

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک **هفته ای**
رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ **عدد ۱**
را ارسال کنید.

۴۰۰ تست ریاضی دوازدهم تجربی - فصل ۲ - مثلثات

۱ تابع $f(x) = 1 - 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right)$ در نقاط به طول $x = \alpha$ و $x = \beta$ در بازه $(0, \pi)$ به ترتیب به حداقل و حداکثر خود می‌رسد. حاصل $\alpha - \beta$ کدام است؟

(۱) $-\frac{\pi}{4}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

۲ کوچک‌ترین دوره تناوب تابع $y = \frac{1}{\cos^2 \pi x} - 1$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{5}$

۳ اگر $\sin 2x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{Cotg}^3 x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x}$ کدام است؟

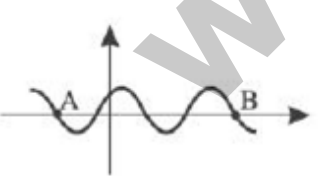
(۱) ۳۳ (۲) ۳۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۴ اگر $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{Cos} \alpha$ باشد، آنگاه حاصل $\operatorname{Cos} \alpha$ کدام است؟

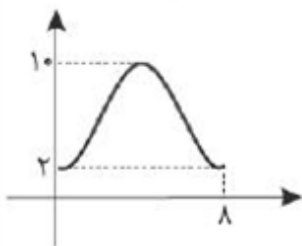
(۱) $\sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}}$ (۲) $\sqrt{-1 + \sqrt{5}}$ (۳) $\sqrt{1 + \sqrt{5}}$ (۴) $\sqrt{\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}}$

۵ شکل زیر قسمتی از نمودار $f(x) = 1 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ است. مقدار $x_A + x_B$ کدام است؟

(۱) 4π (۲) 3π (۳) 2π (۴) π




۶ نمودار تابع $f(x) = a + b \cos cx$ در یک دوره تناوب آن به صورت زیر است، مقدار $|b|c$ کدام است؟



(۱) 2π

(۲) -2π

(۳) π

(۴) $-\pi$

۷ در تابع $f(x) = \sin x \cos^3 x - \cos x \sin^3 x$ حداکثر تابع چند برابر دوره تناوب تابع است؟

(۴) $\frac{4}{\pi}$

(۳) $\frac{1}{2\pi}$

(۲) $\frac{2}{\pi}$

(۱) $\frac{\pi}{2}$

۸ به فرض آن که $a \sin^2 x + b \cos^2 x = a + b$ مقدار $\cos 2x$ کدام است؟ ($a \neq b$)

(۴) $\frac{a-b}{a+b}$

(۳) $\frac{a+b}{a-b}$

(۲) $\frac{a+b}{b-a}$

(۱) $\frac{b-a}{a+b}$

۹ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\cos^2 x - \cos x = \sin^2 x$ کدام است؟

(۴) $x = \frac{2k\pi}{3}$

(۳) $x = \frac{k\pi}{3}$

(۲) $x = k\pi$

(۱) $x = 2k\pi$

۱۰ تابع $y = 2 \sin x - 1$ در فاصلهی $[a, b]$ بالای محور x ها است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۴) $\frac{2\pi}{3}$

(۳) π

(۲) $\frac{2\pi}{3}$

(۱) $\frac{\pi}{2}$

۱۱ اگر $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = 2$ باشد، حاصل $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ کدام است؟

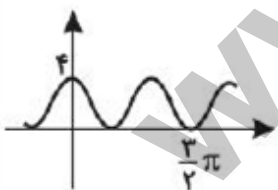
(۴) $-\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $-\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{3}{4}$

۱۲ اگر بخشی از نمودار $y = a \cos^2 bx$ شکل مقابل باشد، مقدار ab کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۳ اگر $\cos \theta = +\frac{1}{4}$ و $0 < \theta < 2\pi$ باشد، مجموع مقادیر θ کدام است؟

(۱) 2π

(۲) 4π

(۳) صفر

(۴) نمی‌دانیم در چه زوایای $\cos \theta = \frac{1}{4}$ می‌شود، پس نمی‌توان پاسخ داد.

۱۴ اگر $\cot x - \tan x = 2\sqrt{2}$ باشد، حاصل $\tan(2x)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۵ اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادله‌ی $\sin\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = 1$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{8}$ (۲) $\frac{7\pi}{6}$ (۳) $\frac{4\pi}{3}$ (۴) π

۱۶ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos x (2 \cos x - 9) = 5$ کدام است؟

- (۱) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۳) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

۱۷ دوره‌ی تناوب و ماکزیمم تابع $y = \pi \sin(-2x) + 1$ کدام است؟

- (۱) $\max = \pi + 1, T = 2\pi$ (۲) $\max = -\pi + 1, T = \pi$ (۳) $\max = -\pi + 1, T = 2\pi$ (۴) $\max = \pi + 1, T = \pi$

۱۸ معادله‌ی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹ مجموع جواب‌های معادله‌ی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 4π (۲) 3π (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۲۰ معادله‌ی $\sin 2x \cos 2x = -\frac{1}{6}$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

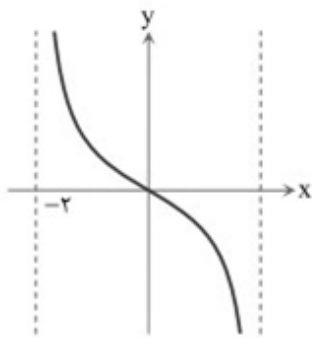
۲۱ معادله‌ی $\sin 2x = \sin 3x$ در بازه‌ی $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲ اگر $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$ و α زاویه‌ای در ناحیه‌ی چهارم دایره‌ی مثلثاتی باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{25}$ (۲) $\frac{-12}{25}$ (۳) $\frac{24}{25}$ (۴) $\frac{-24}{25}$

۲۳ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \tan(\pi(ax + 1))$ به صورت مقابل است. مقدار a کدام است؟

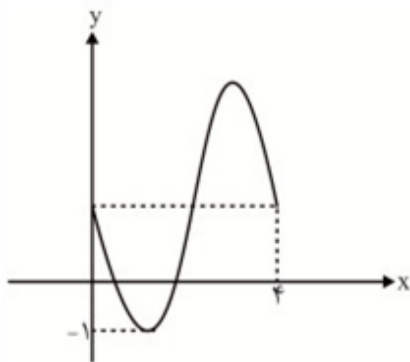


- (۱) $\frac{1}{8}$
 (۲) $-\frac{1}{8}$
 (۳) $-\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

۲۴ اگر $\frac{5\pi}{3}$ یک جواب معادله‌ی $2 \sin 2x + a = 0$ باشد، مجموع جواب‌های این معادله در بازه‌ی $(0, \pi)$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{4\pi}{3}$
 (۲) 2π
 (۳) 3π
 (۴) $\frac{3\pi}{2}$

۲۵ شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2 + a \sin(b\pi x)$ است. حاصل $f\left(\frac{43}{3}\right)$ کدام است؟



- (۱) $2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$
 (۲) $2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\frac{5}{2}$
 (۴) $\frac{7}{2}$

۲۶ اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ و $\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} = 1$ باشد، حاصل $\sin 2\alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{7}}{3}$
 (۲) $2\sqrt{2} - 2$
 (۳) $2 - \sqrt{2}$
 (۴) $\frac{-\sqrt{7}}{3}$

۲۷ تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$ را که دوره‌ی تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه‌ی

محصور به منحنی f و محور x ها در بازه‌ی $[-\frac{1}{75}, \frac{3}{25}]$ ، کدام است؟

- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) $\frac{3}{5}$
 (۴) ۴

۲۸ تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $5 \sin^2(x) + 2 \cos(3x) = -2$ در فاصله‌ی $[-\pi, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۵
 (۴) ۷

۲۹ اگر $f(x) = 32 \cos^2(x) \cos^2(2x) \cos^2(4x) \cos^2(8x) \cos^2(16x)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ کدام است؟

$$\frac{6 - \sqrt{27}}{32} \quad (4)$$

$$\frac{6 - \sqrt{27}}{16} \quad (3)$$

$$\frac{6 + \sqrt{27}}{16} \quad (2)$$

$$\frac{6 + \sqrt{27}}{32} \quad (1)$$

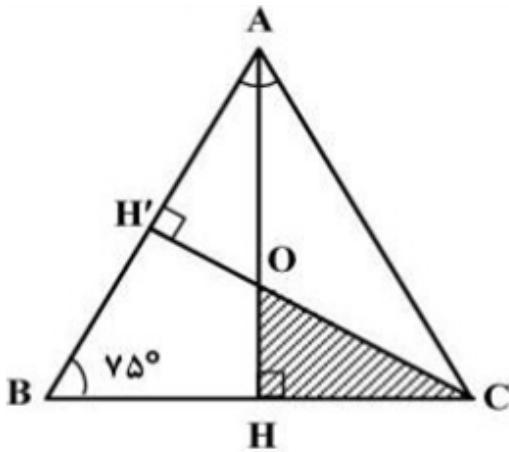
۳۰ ساده شده عبارت $\frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} + \frac{1 + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ کدام است؟

$$2 \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (4)$$

$$2 \operatorname{Cotg}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3)$$

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2)$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$



۳۱ در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AC برابر ۶ است. مساحت مثلث OHC، کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{18}{7 + 4\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})} \quad (4)$$

۳۲ اگر $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{36}\right)$ کدام است؟

$$\frac{6 + 3\sqrt{3}}{16} \quad (4)$$

$$\frac{6 + \sqrt{3}}{16} \quad (3)$$

$$\frac{6 - \sqrt{3}}{16} \quad (2)$$

$$\frac{6 - 3\sqrt{3}}{16} \quad (1)$$

۳۳ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0$ ، کدام است؟

$$\frac{(2k+1)\pi}{5} \quad (4)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{5} \quad (3)$$

$$\frac{2k\pi}{5} \quad (2)$$

$$\frac{k\pi}{5} \quad (1)$$

۳۴ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $4 \sin x \cos^2 x + \sin 2x = 0$ با شرط $x \neq \frac{k\pi}{2}$ کدام است؟

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

۳۵ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\cos 2x - \cos 6x + 2 \sin^2 x = 2$ کدام است؟

$$\frac{k\pi}{6} \quad (4)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{6} \quad (3)$$

$$(2k+1) \frac{\pi}{6} \quad (2)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

۳۶ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$ کدام است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۳۷ اگر $\tan x = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{x}{2}\right) - \cot\left(\frac{x}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۸ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos 4x = 2 \sin^2 x - 1$ کدام است؟

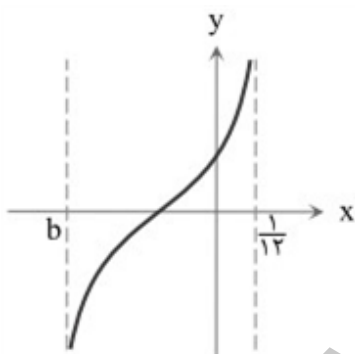
- (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{k\pi}{3}$

۳۹ مجموع جواب‌های معادله‌ی $\frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} = 1$ در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{5\pi}{2}$ (۴) 3π

۴۰ مجموع جواب‌های معادله‌ی $\cos 3x = \cos 2x$ در بازه‌ی $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{8}\pi$ (۲) $\frac{3}{6}\pi$ (۳) $\frac{2}{8}\pi$ (۴) $\frac{4}{2}\pi$



۴۱ نمودار تابع $y = \tan\left(\left(ax + \frac{1}{3}\right)\pi\right)$ در یک دوره‌ی تناوب

به صورت مقابل است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{12}$ (۲) $\frac{13}{12}$ (۳) $\frac{17}{12}$ (۴) $\frac{19}{12}$

۴۲ اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادله‌ی $4(\cos x - \sin^2 x) = -1$ در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{4\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۴۳ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{8 \sin^2 x}{1 - \cos 2x} & ; x \neq 0 \\ m + 5^{2x} & ; x = 0 \end{cases}$ روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

مجموع جواب‌های معادله‌ی $\frac{\sin x \tan x}{3} = 1 - \cos x$ در بازه‌ی $[0, 4\pi)$ کدام است؟ ۴۴

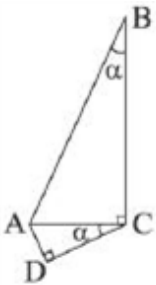
- ۱) 5π ۲) 7π ۳) 9π ۴) 10π

اگر $f(\sin^2 2x - \cos^2 2x) = \sin^6 x + \cos^6 x$ باشد، آن‌گاه $f\left(\frac{4}{5}\right)$ کدام است؟ ۴۵

- ۱) $\frac{15}{40}$ ۲) $\frac{17}{40}$ ۳) $\frac{13}{40}$ ۴) $\frac{11}{40}$

اگر $\cos^4 x - \sin^4 x = \sin 4x$ و $\cos 2x \neq 0$ باشد، مقدار $\cos 4x$ کدام است؟ ۴۶

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$



در شکل زیر $\alpha = 15^\circ$ و $DC = 3$ است. طول AB چه قدر است؟ ۴۷

- ۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۵

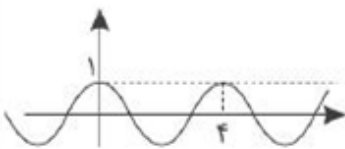
اگر $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ باشد، مقدار $\sin 2x$ چه قدر است؟ ۴۸

- ۱) $0/2$ ۲) $0/25$ ۳) $0/45$ ۴) $0/4$

جمع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\cos^2 2x + \sin^2 x = 1$ در بازه‌ی $[0, 2\pi)$ چه عددی است؟ ۴۹

- ۱) 4π ۲) 5π ۳) 6π ۴) 7π

بخشی از نمودار $f(x) = a - 6 \cos^2\left(\frac{3\pi}{4} + bx\right)$ شکل زیر است. مقدار $|ab|$ چه عددی است؟ ۵۰



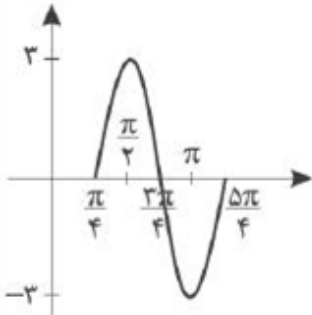
- ۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $\frac{\pi}{8}$
۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) π

اگر حداکثر، حداقل و دوره‌ی تناوب تابع $y = \pi \cos 3x - 2$ به ترتیب، a ، b و T باشد، حاصل $a - b + T$ کدام است؟ ۵۱

- ۱) 2π ۲) $\frac{4\pi}{3}$ ۳) $\frac{10\pi}{3}$ ۴) $\frac{8\pi}{3}$

۶۰ جواب کلی معادله $(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2\left(\frac{\sqrt{\pi}}{4}\right)$ کدام است؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴) \quad \begin{cases} k\pi - \frac{\pi}{12} \\ k\pi + \frac{\sqrt{\pi}}{12} \end{cases} \quad (۳) \quad 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۲) \quad \begin{cases} 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ 2k\pi + \frac{\sqrt{\pi}}{6} \end{cases} \quad (۱)$$



۶۱ شکل مقابل قسمتی از نمودار کدام تابع می‌تواند باشد؟

$$y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (۱)$$

$$y = 3 \cos(x) \quad (۲)$$

$$y = -3 \cos(2x) \quad (۳)$$

$$y = 3 \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (۴)$$

۶۲ معادله $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ در بازه $[0, 3\pi]$ چند جواب دارد؟

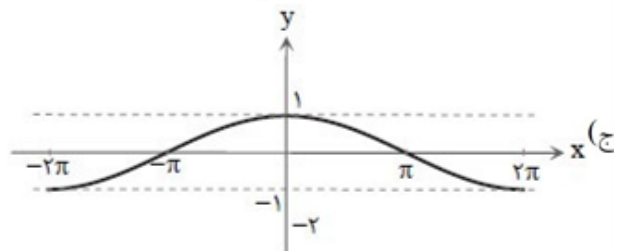
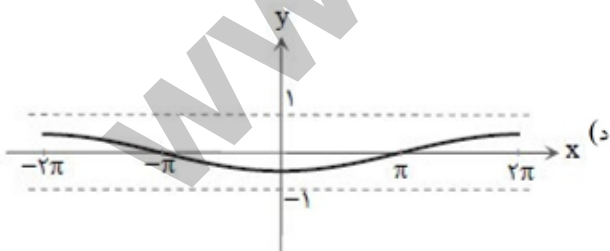
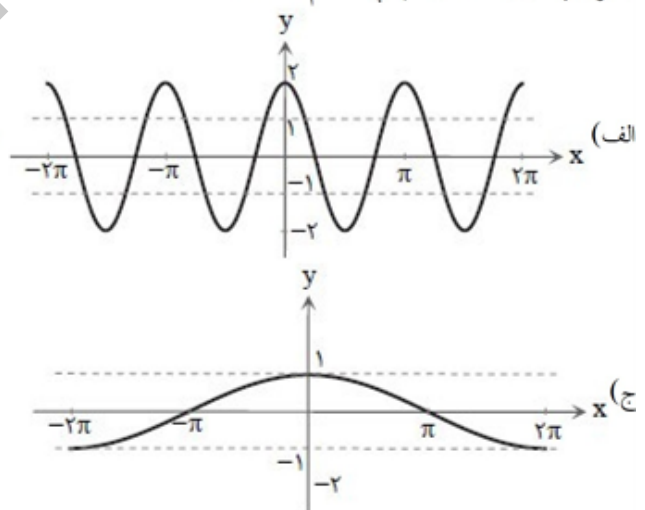
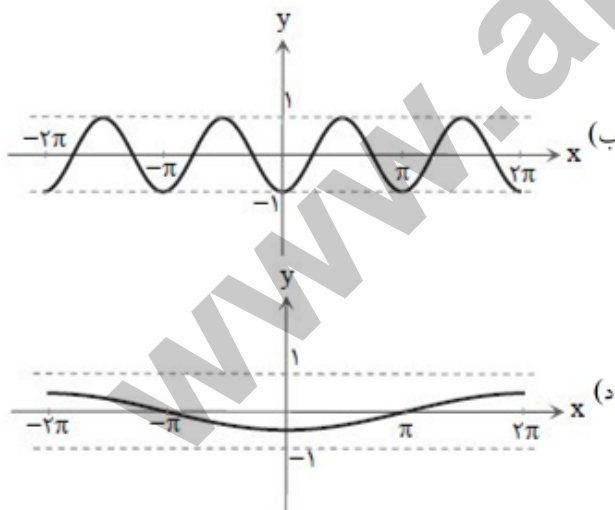
۷ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۶۳ نمودار مربوط به ضابطه‌های $y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)$ و $y = 2 \cos 2x$ و $y = \cos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)$ و $y = -\cos 2x$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



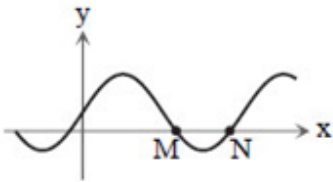
ب - ج - د - الف (۴)

ب - الف - ج - د (۳)

ب - ج - الف - د (۲)

د - ج - الف - ب (۱)

۶۴ قسمتی از نمودار تابع $y = 1 + 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ به صورت مقابل است. طول پاره خط MN چه قدر است؟



- (۱) $\frac{2\pi}{3}$
 (۲) $\frac{4\pi}{3}$
 (۳) $\frac{\pi}{2}$
 (۴) $\frac{5\pi}{6}$

۶۵ معادله $\sin x - \cos 2x = 0$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ دارای چند جواب است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۵
 (۳) ۶
 (۴) ۷

۶۶ مقدار $\tan 22/5^\circ$ کدام است؟

- (۱) $3 - 2\sqrt{2}$
 (۲) $2 - \sqrt{3}$
 (۳) $\sqrt{2} - 1$
 (۴) $3 - \sqrt{2}$

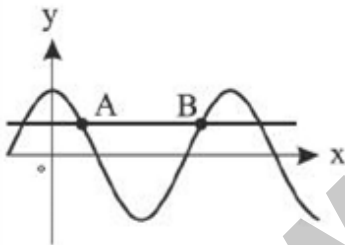
۶۷ مساحت مثلثی به اضلاع به طول‌های ۲ و ۶ برابر ۳ است. اگر محیط مثلث بیشترین مقدار ممکن باشد، مجموع زوایای حاده‌ی مثلث کدام است؟

- (۱) π
 (۲) $\frac{\pi}{3}$
 (۳) $\frac{\pi}{6}$
 (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۶۸ جواب کلی معادله مثلثاتی $4 \sin^2 x + 4 \cos x - 5 = 0$ کدام است؟

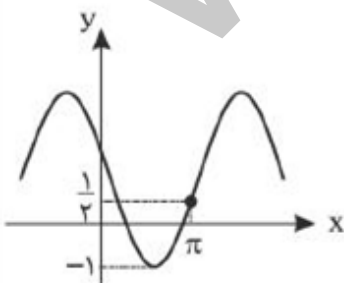
- (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$
 (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$
 (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$
 (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۶۹ در شکل زیر نمودار توابع $y = \cos 2x$ و $y = \frac{1}{3}$ را رسم کرده‌ایم. طول پاره خط AB کدام است؟



- (۱) $\sqrt{\frac{2\pi}{3}}$
 (۲) $\sqrt{\frac{\pi}{3}}$
 (۳) $\frac{2\pi}{3}$
 (۴) $\frac{\pi}{3}$

۷۰ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. $f(0)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) $\frac{5}{2}$
 (۳) $\frac{7}{2}$
 (۴) $\frac{9}{2}$

۷۱ اگر $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$ باشد، دوره تناوب تابع $y = f(\pi x)$ کدام است؟

- (۱) π (۲) ۱ (۳) 2π (۴) ۲

۷۲ تابع $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ در فاصله $(1, 3)$ تعریف شده است، آنگاه $f^{-1}(-1)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

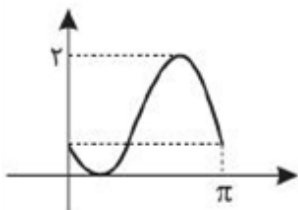
۷۳ برای تابع $f(x)$ و $g(x) = \sin x + \cos x$ می‌دانیم $\operatorname{fog}(x) = \sin 2x$ است، در این صورت $f\left(\frac{1}{3}\right)$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $-\frac{7}{8}$ (۴) $-\frac{8}{9}$

۷۴ تابع $y = 3 - \operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ در کدام بازه زیر اکیداً نزولی است؟

- (۱) $\left(-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right)$ (۲) $\left(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right)$ (۳) $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right)$ (۴) $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right)$

۷۵ قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin\left(bx - \frac{\pi}{3}\right)$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ کدام است؟



- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۶ اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 3 - a \cos\left(a\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$ برابر ۴ است. دوره تناوب این تابع کدام

است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۷۷ معادله $2 \cos^2 x = 1 - \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ در بازه $(0, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۴

اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادله $\sqrt{3} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$ در بازه $[0, 2\pi]$ چه قدر است؟ ۷۸

- (۱) $\frac{7\pi}{6}$ (۲) π (۳) $\frac{5\pi}{4}$ (۴) $\frac{13\pi}{12}$

جواب کلی معادله $\sin^2 x - 1 = \operatorname{tg}^2 x$ کدام است؟ ۷۹

- (۱) $\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

اولین جواب معادله $\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ با فرض $x > 0$ چه عددی است؟ ۸۰

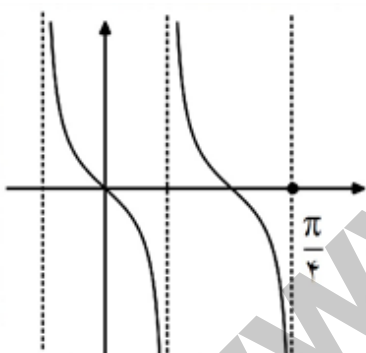
- (۱) $\frac{7\pi}{24}$ (۲) $\frac{17\pi}{24}$ (۳) $\frac{19\pi}{24}$ (۴) $\frac{5\pi}{24}$

جمع جواب‌های $\sin x (\sin^3 x - 1) = \cos^4 x$ در بازه $(0, 2\pi)$ چه عددی است؟ ۸۱

- (۱) $\frac{5\pi}{6}$ (۲) π (۳) $\frac{7\pi}{2}$ (۴) $\frac{7\pi}{6}$

معادله مثلثاتی $(3 \cos x + a)(3 \sin x - 1) = 0$ در بازه $(0, \pi)$ فقط دو جواب دارد، a کدام می‌تواند باشد؟ ۸۲

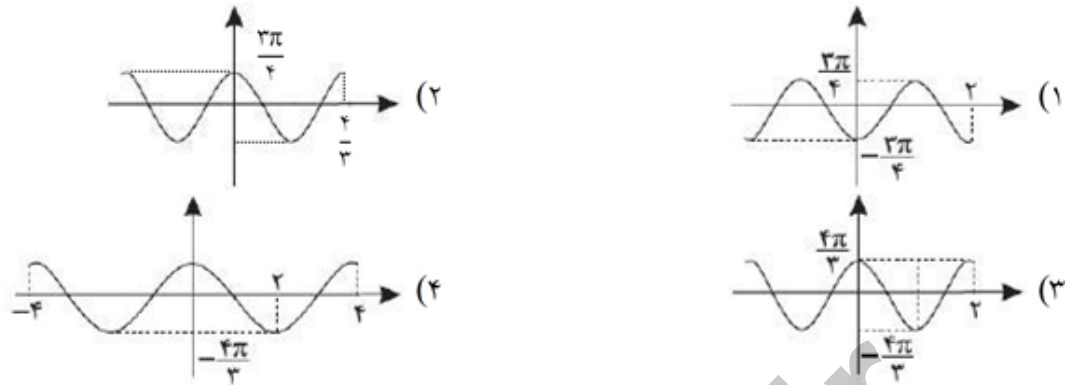
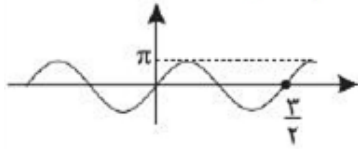
- (۱) $\pm\sqrt{3}$ (۲) $\pm 2\sqrt{2}$ (۳) $\pm\sqrt{2}$ (۴) $\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$



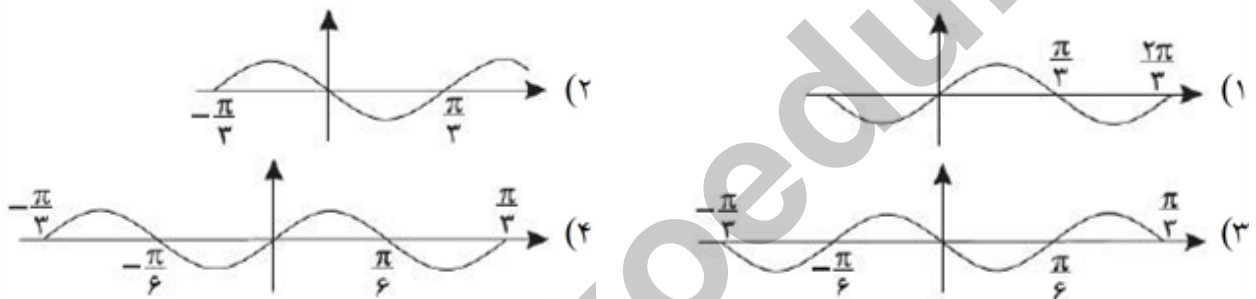
قسمتی از نمودار تابع $y = \operatorname{tg}(ax)$ به صورت مقابل است. مقدار a کدام است؟ ۸۳

- (۱) -۶ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) -۱۲

اگر بخشی از نمودار $y = a \sin bx$ ، شکل زیر باشد، نمودار $y = b \cos ax$ شبیه کدام شکل است؟ ($b > 0$) ۸۴



با فرض آن که $f(x) = \sin 2x$ ، نمودار تابع $y = f(x)f(x + \frac{\pi}{6})$ شبیه کدام گزینه است؟ ۸۵



دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم یک تابع مثلثاتی به ترتیب π ، ۹ و ۳ است. ضابطه این تابع کدام می‌تواند باشد؟ ۸۶

(۱) $6 + 3 \sin \frac{x}{2}$ (۲) $6 - 3 \sin 2x$ (۳) $3 + 6 \sin \frac{x}{2}$ (۴) $3 - 6 \sin 2x$

اگر $f(x) = \sin 2x$ ، دوره تناوب $g(x) = f(x)f(\frac{\pi}{4} + x)$ چه عددی است؟ ۸۷

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) π (۴) $\frac{3\pi}{4}$

در تابع $y = 2a - 3 \cos(\frac{\pi a}{3}x + \frac{\pi}{4})$ اگر مجموع مقادیر مینیمم و ماکزیمم تابع برابر ۱۲ باشد، مقدار دوره تناوب آن چه عددی است؟ ۸۸

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

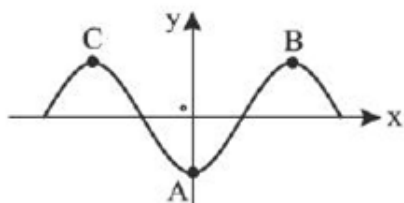
اگر $\cos 2\alpha = 0.8$ ، مقدار $\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$ چه عددی است؟ ۸۹

(۱) $\pm \sqrt{3}$ (۲) $\pm \frac{1}{3}$ (۳) ± 3 (۴) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

- ۹۰ اگر $\sin 2x - 3 \cos 2x = 1$ باشد، مقدار $\sin 2x$ کدام است؟
 (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

- ۹۱ مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{4}$ در فاصلهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟
 (۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) 3π (۳) $\frac{7\pi}{2}$ (۴) 2π

- ۹۲ شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - 2 \cos^2 x$ است. مساحت مثلثی که سه رأس آن روی نقاط A، B و C باشند، کدام است؟



- (۱) π
 (۲) 2π
 (۳) 3π
 (۴) $\frac{4\pi}{3}$

- ۹۳ کوچک‌ترین دورهٔ تناوب تابع $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \operatorname{Cotg} \frac{x}{2}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) 2π



- ۹۴ شیب خط مقابل چه قدر است؟
 (۱) $1 - \sqrt{3}$
 (۲) $-2 - \sqrt{3}$
 (۳) $\sqrt{3} - 2$
 (۴) $-1 - \sqrt{3}$

- ۹۵ اگر α در ناحیه‌ی اول مثلثاتی و $\cot \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{13}$ (۲) $\frac{9}{13}$ (۳) $\frac{12}{13}$ (۴) $\frac{6}{13}$

- ۹۶ بزرگ‌ترین جواب معادله‌ی $\cos \frac{3x}{2} = \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{10} \right)$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ به صورت $\frac{a\pi}{b}$ است. مقدار $a - b$

- کدام است؟
 (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۳ (۴) ۱۵

دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$ کدام است؟ ۹۷

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

کدام تابع زیر دارای دوره تناوب 4π و ماکزیمم و می‌نیمم، ۱ و -۵ است؟ ۹۸

(۱) $y = -2 + 3 \cos\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{2}\right)$ (۲) $y = -2 - 3 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$

(۳) $y = -5 + \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$ (۴) $y = 1 - 5 \cos\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{4}\right)$

اگر انتهای کمان‌های جواب معادله $1 = \frac{\tan x \sin 2x}{\sin x}$ ، را روی دایره مثلثاتی بهم وصل کنیم، چه شکلی را ایجاد می‌کنند؟ ۹۹

- (۱) لوزی (۲) ذوزنقه
(۳) پاره‌خطی به طول $\sqrt{3}$ (۴) پاره‌خطی به طول ۱

اگر $2 = \sin x - 5 \cos y = 3$ باشد، حاصل $\tan y + \cos 2x$ کدام است؟ ۱۰۰

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $-\frac{3}{2}$

طول بزرگ‌ترین پاره‌خطی که تابع $y = 2 + 4 \sin\left(\frac{x}{4}\right)$ روی محور x ‌ها جدا می‌کند کدام است؟ ۱۰۱

- (۱) $\frac{8\pi}{3}$ (۲) $\frac{10\pi}{3}$ (۳) $\frac{12\pi}{3}$ (۴) $\frac{16\pi}{3}$

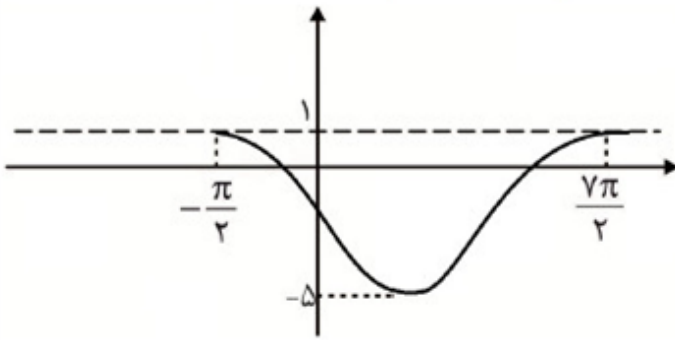
اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادله‌ی $\sin^2 x \cos^2 x = 1 - 2 \sin x \cos x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟ ۱۰۲

- (۱) $\frac{5\pi}{3}$ (۲) $\frac{7\pi}{6}$ (۳) $\frac{5\pi}{4}$ (۴) $\frac{3\pi}{2}$

معادله‌ی $\cos^2 2x - \sin^2 2x = \sin 2x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟ ۱۰۳

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

شکل مقابل نمودار $y = a \sin\left(bx + \frac{\pi}{3}\right) + c$ می‌باشد. حاصل $ab + c$ کدام است؟ ۱۰۴



$-\frac{1}{2}$ (۱)

$-\frac{5}{2}$ (۲)

$-\frac{7}{2}$ (۳)

-2 (۴)

طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y = \operatorname{tg}(ax)$ در آن اکیداً نزولی است برابر ۴ می‌باشد. مقدار $f\left(\frac{16}{3}\right)$ کدام است؟ ۱۰۵

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$-\sqrt{3}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

۱ (۱)

دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos x (1 + \operatorname{tg}^2 x)}$ کدام است؟ ۱۰۶

2π (۴)

π (۳)

$\frac{\pi}{2}$ (۲)

$\frac{\pi}{4}$ (۱)

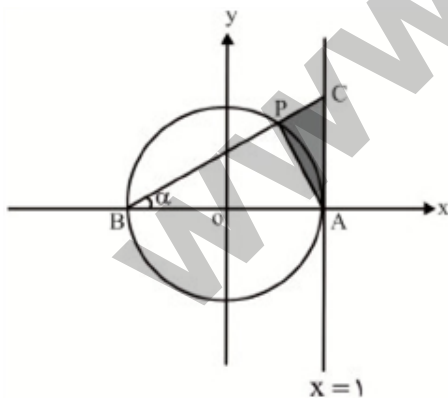
اگر $\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\sin^2 \alpha$ کدام است؟ ۱۰۷

$\frac{15}{17}$ (۴)

$\frac{13}{15}$ (۳)

$\frac{14}{19}$ (۲)

$\frac{13}{17}$ (۱)



در دایره‌ی مثلثاتی شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی چند برابر $\operatorname{tg} \alpha$ است؟ ۱۰۸

$\frac{\sin^2 \alpha}{2}$ (۱)

$2 \sin^2 \alpha$ (۲)

$\frac{\cos^2 \alpha}{2}$ (۳)

$2 \cos^2 \alpha$ (۴)

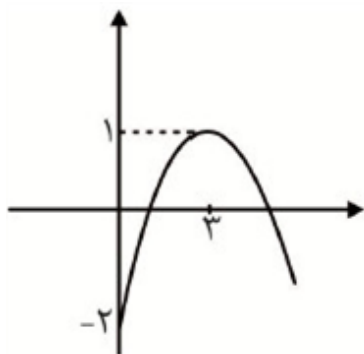
تمام ریشه‌های معادله‌ی $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cos^3 x = 1 - \operatorname{tg}^2 x$ کدام است؟ ۱۰۹

$\frac{2k\pi}{5}$ (۴)

$k\pi$ (۳)

$2k\pi$ (۲)

$2k\pi + \frac{\pi}{5}$ (۱)



۱۱۰ قسمتی از نمودار تابع داده شده مربوط به کدام گزینه زیر می‌تواند باشد؟

$$y = -5 + 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right) \quad (1)$$

$$y = -1 - \cos\left(\frac{\pi}{18}x\right) \quad (2)$$

$$y = -2 + 6 \sin\left(\frac{\pi}{18}x\right) \quad (3)$$

$$y = -2 + 3 \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) \quad (4)$$

۱۱۱ اگر دوره تناوب تابع $y = \cos ax$ برابر $\frac{2\pi}{5}$ باشد، دوره تناوب $y = \frac{\operatorname{tg} ax}{1 + \operatorname{tg}^2 ax}$ کدام است؟

$$\frac{4\pi}{5} \quad (4)$$

$$\frac{2\pi}{5} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{5} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{10} \quad (1)$$

۱۱۲ تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $4 \sin(3x) \cos(3x) = 1$ در بازه‌ی $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ، کدام است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۱۱۳ معادله‌ی $\cot x = \frac{3}{2} \sin 2x$ در فاصله‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

$$7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۱۱۴ اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ برابر عکس دوره‌ی تناوب تابع $f(2x)$ باشد، دوره‌ی تناوب تابع $f\left(\frac{x}{3}\right)$ چقدر

است؟

$$4 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۱۱۵ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $4 \cos^2 x - \cot^2 x = 1$ کدام است؟

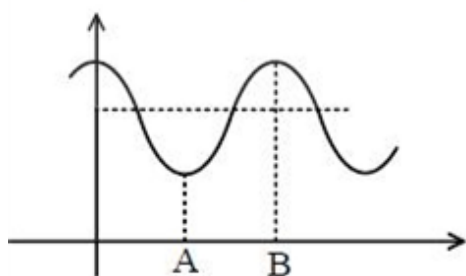
$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (3)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

۱۱۶ قسمتی از نمودار تابع $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ به صورت زیر است. طول پاره خط AB کدام است؟



(۱) $\frac{\pi}{4}$

(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۳) π

(۴) $\frac{\pi}{3}$

۱۱۷ جواب کلی معادله $\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right) \cdot \sin\left(x + \frac{3\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}$ کدام است؟

(۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{8}$

(۳) $2k\pi \pm \frac{3\pi}{8}$

(۲) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

(۱) $k\pi + \frac{3\pi}{8}$

۱۱۸ تابع $f(x) = 2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ در بازه $(0, K)$ نزولی است. حداکثر K کدام است؟

(۴) $\frac{5\pi}{12}$

(۳) $\frac{\pi}{12}$

(۲) $\frac{5\pi}{6}$

(۱) $\frac{\pi}{4}$

۱۱۹ کدام گزینه جزو جواب‌های معادله $\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$ نمی‌باشد؟

(۴) $x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3}$

(۳) $x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$

(۲) $x = k\pi - \frac{\pi}{3}$

(۱) $x = k\pi$

۱۲۰ مجموع مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب تابع $f(x) = \sqrt{3} - \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ در کدام گزینه آمده است؟

(۴) $2\sqrt{3} + 4$

(۳) $2\sqrt{3} + 2$

(۲) ۲

(۱) ۶

۱۲۱ نمودار تابع $y = -|\operatorname{tg} x|$ در کدام یک از فاصله‌های زیر اکیداً صعودی است؟

(۴) $\left(-\frac{3\pi}{2}, -\pi\right]$

(۳) $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$

(۲) $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$

(۱) $\left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right)$

۱۲۲ جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \cos x \sin x = \frac{1}{2}$ برابر کدام گزینه است؟

(۴) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

(۳) $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

(۲) $x = k\pi - \frac{\pi}{8}$

(۱) $x = k\pi + \frac{\pi}{8}$

۱۲۳ کدام گزینه درست است؟

- (۱) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.
- (۲) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی است.
- (۳) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن غیرصعودی است.
- (۴) اگر در بازه‌ای تانژانت صعودی نباشد، در آن بازه نزولی است.

۱۳۱) اگر نمودار تابع $f(x) = a + b \sin(cx)$ به صورت زیر باشد،

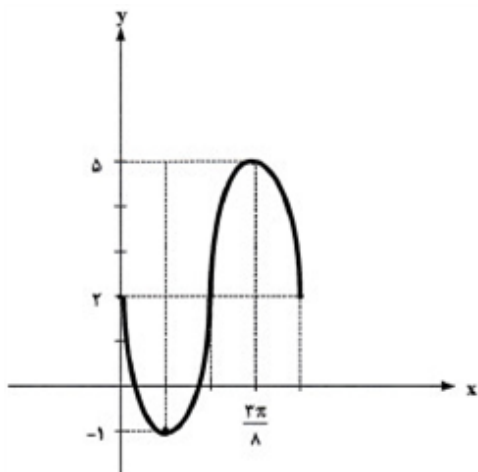
مقدار عبارت $a - b + c$ کدام است؟

۹ (۱)

۷ (۲)

۵ (۳)

۳ (۴)



۱۳۲) اگر $\sin x = \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $\cos 4x$ کدام مورد است؟

$\frac{7}{8}$ (۴)

$\frac{7}{16}$ (۳)

$\frac{3}{8}$ (۲)

$\frac{3}{16}$ (۱)

۱۳۳) دوره تناوب کدام تابع $\frac{2}{3}$ است؟

$g(x) = 1 - \cos \frac{x}{3\pi}$ (۲)

$f(x) = \sin \pi x$ (۱)

$m(x) = \cos 2\pi x - 1$ (۴)

$h(x) = 4 - \sin 3\pi x$ (۳)

۱۳۴) یکی از جواب‌های کلی معادله $2 + 2 \cos x = 4 \sin^2 x$ کدام است؟

$2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۴)

$2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۳)

$2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۲)

$2k\pi - \frac{2\pi}{3}$ (۱)

۱۳۵) اگر f تابعی متناوب با دوره تناوب $\frac{1}{8}$ باشد، حاصل $f(200)$ با کدام برابر است؟

$f(0/6)$ (۴)

$f(2/5)$ (۳)

$f(0)$ (۲)

$f(1/8)$ (۱)

۱۳۶) اگر f تابعی متناوب با دوره تناوب ۴ باشد و بخشی از f به صورت زیر

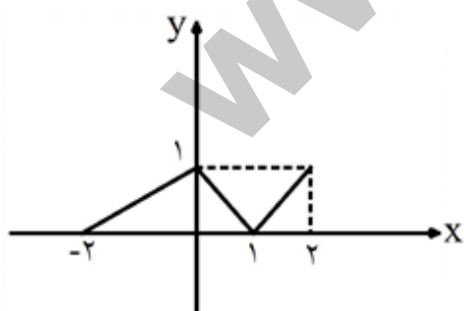
باشد، $f\left(\frac{801}{2}\right)$ چقدر است؟

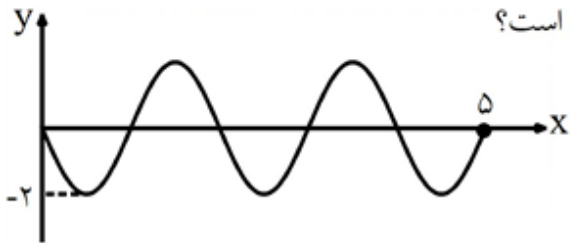
۱ (۲)

صفر (۱)

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)





۱۳۷ نمودار زیر، قسمتی از تابع $y = a \sin b \pi x$ است، $|a + b|$ کدام است؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۳ (۴)
۲ (۴)

۱۳۸ اگر ماکزیمم تابع $y = a + 1 - 3 \cos \frac{\pi}{4} x$ برابر ۴ باشد، مینیمم تابع چقدر است؟

- ۲ (۱)
۱ (۲)
۰ (۳)
-۲ (۴)

۱۳۹ دوره تناوب کدام تابع زیر کم تر از بقیه است؟

$f(x) = 4 \tan(2\pi x)$ (۱)
 $g(x) = \sin^2(4\pi x)$ (۲)
 $h(x) = 3 + \cos 4x$ (۳)
 $m(x) = 1 + \sin \frac{x}{2}$ (۴)

۱۴۰ اگر بیش ترین مقدار تابع $f(x) = a - 2 \cos 3x$ دو برابر کم ترین مقدار آن باشد، a کدام است؟

- ۶ (۱)
۴ (۲)
۲ (۳)
۳ (۴)

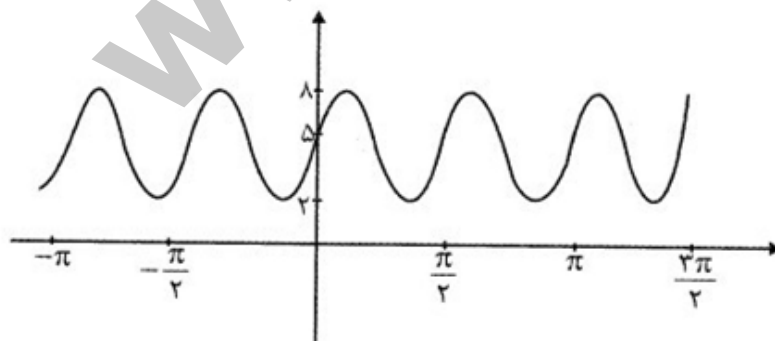
۱۴۱ اگر $\frac{3 \sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = 4$ حاصل $\sin 2x$ کدام است؟

- $-\frac{12}{13}$ (۱)
 $\frac{12}{13}$ (۲)
 $\frac{5}{13}$ (۳)
 $-\frac{5}{13}$ (۴)

۱۴۲ انتهای زاویه های $\alpha = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$, $k \in \mathbb{Z}$ در دایره مثلثاتی چه شکلی را به وجود می آورند؟

- (۱) مستطیل
 (۲) مربع
 (۳) مثلث متساوی الاضلاع
 (۴) مثلث متساوی الساقین

۱۴۳ اگر نمودار زیر مربوط به $y = a \cos(bx) + c$ یا $y = a \sin(bx) + c$ و $a, b, c \in \mathbb{Q}$ باشد، $|a| + |b| + |c|$ کدام است؟



- ۱۴ (۱)
 ۱۲ (۲)
 ۱۰ (۳)
 ۸ (۴)

۱۴۴ اگر $f(x) = \sin x$, $g(x) = \tan x$ و $x \in (\pi, 2\pi) - \left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$ باشد، کدام درست است؟

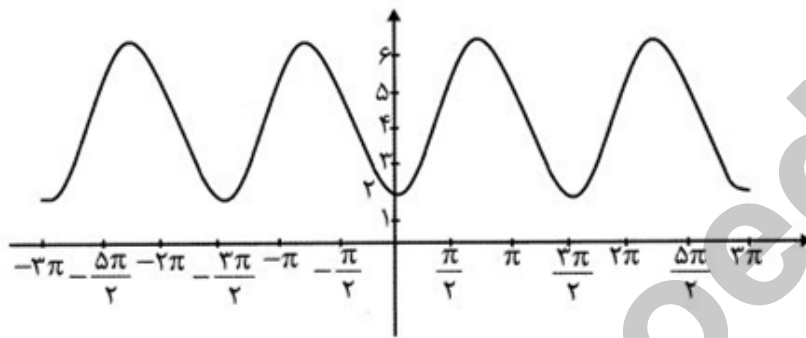
- (۱) همواره $g(x) > f(x)$
 (۲) همواره $g(x) < f(x)$
 (۳) ابتدا $g(x) < f(x)$ و سپس $g(x) > f(x)$
 (۴) ابتدا $g(x) > f(x)$ و سپس $g(x) < f(x)$

۱۴۵ اگر $A = \cos\left(\frac{3\pi}{32}\right)\cos^2\left(\frac{\pi}{32}\right)\sin\left(\frac{\pi}{32}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{32}\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{32}\right)\cos\left(\frac{\pi}{32}\right)$ و

$B = 16\cos^2\left(\frac{\pi}{32}\right) - 8$ باشد، کدام رابطه بین A و B برقرار است؟

- (۱) $AB\sqrt{2} = 1$
 (۲) $AB\sqrt{2}$
 (۳) $A = B\sqrt{2}$
 (۴) $B = A\sqrt{2}$

۱۴۶ اگر $a, b, c \in \mathbb{Q}$ و نمودار زیر مربوط به $y = a\sin(bx) + c$ یا $y = a\cos(bx) + c$ باشد، $a \times |b| - c$ کدام



- است؟
 (۱) $-\frac{5}{2}$
 (۲) $-\frac{11}{2}$
 (۳) $-\frac{8}{3}$
 (۴) $-\frac{20}{3}$

۱۴۷ مقدار عددی عبارت $A = \frac{1 + \sin 20^\circ - \cos^2 20^\circ}{1 + 2\sin 20^\circ - \cos 40^\circ}$ چقدر است؟

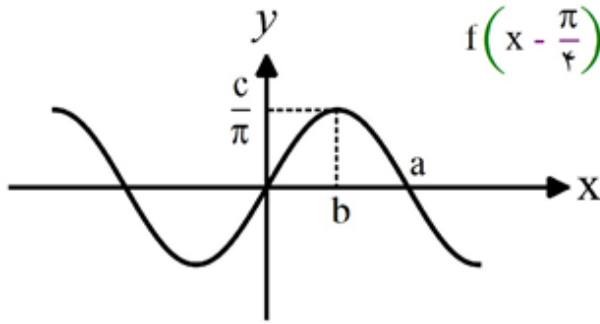
- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $\frac{1}{4}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) ۱

۱۴۸ اگر $\alpha = (3/75)^\circ$ باشد، حاصل $A = \sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \alpha \cos^4 \alpha$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$
 (۲) $\frac{1}{16}$
 (۳) $\frac{1}{32}$
 (۴) $\frac{1}{64}$

۱۴۹ اگر ماکزیمم تابع $y = a + 1 - 3\cos\frac{\pi}{4}x$ برابر ۴ باشد، مینیمم تابع چقدر است؟

- (۱) ۲
 (۲) ۱
 (۳) ۰
 (۴) -۲



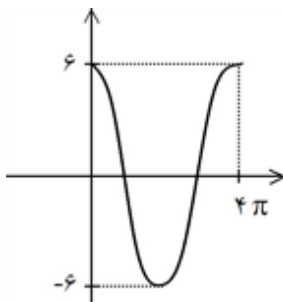
۱۵۰ اگر $f(x) = \sqrt{2}(\sin x + \cos x)$ و نمودار تابع $f(x - \frac{\pi}{4})$

به صورت زیر باشند، $a + b + c$ چقدر است؟

- (۱) 5π
- (۲) $\frac{5\pi}{2}$
- (۳) 7π
- (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۱۵۱ دوره تناوب کدام تابع زیر کمتر از بقیه است؟

- (۱) $f(x) = 4 \tan(2\pi x)$
- (۲) $g(x) = \sin^2(4\pi x)$
- (۳) $h(x) = 3 + \cos 4x$
- (۴) $m(x) = 1 + \sin \frac{x}{2}$



۱۵۲ اگر نمودار $y = a \sin^2 bx - a \cos^2 bx$ به صورت مقابل باشد، $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) -۶
- (۲) ۶
- (۳) ۱۲
- (۴) -۲۴

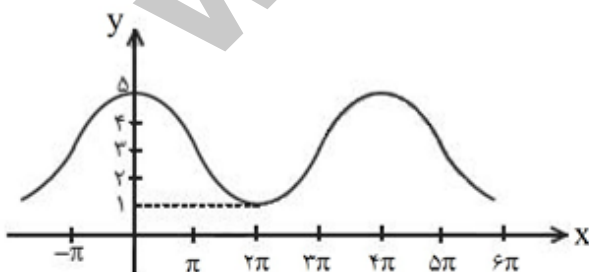
۱۵۳ معادله $1 + \operatorname{tg}^2 x = \cos x$ در فاصله $[-\pi, \pi]$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۱۵۴ جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \cos(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1}{4}$ کدام است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$
- (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$
- (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$
- (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۱۵۵ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع مثلثاتی $y = a \cos bx + c$ است، در این صورت حاصل $f(\frac{-4\pi}{3})$ کدام است؟



- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) $3 - \sqrt{3}$
- (۴) $3 + \sqrt{3}$

۱۵۶ مجموع مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب تابع $y = \pi \cos(\frac{-\pi x}{2}) + 3$ کدام است؟

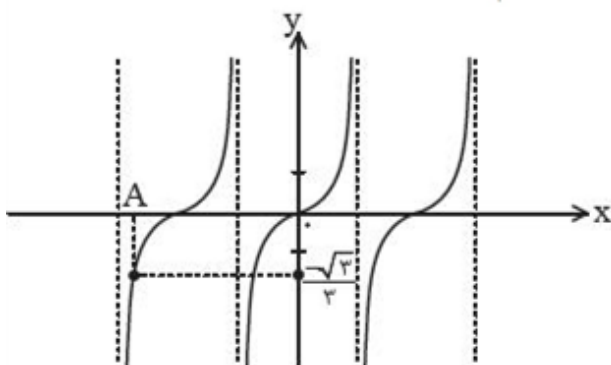
- (۱) ۱۰
- (۲) ۷
- (۳) $2\pi - 4$
- (۴) $2\pi + 4$

۱۵۷ جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 2x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{12} \quad (2) \quad \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases} \quad (1)$$

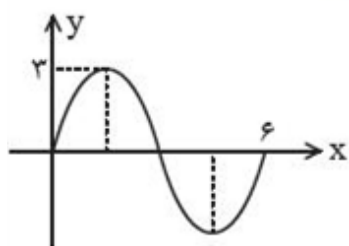
$$x = k\pi \pm \frac{5\pi}{12} \quad (4) \quad \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{16} \\ x = 2k\pi + \frac{15\pi}{16} \end{cases} \quad (3)$$

۱۵۸ شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = \operatorname{tg} x$ است، طول نقطه A کدام است؟



- (1) $-\frac{7\pi}{6}$
 (2) $-\frac{4\pi}{3}$
 (3) $-\frac{2\pi}{3}$
 (4) $-\frac{5\pi}{6}$

۱۵۹ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟



- (1) 4
 (2) $\frac{10}{3}$
 (3) 6
 (4) $\frac{8}{3}$

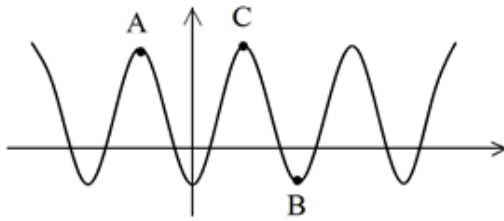
۱۶۰ در کدام تابع زیر ماکزیمم تابع برابر ۱- و مینیمم آن برابر ۷- و دوره تناوب آن برابر 4π است؟

$$y = 4 \sin \frac{x}{4} - 3 \quad (4) \quad y = 4 \sin 2x - 3 \quad (3) \quad y = 3 \sin \frac{x}{4} - 4 \quad (2) \quad y = 3 \sin 2x - 4 \quad (1)$$

۱۶۱ ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب $T = 3$ و ماکزیمم و مینیمم برابر ۶ و ۴- کدام می‌تواند باشد؟

$$1 - 5 \sin \frac{2\pi}{3} x \quad (4) \quad 1 - 5 \sin \frac{2\pi}{3} x \quad (3) \quad 5 + \sin \frac{2\pi}{3} x \quad (2) \quad 5 + \sin \frac{2\pi}{3} x \quad (1)$$

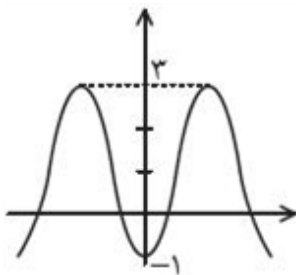
بخشی از نمودار تابع $y = 1 - 2\cos\frac{\pi}{3}x$ در شکل زیر رسم شده است. شیب پاره خط AB چند برابر شیب پاره خط BC است؟



- ۱۶۲
- ۱) $\frac{1}{2}$
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) $\frac{1}{3}$

در تابع $y = 3 - 2\cos\frac{\pi}{4}x$ ، دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم به ترتیب برابر است با:

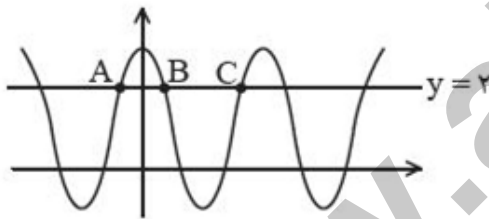
- ۱۶۳
- ۱) ۱ و ۵، ۲ (۴)
- ۲) ۱، ۲ و ۵ (۲)
- ۳) ۱، ۴ و ۵ (۳)
- ۴) ۴، ۵ و ۱ (۴)



قسمتی از نمودار تابع $y = a + b\sin x$ به صورت مقابل است. حاصل $a - b$ کدام است؟

- ۱۶۴
- ۱) -۵
- ۲) ۷
- ۳) -۳
- ۴) ۴

بخشی از نمودار $y = 1 + 2\cos 4x$ در شکل زیر آمده است. اگر خط $y = 2$ نمودار آن را در نقاط A، B و C قطع کند، مقدار $\frac{BC}{AC}$ چه عددی است؟



- ۱۶۵
- ۱) $\frac{3}{4}$
- ۲) $\frac{2}{3}$
- ۳) $\frac{1}{2}$
- ۴) ۱

اگر $f(x - 2) + f(x) = 0$ برای هر عدد حقیقی برقرار باشد و $f(\frac{2}{4}) = 3$ مقدار $f(\frac{1}{4}) - 2f(\frac{1}{6}) - f(-\frac{1}{6})$ چه عددی است؟

- ۱۶۶
- ۱) ۹
- ۲) -۳
- ۳) ۳
- ۴) -۹

معادله $\cos 3x + \sin x = 0$ در بازه $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱۶۷
- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

یکی از جواب‌های معادله $\sin 2x + \sin 4x = 0$ کدام است؟

- ۱۶۸
- ۱) $\frac{k\pi}{2}$
- ۲) $\frac{k\pi}{4}$
- ۳) $\frac{k\pi}{6}$
- ۴) $\frac{k\pi}{3}$

جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

- ۱۶۹
- ۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$
- ۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$
- ۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$
- ۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۱۷۰ اگر $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\operatorname{Sin}\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$0/48$ (۴)
 $0/27$ (۳)
 $-0/52$ (۲)
 $-1/23$ (۱)

۱۷۱ بزرگ‌ترین جواب معادله $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$\frac{23\pi}{12}$ (۴)
 $\frac{11\pi}{12}$ (۳)
 $\frac{13\pi}{12}$ (۲)
 $\frac{11\pi}{6}$ (۱)

۱۷۲ جواب کلی معادله مثلثاتی $\sqrt{8} = 0$ $4 \operatorname{Sin} x + \sqrt{8} = 0$ کدام است؟ ($k \in Z$)

$2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$ (۴)
 $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۳)

 $\begin{cases} 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ 2k\pi - \frac{3\pi}{4} \end{cases}$ (۲)

 $\begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$ (۱)

۱۷۳ مجموع جواب‌های معادله $\operatorname{Sin} 2x = \operatorname{Sin} 3x$ در فاصله $[0, \pi]$ کدام است؟

$\frac{9\pi}{5}$ (۴)
 $\frac{6\pi}{5}$ (۳)
 $\frac{4\pi}{5}$ (۲)
 $\frac{3\pi}{5}$ (۱)

۱۷۴ اگر x زاویه‌ای در ناحیه سوم مثلثاتی باشد و $\operatorname{Sin} x = -\frac{4}{5}$ ، حاصل $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}$ کدام است؟

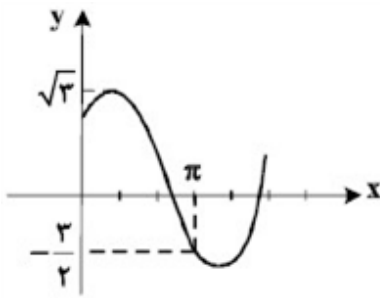
$-\frac{4}{3}$ (۴)
 $-\frac{2}{3}$ (۳)
 $\frac{4}{3}$ (۲)
 $\frac{2}{3}$ (۱)

۱۷۵ جواب کلی معادله مثلثاتی $5 = 2 \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - 3 \operatorname{Cos}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ کدام است؟ ($k \in Z$)

$k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۴)
 $k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۳)
 $2k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۲)
 $2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ (۱)

۱۷۶ معادله $\operatorname{Sin}^4 x - \operatorname{Sin} x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)
۴ (۳)
۲ (۲)
۱ (۱)



۱۷۷ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. b

کدام است؟

(۲) $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

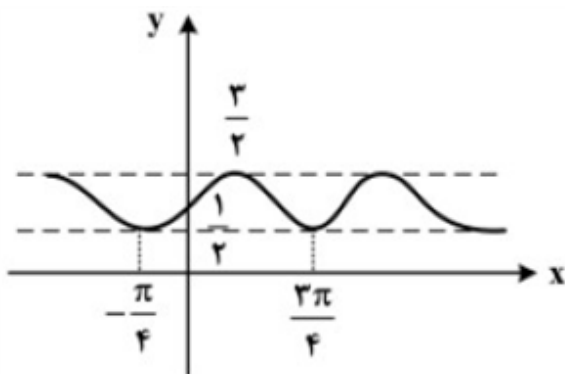
۱۷۸ مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{4} \sin 2x$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(۴) 3π

(۳) 2π

(۲) $\frac{7\pi}{2}$

(۱) $\frac{5\pi}{2}$



۱۷۹ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$

است. a + b کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۸۰ جواب معادله‌ی $\operatorname{tg} \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{2} + \cos x + \operatorname{tg} \frac{6\pi}{7} = 0$ کدام است؟

(۴) $(2k+1)\pi$

(۳) $\frac{k\pi}{2}$

(۲) $2k\pi$

(۱) $k\pi$

۱۸۱ اگر $\tan \alpha = 0/4$ باشد، $\tan 2\alpha$ کدام است؟

(۴) $\frac{11}{10}$

(۳) $\frac{21}{20}$

(۲) $\frac{20}{21}$

(۱) $\frac{10}{11}$

۱۸۲ از تساوی $\sin(30^\circ + x) = \cos 2x$ کدام مقادیر، قسمتی از جواب x است؟

(۴) $2k\pi + \frac{2\pi}{9}$

(۳) $2k\pi + \frac{\pi}{9}$

(۲) $k\pi + \frac{2\pi}{9}$

(۱) $k\pi + \frac{\pi}{9}$

۱۸۳ جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{2 \sin 2x \cos 2x + \sin 3x}{1 + \cos x} = 0$ ، کدام است؟

(۴) $\frac{k\pi}{5}$

(۳) $\frac{k\pi}{7}$

(۲) $\frac{2k\pi}{7}$

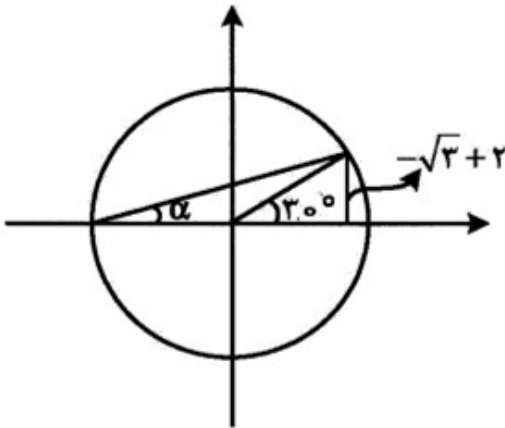
(۱) $\frac{2k\pi}{5}$

۱۸۴ معادله مثلثاتی $2 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{8} \right) + 3 \cos \left(x - \frac{5\pi}{8} \right) = 5$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۵ نمودار تابع $y = \left| \cos \left(\frac{9\pi}{2} - ax \right) \right|$ در فاصله $[0, \pi]$ ، γ بار خط $y = 1$ را قطع می‌کند. حداقل مقدار مثبت a

- کدام است؟
۳/۵ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۶/۵ (۴)



۱۸۶ در شکل زیر $\cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}(2 + \sqrt{3})$
(۲) $\frac{1}{2}(\sqrt{2 + \sqrt{3}})$
(۳) $\frac{1}{2}(2 - \sqrt{3})$
(۴) $\frac{1}{2}(\sqrt{2 - \sqrt{3}})$

۱۸۷ کدام گزینه درست است؟

- (۱) تابع تنازانت در دامنه‌اش صعودی است.
(۲) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تنازانت در آن نزولی است.
(۳) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تنازانت در آن غیرصعودی است.
(۴) اگر در بازه‌ای تنازانت صعودی نباشد، در آن بازه نزولی است.

