\pi}{4})$

قسمتی از نمودار $f(x) = a + 3 \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi x}{b})$ به صورت زیر است. مقدار $f(\frac{13}{2})$ کدام است؟

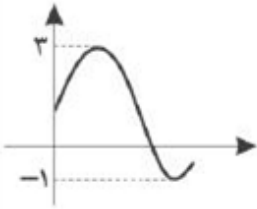
۲۴



- (۱) -۱
(۲) صفر
(۳) ۲
(۴) -۴

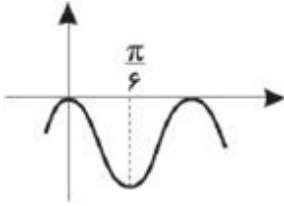


۲۵ نمودار تابع $f(x) = a - b \sin ax$ به صورت زیر است. دوره تناوب f کدام است؟



- (۱) π
- (۲) 2π
- (۳) $\frac{\pi}{4}$
- (۴) $\frac{\pi}{2}$

۲۶ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 1 + \cos(2ax) + b$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a^2}{b}$ کدام است؟



- (۱) $-4/5$
- (۲) $4/5$
- (۳) 18
- (۴) -18

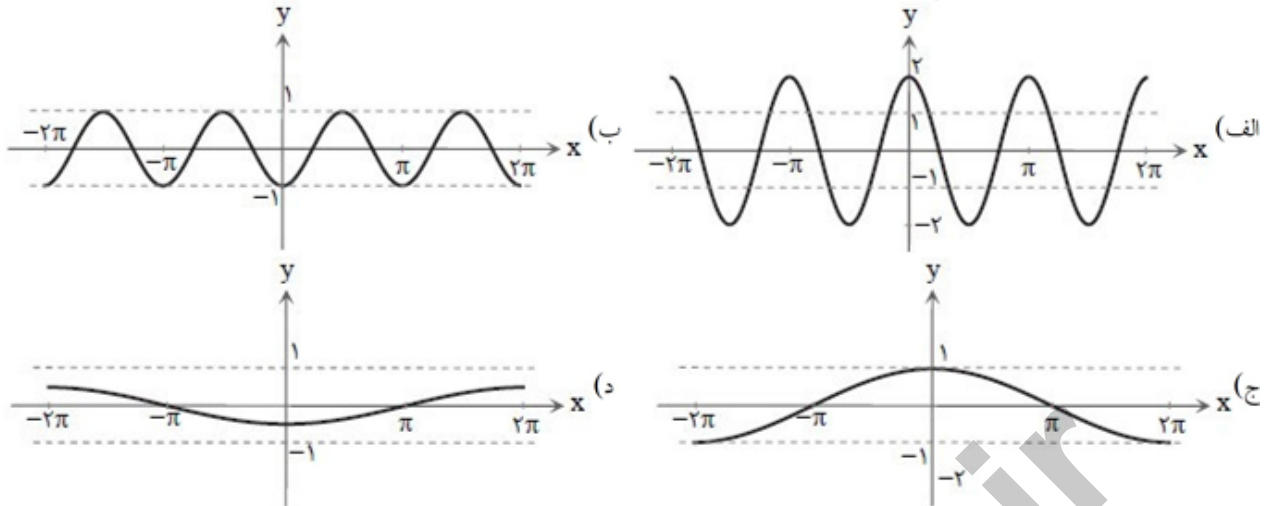
۲۷ کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- (۱) تابع tg در دامنه‌اش صعودی است.
- (۲) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع tg در آن نزولی باشد.
- (۳) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع tg در آن غیرصعودی باشد.
- (۴) اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ آن‌گاه قطعاً $\text{Cotg } \alpha > \text{Sin } \alpha$.



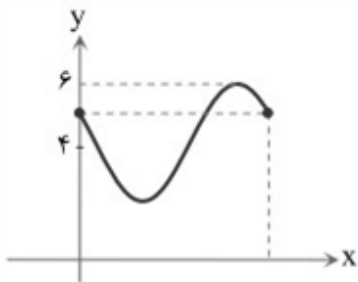
نمودار مربوط به ضابطه‌های $y = -\cos 2x$ و $y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ و $y = 2\cos 2x$ و $y = -\frac{1}{2}\cos\left(-\frac{1}{2}x\right)$

به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) د - ج - الف - ب (۲) ب - ج - الف - د (۳) ب - الف - ج - د (۴) د - الف - ج - ب

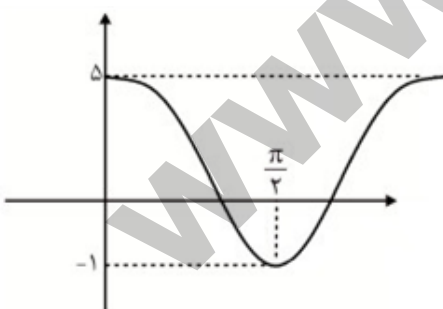
نمودار تابع $f(x) = 4 + a \sin\left(bx - \frac{\pi}{6}\right)$ در بازه $[0, 2\pi]$ به صورت



مقابل است. حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) -۳
(۴) -۱

شکل مقابل نمودار تابع $y = a + b \cos mx$ است. مقدار



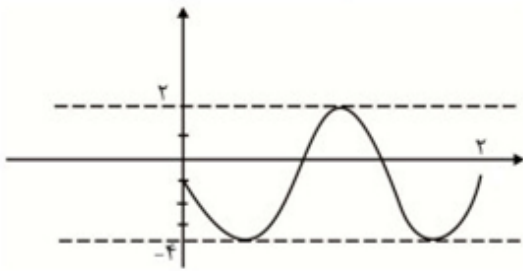
$a + b + m$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶



نمودار تابع $y = a \cos\left(\pi\left(\frac{x}{2} - bx\right)\right) + c$ به شکل زیر می باشد. کدام abc است؟

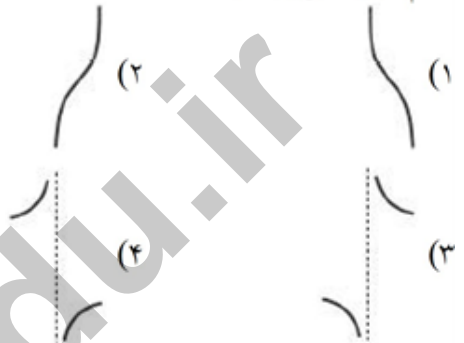
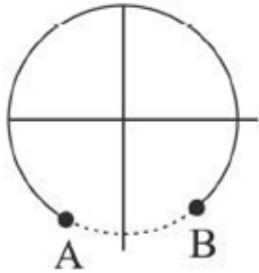
۳۱



- (۱) $-\frac{9}{2}$
- (۲) -2
- (۳) 2
- (۴) $\frac{9}{2}$

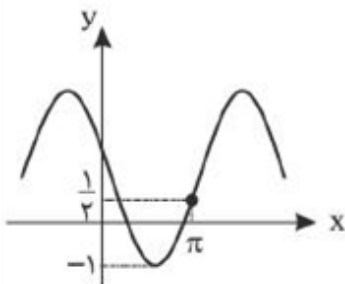
روی دایره مثلثاتی وقتی از نقطه A تا B در جهت پادساعتگرد حرکت می کنیم نمودار متناظر با تابع $y = \tan x$ معادل کدام گزینه می تواند باشد؟

۳۲



شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. $f(0)$ کدام است؟

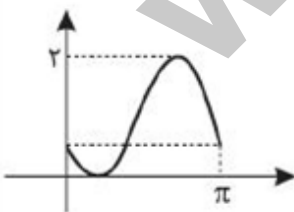
۳۳



- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{5}{2}$
- (۳) $\frac{7}{2}$
- (۴) $\frac{9}{2}$

قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin\left(bx - \frac{\pi}{3}\right)$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ کدام است؟

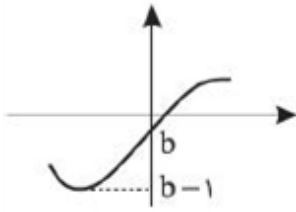
۳۴



- (۱) -1
- (۲) -2
- (۳) 3
- (۴) 4



بخشی از نمودار تابع $y = -\frac{1}{2} + a \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ شکل زیر است. مقدار $a + b$ چه عددی است؟ ۳۵



$\frac{1}{2}$ (۱)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

-3 (۴)

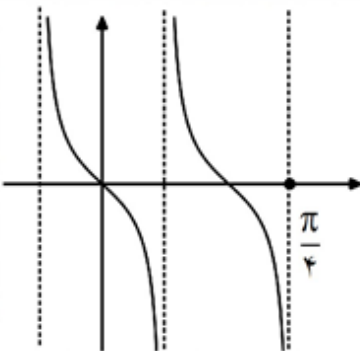
اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 3 - a \cos\left(a\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$ برابر ۴ است. دوره تناوب این تابع کدام است؟ ۳۶

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



قسمتی از نمودار تابع $y = \text{tg}(ax)$ به صورت مقابل است. مقدار a کدام است؟ ۳۷

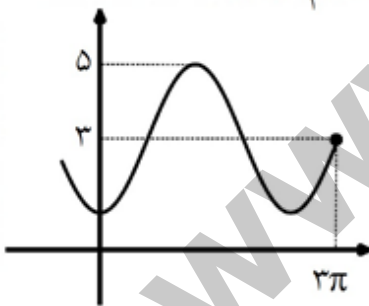
-۶ (۱)

۱۲ (۲)

۶ (۳)

-۱۲ (۴)

قسمتی از نمودار تابع $y = 3 + a \cos bx$ به صورت زیر است. حاصل $a + |b|$ کدام است؟ ۳۸



$\frac{17}{6}$ (۲)

$-\frac{7}{6}$ (۱)

$\frac{8}{3}$ (۴)

$-\frac{4}{3}$ (۳)

اگر $f(x) = \sin 2x$ ، دوره تناوب $g(x) = f(x)f\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ چه عددی است؟ ۳۹

$\frac{3\pi}{4}$ (۴)

π (۳)

$\frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{\pi}{2}$ (۱)



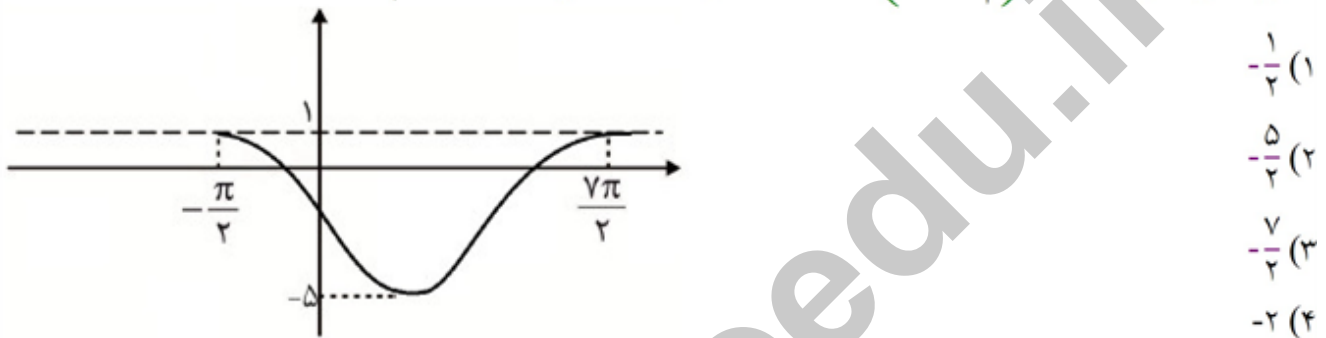
۴۰ در تابع $y = 2a - 3 \cos\left(\frac{\pi a}{3}x + \frac{\pi}{4}\right)$ اگر مجموع مقادیر مینیم و ماکزیمم تابع برابر ۱۲ باشد، مقدار دوره تناوب آن چه عددی است؟

- $\frac{1}{4}$ (۴) ۴ (۳) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۴۱ کدام تابع زیر دارای دوره تناوب 4π و ماکزیمم و می‌نیمم، ۱ و -۵ است؟

- $y = -2 - 3 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$ (۲) $y = -2 + 3 \cos\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{2}\right)$ (۱)
 $y = 1 - 5 \cos\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{4}\right)$ (۴) $y = -5 + \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$ (۳)

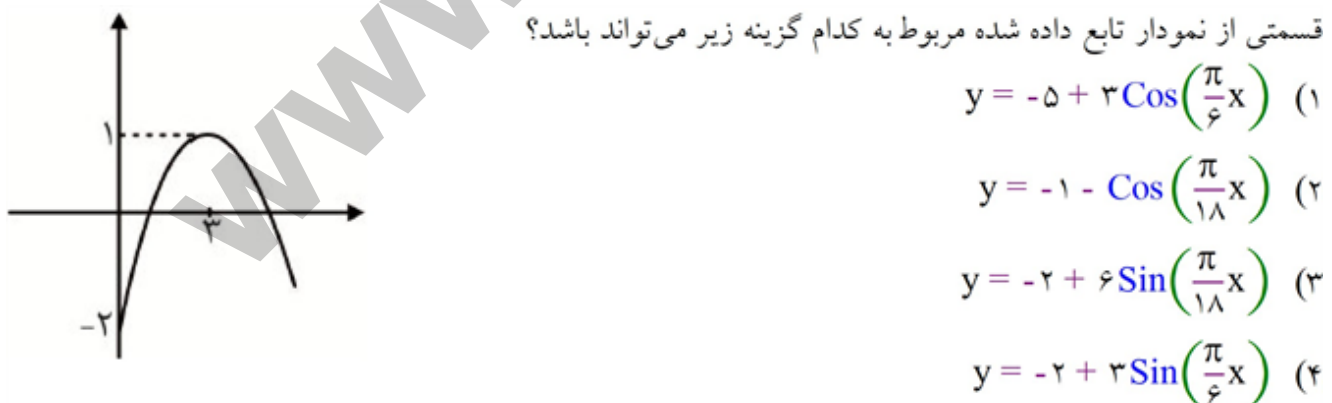
۴۲ شکل مقابل نمودار $y = a \sin\left(bx + \frac{\pi}{3}\right) + c$ می‌باشد. حاصل $ab + c$ کدام است؟

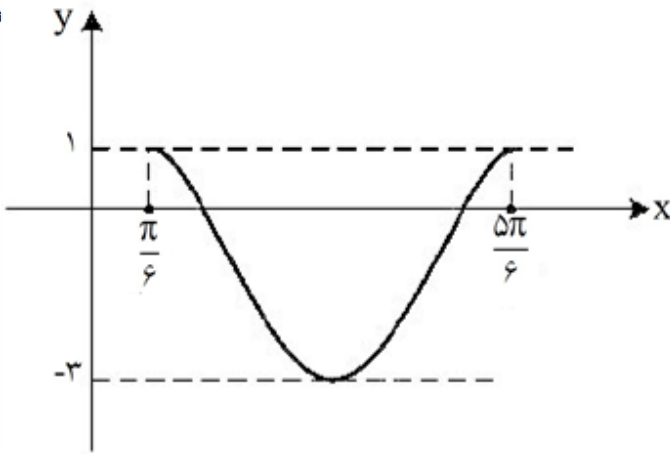


۴۳ طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y = \operatorname{tg}(ax)$ در آن اکیداً نزولی است برابر ۴ می‌باشد. مقدار $f\left(\frac{16}{3}\right)$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $-\sqrt{3}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) ۱ (۱)

۴۴ قسمتی از نمودار تابع داده شده مربوط به کدام گزینه زیر می‌تواند باشد؟





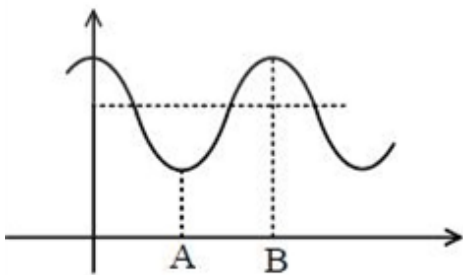
۴۵ شکل زیر، نمودار تابع $y = a\sin(bx) + c$ در یک بازه‌ی تناوب است. مقادیر b و c کدام‌اند؟

- (۱) $b = 3, c = -1$
- (۲) $b = 3, c = -2$
- (۳) $b = \frac{3}{2}, c = -2$
- (۴) $b = \frac{3}{2}, c = -1$

۴۶ اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ برابر عکس دوره‌ی تناوب تابع $f(2x)$ باشد، دوره‌ی تناوب تابع $f(\frac{x}{3})$ چقدر است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۱
- (۴) ۴

۴۷ قسمتی از نمودار تابع $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ به صورت زیر است. طول پاره خط AB کدام است؟

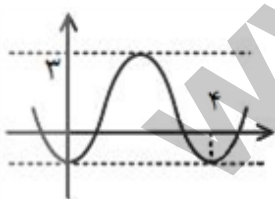


- (۱) $\frac{\pi}{4}$
- (۲) $\frac{\pi}{2}$
- (۳) π
- (۴) $\frac{\pi}{3}$

۴۸ در تابع مثلثاتی $y = c + a\cos bx$ ، اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم، سه برابر دوره‌ی تناوب است. حاصل $|ab|$ چه قدر است؟

- (۱) 6π
- (۲) 2π
- (۳) 3π
- (۴) 4π

۴۹ نمودار تابع $y = b - 2\cos(\pi x)$ به صورت مقابل است. حاصل $|ab|$ کدام است؟



- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) ۳

۵۰ مجموع مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = \sqrt{3} - \cos(\frac{\pi x}{2})$ در کدام گزینه آمده است؟

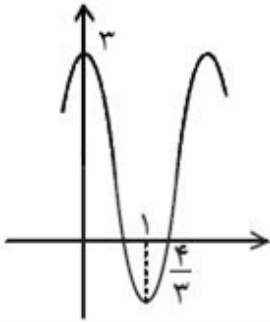
- (۱) ۶
- (۲) ۲
- (۳) $2\sqrt{3} + 2$
- (۴) $2\sqrt{3} + 4$



۵۱ نمودار تابع $y = -|tg x|$ در کدام یک از فاصله‌های زیر اکیداً صعودی است؟

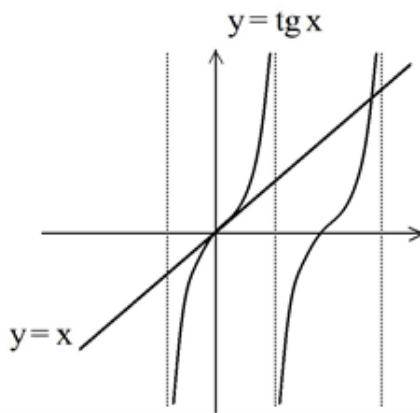
- (۱) $(-\pi, -\frac{\pi}{2})$ (۲) $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ (۳) $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ (۴) $(-\frac{3\pi}{2}, -\pi)$

۵۲ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos(b\pi x) + c$ است. مقدار abc برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- (۱) ۲
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{4}{3}$

۵۳ در شکل زیر نمودار مربوط به توابع $y = x$ و $y = tg x$ را رسم کرده‌ایم، در این صورت اولین جواب مثبت معادله $tg x = x$ در کدام ناحیه از دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد؟



- (۱) اول
(۲) دوم
(۳) سوم
(۴) چهارم

۵۴ تابع $f(x) = 2 \sin(x - \frac{\pi}{3}) + 1$ در بازه $[\pi, a]$ نزولی است، در این صورت حداکثر مقدار a کدام است؟

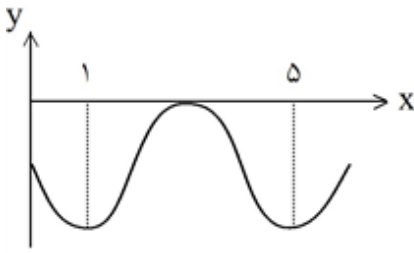
- (۱) $\frac{7\pi}{6}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{11\pi}{6}$ (۴) 2π

۵۵ کدام گزینه درست است؟

- (۱) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.
(۲) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی است.
(۳) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن غیرصعودی است.
(۴) اگر در بازه‌ای تانژانت صعودی نباشد، در آن بازه نزولی است.

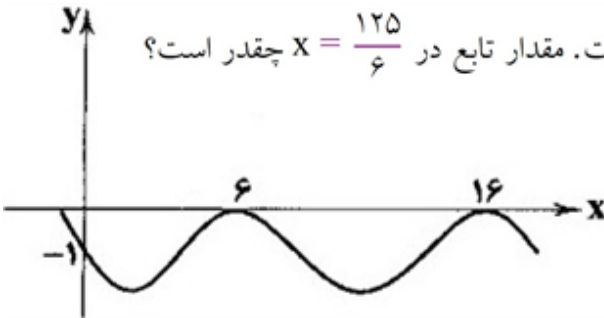


۵۶ اگر نمودار تابع $f(x) = a + \text{Sin}(b\pi x)$ به شکل زیر باشد، مقدار $f\left(\frac{25}{3}\right)$ کدام است؟



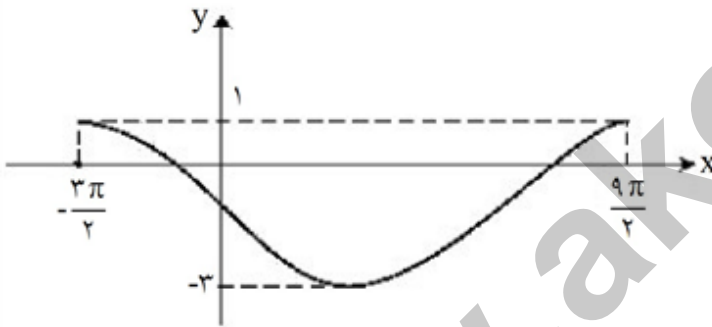
- (۱) $-1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۲) $-\frac{3}{2}$
- (۳) -1
- (۴) -2

۵۷ نمودار زیر، بخشی از تابع $y = a + \text{Cos } \pi \left(\frac{1}{2} - bx\right)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{125}{6}$ چقدر است؟



- (۱) $-\frac{3}{2}$
- (۲) $-\frac{3}{4}$
- (۳) $-\frac{1}{2}$
- (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

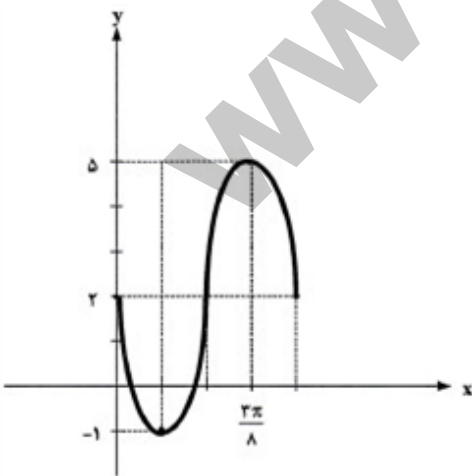
۵۸ شکل زیر، نمودار تابع $y = a\text{Sin}(bx) + c$ را در یک بازه‌ی تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟



- (۱) -2
- (۲) -3
- (۳) -4
- (۴) -6

۵۹ اگر نمودار تابع $f(x) = a + b\text{Sin}(cx)$ به صورت زیر باشد،

مقدار عبارت $a - b + c$ کدام است؟



- (۱) ۹
- (۲) ۷
- (۳) ۵
- (۴) ۳



دوره تناوب کدام تابع $\frac{2}{3}$ است؟ ۶۰

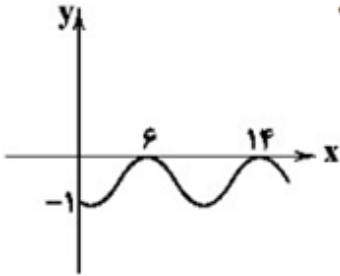
$$g(x) = 1 - \cos \frac{x}{3\pi} \quad (۲) \qquad f(x) = \sin \pi x \quad (۱)$$

$$m(x) = \cos 2\pi x - 1 \quad (۴) \qquad h(x) = 4 - \sin 3\pi x \quad (۳)$$

اگر f تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب $\frac{0}{8}$ باشد، حاصل $f(200)$ با کدام برابر است؟ ۶۱

$f(0/6)$ (۴) $f(2/5)$ (۳) $f(0)$ (۲) $f(1/8)$ (۱)

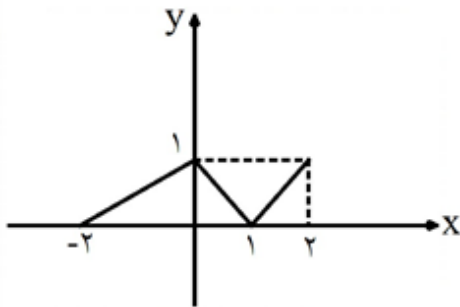
شکل زیر قسمتی از تابع $f(x) = 2a - \sin(2b\pi x)$ است. مقدار $f(1)$ چقدر است؟ ۶۲