۱۸۸ بیش‌ترین مقدار تابع $y = 2 \sin 3x - 1$ در چه نقاطی رخ می‌دهد؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $x = 2k\pi$ (۲) $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۳) $x = \frac{2k\pi}{3}$ (۴) $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

۱۸۹ تعداد نقاط برخورد توابع $y = \sin x$ و $y = \sin \frac{x}{2}$ در فاصله $(-2\pi, 2\pi)$ چندتا است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

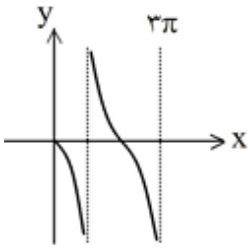
۱۹۰ در کدام ناحیه دایره مثلثاتی با افزایش α ، مقدار $\sin \alpha$ و $\operatorname{tg} \alpha$ افزایش ولی مقدار $|\operatorname{tg} \alpha|$ کاهش می‌یابد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۹۱ تابع $y = 2 \operatorname{tg} 3x$ در بازه $(-a, a)$ صعودی است. حداکثر طول این بازه کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) 2π (۴) 3π

۱۹۲ قسمتی از نمودار تابع $y = \text{Cotg}\left(\frac{\pi}{2} - ax\right)$ به صورت زیر است. مقدار a کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۴) -۲

۱۹۳ ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب $\frac{\pi}{3}$ و مقادیر ماکزیمم و مینیمم برابر ۹ و ۳ کدام می تواند باشد؟

(۱) $y = 6 \cos \frac{x}{4} - 3$ (۲) $y = 3 - 6 \sin 4x$ (۳) $y = 6 - 3 \cos 4x$ (۴) $y = 6 + 3 \cos \frac{x}{4}$

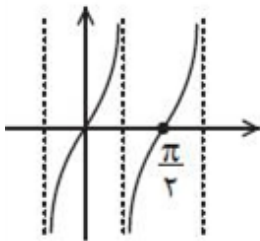
۱۹۴ f تابع مثلثاتی با دوره تناوب 3π است. اگر اختلاف مینیمم و ماکزیمم مقدار آن ۶ واحد باشد، ضابطه f کدام می تواند باشد؟

(۱) $y = 6 \sin\left(\frac{2x}{3}\right)$ (۲) $y = -6 \sin\left(\frac{2x}{3}\right)$ (۳) $y = 3 \cos(3x)$ (۴) $y = -3 \sin\left(\frac{2x}{3}\right)$

۱۹۵ تابع $y = 2 \text{tg} 3x$ در کدام بازه زیر صعودی است؟

(۱) $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ (۲) $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ (۳) $(-\pi, \pi)$ (۴) $\left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

۱۹۶ نمودار $y = \text{Cotg}\left(ax + \frac{\pi}{2}\right)$ شکل مقابل است. مقدار a کدام است؟



(۱) -۴

(۲) -۲

(۳) ۲

(۴) ۴

۱۹۷ به فرض آن که $f(x) = -\frac{3}{4} \cos 3x$ ، دوره تناوب تابع چند برابر اختلاف کمترین و بیشترین مقدار تابع است؟

(۱) $\frac{9\pi}{4}$ (۲) $\frac{8\pi}{9}$ (۳) $\frac{4\pi}{9}$ (۴) $\frac{9\pi}{8}$

۱۹۸ دوره تناوب تابع $y = \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) 2π (۴) $\frac{3\pi}{2}$

۱۹۹ با کدام تبدیل زیر، دوره تناوب یک تابع متناوب تغییر می کند؟

(۱) انبساط عمودی (۲) انتقال افقی (۳) انتقال عمودی (۴) انقباض افقی

۲۰۰ نمودار تابع $y = \cot\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ در بازه $[0, \pi]$ ، از چند قطعه تشکیل شده است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

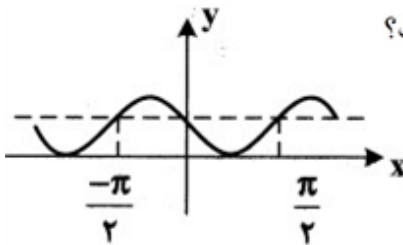
۲۰۱ جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x + 3 \cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$ به کدام صورت است؟

- $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳) $2k\pi + \frac{2\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$ (۲) $2k\pi + \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}$ (۱)

۲۰۲ اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، $\tan\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)$ کدام است؟

- $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{7}{12}$ (۱)

۲۰۳ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin bx$ است. $a + b$ کدام است؟



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
صفر (۴)

۲۰۴ اگر دوره‌ی تناوب تابع $y = 1 - f(3x)$ برابر $\frac{1}{3}$ باشد، دوره‌ی تناوب $f(x)$ کدام است؟

- ۹ (۴) ۳ (۳) ۱ (۲) $\frac{1}{9}$ (۱)

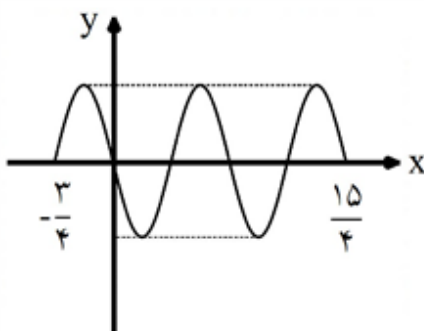
۲۰۵ اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = 1 + 3\cos\frac{x}{2}$ ، سه برابر دوره‌ی تناوب $g(x) = 3 + \sin\frac{\pi x}{a}$ باشد، $|a|$ کدام است؟

- $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

۲۰۶ کدام یک از زاویه‌های زیر در معادله‌ی $\sin 4x + \sin 2x = 0$ صدق نمی‌کند؟

- $\frac{11\pi}{3}$ (۴) $\frac{7\pi}{4}$ (۳) 10π (۲) $\frac{7\pi}{2}$ (۱)

۲۰۷ اگر نمودار تابع متناوب $f(x)$ به صورت زیر باشد، دوره‌ی تناوب تابع $3 - f(2x)$ کدام است؟



- $\frac{18}{5}$ (۲) $\frac{9}{5}$ (۱)
 $\frac{7}{10}$ (۴) $\frac{9}{10}$ (۳)

۲۰۸ در کدام تابع زیر، ماکزیمم تابع از مینیم آن ۳ واحد بیش تر و دوره ی تناوب آن $\frac{1}{4}$ است؟

$$y = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \sin 4\pi x \quad (2) \qquad y = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos 4\pi x \quad (1)$$

$$y = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cos 4\pi x \quad (4) \qquad y = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos 4x \quad (3)$$

۲۰۹ بیش ترین مقدار تابع $y = \cos^2 x - 4 \cos x + 1$ کدام است؟

۵ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۹ (۱)

۲۱۰ اگر عبارت $\sin^4 \alpha + 3 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ را به صورت $\frac{(A + B \cos 2\alpha)^2}{4}$ تبدیل کنیم، در این صورت

$A + B$ چه قدر است؟ ($B < 0$)
 -۲ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) -۱ (۱)

۲۱۱ اگر معادله ی $\sin^2 x - (1 + m) \sin x + 2(m - 1) = 0$ هیچ جوابی نداشته باشد، حدود m کدام است؟

$\begin{cases} m > 3 \\ \text{یا} \\ m < 0 \end{cases}$ (۴)
 $\begin{cases} m > 3 \\ \text{یا} \\ m < -1 \end{cases}$ (۳)
 $\begin{cases} m > 2 \\ \text{یا} \\ m < 0 \end{cases}$ (۲)
 $\begin{cases} m > 2 \\ \text{یا} \\ m < 1 \end{cases}$ (۱)

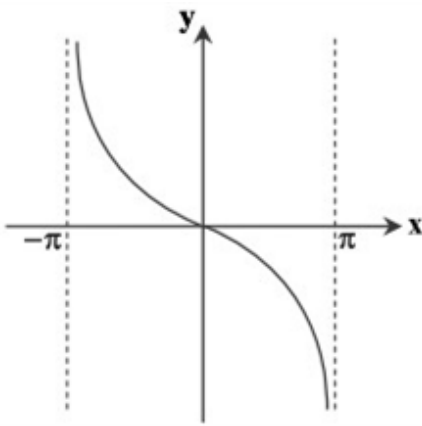
۲۱۲

۲۱۳

۲۱۴

۲۱۵

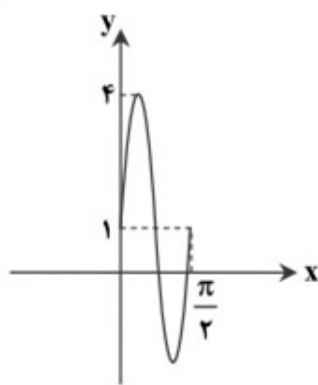
۲۱۶) نمودار تابع $y = \tan(\pi + ax)$ به صورت زیر است. مقدار a کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) ۲
 (۳) $-\frac{1}{2}$
 (۴) -۲

۲۱۷) در تابع $y = 2 - \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ نقطه‌ی A ماکزیمم و نقطه‌ی B مینیمم است. حداکثر شیب خط گذرنده از A و B کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\pi}$
 (۲) $\frac{2}{\pi}$
 (۳) $\frac{1}{2\pi}$
 (۴) $\frac{4}{\pi}$



۲۱۸) شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx) + c$ است. حاصل abc کدام است؟

- (۱) ۱۲
 (۲) ۶
 (۳) ۱۸
 (۴) ۲۴

۲۲۰) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}$
 (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$
 (۳) $k\pi + \frac{\pi}{2}$
 (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

۲۲۱) مجموع جواب‌های معادله‌ی $2 \cos x = \sqrt{3}$ که در بازه‌ی $[-3\pi, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

- (۱) $-\frac{2\pi}{3}$
 (۲) $-\frac{4\pi}{3}$
 (۳) -2π
 (۴) -4π

۲۲۲) مثلثی با مساحت ۶ مفروض است. اگر اندازه‌ی دو ضلع آن برابر ۳ و ۸ باشد، آنگاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) صفر

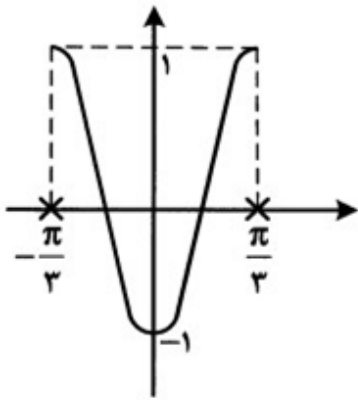
۲۲۳ اگر $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = \frac{-1}{\sqrt{5}}$ باشد، حاصل $\cos x$ کدام است؟ (x حاده)

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{4}{5}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۱)



۲۲۴ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a \sin(bx + c)$ ، به شکل زیر است.

حاصل abc کدام است؟

$-\frac{3\pi}{2}$ (۱)

3π (۲)

$-\frac{2\pi}{3}$ (۳)

2π (۴)

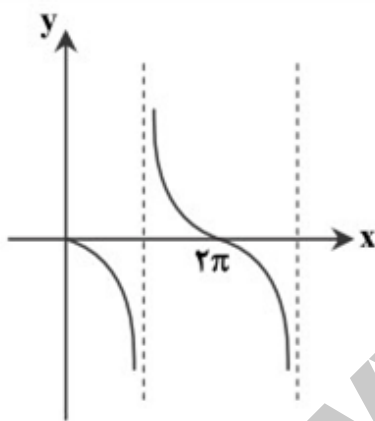
۲۲۵ خط $y = 2$ نمودار $y = \tan 2x$ را در بازه $(0, a)$ در ۲ نقطه قطع می‌کند. مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{\pi}{2}$ (۴)

2π (۳)

$\frac{5\pi}{6}$ (۲)

$\frac{3\pi}{2}$ (۱)



۲۲۶ بخشی از نمودار تابع $y = \tan(kx)$ به صورت مقابل است.

مقدار k کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۱)

۲ (۲)

-۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۴)

۲۲۷ در یک تابع مثلثاتی با دوره تناوب 4π ، ماکزیمم برابر ۱ و مینیمم برابر -۷ است. ضابطه این تابع، کدام می‌تواند باشد؟

$y = -3 + 4 \cos \frac{1}{2} x$ (۲)

$y = -3 - 4 \sin 2x$ (۱)

$y = -4 - 3 \cos 2x$ (۴)

$y = -4 + 3 \sin \frac{1}{2} x$ (۳)

۲۲۸ اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ، کدام گزینه حتماً درست است؟

$0 < \sin \alpha < \tan \alpha$ (۲)

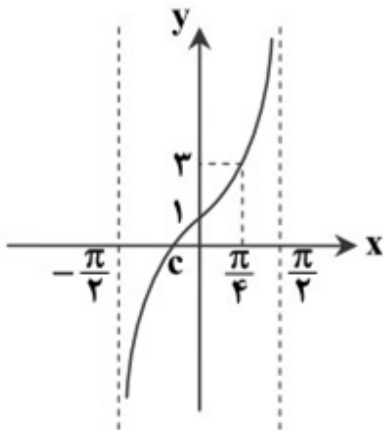
$0 < \sin \alpha < \cos \alpha$ (۱)

$\tan \alpha < \cos \alpha < \sin \alpha$ (۴)

$0 < \cos \alpha < \tan \alpha$ (۳)

دوره‌ی تناوب $y_1 = 2\cos(3\pi x)$ دو برابر دوره‌ی تناوب $y_2 = -3\sin(a\pi x)$ است، مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

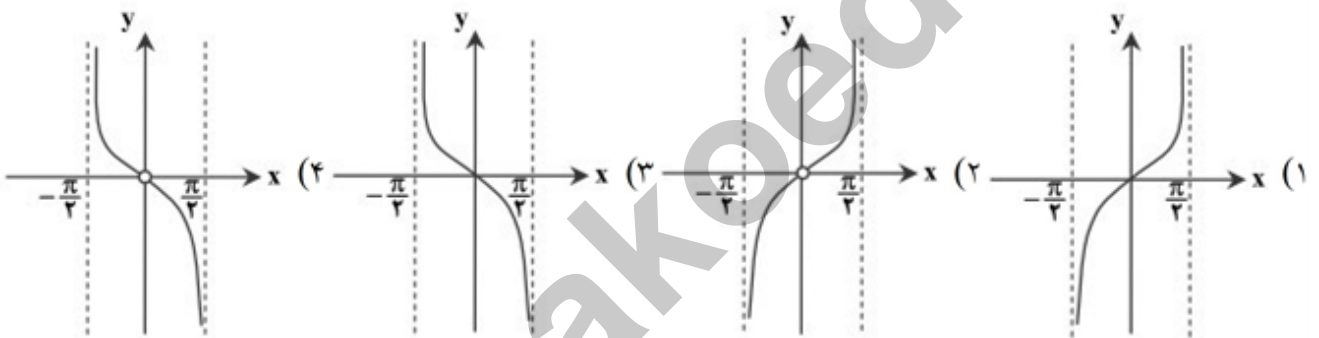


شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = a + b \tan x$ در بازه‌ی $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ است.

مقدار $b + a \tan(c)$ کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴) صفر

نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \tan x \cdot \cot x$ در بازه‌ی $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ کدام است؟



در تابع $f(x)$ به‌ازای هر $x \in \mathbb{R}$ داریم $f(x+4) = -f(x)$. در صورت متناوب بودن تابع $f(x)$ ، دوره‌ی تناوب آن کدام است؟

- (۱) متناوب نیست. (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۴

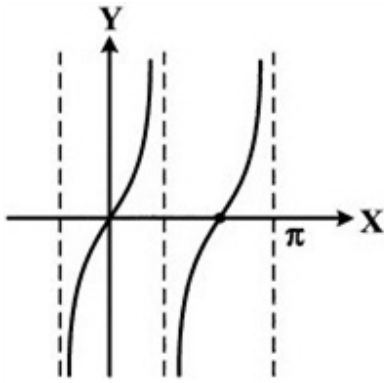
اگر مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = a\cos(2x) + c$ برابر ۱ و -۷ باشد، مقدار ac کدام است؟

- (۱) ۴ یا ۱۲ (۲) ۱۲ یا -۱۲ (۳) ۴ یا -۱۲ (۴) -۴ یا ۱۲

دوره‌ی تناوب تابع $y = -\frac{1}{4}\cos(\pi x) + 1$ ، چند برابر ماکزیمم آن است؟

- (۱) $0/8$ (۲) ۸ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $1/6$

شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \tan bx$ است. b کدام است؟



1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{3}{2}$

3) $\frac{2}{3}$

4) 2

دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = a \sin 2x + b \cos \frac{x}{2}$ کدام است؟

1) π

2) 2π

3) 4π

4) $5\frac{\pi}{2}$

حاصل $\cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{7\pi}{12}$ کدام است؟

1) $\frac{1}{3}$

2) $\frac{1}{4}$

3) $-\frac{1}{4}$

4) $-\frac{1}{3}$

تابع $f(x) = \operatorname{tg} x$ در کدام فاصله‌ی زیر صعودی اکید است؟

1) $(0, \pi)$

2) $(\frac{\pi}{4}, \pi)$

3) $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$

4) $(\pi, 2\pi)$

اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = a + \sin(a+1)\pi x$ برابر $\frac{2}{7}$ باشد، کم‌ترین مقدار $f(x)$ کدام است؟ ($a < 0$)

1) -8

2) -1

3) 1

4) -9

اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ برابر 2 باشد، حاصل $A = \frac{f(4) + f(2)}{2f(4) + 3f(6)}$ کدام است؟

1) $0/2$

2) $0/4$

3) $0/6$

4) $0/8$

تابع $f(x) = \sin 3x$ در فاصله‌ی $(-2\pi, 2\pi)$ چند بار محور x ها را قطع می‌کند؟

1) 10

2) 11

3) 3

4) 5

اگر $f(\sin 8x) = \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x$ باشد، $f(\frac{1}{8})$ کدام است؟

1) $\frac{1}{64}$

2) $\frac{1}{32}$

3) $\frac{1}{48}$

4) $\frac{1}{16}$

۲۴۳ حاصل عبارت $\frac{\cos^2 x (\sin x + \sin 2x)}{1 + \cos x + \cos 2x}$ ، کدام است؟

- $\frac{1}{2} \sin 2x$ (۴) $\frac{1}{2} \cos 2x$ (۳) $\sin 2x$ (۲) $\cos 2x$ (۱)

۲۴۴ حاصل عبارت $\cos 285^\circ \sin 255^\circ$ ، کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۱)

۲۴۵ دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x}$ ، کدام است؟

- $\{x \mid x \neq k\pi\}$ (۱) $\{x \mid x \neq \frac{k+\pi}{2}\}$ (۲)
 $\{x \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\}$ (۳) $\{x \mid x \neq \frac{k\pi}{2}\}$ (۴)

۲۴۶ دامنه تابع $y = \operatorname{Log}(1 - \sin x)$ ، کدام است؟

- $R - \{1\}$ (۴) R (۳) $R - \left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ (۲) $R - \left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ (۱)

۲۴۸ تابع $y = 1 + \sin x$ در نقطه‌ای با کدام طول، بر محور x ها مماس است؟

- $k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴) $2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۳) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۲) $k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۱)

۲۴۹ اگر $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{Cotg} \alpha + 2 = 0$ باشد، کوچک‌ترین زاویه α در جهت مثبت کدام است؟

- $\frac{5\pi}{4}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$ (۳) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{2\pi}{3}$ (۱)

۲۵۰ نمودار تابع $y = -3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ در بازه $[0, 2\pi]$ در چند نقطه محور x ها را قطع می‌کند؟

- ۲ (۴) ۳ (۳) ۴ (۲) ۵ (۱)

۲۵۲ اگر $\cos \theta = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$ کدام است؟

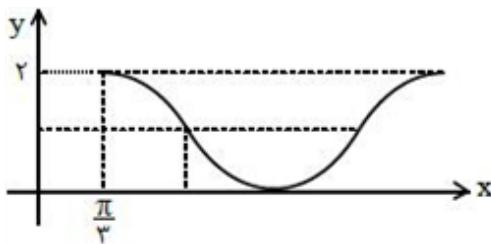
- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{2}{5}$

۲۵۳ اگر $\cotg x - \operatorname{tg} x = 2\sqrt{2}$ باشد، حاصل $\operatorname{tg}(2x)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۲۵۴

۲۵۵ ضابطه نمودار تابع مقابل کدام است؟

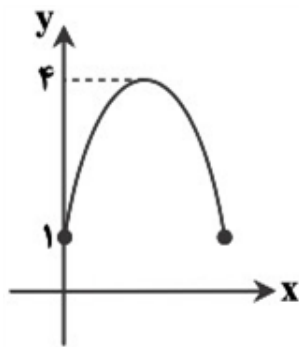


(۱) $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ (۲) $y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۳) $y = 1 + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ (۴) $y = 1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

۲۵۶

۲۵۶ نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ در بازه $[0, \pi]$ به شکل مقابل است.



مقدار $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۱۳

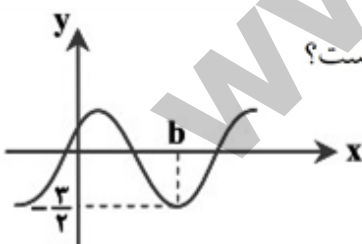
۲۵۷

۲۵۷ حداقل مقدار تابع $y = \sin x$ در نقاطی به طول $x = \dots$ به دست می آید. ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $2k\pi$ (۲) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۳) $2k\pi + \pi$ (۴) $2k\pi + \frac{3\pi}{2}$

۲۵۸

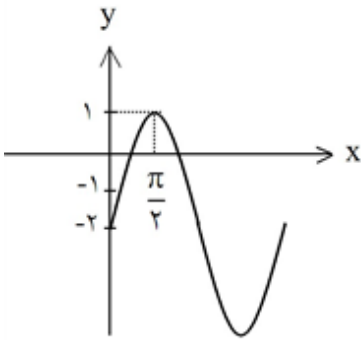
۲۵۸ اگر نمودار تابع $y = a + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ به صورت مقابل باشد، مقدار ab کدام است؟



- (۱) $-\frac{7\pi}{6}$ (۲) $-\frac{7\pi}{12}$ (۳) $\frac{7\pi}{6}$ (۴) $\frac{7\pi}{12}$

۲۵۹

اگر شکل زیر نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ باشد، $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ کدام است؟



$-\frac{1}{2}$ (۱)

$-\frac{7}{2}$ (۲)

$\frac{3\sqrt{3}}{2} - 2$ (۳)

$-\frac{3\sqrt{3}}{2} - 2$ (۴)

۲۶۰

اگر $f(x) = \sin^2 x - 1$ و $g(x) = x^2 + x$ مقدار تابع $y = \text{gof}(x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{16}$ کدام است؟

$2^{-\frac{5}{2}} - 2^{-3}$ (۴)

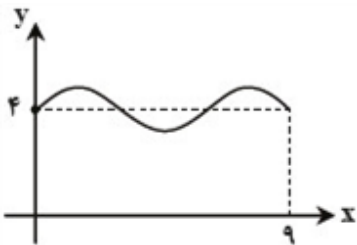
$2^{-\frac{7}{2}} - 2^{-3}$ (۳)

$2^{-\frac{9}{2}} - 2^{-3}$ (۲)

$2^{-\frac{5}{2}} - 2^{-4}$ (۱)

۲۶۱

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2m + \sin(n\pi x)$ است. مقدار mn کدام است؟



کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۱)

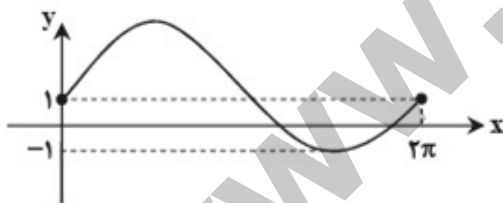
$-\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۴)

$-\frac{4}{3}$ (۳)

۲۶۲

نمودار تابع $y = a \cos^2 x + 3 \sin x + b$ در بازه $[0, 2\pi]$ به شکل زیر می‌باشد. بیشترین مقدار این تابع



کدام است؟

۵ (۱)

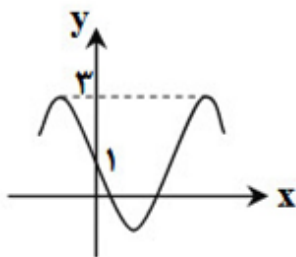
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۲۶۳

اگر $f(x) = \sin x + \cos x$ و نمودار تابع $y = a + b f\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ به صورت زیر باشد، مقدار b کدام است؟

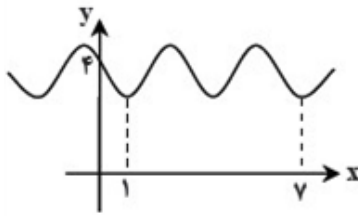


$\sqrt{2}$ (۱)

$-\sqrt{2}$ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$-2\sqrt{2}$ (۴)



شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \text{Sin}(b\pi x)$ می‌باشد، حاصل ab کدام است؟

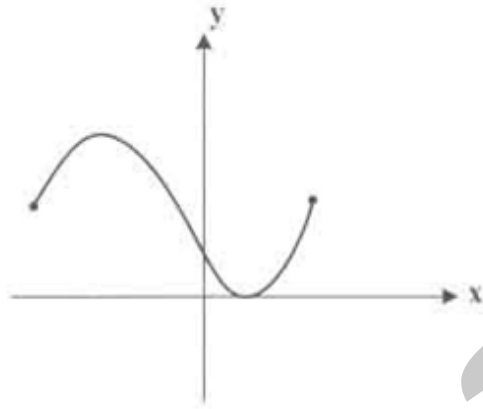
- (۱) $-\frac{1}{3}$
 (۲) -2
 (۳) $-\frac{2}{3}$
 (۴) $-\frac{4}{3}$

معادله $2 \text{Sin}^2 x - \text{Cos} 2x = 2$ در بازه $(-\pi, \pi)$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۴
 (۲) ۳
 (۳) ۵
 (۴) ۶

معادله مثلثاتی $\text{Cos}\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + \text{Sin}(\pi - 2x) + \text{Sin} x = \text{Cos}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب

- دارد؟
 (۱) ۸
 (۲) ۷
 (۳) ۶
 (۴) ۵



شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ است؟

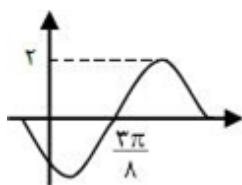
- (۱) $y = 1 - \text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
 (۲) $y = 1 + \text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
 (۳) $y = 1 - \text{Sin}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$
 (۴) $y = 1 + \text{Sin}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

جواب کلی معادله مثلثاتی $3 + \cot x (\tan x - 5 \text{Sin} x) = 2 \text{Cos}^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ کدام است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$
 (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$
 (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$
 (۴) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$

مجموع جواب‌های معادله $2 \text{Cos}^2 x = 1 + \text{Sin} x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) π
 (۲) $\frac{7\pi}{2}$
 (۳) 2π
 (۴) $\frac{5\pi}{2}$



قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \text{Sin}\left(bx + \frac{\pi}{4}\right)$ به صورت مقابل است. حاصل ab کدام

- است؟
 (۱) ۱
 (۲) -۱
 (۳) ۴
 (۴) -۴

۲۷۱

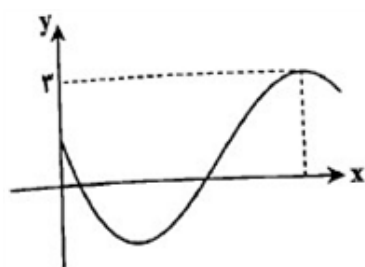
با توجه به متناوب بودن تابع $f(x) = \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{Cotg}^3 x$ ، اگر $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = f(\alpha)$ مقدار α کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{\pi}{24} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (۱)$$



۲۷۲

قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + b$ به شکل مقابل است. مقدار

$a + b$ کدام است؟

$$2 \quad (۱)$$

$$-2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۴)$$

۲۷۳

جواب کلی معادله‌ی $\cos^2 2x - \sin^2 2x = \cos^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ کدام است؟

$$\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{24} \quad (۴)$$

$$\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{12} \quad (۳)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{24} \quad (۲)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

۲۷۴

اگر $f(x) = 2x^2 - 1$ و $g(x) = \cos 2x$ تابع $f \circ g$ در کدام بازه مثبت است؟

$$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \quad (۴)$$

$$\left(-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right) \quad (۳)$$

$$\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) \quad (۲)$$

$$\left(0, \frac{\pi}{4}\right) \quad (۱)$$

۲۷۵

جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$ کدام است؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۳)$$

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

۲۷۶

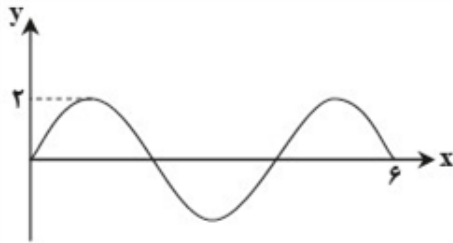
اگر $x \geq 1$ ، $f(x) = x^2 - 2x + 5$ و $g(x) = 4 \sin^2 x$ دامنه‌ی $f^{-1}(g(x))$ کدام است؟

$$\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}\right\} \quad (۲)$$

$$\left\{k\pi + \frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}\right\} \quad (۱)$$

$$\left\{\frac{k\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}\right\} \quad (۴)$$

$$\{k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \quad (۳)$$



نمودار تابع $f(x) = a \sin bx$ به صورت مقابل است. حاصل

کدام است؟ $a^2 + b^2$

(1) 4

(2) $4 + \pi^2$

(3) $4 + \frac{\pi^2}{4}$

(4) $4 + 4\pi^2$

اگر $\sin x = \frac{12}{13}$ و $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ، مقدار $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ کدام است؟

(1) $\frac{2}{3}$

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{5}{26}$

(4) $\frac{13}{15}$

اگر $\cot x - \tan x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ باشد، مقدار $\cot x + \tan x$ کدام می‌تواند باشد؟

(1) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(4) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

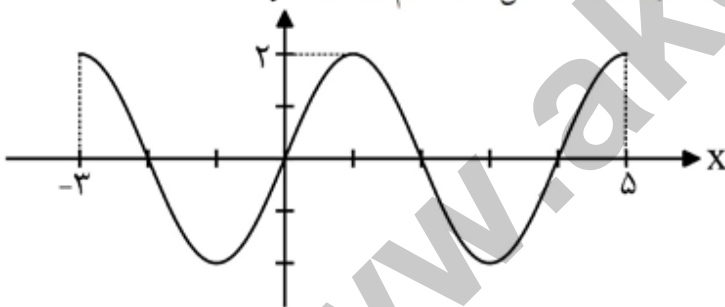
شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(\pi(bx-1))$ است. حاصل ab کدام است؟

(1) 1

(2) -1

(3) $-\frac{1}{2}$

(4) $\frac{1}{2}$



معادله $\sin 3x - \sin 2x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(1) 5

(2) 6

(3) 7

(4) 8

نمودار تابع $y = 2 \cos 3x$ در نقاطی با کدام طول به ترتیب حداکثر و حداقل مقدار را دارد؟

(1) $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}$

(2) $\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}$

(3) $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}$

(4) $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

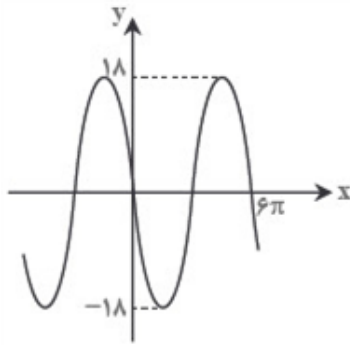
مقدار عددی عبارت $\sqrt{2 + \sqrt{2}} \left(\sin \frac{\pi}{8} \right)$ کدام است؟

(1) $\frac{2 - \sqrt{2}}{4}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

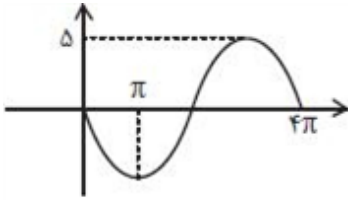
(3) $\sqrt{2}$

(4) $\frac{\sqrt{2}}{4}$



۲۸۴ نمودار تابع $f(x) = b \sin ax$ به صورت مقابل است. کمترین مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{53}{3}$
 (۲) -19
 (۳) -17
 (۴) $-\frac{53}{3}$



۲۸۵ اگر نمودار $y = a \sin(bx)$ مطابق شکل زیر باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{9}{2}$
 (۲) $\frac{9}{2}$
 (۳) $-\frac{9}{2}$
 (۴) $-\frac{7}{2}$

۲۸۶ دوره‌ی تناوب اصلی تابع $y = -3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2x}{3}\right) + 1$ کدام است؟

- (۱) 3π
 (۲) 4
 (۳) 2π
 (۴) $\frac{4\pi}{3}$

۲۸۷ معادله‌ی $\sin x (3 \cos x - 1) = 0$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) 4
 (۲) 3
 (۳) 5
 (۴) 2

۲۸۸ حاصل $A = \frac{2}{\operatorname{tg} 75^\circ + \operatorname{Cotg} 75^\circ}$ چند برابر حاصل $B = \operatorname{Cotg} 15^\circ - \operatorname{tg} 15^\circ$ می‌باشد؟

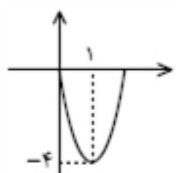
- (۱) $\frac{1}{8}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{6}$
 (۳) $\frac{\sqrt{3}}{12}$
 (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۸۹ اگر $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2$ باشد، حاصل $\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{12}$
 (۲) $-\frac{25}{12}$
 (۳) $\frac{5}{2}$
 (۴) $-\frac{5}{2}$

۲۹۰ اگر $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ و α منفرجه باشد، حاصل $\cos 2\alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{119}{169}$
 (۲) $\frac{112}{169}$
 (۳) $\frac{120}{169}$
 (۴) $\frac{118}{169}$



۲۹۱ اگر قسمتی از نمودار تابع $y = -a \cos\left(bx - \frac{1}{2}\right)\pi$ به صورت روبه‌رو باشد،

مقدار y به ازای $x = \frac{1}{3}$ چه قدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $-2\sqrt{3}$

۲۹۲ اگر $\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$ باشد، حاصل $\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (۲) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

۲۹۳ اگر $\cos x = \sqrt{\frac{2}{3}}$ باشد، $\cos 4x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $-\frac{5}{9}$ (۴) $-\frac{7}{9}$

۲۹۴ یکی از دسته جواب‌های معادله $\sin 4x + \sin 3x = 0$ به کدام صورت است؟

- (۱) $k\pi$ (۲) $\frac{2k\pi}{5}$ (۳) $2k\pi$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{5}$

۲۹۵ معادله $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

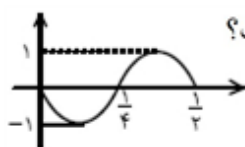
- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۹۶ مجموع جواب‌های معادله $\sin x + \cos x + \sin x \cos x = -1$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) 3π (۳) π (۴) 2π

۲۹۷ معادله $2\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{7}{4}$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



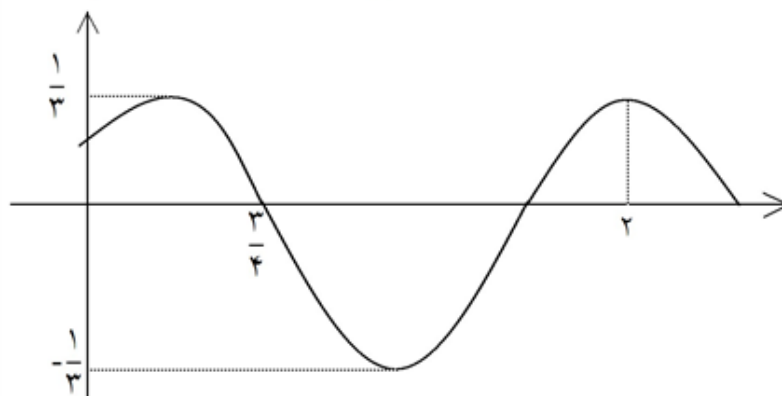
۲۹۸ اگر نمودار $y = \sin(ax)$ در یک دوره تناوب به صورت زیر باشد مقدار a چه قدر است؟