$1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$-2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

اگر f تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب ۴ باشد و بخشی از f به صورت زیر ۶۳

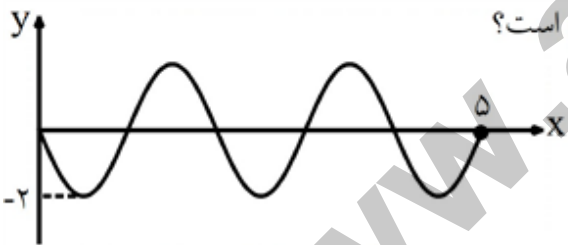


باشد، $f(\frac{801}{2})$ چقدر است؟

۱ (۲) صفر (۱)

$\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

نمودار زیر، قسمتی از تابع $y = a \sin b\pi x$ است، $|a + b|$ کدام است؟ ۶۴



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۴)

اگر ماکزیمم تابع $y = a + 1 - 3 \cos \frac{\pi}{4} x$ برابر ۴ باشد، مینیمم تابع چقدر است؟ ۶۵

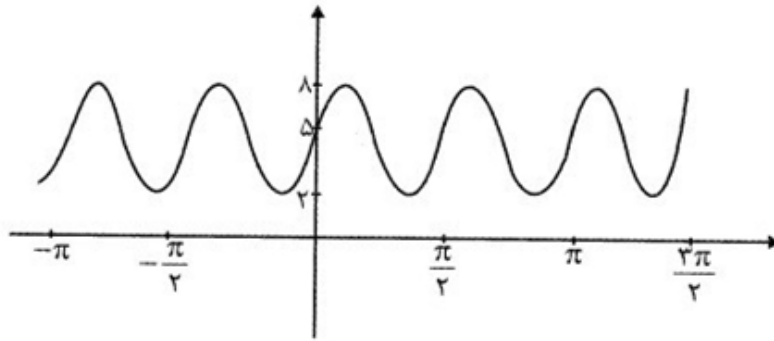
-۲ (۴) ۰ (۳) ۱ (۲) ۲ (۱)

اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = a - 2 \cos 3x$ دو برابر کمترین مقدار آن باشد، a کدام است؟ ۶۶

۳ (۴) ۲ (۳) ۴ (۲) ۶ (۱)



۶۷ اگر نمودار زیر مربوط به $y = a \cos(bx) + c$ یا $y = a \sin(bx) + c$ و $a, b, c \in \mathbb{Q}$ باشد، $|a| + |b| + |c|$ کدام است؟



۱۴ (۱)

۱۲ (۲)

۱۰ (۳)

۸ (۴)

۶۸ اگر ماکزیمم تابع $y = a + 1 - 3 \cos \frac{\pi}{4} x$ برابر ۴ باشد، مینیمم تابع چقدر است؟

-۲ (۴)

۰ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

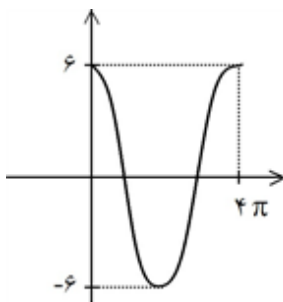
۶۹ دوره تناوب کدام تابع زیر کم‌تر از بقیه است؟

$g(x) = \sin^2(4\pi x)$ (۲)

$f(x) = 4 \tan(2\pi x)$ (۱)

$m(x) = 1 + \sin \frac{x}{2}$ (۴)

$h(x) = 3 + \cos 4x$ (۳)



۷۰ اگر نمودار $y = a \sin^2 bx - a \cos^2 bx$ به صورت مقابل باشد، $\frac{a}{b}$ کدام است؟

-۶ (۱)

۶ (۲)

۱۲ (۳)

-۲۴ (۴)

۷۱ اگر $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$ باشد، نمودار تابع $y = f(x) + |f(x)|$ در کدام فاصله هم صعودی و هم نزولی است؟

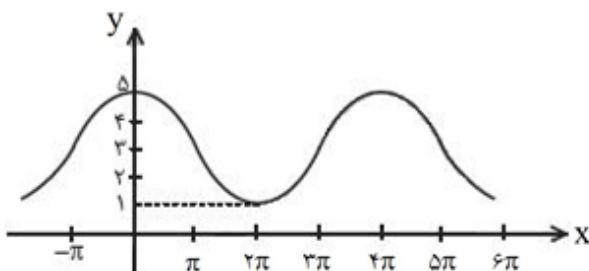
$(\frac{\pi}{3}, \pi)$ (۴)

$(\frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3})$ (۳)

$(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6})$ (۲)

$(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$ (۱)

۷۲ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع مثلثاتی $y = a \cos bx + c$ است، در این صورت حاصل $f(\frac{-4\pi}{3})$ کدام است؟



۲ (۱)

۳ (۲)

$3 - \sqrt{3}$ (۳)

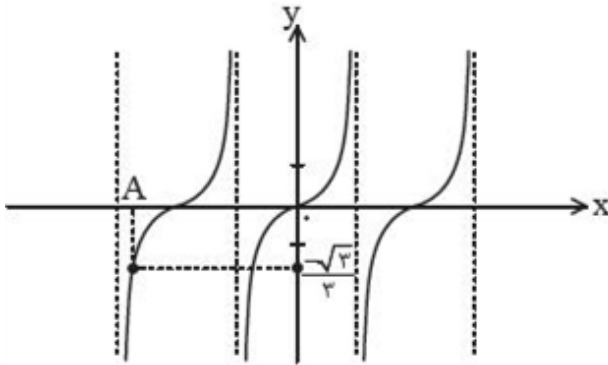
$3 + \sqrt{3}$ (۴)



مجموع مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب تابع $y = \pi \cos\left(\frac{-\pi x}{2}\right) + 3$ کدام است؟

- ۱) ۱۰ (۲) ۷ (۳) $2\pi - 4$ (۴) $2\pi + 4$

شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = \operatorname{tg} x$ است، طول نقطه A کدام است؟



- ۱) $-\frac{7\pi}{6}$ (۲) $-\frac{4\pi}{3}$ (۳) $-\frac{2\pi}{3}$ (۴) $-\frac{5\pi}{6}$

تابع $f(x) = -4 \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ چند بار حداکثر مقدار خود را اختیار می کند؟

- ۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

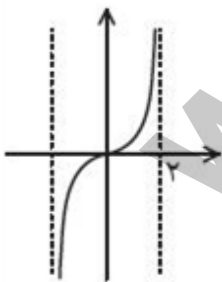
دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sin x}$ کدام است؟

- ۱) π (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) تابع متناوب نیست.

تابع $f(x) = -\operatorname{tg} 2x$ روی کدام یک از بازه های زیر اکیداً نزولی است؟

- ۱) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$ (۲) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ (۳) $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ (۴) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \operatorname{Cotg} \frac{\pi}{4}(ax + 1)$ به صورت زیر است. مقدار a کدام است؟



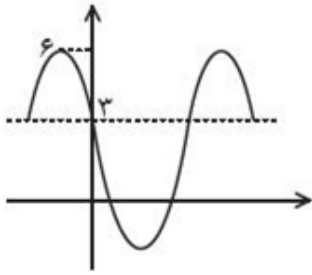
- ۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب $T = 3$ و ماکزیمم و مینیمم برابر ۶ و -۴ کدام می تواند باشد؟

- ۱) $5 + \sin \frac{2\pi}{3} x$ (۲) $5 + \sin \frac{3\pi}{2} x$ (۳) $1 - 5 \sin \frac{2\pi}{3} x$ (۴) $1 - 5 \sin \frac{3\pi}{2} x$

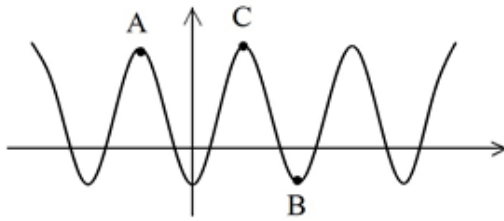


۸۰ قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos(2x + b\pi)$ به صورت زیر است. با فرض مثبت بودن a و b ، حداقل $a + b$ کدام



- است؟
- (۱) $\frac{14}{3}$
- (۲) $\frac{16}{3}$
- (۳) $\frac{17}{3}$
- (۴) $\frac{19}{3}$

۸۱ بخشی از نمودار تابع $y = 1 - 2 \cos \frac{\pi}{3} x$ در شکل زیر رسم شده است. شیب پاره خط AB چند برابر شیب پاره خط BC است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) $\frac{1}{3}$

۸۲ دوره تناوب $f(x) = \cos\left(\frac{a\pi x}{2}\right)$ نصف دوره تناوب تابع $y = \sin \frac{\pi}{a} x$ است. مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{1}{4}$

۸۳ در تابع $y = 3 - 2 \cos \frac{\pi}{2} x$ ، دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم به ترتیب برابر است با:

- (۱) ۱ و ۵، ۲ و ۱، ۲ و ۱، ۲ و ۱
- (۲) ۲ و ۱، ۲ و ۱، ۲ و ۱
- (۳) ۴ و ۱، ۴ و ۱، ۴ و ۱
- (۴) ۴ و ۵، ۴ و ۱، ۴ و ۱

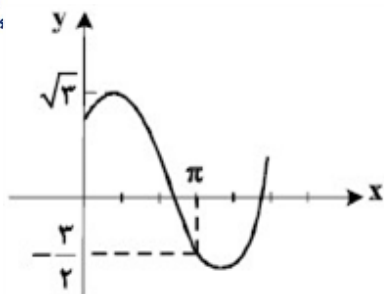
۸۴ دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$
- (۲) π
- (۳) $\frac{3\pi}{2}$
- (۴) 2π

۸۵ اگر $f(x-2) + f(x) = 0$ برای هر عدد حقیقی برقرار باشد و $f\left(\frac{2}{4}\right) = 3$ مقدار $f\left(\frac{1}{4}\right) - 2f\left(\frac{1}{6}\right) - f\left(-\frac{1}{6}\right)$ چه عددی

- است؟
- (۱) ۹
- (۲) -۳
- (۳) ۳
- (۴) -۹





۸۶ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. b

کدام است؟

- ۳/۲ (۲)
۲ (۴)

- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)
 $\sqrt{3}$ (۳)

۸۷ نمودار تابع $y = \left| \cos\left(\frac{9\pi}{2} - ax\right) \right|$ در فاصله $[0, \pi]$ ، ۷ بار خط $y = 1$ را قطع می‌کند. حداقل مقدار مثبت a

کدام است؟

- ۶/۵ (۴)

- ۷ (۳)

- ۵ (۲)

- ۳/۵ (۱)

۸۸ کدام گزینه درست است؟

- (۱) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.
(۲) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی است.
(۳) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن غیرصعودی است.
(۴) اگر در بازه‌ای تانژانت صعودی نباشد، در آن بازه نزولی است.

۸۹ اگر T دوره تناوب، a ماکزیمم و b مینیمم تابع $y = \pi \sin(-x) + 1$ باشند، حاصل $a - b + T$ کدام است؟

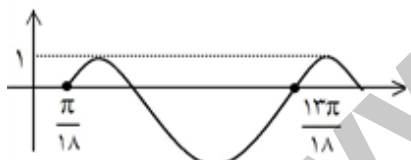
- ۲ (۴)

- 2π (۳)

- 3π (۲)

- 2π (۱)

۹۰ قسمتی از نمودار $f(x) = a + 2 \sin bx$ شکل زیر است. مقدار $a + b^2$ چه عددی است؟



- ۱۰ (۱)

- ۸ (۲)

- ۴ (۳)

- ۲ (۴)

۹۱ در کدام ناحیه دایره مثلثاتی با افزایش α ، مقدار $\sin \alpha$ و $\operatorname{tg} \alpha$ افزایش ولی مقدار $|\operatorname{tg} \alpha|$ کاهش می‌یابد؟

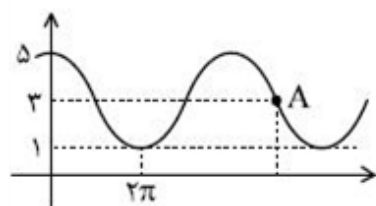
- چهارم (۴)

- سوم (۳)

- دوم (۲)

- اول (۱)

۹۲ نمودار تابع $y = a \cos bx + c$ به صورت زیر است. طول نقطه A کدام است؟



- 6π (۱)

- $\frac{9\pi}{2}$ (۲)

- $\frac{7\pi}{2}$ (۳)

- 5π (۴)



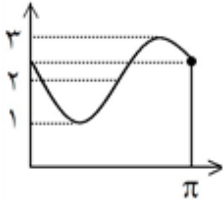
۹۳ تابع $y = 2 \operatorname{tg} 3x$ در بازه $(-a, a)$ صعودی است. حداکثر طول این بازه کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) 2π (۴) 3π

۹۴ ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب $\frac{\pi}{4}$ و مقادیر ماکزیمم و مینیمم برابر ۹ و ۳ کدام می تواند باشد؟

- (۱) $3 - 6 \cos \frac{x}{4}$ (۲) $3 - 6 \sin 4x$ (۳) $6 - 3 \cos 4x$ (۴) $6 + 3 \cos \frac{x}{4}$

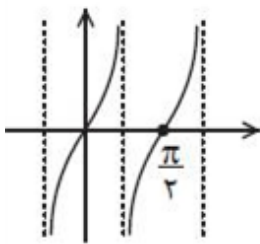
۹۵ قسمتی از نمودار تابع $y = 2 - a \sin\left(\frac{\pi}{6} - bx\right)$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۳
(۴) -۳

۹۶ f تابع مثلثاتی با دوره تناوب 3π است. اگر اختلاف مینیمم و ماکزیمم مقدار آن ۶ واحد باشد، ضابطه f کدام می تواند باشد؟

- (۱) $y = 6 \sin\left(\frac{2x}{3}\right)$ (۲) $y = -6 \sin\left(\frac{2x}{3}\right)$ (۳) $y = 3 \cos(3x)$ (۴) $y = -3 \sin\left(\frac{2x}{3}\right)$



۹۷ نمودار $y = \operatorname{Cotg}\left(ax + \frac{\pi}{2}\right)$ شکل مقابل است. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۴
(۲) -۲
(۳) ۲
(۴) ۴

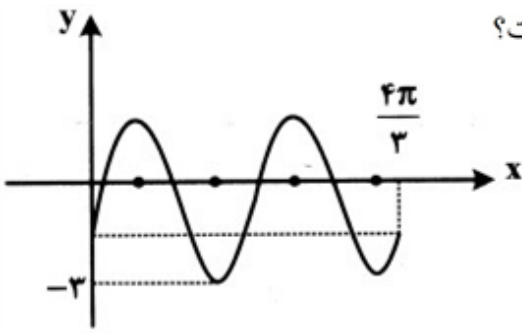
۹۸ به فرض آن که $f(x) = -\frac{3}{4} \cos 3x$ ، دوره تناوب تابع چند برابر اختلاف کمترین و بیشترین مقدار تابع است؟

- (۱) $\frac{9\pi}{4}$ (۲) $\frac{8\pi}{9}$ (۳) $\frac{4\pi}{9}$ (۴) $\frac{9\pi}{8}$

۹۹ دوره تناوب تابع $y = \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) 2π (۴) $\frac{3\pi}{2}$





۱۰۰ شکل زیر نمودار تابع $y = -1 + a \sin bx$ است. $b + a$ کدام است؟

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

۱۰۱ اگر دوره‌ی تناوب تابع $y = 1 - f(3x)$ برابر $\frac{1}{3}$ باشد، دوره‌ی تناوب $f(x)$ کدام است؟

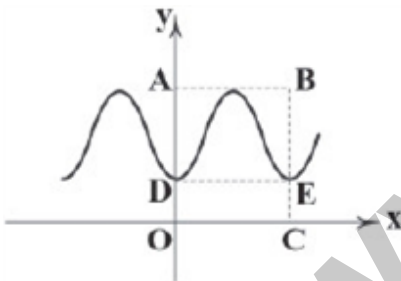
- $\frac{1}{9}$ (۱)
- ۱ (۲)
- ۳ (۳)
- ۹ (۴)

۱۰۲ اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = 1 + 3 \cos \frac{x}{2}$ ، سه برابر دوره‌ی تناوب $g(x) = 3 + \sin \frac{\pi x}{a}$ باشد، $|a|$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱)
- $\frac{\pi}{3}$ (۲)
- $\frac{2\pi}{3}$ (۳)
- $\frac{3\pi}{2}$ (۴)

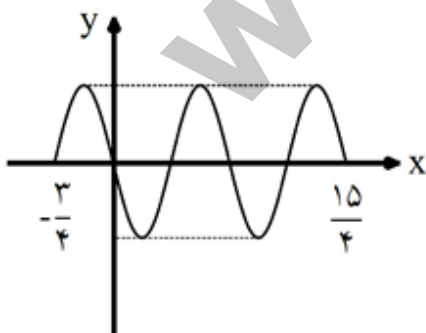
۱۰۳ نمودار تابع $y = \tan 2x$ در فاصله‌ی $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ، خط $y = 2$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۱ (۳)
- صفر (۴)



۱۰۴ اگر نمودار زیر مربوط به تابع $y = 3 - \cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right)$ باشد، مساحت مستطیل OABC، چند برابر مساحت مستطیل ODEC است؟

- $\frac{14}{3}$ (۱)
- $\frac{16}{3}$ (۲)
- $\frac{8}{3}$ (۳)
- ۲ (۴)



۱۰۵ اگر نمودار تابع متناوب $f(x)$ به صورت زیر باشد، دوره‌ی تناوب تابع $3 - f(2x)$ کدام است؟

- $\frac{9}{5}$ (۱)
- $\frac{18}{5}$ (۲)
- $\frac{9}{10}$ (۳)
- $\frac{7}{10}$ (۴)



۱۰۶ در کدام تابع زیر، ماکزیمم تابع از مینیم آن ۳ واحد بیش تر و دوری تناوب آن $\frac{1}{4}$ است؟

$$y = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \sin 4\pi x \quad (2) \qquad y = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos 4\pi x \quad (1)$$

$$y = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cos 4\pi x \quad (4) \qquad y = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos 4x \quad (3)$$

۱۰۷ کدام جمله‌ی زیر صحیح است؟

(۱) تابع $y = \operatorname{tg} x$ در فاصله‌ی $(0, \pi)$ افزایشی است.

(۲) تابع $y = \sqrt{2} \sin 2x$ در فاصله‌ی $(0, \frac{3\pi}{4})$ افزایشی است.

(۳) تابع $y = \operatorname{tg} x$ در دامنه‌ی خود صعودی اکید است.

(۴) تابع $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ در فاصله‌ی $(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$ کاهشی است.

۱۰۸ بیشترین مقدار تابع $y = \cos^2 x - 4 \cos x + 1$ کدام است؟

۹ (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)

۱۰۹ دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = (\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x) \operatorname{tg}^2 2x$ کدام است؟

$\frac{\pi}{2}$ (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴)

۱۱۰ اگر بیشترین مقدار تابع $y = \sin(\frac{11\pi}{2} - x) + 4 \cos(\Delta\pi - x) + k$ دو برابر کمترین مقدار آن باشد، مقدار

k کدام است؟

۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۵ (۴)

۱۱۱ اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = 2 \cos(mx + \frac{m}{2})$ برابر $\frac{4}{3}$ باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟ ($m > 0$)

$-\sqrt{3}$ (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴)

۱۱۲ دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = \frac{\cos 2x \cdot \cos 4x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x}$ کدام است؟

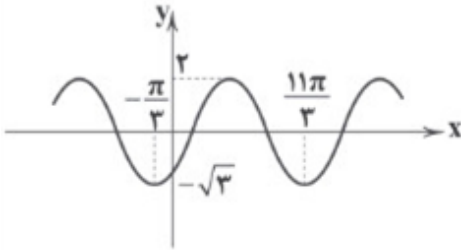
π (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴)



دامنه‌ی تابع $f(x) = \text{tg} \frac{\pi}{1+x}$ شامل چند عدد حقیقی نمی‌شود؟ ۱۱۳

- (۱) صفر (۲) یک (۳) سه (۴) دو

نمودار زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \text{Sin}(bx + c)$ است. مقدار $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ چه قدر است؟ ۱۱۴



(۱) $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

(۲) $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$

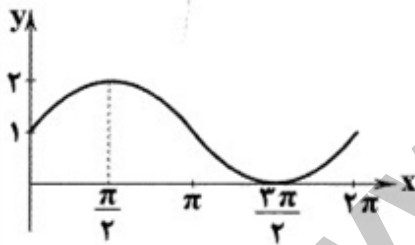
(۳) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

(۴) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

اگر دوره‌ی تناوب تابع $y = f(x)$ عکس دوره‌ی تناوب تابع $g(x) = 3f(4x - 1)$ باشد، آن‌گاه دوره‌ی تناوب $f(3x)$ کدام است؟ ۱۱۵

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

نمودار تابع $f(x) = b + \text{Cos}(x - a)$ به شکل زیر است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر، تابعی یک به یک است؟ $(a \in [-\pi, \pi])$ ۱۱۶



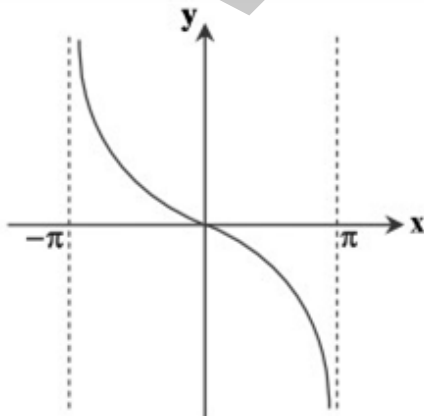
(۱) $\left\{ \left(2, \frac{\pi}{2} \right), (-1, a), (b, \pi) \right\}$

(۲) $\left\{ (b, a), (b, -a), \left(2, \frac{\pi}{2} \right) \right\}$

(۳) $\left\{ (2 - b, a), \left(2, \frac{\pi}{2} \right), \left(b, -\frac{\pi}{2} \right) \right\}$

(۴) $\left\{ (2, a), (-1, \pi), \left(b, -\frac{\pi}{2} \right) \right\}$

نمودار تابع $y = \tan(\pi + ax)$ به صورت زیر است. مقدار a کدام است؟ ۱۱۷



(۱) $\frac{1}{2}$

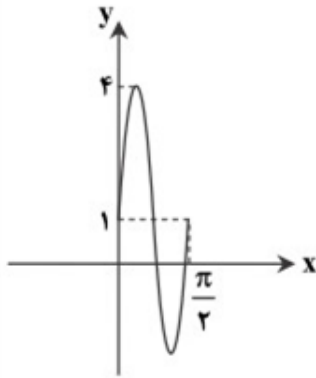
(۲) ۲

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۴) -۲

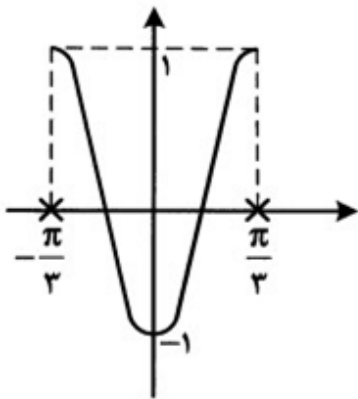


۱۱۸ اگر نمودار تابع $y = 2 - a \sin(2x)$ فقط از نواحی سوم و چهارم عبور نکند، کدام گزینه درست است؟
 (۱) $|a| \leq 2$ (۲) $|a| \geq 2$ (۳) $|a| \leq 4$ (۴) $|a| \geq 4$



۱۱۹ شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx) + c$ است. حاصل abc کدام است؟

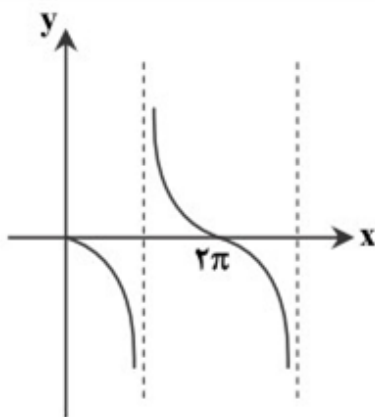
- (۱) ۱۲
- (۲) ۶
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۴



۱۲۰ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a \sin(bx + c)$ ، به شکل زیر است. حاصل abc کدام است؟

- (۱) $-\frac{3\pi}{2}$
- (۲) 3π
- (۳) $-\frac{2\pi}{3}$
- (۴) 2π

۱۲۱ خط $y = 2$ نمودار $y = \tan 2x$ را در بازه $(0, a)$ در ۲ نقطه قطع می کند. مقدار a کدام می تواند باشد؟
 (۱) $\frac{3\pi}{2}$ (۲) $\frac{5\pi}{6}$ (۳) 2π (۴) $\frac{\pi}{2}$



۱۲۲ بخشی از نمودار تابع $y = \tan(kx)$ به صورت مقابل است. مقدار k کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$
- (۲) ۲
- (۳) -۲
- (۴) $\frac{1}{2}$

۱۲۳ در یک تابع مثلثاتی با دوره تناوب 4π ، ماکزیمم برابر ۱ و مینیمم برابر -۷ است. ضابطه ی این تابع، کدام می تواند باشد؟

(۲) $y = -3 + 4 \cos \frac{1}{4} x$

(۱) $y = -3 - 4 \sin 2x$

(۴) $y = -4 - 3 \cos 2x$

(۳) $y = -4 + 3 \sin \frac{1}{4} x$



۱۲۴ اگر $T = 2$ دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ باشد، دوره‌ی تناوب تابع $y = 1 - 2f(3x)$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۲۵ اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ ، کدام گزینه حتماً درست است؟

- ۰ < $\sin \alpha < \tan \alpha$ (۲) ۰ < $\sin \alpha < \cos \alpha$ (۱)
 $\tan \alpha < \cos \alpha < \sin \alpha$ (۴) ۰ < $\cos \alpha < \tan \alpha$ (۳)

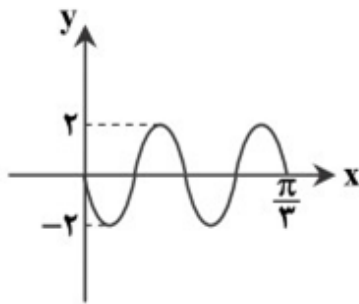
۱۲۶ دوره‌ی تناوب $y_1 = 2\cos(3\pi x)$ دو برابر دوره‌ی تناوب $y_2 = -3\sin(a\pi x)$ است، مقدار مثبت a کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۲۷ تابع $f(x)$ با دامنه‌ی R و دوره‌ی تناوب $T = 7$ مفروض است. $f(1397)$ با کدام گزینه برابر است؟

- $f(1)$ (۱) $f(2)$ (۲) $f(4)$ (۳) $f(7)$ (۴)

۱۲۸ شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = a + b \sin cx$ است. مقدار عبارت



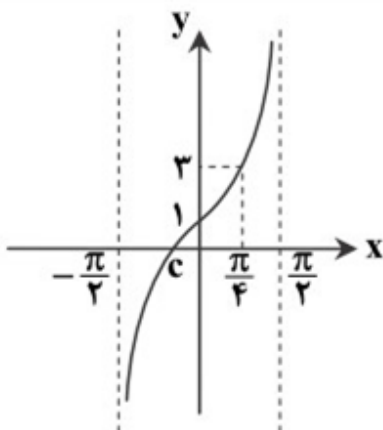
$a^2 + b^2 + c^2$ کدام است؟

- ۱۴۹ (۱)
 ۱۴۸ (۲)
 ۱۵۰ (۳)
 ۱۵۲ (۴)

۱۲۹ نمودار توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sin 2x$ در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ ، چند بار یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۰ شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = a + b \tan x$ در بازه‌ی $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ است.