- (۱) 4π (۲) -4π (۳) 2π (۴) -2π

۲۹۹ حاصل $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} - \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$ کدام است؟

- (۱) $2 \cot x$ (۲) $2 \cot 2x$ (۳) $2 \tan x$ (۴) $2 \tan 2x$

نمودار زیر بخشی از منحنی تابع $f(x) = a \cos b(x + c)$ را نشان می‌دهد. مقدار abc کدام است؟ (۳۰۰)



(a, b > 0)

$\frac{\pi}{3}$ (۱)

$-\frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{3\pi}{4}$ (۳)

$-\frac{2\pi}{3}$ (۴)

کسر $\frac{2(1 + \sin 2x)}{1 + \cos 2x}$ برابر کدام است؟ (۳۰۱)

(۱) $(1 + \operatorname{tg} x)^2$ (۲) $(1 - \operatorname{Cotg} x)^2$ (۳) $(1 + \operatorname{Cotg} x)^2$ (۴) $(1 - \operatorname{tg} x)^2$

اگر $2 \sin \theta - 3 \cos \theta = 3$ باشد، حاصل $2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ کدام است؟ (۳۰۲)

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۲) صفر (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

اگر $\operatorname{tg} x \neq -1$ باشد، جواب کلی معادله $\cos 3x = \sin x$ به کدام صورت است؟ (۳۰۳)

(۱) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

اگر $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\operatorname{tg} x$ کدام است؟ (۳۰۴)

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{4}$

جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$ ، کدام است؟ (۳۰۵)

(۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$

اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$ کدام است؟ (۳۰۶)

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{8}\right) = 1$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ برابر کدام

است؟

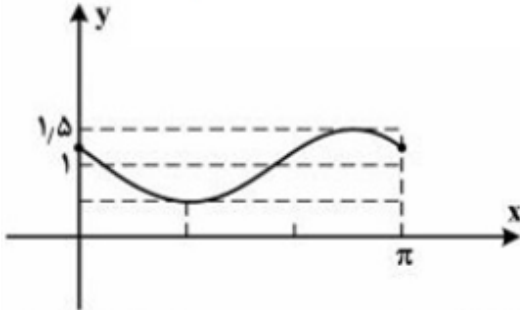
$\frac{7\pi}{4}$ (۴)

$\frac{3\pi}{2}$ (۳)

$\frac{5\pi}{4}$ (۲)

$\frac{3\pi}{4}$ (۱)

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 1 + a \sin\left(bx - \frac{\pi}{6}\right)$ است. $a + b$ کدام است؟



$\frac{1}{2}$ (۱)

۱ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۲ (۴)

یک جواب معادله‌ی $\sin 4x + \sin 3x = 0$ کدام است؟

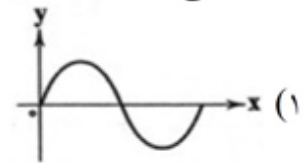
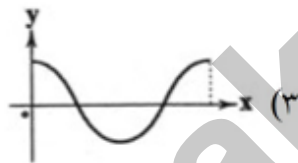
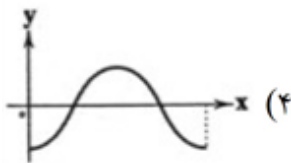
$\frac{2k\pi}{5}$ (۴)

$\frac{k\pi}{4}$ (۳)

$\frac{2k\pi}{3}$ (۲)

$k\pi$ (۱)

نمودار تابع $y = 3 - 6 \sin^2 x$ در بازه‌ی $[0, \pi]$ کدام است؟



اگر $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ و $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ باشد، مقدار $\tan \frac{\alpha}{2}$ کدام است؟

$-\frac{3}{2}$ (۴)

$-\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

اگر $f(x) = \tan x$ ، $gof(x) = \sin 2x$ و $g(a) = 1$ باشد، a کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

اگر $f(x) = 1 - 2x^2$ ، حاصل $f\left(\cos \frac{\pi}{8}\right)$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

دوره‌ی تناوب اصلی تابع $f(x) = \tan 6x - \cot 6x$ و دوره‌ی تناوب $g(x) = \tan ax \cot ax$ با هم برابرند. a کدام است؟ ($a > 0$)

۲۴ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۳۱۵ اگر $\sin^4\left(\frac{x}{2}\right) - \cos^4\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۳۱۶ صفرهای تابع $y = \cos(-2\theta)$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- ۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ ۲) $-2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ ۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

۳۱۷ جواب‌های کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x) = -\sqrt{3}$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- ۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$

۳۱۸ مجموع جواب‌های معادله‌ی $2\cos^2 x = 2 + \sqrt{3}\sin x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱) 4π ۲) 6π ۳) 3π ۴) 5π

۳۱۹ مجموع جواب‌های معادله $2(\sin^4 x - \cos^4 x) = 1$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱) 3π ۲) 4π ۳) 5π ۴) $\frac{10\pi}{3}$

۳۲۰ جواب کلی معادله $2\sin^2 x + 3\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ کدام است؟

- ۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ ۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ۴) $2k\pi + \pi \pm \frac{\pi}{6}$

۳۲۱ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

- ۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ ۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۳۲۲ اگر $\operatorname{tg}(x) = a$ ، آنگاه حاصل $|\sin x + \cos x|$ کدام است؟

- ۱) $\frac{|a-1|}{\sqrt{a^2+1}}$ ۲) $\frac{|a+1|}{\sqrt{a^2+1}}$ ۳) $\frac{|a-1|}{\sqrt{a^2-1}}$ ۴) $\frac{|a+1|}{\sqrt{a^2-1}}$

۳۲۳ اگر $\cot(x) = \frac{1}{2}$ ، حاصل $\operatorname{tg}(2x)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{4}{5}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $-\frac{4}{3}$ ۴) $-\frac{4}{5}$

۳۲۴ اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ ، حاصل $|\sin x - \cos x|$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{17}}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{3} \quad (۱)$$

۳۲۵ حاصل $\frac{\operatorname{tg} 15^\circ - \operatorname{tg}^3 15^\circ}{1 + \operatorname{tg}^2 15^\circ}$ کدام است؟

$$\frac{1}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (۱)$$

۳۲۶ حاصل $\sin^2(75^\circ)$ چه قدر است؟

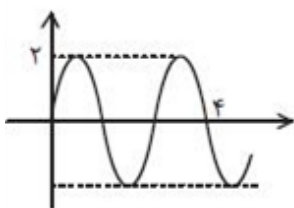
$$\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{2 + \sqrt{3}}{4} \quad (۱)$$

۳۲۷ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a^2 \cos\left(\left(\frac{1}{2} + bx\right)\pi\right)$ است. حاصل $a^2 + b$ کدام است؟



$$\frac{5}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{11}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{4} \quad (۳)$$

۳۲۸ اگر $\sin 2x = \frac{2}{3}$ و $0 < x < \frac{\pi}{4}$ حاصل $\tan x$ کدام است؟

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \quad (۱)$$

۳۲۹ اگر f تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب ۳ باشد و به ازای $0 \leq x < 3$ داشته باشیم $f(x) = 5x - 1$ حاصل $f(\sqrt{2})$ چه قدر است؟

$$30 \quad (۴)$$

$$20 \quad (۳)$$

$$40 \quad (۲)$$

$$10 \quad (۱)$$

۳۳۰ اگر $\frac{3\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{4}$ و $\sin x + \cos x = -\frac{1}{5}$ مقدار $\tan(x)$ کدام است؟

$$\frac{-3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{-4}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

331 جواب کلی معادله $\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = 1 + \cos^2\left(x - \frac{3\pi}{8}\right)$ کدام است؟

- (1) $k\pi + \frac{3\pi}{8}$ (2) $2k\pi + \frac{\pi}{8}$ (3) $2k\pi + \frac{3\pi}{8}$ (4) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

332 حاصل $\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5}\cos\frac{3\pi}{5}$ کدام است؟

- (1) 1 (2) 2 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 4

333 مجموعه جواب معادله $\cos x + 1 = 0$ کدام است؟

- (1) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (2) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (3) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (4) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

334 معادله $\sin^4\left(\frac{x}{2}\right) + \cos^4\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{7}{9}$ چند ریشه در بازه $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ دارد؟

- (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 4

335 تعداد جواب‌های معادله $\sin(\pi \cos x) = 0$ در فاصله $[0, 5\pi]$ کدام است؟

- (1) 11 (2) 10 (3) 8 (4) 4

336 معادله $\sin x + \cos x + \sin x \cos x = -1$ چند جواب در بازه $[0, 2\pi]$ دارد؟

- (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) 1

337 تعداد ریشه‌های معادله $(2 \sin x + 3)(2 \sin x - 3)(4 \cos x - 3)(3 \sin x - 2) = 0$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

- (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) صفر

338 دوره تناوب تابع f با ضابطه $f(x) = 2 \sin \frac{4}{3}x$ چند برابر دوره تناوب تابع g با ضابطه

$$g(x) = -2 \cos \frac{x}{5}$$

- (1) $\frac{0}{3}$ (2) $\frac{0}{15}$ (3) $\frac{0}{1}$ (4) $\frac{0}{2}$

339 مجموع جواب‌های معادله $\sin x + 2 \cos x + \sin x \cos x = -2$ در بازه $[-2\pi, 3\pi]$ کدام است؟

- (1) π (2) 3π (3) 2π (4) 4π

340 اگر دوره تناوب $y = -2 \sin \pi \left(\frac{1}{2} + \frac{3x}{2}\right)$ چهار برابر دوره تناوب $y = 5 \cos 2\pi \left(\frac{ax}{2} + 3\right)$ باشد، $|a|$

کدام است؟

- (1) $\frac{32}{3}$ (2) 6 (3) 12 (4) $\frac{3}{32}$

۳۴۱ اگر $f(x) = \lg x$ و $g(x) = \sqrt{\frac{2x}{1+x}}$ باشد، حاصل $(g \circ f)\left(\frac{\pi}{8}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{8}}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۴۲ اگر $\sin x + \cos x = m$ و $\sin 2x = \frac{m-1}{2}$ باشد، مجموع مقادیر m کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۳۴۳ اگر $f(x) = \cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} - 2 \tan x$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۴

۳۴۴ معادله‌ی $\cotg \frac{x}{2} = \tg \frac{x}{2} + \sin 2x$ در بازه‌ی $(-\pi, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴۵ یک دسته جواب معادله‌ی $\sin\left(2x - \frac{7\pi}{2}\right) + 3 \cos(\pi + x) + 2 \cotg\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cotg(\pi - x) = 0$ کدام

است؟

- (۱) $k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۲) $k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi - \frac{\pi}{3}$

۳۴۶ حاصل عبارت $\sin x \cdot \cos^3 x - \sin^3 x \cdot \cos x$ به ازای $x = 22/5^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۳۴۷ جواب کلی معادله‌ی $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) $k\pi$ (۲) $2k\pi$ (۳) $(2k+1)\pi$ (۴) $\frac{k\pi}{2}$

۳۴۸ معادله‌ی $\sin 3x = \sin 2x$ در فاصله‌ی $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۴ (۴) ۱

۳۴۹ اگر $\cos 4x = a \cos^4 x + b \cos^2 x + c$ ، حاصل b کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) -۴

۳۵۰ اگر $\operatorname{tg} x = 2\sqrt{2}$ و $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ، حاصل $\sin \frac{x}{2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۳۵۱ اگر $\operatorname{Cotg} x = \frac{1}{2}$ ، حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۳۵۲ اگر $f(x) = 2x^2 - 1$ باشد تابع $(f \circ f)(\cos x)$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sin^4 x$ (۲) $\cos^4 x$ (۳) $\sin 4x$ (۴) $\cos 4x$

۳۵۳ اگر $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ باشد مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $-\frac{4}{9}$ (۳) $-\frac{5}{9}$ (۴) $-\frac{4}{9}$

۳۵۴ جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x + 3\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$ به کدام صورت است؟

- (۱) $2k\pi + \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $2k\pi + \frac{3\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$
 (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۳۵۵ جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \cos^3 x$ کدام است؟

- (۱) $k\pi$ (۲) $k\frac{\pi}{2}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{2}$

۳۵۶ اگر $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{4}{3}$ و $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ باشد، $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۳۵۷ اگر $3\sin x - 4\cos x = 5$ باشد، حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{10}$ (۲) $0/6$ (۳) $-0/8$ (۴) $0/28$

۳۵۸ اگر $\cot x - \tan x = 4$ باشد، آنگاه $\tan 2x$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۳۵۹ حاصل $\tan \frac{\pi}{12} + \cot \frac{\pi}{12}$ برابر کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) $1 + \sqrt{3}$ (۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴)

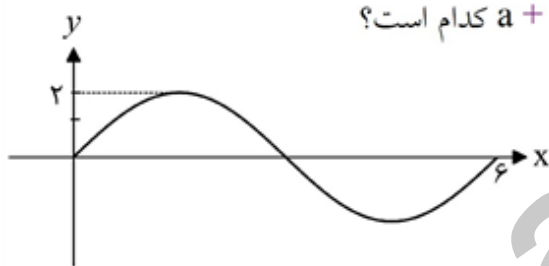
۳۶۰ دوره تناوب تابع $f(x) = |\sin 2x|$ ، کدام است؟

- π (۱) 2π (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴)

۳۶۱ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)} = 1$ ، به کدام صورت است؟

- $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۴)

۳۶۲ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟



- $\frac{4}{3}$ (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴)

۳۶۳ معادله‌ی $\sin x - \cos x = 0$ در بازه‌ی $(-\pi, \pi)$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۶۴ معادله‌ی $\sqrt{1 + \sin x} = \cos x$ چند جواب در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۶۵ دوره‌ی تناوب $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ چند برابر دوره‌ی تناوب $y = \cos(\frac{\pi}{6} - 2x)$ است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴)

۳۶۶ اگر $\cot x - \tan x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ باشد، مقدار $\cot x + \tan x$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

۳۶۷ جواب کلی معادله‌ی $\frac{\cos x + \cos 3x}{\cos x} = 1$ به کدام صورت است؟

- (۱) $\frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۳۶۸ معادله‌ی $\cos 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ روی بازه‌ی $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۳۶۹ اگر $\cos 4x = a \sin^4 x + b \sin^2 x + c$ باشد، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) -۱۷ (۳) ۱ (۴) -۱

۳۷۰ معادله‌ی $\cos^2 x = \frac{3\cos x - 1}{2}$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۵

۳۷۱ اگر α زاویه‌ی حاده و $\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \frac{4}{9}$ باشد، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{3}{\sqrt{13}}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\sqrt{\frac{3}{13}}$

۳۷۲ جواب کلی معادله $2(\cos 2x + \sin 2x)(\cos x + \sin x) = 1 + 2\sin 3x$ به کدام صورت است؟

- (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۳۷۳ معادله $\sin^2 x + 2\cos^2 x = \frac{5}{4}$ چند ریشه در بازه $[0, 2\pi]$ دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۸

دورهی تناوب اصلی تابع $y = \frac{2x}{3} - \left[\frac{2x}{3}\right] + \left[-\frac{x}{3}\right] + \left[\frac{x}{3}\right]$ چه قدر است؟ (۳۷۴)

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) ۶

جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\tan x \cos^2 x = 1$ به کدام صورت است؟ (۳۷۵)

- (۱) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴) $2k\pi + \frac{\pi}{4}$

جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\cos^2 x + 3\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2 = 0$ به کدام صورت است؟ (۳۷۶)

- (۱) $k\pi$ (۲) $2k\pi$ (۳) $k\frac{\pi}{2}$ (۴) $(2k+1)\pi$

کمترین مقدار عبارت $2 + \sin x \cos x$ کدام است؟ (۳۷۷)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) $\frac{3}{2}$

معادلهی $\tan x + \cot x = \sqrt{3}$ چند ریشه در بازه $[0, 2\pi]$ دارد؟ (۳۷۸)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

مجموع مقادیر زاویه θ بین π و 2π که مقدار $\sin \theta$ برابر $-\frac{1}{3}$ باشد، کدام است؟ (۳۷۹)

- (۱) π (۲) 2π (۳) 3π (۴) 4π

دو مقدار θ در بازه $[2\pi, 3\pi]$ وجود دارد به طوری که $\sin \theta = \frac{1}{4}$ می باشد. مجموع این دو مقدار چقدر است؟ (۳۸۰)

- (۱) π (۲) 3π (۳) 5π (۴) 6π

معادلهی $\sin 2x + \sin 3x = 0$ در فاصله $(\pi, 2\pi)$ چند جواب دارد؟ (۳۸۱)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

دورهی تناوب اصلی تابع $f(x) = \sin^2 2x + \cos 4x$ کدام است؟ (۳۸۲)

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) π (۴) 2π

تابع $f(x) = \tan(2x)$ با کدام تابع برابر است؟ (۳۸۳)

- (۱) $\frac{1}{\cotg(2x)}$ (۲) $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ (۳) $\frac{2}{\cotg x - \tan x}$ (۴) $\frac{2 \sin x \cos x}{1 - 2 \sin^2 x}$

۳۸۴

۳۸۵ اگر $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ و $\sin x + \cos x = -\frac{1}{5}$ مقدار $\operatorname{tg}(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

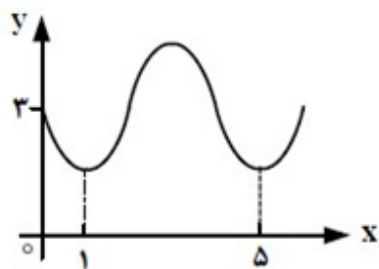
۳۸۶

۳۸۶ حاصل $\sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۸۷

۳۸۷ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در

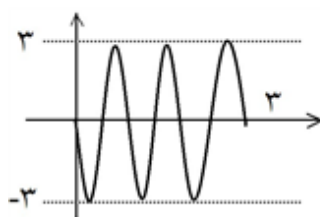


نقطه‌ی $x = \frac{25}{3}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{5}$

۳۸۸

۳۸۸ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. a, b کدام است؟



- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) ۶

۳۸۹

۳۸۹ اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin^2 x$ باشند، ضابطه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4} \sin^2 2x$ (۲) $-\frac{1}{4} \sin^2 x$ (۳) $\frac{1}{4} \cos^2 2x$ (۴) $\frac{1}{4} \cos^2 x$

۳۹۰

۳۹۰ معادله‌ی مثلثاتی $\cos^2 x - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

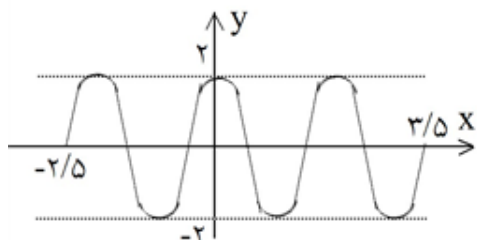
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۹۱

۳۹۱ انتهای کمان‌های جواب‌های معادله‌ی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ بر روی دایره‌ی مثلثاتی، رئوس یک چندضلعی

هستند. مساحت چندضلعی کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$



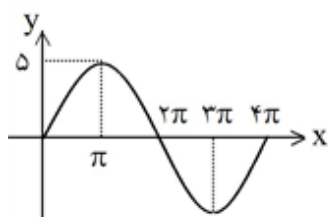
شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi \left(\frac{1}{2} + bx \right)$ است. ۳۹۲

a, b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۲/۵
(۳) ۳ (۴) ۳/۵

مجموع جواب‌های معادله $\sin^2 x - \cos x = \cos^2 x$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟ ۳۹۳

- (۱) 3π (۲) $\frac{8\pi}{3}$ (۳) $\frac{10\pi}{3}$ (۴) $\frac{3\pi}{3}$



نمودار $y = a \sin bx$ به صورت مقابل داده شده است. a + 2b کدام است؟ ۳۹۴

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

معادله $\sin^2 x = \cos^2 x + \frac{1}{4}$ در بازه $[0, \pi]$ چند ریشه دارد؟ ۳۹۵

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۳

اگر $\cos x = \frac{1}{4}$ حاصل $\cos 4x$ کدام است؟ ۳۹۶

- (۱) $\frac{17}{32}$ (۲) $\frac{17}{64}$ (۳) $\frac{17}{32}$ (۴) $-\frac{17}{64}$

معادله $\sin^4 2x - \cos^4 2x = \frac{1}{3}$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟ ۳۹۷

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۱

نمودار تابع $y = -4 \cos \left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x \right)$ ، روی بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه بیش‌ترین مقدار را دارد؟ ۳۹۸

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

حاصل عبارت $\sin 75^\circ \sin 135^\circ \sin 165^\circ$ کدام است؟ ۳۹۹

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

اگر $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos\alpha}}}$ کدام است؟ ۴۰۰

$$\frac{2}{\cos\frac{\alpha}{4}} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{\cos\frac{\alpha}{4}} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{\sin\frac{\alpha}{4}} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{4}} \quad (۱)$$

www.akoedu.ir

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

$$\begin{cases} \min f : \sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = 1 \Rightarrow 2\alpha - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2} \\ \max f : \sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = -1 \Rightarrow 2\beta - \frac{\pi}{12} = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{تفاضل: } 2\alpha - 2\beta = -\pi \Rightarrow \alpha - \beta = -\frac{\pi}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲

$$y = \frac{1}{\cos^2 \pi x} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \pi x}{\cos^2 \pi x} = \frac{\sin^2 \pi x}{\cos^2 \pi x} = \left(\frac{\sin \pi x}{\cos \pi x}\right)^2 = (\operatorname{tg} \pi x)^2$$

با توجه به دوره تناوب تابع تناوبت داریم:

$$T = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\pi} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳

$$\frac{\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{Cotg}^3 x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x} = \frac{(\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x)(\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x \operatorname{Cotg} x + \operatorname{Cotg}^2 x)}{\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x}$$

$$= \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{Cotg}^2 x + 1 = (\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x)^2 - 1$$

می‌دانیم $\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = \frac{2}{\sin 2x}$ پس داریم:

$$(\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x)^2 - 1 = \left(\frac{2}{\sin 2x}\right)^2 - 1 = \left(\frac{2}{\frac{1}{3}}\right)^2 - 1 = 36 - 1 = 35$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{Cos} x \Rightarrow \frac{\operatorname{Sin} x}{\operatorname{Cos} x} = \operatorname{Cos} x \Rightarrow \operatorname{Sin} x = \operatorname{Cos}^2 x$$

از طرفی می‌دانیم $\operatorname{Sin}^2 x + \operatorname{Cos}^2 x = 1$ پس داریم:

$$(\operatorname{Cos}^2 x)^2 + \operatorname{Cos}^2 x = 1 \Rightarrow \operatorname{Cos}^4 x + \operatorname{Cos}^2 x - 1 = 0$$

فرض کنید $\operatorname{Cos}^2 x = t$ داریم:

$$t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (1)^2 - 4(1)(-1) = 5$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{Cos}^2 x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} & \text{ق ق} \\ \operatorname{Cos}^2 x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\operatorname{Cos}^2 x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \operatorname{Cos} x = \pm \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵

$$y = 0$$

$$\operatorname{Cos}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{1}{2} = \operatorname{Cos} \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} - x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3}$$

اولین ریشه منفی $-\frac{\pi}{3}$ است اما:

$$\operatorname{Cos}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \operatorname{Cos} \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} - x = \frac{4\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = -\pi \Rightarrow x_A = -\pi \xrightarrow{T=2\pi} x_B = 2\pi - \pi = \pi$$

$$\Rightarrow x_A + x_B = \pi - \pi = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶

$$\max = 10 \Rightarrow a + |b| = 10$$

$$\min = 2 \Rightarrow a - |b| = 2 \Rightarrow a = 6, |b| = 4 \Rightarrow b = -4$$

$$T = \lambda \Rightarrow \frac{2\pi}{|c|} = \lambda \Rightarrow |c| = \frac{\pi}{\lambda}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۷)

$$f(x) = \sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{4} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{4} \sin 4x$$

$$\max = \frac{1}{4}, T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2\pi}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۸)

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \Rightarrow \frac{a}{2}(1 - \cos 2x) + \frac{b}{2}(1 + \cos 2x) = a + b$$

$$\Rightarrow \cos 2x \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2} \right) = a + b - \frac{b}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a+b}{2} \Rightarrow \cos 2x = \frac{a+b}{b-a}$$

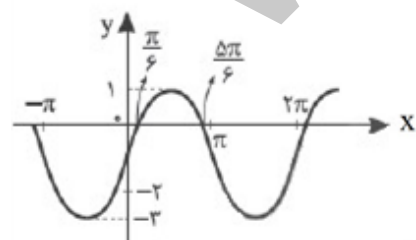
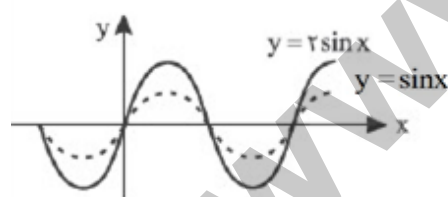
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۹)

$$\cos^2 x - \cos x = \sin^2 x \Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos x$$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

از اجتماع جواب‌های به دست آمده، به $x = \frac{2k\pi}{3}$ می‌رسیم.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰)

نمودار تابع $y = 2 \sin x - 1$ را رسم می‌کنیم:

$$b - a = \frac{\Delta\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

ریشه‌های $2 \sin x - 1 = 0$ همان نقاطی هستند که $\sin x = \frac{1}{2}$ است.پس در $x_1 = \frac{\pi}{6}$ و $x_2 = \frac{5\pi}{6}$ این اتفاق می‌افتد.در فاصله $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right]$ نمودار بالای محور x ها است.

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{\lambda} = \alpha \\ \frac{\pi}{\lambda} - \lambda x = \beta \end{cases} \Rightarrow \lambda \alpha + \beta = \frac{\pi}{\lambda}$$

$$\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{\lambda} \right) = \operatorname{tg} \alpha = \lambda$$

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{\lambda} - \lambda x \right) = \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{\lambda} - \lambda \alpha \right)$$

$$= \operatorname{Cotg} \lambda \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg} \lambda \alpha}{\lambda \operatorname{tg} \lambda \alpha} = \frac{1 - \lambda}{\lambda} = -\frac{\lambda}{\lambda}$$

$$f(\cdot) = a \Rightarrow a = \lambda$$

از طرفی:

$$f(x) = \lambda \operatorname{Cos} \lambda bx = \lambda \left(\frac{1 + \operatorname{Cos} \lambda bx}{\lambda} \right)$$

$$\Rightarrow f(x) = \lambda + \lambda \operatorname{Cos} \lambda bx \Rightarrow f(x) = \lambda \Rightarrow \operatorname{Cos} \lambda bx = -1$$

دقت کنید:

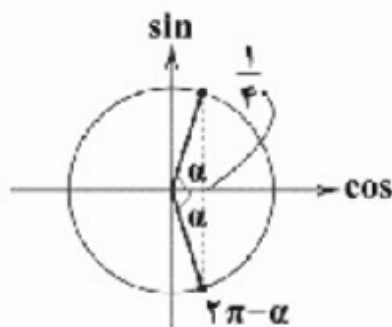
$$\operatorname{Cos} \lambda bx = -1 \Rightarrow \lambda bx = \pi, 3\pi$$

$$\Rightarrow \lambda b \times \frac{\pi}{\lambda} = 3\pi \Rightarrow b = 3$$

در واقع دومین دفعه‌ای که نمودار محور طول‌ها را قطع کرده به ازای حالتی است که کمان 3π باشد.

$$\Rightarrow ab = \lambda$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $\frac{1}{4}$ ، بین صفر و یک است، پس در ناحیه‌هایی که کسینوس مثبت می‌شود، حتماً یک بار هم به $\frac{1}{4}$ می‌رسد. چون کسینوس در ناحیه‌ی اول و چهارم مثلثاتی مثبت است، پس در این دو ناحیه، مسئله جواب دارد.



اگر فرض کنیم جواب ربع اول، α باشد، باید جواب ربع چهارم را $2\pi - \alpha$ در نظر بگیریم. (دقت کنید که نمی‌توانیم $-\alpha$ بگیریم، چون $-\alpha$ در بازه‌ی 0 تا 2π نیست.)
 $\Rightarrow \alpha = (2\alpha - \alpha) = 2\pi$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$\begin{aligned} \cot x - \tan x &= 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 2\sqrt{2} \\ \Rightarrow \frac{\cos 2x}{\frac{1}{2}\sin 2x} &= 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \cot(2x) = 2\sqrt{2} \\ \Rightarrow \cot(2x) &= \sqrt{2} \Rightarrow \tan(2x) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\cos x (2 \cos x - 9) = 5$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 9 \cos x = 5 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4(2)(-5)}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{9 \pm 11}{4} \Rightarrow \cos x = 5, \cos x = \frac{-1}{2}$$

معادله $\cos x = 5$ جواب ندارد زیرا مقدار $\cos x$ در بازه $[-1, 1]$ است. از طرفی در معادله $\cos x = \frac{-1}{2}$ داریم:

$$\cos x = \frac{-1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$y = \pi \sin(-2x) + 1 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|-2|} = \pi$$

ماکزیمم مقدار تابع وقتی رخ می‌دهد که $\sin(-2x) = 1$ باشد، که در این صورت ماکزیمم تابع برابر $\pi + 1$ خواهد بود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به اتحاد $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ ، معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$(2 \cos^2 x - 1) - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0$$

یکی از حالات زیر رخ می‌دهد:

$$1 \quad \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$2 \quad \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$

معادله در بازه $(0, 2\pi)$ چهار ریشه‌ی حقیقی دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \cos x = 0, \cos x = \frac{1}{2}$$

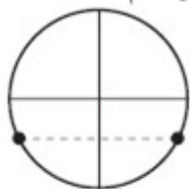
$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{array} \right.$$

k	0	1
x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$

k	0	1
x	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$

$$\text{مجموع جوابها در بازه } [0, 2\pi] = \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = 2\pi + 2\pi = 4\pi$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$. دو طرف معادله را در ۲ ضرب می‌کنیم:



$$2 \sin 2x \cos 2x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \sin 4x = -\frac{1}{3}$$

وقتی $0 \leq x \leq 2\pi$ ، آن‌گاه $0 \leq 4x \leq 8\pi$ باید ببینیم وقتی کمان $4x$ بازه‌ی $[0, 8\pi]$ را طی می‌کند؛ معادله چند جواب دارد. با توجه به شکل مقابل واضح است که اگر این کمان بازه‌ی $[0, 2\pi]$ را طی کند دو ریشه و در نتیجه اگر بازه‌ی $[0, 8\pi]$ را طی کند، $4 \times 2 = 8$ ریشه دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۲
راه حل اول:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \xrightarrow{\cos \alpha > 0} \cos \alpha = \frac{3}{5} \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(\frac{3}{5}\right) \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{-24}{25}$$

راه حل دوم: می‌توانیم با استفاده از فرمول مثلثاتی $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ ، حاصل $\sin 2\alpha$ را بیابیم:

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \left(-\frac{4}{3}\right)}{1 + \frac{16}{9}} = \frac{-\frac{8}{3}}{\frac{25}{9}} = \frac{-24}{25}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی تابع را ساده‌تر می‌کنیم: ۲۳

$$f(x) = \tan(a\pi x + \pi) = -\tan a\pi x$$

این تابع نسبت به مبدأ متقارن است. می‌دانیم دوره‌ی تناوب این تابع $T = \frac{\pi}{|a\pi|} = \frac{1}{|a|}$ است. با توجه به شکل، دوره‌ی تناوب برابر ۴ است. پس $|a| = \frac{1}{4}$. از طرفی با توجه به شکل، تابع روند نزولی دارد. پس باید $a < 0$ باشد. در نتیجه

$$a = -\frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = \frac{5\pi}{3}$ ریشه‌ی معادله است، پس با جای‌گذاری در معادله به یک رابطه‌ی صحیح

می‌رسیم:

$$2 \sin \frac{10\pi}{3} + a = 0 \Rightarrow a = -2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

با جای‌گذاری $a = \sqrt{3}$ معادله را بررسی می‌کنیم:

$$2 \sin 2x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

اگر $0 < x < \pi$ ، آنگاه $0 < 2x < 2\pi$ ، بنابراین باید زوایایی را بیابیم که به بازه‌ی $(0, 2\pi)$ تعلق دارند و سینوس

آنها $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ است:

$$2x = \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

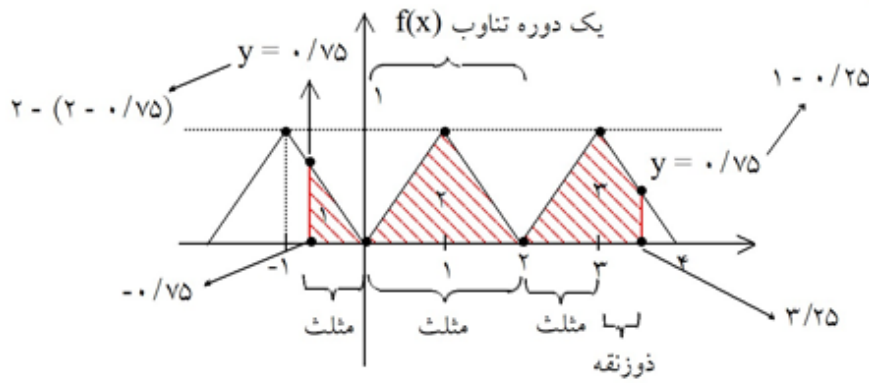
$$\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} = 1 \Rightarrow \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 1 \Rightarrow \cos \alpha - \sin \alpha = \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = (\sin \alpha \cos \alpha)^2 \xrightarrow{\sin \alpha \cos \alpha = 1} 1 - 2t = t^2$$

$$\Rightarrow t^2 + 2t - 1 = 0 \xrightarrow{\alpha \text{ ناحیه ی اول}} t = \frac{-2 + \sqrt{8}}{2} = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \sqrt{2} - 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times (\sqrt{2} - 1) = 2\sqrt{2} - 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۷



$$S = \overbrace{\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right)}^{S_1} \times \frac{1}{2} + \overbrace{\frac{1 \times 2}{2}}^{S_2} + \overbrace{\frac{1 \times 1}{2}}^{S_3} + \overbrace{\left(\frac{1 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{4}}^{S_4} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{32} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{32} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۸

$$5 \sin^2 x + 2 \cos 3x = -2 \Rightarrow 5 \sin^2 x + 2 \cos 3x + 2 = 0$$

$5 \sin^2 x$ و $2 \cos 3x + 2$ توابعی نامنفی اند پس باید هم زمان صفر باشند تا مجموع صفر گردد لذا

$$5 \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = -\pi, 0, \pi$$

از این سه مقدار فقط دو مقدار $-\pi, \pi$ عبارت $2 \cos 3x + 2$ را صفر می کند پس معادله ۲ جواب دارد

۲۹

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)}$$

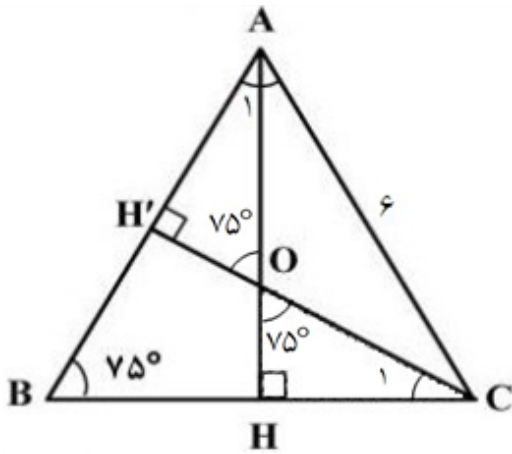
$$= \frac{2 \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} + \frac{2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

www.akoedu.ir

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



در صورت سؤال مطرح شده رأس مثلث متساوی الساقین کدام است.