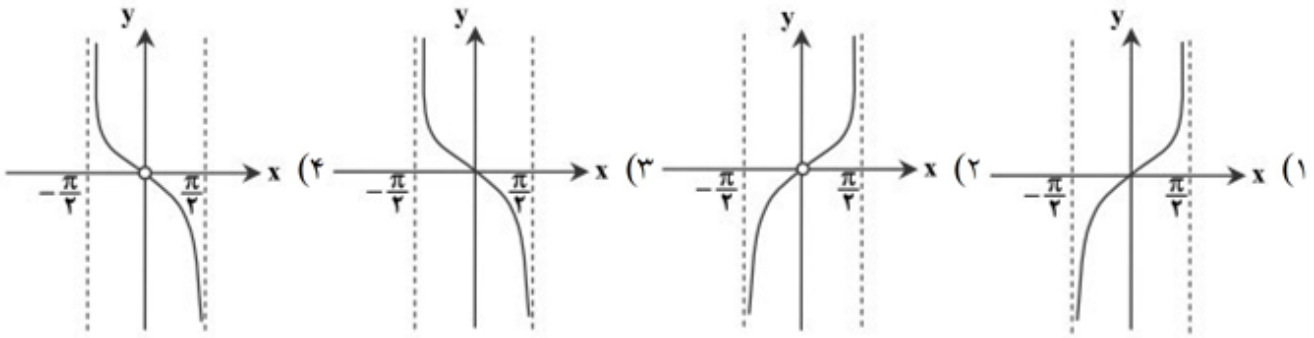
مقدار $b + a \tan(c)$ کدام است؟

- ۱/۵ (۱)
 ۲/۵ (۲)
 ۳/۵ (۳)
 صفر (۴)



۱۳۱

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \tan^2 x \cdot \cot x$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ کدام است؟



۱۳۲

در تابع $f(x)$ به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ داریم $f(x + 4) = -f(x)$. در صورت متناوب بودن تابع $f(x)$ ، دوره‌ی تناوب آن کدام است؟

- (۱) متناوب نیست. (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۴

۱۳۳

کدام یک از جملات زیر درست است؟

- (۱) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.
 (۲) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.
 (۳) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است.
 (۴) دامنه‌ی تابع $y = \tan x$ به صورت $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ است.

۱۳۴

اگر مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = a \cos(2x) + c$ برابر ۱ و -۷ باشد، مقدار ac کدام است؟

- (۱) ۱۲ یا ۴ (۲) ۱۲ یا -۱۲ (۳) ۴ یا -۱۲ (۴) -۴ یا ۱۲

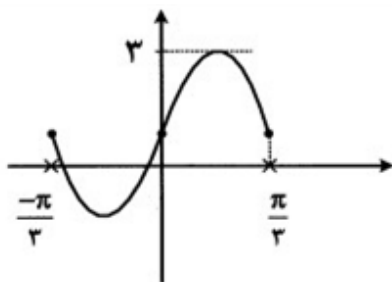
۱۳۵

دوره‌ی تناوب تابع $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x) + 1$ ، چند برابر ماکزیمم آن است؟

- (۱) ۰/۸ (۲) ۸ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۳۶

شکل مقابل نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. $a + b$ کدام است؟



- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) ۵

۱۳۷

دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = a \sin 2x + b \cos \frac{x}{2}$ ، کدام است؟

- (۱) π (۲) 2π (۳) 4π (۴) $5\frac{\pi}{2}$

۱۳۸

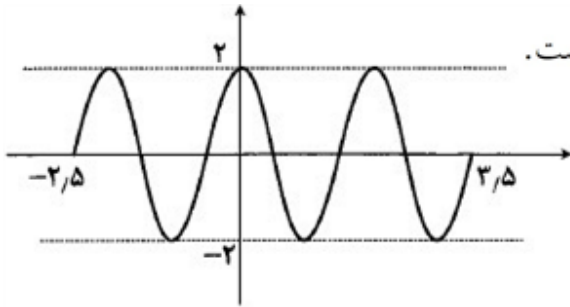
تابع $f(x) = \operatorname{tg} x$ در کدام فاصله‌ی زیر صعودی اکید است؟

- (۱) $(0, \pi)$ (۲) $(\frac{\pi}{4}, \pi)$ (۳) $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ (۴) $(\pi, 2\pi)$



۱۳۹ اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ برابر ۲ باشد، حاصل $A = \frac{f(4) + f(2)}{2f(4) + 3f(6)}$ کدام است؟

- ۰/۸ (۴) ۰/۶ (۳) ۰/۴ (۲) ۰/۲ (۱)

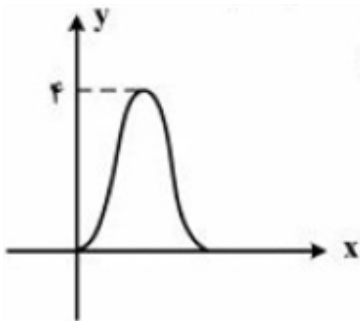
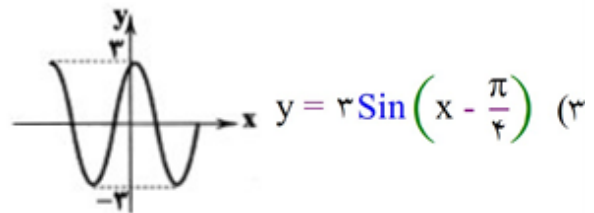
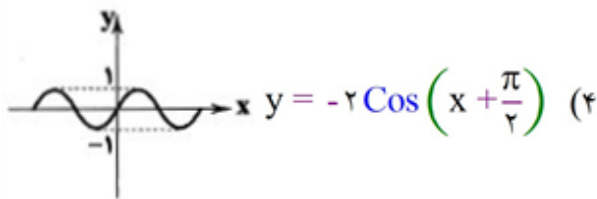
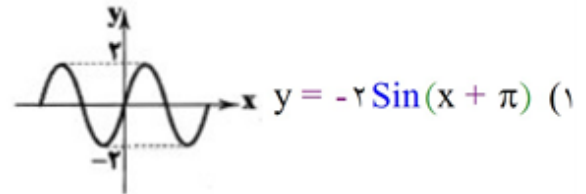
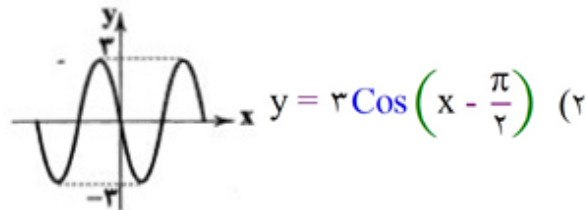


۱۴۰ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin\left(\frac{1}{2} + bx\right)$ است.

ab کدام است؟

- ۲ (۱)
۳ (۲)
۲/۵ (۳)
۳/۵ (۴)

۱۴۱ در کدام یک از گزینه‌ها، نمودار تابع به درستی رسم شده است؟

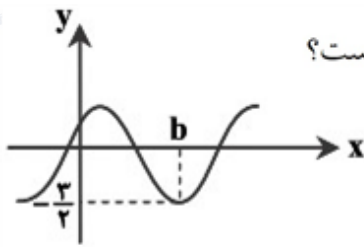


۱۴۲ شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ در بازه‌ی $(0, 4)$ است.

b کدام است؟

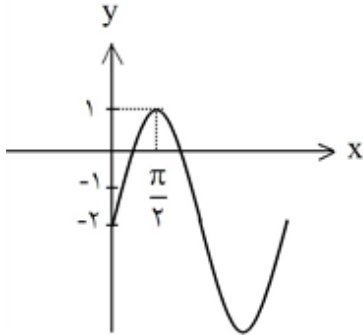
- ۲ (۱)
-۱ (۲)
۱ (۳)
۲ (۴)





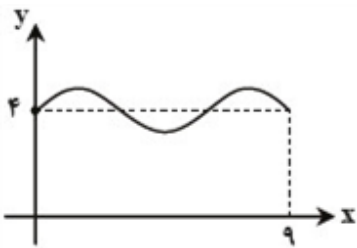
۱۴۸ اگر نمودار تابع $y = a + \text{Cos}\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ به صورت مقابل باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) $-\frac{7\pi}{6}$
- (۲) $-\frac{7\pi}{12}$
- (۳) $\frac{7\pi}{6}$
- (۴) $\frac{7\pi}{12}$



۱۴۹ اگر شکل زیر نمودار تابع $f(x) = a \text{Sin} x + b$ باشد، $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ کدام است؟

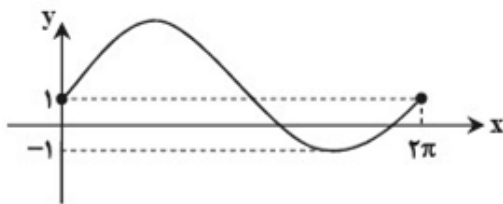
- (۱) $-\frac{1}{2}$
- (۲) $-\frac{7}{2}$
- (۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - 2$
- (۴) $-\frac{3\sqrt{3}}{2} - 2$



۱۵۰ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2m + \text{Sin}(n\pi x)$ است. مقدار mn کدام است؟

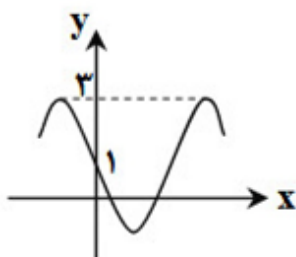
- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $-\frac{2}{3}$
- (۳) $-\frac{4}{3}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

۱۵۱ نمودار تابع $y = a \text{Cos}^2 x + 3 \text{Sin} x + b$ در بازه $[0, 2\pi]$ به شکل زیر می باشد. بیشترین مقدار این تابع کدام است؟



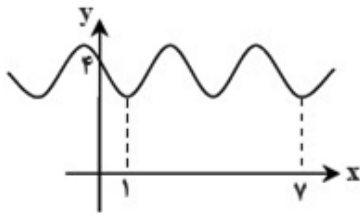
- (۱) ۵
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۵۲ اگر $f(x) = \text{Sin} x + \text{Cos} x$ و نمودار تابع $y = a + b f\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ به صورت زیر باشد، مقدار b کدام است؟



- (۱) $\sqrt{2}$
- (۲) $-\sqrt{2}$
- (۳) $2\sqrt{2}$
- (۴) $-2\sqrt{2}$



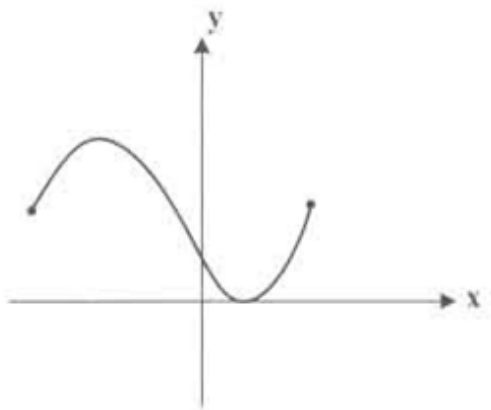


۱۵۳ شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \text{Sin}(b\pi x)$ می‌باشد، حاصل ab کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$
(۲) -2
(۳) $-\frac{2}{3}$
(۴) $-\frac{4}{3}$

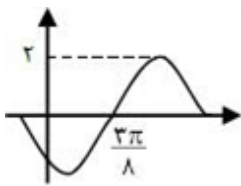
۱۵۴ دوره تناوب اصلی تابع $y = \text{Sin}^3\left(\frac{2\pi x}{3}\right)$ چند برابر دوره تناوب اصلی $y = 3\text{Cos}^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ است؟

- (۱) $\frac{\pi}{9}$
(۲) $\frac{9}{\pi}$
(۳) $\frac{\pi}{2}$
(۴) $\frac{1}{\pi}$



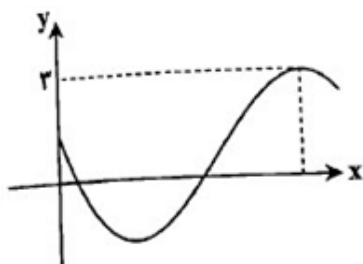
۱۵۵ شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ است؟

- (۱) $y = 1 - \text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
(۲) $y = 1 + \text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
(۳) $y = 1 - \text{Sin}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$
(۴) $y = 1 + \text{Sin}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$



۱۵۶ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a\text{Sin}\left(bx + \frac{\pi}{4}\right)$ به صورت مقابل است. حاصل ab کدام است؟

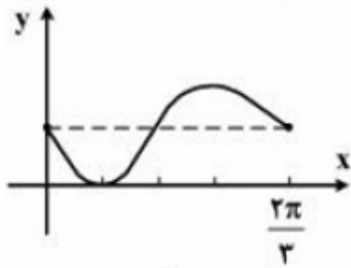
- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۴
(۴) -۴



۱۵۷ قسمتی از نمودار تابع $y = a\text{Cos}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + b$ به شکل مقابل است. مقدار

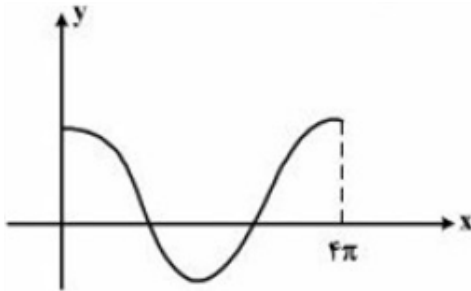
- $a + b$ کدام است؟
(۱) ۲
(۲) -۲
(۳) ۱
(۴) -۱





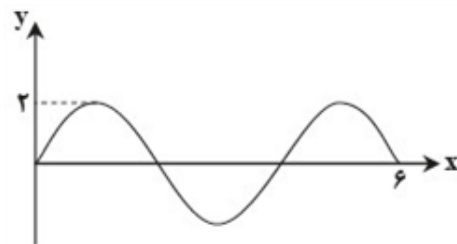
۱۵۸ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \text{Sin} mx$ است. مقدار تابع در نقطه‌ی $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) ۲



۱۵۹ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \text{Cos} mx$ است. مقدار تابع در نقطه‌ی $x = \frac{16\pi}{3}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) صفر



۱۶۰ نمودار تابع $f(x) = a \text{Sin} bx$ به صورت مقابل است. حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) $4 + \pi^2$
- (۳) $4 + \frac{\pi^2}{4}$
- (۴) $4 + 4\pi^2$

۱۶۱ اگر $\text{Sin} x = \frac{12}{13}$ و $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ، مقدار $\text{tg} \frac{x}{2}$ کدام است؟

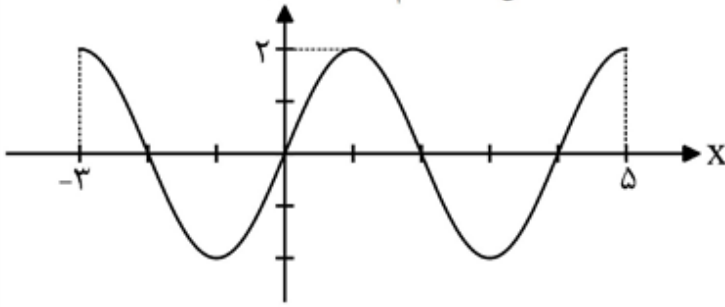
- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{5}{26}$
- (۴) $\frac{13}{15}$

۱۶۲ اگر ماکسیمم و دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = -3 \text{Cos} 4x$ را به ترتیب A و B بنامیم، حاصل $A \times B$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$
- (۲) 2π
- (۳) 3π
- (۴) $\frac{9\pi}{4}$



۱۶۳ شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(\pi(bx - 1))$ است. حاصل ab کدام است؟ y

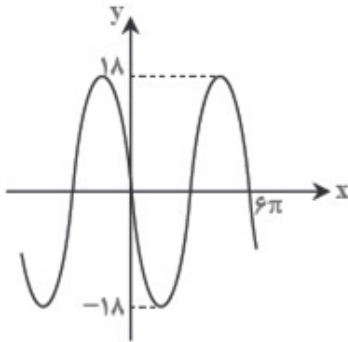


- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) $-\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

۱۶۴ نمودار تابع $y = 2 \cos 3x$ در نقاطی با کدام طول به ترتیب حداکثر و حداقل مقدار را دارد؟

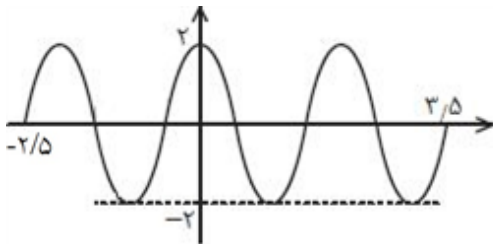
- (۱) $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}$
- (۲) $\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}$
- (۳) $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}$
- (۴) $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

۱۶۵ نمودار تابع $f(x) = b \sin ax$ به صورت مقابل است. کمترین مقدار $a + b$ کدام است؟



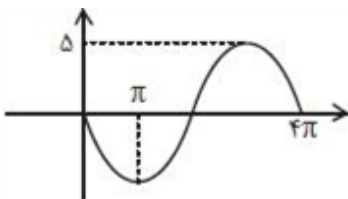
- (۱) $\frac{53}{3}$
- (۲) -۱۹
- (۳) -۱۷
- (۴) $-\frac{53}{3}$

۱۶۶ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin\left(\pi\left(\frac{1}{2} + bx\right)\right)$ است. a, b کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{5}$
- (۲) $\frac{3}{5}$
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۱۶۷ اگر نمودار $y = a \sin(bx)$ مطابق شکل زیر باشد، $a + b$ کدام است؟

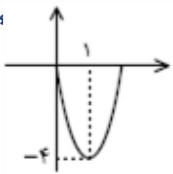


- (۱) $\pm \frac{9}{2}$
- (۲) $\frac{9}{2}$
- (۳) $-\frac{9}{2}$
- (۴) $-\frac{7}{2}$

۱۶۸ دوره‌ی تناوب اصلی تابع $y = -3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2x}{3}\right) + 1$ کدام است؟

- (۱) 3π
- (۲) ۴
- (۳) 2π
- (۴) $\frac{4\pi}{3}$

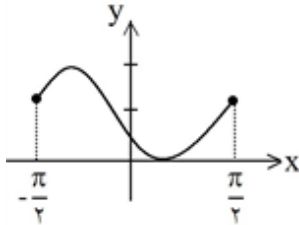




۱۶۹ اگر قسمتی از نمودار تابع $y = -a \cos\left(bx - \frac{1}{2}\right)\pi$ به صورت روبه‌رو باشد،

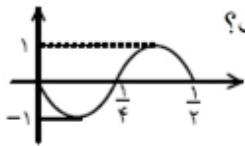
مقدار y به ازای $x = \frac{8}{3}$ چه قدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $-2\sqrt{3}$



۱۷۰ شکل روبه‌رو نمودار کدام تابع در یک دوره تناوب است؟

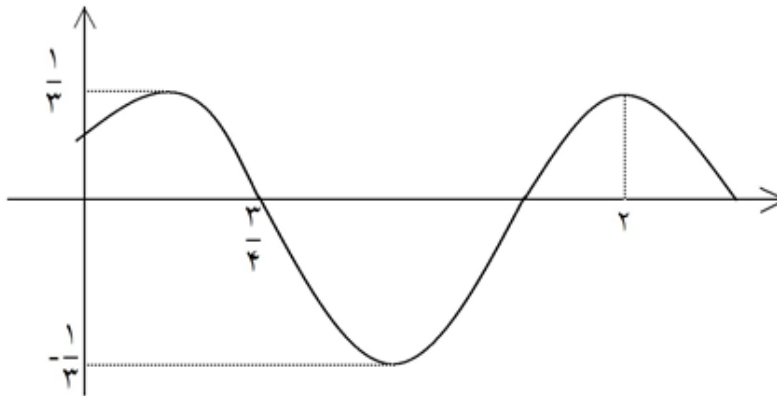
- (۱) $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ (۲) $y = 1 + \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
 (۳) $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ (۴) $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$



۱۷۱ اگر نمودار $y = \sin(ax)$ در یک دوره تناوب به صورت زیر باشد مقدار a چه قدر است؟

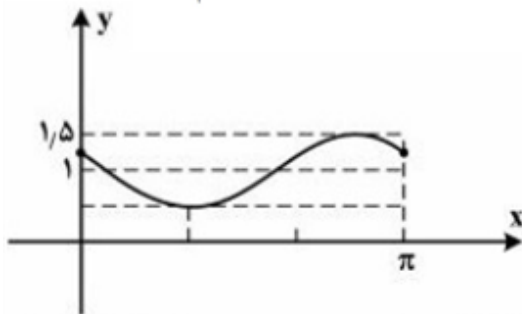
- (۱) 4π (۲) -4π (۳) 2π (۴) -2π

۱۷۲ نمودار زیر بخشی از منحنی تابع $f(x) = a \cos b(x + c)$ را نشان می‌دهد. مقدار abc کدام است؟ ($a, b > 0$)



- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $-\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{3\pi}{4}$ (۴) $-\frac{2\pi}{3}$

۱۷۳ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 1 + a \sin\left(bx - \frac{\pi}{6}\right)$ است. $a + b$ کدام است؟

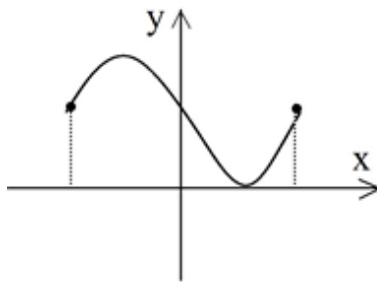


- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۷۴ دوره‌ی تناوب اصلی تابع $f(x) = \tan 6x - \cot 6x$ و دوره‌ی تناوب $g(x) = \tan ax \cot ax$ با هم برابرند. a کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴





شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ است؟ ۱۷۵

(۱) $y = 1 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

(۲) $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۳) $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

(۴) $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

اگر دوره تناوب تابع $f(x) = a \sin b\pi x$ برابر $\frac{1}{3}$ باشد نمودار تابع در بازه $[0, 1]$ چند نقطه بر روی محور xها دارد؟ ۱۷۶

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = \sin(\pi x) + \frac{1}{3}x - \left[\frac{1}{3}x\right]$ کدام است؟ ۱۷۷

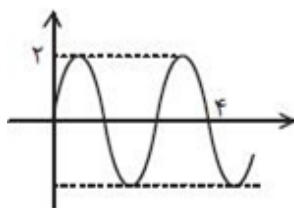
۶ (۴)

۱۲ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a^2 \cos\left(\left(\frac{1}{2} + bx\right)\pi\right)$ است. حاصل $a^2 + b$ کدام است؟ ۱۷۸

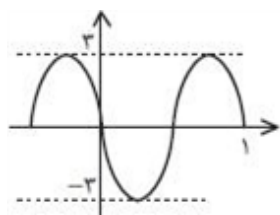


$\frac{5}{2}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

$\frac{11}{4}$ (۴)

$\frac{5}{4}$ (۳)



اگر نمودار تابع $y = a \cos \pi \left(\frac{1}{2} + bx\right)$ مطابق شکل زیر باشد، $a \cdot b$ کدام است؟ ۱۷۹

۲ (۲)

۱ (۱)

۶ (۴)

۳ (۳)

اگر f تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب ۳ باشد و به ازای $0 \leq x < 3$ داشته باشیم $f(x) = 5x - 1$ حاصل $f(\sqrt{2})$ چه قدر است؟ ۱۸۰

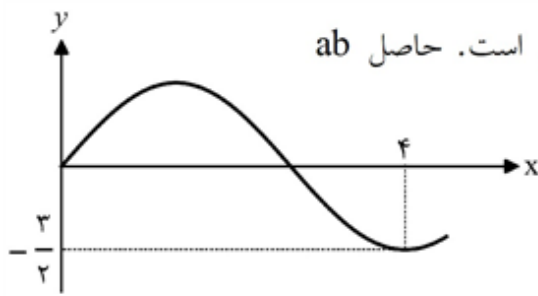
۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۴۰ (۲)

۱۰ (۱)





۱۸۱ نمودار تابع $y = a \cos\left(\frac{\pi}{2}(bx + 1)\right)$ به صورت مقابل است. حاصل ab برابر است با:

- برابر است با:
- ۱) $-\frac{9}{8}$
 - ۲) $\frac{9}{8}$
 - ۳) $-\frac{3}{8}$
 - ۴) $\frac{3}{8}$

۱۸۲ دوره تناوب اصلی تابع $f(x) = \tan 2x - \cot 2x$ کدام است؟

- ۱) $\frac{\pi}{2}$
- ۲) π
- ۳) $\frac{\pi}{4}$
- ۴) 2π

۱۸۳ نمودار تابع $y = 2 \sin|x|$ بر خط $y = 2$ در بازه $[-\pi, \pi]$ در چند نقطه مماس است؟

- ۱) ۴
- ۲) ۲
- ۳) ۱
- ۴) ۳

۱۸۴ اگر تابع $f(t) = -\frac{3}{5} \cos(4\pi t)$ را در فاصله‌ی زمانی $0 \leq t \leq 7$ رسم کنیم، نمودار f محور افقی زمان را در چند نقطه قطع خواهد کرد؟

- ۱) ۲۷
- ۲) ۲۸
- ۳) ۲۹
- ۴) ۳۰

۱۸۵ اگر دوره‌ی تناوب $y = -2 \sin \pi \left(\frac{1}{2} + \frac{3x}{2}\right)$ چهار برابر دوره‌ی تناوب $y = 5 \cos 2\pi \left(\frac{ax}{2} + 3\right)$ باشد، $|a|$ کدام است؟

- ۱) $\frac{32}{3}$
- ۲) ۶
- ۳) ۱۲
- ۴) $\frac{3}{32}$

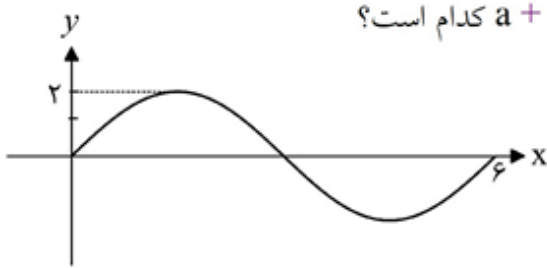
۱۸۶ دوره تناوب تابع $f(x) = |\sin 2x|$ ، کدام است؟

- ۱) π
- ۲) 2π
- ۳) $\frac{\pi}{2}$
- ۴) $\frac{\pi}{4}$

۱۸۷ دوره‌ی تناوب اصلی تابع $f(x) = \tan x - \cot x$ کدام است؟

- ۱) $\frac{\pi}{2}$
- ۲) $\frac{\pi}{4}$
- ۳) π
- ۴) 2π





۱۸۸ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟

- $\frac{4}{3}$ (۱)
 $\frac{5}{3}$ (۲)
 $\frac{7}{3}$ (۳)
 $\frac{8}{3}$ (۴)

۱۸۹ معادله‌ی $\text{tg } x + |x| = \frac{\pi}{2}$ چند ریشه در بازه‌ی $(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ دارد؟

- ۲ (۱)
 ۳ (۲)
 ۴ (۳)
 ۵ (۴)

۱۹۰ معادله‌ی $x \sin x - \cos x = 0$ در بازه‌ی $(-\pi, \pi)$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱)
 ۲ (۲)
 ۳ (۳)
 ۴ (۴)

۱۹۱ دوره‌ی تناوب $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ چند برابر دوره‌ی تناوب $y = \cos(\frac{\pi}{6} - 2x)$ است؟

- ۲ (۱)
 ۴ (۲)
 $\frac{1}{2}$ (۳)
 ۳ (۴)

۱۹۲ دوره‌ی تناوب اصلی تابع $y = \sin^2(\frac{2\pi x}{3}) + \cos^3(\frac{3\pi x}{2})$ چه قدر است؟

- ۶ (۱)
 ۲ (۲)
 ۱۲ (۳)
 ۳ (۴)

۱۹۳ دوره‌ی تناوب اصلی تابع $y = \frac{2x}{3} - \lfloor \frac{2x}{3} \rfloor + \lfloor -\frac{x}{3} \rfloor + \lfloor \frac{x}{3} \rfloor$ چه قدر است؟

- $\frac{3}{2}$ (۱)
 ۳ (۲)
 $\frac{9}{2}$ (۳)
 ۶ (۴)

۱۹۴ توابع f و g به صورت $f(x) = |\sin x|$ ، $g(x) = |\cos x|$ تعریف شده‌اند دوره‌ی تناوب اصلی کدام تابع با بقیه متفاوت است؟

- f (۱)
 g (۲)
 $f + g$ (۳)
 $f - g$ (۴)

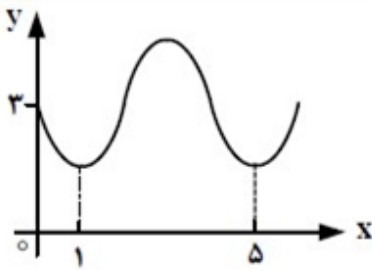


۱۹۵

شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \text{Sin}(b\pi x)$ است. مقدار y در

نقطه‌ی $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است؟

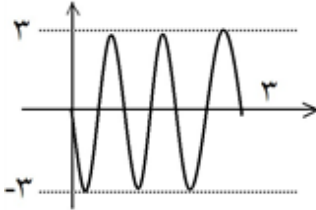
- (۱) ۲
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) ۳
(۴) $\frac{3}{5}$



۱۹۶

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \text{Sin}(b\pi x)$ است. کدام a, b است؟

- (۱) -۶
(۲) -۳
(۳) $\frac{4}{5}$
(۴) ۶

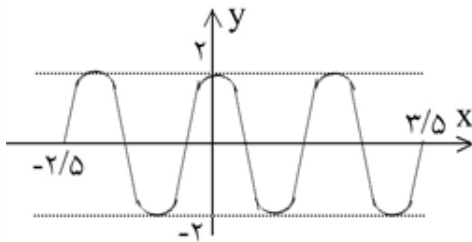


۱۹۷

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \text{Sin}\pi\left(\frac{1}{2} + bx\right)$ است.

کدام a, b است؟

- (۱) ۲
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) ۳
(۴) $\frac{3}{5}$



۱۹۸

دوره تناوب تابع $f(x) = 2x - [2x]$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۱
(۴) ۲

۱۹۹

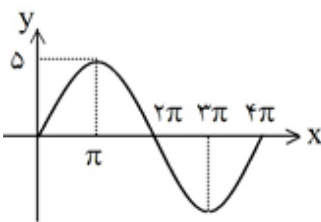
دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{3}{4}x - \left[\frac{3}{4}x\right]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۲

۲۰۰

نمودار $y = a \text{Sin} bx$ به صورت مقابل داده شده است. کدام $a + 2b$ است؟

- (۱) ۶
(۲) ۵
(۳) ۴
(۴) ۳



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱
با توجه به نمودار تابع داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{9\pi}{4} - \left(-\frac{3\pi}{4}\right) = 3\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \max &= 3 \Rightarrow |a| + c = 3 \\ \min &= -1 \Rightarrow -|a| + c = -1 \Rightarrow |a| = 2, c = 1 \end{aligned}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$$

مطابق شکل $ab > 0$ است، پس داریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲

$$y = a + b \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = a - b \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = a - b \cos x$$

$$\min = -1 \Rightarrow \underbrace{-|b|}_{\text{مثبت}} + a = -1 \Rightarrow b + a = -1$$

$$F\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a - b \cos \frac{4\pi}{3} = 0 \Rightarrow a - b \left(\frac{-1}{2}\right) = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b + a = -1 \\ a + \frac{b}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -2, a = 1 \Rightarrow a + 2b = 1 - 4 = -3$$

با توجه به نمودار تابع داریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳

$$y = \frac{1}{\cos^2 \pi x} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \pi x}{\cos^2 \pi x} = \frac{\sin^2 \pi x}{\cos^2 \pi x} = \left(\frac{\sin \pi x}{\cos \pi x}\right)^2 = (\operatorname{tg} \pi x)^2$$

$$T = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\pi} = 1$$

با توجه به دوره تناوب تابع تانژانت داریم:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴

$$y = \cdot$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = -\frac{1}{2} = \cos\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} - x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3}$$

اولین ریشه منفی $-\frac{\pi}{3}$ است اما:

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos\frac{4\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} - x = \frac{4\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = -\pi \Rightarrow x_A = -\pi \xrightarrow{T=2\pi} x_B = 4\pi - \pi = 3\pi$$

$$\Rightarrow x_A + x_B = 3\pi - \pi = 2\pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵

در مجاورت $x = 0$ تابع نزولی است پس $ab < 0$ است. فرض کنید $a < 0$ و $b > 0$ باشد.

$$1) \min = -1 = c + a$$

$$2) f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 0 \Rightarrow c + a \sin\left(\frac{b5\pi}{12}\right) = 0$$

$$3) \pi = T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = 2 \Rightarrow c + a \sin\frac{5\pi}{6} = 0 \Rightarrow c + \frac{a}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c + \frac{a}{2} = 0 \\ c + a = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow c + ab = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶

$$\left. \begin{aligned} f(0) = 2 \Rightarrow a = 2 \\ \min f = \cdot \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = 2 + b \sin \pi x \Rightarrow \min = 2 - |b| = 0 \Rightarrow b = -2$$

$$f(x) = 2 - 2 \sin \pi x \Rightarrow g(x) = -2 + 3 \cos \frac{\pi}{4} x$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$\begin{aligned} \max = 10 \Rightarrow a + |b| = 10 \\ \min = 2 \Rightarrow a - |b| = 2 \end{aligned} \Rightarrow a = 6, |b| = 4 \Rightarrow b = -4$$

$$T = 8 \Rightarrow \frac{2\pi}{|c|} = 8 \Rightarrow |c| = \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸

$$f(x) + f\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} 2x - \operatorname{Cotg} 2x = -2 \operatorname{Cotg} 4x$$

$$T = \frac{\pi}{4}$$



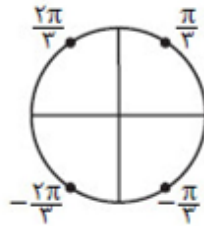
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹

$$(1 + \operatorname{tg}^2 x)(\cos(3\pi + 2x)) = 2 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x}(-\cos 2x) = 2 \Rightarrow \cos 2x = -2 \cos^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = -2 \cos^2 x \Rightarrow 4 \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

اگر جواب‌های به دست آمده را روی دایره‌ی مثلثاتی نمایش دهیم، انتهای کمان مربوط به جواب‌های به دست آمده به صورت زیر خواهد بود:



با توجه به گزینه‌های به دست آمده، دسته جواب $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ تمام جواب‌های معادله را خواهد داد.

 گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع $a + b \cos(cx + d)$ برابر $\frac{2\pi}{|c|}$ است؛ بنابراین، دوره‌ی ۱۰

$$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6 \quad \text{تناوب تابع } y = 1 - 2 \cos \frac{\pi}{3} x \text{ برابر است با:}$$

$$y = 2 - 2 \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) = 2 - \frac{2}{2}\left(1 + \cos \frac{2\pi}{a}x\right) \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\left|\frac{2\pi}{a}\right|} = |a| \quad \text{در تابع دوم داریم:}$$

$$|a| = 12 \xrightarrow{a > 0} a = 12 \quad \text{باید } T_2 = 2T_1 \text{؛ پس:}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۱

می‌دانیم دوره‌ی تناوب توابع $y = a\cos(bx + c) + d$ یا $y = a\sin(bx + c) + d$ دوره‌ی تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$

است. بنابراین در گزینه‌های ۱ و ۲، دوره‌ی تناوب برابر $\frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$ و در گزینه‌های ۳ و ۴ دوره‌ی تناوب برابر

$\frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$ است. ضمناً ماکزیمم و مینیمم این توابع به ترتیب برابر $|a| + d$ و $-|a| + d$ است.

بنابراین در گزینه‌های ۳ و ۴ داریم:

گزینه ۳: $y_{\max} = -2 + |-5| = 3, y_{\min} = -2 - |-5| = -7$

گزینه ۴: $y_{\max} = 5 + |-2| = 7, y_{\min} = 5 - |-2| = 3$

پس گزینه‌ی ۳، پاسخ سؤال است.

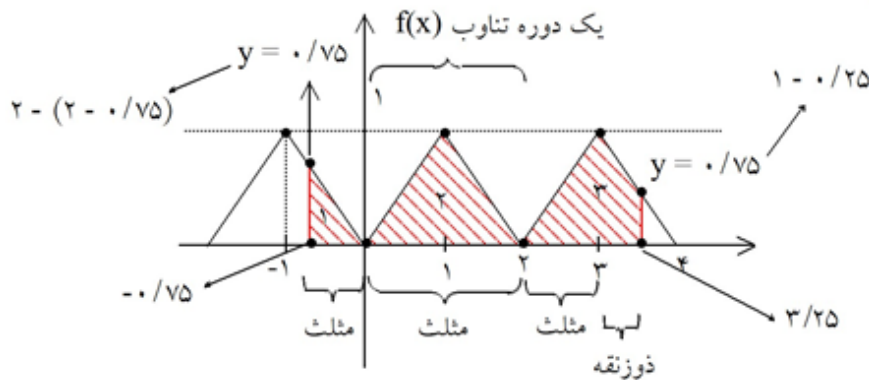
 گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی تابع را ساده‌تر می‌کنیم: ۱۲

$$f(x) = \tan(\pi x + \pi) = -\tan \pi x$$

این تابع نسبت به مبدأ متقارن است. می‌دانیم دوره‌ی تناوب این تابع $T = \frac{\pi}{|a\pi|} = \frac{1}{|a|}$ است. با توجه به شکل، دوره‌ی

تناوب برابر ۴ است. پس $|a| = \frac{1}{4}$. از طرفی با توجه به شکل، تابع روند نزولی دارد. پس باید $a < 0$ باشد. در نتیجه

$$a = -\frac{1}{4}$$

 گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳


$$S = \underbrace{\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right)}_{S_1} \times \frac{1}{2} + \underbrace{\frac{1 \times 2}{2}}_{S_2} + \underbrace{\frac{1 \times 1}{2}}_{S_3} + \underbrace{\left(1 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{4}}_{S_4} = \frac{9}{32} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{32} = 2$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۱۴**

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = 1$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \right) = -\operatorname{Cotg} \frac{\alpha}{2} = \frac{-1}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{-1}{1} = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از $\alpha + \beta = \frac{29\pi}{2}$ داریم $\alpha = \frac{29\pi}{2} - \beta$ پس: **۱۵**

$$\sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \left(\frac{29\pi}{2} - \beta \right) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \left(14\pi + \frac{\pi}{2} - \beta \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) \Rightarrow \cos \beta = \frac{1}{3}$$

$$\tan \left(\frac{3\pi}{2} - \beta \right) = \cot \beta = \frac{1}{\tan \beta}$$

$$1 + \tan^2 \beta = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9 \Rightarrow \tan^2 \beta = 8 \Rightarrow \tan \beta = \pm 2\sqrt{2}$$

حال مقدار خواسته شده را می‌یابیم:

می‌دانیم: $1 + \tan^2 \beta = \frac{1}{\cos^2 \beta}$ پس:

پس مقدار $\frac{1}{\tan \beta}$ برابر با $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. **۱۶**

$$\tan \alpha = 2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot(-\alpha) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \tan \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \Rightarrow x + \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} + \alpha$$

پس:

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < \alpha + \frac{\pi}{3} < \frac{5\pi}{6}$$

به ازای $k = 0$ داریم $x = \frac{\pi}{3} + \alpha$ ضمناً:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بیشترین مقدار $b - a$ برابر دوری تناوب تابع $f(x)$ است، پس: **۱۷**

$$\frac{\pi}{\pi|m|} = 4 \Rightarrow |m| = \frac{1}{4}$$

چون تابع $f(x)$ در بازه‌ی (a, b) اکیداً صعودی است، پس $m = -\frac{1}{4}$ می‌باشد. حال داریم:

$$f\left(\frac{68}{3}\right) = 2 \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} \times \frac{68}{3} \right) \Rightarrow f\left(\frac{68}{3}\right) = 2 \operatorname{tg} \left(\frac{17\pi}{3} \right) = 2 \operatorname{tg} \left(\frac{2\pi}{3} \right) = 2 \times (-\sqrt{3}) = -2\sqrt{3}$$



۱۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حداقل، حداکثر و دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = a \cos bx + c$ و $f(x) = a \sin bx + c$ به ترتیب $-|a| + c$ ، $|a| + c$ و $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند. پس:

$$f(x) = \pi \cos 3x - 2 \Rightarrow \begin{cases} \max = |\pi| - 2 = \pi - 2 \\ \min = -|\pi| - 2 = -\pi - 2 \\ T = \frac{2\pi}{|3|} = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \pi - 2 - (-\pi - 2) + \frac{2\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}$$

۱۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در گزینه‌های ۳ و ۴ دوره‌ی تناوب برابر $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$ است. در گزینه‌ی ۱ مقدار ماکزیمم برابر $5 = |-4| + 1$ است؛ بنابراین تنها گزینه‌ی ۲ می‌تواند صحیح باشد.

یادآوری: در تابع $y = a + b \sin(cx + d)$ یا $y = a + b \cos(cx + d)$ دوره‌ی تناوب برابر $\frac{2\pi}{|c|}$ است و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع برابر $a + |b|$ و $a - |b|$ است.

۲۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل تابع، آنرا به صورت $y = a \cos bx + c$ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} \max = |a| + c = 3 \\ \min = -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2 \end{cases}$$

$2T = \frac{7\pi}{3} - \left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 4 \Rightarrow T = 2$

$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \Rightarrow b = \pm \pi$

هر دو مقدار $b = \pm \pi$ صحیح است و با توجه به نمودار تابع $a = -2$ صحیح است:

$$f(x) = -2 \cos \pi x + 1 \Rightarrow f\left(\frac{29}{3}\right) = -2 \cos\left(\frac{29\pi}{3}\right) + 1 = -2 \cos\left(8\pi + \frac{5\pi}{3}\right) + 1$$

$$= -2 \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + 1 = -2 \left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

۲۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی تابع را به ساده‌ترین صورت ممکن تبدیل می‌کنیم، سپس دوره‌ی تناوب آن را تعیین می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \sin^6 x + \cos^6 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x + \cos^4 x - \sin^2 x \cos^2 x) && \text{می‌دانیم:} \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \\ f(x) &= \sin^6 2x + \cos^6 2x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 4x = 1 - \frac{3}{4} \times \left(\frac{1 - \cos 8x}{2}\right) && \text{داریم:} \\ f(x) &= 1 - \frac{3}{8} + \frac{3}{8} \cos 8x = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 8x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع مثلثاتی $c + b \sin ax$ روابط زیر برقرار است:

$$\max = c + |b|, \quad \min = c - |b|, \quad T = \frac{2\pi}{|a|}$$

پس اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم برابر $2|b|$ است. طبق فرض سؤال این مقدار باید با T برابر باشد.

$$2|b| = \frac{2\pi}{|a|} \Rightarrow |a| \cdot |b| = \pi$$

پس گزینه‌ای قابل قبول است که ضرایب a و b در تساوی $|ab| = \pi$ صدق کنند فقط گزینه‌ی «۳» به این صورت است:

$$1 - 2 \sin \frac{\pi}{2} x \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\pi}{2} \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow |ab| = \pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار تابع، $T = \pi$ است، پس داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow \text{گزینه‌های ۱ و ۲ حذف می‌شوند.}$$

با توجه به نمودار تابع، نقاط $(\frac{\pi}{2}, 3)$ و $(\pi, -3)$ روی تابع قرار دارند.

$$y = 3 \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{4} \right) \xrightarrow{x = \pi} 3 \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{4} \right) = 3 \sin \left(\frac{7\pi}{4} \right) = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

نقطه $(\pi, -3)$ روی تابع $y = 3 \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$ قرار ندارد، پس گزینه (۳) پاسخ تست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار $f(x)$:

$$T = \frac{1}{\frac{1}{2}} - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} = 2$$

از طرفی می‌دانیم دوره تناوب $f(x)$ برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{\left| \frac{\pi}{b} \right|} = 2|b| = 4 \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} b = 2$$

$$\max = 5$$

با توجه به نمودار $f(x)$:

از طرفی می‌دانیم مقدار $\max f(x)$ برابر است با:

$$\max = |3| + a = 5 \Rightarrow a = 2$$

$$2 + 3 \sin \left(\frac{7\pi}{2} \right) = 2 - 3 = -1$$

مقدار $f\left(\frac{13}{2}\right)$ برابر است با:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به صعودی بودن f در اطراف $x = 0$ ، حاصل ab باید منفی باشد. از آنجایی که $f(0) = a$ و مثبت است، پس b منفی است.

$$\begin{cases} \max f(x) = a - b = 3 \\ \min f(x) = a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = 2\pi$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۶

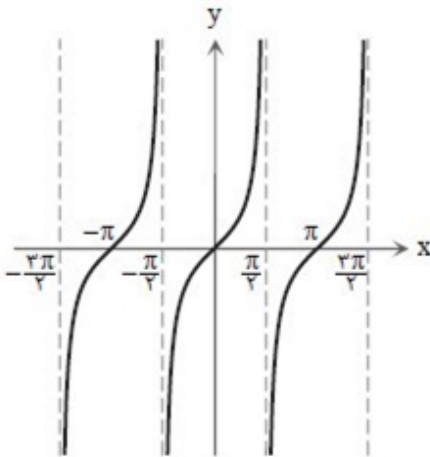
$$f(x) = 1 + \cos(ax) + b$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow b = -2$$

$$\min = f\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow -1 + \cos\frac{a\pi}{3} = -2$$

$$\Rightarrow \cos\frac{a\pi}{3} = -1 \Rightarrow \frac{a\pi}{3} = \pm\pi \Rightarrow a = \pm 3$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b} = \frac{9}{-2} = -4.5$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع tg نشان می‌دهد که تابع در بازه‌هایی که تعریف شده باشد، صعودی است ولی در دامنه‌اش صعودی نیست زیرا به عنوان نمونه در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{4}$ از $+\infty$ به $-\infty$ کاهش می‌یابد (یعنی قبل از $\frac{\pi}{4}$ ، تابع $+\infty$ و بعد از $\frac{\pi}{4}$ ، مقدار تابع $-\infty$ خواهد بود) اما بازه‌ای که بتواند در آن بازه نزولی باشد وجود ندارد. بازه‌هایی مانند $[0, \pi]$ وجود دارد که تابع tg در آن غیرصعودی است پس گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ۴ نادرست است زیرا به عنوان نمونه $\text{Cotg}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ و $\text{Sin}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ یعنی $\text{Cotg}\alpha < \text{Sin}\alpha$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۸

$$y = -\cos 2x \Rightarrow f(0) = -1, T = \frac{2\pi}{2} = \pi, R_f = [-1, 1]$$

$$y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right) \Rightarrow f(0) = 1, T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi, R_f = [-1, 1]$$

$$y = 2\cos 2x \Rightarrow f(0) = 2, T = \frac{2\pi}{2} = \pi, R_f = [-2, 2]$$

$$y = -\frac{1}{2}\cos\left(-\frac{1}{2}x\right) \Rightarrow f(0) = -\frac{1}{2}, T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi, R_f = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