فرض کنیم در این جا $AB = AC = 6$ باشد. در این صورت ارتفاع AH میانه هم هست پس $BH = CH$.در مثلث های قائم الزاویه ABH و BCH' چون $\hat{B} = 75^\circ$ پس $\hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 15^\circ$ بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 15^\circ \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(زز)}} \triangle ABH \sim \triangle OCH \Rightarrow \frac{OH}{BH} = \frac{OC}{AB} \quad (1)$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\triangle OHC : \operatorname{tg} \hat{C}_1 = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{\hat{C}_1 = 15^\circ} \operatorname{tg} 15^\circ = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{CH = BH} \operatorname{tg} 15^\circ = \frac{OH}{BH} \quad (2)$$

$$1, 2 \text{ از } \Rightarrow \frac{OC}{AB} = \operatorname{tg} 15^\circ \xrightarrow{AB = 6} OC = 6 \operatorname{tg} 15^\circ \Rightarrow OC = 6(2 - \sqrt{3})$$

در مثلث قائم الزاویه OHC چون یک زاویه ی حاده 15° است پس ارتفاع وارد بر OC مساوی $\frac{1}{4}$ آن است.

$$S_{OHC} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} OC \right) (OC) = \frac{1}{8} OC^2 = \frac{1}{8} \left(36 (2 - \sqrt{3})^2 \right) = \frac{9}{2} (7 - 4\sqrt{3})$$

$$= \frac{9(7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})}{2(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{16} \sin^2 48x}{\frac{1}{8} \sin^2 24x} = \frac{\frac{1}{4} \sin^2 12x}{\frac{1}{2} \sin^2 6x} = \frac{\frac{1}{2} \sin^2 6x}{\sin^2 3x} = \frac{16(\sin^2 3x \cos^2 3x \cos^2 6x \cos^2 12x \cos^2 24x)^2}{\sin^2 3x}$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{16} \sin^2 (48x)}{\sin^2 (3x)} = \frac{1}{16} \frac{\sin^2 \left(\frac{4\pi}{3} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{12} \right)} = \frac{1}{16} \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{3}{16} \frac{4}{2 - \sqrt{3}} = \frac{3}{4} (2 + \sqrt{3}) = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sin 3x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 3x = -\sin 2x \Rightarrow \sin 3x = \sin(-2x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi - 2x \Rightarrow 5x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \\ 3x = 2k\pi + \pi - (-2x) \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$

$$1 + \cos x \neq 0 \Rightarrow \cos x \neq -1 \Rightarrow x \neq 2k\pi + \pi$$

با توجه به فرض دامنه، $x = \frac{2k\pi}{5}$ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دقت کنید که: ۳۴

$$4 \sin x \cos^2 x = 2 \cos x (2 \sin x \cos x) = 2 \cos x \sin 2x$$

حال معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$2 \cos x \sin 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

با شرط $x \neq \frac{k\pi}{2}$ جواب $x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ ، اکنون معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم: ۳۵

$$(1 - 2 \sin^2 x) - \cos 6x + 2 \sin^2 x = 2 \Rightarrow \cos 6x = -1$$

$$\Rightarrow 6x = (2k + 1)\pi \Rightarrow x = (2k + 1)\frac{\pi}{6}$$

$$\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق فرمول‌های مثلثاتی داریم: ۳۶

$$\tan\left(\frac{x}{2}\right) - \cot\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cot x = -2 \times \frac{1}{\tan x} = -2 \times \frac{3}{4} = -\frac{3}{2}$$

بنابراین می‌توانیم بنویسیم: ۳۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دقت کنید که: ۳۸

$$2 \sin^2 x - 1 = -\cos 2x = \cos(2x + \pi)$$

$$\cos 2x = \cos(2x + \pi) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + 2x + \pi \\ 2x = 2k\pi - 2x - \pi \end{cases}$$

پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

جواب‌های قسمت دوم شامل جواب‌های قسمت اول هم می‌شود، پس $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$ یا $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ جواب معادله است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم: ۳۹

$$\frac{(\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x)}{-(\cos x - \sin x)} = 1$$

$$\Rightarrow \cos x + \sin x = -1 \Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x + \frac{\pi}{4} = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ x = (2k+1)\pi \end{cases}$$

در بازه $(0, 2\pi)$ جواب‌های معادله π و $\frac{3\pi}{2}$ هستند و مجموع آن‌ها $\frac{5\pi}{2}$ است.

۴۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم جواب معادله‌ی $\cos x = \cos a$ به شکل $x = 2k\pi \pm a$ است:

$$2x = 2k\pi \pm 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi - 2x \Rightarrow 4x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} \end{cases}$$

اجتماع این دو جواب همان $\frac{2k\pi}{2}$ است. با توجه به بازه داده شده داریم:

$$\pi \leq \frac{2k\pi}{2} \leq 2\pi \Rightarrow 1 \leq \frac{2k}{2} \leq 2 \Rightarrow \frac{5}{2} \leq k \leq 5 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 3, 4, 5$$

$$\left. \begin{array}{l} k = 3 \rightarrow \frac{6\pi}{2} \\ k = 4 \rightarrow \frac{8\pi}{2} \\ k = 5 \rightarrow \frac{10\pi}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع جواب ها}} \frac{24\pi}{2} = 12\pi$$

۴۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $y = \tan\left(a\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$ با توجه به اینکه شاخه‌ی نمودار اکیداً صعودی است، باید

$$a\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{a\pi}{12} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{a\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow a = 2$$

باشد. $a > 0$ اولین مجانب قائم به ازای x های مثبت است، پس:در این صورت دوره‌ی تناوب تابع برابر $\frac{1}{|a\pi|} = \frac{1}{2\pi}$ است، پس:

$$\frac{1}{12} - b = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{12} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{12} \Rightarrow a + b = 2 - \frac{5}{12} = \frac{19}{12}$$

۴۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$4(\cos x - (1 - \cos^2 x)) = -1 \Rightarrow 4\cos^2 x + 4\cos x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (2\cos x - 1)(2\cos x + 3) = 0 \Rightarrow 2\cos x - 1 = 0, 2\cos x + 3 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

جواب‌های متعلق به بازه‌ی $(0, 2\pi)$ برابر $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{3}$ هستند که اختلاف آن‌ها $\frac{4\pi}{3}$ است.

۴۳

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{m \sin^2 x}{2 \sin^2 x} = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(0) = 4 \Rightarrow m + 1 = 4 \Rightarrow m = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$\sin x \times \frac{\sin x}{\cos x} = 3 - 3 \cos x \Rightarrow \sin^2 x = 3 \cos x - 3 \cos^2 x$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 x = 3 \cos x - 3 \cos^2 x \Rightarrow 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{x \in [0; 4\pi)} x = 0; 2\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; 2\pi + \frac{\pi}{3}; 2\pi + \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جوابها در بازه $[0, 4\pi)$ برابر 10π می باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$f(\sin^2 2x - \cos^2 2x) = \sin^6 x + \cos^6 x \quad (1)$$

طبق فرمولهای مثلثاتی داریم:

$$\begin{cases} \sin^2 2x - \cos^2 2x = -\cos 4x \\ \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)} f(-\cos 4x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} \right)$$

$$\Rightarrow f(-\cos 4x) = 1 - \frac{3}{8} (1 - \cos 4x) = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x$$

پس اگر فرض کنیم $t = -\cos 4x$ ، خواهیم داشت:

$$f(t) = \frac{5}{8} - \frac{3}{8}t$$

از این رو ضابطه $f(x) = \frac{5}{8} - \frac{3}{8}x$ هم به صورت $f(x)$ خواهد بود و بنابراین داریم:

$$f\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{5}{8} - \frac{3}{8}\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{5}{8} - \frac{3}{10} = \frac{25 - 12}{40} \Rightarrow f\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{13}{40}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۶

$$(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$\cos 2x = 2 \sin 2x \cos 2x \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x = 1 - 2 \left(\frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۷)

$$DC = AC \cos \alpha = (AB \sin \alpha) \cos \alpha = \frac{1}{2} AB \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{1}{2} AB \times \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 12$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۸)

$$(\sin x + \cos x)^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow 1 + \sin 2x = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۴۹)

$$\cos^2 2x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \cos^2 2x = \cos^2 x \Rightarrow (2\cos^2 x - 1)^2 = \cos^2 x$$

$$4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x = 1 \\ \cos^2 x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos x \begin{cases} 1 \Rightarrow x = 0 \text{ و } 2\pi \\ -1 \Rightarrow x = \pi \end{cases} \Rightarrow \cos x \begin{cases} \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ و } \frac{5\pi}{3} \\ -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \text{ و } \frac{4\pi}{3} \end{cases}$$

جمع جوابها = 7π

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۵۰)

$$f(x) = a - 6 \cos^2 \left(\frac{3\pi}{2} + bx \right) = a - 6 \sin^2 bx = a - 3(1 - \cos 2bx) = a - 3 + 3 \cos 2bx$$

$$a - 3 + 3 = 1 \Rightarrow a = 1$$

چون بیشترین مقدار تابع برابر ۱ است، پس:
از طرفی دوره تناوب تابع ۴ است، پس:

$$\frac{2\pi}{|2b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{4}$$

$$f(x) = -2 + 3 \cos \frac{\pi}{2} x \Rightarrow ab = \pm \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۵۱)

حدافل، حداکثر و دوره تناوب تابع $f(x) = a \cos bx + c$ و $f(x) = a \sin bx + c$ به ترتیب $-|a| + c$ ، $|a| + c$ و $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند. پس:

$$f(x) = \pi \cos 3x - 2 \Rightarrow \begin{cases} \max = |\pi| - 2 = \pi - 2 \\ \min = -|\pi| - 2 = -\pi - 2 \\ T = \frac{2\pi}{|3|} = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \pi - 2 - (-\pi - 2) + \frac{2\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۲

$$f(x) = a \sin\left(\left(\frac{5}{2} + bx\right)\pi\right) = a \sin\left(\frac{5\pi}{2} + b\pi x\right) = a \cos b\pi x$$

$$\text{طبق شکل } f(0) = 3 \Rightarrow a \cos 0 = 3 \Rightarrow a = 3$$

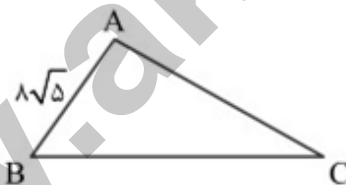
همچنین مطابق شکل $1/5$ برابر دوره‌ی تناوب تابع برابر ۸ است پس خواهیم داشت:

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \Rightarrow \frac{3}{2}T = 8 \Rightarrow T = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{2}{|b|} = \frac{16}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{8} \Rightarrow b = \pm \frac{3}{8}$$

پس حاصل ضرب ab می‌تواند برابر $\frac{9}{8}$ یا $-\frac{9}{8}$ باشد.گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$. معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم: ۵۳

$$3\sin x - 4\sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Rightarrow (\sin x - 1)(2\sin x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{0 < x < 2\pi} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

مجموع جواب‌های به دست آمده $\frac{3\pi}{2}$ است.گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مساحت مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه‌ی بین آن دو ضلع، بنابراین داریم: ۵۴

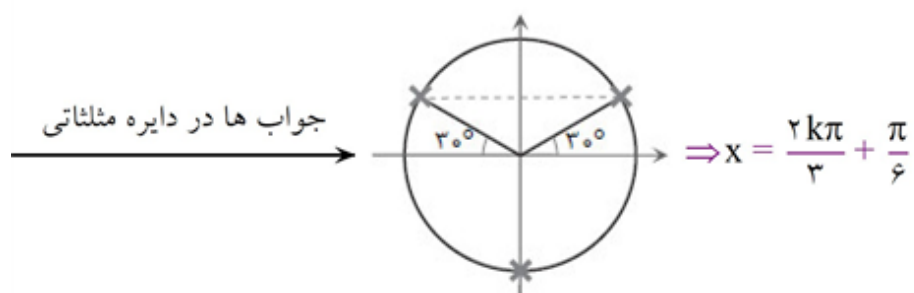
$$S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$$

$$\sin^2 B = 1 - \cos^2 B = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{5} \times BC \times \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow BC = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$.

$$\sin x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -1, \sin x = \frac{1}{2}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cos^2 x + \cos^2 2x = 1 \Rightarrow \cos^2 2x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \cos^2 2x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \cos 4x}{2} = \frac{1 - \cos 2x}{2} \Rightarrow 1 + \cos 4x = 1 - \cos 2x \Rightarrow \cos 4x + \cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 2x - 1 + \cos 2x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 2x + \cos 2x - 1 = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4}$$

$$= \frac{-1 \pm 3}{4} \Rightarrow \cos 2x = -1, \cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \end{array} \right.$$

k	0	1
x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$

k	0	1	2
x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

پس معادله در بازه $[0, 2\pi]$ جمعاً دارای ۶ جواب است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$ ؛ پس:

$$2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 1 + \sin 2x$$

حال معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$\sin 6x + \sin 2x = 1 + \sin 2x \Rightarrow \sin 6x = 1 \Rightarrow 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} = \frac{(2k+1)\pi}{12}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3\sin^2 2x + 3 = 3\cos^2 2x + \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow 3\cos^2 2x - 3\sin^2 2x = \frac{-3}{2} \Rightarrow \cos^2 2x - \sin^2 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos 4x = \frac{-1}{2} \Rightarrow 4x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}$$

k	۰	۱	۲
x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$(\sin x + \cos x)^2 = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + 2\sin x \cos x = 1 + 2\sin x \cos x$$

$$\sin^2\left(\frac{\sqrt{\pi}}{4}\right) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

حالا داریم:

$$1 + 2\sin x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\sin x \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار تابع، $T = \pi$ است، پس داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow \text{گزینه‌های ۱ و ۲ حذف می‌شوند.}$$

با توجه به نمودار تابع، نقاط $(\frac{\pi}{2}, 3)$ و $(\pi, -3)$ روی تابع قرار دارند.

$$y = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{x = \pi} 3 \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = 3 \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

نقطه $(\pi, -3)$ روی تابع $y = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ قرار ندارد، پس گزینه (۳) پاسخ تست است.

www.akoedu.ir

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۳

$$y = -\cos 2x \Rightarrow f(\cdot) = -1, T = \frac{2\pi}{2} = \pi, R_f = [-1, 1]$$

$$y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right) \Rightarrow f(\cdot) = 1, T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi, R_f = [-1, 1]$$

$$y = 2\cos 2x \Rightarrow f(\cdot) = 2, T = \frac{2\pi}{2} = \pi, R_f = [-2, 2]$$

$$y = -\frac{1}{2}\cos\left(-\frac{1}{2}x\right) \Rightarrow f(\cdot) = -\frac{1}{2}, T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi, R_f = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

با توجه به محدوده‌ی برد توابع و مقدار تابع در نقطه‌ی $x = 0$ و همچنین تناوب تابع، می‌توان تشخیص داد که گزینه‌ی ۲ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. M و N اولین دو نقطه‌ی برخورد متوالی نمودار تابع و محور x ها به ازای $x > 0$ هستند، پس باید اولین دو ریشه‌ی مثبت معادله‌ی زیر را بیابیم:

$$1 + 2\sin\frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \sin\frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \Rightarrow x_M = \frac{7\pi}{3}, x_N = \frac{11\pi}{3}$$

$$MN = x_N - x_M = \frac{4\pi}{3}$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$\sin x - \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = \sin x$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

k	-۱	۰	۱	۲	k	۰	۱
x	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	x	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$

بنابراین معادله در بازه‌ی $[-\pi, 2\pi]$ دارای ۴ جواب است. (توجه شود که $x = -\frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{7\pi}{6}$ تکراری است.)

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 22/5^\circ = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2 22/5^\circ = \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$\tan^2 22/5^\circ = \frac{\sin^2 22/5^\circ}{\cos^2 22/5^\circ} = \frac{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}}{\frac{2 + \sqrt{2}}{4}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{(2 - \sqrt{2})^2}{4 - 2}$$

$$= \frac{6 - 4\sqrt{2}}{2} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\tan^2 22/5^\circ = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2 \Rightarrow \tan 22/5^\circ = \sqrt{2} - 1$$

راه حل دوم:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{2 \tan 22/5^\circ}{1 - \tan^2 22/5^\circ}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2 \tan 22/5^\circ}{1 - \tan^2 22/5^\circ} \Rightarrow 1 - \tan^2 22/5^\circ = 2 \tan 22/5^\circ$$

$$\Rightarrow \tan^2 22/5^\circ + 2 \tan 22/5^\circ - 1 = 0 \Rightarrow \tan 22/5^\circ = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

$$\tan 22/5^\circ = -1 + \sqrt{2} \quad \checkmark$$

$$\tan 22/5^\circ = -1 - \sqrt{2} \quad \text{غ ق ف}$$

زیرا $\tan(22/5^\circ)$ باید عدد مثبت باشد.

۶۷

۶۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ، پس می‌توانیم به جای $\sin^2 x$ ، $1 - \cos^2 x$ را قرار دهیم:

$$4\sin^2 x + 4\cos x - 5 = 0 \Rightarrow 4(1 - \cos^2 x) + 4\cos x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 4\cos^2 x - 4\cos x + 1 = 0 \Rightarrow (2\cos x - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2\cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

حالا جواب کلی معادله $\cos x = \frac{1}{2}$ را به دست می‌آوریم:

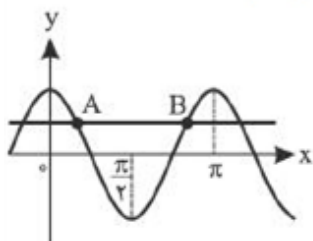
$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن نقاط تلاقی، توابع را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$\cos 2x = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

با توجه به این که دوره تناوب تابع $y = \cos 2x$ برابر π است پس مقدار x ها باید کم‌تر از π باشد.



$$A \xrightarrow{k=0} \frac{\pi}{6} \Rightarrow \left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$$

$$B \xrightarrow{k=1} \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \left(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$$

حالا طول پاره‌خط AB را به دست می‌آوریم:

$$Ab = \sqrt{\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{3}\right)^2} = \left|\frac{2\pi}{3}\right| = \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در توابع $y = a \cos(bx) + c$ ، $\max = |a| + c$ و $\min = -|a| + c$ است. با توجه به شکل، مقدار مینیمم تابع برابر -۱ است، پس داریم:

$$f(x) = b \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + a \Rightarrow \min = -|b| + a = -1$$

$$\min = -b + a = -1 \Rightarrow a - b = -1$$

با توجه به شکل، $b > 0$ است، پس:

از طرفی با توجه به شکل، $f(\pi) = \frac{1}{2}$ ، پس داریم:

$$f(\pi) = b \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + a = b \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + a = \frac{-b}{2} + a = \frac{1}{2}$$

حالا با حل دستگاه دستگاه مقادیر a و b را به دست می آوریم.

$$\begin{cases} a - b = -1 \\ a - \frac{b}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$f(x) = 2 + 3 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

در نهایت $f(0)$ را به دست می آوریم:

$$f(0) = 2 + 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 + 3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2}$$

۷۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم اگر $1 < x < 3$ باشد آن گاه $\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2}x < \frac{3\pi}{2}$ است چون $f^{-1}(-1)$ را می خواهیم

۷۲

باید ببینیم که مقدار تابع $f(x)$ در این بازه کجا -۱ می شود چون $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$ است، پس:

$$\frac{\pi}{2}x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۳

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(\sin x + \cos x) = \sin 2x$$

می‌دانیم $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x$ است، پس:

$$f(\sin x + \cos x) = (\sin x + \cos x)^2 - 1$$

اگر $\sin x + \cos x = t$ فرض کنیم داریم:

$$f(t) = t^2 - 1$$

مقدار $f\left(\frac{1}{3}\right)$ را می‌خواهیم:

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{8}{9}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در هر بازه‌ای که تابع $\tan x$ در آن بازه تعریف شده است، یکنواست. ۷۴

$$-\frac{\pi}{2} < 2x - \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow -\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$$

پس در بازه $\left(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right)$ هم یکنواست.گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۵

$$\max = a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

با توجه به نزولی بودن نمودار در مجاورت $x = 0$ ، علامت b منفی است، پس $b = -2$ و در نتیجه:

$$a + b = 1 - 2 = -1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۶

$$\begin{cases} \max = 3 + |a| \\ \min = 3 - |a| \end{cases} \Rightarrow 2|a| = 2 \Rightarrow |a| = 1$$

$$T = \frac{2\pi}{|a\pi|} = \frac{2}{|a|} = \frac{2}{1} = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۷۷)

$$2 \cos^2 x - 1 = -\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x = \pm\left(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow k = 0 \\ x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{18} \Rightarrow k = 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \end{cases}$$

پس ۴ جواب دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۷۸)

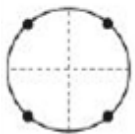
$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \left(\frac{2 \pm 1}{12}\right)\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}, \frac{13\pi}{12}, \frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x_{\max} - x_{\min} = \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{7\pi}{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۷۹)

$$\wedge \sin^2 x = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \wedge \sin^2 x \cos^2 x = 1$$



$$\Rightarrow 2 \sin^2 2x = 1 \Rightarrow \sin^2 2x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۸۰)

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} - x\right)$$

$$\frac{\pi}{4} - x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} - x + 2k\pi \times$$

$$\frac{\pi}{4} - x = \pi - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + x + 2k\pi \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{24} - k\pi$$

$$k = -1 \Rightarrow x = \pi - \frac{7\pi}{24} = \frac{17\pi}{24}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۱

$$\begin{aligned} \sin^4 x - \sin x &= \cos^4 x \Rightarrow -\sin x = \cos^4 x - \sin^4 x \\ \Rightarrow -\sin x &= (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) \\ \Rightarrow -\sin x &= \cos^2 x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6} \text{ و } \frac{11\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \text{جمع} = \frac{7\pi}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۲

$$3\sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{3} \text{ دو جواب}$$

$$3\cos x + a = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{a}{3}$$

معادله دوم یا جواب ندارد و یا جواب آن همان جواب معادله اول است.

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{3} = -\frac{a}{3} \Rightarrow a = \pm 2\sqrt{2} \\ -\frac{a}{3} = \pm 1 \Rightarrow a = \pm 3 \end{cases}$$

۸۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بدیهی است که a و b هم علامت هستند چون $a > 0$ ، پس: $b > 0$. با توجه به نمودار

$$a = \pi \text{ و } \frac{2\pi}{b} = \frac{2}{3} \text{ پس } b = \frac{3\pi}{2} \text{ و } b > 0.$$

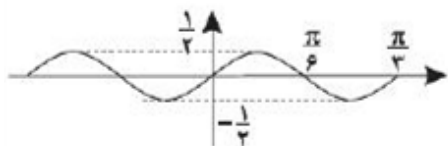
$$y = b \cos ax = \frac{4\pi}{3} \cos \pi x \Rightarrow \begin{cases} \max = \frac{4\pi}{3} \\ T = 2 \\ \min = -\frac{4\pi}{3} \end{cases}$$

۸۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۵

$$f(x) = \sin 3x \Rightarrow y = f(x)f\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 3x \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \sin 3x \cos 3x = \frac{1}{2} \sin 6x \Rightarrow y = \frac{1}{2} \sin 6x \Rightarrow \begin{cases} \max = \frac{1}{2} \\ \min = -\frac{1}{2} \\ T = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در تابع مثلثاتی $y = x \pm a \sin bx$ دوره تناوب \max و \min به ترتیب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ و $c + |a|$ و $c - |a|$ است.

$$c = 6, |a| = 3, \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۶

$$f(x) = \sin 2x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sin 2\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \cos 2x$$

$$\Rightarrow g(x) = \sin 2x \cos 2x \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2} \sin 4x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۷

$$\left. \begin{array}{l} \max = 2a + 3 \\ \min = 2a - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 2a + 3 + 2a - 3 = 12 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{\pi|a|}{3}} = \frac{6}{|a|} \Rightarrow T = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۹

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{4}{5}$$

از طرفی:

$$5 - 5\operatorname{tg}^2 \alpha = 4 + 4\operatorname{tg}^2 \alpha \Rightarrow 1 = 9\operatorname{tg}^2 \alpha \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \pm \frac{1}{3}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \pm 3$$

پس:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۰

$$3\cos 2x = \sin 2x - 1 \Rightarrow \frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x} = -3 \Rightarrow \frac{(1 - \sin 2x)^2}{\cos^2 2x} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{(1 - \sin 2x)^2}{1 - \sin^2 2x} = 9 \Rightarrow \frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x} = 9 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{8}{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۱

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

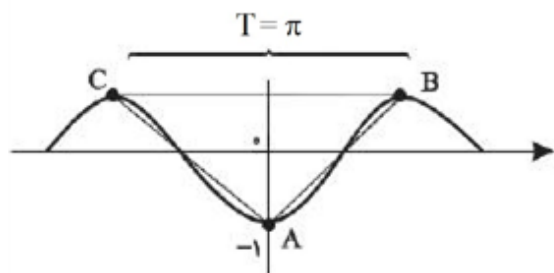
می‌دانیم: $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$

$$(\sin x \cos x)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}\sin 2x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = \pm 1$$

$$2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} = \frac{16\pi}{4} = 4\pi \text{ مجموع جواب‌ها:}$$



$$y = -(\sqrt{2} \cos^2 x - 1) = -\cos 2x \Rightarrow x = 0, y = -1, A(0, -1)$$

فاصله BC برابر یک دوره تناوب است.

$$T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$$

$$AH = \max - \min = +1 - (-1) = 2$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times \pi \times 2 = \pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم: $2 \cotg 2\alpha = \cotg \alpha - \tg \alpha$ ۹۳

$$y = \tg \frac{x}{2} - \cotg \frac{x}{2} = -\left(\cotg \frac{x}{2} - \tg \frac{x}{2}\right) = -2 \cotg x$$

در توابع $y = a \tg(bx) + c$ و $y = a \cotg(bx) + c$ ، $T = \frac{\pi}{|b|}$ است.

$$y = -2 \cotg x \Rightarrow T = \frac{\pi}{|1|} = \pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیب این خط برابر $\text{tg}(105^\circ)$ یا همان $-\text{Cotg } 15^\circ$ است. در کتاب ریاضی دوازدهم،

$$\text{Sin } 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \quad \text{و} \quad \text{Cos } 15^\circ = \frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}} \quad \text{به روش زیر محاسبه شده‌اند:}$$

$$\text{Cos } 30^\circ = 1 - 2\text{Sin}^2 15^\circ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\text{Sin}^2 15^\circ$$

$$\text{Sin}^2 15^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{-2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Sin } 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \quad (15^\circ \text{ در ربع اول است.})$$

$$\text{Sin } 30^\circ = 2\text{Sin } 15^\circ \text{Cos } 15^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} = 2 \times \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \text{Cos } 15^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{2-\sqrt{3}} \text{Cos } 15^\circ \Rightarrow \text{Cos } 15^\circ = \frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}} \quad (15^\circ \text{ در ربع اول است.})$$

بنابراین داریم:

$$\text{tg } 15^\circ = \frac{\text{Sin } 15^\circ}{\text{Cos } 15^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}}{\frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}} = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow -\text{Cotg } 15^\circ = \frac{-1}{\text{tg } 15^\circ}$$

بنابراین شیب خط برابر $2 - \sqrt{3}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cot \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{Sin } 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{3}{2}}{1 + \frac{9}{4}} = \frac{12}{13}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۶

$$\cos \frac{3x}{2} = \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{10} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} = 2k\pi + \frac{x}{2} + \frac{\pi}{10} \\ \frac{3x}{2} = 2k\pi - \frac{x}{2} - \frac{\pi}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{10} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{20} \end{cases} \xrightarrow{k=2} x = \frac{39\pi}{20} \Rightarrow a - b = 39 - 20 = 19$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۷

$$f(x) = \cos^4 \pi - \sin^4 \pi x = (\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x)(\cos^2 \pi x + \sin^2 \pi x) = \cos 2\pi x$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۸

تابع $y = -2 + 3 \sin \left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{6} \right)$ به دلیل ضریب $\frac{1}{4}$ متغیر x دارای دوره تناوب $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 4\pi$ و با توجه به ضریب

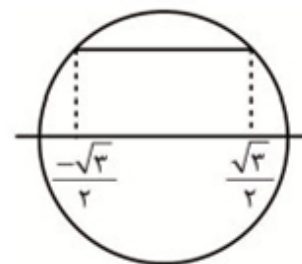
\sin و عدد ثابت دارای ماکزیمم $1 = 3 - 2$ و می نیمم $-5 = 3 - 2$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۹

$$\frac{\sin x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x}{\cos x} = \sin x - 2 \sin^2 x = 0$$

غ ق ق ۰

$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow$ پاره خط به طول $\sqrt{3}$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

$$3 \sin x - 5 \cos y = 2 \Rightarrow \sin x = -1, \cos y = -1$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, y = 2k\pi + \pi \Rightarrow \tan y + \cos 2x = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۱)

$$2 + 4 \sin \frac{x}{4} = 0 \Rightarrow \sin \frac{x}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 8k\pi - \frac{2\pi}{3} \\ \frac{x}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 8k\pi + \frac{10\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3}, 8\pi - \frac{2\pi}{3}, \dots \\ x = \frac{10\pi}{3}, 8\pi + \frac{10\pi}{3}, \dots \end{cases} \Rightarrow \text{طول بزرگ ترین پاره خط} = \frac{10\pi}{3} - \left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{12\pi}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۰۲)

$$8 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - 2 \sin x \cos x \Rightarrow 2 \sin^2 2x = 1 - \sin 2x \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{12}, x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

بزرگ ترین جواب $2\pi - \frac{\pi}{4}$ و کوچک ترین جواب $\frac{\pi}{12}$ است، پس:

$$2\pi - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{24\pi - 3\pi - \pi}{12} = \frac{20\pi}{12} = \frac{5\pi}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۳)

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x = \sin 2x \Rightarrow \cos 4x = \sin 2x \Rightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \\ 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \Rightarrow \text{جواب ۶} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{4} = \text{جواب ۲} \end{cases} \Rightarrow \text{جواب ۸}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره‌ی تناوب برابر 4π و ماکسیمم و مینیمم آن به ترتیب ۱ و -۵ است، پس: (۱۰۴)

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \\ \begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -5 \end{cases} \Rightarrow c = -2, |a| = 3 \end{cases}$$

$$ab + c = -\frac{3}{2} + (-2) = -\frac{7}{2}$$

بنابراین حاصل $ab + c$ برابر است با:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره‌ی تناوب تابع برابر ۴ و مقدار a منفی است، پس:

$$\frac{\pi}{|a|} = 4 \Rightarrow |a| = \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = -\frac{\pi}{4}$$

بنابراین $f\left(\frac{16}{3}\right)$ برابر است با:

$$f\left(\frac{16}{3}\right) = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4} \times \frac{16}{3}\right) = -\operatorname{tg}\frac{4\pi}{3} = -\operatorname{tg}\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos x (1 + \operatorname{tg}^2 x)} \Rightarrow f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos x \times \frac{1}{\cos^2 x}} = 2 \sin x \cos x = 2 \sin 2x$$