با توجه به محدوده‌ی برد توابع و مقدار تابع در نقطه‌ی $x = 0$ و همچنین تناوب تابع، می‌توان تشخیص داد که گزینه‌ی ۲ صحیح است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
 نمودار در بازه‌ای به طول 2π رسم شده است، ضمناً با توجه به شکل، روشن است که نمودار در یک دوره‌ی تناوب رسم شده است. از آنجا که دوره‌ی تناوب تابع $a \sin(bx + c) + d$ برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است، داریم:

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

فرض کنید $b = 1$. به ازای $x = 0$ کمان درون تابع سینوس برابر $-\frac{\pi}{6}$ است. با افزایش x از صفر، مقدار کمان و در نتیجه سینوس آن افزایش می‌یابد، اما از روی نمودار تابع در حال کاهش است، پس $a < 0$ است. از طرفی ماکزیمم تابع برابر ۶ است و می‌دانیم ماکزیمم تابع $a \sin(bx + c) + d$ برابر $|a| + d$ است، پس:

$$|a| + 4 = 6 \xrightarrow{a < 0} a = -2 \Rightarrow a - b = -2 - 1 = -3$$

اگر $b = -1$ باشد، مشابه بالا به دست می‌آید $a = 2$ و در نتیجه $a - b = 3$ ، اما دقت کنید که با توجه به شکل $4 < f(0) < 6$ ، پس باید:

$$4 < 4 + a \left(-\frac{1}{2}\right) < 6 \Rightarrow 0 < -\frac{1}{2}a < 2 \Rightarrow -4 < a < 0$$

بنابراین فقط حالت اول قابل قبول است و در نتیجه $a - b = -3$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 دوره‌ی تناوب تابع برابر π است، پس:

$$\frac{2\pi}{|m|} = \pi \Rightarrow |m| = 2 \Rightarrow m = \pm 2$$

بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع به ترتیب ۵ و -۱ است، پس:

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a - b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 3$$

بنابراین مقادیر ممکن برای $a + b + m$ برابر است با:

$$a + b + m = \begin{cases} 2 + 3 + 2 = 7 \\ 2 + 3 - 2 = 3 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = a \cos\left(\frac{3\pi}{2} - b\pi x\right) + c = -a \sin(b\pi x) + c$$

$$c = \frac{-4 + 2}{2} = -1, -a = \frac{2 - (-4)}{2} = 3 \Rightarrow a = -3$$

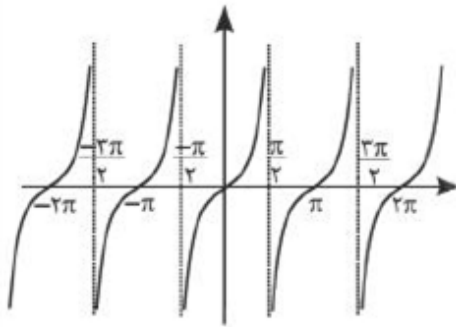
$$\frac{3}{2}T = 2 \Rightarrow T = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{4}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2}$$

چون ابتدا دارای می‌نیم است، داریم:

$$\Rightarrow abc = \frac{9}{2} \times -1 = -\frac{9}{2}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم نمودار تابع $y = \operatorname{tg} x$ به صورت زیر است:



مطابق شکل سؤال نقطه A در ناحیه سوم قرار دارد:

$$x_A \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right) \Rightarrow y_A \in (0, +\infty)$$

همچنین نقطه B در ناحیه چهارم قرار دارد:

$$x_B \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi \right) \Rightarrow y_B \in (-\infty, 0)$$

پس نتیجه می‌گیریم که گزینه (۴)، گزینه صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در توابع $y = a \operatorname{Cos}(bx) + c$ ، $\min = -|a| + c$ و $\max = |a| + c$ است. با توجه به شکل، مقدار مینیمم تابع برابر -۱ است، پس داریم:

$$f(x) = b \operatorname{Cos}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + a \Rightarrow \min = -|b| + a = -1$$

$$\min = -b + a = -1 \Rightarrow a - b = -1$$

با توجه به شکل، $b > 0$ است، پس:

از طرفی با توجه به شکل، $f(\pi) = \frac{1}{2}$ ، پس داریم:

$$f(\pi) = b \operatorname{Cos}\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + a = b \operatorname{Cos}\left(\frac{4\pi}{3}\right) + a = \frac{-b}{2} + a = \frac{1}{2}$$

حالا با حل دستگاه دستگاه مقادیر a و b را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} a - b = -1 \\ a - \frac{b}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$f(x) = 2 + 3 \operatorname{Cos}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

در نهایت $f(0)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(0) = 2 + 3 \operatorname{Cos}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 + 3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$\max = a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

با توجه به نزولی بودن نمودار در مجاورت $x = 0$ ، علامت b منفی است، پس $b = -2$ و در نتیجه:

$$a + b = 1 - 2 = -1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$f(x) = -\frac{1}{2} + a \sin 2x, a > 0$$

$$f(0) = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow \min = -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{1}{2} - a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a + b = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶

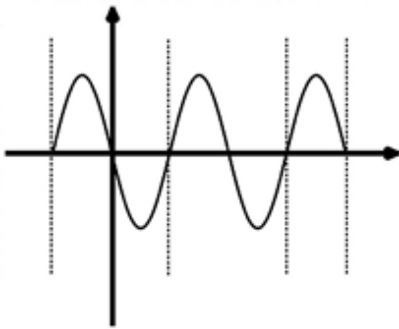
$$\begin{cases} \max = 3 + |a| \\ \min = 3 - |a| \end{cases} \Rightarrow 2|a| = 4 \Rightarrow |a| = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|a\pi|} = \frac{2}{|a|} = \frac{2}{2} = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به علت نزولی بودن تابع، a منفی است. ۳۷

$$\frac{3}{2}T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{|a|} \xrightarrow{a < 0} a = -6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل $\frac{5}{4}T = 3\pi$ ، پس $T = \frac{12\pi}{5}$. ۳۸



$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{12\pi}{5} \Rightarrow |b| = \frac{5}{6}$$

از طرفی: $\max = 5$ ، پس: $3 - a = 5$ و در نتیجه: $a = -2$ و $a + |b| = -\frac{7}{6}$.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$f(x) = \sin 2x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sin 2\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \cos 2x$$

$$\Rightarrow g(x) = \sin 2x \cos 2x \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2} \sin 4x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۰

$$\left. \begin{array}{l} \max = 2a + 3 \\ \min = 2a - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 2a + 3 + 2a - 3 = 12 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{\pi|a|} = \frac{6}{3} \Rightarrow T = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۱

تابع $y = -2 + 3 \sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{6}\right)$ به دلیل ضریب $\frac{1}{4}$ متغیر x دارای دوره تناوب $4\pi = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}}$ و با توجه به ضریب

\sin و عدد ثابت دارای ماکزیمم $1 = 3 - 2$ و می نیمم $-5 = -2 - 3$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره‌ی تناوب برابر 4π و ماکسیمم و می نیمم آن به ترتیب ۱ و -5 است، پس: ۴۲

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \\ \begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -5 \end{cases} \Rightarrow c = -2, |a| = 3 \end{cases}$$

$$ab + c = -\frac{3}{4} + (-2) = -\frac{11}{4}$$

بنابراین حاصل $ab + c$ برابر است با:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره‌ی تناوب تابع برابر ۴ و مقدار a منفی است، پس: ۴۳

$$\frac{\pi}{|a|} = 4 \Rightarrow |a| = \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = -\frac{\pi}{4}$$

بنابراین $f\left(\frac{16}{3}\right)$ برابر است با:

$$f\left(\frac{16}{3}\right) = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4} \times \frac{16}{3}\right) = -\operatorname{tg}\frac{4\pi}{3} = -\operatorname{tg}\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که Max تابع مثلثاتی در $x = 3$ می باشد، پس تابع به فرم $\sin ax$ ، دارای ۴۴

دوره تناوب $12 = 3 \times 4$ و ضریب آن برابر $3 = (-2) - 1$ بوده که به اندازه -2 واحد روی محور y جا به جا شده،

$$\frac{2\pi}{a} = 12 \Rightarrow a = \frac{\pi}{6}$$

پس ضابطه آن $y = -2 + 3 \sin \frac{\pi}{6} x$ است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$T = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3 \Rightarrow \text{گزینه ۳ و ۴ غلط}$$

$$\begin{cases} \max : |a| + c = 1 \\ \max : -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \quad \text{گزینه ۲ غلط}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۶

اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ را T فرض کنیم آن‌گاه دوره‌ی تناوب تابع $f(2x)$ برابر $\frac{T}{2}$ خواهد بود. با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$T = \frac{2}{9} \times \frac{2}{T} \Rightarrow T^2 = \frac{4}{9} \xrightarrow{T > 0} T = \frac{2}{3}$$

دوره‌ی تناوب $f(x)$ برابر $\frac{2}{3}$ به دست آمد، پس دوره‌ی تناوب $f\left(\frac{x}{3}\right)$ برابر $3 \times \frac{2}{3}$ یعنی ۲ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$y = \sin^2 x + \cos^2 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$A \text{ طول نقطه } y_{\min} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$B \text{ طول نقطه } y_{\max} = 1 \Rightarrow \sin^2 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$x_B - x_A = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \quad \text{پس:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۸

$$\begin{cases} \max = c + |a| \\ \min = c - |a| \end{cases} \Rightarrow \max - \min = 2|a|$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$2|a| = 3 \times \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |a| \cdot |b| = 3\pi$$

$$\text{دوره تناوب} = T = \frac{2\pi}{|a\pi|} = \frac{2}{|a|} = 4 \Rightarrow |a| = \frac{1}{2}$$

$$\max = 3 = b + 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow |ab| = \frac{1}{2}$$

چون $\max - \min = 3T$ ، پس:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۹



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ماکزیمم تابع $f(x) = \sqrt{3} - \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ وقتی رخ می‌دهد که $\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) = -1$ باشد. به‌طور مشابه مینیمم هم وقتی رخ می‌دهد که $\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) = 1$ باشد.

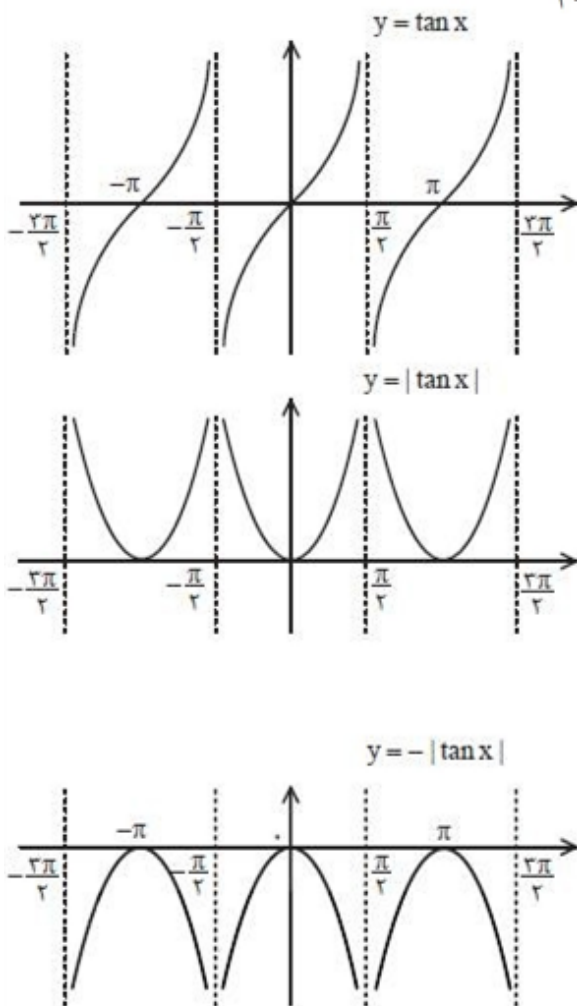
$$\max: \sqrt{3} - (-1) = \sqrt{3} + 1, \min: \sqrt{3} - 1$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{2}\right|} = 4$$

حالا دوره تناوب را پیدا می‌کنیم:

$$\text{مجموع مقادیر: } \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1 + 4 = 2\sqrt{3} + 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $y = -|\tan x|$ را رسم می‌کنیم:



مطابق شکل در فاصله $[-\pi, -\frac{3\pi}{4}]$ اکیدا صعودی است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ماکزیمم تابع برابر ۳ است، پس:

$$a + c = 3$$

$$\frac{T}{2} = 1 \Rightarrow T = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

مقدار تابع در $x = \frac{4}{3}$ ، صفر است:

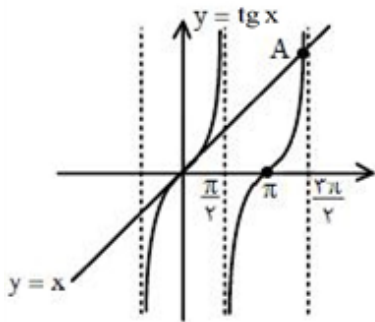
$$y = a \cos(\pi x) + c \xrightarrow{x = \frac{4}{3}} 0 = a \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + c = -\frac{a}{2} + c = 0 \Rightarrow a = 2c$$

از طرفی چون $a + c = 3$ بود، پس $a = 2$ و $c = 1$ می‌شود.

$$abc = 2(\pm 1)(1) = \pm 2$$

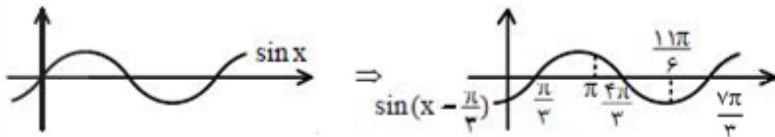
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. توابع $y = \tan x$ و $y = x$ اولین بار بعد از صفر در نقطه A با هم برخورد می‌کنند. با

توجه به نمودار طول این نقطه در فاصله $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ قرار می‌گیرد یعنی در ناحیه سوم خواهد بود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضریب ۲ و عدد ثابت ۱ تغییرات عرضی در نمودار تابع هستند و تغییری در یکنوایی تابع

ندارند، پس تابع $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ را بررسی می‌کنیم:

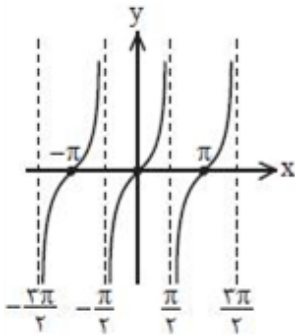


از نمودار مشخص است که تابع در بازه $\left[\pi, \frac{11\pi}{6}\right]$ نزولی است و بعد از آن صعودی می‌شود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع تنازانت غیریکنواست و در تمام بازه‌هایی که شامل نقاط $x = K\pi + \frac{\pi}{2}$ نباشد، اکیداً

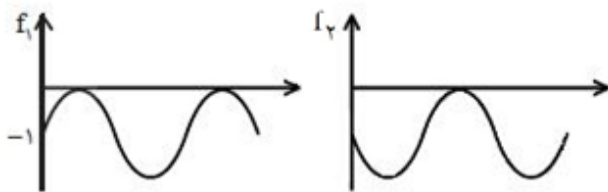
صعودی است و در هیچ بازه‌ای این تابع نزولی نمی‌شود.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از شکل معلوم است دوره تناوب تابع $T = 4$ است، پس $\frac{2\pi}{|\pi b|} = 4$ ، بنابراین $b = \pm \frac{1}{2}$

است. چون تابع بر محور x مماس است، حداکثر مقدار آن صفر است، پس $a = -1$ است چون حداکثر سینوس ۱

است. حال هر دو تابع $f_1(x) = -1 + \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ و $f_2(x) = -1 + \sin\left(-\frac{\pi}{2}x\right)$ را رسم می‌کنیم:



از نمودار معلوم است تابع $f(x) = -1 + \sin\left(-\frac{\pi}{2}x\right)$ صحیح است، پس:

$$\begin{aligned} f\left(\frac{25}{3}\right) &= -1 + \sin\left(-\frac{25\pi}{6}\right) = -1 - \sin\left(\frac{25\pi}{6}\right) = -1 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= -1 - \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi bx\right) = a + \sin(\pi bx)$$

$$f(0) = -1 \Rightarrow a = -1$$

فاصله بین ۶ تا ۱۶ که ۱۰ واحد است، یک دوره تناوب است.

$$\frac{2\pi}{|\pi b|} = 10 \Rightarrow |b| = \frac{1}{5}$$

ضمناً اگر تابع را یک واحد به بالا انتقال دهیم متوجه می‌شویم که $b < 0$ است،

پس $b = -\frac{1}{5}$ صحیح است در نتیجه $f(x) = -1 + \sin\left(-\frac{\pi x}{5}\right)$ می‌باشد.

$$f\left(\frac{125}{6}\right) = -1 - \sin\left(\frac{\pi}{5} \times \frac{125}{6}\right) = -1 - \sin\left(\frac{25\pi}{6}\right)$$

$$= -1 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۸

$$T = \frac{9\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 6\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{3}$$

$$\min = -3 \Rightarrow -|a| + c = -3 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 2$$

$$\max = 1 \Rightarrow |a| + c = 1$$

چون نمودار تابع سینوس باضریب منفی است. (نمودار رو به پایین است). بنابراین $a = -2$ و $b = \frac{1}{3}$ می‌باشد.

$$b = \frac{1}{3}, a = -2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -6$$

البته می‌توان $a = 2$, $b = -\frac{1}{3}$ در نظر گرفت که جواب نهایی باز هم -۶ می‌شود.

$$y = a + b \sin(cx)$$

$$x = 0, y = 2 \Rightarrow 2 = a + b \sin(0) \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow |c| = 4$$

$$|b| + a = 5 \xrightarrow{\text{چون } a = 2} |b| = 3$$

چون نمودار \sin نسبت به محور x ها قرینه شده است، پس علامت b و c حتماً قرینه‌ی یکدیگر است. بنابراین ضابطه‌ی تابع یکی از دو حالت زیر است:

الف) $f(x) = 2 - 3 \sin(4x)$

ب) $f(x) = 2 + 3 \sin(-4x)$

با خروج منفی از \sin ، در واقع هر دو به یک معادله به صورت $f(x) = 2 - 3 \sin(4x)$ تبدیل می‌شود. پس:

$$a - b + c = 2 + 3 + 4 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۶۰

$$۱) T_f = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \quad ۲) T_g = \frac{2\pi}{\frac{1}{3\pi}} = 6\pi^2$$

$$۳) T_h = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3} \quad ۴) T_m = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۱

چون دوره‌ی تناوب تابع $T = \pi/8$ است. پس:

$$f(200) = f(250 \times \pi/8) = f(0)$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۲
تابع از نقطه‌ی $A(0, -1)$ عبور می‌کند.

$$f(0) = 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

دوره تناوب تابع برابر ۸ است /

$$\frac{2\pi}{|2b\pi|} = 8 \Rightarrow |b| = \frac{1}{8}$$

با توجه به نمودار، $b > 0$ است، پس $b = \frac{1}{8}$ و تابع به صورت $f(x) = -1 - \sin \frac{\pi x}{4}$ تبدیل می‌شود.

$$f(1) = -1 - \sin \frac{\pi}{4} = -1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون f متناوب است و دوره تناوب آن ۴ است، پس: ۶۳

$$f\left(\frac{80}{2}\right) = f\left(\frac{800}{2} + \frac{1}{2}\right) = f\left(400 + \frac{1}{2}\right) = f\left(4 \times 100 + \frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

پاره‌خط واصل $(0, 1)$ و $(1, 0)$ به صورت $y = 1 - x$ است و در نتیجه $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل $2/5$ برابر دوره تناوب برابر ۵ است. ۶۴

$$2/5 T = 5 \Rightarrow T = 2$$

با توجه به شکل نتیجه می‌شود که a و b مختلف‌العلامت می‌باشند.

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

$$-|a| = -2 \Rightarrow a = \pm 2$$

کم‌ترین مقدار تابع -2 است، پس:

پس $\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$ در نتیجه $a + b = -1$ یا $a + b = 1$ می‌باشد، در نتیجه $|a + b| = 1$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$\text{Max}(y) = a + 1 + 3 = 4 \Rightarrow a = 0$$

$$\text{min}(y) = a + 1 - 3 = 1 - 3 = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بیش‌ترین مقدار تابع $f(x) = a + b \cos kx$ برابر $|b| + a$ و کم‌ترین مقدار آن $a - |b|$ است. ۶۶

$$\begin{aligned} \text{بیشترین} &= |-2| + a = a + 2 \\ \text{کمترین} &= -|-2| + a = a - 2 \end{aligned} \Rightarrow a + 2 = 2(a - 2) \Rightarrow a = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۷

نمودار به شکل $y = a \sin bx + c$ و با توجه به $y_{\max} = 8$ ، $y_{\min} = 2$ ، $|a| = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = 3$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \text{ و } \frac{2+8}{4} = 3 \sin 0 + c \text{ داریم:}$$

$$c = 5, |b| = 4 \Rightarrow |a| + |b| + |c| = 12$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۸

$$\begin{aligned} \text{Max}(y) &= a + 1 + 3 = 4 \Rightarrow a = 0 \\ \text{min}(y) &= a + 1 - 3 = 1 - 3 = -2 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2} & , & & T_g &= \frac{\pi}{4\pi} = \frac{1}{4} \\ T_h &= \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} & , & & T_m &= \frac{2\pi}{1} = 2\pi \end{aligned}$$

با توجه به اعداد به دست آمده:

$$T_g < T_f < T_h < T_m$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۰

$$y = -a(\cos^2 bx - \sin^2 bx) \Rightarrow y = -a \cos(2bx)$$

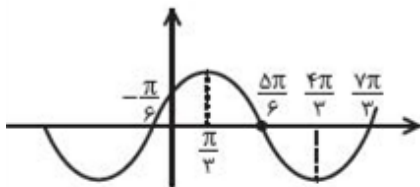
$$-a = 6 \Rightarrow a = -6$$

$$T = \frac{2\pi}{|2b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-6}{\pm \frac{1}{4}} = \pm 24$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۱

$$y = f(x) + |f(x)| = \begin{cases} 2f(x) & f(x) \geq 0 \\ 0 & f(x) < 0 \end{cases}$$

اگر تابع y ثابت باشد، هم صعودی و هم نزولی است. نمودار $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ را رسم می‌کنیم.



بنابراین باید بازه‌ای را انتخاب کنیم که $f(x) < 0$ و در نتیجه y ثابت باشد، مطابق شکل، نمودار $f(x)$ درفاصله $\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right)$ زیر محور x ها و منفی است.

در کتاب درسی خواسته شده یکنوایی تابع $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ را بررسی کنید.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اول ضابطه تابع را به کمک نمودار آن پیدا می‌کنیم، نمودار به ما می‌گوید که:

$$\text{Max} = 5, \text{Min} = 1, T = 4\pi$$

$$|a| = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{5 - 1}{2} = 2, c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 3$$

مقدار تابع را در $x = -\frac{4\pi}{3}$ می‌خواهیم:

$$y\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = 2 \cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + 3 = 2 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 3 = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ماکزیمم تابع وقتی رخ می‌دهد که $\cos\left(-\frac{\pi x}{2}\right) = 1$ و مینیمم هم وقتی رخ می‌دهد که

$$\cos\left(-\frac{\pi x}{2}\right) = -1 \text{ باشد.}$$

$$y = \pi \cos\left(-\frac{\pi x}{2}\right) + 3 \Rightarrow \text{Max} = \pi + 3, \text{Min} = -\pi + 3$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|-\frac{\pi}{2}\right|} = 4 \xrightarrow{\text{مجموع}} \pi + 3 + (-\pi + 3) + 4 = 10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه A دومین نقطه قبل از صفر است که مقدار تابع $y = \text{tg}x$ برابر $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ می‌شود. با

توجه به دایره مثلثاتی می‌دانیم تابع $y = \text{tg}x$ در نقاط $x = k\pi - \frac{\pi}{6}$ برابر $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ است. اولین نقطه قبل از صفر در $x = \frac{-\pi}{6}$ و دومین نقطه $\frac{-7\pi}{6}$ خواهد بود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای این که تابع بیشترین مقدار خود را اختیار کند باید مقدار $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ برابر ۱ شود، بنابراین داریم:

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{8}$$

k	-۱	۰	۱
x	$-\frac{3\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{13\pi}{8}$

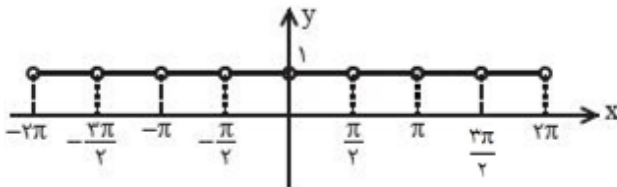
پس تابع در سه نقطه از بازه $[-\pi, 2\pi]$ حداکثر مقدار خود را اختیار می کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه تابع را تعیین می کنیم:

$$\sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{2}\right\}$$

حال ضابطه تابع f را به صورت زیر می نویسیم:

$$f(x) = 1, D_f = \mathbb{R} - \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{2}\right\}$$

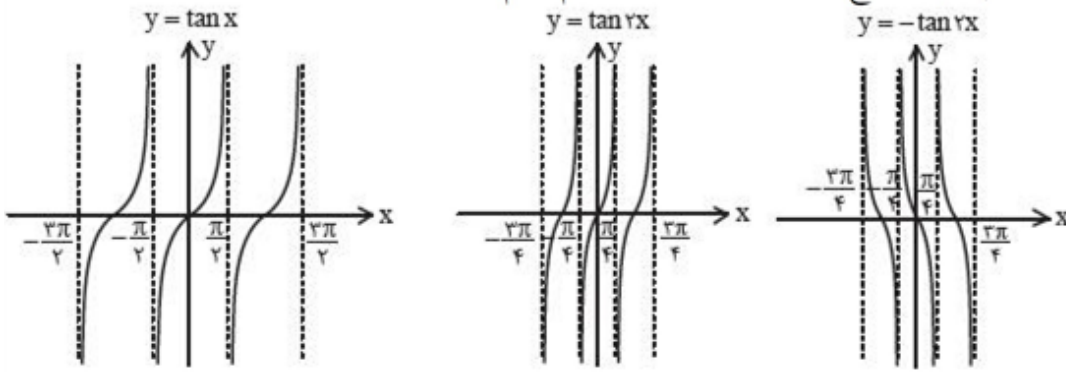


نمودار تابع مشخص می کند که در فواصلی به طول $\frac{\pi}{2}$ ، نمودار تابع عیناً تکرار می شود، پس دوره تناوب تابع برابر

$$T = \frac{\pi}{2} \text{ است.}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر نمودار تابع $f(x) = -\text{tg } 2x$ را رسم کنیم:



طبق شکل تابع $y = -\text{tg } 2x$ روی بازه‌هایی که در تمامی نقاط آن‌ها تعریف شده است، اکیداً نزولی است، بنابراین با توجه به گزینه‌ها در بازه $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ اکیداً نزولی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \text{Cotg}\left(a\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) = -\text{tg}\left(a\frac{\pi}{2}x\right) \Rightarrow 4 = \frac{\pi}{\left|a\frac{\pi}{2}\right|} = \frac{2}{|a|} \Rightarrow |a| = \frac{1}{2}$$

چون تانژانت صعودی و f نیز صعودی است، پس a منفی است، لذا $a = -\frac{1}{2}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع $y = c + a \text{Sin } bx$ روابط زیر برقرار است:

$$\begin{cases} c + |a| = \text{Max} = 6 \\ c - |a| = \text{Min} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ |a| = 5 \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بیشترین مقدار تابع برابر ۶ است پس $a = 6$ است.

$$y(0) = 3 \Rightarrow 6 \text{Cos}(b\pi) = 3 \Rightarrow \text{Cos}(b\pi) = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{3} \Rightarrow a + b = \frac{19}{3}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. A و C نقاط متناظر با ماکزیمم و B نقطه متناظر با مینیمم است. ۸۱

$$\begin{cases} \frac{\pi}{3}x_A = -\pi \Rightarrow x_A = -3 \\ \frac{\pi}{3}x_C = \pi \Rightarrow x_C = 3 \\ \frac{\pi}{3}x_B = 2\pi \Rightarrow x_B = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = (-3, 3) \\ C = (3, 3) \\ B = (6, -1) \end{cases}$$

پس $m_{AB} = -\frac{4}{9}$ و $m_{BC} = -\frac{4}{3}$ و لذا $m_{AB} = \frac{1}{3}m_{BC}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۲

$$T_1 = \frac{2\pi}{\left|\frac{a\pi}{2}\right|} = \frac{4}{|a|} \xrightarrow{a > 0} \frac{4}{a}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{a}\right|} = |2a| \xrightarrow{a > 0} 2a \Rightarrow 2T_1 = T_2$$

$$\frac{4}{a} = 2a \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۳

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

برای یافتن ماکزیمم و مینیمم به جای کسینوس به ترتیب ۱ و -۱ را جایگزین می‌کنیم.
 $\text{Max} = 3 - 2(-1) = 5$ $\text{Min} = 3 - 2(1) = 1$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ضابطه تابع را ساده تر می نویسیم.

$$f(x) = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} \right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$$

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا دوره تناوب را پیدا می کنیم.

$$f(x) = -f(x - 2)$$

$$f(x + 2) = -f(x + 2 - 2) = -f(x) \Rightarrow f(x + 2 + 2) = -f(x + 2) \Rightarrow f(x + 4) = f(x)$$

پس $T = 4$ است.

$$f(-1/6) - 2f(1/4) = f(2/4 - 4) - 2f(4 + 4/4) = f(2/4) - 2f(4/4)$$

$$= 3 - 2f(2 + 2/4) = 3 + 2f(2/4) = 3 + 6 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شروع صعودی به ازای $x > 0$ پس $b > 0$ بنابراین برای آنکه تابع ماکزیمم

شود باید $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ باشد، در نتیجه $x = \frac{\pi}{6}$ است یعنی تابع از نقطه $\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right)$ می گذرد.

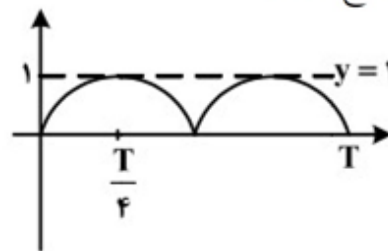
$$\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right) \Rightarrow a + b \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3} - b$$

$$f(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{3}}{2} b = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b + \frac{\sqrt{3}}{2} b = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \left| \cos\left(\frac{9\pi}{2} - ax\right) \right| = |\sin(ax)|$$



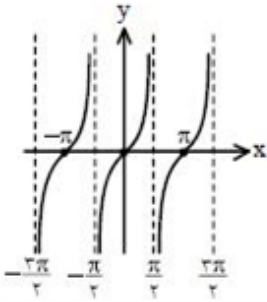
می بایست π به اندازه $2T + \frac{T}{4}$ باشد، تا خط $y = 1$ را در ۷ نقطه قطع کند چون $T = \frac{2\pi}{a}$ ($a > 0$) پس داریم:

$$\frac{6\pi}{a} + \frac{\pi}{2a} = \pi \Rightarrow \frac{13\pi}{2a} = \pi \Rightarrow a = \frac{13}{2} = 6.5$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع تانژانت غیریکنوا است و در تمام بازه‌هایی که شامل نقاط $x = K\pi + \frac{\pi}{2}$ نباشد، اکیداً

صعودی است و در هیچ بازه‌ای این تابع نزولی نمی‌شود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \pi \sin(-x) + 1$$

$$a = \text{Max} = |\pi| + 1 = \pi + 1, \quad b = \text{Min} = -|\pi| + 1 = -\pi + 1$$

$$T = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$$

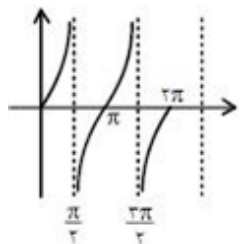
$$a - b + T = \pi + 1 - (-\pi + 1) + 2\pi = 4\pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{12\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow \text{Max}(f) = 3 + 1$$

$$\Rightarrow a = -1 \Rightarrow \begin{cases} b^2 = 9 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b^2 = 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در تمام ناحیه‌ها $\text{tg } \alpha$ رو به افزایش است، ولی در ناحیه‌هایی که $\text{tg } \alpha$ منفی است، $|\text{tg } \alpha|$ رو به کاهش است، پس α در ناحیه دوم یا چهارم است. در ناحیه دوم، $\text{Sin } \alpha$ رو به کاهش است، پس فقط ناحیه چهارم جواب است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$c = \frac{5+1}{2} = 3, \quad T = 2\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}, \quad ax = 5 \Rightarrow a + c = 5 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین $y = 2 \cos \frac{1}{2}x + 3$ می‌باشد.

$$y = 3 \Rightarrow \cos \frac{1}{2}x = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \Rightarrow x = \pi, 3\pi, 5\pi$$

پس طول نقطه A برابر 5π است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $\text{tg} X$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ صعودی است، پس طول بزرگ‌ترین بازه با این خاصیت برابر π است. طول بزرگ‌ترین بازه در تابع $y = \text{tg}^3 x$ و $y = 2 \text{tg}^3 x$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع $y = a \text{Sin} bx + c$ و $y = a \text{Cos} bx + c$ ، دوره تناوب ماکزیمم و مینیمم به ترتیب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ ، $|a| + c$ و $-|a| + c$ است.

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |b| = 2 \\ |a| + c = 9 \Rightarrow c = 6 \\ -|a| + c = 3 \Rightarrow |a| = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \pm 3 \text{Sin} 2x \\ y = 6 \pm 3 \text{Cos} 2x \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2 + a \text{Sin} \left(bx - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 - \frac{a}{2} > 2 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow \text{Max} y = 2 - a = 3 \Rightarrow a = -1$$

$$T = \pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2$$

در سمت راست مبدأ نمودار تابع نزولی است و چون a منفی است، پس $b > 0$ است، بنابراین $b = 2$ و لذا $b + a = 1$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه ۱ و ۲، اختلاف Max و Min برابر ۱۲ است. در گزینه ۳، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{3}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -\text{tg}(ax) = \text{tg}(-ax), T = \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{-a} \Rightarrow a = -2$$

چون تابع صعودی است، پس $a < 0$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} T = \frac{2\pi}{3} \\ \text{Max} = \frac{3}{4} \\ \text{Min} = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{2\pi}{9}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: دوره تناوب تابع $\text{Sin} ax$ برابر $\frac{2\pi}{|a|}$ است.

$$y = \frac{1}{2} \text{Sin} 2x (-\text{Cos} 2x) = -\frac{1}{4} \text{Sin} 4x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

بازه $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ دو برابر دوره تناوب پس $T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$ در نتیجه $b = 3$ و می نیمم تابع برابر -3 است پس می نیمم $a \sin bx$ برابر -2 است در نتیجه $a = 2$ پس $a + b = 5$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۱

نکته:

(۱) اگر دوره ی تناوب تابع $f(kx)$ ، T باشد، دوره ی تناوب تابع $f(x)$ ، kT خواهد بود.
 (۲) دوره ی تناوب توابع $a \pm bf(x \pm c)$ و $f(x)$ با هم برابرند.
 در این سوال $T_y = \frac{1}{3}$ ، در نتیجه $T_f = 3 \times \frac{1}{3} = 1$ می باشد.

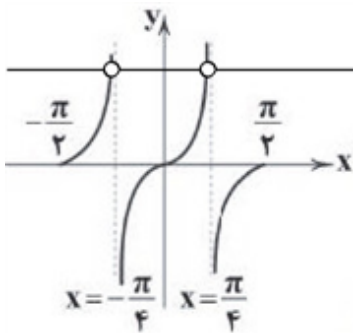
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۲

$$T_f = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi, \quad T_g = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{a}\right|} = 2|a|$$

$$4\pi = 3(2|a|) \Rightarrow |a| = \frac{2\pi}{3}$$

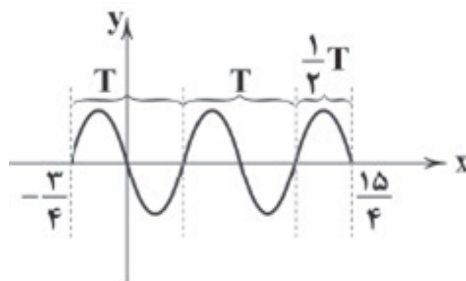
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۳

نمودار تابع $\tan 2x$ در فاصله ی $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ به صورت زیر است.
 اگر خط $y = 2$ را رسم کنیم، این تابع را در دو نقطه قطع خواهد کرد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نسبت مساحت های دو مستطیل، برابر نسبت ماکزیمم و مینیمم تابع است که این مقدار ۱۰۴

$$\text{برابر } 2 = \frac{3+1}{3-1} \text{ می باشد.}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر به نمودار توجه کنید، فاصله ی $-\frac{3}{4}$ تا $\frac{15}{4}$ ، ۱۰۵

$2/5$ برابر دوره ی تناوب است.

$$\frac{5}{2}T = \frac{15}{4} + \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{5}{2}T = \frac{9}{2} \Rightarrow T = \frac{9}{5}$$

دوره ی تناوب $f(x)$ برابر $\frac{9}{5}$ است، پس دوره ی تناوب $f(2x)$ - ۳ برابر

$$\frac{9}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{10} \text{ می باشد.}$$



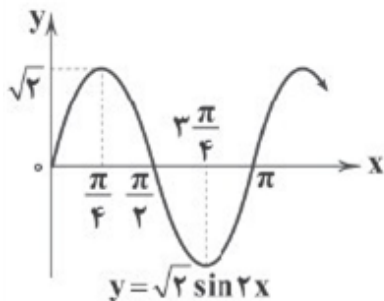
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بیشترین مقدار، کمترین مقدار و دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = a + b \sin(cx + d)$ به ترتیب $a + |b|$ ، $a - |b|$ و $\frac{2\pi}{|c|}$ می‌باشد. اطلاعات مسئله در تابع $y = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin 4\pi x$ صدق می‌کند:

$$\left. \begin{aligned} \max(y) &= \frac{1}{2} + \left| -\frac{3}{2} \right| = 2 \\ \min(y) &= \frac{1}{2} - \left| -\frac{3}{2} \right| = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \max(y) - \min(y) = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|4\pi|} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) تابع $\operatorname{tg} x$ در فاصله‌ی $(0, \frac{\pi}{2})$ و $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ جداگانه صعودی اکید است، اما در فاصله‌ی $(0, \pi)$ غیریکنوا هستند.

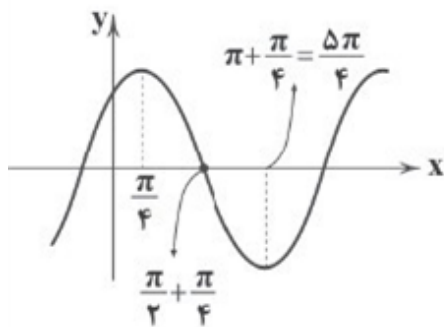


(۲) تابع $\sqrt{2} \sin 2x$ به صورت زیر است.

این تابع در فاصله‌ی $(0, \frac{3\pi}{4})$ غیریکنواست.

(۳) تابع $y = \operatorname{tg} x$ در هر ربع دایره‌ی مثلثاتی به صورت جداگانه صعودی اکید است، اما در دامنه‌ی خود چنین شرایطی ندارد.

(۴) نمودار تابع $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ را ببینید.



این تابع در فاصله‌ی $(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$ نزولی اکید است.



۱۰۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک اتحاد $x^2 \pm Ax = \left(x \pm \frac{A}{2}\right)^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2$ تابع داده شده را مربع کامل

$$y = \cos^2 x - 2\cos x + 1 = (\cos x - 2)^2 - 3 \quad \text{می‌کنیم.}$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \xrightarrow{-2} -3 \leq \cos x - 2 \leq -1 \Rightarrow 1 \leq (\cos x - 2)^2 \leq 9 \xrightarrow{-3} -2 \leq y \leq 6$$

$$\Rightarrow \max(y) = 6$$

۱۰۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

تابع داده شده را تا جایی که ممکن است ساده می‌کنیم. می‌دانیم که $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{Cotg} \alpha = -2 \operatorname{Cotg} 2\alpha$ می‌باشد:

$$\Rightarrow f(x) = (\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x) \operatorname{tg}^2 2x = \underbrace{-2 \operatorname{Cotg} 2x \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 2x}_{1} = -2 \operatorname{tg} 2x \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

۱۱۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رابطه‌ی داده شده را خلاصه می‌کنیم:

$$y = \sin\left(4\pi + \frac{3\pi}{2} - x\right) + 2\cos(4\pi + \pi - x) + k$$

$$= \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 2\cos(\pi - x) + k$$

$$y = -\cos x - 2\cos x + k = -3\cos x + k$$

$$k + 3 = 2(k - 3) \Rightarrow k = 9 \quad \text{بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع به ترتیب } k - 3 \text{ و } k + 3 \text{ می‌باشد.}$$

۱۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{2\pi}{|m|} = \frac{4}{3} \Rightarrow |m| = \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{m > 0} m = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow f(x) = 2\cos\left(\frac{2\pi}{3}x + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow f(0) = 2\cos\frac{2\pi}{3} = 2\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -2\cos\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

۱۱۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع را تا جایی که ممکن است ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{\cos 2x \cos 4x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x} = \frac{\cos 2x \cos 4x}{2} = \frac{1}{2} \underbrace{\sin 2x \cos 2x \cos 4x}_{\frac{1}{2} \sin 4x}$$

$$f(x) = \frac{1}{4} \sin 4x \cos 4x = \frac{1}{8} \sin 8x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$



۱۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع $\text{tg} x$ برای $x = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ تعریف نمی شود.

$$\frac{\pi}{1+x^2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div \pi} \frac{1}{1+x^2} = \frac{2k+1}{2} \Rightarrow x^2 + 1 = \frac{2}{2k+1} \Rightarrow x^2 = \frac{2}{2k+1} - 1 = \frac{-2k+1}{2k+1}$$

چون x^2 نامنفی است، پس:

$$\frac{-2k+1}{2k+1} \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < k \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

پس دامنه‌ی تابع، $\{1, -1\} - \mathbb{R}$ است، بنابراین اعداد ۱ و -۱، در دامنه‌ی تابع قرار ندارد.

۱۱۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون بیشترین مقدار تابع ۲ است، پس $|a| = 2$. البته $a = 2$ قابل قبول است، زیرا از مبدأ به سمت راست، تابع سینوسی در حال صعود است. محور y ها در نقطه‌ی $-\sqrt{3}$ قطع شده است، پس:

$$f(0) = -\sqrt{3} \Rightarrow a \text{Sin} c = -\sqrt{3} \xrightarrow{a=2} \text{Sin} c = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{Sin} c = \text{Sin} \left(-\frac{\pi}{3} \right) \quad (1)$$

$$\Rightarrow c = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \text{ یا } c = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

با توجه به نمودار، مقدار c قابل قبول در معادله‌ی ۱، $-\frac{\pi}{3}$ است، پس تابع به صورت $y = 2 \text{Sin} \left(bx - \frac{\pi}{3} \right)$ تبدیل می شود.

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{11\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{4}$$

فاصله‌ی $-\frac{\pi}{3}$ تا $\frac{11\pi}{3}$ دوره‌ی تناوب تابع است.

$b = \frac{1}{4}$ قابل قبول است، زیرا تابع سینوسی از مبدأ به سمت راست در حال صعود است و باید ضریب x و a

$$\Rightarrow f(x) = 2 \text{Sin} \left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow f \left(\frac{5\pi}{6} \right) = 2 \text{Sin} \left(\frac{5\pi}{24} - \frac{\pi}{3} \right) = 2 \text{Sin} \frac{\pi}{12}$$

هم علامت باشند:

$$= 2 \sqrt{\frac{1 - \text{Cos} \frac{\pi}{6}}{2}} = 2 \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

۱۱۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر دوره‌ی تناوب $f(x)$ را T در نظر بگیریم، آنگاه دوره‌ی تناوب $g(x)$ برابر $\frac{T}{4}$ خواهد

$$T = \frac{4}{T} \Rightarrow T^2 = 4 \xrightarrow{T > 0} T = 2$$

بود. طبق فرض مسئله:

چون دوره‌ی تناوب $f(x)$ برابر ۲ است، پس دوره‌ی تناوب $f(3x)$ برابر $\frac{2}{3}$ خواهد بود.



۱۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

همانطور که از صورت سؤال مشخص است، این نمودار انتقال یافته‌ی نمودار تابع $y = \cos x$ است که با مقایسه در می‌یابیم نمودار $y = \cos x$ به اندازه‌ی $\frac{\pi}{4}$ انتقال افقی به سمت راست و به اندازه‌ی ۱ واحد انتقال عمودی یا عرضی

به بالا دارد، پس در $f(x) = b + \cos(x - a)$ مقدار b برابر ۱ و مقدار a برابر $\frac{\pi}{4}$ است، پس:

$$\begin{cases} b = 1 \\ a = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

با جای‌گذاری این مقادیر در گزینه‌ها، فقط گزینه‌ی ۴، تابع $1 - 1$ می‌شود:

$$\Rightarrow \left\{ \left(2, \frac{\pi}{4} \right), (-1, \pi), \left(1, -\frac{\pi}{4} \right) \right\}$$

۱۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$

با توجه به نکته داریم $y = \tan(\pi + ax) = \tan ax$ ، نمودار $y = \tan x$ بین $-\frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{4}$ رسم می‌شود و نمودار

داده‌شده بین π و $-\pi$ است. پس ضابطه‌ی آن به صورت $y = \pm \tan \frac{1}{4} x$ است و $a = \pm \frac{1}{4}$.

همچنین می‌دانیم نمودار $y = \tan x$ در بازه‌هایی که تعریف می‌شود اکیداً صعودی است. نمودار داده‌شده اکیداً نزولی است، پس مقدار a منفی است.

$$\text{بنابراین } a = -\frac{1}{4}$$

۱۱۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم

$-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

برای آن که نمودار از نواحی سوم و چهارم عبور نکند باید مینیمم تابع نامنفی باشد.

با توجه به نکته، ماکزیمم این تابع $|a| + 2$ و مینیمم آن $-|a| + 2$ است، پس داریم:

$$-|a| + 2 \geq 0 \Rightarrow |a| \leq 2$$


گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در توابع $y = a \sin(bx) + c$ و $y = a \cos(bx) + c$ ، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ ، ماکزیمم برابر $|a| + c$ و مینیمم برابر $-|a| + c$ است.

ابتدا توجه کنید که $f(0) = 1$ ، پس می توان نوشت:

$$f(0) = 1 \Rightarrow 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

اکنون توجه کنید که دوره تناوب تابع برابر $\frac{\pi}{4}$ است. بنابراین با توجه به نکته داریم:

$$T = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 4 \Rightarrow b = \pm 4$$

بیشترین مقدار تابع برابر ۴ است، پس با توجه به نکته داریم:

$$|a| + c = 4 \xrightarrow{c=1} |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

چون تابع $f(x)$ در بازه $\left[0, \frac{\pi}{8}\right]$ صعودی است، پس a و b یا هر دو مثبت اند و یا هر دو منفی، بنابراین دو حالت امکان پذیر است:

$$\begin{cases} a = 3, b = 4, c = 1 \\ a = -3, b = -4, c = 1 \end{cases}$$

در هر دو حالت داریم: $abc = 12$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

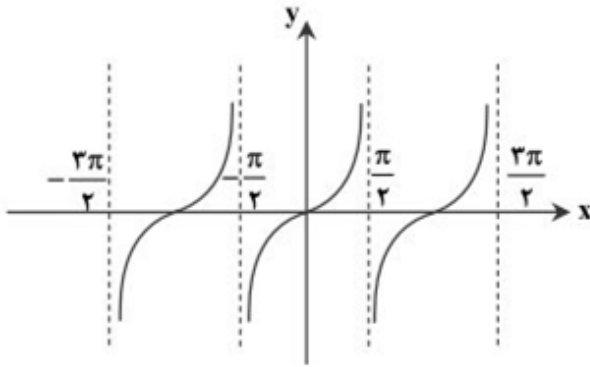
دوره تناوب تابع $T = \frac{2\pi}{3}$ پس $b = 3$ است.

تابع در $x = 0$ دارای مینیمم -1 است، یعنی $a = -1$ و $c = \frac{\pi}{4}$. چون می بایست به فرم کلی $f(x) = -\cos 3x$

باشد، پس $abc = -\frac{3\pi}{4}$ است.