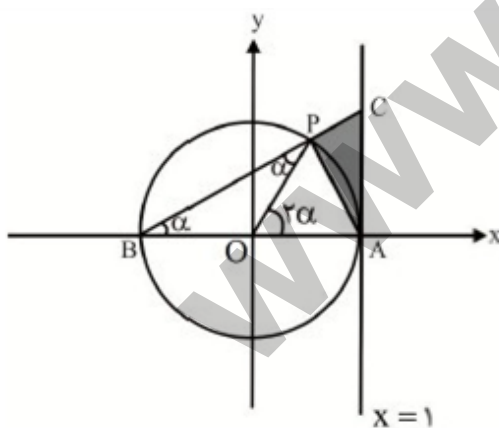
$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{2 \sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3 \cos \alpha + 3 \sin \alpha = 6 \sin \alpha - 2 \cos \alpha \Rightarrow 5 \cos \alpha = 3 \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{3}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2 \times \frac{5}{3}}{1 + \frac{25}{9}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{34}{9}} = \frac{9 \times 10}{3 \times 34} = \frac{15}{17}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه CAB داریم:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{2} \Rightarrow AC = 2 \operatorname{tg} \alpha$$

$$S_{CAB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{tg} \alpha$$

از O به P وصل می‌کنیم. زاویه‌ی POA برابر 2α است، پس ارتفاع مثلث BPA برابر $\sin 2\alpha$ می‌شود و داریم:

$$S_{BPA} = \frac{1}{2} \times 2 \times \sin 2\alpha = \sin 2\alpha$$

بنابراین مساحت قسمت رنگی برابر است با:

$$S_{\text{رنگی}} = 2 \operatorname{tg} \alpha - \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \cos \alpha \right)$$

$$= 2 \sin \alpha \left(\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} \right) = 2 \sin^2 \alpha \times \operatorname{tg} \alpha$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۹)

$$\cos 3x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = \cos 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi + 2x, 3x = 2k\pi - 2x$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi, x = \frac{2k\pi}{5} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که Max تابع مثلثاتی در $x = 3$ می باشد، پس تابع به فرم $\sin ax$ ، دارای دوره تناوب $12 = 4 \times 3$ و ضریب آن برابر $3 = (-2) - 1$ بوده که به اندازه -2 واحد روی محور y ها جابه جا شده، پس ضابطه آن $y = -2 + 3 \sin \frac{\pi}{6} x$ است.

$$\frac{2\pi}{a} = 12 \Rightarrow a = \frac{\pi}{6}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۱۱)

$$y = \frac{\operatorname{tg} ax}{1 + \operatorname{tg}^2 ax} = \frac{1}{2} \sin 2ax \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2a} = \frac{2\pi}{2} = \frac{2\pi}{2} = \frac{\pi}{5}$$

$$4 \sin(3x) \cos(3x) = 1$$

$$2 \sin(6x) = 1 \Rightarrow \sin(6x) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۲)

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{13\pi}{36} \end{cases} \\ 6x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{17\pi}{36} \end{cases} \end{array} \right.$$

این معادله در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ دارای ۴ جواب است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۳)

$$\cot x = \frac{3}{2} \sin 2x \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{3}{2} \times 2 \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \cos x = 3 \sin^2 x \cos x \Rightarrow \cos x (1 - 3 \sin^2 x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (1) \\ \sin x = \frac{1}{\sqrt{3}} & (2) \\ \sin x = \frac{-1}{\sqrt{3}} & (3) \end{cases}$$

معادله‌ی (۱) در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ دو جواب $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ دارد. معادله‌ی (۲) و معادله‌ی (۳) هر کدام دو جواب در یک دوره دایره‌ی مثلثاتی دارند، پس مجموعاً ۶ جواب خواهیم داشت.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۴)

اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ را T فرض کنیم آن‌گاه دوره‌ی تناوب تابع $f(2x)$ برابر $\frac{T}{2}$ خواهد بود. با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$T = \frac{2}{9} \times \frac{2}{T} \Rightarrow T^2 = \frac{4}{9} \xrightarrow{T > 0} T = \frac{2}{3}$$

دوره‌ی تناوب $f(x)$ برابر $\frac{2}{3}$ به دست آمد، پس دوره‌ی تناوب $f\left(\frac{x}{3}\right)$ برابر $3 \times \frac{2}{3}$ یعنی ۲ می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $\cos x = \cos \alpha$ ، آن‌گاه $x = 2k\pi \pm \alpha$.
 $\sin x = \sin \alpha$ ، آن‌گاه $x = 2k\pi + \alpha$ یا $2k\pi + \pi - \alpha$.

$$4 \cos^2 x = 1 + \cot^2 x \Rightarrow 4 \cos^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow 4 \sin^2 x \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \pm 1$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۶)

$$y = \sin^2 x + \cos^2 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

A طول نقطه: $y_{\min} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

B طول نقطه: $y_{\max} = 1 \Rightarrow \sin^2 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$

پس: $x_B - x_A = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $\alpha = x - \frac{\pi}{8}$ باشد، آن‌گاه $x + \frac{3\pi}{8} = \alpha + \frac{\pi}{2}$ (۱۱۷)

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(x + \frac{3\pi}{8}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x - \frac{\pi}{8} = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع تانژانت بین هر دو مجانب قائم خود صعودی است، پس در این‌جا کافی است $2x - \frac{\pi}{3}$ بین دو مجانب قائم f باشد. (۱۱۸)

$$0 < x < k \Rightarrow \frac{\pi}{3} - 2k < \frac{\pi}{3} - 2x < \frac{\pi}{3}$$

کافی است $2k - \frac{\pi}{3} < -\frac{\pi}{3}$ باشد، در نتیجه $k < \frac{5\pi}{12}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۱۹)

$$\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0 \Rightarrow 2 \sin x \cos x + \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x (2 \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

گزینه (۲) جزو جواب‌های این معادله نمی‌باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ماکزیمم تابع $f(x) = \sqrt{3} - \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ وقتی رخ می‌دهد که $\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) = -1$ باشد. به‌طور مشابه مینیمم هم وقتی رخ می‌دهد که $\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) = 1$ باشد.

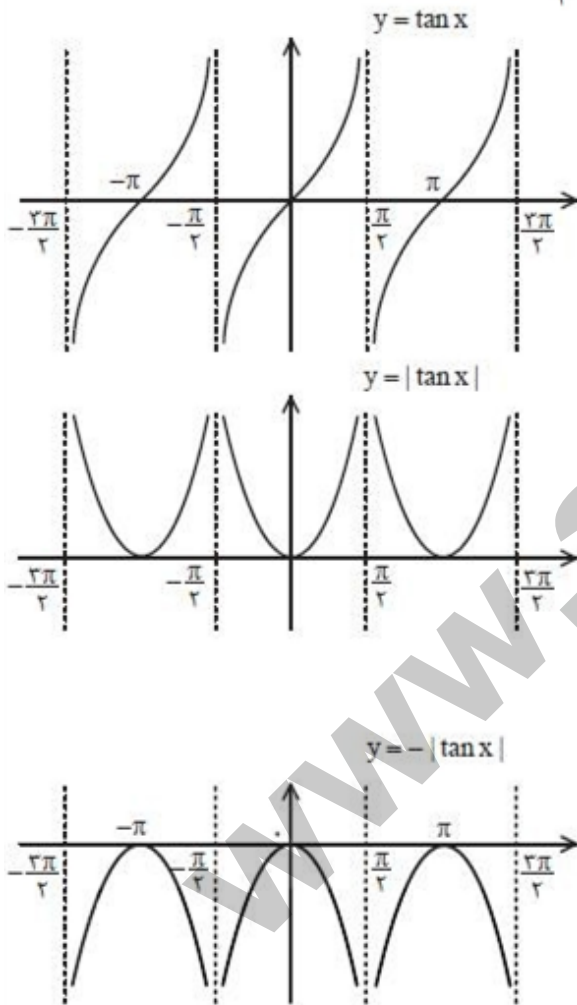
$$\max: \sqrt{3} - (-1) = \sqrt{3} + 1, \min: \sqrt{3} - 1$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{2}\right|} = 4$$

حالا دوره تناوب را پیدا می‌کنیم:

$$\text{مجموع مقادیر: } \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1 + 4 = 2\sqrt{3} + 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $y = -|\tan x|$ را رسم می‌کنیم:



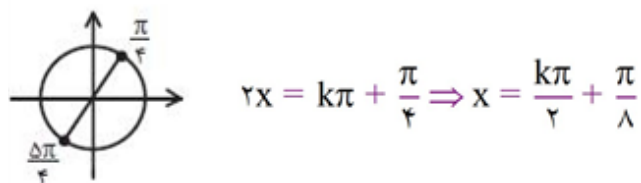
مطابق شکل در فاصله $[-\pi, -\frac{3\pi}{4}]$ اکیدا صعودی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲۲)

$$\cos^2 x - \cos x \sin x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2} 2 \cos^2 x - 2 \cos x \sin x = 1$$

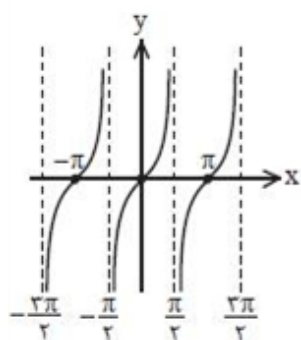
$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = 2 \cos x \sin x \Rightarrow \cos 2x = \sin 2x$$

در نقاط $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ مقادیر سینوس و کسینوس روی دایره مثلثاتی برابر می‌شود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع تنازانت غیریکنواست و در تمام بازه‌هایی که شامل نقاط $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ نباشد، اکیداً

صعودی است و در هیچ بازه‌ای این تابع نزولی نمی‌شود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با انتخاب $\sin x = t$ داریم:

$$3t^3 - 3t^2 - t + 1 = 0 \Rightarrow 3t^2(t-1) - (t-1) = 0$$

$$\Rightarrow (t-1)(3t^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ t = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

هر کدام از معادله‌های $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ و $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ در یک دور دایره مثلثاتی، دو جواب دارند پس مجموعاً

معادله‌ی فوق ۵ ریشه دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲۵

$$f(x) = a + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi bx\right) = a + \sin(\pi bx)$$

$$f(0) = -1 \Rightarrow a = -1$$

فاصله بین ۶ تا ۱۶ که ۱۰ واحد است، یک دوره تناوب است.

$$\frac{2\pi}{|\pi b|} = 10 \Rightarrow |b| = \frac{1}{5}$$

ضمناً اگر تابع را یک واحد به بالا انتقال دهیم متوجه می‌شویم که $b < 0$ است،پس $b = -\frac{1}{5}$ صحیح است در نتیجه $f(x) = -1 + \sin\left(-\frac{\pi x}{5}\right)$ می‌باشد.

$$f\left(\frac{125}{6}\right) = -1 - \sin\left(\frac{\pi}{5} \times \frac{125}{6}\right) = -1 - \sin\left(\frac{25\pi}{6}\right)$$

$$= -1 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

۱۲۶گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۲۷

$$\tan\frac{x}{2} - (1 - \cos x) = 0 \Rightarrow 2 \sin\frac{x}{2} \left(\frac{1}{\cos\frac{x}{2}} - 2 \sin\frac{x}{2}\right) = 0$$

$$\frac{\sin\frac{x}{2} \times (1 - \sin x)}{\cos\frac{x}{2}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin\frac{x}{2} = 0 \Rightarrow x = 2k\pi \\ \sin x = 1 \Leftrightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} \\ \cos\frac{x}{2} \neq 0 \Rightarrow x \neq 2k\pi + \pi \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲۸

$$x \in (0, 2\pi) \Rightarrow \frac{x}{4} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \tan\frac{x}{4} > 0$$

$$\Rightarrow 1 + \tan\frac{x}{4} > 1 \Rightarrow \sin\frac{x}{4} > 1$$
 هیچ ریشه‌ای ندارد.

$$\begin{aligned} 2y = \frac{\pi}{2} - 2x &\Rightarrow \tan 2x + \cot 2x = \frac{2 \sin 2x \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x} \\ &= \frac{2 \sin^2 2x + 1 - 2 \sin^2 2x}{\sin 2x} = \frac{1}{\cos 2y} \end{aligned}$$

www.akoedu.ir

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در این معادله از مرز $\frac{\pi}{2}$ دایره‌ی مثلثاتی برای تغییر نسبت کمک می‌گیریم:

$$\cos 7x = \sin 3x$$

$$\underbrace{\cos 7x}_{\text{مجهول}} = \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)}_{\text{معلوم}}$$

$$7x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$7x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 3x$$

$$10x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{20} \Rightarrow \frac{\pi}{20}, \frac{\pi}{4}, \frac{9\pi}{20}, \frac{13\pi}{20}$$

جواب های خاص:

$$\frac{17\pi}{20}, \frac{21\pi}{20}, \frac{5\pi}{4}, \frac{29\pi}{20}$$

$$\frac{33\pi}{20}, \frac{37\pi}{20}$$

$$7x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 3x$$

$$4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}$$

جواب های خاص:

پس معادله در بازه $[0, 2\pi]$ دارای ۱۴ جواب است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = a + b \sin(cx)$$

$$x = 0, y = 2 \Rightarrow 2 = a + b \sin(0) \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow |c| = 4$$

$$|b| + a = 5 \xrightarrow{\text{چون } a = 2} |b| = 3$$

چون نمودار \sin نسبت به محور x ها قرینه شده است، پس علامت b و c حتماً قرینه‌ی یکدیگر است. بنابراین ضابطه‌ی تابع یکی از دو حالت زیر است:

الف) $f(x) = 2 - 3\sin(4x)$

ب) $f(x) = 2 + 3\sin(-4x)$

با خروج منفی از \sin ، در واقع هر دو به یک معادله به صورت $f(x) = 2 - 3\sin(4x)$ تبدیل می‌شود. پس:

$$a - b + c = 2 + 3 + 4 = 9$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

↓ دو طرف به توان ۲

$$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 - \underbrace{2 \sin x \cdot \cos x}_{\sin 2x} = \frac{3}{4}$$

$$1 - \sin 2x = \frac{3}{4} \quad \sin 2x = \frac{1}{4}$$

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2(2x) = 1 - 2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) T_f = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \quad ۲) T_g = \frac{2\pi}{\frac{1}{3\pi}} = 6\pi^2$$

$$۳) T_h = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3} \quad ۴) T_m = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۴

به کمک رابطه‌ی $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ داریم:

$$2 + 2\cos x = 4(1 - \cos^2 x) \Rightarrow 4\cos^2 x + 2\cos x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \Rightarrow x = (2k - 1)\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳۵

چون دوره‌ی تناوب تابع $T = \pi/8$ است. پس:

$$f(200) = f(250 \times \pi/8) = f(0)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون f متناوب است و دوره‌ی تناوب آن ۴ است، پس: ۱۳۶

$$f\left(\frac{80}{2}\right) = f\left(\frac{800}{2} + \frac{1}{2}\right) = f\left(400 + \frac{1}{2}\right) = f\left(4 \times 100 + \frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

پاره‌خط واصل $(0, 1)$ و $(1, 0)$ به صورت $y = 1 - x$ است و در نتیجه $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ است.گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل $2/5$ برابر دوره‌ی تناوب برابر ۵ است. ۱۳۷

$$2/5 T = 5 \Rightarrow T = 2$$

با توجه به شکل نتیجه می‌شود که a و b مختلف‌العلامت می‌باشند.

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

$$-|a| = -2 \Rightarrow a = \pm 2$$

کم‌ترین مقدار تابع -2 است، پس:پس $\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$ در نتیجه $a + b = -1$ یا $a + b = 1$ می‌باشد، در نتیجه $|a + b| = 1$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۸

$$\max(y) = a + 1 + 3 = 4 \Rightarrow a = 0$$

$$\min(y) = a + 1 - 3 = 1 - 3 = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳۹

$$T_f = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}, \quad T_g = \frac{\pi}{4\pi} = \frac{1}{4}$$

$$T_h = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, \quad T_m = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$

با توجه به اعداد به دست آمده:

$$T_g < T_f < T_h < T_m$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بیشترین مقدار تابع $f(x) = a + b \cos kx$ برابر $|b| + a$ و کمترین مقدار آن $|b| - a$ است: (۱۴۰)

$$\begin{aligned} \text{بیشترین} &= |-2| + a = a + 2 \\ \text{کمترین} &= -|-2| + a = a - 2 \end{aligned} \Rightarrow a + 2 = 2(a - 2) \Rightarrow a = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۴۱)

$$\frac{3 \sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = 4 \Rightarrow 3 \sin x + 4 \cos x = 3 \sin x - \cos x$$

$$\Rightarrow \sin x = -5 \cos x \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = -5 \Rightarrow \operatorname{tg} x = -5 \Rightarrow \operatorname{Cotg} x = -\frac{1}{5}$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2x} = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$\Rightarrow -5 - \frac{1}{5} = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow -\frac{26}{5} = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow \sin 2x = -\frac{5}{13}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۴۲)

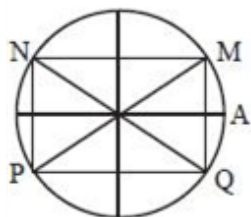
$$\alpha = K\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

$$K = \text{زوج} \Rightarrow \alpha = K\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{نقطه M}$$

$$K = \text{زوج} \Rightarrow \alpha = K\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{نقطه Q}$$

$$K = \text{فرد} \Rightarrow \alpha = K\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{نقطه P}$$

$$K = \text{فرد} \Rightarrow \alpha = K\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{نقطه N}$$



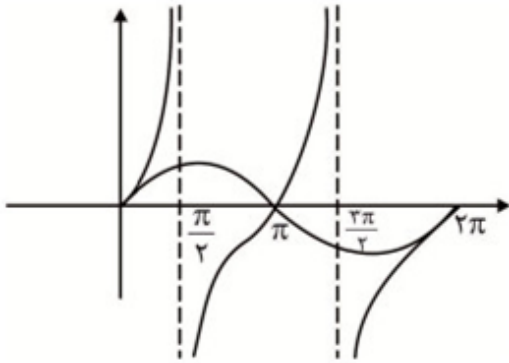
MNPQ مستطیل است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۳

نمودار به شکل $y = a \sin bx + c$ و با توجه به $y_{\max} = 8$ ، $y_{\min} = 2$ ، $|a| = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = 3$

$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2}$ و دوره تناوب $\frac{2+8}{2} = 3 \sin \cdot + c$ داریم:

$$c = 5, |b| = 2 \Rightarrow |a| + |b| + |c| = 12$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴۴

با توجه به شکل، ابتدا در بازه $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ و $g(x) > f(x)$

سپس در بازه $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ و $g(x) < f(x)$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴۵

$$A = \cos \frac{\pi}{32} \sin \frac{\pi}{32} \left(\cos \frac{3\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} - \sin \frac{3\pi}{32} \sin \frac{\pi}{32} \right) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{16} \cos \left(\frac{3\pi}{32} + \frac{\pi}{32} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8}$$

$$B = 8 \left(2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{32} \right) - 1 \right) = 8 \cos \frac{\pi}{16} \Rightarrow A \times B = 2 \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8}$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB \sqrt{2} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{3\pi}{2}$ پس $|b| = \frac{4}{3}$ است. ۱۴۶

$$y_{\max} = 6, y_{\min} = 2 \Rightarrow \begin{cases} |a| = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = 2 \Rightarrow a = -2 \\ c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow a|b| - c = -\frac{20}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۷

$$A = \frac{(1 - \cos^2 20^\circ) + \sin 20^\circ}{(1 - \cos 40^\circ) + 2 \sin 20^\circ} = \frac{\sin^2 20^\circ + \sin 20^\circ}{2 \sin^2 20^\circ + 2 \sin 20^\circ} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۴۸)

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\alpha \cos 2\alpha \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 4\alpha \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 8\alpha$$

$$\alpha = (3/75)^\circ$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(8 \times 3/75^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3.2^\circ = \frac{1}{16}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۴۹)

$$\text{Max}(y) = a + 1 + 3 = 4 \Rightarrow a = 0$$

$$\text{min}(y) = a + 1 - 3 = 1 - 3 = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۵۰)

$$f\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \left(\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} + \cos x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \times 2 \times \sin x \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \sin x$$

نمودار داده شده مربوط به $2 \sin x$ است، پس:

$$a = \pi, \quad b = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{c}{\pi} = 2 \Rightarrow c = 2\pi$$

$$a + b + c = \pi + \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۵۱)

$$T_f = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}, \quad T_g = \frac{\pi}{4\pi} = \frac{1}{4}$$

$$T_h = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, \quad T_m = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$

$$T_g < T_f < T_h < T_m$$

با توجه به اعداد به دست آمده:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۵۲)

$$y = -a(\cos^2 bx - \sin^2 bx) \Rightarrow y = -a \cos(2bx)$$

$$-a = 6 \Rightarrow a = -6$$

$$T = \frac{2\pi}{|2b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-6}{\pm \frac{1}{4}} = \pm 24$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۵۳)

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \operatorname{Cos} x \Rightarrow \frac{1}{\operatorname{Cos}^2 x} = \operatorname{Cos} x \Rightarrow \operatorname{Cos}^3 x = 1 \Rightarrow \operatorname{Cos} x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$$

$$k = \cdot \rightarrow x = \cdot$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۵۴)

$$\begin{aligned} \operatorname{Sin}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \operatorname{Cos}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) &= \frac{1}{2} \operatorname{Sin} 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{Sin}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2} \operatorname{Cos} 2x = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \operatorname{Cos} 2x &= -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اول ضابطه تابع را به کمک نمودار آن پیدا می‌کنیم، نمودار به ما می‌گوید که: (۱۵۵)

$$\operatorname{Max} = 5, \operatorname{Min} = 1, T = 4\pi$$

$$|a| = \frac{\operatorname{Max} - \operatorname{Min}}{2} = \frac{5 - 1}{2} = 2, c = \frac{\operatorname{Max} + \operatorname{Min}}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$y = 2 \operatorname{Cos}\left(\frac{x}{2}\right) + 3$$

مقدار تابع را در $x = -\frac{4\pi}{3}$ می‌خواهیم:

$$y\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = 2 \operatorname{Cos}\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + 3 = 2 \operatorname{Cos}\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 3 = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ماکزیمم تابع وقتی رخ می‌دهد که $\operatorname{Cos}\left(-\frac{\pi x}{2}\right) = 1$ و مینیمم هم وقتی رخ می‌دهد که (۱۵۶)

$$\operatorname{Cos}\left(-\frac{\pi x}{2}\right) = -1 \text{ باشد.}$$

$$y = \pi \operatorname{Cos}\left(-\frac{\pi x}{2}\right) + 3 \Rightarrow \operatorname{Max} = \pi + 3, \operatorname{Min} = -\pi + 3$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|-\frac{\pi}{2}\right|} = 4 \xrightarrow{\text{مجموع}} \pi + 3 + (-\pi + 3) + 4 = 10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $\operatorname{Sin} 2x = \operatorname{Sin} \frac{\pi}{6}$ باشد داریم: (۱۵۷)

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه A دومین نقطه قبل از صفر است که مقدار تابع $y = \operatorname{tg}x$ برابر $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ می‌شود. با توجه به دایره مثلثاتی می‌دانیم تابع $y = \operatorname{tg}x$ در نقاط $x = k\pi - \frac{\pi}{6}$ برابر $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ است. اولین نقطه قبل از صفر در $x = -\frac{\pi}{6}$ و دومین نقطه $-\frac{7\pi}{6}$ خواهد بود.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق شکل دوره تناوب تابع برابر $T = 6$ است، پس داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

چون حداکثر مقدار تابع برابر ۳ است، پس خواهیم داشت:

$$|a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

چون با افزایش مقدار x از $x = 0$ به بعد، مقدار تابع افزایش می‌یابد، پس باید مقادیر a و b هم‌علامت باشند یعنی اگر $b = \frac{1}{3}$ ، آن‌گاه $a = 3$ و اگر $b = -\frac{1}{3}$ ، آن‌گاه $a = -3$ ، از این‌رو باید $a + b = \frac{1}{3}$ یا $a + b = -\frac{1}{3}$ باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دوره تناوب توابع مربوط به گزینه‌های ۱ و ۳ برابر $\frac{2\pi}{4} = \pi$ است و دوره تناوب توابع مربوط به گزینه‌های ۲ و ۴ برابر $\frac{2\pi}{2} = \pi$ است. ماکزیمم و مینیمم تابع $y = a \sin x + b$ به ترتیب $|a| + b$ و

$-|a| + b$ است، پس خواهیم داشت:

$$\text{گزینه (۲): } \begin{cases} \text{Max} = 3 - 4 = -1 \\ \text{Min} = -3 - 4 = -7 \end{cases}$$

$$\text{گزینه (۴): } \begin{cases} \text{Max} = 4 - 3 = 1 \\ \text{Min} = -4 - 3 = -7 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع $y = c + a \sin bx$ روابط زیر برقرار است:

$$\begin{cases} c + |a| = \text{Max} = 6 \\ c - |a| = \text{Min} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ |a| = 5 \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. A و C نقاط متناظر با ماکزیمم و B نقطه متناظر با مینیمم است. ۱۶۲

$$\begin{cases} \frac{\pi}{3}x_A = -\pi \Rightarrow x_A = -3 \\ \frac{\pi}{3}x_C = \pi \Rightarrow x_C = 3 \\ \frac{\pi}{3}x_B = 2\pi \Rightarrow x_B = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = (-3, 3) \\ C = (3, 3) \\ B = (6, -1) \end{cases}$$

پس $m_{AB} = -\frac{4}{9}$ و $m_{BC} = -\frac{4}{3}$ و لذا $m_{AB} = \frac{1}{3}m_{BC}$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۳

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

برای یافتن ماکزیمم و مینیمم به جای کسینوس به ترتیب ۱ و -۱ را جایگزین می‌کنیم.

$$\text{Max} = 3 - 2(-1) = 5 \quad \text{Min} = 3 - 2(1) = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۴

$$y = a + b\left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right) = a + \frac{b}{2} - \frac{b}{2}\cos 2x \Rightarrow \begin{cases} a + \frac{b}{2} = 1 \\ \frac{b}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow a - b = -5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۵

$$1 + 2\cos 4x = 2 \Rightarrow \cos 4x = \frac{1}{2}$$

A اولین جواب منفی و B و C به ترتیب اولین و دومین جواب مثبت این معادله هستند.

$$4x = \frac{-\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا دوره تناوب را پیدا می‌کنیم. ۱۶۶

$$f(x) = -f(x - 2)$$

$$f(x + 2) = -f(x + 2 - 2) = -f(x) \Rightarrow f(x + 2 + 2) = -f(x + 2) \Rightarrow f(x + 4) = f(x)$$

پس $T = 4$ است.

$$f(-1/6) - 2f(1/4) = f(2/4 - 4) - 2f(4 + 4/4) = f(2/4) - 2f(4/4)$$

$$= 3 - 2f(2 + 2/4) = 3 + 2f(2/4) = 3 + 6 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۷

$$\cos 3x = -\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} + x + 2k\pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = -\frac{\pi}{2} - x + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{جواب}} x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۸

$$\sin 4x = -\sin 2x \Rightarrow \sin 4x = \sin(-2x) \Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi - 2x \\ 4x = 2k\pi + \pi + 2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۹

$$\cos 3x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\cos x \Rightarrow \cos(3x) = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \checkmark \\ \text{یا} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\cos\left(k\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ چون}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷۰

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{8\pi + \pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{6\pi - \pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\operatorname{Cotg} \alpha$$

$$\cos \alpha (-\sin \alpha) + \operatorname{Cotg} \alpha = -\frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{1}{2} \times \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{2 \times \frac{3}{4}}{1 + \frac{16}{9}} + \frac{3}{4} = \frac{27}{100}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۱)

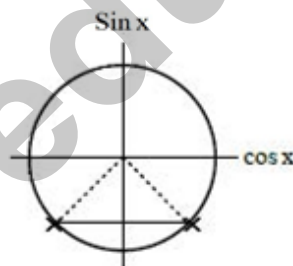
$$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\cos^2 x}} = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{12}$$

$$\xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}$$

$$4 \sin x + \sqrt{8} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{8}}{4} = -\frac{2\sqrt{2}}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۷۲)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۳)

$$2x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{\text{جواب}} x_1 = 0$$

$$2x = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow 4x = (2k+1)\pi \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{4}$$

$$\text{جوابها: } x_2 = \frac{\pi}{4}, x_3 = \frac{3\pi}{4}, x_4 = \pi$$

$$0 + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \pi = \frac{9\pi}{4}$$

مجموع تمام جوابها برابر است با:

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x$$

$$\cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \pm \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \cos x = -\frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{tg} x = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷۵

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{3} - x\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$$

$$\Rightarrow 3 \cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 5 = 0 \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2 \pm 8}{6} = -1 \text{ یا } \frac{5}{3}$$

$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{3}$ که جواب ندارد، پس:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Rightarrow x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷۶

$$\sin^4 x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (\sin^3 x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } \pi \text{ و } 2\pi \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شروع صعودی به ازای $x > 0$ پس $b > 0$ بنابراین برای آنکه تابع ماکزیمم

شود باید $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ باشد، در نتیجه $x = \frac{\pi}{6}$ است یعنی تابع از نقطه $\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right)$ می گذرد.

$$\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right) \Rightarrow a + b \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3} - b$$

$$f(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{3}}{2} b = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b + \frac{\sqrt{3}}{2} b = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۷۸)

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow (\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} (2 \sin x \cos x) \Rightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = (1 - \sin x \cos x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x \cos x = 1 \Rightarrow 2 \sin x \cos x = 2 \Rightarrow \sin 2x = 2 \\ \text{یا} \\ \sin x + \cos x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \text{یا} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 0, x = 2\pi \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{مجموع} = \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۷۹)

$$y = 1 + a \left(\frac{1}{2} \sin(2bx) \right) \Rightarrow y = 1 + \frac{a}{2} \sin(2bx) \Rightarrow 1 + \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = 1$$

$$T = \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \Rightarrow |b| = 1 \xrightarrow{a \cdot b > 0} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

تذکر: توجه داشته باشید تابع سینوس برای $x > 0$ صعودی شروع می‌شود پس a و b هم‌علامتند که حالت $a = -1$ و $b = -1$ یعنی $a + b = -2$ در گزینه‌ها نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $\frac{\pi}{\sqrt{7}}$ و $\frac{6\pi}{\sqrt{7}}$ مکمل یکدیگرند، پس $\text{tg} \frac{\pi}{\sqrt{7}} + \text{tg} \frac{6\pi}{\sqrt{7}} = 0$. از طرفی $\sin \frac{3\pi}{\sqrt{7}} = -1$ (۱۸۰)

است، پس معادله به صورت زیر خواهد بود: $-1 + \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۸۱)

$$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{0/8}{1 - 0/16} = \frac{20}{21}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۸۲)

ابتدا کوچکترین زاویه x را تعیین می‌کنیم ممکن است دو کمان متمم باشند.

$$(x + 30^\circ) + (2x) = 90^\circ \Rightarrow x = 20^\circ = \frac{\pi}{9}$$

مضارب زوج π را می‌توان اضافه کرد $2k\pi + \frac{\pi}{9}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۸۳)

$$\frac{\sin 4x + \sin 3x}{1 + \cos x} = 0 \Rightarrow \sin 4x = \sin(-3x), \cos x \neq -1$$

$$4x = 2k\pi + (-3x) \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{7}$$

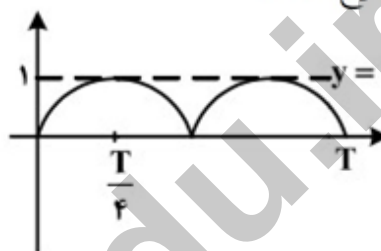
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۸۴)

$$2 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{8}\right) + 3 \cos \left(x - \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{2}\right) = 5 \Rightarrow 2 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{8}\right) + 3 \sin \left(x - \frac{\pi}{8}\right) = 5$$

پس $\sin \left(x - \frac{\pi}{8}\right) = 1$ در نتیجه فقط $x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2}$ یک جواب در بازه $[0, 2\pi]$ دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۸۵)

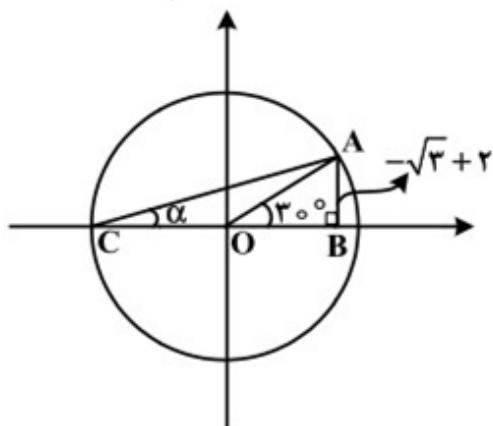
$$y = \left| \cos \left(\frac{9\pi}{2} - ax\right) \right| = |\sin(ax)|$$



می‌بایست π به اندازه $2T + \frac{T}{4}$ باشد، تا خط $y = 1$ را در ۷ نقطه قطع کند چون $T = \frac{2\pi}{a}$ ($a > 0$)، پس داریم:

$$\frac{6\pi}{a} + \frac{\pi}{2a} = \pi \Rightarrow \frac{13\pi}{2a} = \pi \Rightarrow a = \frac{13}{2} = 6.5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ضلع روبه‌رو به زاویه 30° ، نصف وتر است. ۱۸۶



$$OC = OA = \frac{AB}{\sin 30^\circ} = -2\sqrt{3} + 4$$

$$OB = OA \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times (-2\sqrt{3} + 4) = \sqrt{3}(-\sqrt{3} + 2)$$

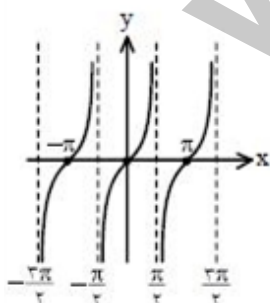
$$BC = -2\sqrt{3} + 4 + \sqrt{3}(-\sqrt{3} + 2) = (\sqrt{3} + 2)(-\sqrt{3} + 2) = -3 + 4 = 1$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3} + 2)^2} = \sqrt{1 + 7 - 4\sqrt{3}} = 2\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع تانژانت غیریکنوا است و در تمام بازه‌هایی که شامل نقاط $x = K\pi + \frac{\pi}{2}$ نباشد، اکیداً ۱۸۷

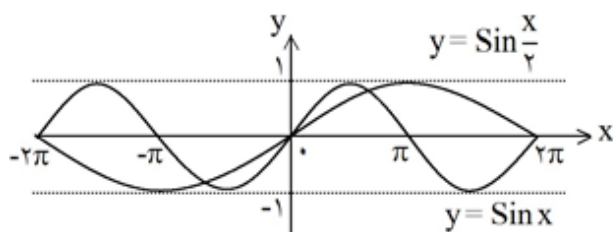
صعودی است و در هیچ بازه‌ای این تابع نزولی نمی‌شود.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بیشترین مقدار تابع $y = 2\sin 3x - 1$ در نقاطی رخ می‌دهد که $\sin 3x$ برابر ۱ باشد. می‌دانیم $y = \sin x$ در $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ بیشترین مقدار خود را دارد، پس $y = \sin 3x$ در $3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ماکزیمم می‌شود.