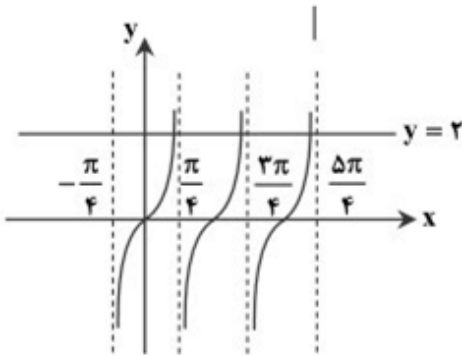


گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
نکته: نمودار $y = \tan x$ شکل زیر است.



نمودار $y = \tan 2x$ را با یک انقباض افقی نمودار $y = \tan x$ رسم می‌کنیم.

برای آنکه خط $y = 2$ به‌ازای $x > 0$ در نقطه نمودار را قطع کند، حداقل a باید تقریباً از $\frac{3\pi}{4}$ بیشتر باشد و تقریباً از π کمتر باشد. پس a می‌تواند هر عددی در این محدوده باشد که با توجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی ۲ پاسخ است. دقت کنید که سایر گزینه‌ها در این حدود نیستند و تعداد نقاط تقاطع برابر ۲ نیست.



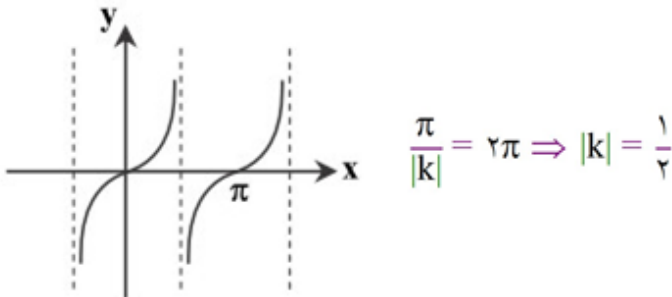
۱۲۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع f را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد، به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $f(x \pm T) = f(x)$ و $x \pm T \in D_f$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره‌ی تناوب f می‌نامیم.

نکته: نمودار تابع $y = \tan x$ به صورت روبه‌رو است:

نکته: دوره‌ی تناوب تابع $y = \tan(ax)$ برابر $\frac{\pi}{|a|}$ است.



در شکل سؤال دوره‌ی تناوب 2π است، پس:

تابع تناوب در بازه‌هایی که تعریف شده است، صعودی است در حالی که نمودار شکل داده شده نزولی است، پس k مقداری منفی $k = -\frac{1}{2}$ قابل قبول است.

۱۲۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع $y = a \sin(bx) + c$ و $y = a \cos(bx) + c$ دارای مقادیر ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم

$-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به صورت سؤال و نکته می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -7 \\ \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \end{cases}$$

از جمع دو رابطه‌ی اول $c = -3$ ، از تفاضل آن‌ها $|a| = 4$ و از رابطه‌ی سوم، $|b| = \frac{1}{2}$ است.

پس $y = 4 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) - 3$ یکی از جواب‌های مسئله است و گزینه‌ی ۲ پاسخ است.



۱۲۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع f را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد، به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $f(x \pm T) = f(x)$ و $x \pm T \in D_f$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره‌ی تناوب f می‌نامیم.

نکته: اگر دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر T باشد، دوره تناوب $f(ax)$ برابر $\frac{T}{|a|}$ است.

مطابق نکته، اگر دوره تناوب تابعی T باشد، در اثر انتقال افقی و عمودی و همچنین انبساط یا انقباض عمودی، دوره تناوب تغییر نمی‌کند.

پس در تابع y انتقال عمودی و انبساط عمودی تاثیری روی دوره‌ی تناوب ندارد. ولی در این تابع چون انقباض افقی با ضریب ۳ داریم (طول نقاط دامنه در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌شوند) پس دوره‌ی تناوب هم $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود، یعنی:

$$T_2 = \frac{T_1}{|3|} = \frac{2}{3}$$

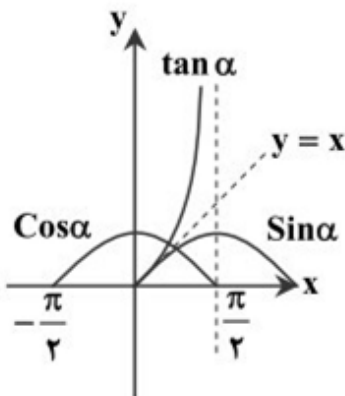
۱۲۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

راه حل اول:

نمودار توابع $y = \tan \alpha$ و $y = \cos \alpha$ را روی یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.

می‌بینیم که در برخی از نقاط این ناحیه $\cos \alpha > \sin \alpha$ و در برخی نقاط $\sin \alpha > \cos \alpha$ اما برای تمام نقاط ناحیه‌ی اول $0 < \sin \alpha < \tan \alpha$.



راه حل دوم:

در بازه‌ی $(0, \frac{\pi}{4})$ می‌توان نوشت:

$$\cos \alpha < 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} > 1 \xrightarrow[\sin \alpha > 0]{\text{ضرب طرفین در } \sin \alpha} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} > \sin \alpha \Rightarrow \tan \alpha > \sin \alpha$$



۱۲۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به نکته، دوره‌ی تناوب هر دو تابع را بدست می‌آوریم:

$$y_2 = -3 \sin(a\pi x) \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{|a\pi|} = \frac{2}{|a|}$$

$$y_1 = 2 \cos(3\pi x) \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$$

باید $T_1 = 2T_2$ ، پس:

$$\frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{|a|} \Rightarrow |a| = 6 \Rightarrow a = \pm 6$$

مطابق صورت سؤال، مقدار مثبت a ، برابر ۶ است.

۱۲۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع f را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد، به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $x \pm T \in D_f$ و $f(x \pm T) = f(x)$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره‌ی تناوب f می‌نامیم.

$$1397 = 7 \times 199 + 4$$

$$f(1397) = f(4 + 199 \times 7) = f(4)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

۱۲۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع $y = a \sin(bx) + c$ و $y = a \cos(bx) + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ ، مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

ابتدا توجه کنید که $f(0) = 0$ ، پس $a = 0$. از طرفی بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع ۲ و -۲ است، پس $|b| = 2$ ، از

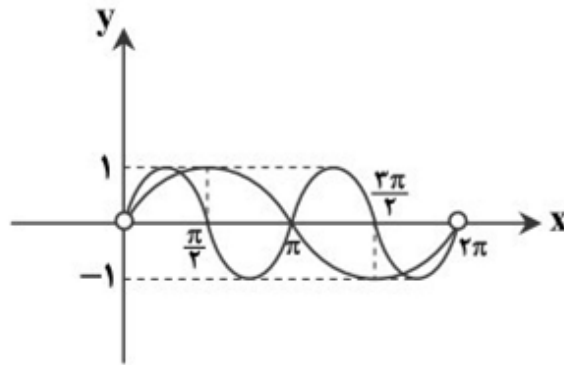
$$\frac{2\pi}{|c|} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow |c| = 12 \text{، پس داریم: } \frac{3}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 148 \text{، بنابراین}$$



۱۲۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
 در شکل زیر نمودار دو تابع f و g را در بازه $(0, 2\pi)$ رسم کرده‌ایم. توجه کنید که دوره تناوب تابع f ، برابر 2π و دوره تناوب g ، برابر π است.



همان‌طور که در نمودار ملاحظه می‌کنید، نمودار توابع f و g در این بازه، ۳ بار یکدیگر را قطع می‌کنند.

۱۳۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا توجه کنید که $f(0) = 1$ پس $a = 1$ ، از طرفی $f(\frac{\pi}{2}) = 3$ ، بنابراین:

$$f(x) = 1 + b \tan x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + b = 3 \Rightarrow b = 2$$

اکنون با جای‌گذاری مقادیر a و b در تابع f به ضابطه‌ی $f(x) = 1 + 2 \tan x$ می‌رسیم. توجه کنید که طبق شکل، $f(c) = 0$ پس داریم:

$$1 + 2 \tan c = 0 \Rightarrow \tan c = -\frac{1}{2}$$

$$\text{بنابراین: } b + a \tan c = 2 + (1) \left(-\frac{1}{2}\right) = 1/5$$



۱۳۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: $(fg)(x) = f(x)g(x)$; $D_{fg} = D_f \cap D_g$

می دانیم $\tan x \cdot \cot x = 1$ پس ضابطه‌ی تابع f را به صورت ساده‌تر شده‌ی

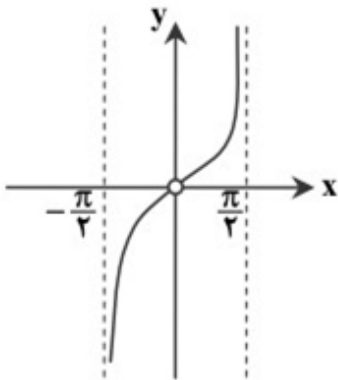
$$f(x) = \tan x \quad (x \neq \frac{k\pi}{2} \text{ با شرط } x \neq \frac{k\pi}{2})$$

می نویسیم. دقت کنید که با توجه به نکته‌ی بالا، دامنه‌ی این تابع برابر است با:

$$R - \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2}, k \in Z \right\}$$

اکنون نمودار تابع $f(x) = \tan x$ (با شرط $x \neq 0$) را در بازه‌ی $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

رسم می‌کنیم:



۱۳۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع f را متناوب می‌نامیم، هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد به طوری که برای هر $x \in D_f$

داشته باشیم $f(x \pm T) = f(x)$ و $(x \pm T) \in D_f$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره تناوب f

می‌نامیم.

تابع $f(x)$ متناوب با دوره‌ی تناوب A است، زیرا:

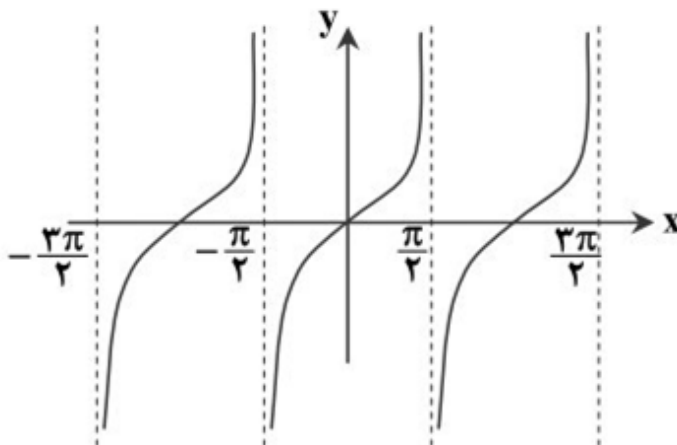
$$x \pm 8 \in D_f \Rightarrow (x \pm 4) \pm 4 \in D_f \text{ داریم } x \in D_f$$

$$f(x + 8) = f((x + 4) + 4) = -f(x + 4) = -(-f(x)) = f(x)$$

توجه کنید اگر در عبارت $f(x + 4) = -f(x)$ از تغییر متغیر $X = x + 4$ استفاده کنیم، داریم:

$$f(X) = -f(X - 4) \Rightarrow f(X - 4) = -f(X) = f(X)$$

$$f(x - 4) = -f(x) \Rightarrow f(x - 8) = f((x - 4) - 4) = -f(x - 4) = -(-f(x)) = f(x)$$



۱۳۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

توجه کنید که نمودار تابع $y = \tan x$ با دامنه‌ی

$$R - \left\{ x \mid x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in Z \right\}$$

مقابل است. با توجه به گزینه‌ها فقط گزینه‌ی «۳»

بیانگر مطلبی درست درباره‌ی این تابع است، یعنی

این تابع در هر بازه که در آن تعریف شده باشد،

اکیداً صعودی است. دقت کنید که این تابع در

دامنه‌اش غیریکنوا است.

۱۳۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع $y = a \cos(bx) + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ است.

با توجه به نکته‌ی بالا در تابع $y = a \cos(2x) + c$ داریم:

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -7 \end{cases} \xrightarrow{+} 2c = -6 \Rightarrow c = -3 \Rightarrow |a| = 4 \Rightarrow a = \pm 4$$

بنابراین مقدار ac برابر با ۱۲ یا -۱۲ است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۵

نکته: تابع $y = a \cos(bx) + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ ، مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به نکته‌ی بالا در تابع $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x) + 1$ ، مقدار ماکزیمم برابر $\frac{5}{4} = 1 + \left|-\frac{1}{4}\right|$ و دوره تناوب برابر

$$\frac{2\pi}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} \quad \text{است، پس نسبت خواسته شده برابر است با:} \quad \frac{2\pi}{|\pi|} = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل پرسش $a \sin bx + 1 \leq 3$ پس $a = 2$ بازه تناوب به صورت

$$\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right] \quad \text{است در نتیجه} \quad \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3} \quad \text{پس} \quad b = 3 \quad \text{در نتیجه} \quad a + b = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب $\sin 2x$ برابر $\frac{2\pi}{2} = \pi$ و دوره تناوب $\cos \frac{x}{4}$ برابر $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$ پس دوره

تناوب اصلی این تابع 4π می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع $f(x) = \tan x$ در بازه‌هایی که خطوط $x = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \dots$ (مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$) را

شامل نشوند، صعودی اکید است. پس تابع $\tan x$ در فاصله‌ی $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ صعودی اکید است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دوره‌ی تناوب تابع برابر ۲ است، بنابراین بر هر x متعلق به دامنه‌ی تابع f ،

$$f(x+2) = f(x) \quad \text{است و در نتیجه:}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow f(4) = f(2) \\ x = 4 \Rightarrow f(6) = f(4) \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta = \frac{f(4) + f(4)}{2f(4) + 3f(4)} = \frac{2f(4)}{5f(4)} = \frac{2}{5} = 0.4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شکل در ۳ دوره تناوب رسم شده است پس $T = \frac{3/5 - (-2/5)}{3} = 2$ از طرفی

$$T = \frac{2\pi}{b} = 2 \quad \text{لذا} \quad b = 1 \quad \text{به‌ازای} \quad x = 0 \quad \text{داریم} \quad a = 2 \quad \text{پس} \quad ab = 2$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۱۴۱

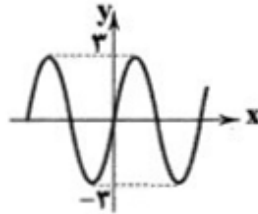
$$۱) y = -۲ \sin(x + \pi) = -۲(-\sin x) = +۲ \sin x$$

این نمودار همان $y = \sin x$ است که عرض‌های آن دو برابر شده‌اند. نمودار رسم شده می‌تواند درست باشد.

$$۲) y = ۳ \cos\left(x - \frac{\pi}{۲}\right)$$

باید نمودار $y = \cos x$ به سمت راست منتقل شود و عرض‌ها ۳ برابر شوند. \Leftarrow نمودار درست به شکل زیر

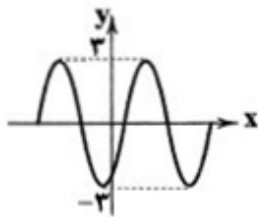
است:



$$۳) y = ۳ \sin\left(x - \frac{\pi}{۴}\right)$$

باید نمودار $y = \sin x$ به سمت راست منتقل شود و عرض‌ها ۳ برابر شوند. \Leftarrow نمودار درست به شکل زیر

است:



$$۴) y = -۲ \cos\left(x + \frac{\pi}{۲}\right) = -۲(-\sin x) = +۲ \sin x$$

باید در نمودار $y = \sin x$ عرض‌ها ۲ برابر شوند که در نمودار داده شده، این اتفاق نیفتاده است.

 گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از مبدأ می‌گذرد بنابراین مختصات مبدأ $O(۰, ۰)$ را درون تابع قرار می‌دهیم تا یک ۱۴۲

رابطه بر حسب a و b به دست آید.

$$(۰, ۰) \in f \Rightarrow a + b = ۰ \Rightarrow b = -a$$

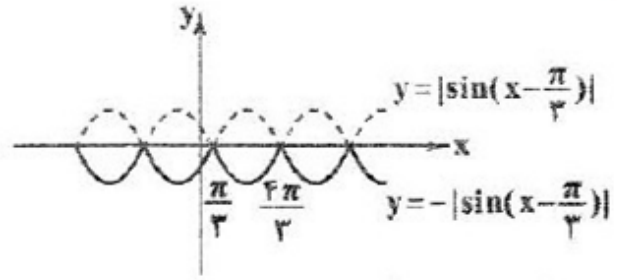
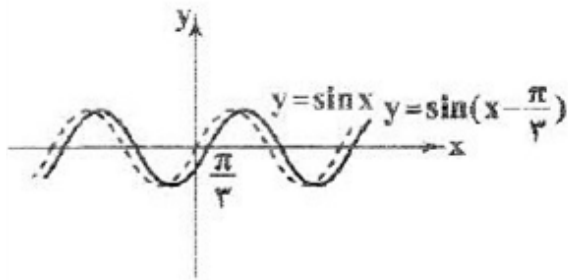
$$y = a - a \cos\left(\frac{\pi}{۲}x\right) = a\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{۲}x\right)\right) \Rightarrow \max = ۲a = ۴ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow b = -۲$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به انتقال‌های نمودار، تابع موردنظر $y = 1 - \left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ یا

$y = 1 - \left| \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ می‌باشد. با رسم نمودار درمی‌یابیم که نمودار $y = 1 - \left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ به صورت

زیر است:



با انتقال نمودار $y = -\left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ به اندازه‌ی ۱ واحد به بالا، نمودار داده شده به دست می‌آید. پس تابع مربوط

به نمودار، $y = 1 - \left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ است. توجه کنید که نمودار می‌تواند مربوط به تابع

$y = 1 - \left| \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \right|$ نیز باشد، زیرا:

$$\begin{aligned} \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) &= -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right| \\ &= \left| \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \right| \Rightarrow 1 - \left| \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \right| = 1 - \left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right| \end{aligned}$$

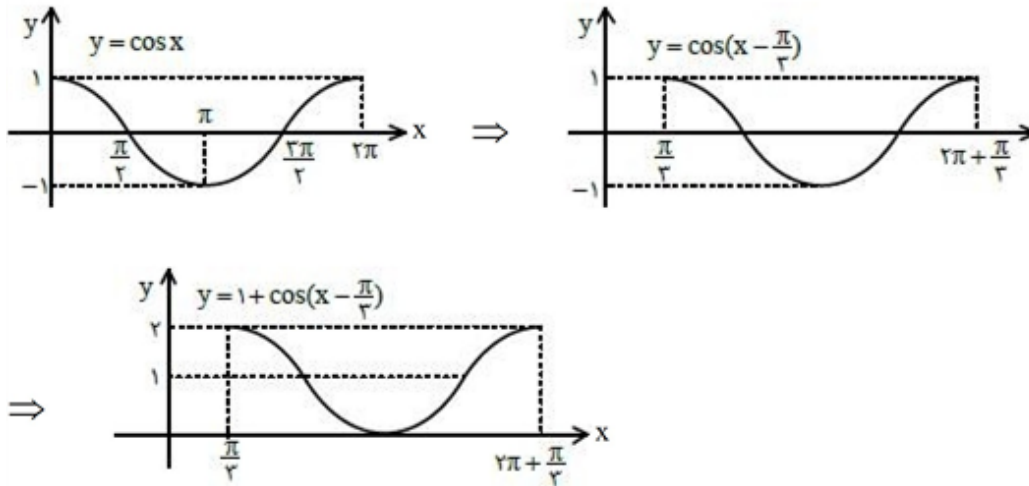
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۴

$$y = a + b \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = a - b \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow y = a - b \cos x$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 1 \Rightarrow 3a + 2b = 5 \end{aligned}$$

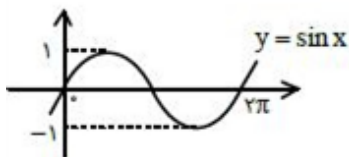


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۵



راه دوم: تابع به ازای $\frac{\pi}{3}$ برابر ۲ شده است که فقط در گزینه (۴) این گونه است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴۶



این نمودار با ایجاد تغییرات روی نمودار تابع $y = \sin x$ ایجاد شده است.

با مقایسه این دو نمودار درمی یابیم که:

۱- نمودار در جهت محور y ها دو برابر منبسط شده است و جهت نمودار تغییر نکرده، پس $a = 2$.

۲- نمودار $\frac{\pi}{3}$ به سمت چپ انتقال یافته است، پس $b = \frac{\pi}{3}$.

۳- نمودار در جهت y ها یک واحد به بالا انتقال یافته است، پس $c = 1$.

$$\text{در نتیجه: } abc = 2 \times \frac{\pi}{3} \times 1 = \frac{2\pi}{3}$$



۱۴۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا از نمودار تابع می‌توان فهمید $f(0) = 1$ ، پس:

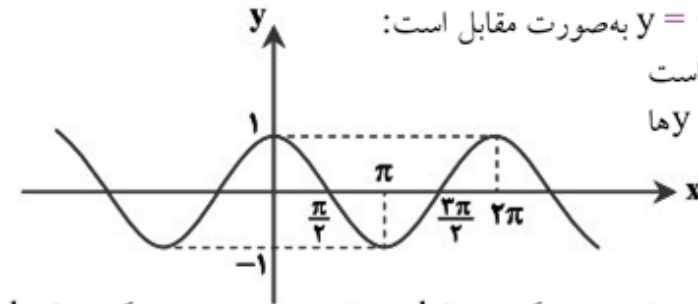
$$a(0) + b = 1 \Rightarrow b = 1$$

اکنون در تابع $f(x) = a \sin x + b$ طبق نمودار، بیشترین مقدار تابع برابر ۴ است. با توجه به اینکه در بازه $[0, \pi]$ مقادیر $\sin x$ مثبت است، نتیجه می‌گیریم در این نقطه مقدار $\sin x$ برابر ۱ است، پس:

$$a(1) + b = 4 \xrightarrow{b=1} a = 3$$

بنابراین:

$$a^2 + b^2 = 9 + 1 = 10$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته ۱: نمودار تابع $y = \cos x$ به صورت مقابل است:

نکته ۲: برای رسم نمودار تابع $y = f(x) + k$ کافی است

نمودار تابع $y = f(x)$ را به اندازه k واحد روی محور y ها انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، حرکت به سمت بالا و

اگر $k < 0$ ، حرکت به سمت پایین است.

نکته ۳: برای رسم نمودار $y = f(x + k)$ کافی است

نمودار $y = f(x)$ را به اندازه k واحد روی محور x ها انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، انتقال به سمت چپ و اگر $k < 0$ ، انتقال به سمت راست محور x ها می‌باشد.