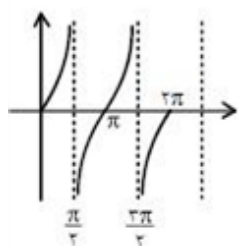
$$3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این نمودار در کتاب درسی رسم شده است.



مطابق شکل دو نمودار در فاصله $(-2\pi, 2\pi)$ در سه نقطه با هم برخورد می‌کنند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در تمام ناحیه‌ها $\operatorname{tg} \alpha$ رو به افزایش است، ولی در ناحیه‌هایی که $\operatorname{tg} \alpha$ منفی است، $|\operatorname{tg} \alpha|$ رو به کاهش است، پس α در ناحیه دوم یا چهارم است. در ناحیه دوم، $\sin \alpha$ رو به کاهش است، پس فقط ناحیه چهارم جواب است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $\operatorname{tg} x$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ صعودی است، پس طول بزرگ‌ترین بازه با این خاصیت برابر π است. طول بزرگ‌ترین بازه در تابع $y = \operatorname{tg} 3x$ و $y = 2\operatorname{tg} 3x$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \operatorname{tg} ax, T = 2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{|a|} = 2\pi \Rightarrow |a| = \frac{1}{2}$$

چون در بازه‌هایی که تابع تعریف شده است، نزولی است، پس a منفی است لذا $a = -\frac{1}{2}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ ، دوره تناوب ماکزیمم و مینیمم به ترتیب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ ، $|a| + c$ و $-|a| + c$ است.

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |b| = 4 \\ |a| + c = 9 \Rightarrow c = 6 \\ -|a| + c = 3 \Rightarrow |a| = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \pm 3 \sin 4x \\ y = 6 \pm 3 \cos 4x \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه ۱ و ۲، اختلاف Max و Min برابر ۱۲ است. در گزینه ۳، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{3}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $\operatorname{tg} x$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ صعودی است، پس تابع $\operatorname{tg} 3x$ در بازه $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$ صعودی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -\operatorname{tg}(ax) = \operatorname{tg}(-ax), T = \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{-a} \Rightarrow a = -2$$

چون تابع صعودی است، پس $a < 0$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} T = \frac{2\pi}{3} \\ \operatorname{Max} = \frac{3}{4} \\ \operatorname{Min} = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{2\pi}{9}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: دوره تناوب تابع $\sin ax$ برابر $\frac{2\pi}{|a|}$ است.

$$y = \frac{1}{4} \sin 2x (-\cos 2x) = -\frac{1}{4} \sin 4x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

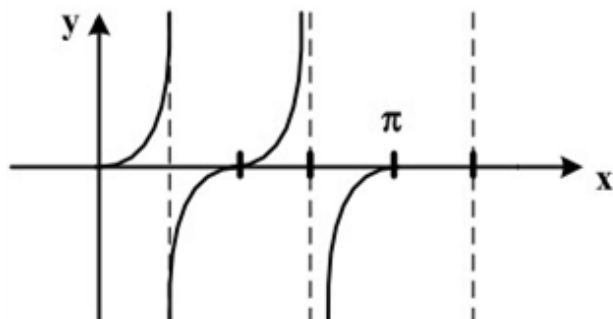
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انبساط یا انقباض افقی دوره تناوب را تغییر می‌دهد. اگر دوره تناوب $f(x)$ برابر T باشد، دوره تناوب $af(bx + c) + d$ برابر $\frac{T}{|b|}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب $\tan 2x$ برابر $\frac{\pi}{2}$ است. ۲۰۰

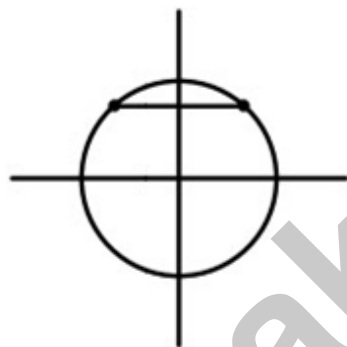
$$y = \tan 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x = \pm \infty$$

با توجه به شکل از سه قطعه تشکیل شده است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰۱

$$1 - 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$$


با توجه به دایره مثلثاتی $x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰۲

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = \cot 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{2 \tan \alpha}$$

$$1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{5}{12}$$

پس حاصل برابر $\frac{5}{12}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۰۳

کمترین مقدار $|b|$ برابر صفر است در نتیجه $a = 1$ دوره تناوب تابع می‌توان در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ باشد پس $\frac{2\pi}{|b|} = \pi$

در نتیجه $|b| = 2$ نمودار تابع در ناحیه اول مثلثاتی حالت نزولی دارد، پس $b = -2$ یا $a + b = -1$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۴)

نکته:

(۱) اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(kx)$ ، T باشد، دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ ، kT خواهد بود.(۲) دوره‌ی تناوب توابع $a \pm bf(x \pm c)$ و $f(x)$ با هم برابرند.در این سؤال $T_y = \frac{1}{3}$ ، در نتیجه $T_f = 3 \times \frac{1}{3} = 1$ می‌باشد.

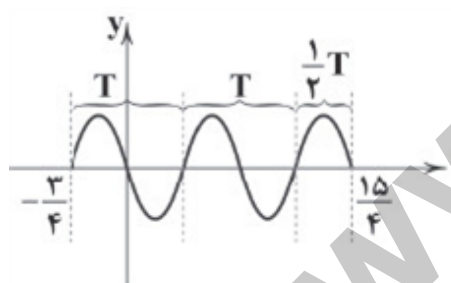
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰۵)

$$T_f = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi, \quad T_g = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{a}\right|} = 2|a|$$

$$4\pi = 2(2|a|) \Rightarrow |a| = \frac{2\pi}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰۶)

$$\sin 2x = \sin(-2x) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - 2x \\ 2x = 2k\pi + \pi + 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} \Rightarrow x \in \left\{0, \pm\frac{\pi}{3}, \pm\frac{2\pi}{3}, \dots\right\} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \in \left\{\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \dots\right\} \end{cases}$$

از بین گزینه‌ها، $\frac{7\pi}{4}$ در دسته جواب‌های به دست آمده قرار ندارد.گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر به نمودار توجه کنید، فاصله‌ی $-\frac{3}{4}$ تا $\frac{15}{4}$ ،

برابر دوره‌ی تناوب است.

$$\frac{15}{4} - \frac{3}{4} = T \Rightarrow \frac{12}{4} = T \Rightarrow T = 3$$

دوره‌ی تناوب $f(x)$ برابر $\frac{9}{5}$ است، پس دوره‌ی تناوب $f(2x)$ - ۳ برابر

$$\frac{9}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بیشترین مقدار، کمترین مقدار و دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = a + b\sin(cx + d)$ به ترتیب $a + |b|$ ، $a - |b|$ و $\frac{2\pi}{|c|}$ می‌باشد. اطلاعات مسئله در تابع $y = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sin 4\pi x$ صدق می‌کند:

$$\left. \begin{aligned} \max(y) &= \frac{1}{2} + \left| -\frac{3}{2} \right| = 2 \\ \min(y) &= \frac{1}{2} - \left| -\frac{3}{2} \right| = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \max(y) - \min(y) = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|4\pi|} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک اتحاد $x^2 \pm Ax = \left(x \pm \frac{A}{2}\right)^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2$ تابع داده شده را مربع کامل می‌کنیم.

$$y = \cos^2 x - 4\cos x + 1 = (\cos x - 2)^2 - 3$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \xrightarrow{-2} -3 \leq \cos x - 2 \leq -1 \Rightarrow 1 \leq (\cos x - 2)^2 \leq 9 \xrightarrow{-3} -2 \leq y \leq 6$$

$$\Rightarrow \max(y) = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ و همچنین $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ پس:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + 2\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= (\sin^2 \alpha + 1)^2 = \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2} + 1\right)^2 \\ &= \frac{(3 - \cos 2\alpha)^2}{4} \end{aligned}$$

با مقایسه، $A = 3$ و $B = -1$ به دست می‌آید، پس $A + B = 2$ خواهد بود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر $\sin x = t$ فرض شود، معادله به صورت $t^2 - (1+m)t + 2(m-1) = 0$ تبدیل می‌شود. حال حل معادله:

$$\Delta = (1+m)^2 - 8(m-1) = m^2 + 2m + 1 - 8m + 8 = m^2 - 6m + 9 = (m-3)^2$$

$$t = \frac{1+m \pm (m-3)}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \sin x = \frac{2m-2}{2} = m-1 \\ t_2 = \sin x = 2 \text{ ریشه حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

اگر قرار باشد که معادله‌ی $\sin x = m-1$ ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد، باید:

$$|m-1| > 1 \Rightarrow m-1 > 1 \text{ یا } m-1 < -1 \Rightarrow m > 2 \text{ یا } m < 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توان دوم عبارت $(\sin 5/5^\circ - \cos 5/5^\circ)$ را حساب می‌کنیم:

$$(\sin 5/5^\circ - \cos 5/5^\circ)^2 = \sin^2(5/5^\circ) + \cos^2(5/5^\circ) - \underbrace{2\sin 5/5^\circ \cos 5/5^\circ}_{\sin 2(5/5^\circ)}$$

$$= 1 - \sin 11^\circ = 1 - 0.19 = 0.81$$

$$|\sin 5/5^\circ - \cos 5/5^\circ| = 0.9$$

$$\sin 5/5^\circ - \cos 5/5^\circ = -0.9$$

حال از طرفین جذر می‌گیریم:
چون $\cos 5/5^\circ > \sin 5/5^\circ$ است، پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو تابع را برابر هم قرار می‌دهیم و معادله را حل می‌کنیم:

$$\sin x + 1 = \cos x + 2 \Rightarrow \sin x - \cos x = 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} \sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x = 1$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{k=1} x = \frac{\pi}{2}$$

البته چون طرفین معادله‌ی اولیه را به توان رساندیم، همه‌ی جواب‌های $\frac{k\pi}{2}$ قابل قبول نیستند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sin x (\sin^2 x - 2\sin x + 1) = 0 \Rightarrow \sin x (\sin x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

مجموع جواب‌های به دست آمده، $\frac{7\pi}{2}$ است.

۲۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب‌های کلی معادله‌ی $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k + 1)\pi - \alpha$ است که $k \in \mathbb{Z}$.

نکته: جواب‌های کلی معادله‌ی $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ است که $k \in \mathbb{Z}$.

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \text{نکته}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \text{نکته}$$

سمت راست تساوی را به کمک اتحاد مزدوج ساده می‌کنیم، داریم:

$$\sin 2x = \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 \underbrace{(\cos^2 x - \sin^2 x)}_{\cos 2x}$$

$$2 \sin 2x \cos 2x = \cos 2x \Rightarrow \cos 2x (2 \sin 2x - 1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \\ \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} \xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{5\pi}{12} \end{cases} \end{array} \right.$$

بنابراین اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه برابر است با:

$$\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{8\pi}{12} = \frac{2\pi}{3}$$

۲۱۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha \quad \text{نکته}$$

با توجه به نکته داریم $y = \tan(\pi + ax) = \tan ax$ ، نمودار $y = \tan x$ بین $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$ رسم می‌شود و نمودار

داده‌شده بین π و $-\pi$ است. پس ضابطه‌ی آن به صورت $y = \pm \tan \frac{1}{4}x$ است و $a = \pm \frac{1}{4}$.

همچنین می‌دانیم نمودار $y = \tan x$ در بازه‌هایی که تعریف می‌شود اکیداً صعودی است. نمودار داده‌شده اکیداً نزولی است، پس مقدار a منفی است.

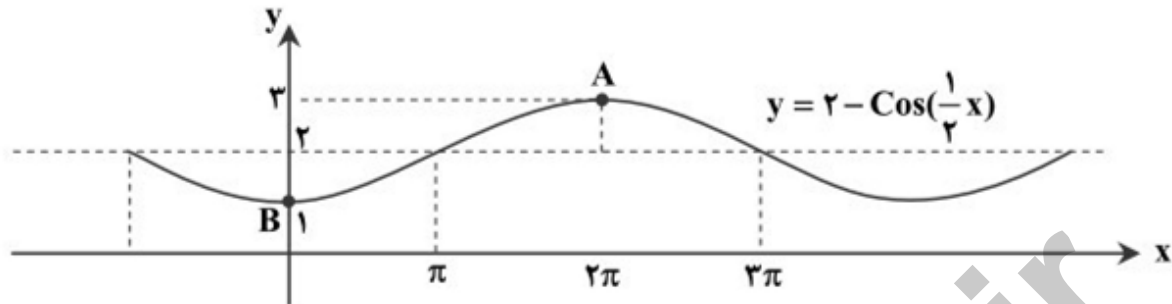
$$\text{بنابراین } a = -\frac{1}{4}$$

۲۱۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

برای رسم تابع، نمودار $\cos x$ را در راستای افقی با ضریب ۲ منبسط می‌کنیم و سپس نمودار آن را نسبت به محور x قرینه کرده و ۲ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم.



اگر نقاط A و B به صورت بالا انتخاب شوند، حداکثر شیب به دست می‌آید. دقت کنید که اگر نقطه‌ی A قبل از نقطه‌ی B در نظر گرفته شود، شیب خط منفی و اگر هر نقطه‌ی دیگر بعد از 2π در نظر گرفته شود، شیب خط از این مقدار کمتر خواهد شد، بنابراین:

$$\begin{cases} A (2\pi, 3) \\ B (0, 1) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{3 - 1}{2\pi - 0} = \frac{1}{\pi}$$

۲۱۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

نکته: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$ و $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

$$\begin{aligned} a \sin \frac{\pi}{5} &= \sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{4} \sin \frac{4\pi}{5} \\ &= \frac{1}{4} \sin \frac{4\pi}{5} \\ &= \frac{1}{4} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{5}\right) = \frac{1}{4} \cos \left(\frac{-3\pi}{10}\right) = \frac{1}{4} \cos \frac{3\pi}{10} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در توابع $y = a \cos(bx) + c$ و $y = a \sin(bx) + c$ ، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ ، ماکزیمم برابر $|a| + c$ و مینیمم برابر $-|a| + c$ است.

ابتدا توجه کنید که $f(0) = 1$ ، پس می‌توان نوشت:

$$f(0) = 1 \Rightarrow 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

اکنون توجه کنید که دوره تناوب تابع برابر $\frac{\pi}{4}$ است. بنابراین با توجه به نکته داریم:

$$T = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 4 \Rightarrow b = \pm 4$$

بیشترین مقدار تابع برابر ۴ است، پس با توجه به نکته داریم:

$$|a| + c = 4 \xrightarrow{c=1} |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

چون تابع $f(x)$ در بازه $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ صعودی است، پس a و b یا هر دو مثبت‌اند و یا هر دو منفی، بنابراین دو حالت امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases} a = 3, b = 4, c = 1 \\ a = -3, b = -4, c = 1 \end{cases}$$

در هر دو حالت داریم: $abc = 12$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k+1)\pi - \alpha \end{cases}$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\sin x - \cos 2x = 2 \Rightarrow \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = 2 \Rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{3}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب‌های معادله‌های کلی $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ است. ($k \in \mathbb{Z}$)

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$2 \cos x = \sqrt{3} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\cos \pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

با جای‌گذاری مقادیر صحیح به جای k در عبارت بالا نتیجه می‌شود که جواب‌های $\frac{\pi}{6}, \frac{-\pi}{6}, 2\pi + \frac{\pi}{6}$ و $2\pi - \frac{\pi}{6}$ از

معادله در بازه‌ی داده شده هستند که حاصل جمع آن‌ها برابر است با:

$$-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} - 2\pi + \frac{\pi}{6} - 2\pi - \frac{\pi}{6} = -4\pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب‌های کلی معادله‌ی $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k + 1)\pi - \alpha$ است ($k \in \mathbb{Z}$).

نکته: مساحت مثلث ABC برابر است با: $S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$

زاویه‌ی بین دو ضلع با طول‌های ۳ و ۸ را α در نظر می‌گیریم. طبق فرض مساحت مثلث برابر ۶ است، پس:

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 \times \sin \alpha \Rightarrow 6 = 12 \times \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \alpha = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

α زاویه‌ای از مثلث است، پس $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ، بنابراین فقط جواب‌های $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{5\pi}{6}$ یعنی 30° و 150° از این

معادله قابل قبول هستند، یعنی دو مثلث با شرایط موردنظر وجود دارد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{5} = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 = 1 - 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 1 - \sin x$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos x = \frac{3}{5}$$

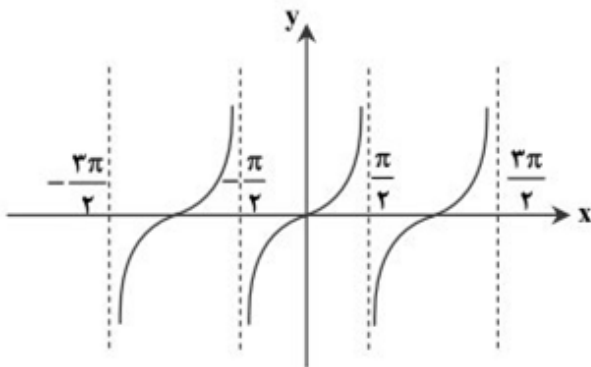
۲۲۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

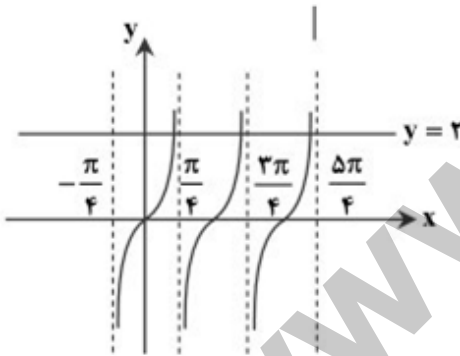
دوره تناوب تابع $T = \frac{2\pi}{3}$ پس $b = 3$ است.تابع در $x = 0$ دارای مینیمم -1 است، یعنی $a = -1$ و $c = \frac{\pi}{4}$. چون می‌بایست به فرم کلی $f(x) = -\cos 3x$ باشد، پس $abc = -\frac{3\pi}{4}$ است.

۲۲۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: نمودار $y = \tan x$ شکل زیر است.نمودار $y = \tan 2x$ را با یک انقباض افقی نمودار $y = \tan x$ رسم می‌کنیم.

برای آنکه خط $y = 2$ به‌ازای $x > 0$ در نقطه نمودار را قطع کند، حداقل a باید تقریباً از $\frac{3\pi}{4}$ بیشتر باشد و تقریباً از π کمتر باشد. پس a می‌تواند هر عددی در این محدوده باشد که با توجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی ۲ پاسخ است. دقت کنید که سایر گزینه‌ها در این حدود نیستند و تعداد نقاط تقاطع برابر ۲ نیست.



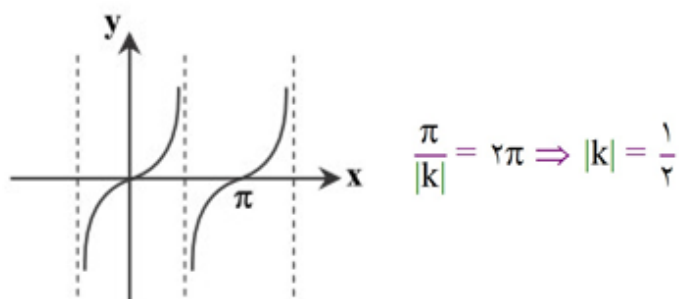
۲۲۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع f را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد، به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $f(x \pm T) = f(x)$ و $x \pm T \in D_f$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره‌ی تناوب f می‌نامیم.

نکته: نمودار تابع $y = \tan x$ به صورت روبه‌رو است:

نکته: دوره‌ی تناوب تابع $y = \tan(ax)$ برابر $\frac{\pi}{|a|}$ است.



در شکل سؤال دوره‌ی تناوب 2π است، پس:

تابع تناوبت در بازه‌هایی که تعریف شده است، صعودی است در حالی که نمودار شکل داده‌شده نزولی است، پس k مقداری منفی $k = -\frac{1}{2}$ قابل قبول است.

۲۲۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع $y = a \sin(bx) + c$ و $y = a \cos(bx) + c$ دارای مقادیر ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم

$-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به صورت سؤال و نکته می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -7 \\ \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \end{cases}$$

از جمع دو رابطه‌ی اول $c = -3$ ، از تفاضل آن‌ها $|a| = 4$ و از رابطه‌ی سوم، $|b| = \frac{1}{2}$ است.

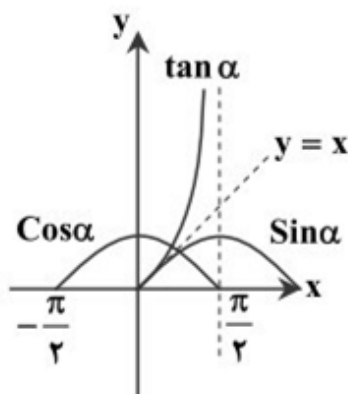
پس $y = 4 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) - 3$ یکی از جواب‌های مسئله است و گزینه‌ی ۲ پاسخ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

راه حل اول:

نمودار توابع $y = \cos \alpha$ و $y = \tan \alpha$ را روی یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.

می‌بینیم که در برخی از نقاط این ناحیه $\cos \alpha > \sin \alpha$ و در برخی نقاط $\sin \alpha > \cos \alpha$ اما برای تمام نقاط ناحیه اول $\sin \alpha < \tan \alpha$.



راه حل دوم:

در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ می‌توان نوشت:

$$\cos \alpha < 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} > 1 \xrightarrow[\sin \alpha > 0]{\text{ضرب طرفین در } \sin \alpha} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} > \sin \alpha \Rightarrow \tan \alpha > \sin \alpha$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره‌ی تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به نکته، دوره‌ی تناوب هر دو تابع را بدست می‌آوریم:

$$y_2 = -3 \sin(a\pi x) \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{|a\pi|} = \frac{2}{|a|}$$

$$y_1 = 2 \cos(3\pi x) \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$$

باید $T_1 = 2T_2$ پس:

$$\frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{|a|} \Rightarrow |a| = 6 \Rightarrow a = \pm 6$$

مطابق صورت سؤال، مقدار مثبت a ، برابر ۶ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۳۰ابتدا توجه کنید که $f(0) = 1$ پس $a = 1$ ، از طرفی $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ، بنابراین:

$$f(x) = 1 + b \tan x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 + b = 3 \Rightarrow b = 2$$

اکنون با جای‌گذاری مقادیر a و b در تابع f به ضابطه‌ی $f(x) = 1 + 2 \tan x$ می‌رسیم. توجه کنید که طبق شکل، $f(c) = 0$ پس داریم:

$$1 + 2 \tan c = 0 \Rightarrow \tan c = -\frac{1}{2}$$

$$b + a \tan c = 2 + (1) \left(-\frac{1}{2}\right) = 1/5$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۳۱نکته: $(fg)(x) = f(x)g(x)$; $D_{fg} = D_f \cap D_g$

می‌دانیم $\tan x \cdot \cot x = 1$ پس ضابطه‌ی تابع f را به صورت ساده‌تر شده‌ی

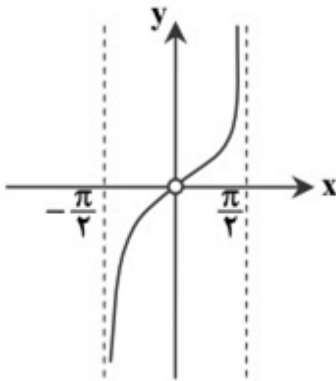
$$f(x) = \tan x \quad (x \neq \frac{k\pi}{2} \text{ با شرط } x \neq \frac{k\pi}{2})$$

می‌نویسیم. دقت کنید که با توجه به نکته‌ی بالا، دامنه‌ی این تابع برابر است با:

$$\mathbb{R} - \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

اکنون نمودار تابع $f(x) = \tan x$ (با شرط $x \neq 0$) را در بازه‌ی $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

رسم می‌کنیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳۲

نکته: تابع f را متناوب می‌نامیم، هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد به طوری که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $f(x \pm T) = f(x)$ و $(x \pm T) \in D_f$. کوچک‌ترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره تناوب f می‌نامیم.

تابع $f(x)$ متناوب با دوره‌ی تناوب A است، زیرا:

$$x \pm 8 = (x \pm 4) \pm 4 \in D_f \text{ داریم } x \in D_f$$

$$f(x + 8) = f((x + 4) + 4) = -f(x + 4) = -(-f(x)) = f(x)$$

توجه کنید اگر در عبارت $f(x + 4) = -f(x)$ از تغییر متغیر $X = x + 4$ استفاده کنیم، داریم:

$$f(X) = -f(X - 4) \Rightarrow f(X - 4) = -f(X) = f(X)$$

$$f(x - 4) = -f(x) \Rightarrow f(x - 8) = f((x - 4) - 4) = -f(x - 4) = -(-f(x)) = f(x)$$

۲۳۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع $y = a \cos(bx) + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ است. با توجه به نکته‌ی بالا در تابع $y = a \cos(2x) + c$ داریم:

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -7 \end{cases} \rightarrow 2c = -6 \Rightarrow c = -3 \Rightarrow |a| = 4 \Rightarrow a = \pm 4$$

بنابراین مقدار ac برابر با ۱۲ یا -۱۲ است.

۲۳۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع $y = a \cos(bx) + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ ، مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به نکته‌ی بالا در تابع $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x) + 1$ ، مقدار ماکزیمم برابر $1 + \left|-\frac{1}{4}\right| = \frac{5}{4}$ و دوره تناوب برابر

$$\frac{2\pi}{|\pi|} = 2 \text{ است، پس نسبت خواسته شده برابر است با: } \frac{2}{\frac{5}{4}} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار تابع در بازه دو برابر دوره تناوب آن رسم شد است اگر دوره تناوب T فرض شود

$$\text{داریم } T = \frac{\pi}{b} \text{ و } T + T = \pi \text{ پس } T = \frac{\pi}{3} \text{ در نتیجه } \frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{3} \text{ یا } b = \frac{3}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب $\sin 2x$ برابر $\frac{2\pi}{2} = \pi$ و دوره تناوب $\cos \frac{x}{4}$ برابر $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$ پس دوره

تناوب اصلی این تابع 4π می‌باشد.

۲۳۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{12} \cos \left(\frac{6\pi + \pi}{12} \right) &= \cos \frac{\pi}{12} \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \right) = \cos \frac{\pi}{12} \left(-\sin \frac{\pi}{12} \right) \\ &= -\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = -\frac{1}{2} \sin 2 \left(\frac{\pi}{12} \right) = -\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع $f(x) = \tan x$ در بازه‌هایی که خطوط $x = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \dots$ (مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$) را

شامل نشوند، صعودی اکید است. پس تابع $\tan x$ در فاصله‌ی $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right)$ صعودی اکید است.

۲۳۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۳۹)

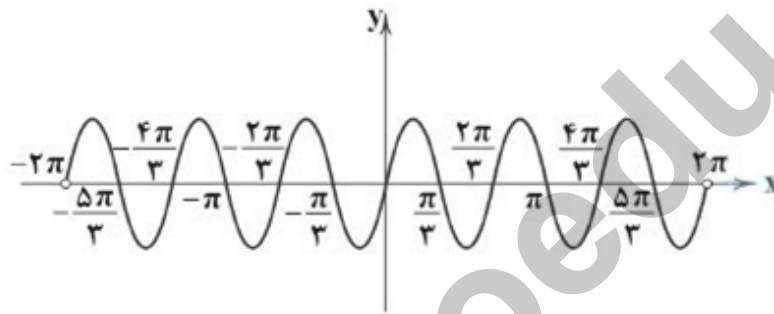
$$\frac{2\pi}{|a+1|\pi} = \frac{2}{v} \Rightarrow |a+1| = v \Rightarrow \begin{cases} a+1 = v \Rightarrow a = 6 \\ a+1 = -v \Rightarrow a = -8 \end{cases}$$

چون $a < 0$ است، پس $f(x) = -8 + \sin(-7\pi x)$ و در نتیجه:

$$f(x) = -8 - \sin(7\pi x) \Rightarrow \min(f(x)) = -8 - 1 = -9$$

تذکر: کمترین مقدار تابع $y = a\sin bx + c$ برابر $-|a| + c$ است.گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دوره‌ی تناوب تابع برابر ۲ است، بنابراین بر هر x متعلق به دامنه‌ی تابع f ، $f(x+2) = f(x)$ و در نتیجه: (۲۴۰)

$$\left. \begin{array}{l} x=2 \Rightarrow f(4) = f(2) \\ x=4 \Rightarrow f(6) = f(4) \end{array} \right\} \Rightarrow A = \frac{f(4) + f(4)}{2f(4) + 3f(4)} = \frac{2f(4)}{5f(4)} = \frac{2}{5} = 0.4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار $\sin x$ را در راستای محور x ها سه برابر فشرده می‌کنیم تا نمودار $\sin 3x$ به دست آید. (۲۴۱)این تابع با محور x ها در ۱۱ نقطه، مشترک است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۴۲)

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$f(\sin \lambda x) = \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x \xrightarrow{\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x}$$

$$f(\sin \lambda x) = \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x \cos 4x \xrightarrow{\sin 2x \cos 2x = \frac{1}{2} \sin 4x}$$

$$f(\sin \lambda x) = \frac{1}{4} \sin 4x \cos 4x \xrightarrow{\sin 4x \cos 4x = \frac{1}{2} \sin 8x} f(\sin \lambda x) = \frac{\sin \lambda x}{\lambda}$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{t}{\lambda} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{\frac{1}{\lambda}}{\lambda} = \frac{1}{\lambda^2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۴۳)

$$\frac{\cos^2 x (\sin x + 2 \sin x \cos x)}{1 + \cos x + 2 \cos^2 x - 1} = \frac{\cos^2 x \sin x (1 + 2 \cos x)}{\cos x (1 + 2 \cos x)} = \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۴۴)

$$\cos 285^\circ = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 15^\circ\right) = \sin 15^\circ = \cos 75^\circ$$

$$\sin 225^\circ = \sin(\pi + 75^\circ) = -\sin 75^\circ$$

$$\cos 285^\circ \cdot \sin 225^\circ = (\cos 75^\circ)(-\sin 75^\circ) = -\frac{1}{2}(2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ)$$

در نتیجه:

$$= -\frac{1}{2} \sin 2(75^\circ) = -\frac{1}{2} \sin 150^\circ = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۴۵)

$$f_1(x) = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow D_{f_1} = \left\{x \mid x \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}\right\}$$

$$f_2(x) = \operatorname{Cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow D_{f_2} = \{x \mid x \neq k\pi\}$$

$$D_f = D_{f_1} \cap D_{f_2} = \left\{x \mid x \neq \frac{k\pi}{2}\right\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط برای اعداد مثبت لگاریتم تعریف شده است. $\operatorname{tg} x > 0$ انتهای کمان‌های x درناحیه‌ی اول و سوم مثلثاتی است پس دامنه آن به صورت $\left(k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}\right)$ است.گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم عبارت $(1 - \sin x)$ همواره غیرمنفی است پس کافی است که $\sin x \neq 1$ باشدیعنی $x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ پس دامنه تابع به صورت $\mathbb{R} - \left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حدود تغییرات تابع چنین است:

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 1 + \sin x \leq 2$$

تابع در نقطه $\sin x = -1$ یا $x = -\frac{\pi}{2}$ بر محور x ها مماس است چون تابع سینوس در فاصله هر 2π یکسان تکرار می شود پس طول تمام نقاط تماس به صورت $2k\pi - \frac{\pi}{2}$ می باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + 2 = 0 \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha + 2 \operatorname{tg} \alpha + 1 = 0$$

پس $\operatorname{tg} \alpha = -1$ انتهای کمان در ربع دوم کوچکترین زاویه $\frac{3\pi}{4}$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2(1 - \sin^2 x) + 3 \sin x = 0 \Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0$$

جواب مورد قبول $\sin x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} = -\frac{1}{2}$ پس کمان x در ناحیه سوم یا چهارم است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در نقاطی که محور x ها قطع می شود، $y = 0$ می باشد:

$$\Rightarrow -3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$$

k	۰	۱	۲	۳	۴	-۱
x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$	$\pi + \frac{\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$	$2\pi + \frac{\pi}{12}$	$-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$
	✓	✓	✓	✓	×	×

مشاهده شد که به ازای $k = 0, 1, 2, 3$ ، جواب های قابل قبول در بازه به دست می آید، پس ۴ جواب دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos \theta = 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1 \Rightarrow \frac{1}{5} = 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1 \Rightarrow 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{5} + 1 \Rightarrow 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2\left(\frac{2}{5}\right) - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

و بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۵۳)

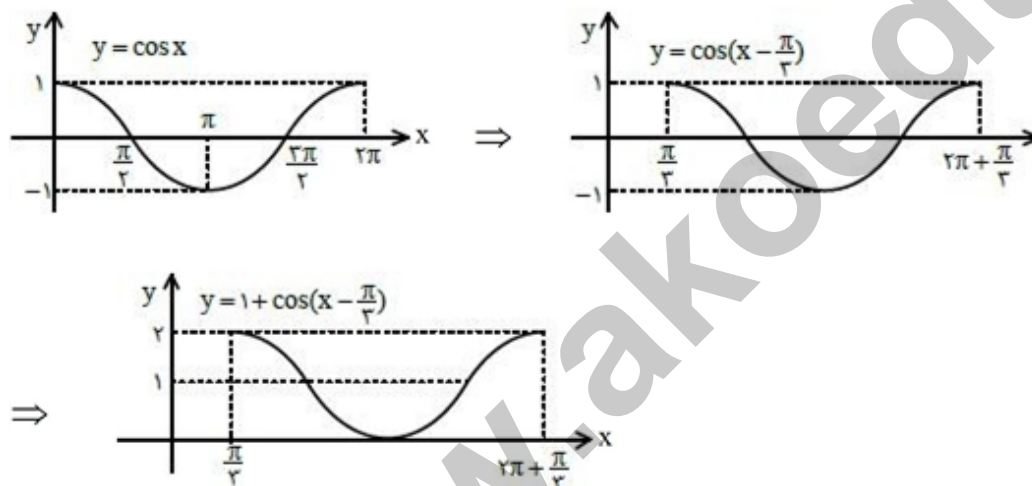
$$\begin{aligned} \cotg x - \operatorname{tg} x &= 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} = 2\sqrt{2} \\ \Rightarrow \frac{\cos 2x}{\frac{1}{2}\sin 2x} &= 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \cotg(2x) = 2\sqrt{2} \Rightarrow \cotg(2x) = \sqrt{2} \\ \Rightarrow \operatorname{tg}(2x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۵۴)

$$y = a + b \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = a - b \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow y = a - b \cos x$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 1 \Rightarrow 2a + 2b = 5 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۵۵)



راه دوم: تابع به ازای $\frac{\pi}{3}$ برابر ۲ شده است که فقط در گزینه (۴) این گونه است.

۲۵۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا از نمودار تابع می‌توان فهمید $f(0) = 1$ ، پس:

$$a(0) + b = 1 \Rightarrow b = 1$$

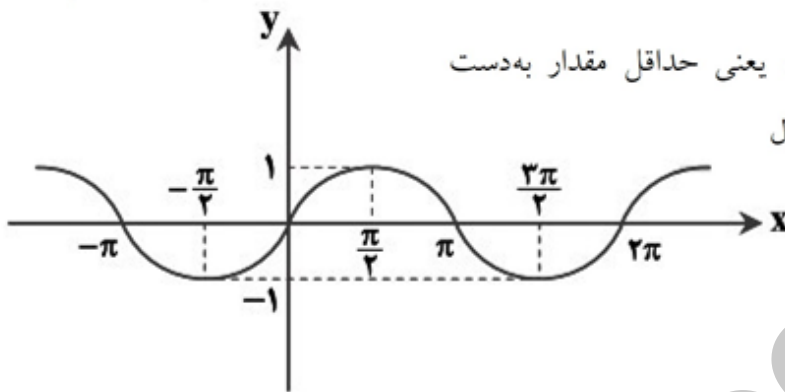
اکنون در تابع $f(x) = a \sin x + b$ طبق نمودار، بیشترین مقدار تابع برابر ۴ است. با توجه به اینکه در بازه $[0, \pi]$ مقادیر $\sin x$ مثبت است، نتیجه می‌گیریم در این نقطه مقدار $\sin x$ برابر ۱ است، پس:

$$a(1) + b = 4 \xrightarrow{b=1} a = 3$$

بنابراین:

$$a^2 + b^2 = 9 + 1 = 10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار $y = \sin x$ ملاحظه می‌شود که در نقاطی به طول $x = \frac{3\pi}{2}$ ، $x = -\frac{\pi}{2}$ مقدار تابع برابر -۱ می‌شود، یعنی حداقل مقدار به دست می‌آید. پس به‌طور کلی در نقاطی به طول

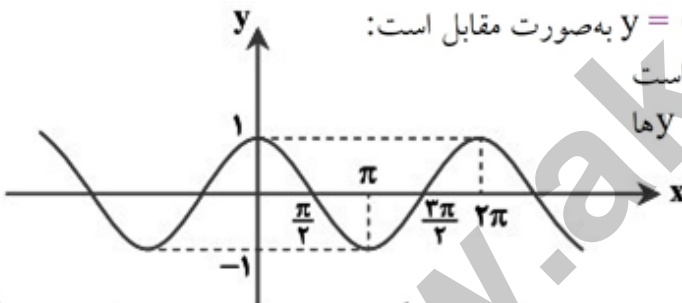


$$x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}) \text{ حداقل}$$

مقدار تابع به دست می‌آید.

۲۵۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته ۱: نمودار تابع $y = \cos x$ به صورت مقابل است:



نکته ۲: برای رسم نمودار تابع $y = f(x) + k$ کافی است

نمودار تابع $y = f(x)$ را به اندازه k واحد روی محور y ها

انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، حرکت به سمت بالا و

اگر $k < 0$ ، حرکت به سمت پایین است.

نکته ۳: برای رسم نمودار $y = f(x + k)$ کافی است

نمودار $y = f(x)$ را به اندازه k واحد روی محور x ها انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، انتقال به سمت چپ و اگر $k < 0$ ،

انتقال به سمت راست محور x ها می‌باشد.

از مقایسه نمودار $y = \cos x$ و نمودار داده‌شده می‌توان فهمید که نمودار به اندازه $\frac{1}{6}$ واحد به سمت پایین حرکت کرده

است (زیرا کمترین مقدار در نمودار $y = \cos x$ برابر -۱ و در نمودار داده‌شده $-\frac{3}{4}$ است). پس $a = -\frac{1}{6}$. از طرفی

مطابق ضابطه داده‌شده و نکته ۳، نمودار به اندازه $\frac{\pi}{6}$ روی محور x ها به سمت راست حرکت کرده است، پس:

$$b = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

$$a \times b = -\frac{1}{6} \times \frac{7\pi}{6} = -\frac{7\pi}{36}$$

بنابراین:

۲۵۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از روی نمودار مشخص است که $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ و $f(0) = -2$

$$f(0) = a \sin 0 + b = b = -2 \Rightarrow b = -2$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + b = a \times 1 - 2 = a - 2 = 1 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 3 \sin x - 2$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 \times \sin \frac{5\pi}{6} - 2 = 3 \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) - 2 = 3 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - 2 = 3 \times \frac{1}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶۰

نکته: $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

ابتدا ضابطه تابع gof را تعیین می‌کنیم:

$$f(x) = \sin^2 x - 1 = -\cos^2 x, \quad g(x) = x^2 + x \Rightarrow (\text{gof})(x) = \cos^4 x - \cos^2 x$$

$$= \cos^2 x (\cos^2 x - 1) = -\cos^2 x (1 - \cos^2 x) = -\cos^2 x \sin^2 x = -(\sin x \cos x)^2$$

$$= -\frac{1}{4} \sin^2(2x) \xrightarrow{\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}} = -\frac{1}{4} \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} \right)$$

حال با جایگذاری $x = \frac{\pi}{16}$ خواهیم داشت:

$$(\text{gof})\left(\frac{\pi}{16}\right) = -\frac{1}{4} \left(1 - \cos \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{4} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\left(\frac{1}{4} \right) + \frac{\sqrt{2}}{16} = \frac{\sqrt{2}}{16} - \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: دوره تناوب تابع $y = k \sin(ax + b)$ برابر است با: ۲۶۱

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

با توجه به نمودار داده شده، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} f(0) = 4 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2 \\ T + \frac{T}{2} = 9 \Rightarrow \frac{3T}{2} = 9 \Rightarrow T = 6 \end{cases}$$

چون نمودار در همسایگی $x = 0$ صعودی است، پس فقط $n = \frac{1}{3}$ قابل قبول است. بنابراین:

$$mn = \frac{2}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۶۲

$$f(0) = 1 \Rightarrow a + b = 1 \quad (*)$$

$$f'(x) = -2a \sin x \cos x + 3 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (-2a \sin x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = \frac{3}{2a} \end{cases}$$

چون تابع در بازه $[0, 2\pi]$ فقط دو اکسترمم نسبی دارد، پس باید $|\frac{3}{2a}| > 1$ که منجر به افزایش تعداد اکسترمم نسبی نشود.

$$f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1 \Rightarrow -3 + b = -1 \Rightarrow b = 2 \xrightarrow{(*)} a = -1$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 + 2 = 5 \text{ بیشترین مقدار تابع } f \text{ برابر است با:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۶۳

$$\text{نکته: } \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f(x) = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow f\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin x$$

$$\Rightarrow y = a + b f\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = a + \sqrt{2} b \sin x$$

نمودار از نقطه $(0, 1)$ می‌گذرد، پس: $y(0) = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow y = 1 + \sqrt{2} b \sin x$

حداکثر مقدار y برابر ۳ است. ۲ حالت در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} b > 0 : \max(y) = 1 + \sqrt{2} b = 3 \Rightarrow b = \sqrt{2} \\ b < 0 : \max(y) = 1 - \sqrt{2} b = 3 \Rightarrow b = -\sqrt{2} \end{cases}$$

با توجه به اینکه نمودار y در همسایگی $x = 0$ نزولی است، باید b منفی باشد. بنابراین: $b = -\sqrt{2}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۶۴)

نکته: دوره تناوب $y = \alpha + \beta \sin(ax)$ و $y = \alpha + \beta \cos(ax)$ برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow a = 4(x)$$

با توجه به شکل، نمودار از نقطه $(0, 4)$ عبور می‌کند، پس:

همچنین با توجه به شکل، فاصله ۱ تا ۷، دو برابر دوره تناوب $(2T)$ تابع است، پس:

$$2T = 7 - 1 = 6 \Rightarrow T = 3$$

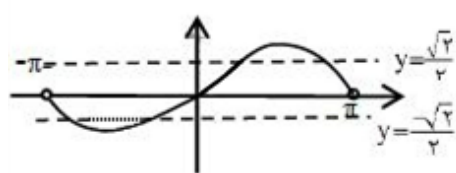
$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{2}{3}$$

چون نمودار تابع در $x = 0$ نزولی است، پس تنها $b = -\frac{2}{3}$ قابل قبول است (**)

$$ab = -\frac{4}{3}$$

از (*) و (**) داریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۶۵)



$$\begin{aligned} 2 \sin^2 x - \cos 2x &= 2 \Rightarrow 2 \sin^2 x - (1 - 2 \sin^2 x) = 2 \\ \Rightarrow 4 \sin^2 x &= 3 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

معادله ۴ جواب دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۶۶)

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + \sin(\pi - 2x) + \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

$$\Rightarrow \sin 3x + \sin 2x + \sin x = \sin x \Rightarrow \sin 3x = -\sin 2x$$

$$\Rightarrow \sin 3x = \sin(-2x) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi - 2x \\ 3x = 2k\pi + \pi - (-2x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \\ 3x = 2k\pi + \pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \end{cases} \Rightarrow$$

k	x
0	0, π
1	$\frac{2\pi}{5}$, $\frac{7\pi}{5}$
2	$\frac{4\pi}{5}$, $\frac{9\pi}{5}$
3	$\frac{6\pi}{5}$, $\frac{11\pi}{5}$
4	$\frac{8\pi}{5}$, $\frac{13\pi}{5}$
5	$\frac{10\pi}{5}$

معادله ۷ جواب دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع π است، پس ضریب x عدد ۲ می‌باشد. در نقطه‌ای از بازه $(0, \frac{\pi}{2})$

مقدار تابع صفر است. پس معادله آن به صورت $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله مثلثاتی خلاصه می‌شود. ۲۶۸

$$3 + 1 - 5 \cos x = 2 \sin^2 x$$

$$4 - 5 \cos x = 2 - 2 \cos^2 x \Rightarrow 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \text{ در نتیجه}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶۹

$$2(1 - \sin^2 x) = 1 + \sin x \Rightarrow 2 \sin x \Rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = -1, \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = \frac{5\pi}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون $f(0)$ منفی است پس $a < 0$ و لذا $a = -2$ است. ۲۷۰

$$f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 0 \Rightarrow \frac{3\pi}{8}b + \frac{\pi}{4} = \pi \Rightarrow b = 2$$

بنابراین $ab = -4$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: تابع f را متناوب می‌نامیم، هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T موجود باشد که برای هر $x \in D_f$ داشته باشیم: ۲۷۱

$$f(x + T) = f(x) \text{ و } x \pm T \in D_f$$

کوچک‌ترین عدد مثبت T با خاصیت بالا را دوره‌ی تناوب f می‌نامیم.

نکته: دوره‌ی تناوب تابع $y = a \cotg bx + c$ به صورت $T = \frac{\pi}{|b|}$ است.

$$\text{نکته: } \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x, \sin^2 x = 2 \sin x \cos x$$

ابتدا تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \operatorname{tg} 3x - \operatorname{Cotg} 3x = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} - \frac{\cos 3x}{\sin 3x} = \frac{\sin^2 3x - \cos^2 3x}{\cos 3x \sin 3x} = \frac{-\cos 6x}{\frac{1}{2} \sin 6x}$$

$$= -2 \operatorname{Cotg} 6x$$

مطابق نکته‌ی فوق، دوره‌ی تناوب تابع f برابر است با: $T = \frac{\pi}{6}$

بنابراین طبق تعریف دوره‌ی تناوب داریم:

$$x + \frac{\pi}{6} \in D_f \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = f\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

پس گزینه‌ی ۳ درست است.

۲۷۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
 نکته: ماکسیمم مقدار توابع $y = a \cos(bx + c)$ و $y = a \sin(bx + c)$ برابر $|a|$ و مینیمم مقدار آنها برابر $-|a|$ است.

$$(۱) |a| + b = ۳$$

$$(۲) a \cos\left(\frac{\pi}{۳}\right) + b = ۰$$

چون در همسایگی $x = ۰$ تابع نزولی است، پس $a < ۰$

چون ماکسیمم تابع برابر ۳ است، داریم:

چون نمودار از نقطه‌ی $(۰, ۰)$ می‌گذرد، داریم:

$$(۱), (۲) \Rightarrow \begin{cases} |a| + b = ۳ \xrightarrow{a < ۰} -a + b = ۳ \\ \frac{1}{۳}a + b = ۰ \Rightarrow a = -۳b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -۲ \\ b = ۱ \end{cases} \Rightarrow a + b = -۱$$

۲۷۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

نکته: اگر $\cos x = \cos \alpha$, آن‌گاه: $x = 2k\pi \pm \alpha$

ابتدا معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\cos^4 2x - \sin^4 2x = (\cos^2 2x - \sin^2 2x)(\cos^2 2x + \sin^2 2x) = \cos 4x$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} \cos \frac{23\pi}{۴} = \left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^2 = \frac{۱}{۲}$$

حال داریم:

$$\cos 4x = \cos \frac{\pi}{۳} \Rightarrow 4x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} \pm \frac{\pi}{۱۲}$$

۲۷۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\cos 2x) = 2(\cos 2x)^2 - 1 = \cos 4x$$

اگر $\cos 4x$ مثبت باشد $-\frac{\pi}{۲} < 4x < \frac{\pi}{۲}$ است پس $x \in \left(-\frac{\pi}{۸}, \frac{\pi}{۸}\right)$

۲۷۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos 2x + 2\cos^2 x = ۰$$

$$2\cos^2 x - 1 + 2\cos^2 x = ۰ \Rightarrow 4\cos^2 x - 1 = ۰ \Rightarrow \cos^2 x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$$

۲۷۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $x^2 \geq a^2$ ، آن گاه $x \leq -a$ یا $x \geq a$

$$y = f(x) = x^2 - 2x + 5 = x^2 - 2x + 1 + 4 = (x-1)^2 + 4 \Rightarrow R_f = [4, \infty)$$

$$D_{f^{-1}}(g(x)) = \{x \in D_g | g(x) \in D_{f^{-1}}\} = \{x \in D_g | g(x) \in R_f\} = \{x \in \mathbb{R} | 4 \leq \sin^2 x \in [4, \infty)\}$$

$$4 \leq \sin^2 x \Rightarrow 4 \leq \sin^2 x - 4 \leq 0 \Rightarrow \sin^2 x \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x \geq 1 \\ \sin x \leq -1 \end{cases}$$

چون بیشترین مقدار تابع $\sin x$ برابر ۱ و کمترین مقدار آن برابر -۱ است، داریم:

$$\begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -1 \end{cases} \Rightarrow D_{f^{-1}}(g(x)) = \left\{ k\pi + \frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z} \right\}$$

۲۷۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: در تابع $y = a \sin bx$ و $y = a \cos bx$ ، مینیمم برابر $-|a|$ ، ماکزیمم برابر $|a|$ و دوره تناوب برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است.

طبق شکل داریم:

$$T + \frac{T}{2} = 6 \Rightarrow \frac{3T}{2} = 6 \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4 \Rightarrow b = \pm \frac{\pi}{2}$$

از طرفی بیشترین مقدار تابع f ، برابر با ۲ است، پس خواهیم داشت $|a| = 2$ بنابراین:

$$a^2 + b^2 = 4 + \frac{\pi^2}{4}$$

۲۷۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

ابتدا مقدار $\cos x$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \left(\frac{12}{13}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \frac{5}{13}$$

با توجه به این که $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ، مقدار $\cos x = -\frac{5}{13}$ قابل قبول است، پس داریم:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\frac{12}{13}}{1 - \frac{5}{13}} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{8}{13}} = \frac{3}{2}$$

۲۷۹

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌های $\cot x + \tan x = \frac{2}{\sin 2x}$ و $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$ داریم:

$$2 \cot 2x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cot 2x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{1 + \cot^2 2x} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin 2x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \cot x + \tan x = \frac{2}{\sin 2x} = \frac{2}{\pm \frac{\sqrt{3}}{2}} = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۸۰

$$2T = 5 - (-2) \Rightarrow T = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$y = a \sin(\pi b x - \pi) = -a \sin(\pi - \pi b x) = -a \sin(\pi b x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|\pi b|} = 2 \Rightarrow 2|b| = 2 \Rightarrow |b| = 1$$

$$\Rightarrow b = \pm 1$$

$$x = \frac{T}{2} = 1 \Rightarrow -\sin(\pi b) = 2 \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \rightarrow -a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Rightarrow a = -2 \\ b = -\frac{1}{2} \rightarrow -a \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \Rightarrow ab = -1$$

در هر صورت داریم:

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸۱

$$\sin 3x = \sin 2x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = 0, \pi, 2\pi \\ 3x = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{5} = \frac{(2k+1)\pi}{5} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \pi, \frac{7\pi}{5}, \frac{9\pi}{5}$$

پس معادله در این بازه دارای ۷ جواب است.

۲۸۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوره تناوب نمودار تابع $y = 2\cos 3x$ ، $T = \frac{2\pi}{3}$ است. همچنین تابع

$y = b\cos(ax)$ در یک دوره تناوب در $x = \frac{2\pi}{a}$ حداکثر مقدار و در $x = \frac{\pi}{a}$ حداقل مقدار را دارد. بنابراین

تابع $y = 2\cos 3x$ در $x = \frac{2\pi}{3}$ حداکثر مقدار و در $x = \frac{\pi}{3}$ حداقل مقدار را دارد.

۲۸۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{8}} \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) \Rightarrow -2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$$

$$= \frac{\sqrt{2} - 2}{2} \Rightarrow \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \xrightarrow{\sin \frac{\pi}{8} > 0} \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

حال با جای گذاری مقدار $\sin \frac{\pi}{8}$ داریم:

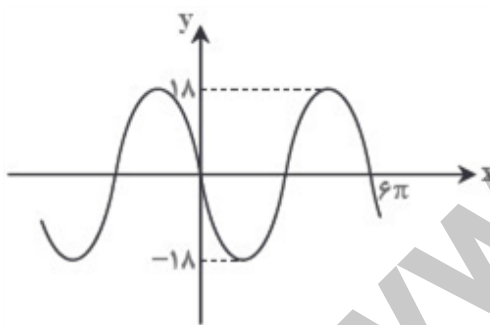
$$\sqrt{2 + \sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{8} = \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt{2^2 - \sqrt{2}^2}}{2} = \frac{\sqrt{4 - 2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۲۸۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: در توابع $y = b\sin ax$ و

$y = b\cos ax$ ، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|a|}$ ، ماکسیمم برابر $|b|$ و مینیمم

برابر $-|b|$ است.



با توجه به نمودار، دوره تناوب تابع برابر 6π و ماکسیمم آن برابر ۱۸ است. پس با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{|a|} = 6\pi \Rightarrow |a| = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{3} \\ |b| = 18 \Rightarrow b = \pm 18 \end{cases}$$

چون نمودار در همسایگی مبدأ نزولی است، پس دقیقاً یکی از a یا b منفی و دیگری مثبت است.

$$\begin{cases} a = \frac{1}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{53}{3}, \\ b = -18 \end{cases}, \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \Rightarrow a + b = \frac{53}{3} \\ b = 18 \end{cases}$$

بنابراین کم‌ترین مقدار $a + b$ برابر $-\frac{53}{3}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۸۵

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\max = 5 \Rightarrow |a| = 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ \text{یا} \\ a = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = -5 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{9}{2} \text{ یا } -\frac{9}{2}$$

چون ابتدا می‌نیمم داریم پس ماکزیمم پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۸۶

$$y = k \sin(ax + b) + c \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|-\frac{2}{3}\right|} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸۷

$$\begin{aligned} \sin x (3 \cos x - 1) &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } \pi \text{ و } 2\pi \\ \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{دو جواب} \end{cases} &\Rightarrow 3 + 2 = 5 \text{ جواب} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸۸

$$A = \sin 2(75^\circ) = \sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$B = 2 \cot 2(15^\circ) = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۸۹

$$\frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos \frac{x}{2}} = 2 \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{4}{1 - 4} = -\frac{4}{3}$$

$$\operatorname{Cotg} x = -\frac{3}{4} \Rightarrow \operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = -\frac{25}{12}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۹۰

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{12}{13}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} - \frac{25}{169} = \frac{119}{169}$$

$$-a = -4 \Rightarrow a = 4$$

$$y = -4 \cos\left(b\pi x - \frac{\pi}{2}\right) = -4 \cos\left(\frac{\pi}{2} - b\pi x\right) = -4 \sin(b\pi x)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow \frac{2}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{1}{2}, y(1) = -4 \Rightarrow -4 \sin \frac{\pi}{2} = -4$$

$$b = -\frac{1}{2}, y(1) = -4 \Rightarrow 4 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -4 \Rightarrow a = 4, b = \frac{1}{2}$$

$$y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{2} x\right) \Rightarrow y\left(\frac{1}{3}\right) = -4 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -4 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 4 \sin \frac{\pi}{3} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

۲۹۱

۲۹۳

۲۹۴

۲۹۵

۲۹۶

۲۹۷

۲۹۸

۲۹۹

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۳۰۴

۳۰۵

۳۰۶

۳۰۷

www.akoedu.ir

۳۰۸

۳۰۹

۳۱۰

۳۱۱

۳۱۲

www.akoedu.ir

۳۱۳

۳۱۴

۳۱۵

۳۱۶

۳۱۷

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

۳۲۵

۳۲۶

۳۲۷

۳۲۸

۳۲۹

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

۳۳۸

۳۳۹

۳۴۰

۳۴۱

۳۴۲

۳۴۳

www.akoedu.ir

۳۴۴

۳۴۵

۳۴۶

۳۴۷

۳۴۸

www.akoedu.ir

۳۴۹

۳۵۰

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۳۵۱

$$\text{Cotg } x = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{tg } x = 2$$

$$\text{Cos } 2x = \frac{1 - \text{tg}^2 x}{1 + \text{tg}^2 x} = \frac{1 - 4}{1 + 4} = -\frac{3}{5}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۳۵۲

$$f(x) = 2x^2 - 1 \Rightarrow f(\text{Cos } x) = 2\text{Cos}^2 x - 1 = \text{Cos } 2x$$

$$(f \circ f)(\text{Cos } x) = f(\text{Cos } 2x) = 2\text{Cos}^2 2x - 1 = \text{Cos } 4x$$

پس خواهیم داشت:

۳۵۳

۳۵۴

۳۵۵

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۳۷۱

۳۷۲

۳۷۳

۳۷۴

۳۷۵

۳۷۶

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

۳۸۱

۳۸۲

۳۸۳

۳۸۴

۳۸۵

www.akoedu.ir

۳۸۶

۳۸۷

۳۸۸

۳۸۹

۳۹۰

www.akoedu.ir

۳۹۱

۳۹۲

۳۹۳

۳۹۴

۳۹۵

۳۹۶

www.akoedu.ir

۳۹۷

۳۹۸

۳۹۹

۴۰۰

www.akoedu.ir

۱	۱	۲	۳	۴	۳۳	۱	۲	۳	۴	۶۵	۱	۲	۳	۴	۹۷	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴	۳۴	۱	۲	۳	۴	۶۶	۱	۲	۳	۴	۹۸	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴	۳۵	۱	۲	۳	۴	۶۷	۱	۲	۳	۴	۹۹	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴	۳۶	۱	۲	۳	۴	۶۸	۱	۲	۳	۴	۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴	۳۷	۱	۲	۳	۴	۶۹	۱	۲	۳	۴	۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴	۳۸	۱	۲	۳	۴	۷۰	۱	۲	۳	۴	۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴	۳۹	۱	۲	۳	۴	۷۱	۱	۲	۳	۴	۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴	۴۰	۱	۲	۳	۴	۷۲	۱	۲	۳	۴	۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴	۴۱	۱	۲	۳	۴	۷۳	۱	۲	۳	۴	۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴	۴۲	۱	۲	۳	۴	۷۴	۱	۲	۳	۴	۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴	۴۳	۱	۲	۳	۴	۷۵	۱	۲	۳	۴	۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴	۴۴	۱	۲	۳	۴	۷۶	۱	۲	۳	۴	۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴	۴۵	۱	۲	۳	۴	۷۷	۱	۲	۳	۴	۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴	۴۶	۱	۲	۳	۴	۷۸	۱	۲	۳	۴	۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴	۴۷	۱	۲	۳	۴	۷۹	۱	۲	۳	۴	۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴	۴۸	۱	۲	۳	۴	۸۰	۱	۲	۳	۴	۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴	۴۹	۱	۲	۳	۴	۸۱	۱	۲	۳	۴	۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴	۵۰	۱	۲	۳	۴	۸۲	۱	۲	۳	۴	۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴	۵۱	۱	۲	۳	۴	۸۳	۱	۲	۳	۴	۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴	۵۲	۱	۲	۳	۴	۸۴	۱	۲	۳	۴	۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴	۵۳	۱	۲	۳	۴	۸۵	۱	۲	۳	۴	۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴	۵۴	۱	۲	۳	۴	۸۶	۱	۲	۳	۴	۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴	۵۵	۱	۲	۳	۴	۸۷	۱	۲	۳	۴	۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴	۵۶	۱	۲	۳	۴	۸۸	۱	۲	۳	۴	۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴	۵۷	۱	۲	۳	۴	۸۹	۱	۲	۳	۴	۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴	۵۸	۱	۲	۳	۴	۹۰	۱	۲	۳	۴	۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴	۵۹	۱	۲	۳	۴	۹۱	۱	۲	۳	۴	۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴	۶۰	۱	۲	۳	۴	۹۲	۱	۲	۳	۴	۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴	۶۱	۱	۲	۳	۴	۹۳	۱	۲	۳	۴	۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴	۶۲	۱	۲	۳	۴	۹۴	۱	۲	۳	۴	۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴	۶۳	۱	۲	۳	۴	۹۵	۱	۲	۳	۴	۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴	۶۴	۱	۲	۳	۴	۹۶	۱	۲	۳	۴	۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴

۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴
۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۵۶	۱	۲	۳	۴

۲۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴
۲۸۱	۱	۲	۳	۴
۲۸۲	۱	۲	۳	۴
۲۸۳	۱	۲	۳	۴
۲۸۴	۱	۲	۳	۴
۲۸۵	۱	۲	۳	۴
۲۸۶	۱	۲	۳	۴
۲۸۷	۱	۲	۳	۴
۲۸۸	۱	۲	۳	۴

۲۸۹	۱	۲	۳	۴
۲۹۰	۱	۲	۳	۴
۲۹۱	۱	۲	۳	۴
۲۹۲	۱	۲	۳	۴
۲۹۳	۱	۲	۳	۴
۲۹۴	۱	۲	۳	۴
۲۹۵	۱	۲	۳	۴
۲۹۶	۱	۲	۳	۴
۲۹۷	۱	۲	۳	۴
۲۹۸	۱	۲	۳	۴
۲۹۹	۱	۲	۳	۴
۳۰۰	۱	۲	۳	۴
۳۰۱	۱	۲	۳	۴
۳۰۲	۱	۲	۳	۴
۳۰۳	۱	۲	۳	۴
۳۰۴	۱	۲	۳	۴
۳۰۵	۱	۲	۳	۴
۳۰۶	۱	۲	۳	۴
۳۰۷	۱	۲	۳	۴
۳۰۸	۱	۲	۳	۴
۳۰۹	۱	۲	۳	۴
۳۱۰	۱	۲	۳	۴
۳۱۱	۱	۲	۳	۴
۳۱۲	۱	۲	۳	۴
۳۱۳	۱	۲	۳	۴
۳۱۴	۱	۲	۳	۴
۳۱۵	۱	۲	۳	۴
۳۱۶	۱	۲	۳	۴
۳۱۷	۱	۲	۳	۴
۳۱۸	۱	۲	۳	۴
۳۱۹	۱	۲	۳	۴
۳۲۰	۱	۲	۳	۴

۳۲۱	۱	۲	۳	۴
۳۲۲	۱	۲	۳	۴
۳۲۳	۱	۲	۳	۴
۳۲۴	۱	۲	۳	۴
۳۲۵	۱	۲	۳	۴
۳۲۶	۱	۲	۳	۴
۳۲۷	۱	۲	۳	۴
۳۲۸	۱	۲	۳	۴
۳۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۳۹	۱	۲	۳	۴
۳۴۰	۱	۲	۳	۴
۳۴۱	۱	۲	۳	۴
۳۴۲	۱	۲	۳	۴
۳۴۳	۱	۲	۳	۴
۳۴۴	۱	۲	۳	۴
۳۴۵	۱	۲	۳	۴
۳۴۶	۱	۲	۳	۴
۳۴۷	۱	۲	۳	۴
۳۴۸	۱	۲	۳	۴
۳۴۹	۱	۲	۳	۴
۳۵۰	۱	۲	۳	۴
۳۵۱	۱	۲	۳	۴
۳۵۲	۱	۲	۳	۴

۳۵۳	۱	۲	۳	۴
۳۵۴	۱	۲	۳	۴
۳۵۵	۱	۲	۳	۴
۳۵۶	۱	۲	۳	۴
۳۵۷	۱	۲	۳	۴
۳۵۸	۱	۲	۳	۴
۳۵۹	۱	۲	۳	۴
۳۶۰	۱	۲	۳	۴
۳۶۱	۱	۲	۳	۴
۳۶۲	۱	۲	۳	۴
۳۶۳	۱	۲	۳	۴
۳۶۴	۱	۲	۳	۴
۳۶۵	۱	۲	۳	۴
۳۶۶	۱	۲	۳	۴
۳۶۷	۱	۲	۳	۴
۳۶۸	۱	۲	۳	۴
۳۶۹	۱	۲	۳	۴
۳۷۰	۱	۲	۳	۴
۳۷۱	۱	۲	۳	۴
۳۷۲	۱	۲	۳	۴
۳۷۳	۱	۲	۳	۴
۳۷۴	۱	۲	۳	۴
۳۷۵	۱	۲	۳	۴
۳۷۶	۱	۲	۳	۴
۳۷۷	۱	۲	۳	۴
۳۷۸	۱	۲	۳	۴
۳۷۹	۱	۲	۳	۴
۳۸۰	۱	۲	۳	۴
۳۸۱	۱	۲	۳	۴
۳۸۲	۱	۲	۳	۴
۳۸۳	۱	۲	۳	۴
۳۸۴	۱	۲	۳	۴

۳۸۵	۱	۲	۳	۴
۳۸۶	۱	۲	۳	۴
۳۸۷	۱	۲	۳	۴
۳۸۸	۱	۲	۳	۴
۳۸۹	۱	۲	۳	۴
۳۹۰	۱	۲	۳	۴
۳۹۱	۱	۲	۳	۴
۳۹۲	۱	۲	۳	۴
۳۹۳	۱	۲	۳	۴
۳۹۴	۱	۲	۳	۴
۳۹۵	۱	۲	۳	۴
۳۹۶	۱	۲	۳	۴
۳۹۷	۱	۲	۳	۴
۳۹۸	۱	۲	۳	۴
۳۹۹	۱	۲	۳	۴
۴۰۰	۱	۲	۳	۴

www.akoedu.ir