از مقایسه نمودار $y = \cos x$ و نمودار داده‌شده می‌توان فهمید که نمودار به اندازه $\frac{1}{4}$ واحد به سمت پایین حرکت کرده

است (زیرا کمترین مقدار در نمودار $y = \cos x$ برابر -1 و در نمودار داده‌شده $-\frac{3}{4}$ است)، پس $a = -\frac{1}{4}$. از طرفی

مطابق ضابطه داده‌شده و نکته ۳، نمودار به اندازه $\frac{\pi}{6}$ روی محور x ها به سمت راست حرکت کرده است، پس:

$$b = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

$$a \times b = -\frac{1}{4} \times \frac{7\pi}{6} = -\frac{7\pi}{24}$$

بنابراین:

۱۴۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از روی نمودار مشخص است که $f(0) = -2$ و $f(\frac{\pi}{2}) = 1$

$$f(0) = a \sin 0 + b = b = -2 \Rightarrow b = -2$$

$$f(\frac{\pi}{2}) = a \sin(\frac{\pi}{2}) + b = a \times 1 - 2 = a - 2 = 1 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 3 \sin x - 2$$

$$f(\frac{5\pi}{6}) = 3 \times \sin \frac{5\pi}{6} - 2 = 3 \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) - 2 = 3 \sin(\frac{\pi}{6}) - 2 = 3 \times \frac{1}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: دوره‌ی تناوب تابع $y = k \sin(ax + b)$ برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

با توجه به نمودار داده شده، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} f(0) = 4 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2 \\ T + \frac{T}{2} = 9 \Rightarrow \frac{3T}{2} = 9 \Rightarrow T = 6 \end{cases}$$

چون نمودار در همسایگی $x = 0$ صعودی است، پس فقط $n = \frac{1}{3}$ قابل قبول است. بنابراین:

$$mn = \frac{2}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۵۱)

$$f(0) = 1 \Rightarrow a + b = 1 \quad (*)$$

$$f'(x) = -2a \sin x \cos x + 3 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (-2a \sin x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = \frac{3}{2a} \end{cases}$$

چون تابع در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ فقط دو اکسترمم نسبی دارد، پس باید $\left| \frac{3}{2a} \right| > 1$ که منجر به افزایش تعداد اکسترمم

نسبی نشود.

$$f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1 \Rightarrow -3 + b = -1 \Rightarrow b = 2 \xrightarrow{(*)} a = -1$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 + 2 = 5 \text{ بیش‌ترین مقدار تابع } f \text{ برابر است با:}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$f(x) = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow f\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin x$$

$$\Rightarrow y = a + b f\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = a + \sqrt{2} b \sin x$$

نمودار از نقطه $(0, 1)$ می‌گذرد، پس: $y(0) = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow y = 1 + \sqrt{2} b \sin x$

حداکثر مقدار y برابر ۳ است. ۲ حالت در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} b > 0 : \max(y) = 1 + \sqrt{2} b = 3 \Rightarrow b = \sqrt{2} \\ b < 0 : \max(y) = 1 - \sqrt{2} b = 3 \Rightarrow b = -\sqrt{2} \end{cases}$$

با توجه به اینکه نمودار y در همسایگی $x = 0$ نزولی است، باید b منفی باشد. بنابراین: $b = -\sqrt{2}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۳

نکته: دوره تناوب $y = \alpha + \beta \sin(ax)$ و $y = \alpha + \beta \cos(ax)$ برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow a = 4(x)$$

با توجه به شکل، نمودار از نقطه $(0, 4)$ عبور می‌کند، پس:

همچنین با توجه به شکل، فاصله ۱ تا ۷، دو برابر دوره تناوب $(2T)$ تابع است، پس:

$$2T = 7 - 1 = 6 \Rightarrow T = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{2}{3}$$

چون نمودار تابع در $x = 0$ نزولی است، پس تنها $b = -\frac{2}{3}$ قابل قبول است (**)

$$ab = -\frac{4}{3}$$

از (*) و (***) داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۴

$$y = \sin^3\left(\frac{2\pi}{3}x\right) \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{\frac{\pi}{3}} = \frac{9}{\pi}$$

$$y = 3 \cos^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع π است، پس ضریب x عدد ۲ می‌باشد. در نقطه‌ای از بازه $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ ۱۵۵

مقدار تابع صفر است. پس معادله آن به صورت $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون $f(0)$ منفی است پس $a < 0$ و لذا $a = -2$ است.

$$f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 0 \Rightarrow \frac{3\pi}{8}b + \frac{\pi}{4} = \pi \Rightarrow b = 2$$

بنابراین $ab = -4$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: ماکسیمم مقدار توابع $y = a \cos(bx + c)$ و $y = a \sin(bx + c)$ برابر $|a|$ و مینیمم مقدار آنها برابر $-|a|$ است.

چون در همسایگی $x = 0$ تابع نزولی است، پس $a < 0$ چون ماکسیمم تابع برابر ۳ است، داریم:

$$(1) |a| + b = 3$$

$$(2) a \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + b = 0$$

چون نمودار از نقطه $(0, 0)$ می‌گذرد، داریم:

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} |a| + b = 3 \xrightarrow{a < 0} -a + b = 3 \\ \frac{1}{2}a + b = 0 \Rightarrow a = -2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{2\pi}{3} \text{ از روی ضابطه}, T = \frac{2\pi}{|m|} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|m|} \Rightarrow |m| = 3 \Rightarrow m = \pm 3$$

چون با توجه به نمودار تابع باید ابتدا Min داشته باشد، بنابراین: $m = 3$

$$\Rightarrow y = 1 - \sin(3x) \xrightarrow{x = \frac{7\pi}{6}} y\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 1 - \sin 3\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 1 - \sin\left(\frac{7\pi}{2}\right) = 1 - (-1) = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|m|} = 4\pi \Rightarrow |m| = \frac{1}{2} \xrightarrow{\cos(-\theta) = \cos\theta} m = \pm \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) \xrightarrow{x = \frac{16\pi}{3}} f\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right) \\ = \frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$



۱۶۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در تابع $y = a \sin bx$ و $y = a \cos bx$ ، مینیمم برابر $-|a|$ ، ماکزیمم برابر $|a|$ و دوره‌ی تناوب برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است.

طبق شکل داریم:

$$T + \frac{T}{2} = 6 \Rightarrow \frac{3T}{2} = 6 \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4 \Rightarrow b = \pm \frac{\pi}{2}$$

از طرفی بیش‌ترین مقدار تابع f ، برابر با ۲ است، پس خواهیم داشت $|a| = 2$ بنابراین:

$$a^2 + b^2 = 4 + \frac{\pi^2}{4}$$

۱۶۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

ابتدا مقدار $\cos x$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \left(\frac{12}{13}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \frac{5}{13}$$

با توجه به این‌که $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ، مقدار $\cos x = -\frac{5}{13}$ قابل قبول است، پس داریم:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\frac{12}{13}}{1 - \frac{5}{13}} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{8}{13}} = \frac{3}{2}$$

۱۶۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: در توابع $y = a \sin bx$ و $y = a \cos bx$ ، دوره‌ی تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ ، ماکسیمم برابر $|a|$ و مینیمم برابر $-|a|$ است.

با توجه به نکته‌ی بالا داریم:

$$A = 3, B = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A \times B = \frac{3}{\frac{\pi}{2}} = \frac{3\pi}{2}$$



$$2T = 5 - (-3) \Rightarrow T = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = a \sin(\pi b x - \pi) = -a \sin(\pi - \pi b x) = -a \sin(\pi b x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|\pi b|} = 4 \Rightarrow 4|b| = 2 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{T}{4} = 1 \Rightarrow -\sin(\pi b) = 2 \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \rightarrow -a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Rightarrow a = -2 \\ b = -\frac{1}{2} \rightarrow -a \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

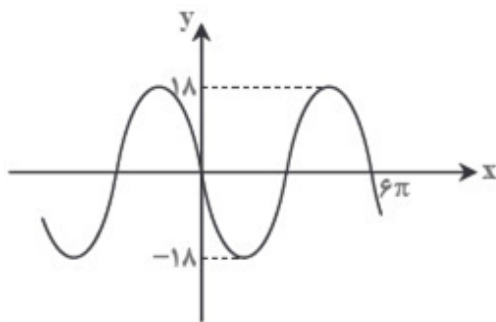
$$y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} x\right) \Rightarrow ab = -1$$

در هر صورت داریم:

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. دوره‌ی تناوب نمودار تابع $y = 2 \cos 3x$ ، $T = \frac{2\pi}{3}$ است. همچنین تابع ۱۶۴

$y = b \cos(ax)$ در یک دوره‌ی تناوب در $x = \frac{2\pi}{a}$ حداکثر مقدار و در $x = \frac{\pi}{a}$ حداقل مقدار را دارد. بنابراین

تابع $y = 2 \cos 3x$ در $x = \frac{2\pi}{3}$ حداکثر مقدار و در $x = \frac{\pi}{3}$ حداقل مقدار را دارد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: در توابع $y = b \sin ax$ و ۱۶۵

$y = b \cos ax$ ، دوره‌ی تناوب برابر $\frac{2\pi}{|a|}$ ، ماکسیمم برابر $|b|$ و مینیمم

برابر $-|b|$ است.

با توجه به نمودار، دوره تناوب تابع برابر 6π و ماکسیمم آن برابر ۱۸ است. پس با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{|a|} = 6\pi \Rightarrow |a| = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{3} \\ |b| = 18 \Rightarrow b = \pm 18 \end{cases}$$

چون نمودار در همسایگی مبدأ نزولی است، پس دقیقاً یکی از a یا b منفی و دیگری مثبت است.

$$\begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -18 \end{cases} \Rightarrow a + b = -\frac{53}{3}, \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = 18 \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{53}{3}$$

بنابراین کمترین مقدار $a + b$ برابر $-\frac{53}{3}$ است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۱۶۶**

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi bx\right) \Rightarrow y = a \cos(\pi bx)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow a \cos(0) = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$2T = 3/5 - (-2/5) = 6 \Rightarrow T = 2 = \frac{2\pi}{\pi b} \Rightarrow b = 1 \Rightarrow ab = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۱۶۷**

$$T = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\max = 5 \Rightarrow |a| = 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = -5 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{9}{2} \text{ یا } -\frac{9}{2}$$

چون ابتدا می‌نیمم داریم پس ماکزیمم پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۱۶۸**

$$y = k \sin(ax + b) + c \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|-\frac{2}{3}\right|} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$$

$$-a = -4 \Rightarrow a = 4$$

$$y = -4 \cos\left(b\pi x - \frac{\pi}{2}\right) = -4 \cos\left(\frac{\pi}{2} - b\pi x\right) = -4 \sin(b\pi x)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow \frac{2}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{1}{2}, y(1) = -4 \Rightarrow -4 \sin\frac{\pi}{2} = -4$$

$$b = -\frac{1}{2}, y(1) = -4 \Rightarrow 4 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -4 \Rightarrow a = 4, b = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۱۶۹**

$$y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{2} x\right) \Rightarrow y\left(\frac{8}{3}\right) = -4 \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -4 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 4 \sin\frac{\pi}{3} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۱۷۰**

چون دوره تناوب π است، ضریب x عدد ۲ می‌باشد. در یک نقطه از بازه $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ مقدار $y = 0$ است یعنی

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right), \text{ پس } 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \text{ یا } x = \frac{\pi}{6}, \text{ پس تابع } y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \text{ تابع مورد قبول است.}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۷۱)

$$\frac{2\pi}{|a|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = 4\pi \Rightarrow \begin{cases} a = 4\pi \\ a = -4\pi \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که برد تابع f به صورت $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$ است و a و b مثبت هستند. پس (۱۷۲)

$$a = \frac{1}{3} \quad \text{فاصله } x = \frac{3}{4} \text{ تا } x = 2 \text{ برابر } \frac{5}{4} \text{ است که لذا:}$$

$$\frac{3}{4}T = \frac{5}{4} \Rightarrow T = \frac{5}{3}$$

از طرفی برای دوره تناوب T ، داریم:

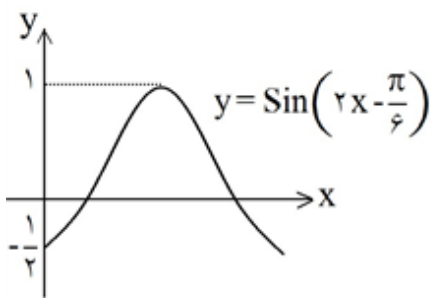
$$T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \frac{6\pi}{5}$$

حال چون نمودار $y = \frac{1}{3} \cos \frac{6\pi}{5}x$ به طرف راست محور x ها منتقل شده، طول c برابر است با

$$x + \frac{5}{3} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow c = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta abc = -\frac{2\pi}{3}$$

در نتیجه:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $T = \frac{2\pi}{b} = \pi \Rightarrow b = 2$ (۱۷۳)

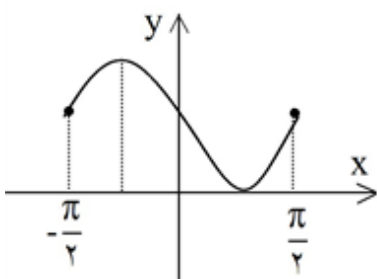
با توجه به نمودار بالا باید a منفی باشد، بنابراین با توجه به
ماکزیمم $(1/5)$ داریم: $1 - a = \frac{3}{5} \Rightarrow a = -\frac{1}{5}$

$$a + b = \frac{3}{5}$$

در نتیجه:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۷۴)

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \tan 6x - \cos 6x = -2 \cot 12x \Rightarrow T = \frac{\pi}{12} \\ g(x) &= \tan ax \cdot \cot ax \Rightarrow T = \frac{\pi}{2a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کاملاً رسم شده (۱۷۵)

است. پس دوره تناوب آن π است. الزاماً ضرب x عدد ۲ می باشد. تابع
در ربع اول کمترین مقدار را داشته است. پس الزاماً معادله آن به صورت

$$y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \text{ است.}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع $a \sin b\pi x$ بنا بر فرض $\frac{1}{4}$ است. پس $\frac{2\pi}{b\pi} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = 4$ (۱۷۶)

$$\sin 4\pi x = 0 \Rightarrow 4\pi x = k\pi \Rightarrow x = \frac{1}{4}k \Rightarrow x = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1$$

پس ۵ نقطه تلاقی در بازه $[0, 1]$ دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۷)

$$f(x) = \underbrace{\sin(\pi x)}_{T_1} + \underbrace{\frac{1}{3}x - \left[\frac{1}{3}x\right]}_{T_2}$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{2\pi}{\pi} = 2 \\ T_2 &= \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_f = \text{م.م.ک}(2, 3) = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۷۸)

$$y = a^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + b\pi x\right) = -a^2 \sin(b\pi x) = a^2 \sin(-b\pi x)$$

اولاً: $a^2 = 2$ است، ثانیاً: نقطه‌ی $x = 4$ معادل زاویه‌ی 3π در نمودار $\sin x$ است.

$$x = 4 \Rightarrow -b\pi \times 4 = 3\pi \Rightarrow b = -\frac{3}{4}$$

$$a^2 + b = \frac{5}{4}$$

بنابراین:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۹)

$$y = a \cos\left(\frac{\pi}{2} + \pi b x\right) = -a \sin(\pi b x) \Rightarrow -3 \leq y \leq 3 \Rightarrow a = 3$$

$x = 1$ دومین عدد مثبتی است که سینوس در آن صفر شده است پس چون اولین عدد مثبت π است یعنی کمان به ازای $x = 1$ ، 2π می‌شود.

$$\pi(b)(1) = 2\pi \Rightarrow b = 2 \Rightarrow ab = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع ۳ واحد، ۳ واحد تکرار می‌شود، پس: (۱۸۰)

$$f(\sqrt{2}) = f(6 + 2/2) = f(2/2) = 5(2/2) - 1 = 10$$



$$y = a \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} bx\right) = -a \sin\left(\frac{\pi}{2} bx\right) = a \sin\left(-\frac{\pi}{2} bx\right) \quad \text{گزینه ۱ پاسخ صحیح است.} \quad (181)$$

$$a = \pm \frac{3}{2} \leftarrow \text{چون } -\frac{3}{2} \text{ می نیمم تابع است}$$

$$\text{اگر } a = \frac{3}{2} \text{ فرض شود آن گاه:}$$

$$a \sin\left(-\frac{\pi}{2} b \times 4\right) = \frac{3}{2} \sin(-2\pi b) = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -2\pi b = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow b = -\frac{3}{4}$$

$$a \sin\left(-\frac{\pi}{2} b \times 4\right) = -\frac{3}{2} \sin(-2b\pi) = \frac{3}{2} \sin(2b\pi) = -\frac{3}{2}$$

$$\text{اگر } a = -\frac{3}{2} \text{ فرض شود آن گاه:}$$

$$\Rightarrow 2b\pi = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

$$\text{پس: } ab = -\frac{9}{8}$$

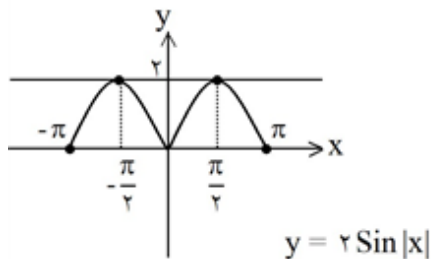
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (182)

$$f(x) = \tan 2x - \cot 2x \Rightarrow f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} - \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{\sin^2 2x - \cos^2 2x}{\sin 2x \cos 2x}$$

$$f(x) = \frac{-(\cos^2 2x - \sin^2 2x)}{\frac{1}{2} \sin 4x} = -2 \frac{\cos 4x}{\sin 4x} = -2 \cot 4x$$

$$f(x) = -2 \cot 4x \Rightarrow T = \frac{\pi}{|\text{ضریب } x|} = \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (183)



$$y = -\frac{3}{5} \cos(4\pi t)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (184)

$$\text{دوره تناوب } T = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$$

در فاصله زمانی $0 < t < \frac{1}{2}$ دو بار محور t را قطع می کند پس در بازه $[0, \frac{1}{2}]$ به تعداد ۲ بار محور t را قطع خواهد کرد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸۵

$$y = -2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi x}{2}\right) = -2 \cos\left(\frac{3\pi x}{2}\right)$$

$$y = 5 \cos(\pi a x + 6\pi) = 5 \cos(\pi a x) \Rightarrow \frac{2\pi}{\left|\frac{3\pi}{2}\right|} = 4 \times \frac{2\pi}{|\pi a|} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{8}{|a|} \Rightarrow |a| = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر تعریف دوره تناوب T داریم $f(x+T) = f(x)$ که T کوچکترین عدد مثبت است. ۱۸۶

$$f(x) = |\sin 2x| \Rightarrow f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = |\sin(2x + \pi)| = |-\sin 2x| = |\sin 2x|$$

پس دوره تناوب آن $\frac{\pi}{2}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\cot x = \frac{1}{\tan x}$ پس داریم: ۱۸۷

$$f(x) = \tan x - \frac{1}{\tan x} = \frac{\tan^2 x - 1}{\tan x}$$

$$f(x) = -2 \left(\frac{1 - \tan^2 x}{2 \tan x} \right) = -\frac{1}{2} \cot 2x$$

دوره تناوب تابع حاصل $\frac{\pi}{2}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار رسم شده متوجه می‌شویم دوره‌ی تناوب تابع ۶ می‌باشد و می‌دانیم ۱۸۸

دوره‌ی تناوب تابع $y = a \sin bx$ از رابطه‌ی $T = \frac{2\pi}{|b|}$ به دست می‌آید. پس داریم:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \Rightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{|b|\cancel{\pi}} = 6 \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

از طرفی در تابع $y = a \sin bx$ ماکزیمم تابع برابر $|a|$ است. چون در حاصل ماکزیمم برابر ۲ است. پس:
 $|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ در انتها دقت شود با توجه به آن که تابع بلافاصله بعد از $x = 0$ افزایش می‌یابد. باید علامت a و b یکسان باشند. یعنی برای a و b دو حالت ایجاد می‌شود.

$$a = 2, b = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = \frac{7}{3}$$

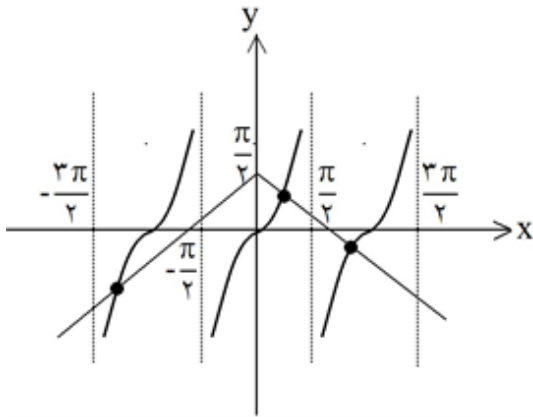
$$a = -2, b = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -2 \sin\left(\frac{-\pi x}{3}\right) = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{7}{3}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را کمی تغییر می دهیم. پس داریم

$$\underbrace{\operatorname{tg} x}_{y_1} = -\underbrace{|x| + \frac{\pi}{2}}_{y_2}$$

دقت کنید، اگر $y_2 = 0$ باشد، $x = \pm \frac{\pi}{2}$ خواهد بود.

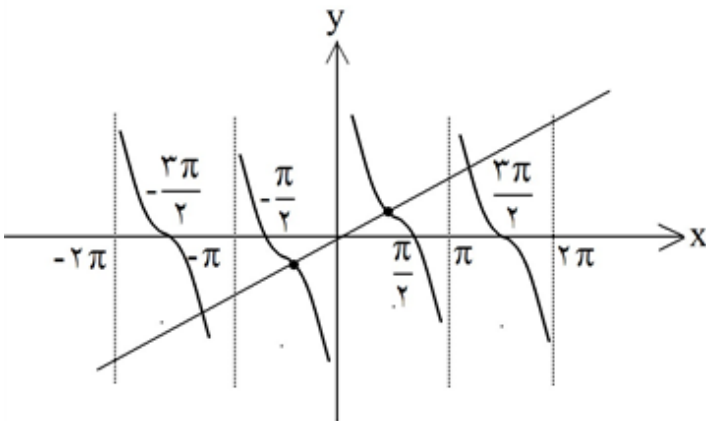


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹۰

$$x \sin x - \cos x = 0 \Rightarrow x \sin x = \cos x \Rightarrow x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \underbrace{x}_{y_1} = \underbrace{\operatorname{Cotg} x}_{y_2}$$

این معادله بی شمار جواب دارد، چون کتانژانت متناوب است. فقط می توانیم بگوییم. ریشه ی مثبت بین 0 و $\frac{\pi}{2}$ و

ریشه ی منفی بین 0 و $-\frac{\pi}{2}$ است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دوره ی تناوب توابع $y = \sin(ax + b)$ و $y = \cos(ax + b)$ برابر با $T = \frac{2\pi}{|a|}$ ۱۹۱

است. پس:

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow T_1 = 2\pi \quad \text{و} \quad y = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) \Rightarrow T_2 = \pi \Rightarrow T_1 = 2T_2$$



$$y = \text{Sin}^2\left(\frac{2\pi x}{3}\right) + \text{Cos}^2\left(\frac{2\pi}{2}x\right)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹۲

$$T = \left[\frac{\pi}{\frac{2\pi}{3}}, \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{2}} \right] = \left[\frac{3}{2}, \frac{2}{2} \right] = \frac{[3, 2]}{(2, 2)} = \frac{12}{2} = 6$$

$$y = \frac{2}{3}x - \left[\frac{2}{3}x \right] + \left[-\frac{1}{3}x \right] + \left[\frac{1}{3}x \right]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹۳

$$T = \left[\frac{3}{2}, 3 \right] = \frac{[3, 3]}{(2, 1)} = \frac{3}{1} = 3$$

$$a > 0 \cdot \begin{cases} y = ax - [ax] \Rightarrow T = \frac{1}{a} \\ y = [ax] + [-ax] \Rightarrow T = \frac{1}{a} \end{cases}$$

یادآوری:

$$f(x) = |\text{Sin}x| \Rightarrow T_f = \pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹۴

$$g(x) = |\text{Cos}x| \Rightarrow T_g = \pi$$

$$f + g(x) = |\text{Sin}x| + |\text{Cos}x| \Rightarrow T_{f+g} = \frac{\pi}{2}$$

$$f + g(x) = |\text{Sin}x| - |\text{Cos}x| \Rightarrow T_{f-g} = \pi$$

$$f(x) = a + \text{Sin}(b\pi x)$$

$$f(0) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 5 - 1 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \quad (\text{چون تابع در ابتدا نزولی است})$$

$$f(x) = 3 - \text{Sin}\left(\frac{\pi}{2}x\right) \Rightarrow f\left(\frac{25}{3}\right) = 3 - \text{Sin}\left(\frac{25\pi}{6}\right) = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$|a| = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، بیشترین مقدار تابع برابر ۳ است پس: هم‌چنین با توجه به این تابع سه دوره تناوب طی کرده تا به ۳ رسیده است. پس: ۱۹۶

$$3T = 3 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 1 \Rightarrow |b| = 2$$

با توجه به این که مقدار تابع در بازه $\left[0, \frac{1}{4}\right]$ نزولی است بنابراین تابع به صورت‌های زیر است:

$$y = -3 \text{ Sin } 2\pi x \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

$$y = 3 \text{ Sin } (-2\pi x) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow ab = -6$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون برد تابع $[-2, 2]$ است و برد تابع سینوس $[-1, 1]$ است پس $a = 2$ است.

$$y = 2 \sin \pi \left(\frac{1}{2} + bx \right) \Rightarrow y = 2 \cos (b\pi x)$$

$$\begin{cases} x = -2/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{-5\pi}{2} b = 0 \\ x = 3/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{7\pi}{2} b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 1 \text{ یا } T = \frac{2\pi}{\pi b} = 2 \Rightarrow b = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کوچکترین عدد مثبت T را دوره تناوب تابع f اگر $f(x+T) = f(x)$ باشد. یعنی $f(x) = 2x - [2x] \Rightarrow f(x+T) = 2x + 2T - [2x + 2T]$ اگر $2T = 1$ باشد عبارت فوق همواره برقرار می‌شود. $T = \frac{1}{2}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر تعریف دوره تناوب T کوچکترین عدد مثبت به طوری که $f(x+T) = f(x)$ باشد $f(x+T) = \frac{3}{4}(x+T) - \left[\frac{3}{4}(x+T) \right]$ جزء صحیح وقتی ساده می‌شود که $T = \frac{4}{3}$ یا $\frac{3}{4}T = 1$ باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع 4π است، پس: $\frac{2\pi}{b} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$

$$y = a \sin \frac{1}{2} x \Rightarrow 5 = a \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = 5$$

$$a + 2b = 5 + 2 \times \frac{1}{2} = 6$$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴



۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴

۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴

