

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک **هفته ای**
رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ **عدد ۱**
را ارسال کنید.

۸۰۰ تست ریاضی دوازدهم تجربی - فصل ۳ - حد بی نهایت و حد در بی نهایت

۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{2 - \sqrt{2x}}$ برابر کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۲) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^3 x - \cot^3 x}{\sin^4 x - \cos^4 x}$ کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۲ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۶

۳) اگر حد کسر $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3} + ax}{x^n - n}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ برابر ۳- باشد، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) ۳

۴) حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{[x] + [-x]}{x^2 - \frac{1}{x}}$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) -۲



۵ اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-1}{x^2+bx+4} = -\infty$ باشد، حاصل ab کدام است؟

(۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۴ (۴) -۴

۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1-\cos 2x}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۸ چندجمله‌ای $f(x) = x^3 + 2ax^2 - x - a - 1$ بر $x + a$ بخش پذیر است. کدام عبارت زیر یک عامل $f(x)$ است؟

(۱) $x - 2$ (۲) $x + 2$ (۳) $x - 3$ (۴) $x + 3$

۹ هرگاه باقی مانده f بر $x - 1$ و $x - 2$ به ترتیب ۲ و ۱ باشد، باقی مانده $f \circ f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ کدام است؟

(۱) $3 - x$ (۲) $2x - 1$ (۳) x (۴) $x - 3$

۱۰ باقی مانده چندجمله‌ای $f(x) = x^3 - ax^2 + b$ بر $x - a$ برابر ۲ و بر $x - b$ برابر ۱۴ باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۱ هرگاه $f(x) = x^3 + ax^2 + 4$ را داشته باشیم و همچنین $f(x - 2)$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۲ چندجمله‌ای $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 2$ بر $x^2 - 3x + 2$ بخش پذیر است. حاصل $a - b$ کدام است؟

(۱) -۹ (۲) -۱۰ (۳) -۱۱ (۴) -۱۲

۱۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x - 3 \sin x + 2}{1 - \sin^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{a + b\sqrt{x}}{x^2 - 16}$ برابر $\frac{1}{4}$ است. مقدار b کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۵ اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f\left(\frac{x}{x+1}\right)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x] - 3}{x - 3}$ وقتی $x \rightarrow 3^+$ و $x \rightarrow 3^-$ میل می‌کند، به ترتیب کدام است؟

- (۱) ۱ و $+\infty$ (۲) ۰ و $+\infty$ (۳) ۰ و $-\infty$ (۴) ۱ و $-\infty$

۱۷ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{2x^2+ax+b} = \infty$ مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۶ (۳) -۳ (۴) صفر

۱۸

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x|x| - \sqrt{x^4 + 1}}{x^2 \left(2x + \sqrt{4x^2 + 2x} \right)}$ کدام است؟

۴ (۴) ۲ (۳) ۰ (۲) ∞ (۱)

۱۹

حاصل $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{x+27}}{x - 3\sqrt{x}}$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱)

۲۰

مقدار خارج قسمت تقسیم $10 - 15x^6 - 15x^6 - 15x^6 - 15x^6$ بر $x - 2$ ، به ازای $x = 1$ کدام است؟

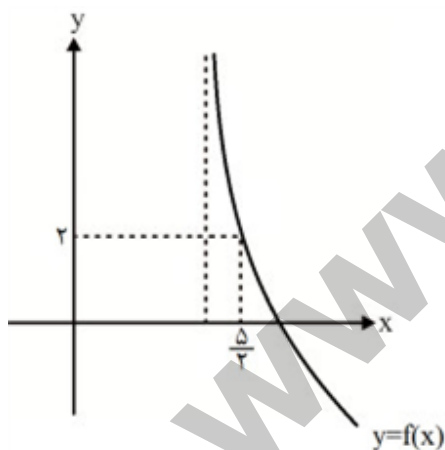
۶۳ (۴) ۳۷ (۳) -۳۷ (۲) -۶۳ (۱)

۲۱

نمودار تابع $f(x) = \log_a(x+b)$ به صورت مقابل است. اگر

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ باشد، حاصل $\log_a(2b+6)$ کدام است؟

۲ (۱)
۱ (۲)
-۱ (۳)
-۲ (۴)



۲۲

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$ و $f(x) = \frac{4x - 1}{ax^2 + bx - 12}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} bx f(x)$ کدام است؟

۶ (۴) -۱۶ (۳) -۸ (۲) ۱۲ (۱)

۲۳

مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۲۴

مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{10x - 5 + \left[\frac{3}{x^2} \right]}{16x - \left[-\frac{2}{x^2} \right]}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $+\infty$

۲۵

اگر $f(x) = \frac{x^2}{|1-x|}$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $+\infty$

۲۶

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{ax - 4}{x - 1} \right] = 2$ باشد، آن‌گاه a کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۲۷

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x - \sqrt{4x^2 + 1}}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) -۴

۲۸

فرض کنید $Q(x)$ خارج قسمت تقسیم عبارت $P(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 2$ بر $x - a$ باشد، اگر $Q(x)$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد، مقدار a کدام است؟ ($a \neq 1$)

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۲۹

حد عبارت $\frac{3x+1}{2^x-x}$ وقتی $x \rightarrow 2^+$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) ۲ (۴) -۲

۳۰

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax - \sqrt{x+1}}{2x + \sqrt{x^2+1}} = 1$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۱

اگر $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{a - 4}{a + b \cos x} = -\infty$ باشد، چند مقدار صحیح برای b وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۲

حد کسر $\frac{\sqrt{4x + \sqrt{2x - 6}}}{\sqrt[3]{x - 2}}$ وقتی $x \rightarrow 8$ کدام است؟

- $\frac{18}{5}$ (۴) $-\frac{17}{4}$ (۳) $\frac{17}{4}$ (۲) $-\frac{13}{2}$ (۱)

۳۳

حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{|1 + \cos x|}{\sin x \times \tan x}$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱)

۳۴

اگر $f(x) = \frac{ax^n + 5}{3x - \sqrt{4x^2 + 21x}}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد، حاصل $f'(1)$ کدام است؟

- $-\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{5}{8}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۱)

۳۵

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt[3]{x} - 1)}{(x^4 - 1)^2}$ کدام است؟

- $\frac{1}{32}$ (۴) $\frac{1}{48}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{96}$ (۱)

۳۶

عبارت $P(x) = \frac{2x^3 + ax^2 - bx - 8}{x - 2}$ برای تمام اعداد حقیقی به جز $x = 2$ همواره نامنفی است، در این صورت a

مقدار طبیعی را می‌تواند اختیار کند؟

- ۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)

۳۷

اگر بازه $(3x - 1, x + 3)$ یک همسایگی ۲ باشد، حدود x کدام است؟

- $-3 < x < 3$ (۴) $-1 < x < 1$ (۳) $-1 < x < 3$ (۲) $-3 < x < 1$ (۱)

۳۸ اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{2x + 3}}{ax + b} = \frac{1}{3}$ مقدار b کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۶

۳۹ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ax^2 + bx}{x - 1} = 0$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 + 4}}{bx - 3}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) ۲

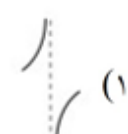
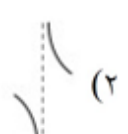
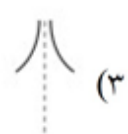
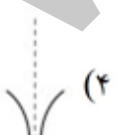
۴۰ فرض کنید $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}$ باشد، نقطه‌ی برخورد مجانب‌های تابع $y = f \circ f \left(\frac{1}{x} \right)$ در چه فاصله‌ای از مبدأ مختصات قرار دارد؟

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{11}}{2}$

۴۱ اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{ax + b\pi}{b \sin x + \cos x} = +\infty$ آن‌گاه حدود a کدام است؟

(۱) $a > 4$ (۲) $a < 4$ (۳) $a < -4$ (۴) $a > -4$

۴۲ اگر $f(x) = \frac{4 \cos 3x + 3}{\sin 2x - 1}$ باشد، نمودار تابع f در اطراف نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{4}$ به کدام صورت است؟

(۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

۴۳ با فرض $f(x) = ([x] - |x|) \sqrt[3]{4x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

(۴) -4 (۳) $-\frac{10}{9}$ (۲) $-\frac{10}{3}$ (۱) -2

۴۴ اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ ضابطه‌ی تابع f کدام می‌تواند باشد؟

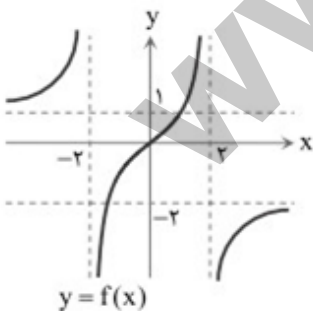
(۴) $\text{Log} \frac{x-1}{x+1}$ (۳) $\text{Log} \frac{x+1}{x-1}$ (۲) $\frac{[x]}{x-1}$ (۱) $\frac{[-x]}{1-x}$

۴۵ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x + 3\sqrt{20 + 4x}}{ax + |x + 4|} = 6$ حاصل حد همین تابع وقتی $x \rightarrow -1$ میل می‌کند، کدام است؟

(۴) $\frac{27}{16}$ (۳) $\frac{27}{2}$ (۲) $\frac{27}{4}$ (۱) $\frac{27}{8}$

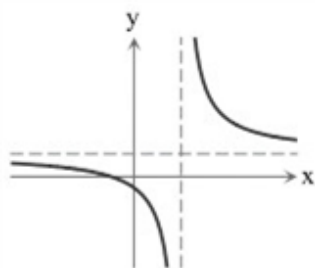
۴۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2 - \sqrt[3]{6-x}}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{12}$



۴۷ شکل مقابل نمودار تابع f است. حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f \circ f(x)$ کدام است؟

(۱) $+\infty$
(۲) $-\infty$
(۳) 1
(۴) -2



نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 + bx + 4}$ شکل مقابل است. مقدار $b - a$ چه عددی است؟

۴۸

- (۱) -۵
(۲) -۲
(۳) -۳
(۴) -۴

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - \sqrt{4x^2 + 1}}{\sqrt[3]{-8x^3 + |x - 1|}}$ کدام است؟

۴۹

- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $-\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{5}{3}$
(۴) $-\frac{5}{3}$

مقادیر حد راست و چپ تابع $f(x) = \frac{4 - [x]}{|\frac{x}{2} - 2|}$ وقتی $x \rightarrow 4$ به ترتیب کدام است؟

۵۰

- (۱) صفر، $+\infty$
(۲) صفر، $-\infty$
(۳) -4 ، صفر
(۴) $-\infty$ ، صفر

هرگاه $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{ax + 4a}{x^2 + 3ax + b} = -1$ باشد، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 1} - ax}{x + 2}$ کدام است؟

۵۱

- (۱) ۵
(۲) -۵
(۳) ۱
(۴) -۱

اگر f تابعی خطی و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)} = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f^{-1}(x)} = 2$ باشد، مقدار $f(2)$ چه قدر است؟

۵۲

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۵۳ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ باشد، $f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

$4x^2 - 5x + 1$ (۴)

x^2 (۳)

$-|x|$ (۲)

$2x + 1$ (۱)

۵۴

حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{x}{4} - 5}$ کدام است؟

$-\frac{1}{5}$ (۴)

$-\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

۵۵

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x^2 + x - 1}$ کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

۵۶ تابع $f(x) = \tan \pi x$ بر روی محور x ها پاره‌خطهایی به طول ۲ ایجاد می‌کند و $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$ می‌باشد.

مقدار a کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

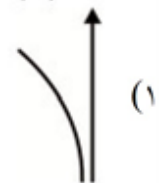
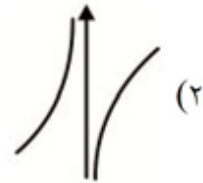
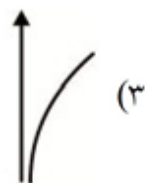
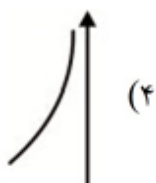
$\frac{1}{2}$ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۵۷

تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - |x|}$ اطراف محور y ها چگونه است؟



۵۸ اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a+2)x^3 + (3a+b)x + 5}{5x-1} = 0$ ، مقدار $a+b$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۵۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{2\pi}{3}\right)^-} \frac{-\sin x}{1+2\cos x}$ کدام است؟

- $-\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $+\infty$ (۳) $-\infty$ (۴)

۶۰ اگر $Q(x) = xP(x) - 2x^2 + 5$ و حد عبارت $\frac{P(x+1)}{x^2-9}$ وقتی $x \rightarrow 3$ موجود باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $Q(x)$

- بر $x-4$ کدام است؟
-۱۶ (۱) -۱۷ (۲) -۲۱ (۳) -۲۷ (۴)

۶۱ به ازای چند مقدار صحیح x بازه‌ی $(1, 3x+1)$ یک همسایگی عدد ۳ است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۶۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1+2x)(1+3x)(1+4x)(1+5x) - 1}{x}$ کدام است؟

- $+\infty$ (۱) ۱۴ (۲) ۶۳ (۳) ۱۲۰ (۴)

۶۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x} - 2x \right)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) صفر (۳) $-\infty$ (۴)

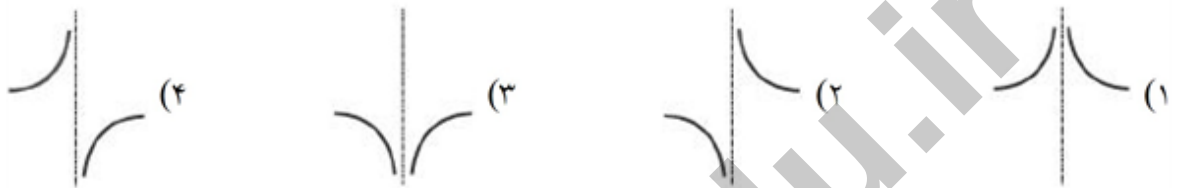
۶۴ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{f(x)} = +\infty$ باشد تا $f(x)$ برابر کدام گزینه شود؟

- (۱) $\sin x$ (۲) x^3 (۳) x^2 (۴) $-|x|$

۶۵ مجموعه $\{b+1\} - (2a+b, a-1)$ یک همسایگی محذوف $x = -1$ است. حدود تغییرات a برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(-1, 0)$ (۳) $(0, \frac{1}{2})$ (۴) $(-\frac{1}{2}, 0)$

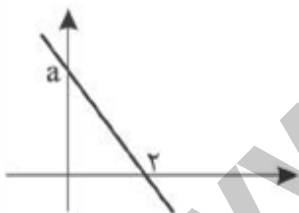
۶۶ نمودار تابع $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ اطراف $x = 1$ چگونه است؟



۶۷ حد تابع $f(x) = \frac{2x^3 + ax + b}{(x+1)^2}$ در $x = -1$ موجود و مخالف صفر است، در این صورت $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱۰ (۴) ۱۰

۶۸ نمودار تابع خطی f به صورت زیر است. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f \circ f(x^2)}{1 + xf(x)} = -2$ باشد، مقدار a کدام است؟



- (۱) ۸
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۶۹ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 - 4x - 2}{x - 2} - ax \right) = b$ ، عدد حقیقی b کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

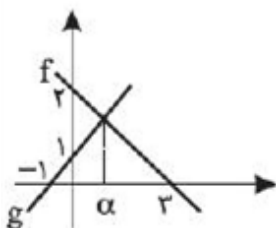
۷۰ به ازای کدام مقدار a ، چندجمله‌ای $f(x) = x^5 - 2x^3 + ax + 6$ بر $x + 2$ بخش پذیر است؟

- ۲۹ (۱) -۲۹ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴)

۷۱ اگر باقی مانده چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x - 2$ و $x + 1$ به ترتیب ۲ و -۳ باشد، باقی مانده $2xf(3-x) - (x^2 + 1)f(x-2)$ بر $x - 1$ چه عددی است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) -۶ (۳) ۱۰ (۴)

۷۲ نمودار توابع خطی f و g در شکل آمده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x - \alpha}$ چه عددی است؟



- $\frac{16}{3}$ (۱) $-\frac{16}{3}$ (۲)
 $\frac{8}{3}$ (۳) $-\frac{8}{3}$ (۴)

۷۳ اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 3x} = 2$ ، مقدار $f(0)$ چه عددی است؟

- ۲۹ (۱) ۳۱ (۲) -۳۳ (۳) -۳۵ (۴)

۷۴ بازه $(1 + \frac{2}{x}, 2 + \frac{1}{x})$ یک همسایگی ۲ است. حدود x کدام است؟

- $x > 0$ (۱) $0 < x < 2$ (۲) $x > 2$ (۳) $\frac{1}{2} < x < 1$ (۴)

۷۵ مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \left(\sqrt{4x^2 + 3} - 2x \right)$ چه عددی است؟

- $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۷۶ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(2x) - x) = 5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + f(-x)}{2x + 1}$ کدام است؟

- $-\frac{1}{4}$ (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۷۷ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) -۶

۷۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۷ (۴) $\frac{1}{7}$

۷۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 11x + 10}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $-\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $-\frac{1}{10}$

۸۰ حاصل $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 6x}{x^2 - 7x + 6}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $-\frac{7}{5}$

۸۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 9x + 14}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{7}{5}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $-\frac{14}{5}$ (۴) $\frac{14}{5}$

۸۲

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 7x}{x^2 + 4x}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $-\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۸۳

حاصل $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) صفر

۸۴

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۸

۸۵

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x - 2|}{\sqrt{x} - 14}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۳) حد ندارد (۴) صفر

۸۶

حاصل $\lim_{x \rightarrow 10^-} \frac{|x - 10|}{x^2 - 100}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{20}$ (۲) $-\frac{1}{20}$ (۳) صفر (۴) حد ندارد.

۸۷

حاصل $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{|x - 5|}{2x - 10}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) صفر (۴) حد ندارد.

۸۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{|x-6|}{x^2 - 6x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) صفر (۴) حد ندارد.

۸۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{|x-7|}{x-7}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) حد ندارد (۴) صفر

۹۰ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x-4|}{x-4}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) حد ندارد (۴) صفر

۹۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) حد ندارد (۴) صفر

۹۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|x-5|}{x-5}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) حد ندارد (۴) صفر

۹۳ هرگاه یکی از عوامل $2x^3 + x^2 + ax + 2$ عبارت $x - 1$ باشد، جمع دو عامل دیگر آن کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $2x - 2$ (۲) $3x + 1$ (۳) $3x + 2$ (۴) $3x - 1$

۹۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{3x+1}{x+2} \right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) موجود نیست.

۹۵ اگر $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

حد تابع $f(x) = \frac{(2x+1)(2x-4)}{ax^n - vx - 3}$ در بی‌نهایت برابر ۲ می‌شود، در این صورت حد این تابع در نقطه $x = -\frac{1}{2}$ ۹۶

برابر کدام خواهد بود؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

نمودار تابع $f(x) = \frac{[x] - 3}{-x^2 + ax + b}$ در اطراف خط $x = 2$ به شکل زیر است. $a + b$ کدام است؟ ۹۷



- (۱) +۴ (۲) -۴ (۳) صفر (۴) -۱

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x + 1}{\cos x + 1} = +\infty \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x - 2}{\cos x} = -\infty \quad (۴)$$

کدام گزینه غلط است؟ ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x = -\infty \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \operatorname{Cotg} x = -\infty \quad (۳)$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - 1|}{x - 2 + \sqrt{x}}$ کدام است؟ ۹۹

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{4x-3}}{x^2 + x - 2}$ کدام است؟ ۱۰۰

(۱) $-\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $-\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۱۰۱ اگر باقی مانده عبارت $ax^3 + x + 4$ بر عبارت $x + 1$ برابر ۵ باشد، حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{x+a}{\sin x}$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) $-\infty$

۱۰۲ به ازای چند مقدار صحیح a ، بازه $(2a, a+3)$ یک همسایگی عدد ۱ محسوب می‌شود؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۱۰۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|3x^2 - 2x - 8|}{2x^3 - 3x^2 - 12x + 20}$ کدام است؟

(۱) $-\infty$ (۲) $-\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) $+\infty$

۱۰۴ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{ax+b}}{\sqrt{2x-2}} = 2/5$ باشد، $a+b$ کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۱ (۴) ۵

۱۰۵ حد راست $y = \frac{x - |2x| - [-x]}{|-x| + [x]}$ در $x = 0$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴) $-\infty$

۱۰۶ فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}}$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۰ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۰۷ به ازای یک مقدار a ، چندجمله‌ای $P(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$ بر $2x - 1$ بخش پذیر است. در این حالت باقی مانده‌ی $P(x)$ بر $2x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) -10 (۲) -8 (۳) 4 (۴) 6

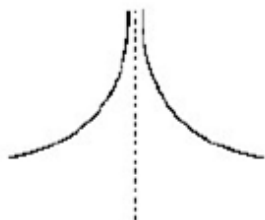
۱۰۸ چندجمله‌ای $x^n - x - x^{n-1} + 1$ ، $(n \in \mathbb{N})$ بر کدام عبارت همواره بخش پذیر است؟

- (۱) $x^2 + 1$ (۲) $x^2 - 1$ (۳) $x^2 + 2x + 1$ (۴) $x^2 - 2x + 1$

۱۰۹ اگر $f(x) = (x + 2)^3$ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + f(x-2)}{f(-x) + 2f(x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) 2

۱۱۰ در صورتی که تابع $f(x) = \frac{(-1)^{[x]} + a}{x - 1}$ در همسایگی خط $x = 1$ به صورت شکل زیر باشد، حدود a کدام است؟



- (۱) $a > 1$
 (۲) $a < -1$
 (۳) $-1 < a < 1$
 (۴) هیچ مقدار a

۱۱۱ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^3 + ax - a - 1} = +\infty$ مقدار a کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 2 (۳) 3 (۴) -3

۱۱۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x + 10}{x^3 - 3x^2 - 12x - 4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{12}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{13}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

113

اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 1}{x^2 + ax} = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + 3x - 1}{-2x + 3}$ برابر کدام گزینه است؟

- (1) $+\infty$ (2) $-\infty$ (3) $-\frac{3}{2}$ (4) 1

114

حاصل $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} \frac{[\text{tg } x]}{\text{tg } x + 1}$ کدام است؟

- (1) $+\infty$ (2) $-\infty$ (3) صفر (4) 1

115

اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 - 6x^2 + 2}}{ax - |x|} = 3$ باشد، a کدام است؟

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{5}{3}$ (4) $-\frac{1}{3}$

116

حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2x - 5} - x + 2}{\sqrt[3]{x + 5} - [x]}$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) صفر

117

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} - 1}{\sqrt{x^2 - x}}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \text{ (4)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (3)}$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (2)}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (1)}$$

118

اگر تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3} + ax}{\sqrt{x^2 + 8} - ax}$ از نقطه‌ی $A(1, -4)$ عبور کند، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

$$-\frac{3}{5} \text{ (4)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (3)}$$

$$-\frac{11}{17} \text{ (2)}$$

$$\frac{11}{17} \text{ (1)}$$

119

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}}$ ، کدام است؟

$$-0.6 \text{ (4)}$$

$$-0.8 \text{ (3)}$$

$$-1/2 \text{ (2)}$$

$$-1/5 \text{ (1)}$$

120

فرض کنید $n \in \mathbb{N}$. حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ ، کدام است؟

$$-1 \text{ (4)}$$

$$-\frac{1}{3} \text{ (3)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (2)}$$

$$1 \text{ (1)}$$

۱۲۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |x|}{x + 1}$ کدام است؟

- ۲ (۴) ۱ (۳) ۰ (۲) -۱ (۱)

۱۲۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} \frac{\cos x}{\sin(x + \frac{\pi}{4})}$ کدام است؟

- +∞ (۴) ۱ (۳) ۰ (۲) -∞ (۱)

۱۲۳ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

- $\frac{5}{36}$ (۴) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۱)

۱۲۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ کدام است؟

- ۱ (۴) صفر (۳) -۱ (۲) -∞ (۱)

۱۲۵ فرض کنید چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x - 1) + p(1 - x)$ ، آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x - 2$ کدام است؟

- ۲ (۴) ۱ (۳) صفر (۲) -۱ (۱)

۱۲۶

اگر n عدد طبیعی باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - x^3 + 7x^n}{2x^n + 5x - 7}$ کدام مورد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{1}{5}$ (۲) 3 (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $-\infty$

۱۲۷

اگر حاصل حد عبارت $(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 3x})$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ را برابر m و وقتی $x \rightarrow -\infty$ برابر n

در نظر بگیریم، مقدار $m - n$ کدام است؟

- (۱) 9 (۲) 6 (۳) 3 (۴) صفر

۱۲۸

هرگاه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{ax + 3} - 2}{x^2 - 4} = b$ باشد ($b \in \mathbb{R}$)، آنگاه حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{32}$ (۳) $\frac{17}{32}$ (۴) $\frac{17}{16}$

۱۲۹

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x (1 - \sin 3x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۳۰

حد عبارت $\frac{x^3 - 8x^2 + 2x - 16}{6\sqrt[3]{x} - 12}$ وقتی $x \rightarrow 8$ ، کدام است؟

- (۱) 132 (۲) 122 (۳) 33 (۴) 22

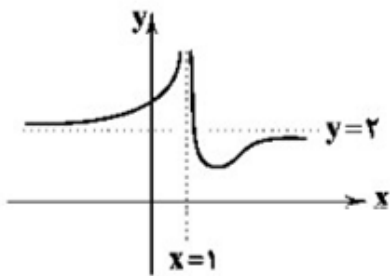
۱۳۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x + \sqrt{9x^2 - 2x})$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۳۲) حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - |x - x^2|}{2x + |x - 1|}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) صفر

۱۳۳) نمودار $f(x)$ به صورت زیر است، حاصل $A = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{f(x)} + \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۴) اگر $f(x)$ تابعی پیوسته و $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x)} - 5}{x - 3} = 10$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x + 25 - f(x)}{2x - 6}$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۳۵) اگر $f(x) = \frac{x}{x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ باشد، آنگاه حاصل

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۰ (۴) -۳

۱۳۶ مجموعه جواب کدام نامعادله، یک همسایگی محذوف ۲ است؟

الف) $\frac{1}{|x-2|} < \frac{1+3x-x^2}{(x-2)^2}$ (ب) $\frac{x^2+3x}{|x-2|} < 0$

ج) $1 < \frac{4}{x}$

الف - ب (۱) ب (۲) ج (۳) الف - ج (۴)

۱۳۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 8x}{\sqrt[3]{x} - \frac{x}{4}}$ ، کدام است؟

الف (۱) -۲۴ ب (۲) -۱۲ ج (۳) ۶ د (۴) ۴۸

۱۳۸ اگر به ترتیب باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای درجه ۳ بر $(x-1)$ ، $(x-2)$ ، $(x-3)$ و $(x+1)$ برابر ۲، ۵، ۱۰ و ۰ شود. آن‌گاه باقیمانده تقسیم بر $x+3$ کدام است؟

الف (۱) -۱ ب (۲) ۰ ج (۳) ۱ د (۴) ۲

۱۳۹ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{bx^2 + 1}}{2x - 1} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2ax + \sqrt{bx^2 + 1}}{2x - 1}$ باشد،

آن‌گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + bx + 1}{bx^2 + ax + 1}$ کدام است؟

الف (۱) $-\frac{3}{49}$ ب (۲) $\frac{3}{49}$ ج (۳) $-\frac{5}{49}$ د (۴) $\frac{5}{49}$

۱۴۰ اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|x+1|}{|\cos^2 x - 2 \sin x|} = +\infty$ و $a \in [0, 2\pi]$ باشد، مجموع مقادیر a کدام است؟

الف (۱) ۰ ب (۲) $\frac{\pi}{4}$ ج (۳) π د (۴) $\frac{5\pi}{4}$

۱۴۱ مقدار تابع $f(x)$ را می‌توان از هر عددی بزرگ‌تر کرد مشروط بر آن‌که x به اندازه کافی کوچک شده باشد، در این صورت ضابطه $f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{4x^2 + x - 1}{2x - 3}$ (۲) $\sqrt{15 - x} - \sqrt{1 - x}$ (۳) $x + |x|$ (۴) $x + |2x|$

۱۴۲ مجموعه جواب کدام نامعادله یک همسایگی نقطه $x = -1$ نیست؟

(۱) $x^2 - 2x - 8 < 0$ (۲) $|x + 2| < 2$ (۳) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 4} < 0$ (۴) $(x + 1)(x^3 + x + 2) < 0$

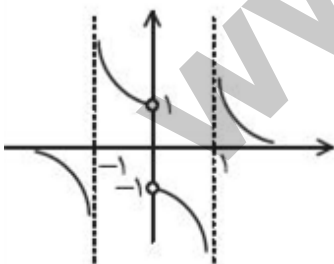
۱۴۳ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n - \sqrt{9x^2 - 6x + 2}}{3x - |2x + 5|} = -1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a + 6)\sqrt{x}}{\sqrt{4x + 1} - 1}$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۴۴ حاصل‌حدهای $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x - 10}{x^2 - 6x + 9}$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[\sin x]}{|x|^2 - |x|}$ به ترتیب کدام است؟

(۱) $+\infty$ و $+\infty$ (۲) $+\infty$ و $+\infty$ (۳) $+\infty$ و $-\infty$ (۴) $-\infty$ و $-\infty$

۱۴۵ نمودار تابع f به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{|x^2 - x|}{x}\right)$ کدام است؟



(۱) ۱
(۲) -۱
(۳) $-\infty$
(۴) $+\infty$

۱۴۶ اگر $f(x) = \frac{2x-1}{|x|+3}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x}\right)$ کدام است؟

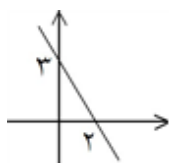
- ۳ (۴) -۲ (۳) $\frac{3}{5}$ (۲) -۱ (۱)

۱۴۷ فرض کنید $f(x) = \frac{x}{ax^2 - 6x + b}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x)$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۱)

۱۴۸ باقی مانده تقسیم $f(x) = x^3 + ax^2 + 2x - 1$ بر $x + 1$ برابر -3 است. باقی مانده تقسیم $f\circ f(x)$ بر $x - 1$ کدام است؟

- ۴۱ (۴) -۲ (۳) ۲۶ (۲) ۱ (۱)

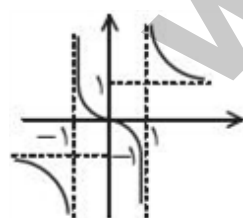


۱۴۹ نمودار تابع f به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(1-2x)}{x+f(x)}$ کدام است؟

- ۲ (۴) ۳ (۳) -۴ (۲) -۶ (۱)

۱۵۰ با فرض طبیعی بودن n حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^n - 3x^2 + 2}{2x^n + x^2 + 1}$ برابر کدام عدد زیر نمی تواند باشد؟

- ۳ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)



۱۵۱ نمودار تابع f به صورت مقابل است، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f\circ f(x)$ کدام است؟

- ۱ (۲) ۱ (۱)
-∞ (۴) +∞ (۳)

۱۵۲

اگر $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ و $g(x) = \operatorname{tg} 2x$ مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f \circ g$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) $+\infty$ (۳) $-\infty$ (۴)

۱۵۳

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - f(1-x) = -\infty$ کدام حد الزاماً درست است؟

- ۱ (۱) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (۳) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

۱۵۴

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(2x) - x) = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + x}{2x - 1}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۱۵۵

کدام حد به درستی محاسبه نشده است؟

- ۱ (۱) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[x]}{x} = 1$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{x} = +\infty$ (۳) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{[x]} = 1$ (۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x} = +\infty$

۱۵۶

هرگاه $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{1-x}$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x)$ چه قدر از $\lim_{x \rightarrow -\infty} g \circ f(x)$ بیش تر است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۵۷

اگر $f(x) = \frac{ax+b}{x}$ و $g(x) = \frac{x+2}{2x^2+x-1}$ مقدار $a-b$ کدام باشد تا $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)g(x) = 5$ برقرار باشد؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{5}{5}$ (۴) $\frac{6}{5}$

۱۵۸

هرگاه $f(x) = \sqrt{2-x}$ مقدار $a+b$ چه عددی باشد تا $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a - f(f(x))}{x-1} = b$ برقرار باشد؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۵۹ بازه $(2x-4, 3x-1)$ یک همسایگی ۲ می‌باشد. اگر x یک عدد طبیعی باشد، بازه $(x+2, x+3)$ یک همسایگی راست کدام عدد زیر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶۰

حد عبارت $\frac{x - \sqrt{4x^2 - 5}}{3x - 5}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

- ۱ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴)

۱۶۱

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - |x|}{x^2 + |x|}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴)

۱۶۲

در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2\cos x}$ ، کدام بیان، درست است؟

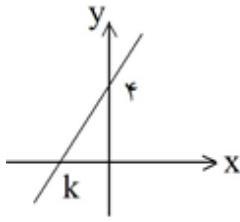
- $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = +\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = -\infty$ (۱)
 $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}^-} f(x) = +\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = -\infty$ (۳)

۱۶۳

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\text{Cotg} x}{\text{tg} x}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) صفر $+\infty$ (۳) $-\infty$ (۴)

۱۶۴ نمودار تابع خطی f در شکل مقابل رسم شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = 9$ باشد، مقدار k چه قدر است؟



-۲ (۱)

 $-\frac{3}{4}$ (۲)

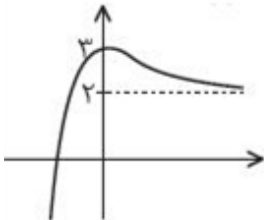
-۳ (۳)

 $-\frac{4}{3}$ (۴)

۱۶۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \sqrt{x^2 - 2x}}{3x^2 + 4x}$ کدام است؟

 $+\infty$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱)

۱۶۶ اگر شکل زیر نمودار تابع $y = g(x)$ باشد، در این صورت حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1}{g(x)} \right]$ کدام است؟



[] نماد جزء صحیح است.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

-∞ (۴)

۱۶۷ حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)^4 - (2x-3)^4}{2x-4}$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۴ (۳)

-۸ (۲)

-۱۶ (۱)

۱۶۸) چه تعداد از حدود زیر موجود هستند؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

الف- $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 4}$ ب- $\lim_{x \rightarrow 0} [x] - \frac{|x|}{x}$ ج- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 1}{\sin x - 1}$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۶۹) هیچ همسایگی چپی از نقطه نمی توان یافت که در جواب نامعادله $\frac{x^2 - 4}{|x - 3|} > 0$ صدق کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) -۲

۱۷۰) اگر $n \in \mathbb{N}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^n + 3x^2 + 1}{4x^n + (n-2)x^3 + 4x - 3} = L$ باشد، در این صورت چند مقدار متفاوت برای L وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۷۱) اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a|x + 2| + 4x - 1}{|5 - 3x| + ax - 21} = -\frac{2}{3}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) -۱۸ ۳) ۶ ۴) -۶

۱۷۲) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^2 + 3x + 10}{x^4 - x^3 + x - 22}$ کدام است؟

۱) $-\frac{7}{45}$ ۲) $-\frac{7}{43}$ ۳) $-\frac{7}{47}$ ۴) $-\frac{7}{41}$

۱۷۳

حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟

- (۱) -۲۴ (۲) -۱۸ (۳) -۱۲ (۴) -۶

۱۷۴

به ازای کدام مجموعه مقادیر x بازه $(2x - 2, x + 1)$ یک همسایگی عدد ۳ می باشد؟

- (۱) \emptyset (۲) $\{2\}$ (۳) $2 < x < 2/5$ (۴) $1/5 < x < 2$

۱۷۵

اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-1)^2 + b(x+2)^2}{bx^2 + (2x-1)^2} = 3$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2b}{2bx + 11}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) ۰ (۴) $-\frac{11}{2}$

۱۷۶

حد عبارت $x - \sqrt{x^2 + 2x}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) صفر (۴) ۱

۱۷۷

حد عبارت $\frac{x^2 - x - 2}{x^3 - 1}$ وقتی $x \rightarrow 1^-$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\pm\infty$ (۳) $-\infty$ (۴) $+\infty$

۱۷۸

حاصل $A = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{\sin^2 x (1 - \cos x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) صفر

۱۷۹

باقی مانده تقسیم $x^4 - 3x^2 + Kx - 1$ بر $x + 1$ برابر ۳ است. مجموع ضرایب خارج قسمت این تقسیم کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) -۶

۱۸۰ اگر بازه $(X - 1, 2X + 1)$ یک همسایگی ۲ باشد، مجموعه مقادیر X کدام است؟

$-\frac{1}{2} < X < 1$ (۴) $2 < X < 3$ (۳) $1 < X < \frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2} < X < 3$ (۱)

۱۸۱ حد عبارت $\frac{X^2 + X - 6}{2 - \sqrt{X^2 + 2X}}$ وقتی $X \rightarrow 2$ کدام است؟

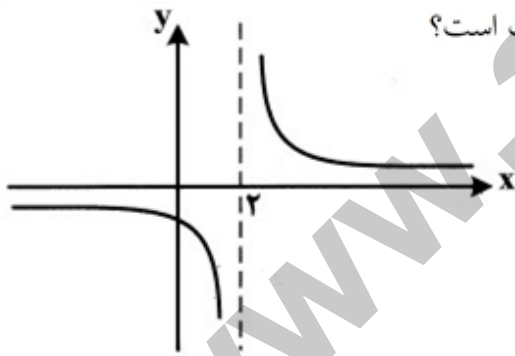
4 (۴) -10 (۳) 6 (۲) -8 (۱)

۱۸۲ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، a کدام است؟

4 (۴) 2 (۳) -2 (۲) -4 (۱)

۱۸۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{4x^2 + x - 1})$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) -1 (۱)



۱۸۴ با توجه به شکل تابع $y = f(x)$ ، چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ •

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ •

$f(x)$ در ۲ حد ندارد. •

2 (۲) 1 (۱)
 0 (۴) 3 (۳)

۱۸۵ عبارت $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ بر کدام عبارت بخش پذیر نیست؟

$x + 3$ (۴) $x - 3$ (۳) $x + 1$ (۲) $x - 1$ (۱)

کدام حد زیر وجود دارد؟ (۱۸۶)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2(x-1)^3}{x^3 - (x+2)^3} \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x[x] + 1}{x + 1} \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{|x - 4|} \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 4}{x^3 + x - 1} \quad (۳)$$

کدام حد زیر وجود دارد؟ (۱۸۷)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2\sqrt{x+1}}$$

(۴) ۳

(۳) ۱

(۲) ۴

(۱) ۲

اگر $P(x) = x^3 + ax + b$ بر $x + 2$ بخش پذیر و باقی مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x - 1$ برابر ۳ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x + 1$ کدام است؟ (۱۸۸)

(۴) ۱

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) -۲

کدام حد است؟ ([] نماد جزء صحیح است.) (۱۸۹)

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{[\sin x]}{6x - x^2}$$

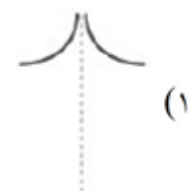
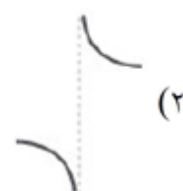
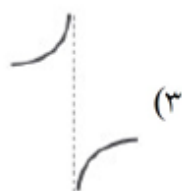
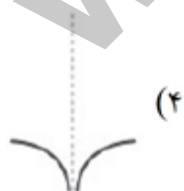
(۴) ۱

(۳) $+\infty$

(۲) صفر

(۱) $-\infty$

نمودار تابع $f(x) = \frac{(-1)^{[x]}}{3 - x}$ در همسایگی $x = 3$ چگونه است؟ ([] نماد جزء صحیح است.) (۱۹۰)



۱۹۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2}{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۹۲ اگر $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 - 2x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $+\infty$ (۳) $-\infty$ (۴) صفر

۱۹۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{[x]}{\operatorname{tg} x}$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\operatorname{tg} x}{[-x]}$ ، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $+\infty, +\infty$ (۲) $-\infty, -\infty$ (۳) صفر, $-\infty$ (۴) $+\infty, -\infty$

۱۹۴ اگر $f(x) = \frac{x - \sqrt[3]{8x^3 - 189}}{ax - 6}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) -3

۱۹۵ اگر $f(x) = \frac{5x - \sqrt{16x^2 + \frac{9}{4}}}{ax^n - \frac{3}{2}}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{3}{n}$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $0/6$ (۲) $0/8$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$

۱۹۶

اگر $f(x) = \frac{6x^2 - \sqrt{-48x - 12}}{ax^n - 3}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ کدام است؟

(۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۲) $-\frac{5}{6}$ (۱) $-\frac{3}{4}$

۱۹۷

اگر $f(x) = \frac{4x + \sqrt{9x^2 + 28}}{mx^n + 4}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{7}{2}$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ کدام است؟

(۴) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{5}{6}$

۱۹۸

اگر $f(x) = \frac{2 - \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{7}{4}}}{ax - 27}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{18}$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{18}$ (۳) $-\frac{1}{9}$ (۲) $-\frac{1}{24}$ (۱) $-\frac{1}{12}$

۱۹۹

اگر $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x + 3}{x^2 + ax + b} = -\infty$ حاصل $a + b$ کدام است؟

(۴) ۳۵ (۳) ۴۰ (۲) ۲۵ (۱) ۲۰

۲۰۰

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + b}{x^2 - 3x + 2} = L$ مقدار $b + L$ کدام است؟ ($L \in \mathbb{R}$)

(۴) ۴ (۳) ۸ (۲) ۶ (۱) ۵

۲۰۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 2}$ کدام است؟

۱ (۱) صفر (۲) $+\infty$ (۳) $-\infty$ (۴)

۲۰۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} \tan x$ و $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} \tan x$ به ترتیب از راست به چپ برابر است؟

۱ (۱) $+\infty$ و $+\infty$ (۲) $-\infty$ و $+\infty$ (۳) $+\infty$ و $-\infty$ (۴) $-\infty$ و $-\infty$

۲۰۳ باقی مانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 5x + 1$ بر $x + 1$ کدام است؟

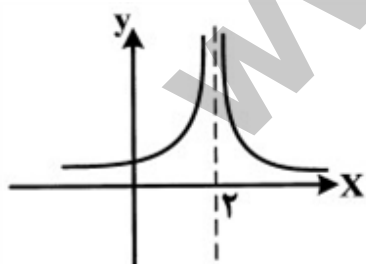
۱ (۱) -1 (۲) -3 (۳) 3 (۴) صفر

۲۰۴ کدام تابع زیر در همسایگی محذوف $x = 2$ تعریف شده است، ولی در همسایگی $x = 2$ تعریف نشده است؟

۱ (۱) $y = \sqrt{x - 2}$ (۲) $y = \frac{1}{x - 2}$ (۳) $y = \sqrt{2 - x}$ (۴) $y = \frac{1}{x + 2}$

۲۰۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - x^4}{x^3 - \sqrt{x^6 + 9x^3 + 2}}$ کدام است؟

۱ (۱) -5 (۲) 0 (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\infty$



۲۰۶ با توجه به شکل مقابل کدام بیان کامل تر است؟

۱ (۱) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

۳ (۳) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ (۴) $f(x)$ در 2 حد ندارد.

۲۰۷ همسایگی محذوف عدد حقیقی 1 در کدام حالت نادرست است؟

۱ (۱) $(-1, 1) \cup (1, 3)$ (۲) $(-1, 3) - \{1\}$ (۳) $0 < (x - 1)^2 < 4$ (۴) $(x - 1)^2 < 4$

۲۰۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{3x^2 - 5x + 2}$ ، کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۱)

۲۰۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+4} - 1}$ ، کدام است؟

- ۶ (۴) ۱۲ (۳) -۱۲ (۲) -۶ (۱)

۲۱۰ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{\sqrt{x+7} - 3} = 18$ ، حاصل $b - a$ کدام است؟

- ۲ (۴) -۱ (۳) ۲ (۲) صفر (۱)

۲۱۱ اگر چندجمله‌ای $f(x) = x^4 + ax + b$ بر $x+1$ و $x-2$ بخش پذیر باشد، آنگاه $f(x)$ بر کدام عبارت زیر بخش پذیر است؟

- $x^2 - x + 3$ (۴) $x^2 + x + 3$ (۳) $x^2 + 3x + 3$ (۲) $x^2 + x - 3$ (۱)

۲۱۲ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + ax + b} = \frac{1}{3}$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- ۵ (۴) ۴ (۳) -۶ (۲) -۸ (۱)

۲۱۳ حد عبارت $\frac{[x] + 1 - x}{|x^2 - x - 6|}$ وقتی $x \rightarrow 3^-$ ، کدام است؟

- $0/3$ (۴) $0/2$ (۳) $-0/2$ (۲) $-0/3$ (۱)

۲۱۴

حد تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{2x - \sqrt{x+3}}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

$\frac{-4}{5}$ (۴)

$\frac{-4}{7}$ (۳)

$\frac{3}{7}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

۲۱۵

اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} = 1$ باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

صفر (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۲۱۶

حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + \sqrt{x+18}}{\sqrt{3x+7}-1}$ کدام است؟

$\frac{-5}{2}$ (۴)

$\frac{5}{4}$ (۳)

$\frac{-17}{6}$ (۲)

$\frac{17}{12}$ (۱)

۲۱۷

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x - 1) \operatorname{tg}^2 x$ کدام است؟

-۱ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۱۸

حد تابع $f(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt[3]{x}}$ وقتی $x \rightarrow 1^-$ ، کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{3}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

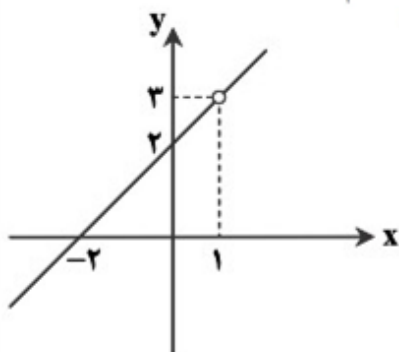
۲۱۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+5}-1}{4-x^2}$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۲۲۰ اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x}{1 + \cos x} = a$ حاصل، $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{4a \sin x - 1}{8a \sin^2 x - 1}$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۲۲۱ شکل مقابل، نمودار تابع خطی $y = f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+5)f(x)}{x^2-4}$ کدام است؟



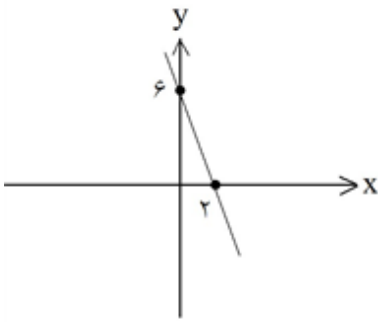
- $\frac{6}{5}$ (۱)
 $\frac{5}{2}$ (۲)
 $-\frac{3}{4}$ (۳)
 صفر (۴)

۲۲۲ تابع $f(x) = \frac{(x+a)|x-4|}{x-4}$ در نقطه $x = 4$ حد دارد. مقدار a کدام است؟

- ۴ (۴) ۸ (۳) -۸ (۲) -۴ (۱)

۲۲۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\operatorname{tg} x - \sin^2 x - \cos^2 x}$ برابر کدام است؟

- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)



شکل زیر نمودار تابع $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2}$ کدام است؟ ۲۲۴

-۳ (۱)

+۳ (۲)

+۱ (۳)

-۱ (۴)

در تابع $f(x) = \frac{[3x] |x^2 + 2x - 1|}{4 - x^2}$ قدرمطلق تفاضل حد چپ و راست تابع در $x = 2$ کدام است؟ [] ۲۲۵

نماد جزء صحیح است.

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۱۶/۵ (۱)

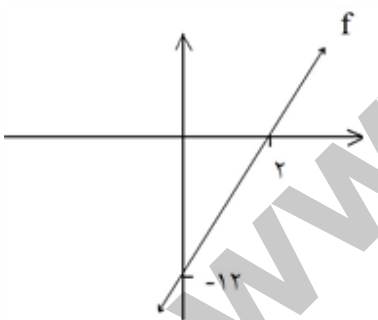
حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}$ چند برابر $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|3-x|}{x-3}$ است؟ ۲۲۶

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)



شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 5x + 6}$ کدام است؟ ۲۲۷

 $\frac{6}{5}$ (۲)

-۶ (۱)

 $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{6}{7}$ (۳)

اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - ax + b} = \frac{1}{3}$ باشد، $2a + b$ چه مقداری است؟ ۲۲۸

۲۱ (۴)

۶۹ (۳)

-۲۱ (۲)

-۶۹ (۱)

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 3x + 2} = 3$ باشد، $a + b$ کدام است؟ (۲۲۹)

۳ (۴) ۱ (۳) -۳ (۲) -۱ (۱)

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\cos 2x}$ کدام است؟ (۲۳۰)

$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۳) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۱)

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x+6} - 2}{6-3x}$ کدام است؟ (۲۳۱)

$-\frac{5}{4}$ (۴) $-\frac{5}{12}$ (۳) $-\frac{5}{48}$ (۲) $-\frac{5}{24}$ (۱)

اگر $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 3}}$ مقدار $\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(\cot x)$ کدام است؟ (۲۳۲)

$\frac{1}{4}$ (۴) ۳ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۲) ۱ (۱)

اگر $f(x) = \frac{(-1)^{[x]}}{x^3 - x^2 + ax - a}$ به طوری که $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.) (۲۳۳)

$\frac{1}{2}$ (۴) صفر (۳) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۱)

۲۳۴

اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^b + 2x^2 + 5}{3x^2 - x + 1} = 2$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - b}{x^3 - ax + 3}$ کدام است؟

(۱) -۶ (۲) -۵ (۳) -۴ (۴) -۳

۲۳۵

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - ax + 4} = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a^2 x^a + x^2 - 1}{x^2 - 2x^4 + 7}$ کدام است؟

(۱) -۸ (۲) $+\infty$ (۳) $-\infty$ (۴) صفر

۲۳۶

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{\sqrt{8x+1} - 3}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\sqrt{\frac{3}{8}}$

۲۳۷

اگر $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 + x - 3\sqrt{x}}{ax + b} = \frac{1}{2}$ مقدار b کدام است؟

(۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۳۸

مقدار $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 2x + \cos x}{\sin^2 x}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۲۳۹

مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x - 4}{x^2 - 2x} - \frac{x + 2}{x^2 + x} \right)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۲۴۰ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + a}{\sqrt{2 + 2x - 2}} = b$ مقدار $a + b$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴)

۲۴۱ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{ax^2 + 2x - 1} + 2x - b \right) = 4$ باشد، مقدار $a - b$ چه قدر است؟

- ۹ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۹ (۴)

۲۴۲ حد تابع $y = \frac{1 - \sqrt{x-3}}{2 - \sqrt{x}}$ در نقطه $x = 4$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴)

۲۴۳ در تابع $f(x) = \frac{ax^n - x - 1}{x^2 - 3x + 2}$ اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

- $\frac{-1}{2}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴)

۲۴۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{9x^2 + 12x + 1} - \frac{3x^2}{x-1} \right)$ برابر است با:

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴)

۲۴۵ اگر $Q(x)$ خارج قسمت تقسیم $P(x) = x^5 + 3x^2 - 1$ بر $x + 1$ باشد، مقدار $Q(-1)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۳ (۲) -۱ (۳) -۱۳ (۴)

۲۴۶ اگر $\lim_{x \rightarrow 0} x(f(x) - x) = 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} f\left(\frac{2}{x}\right)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴) -۴

۲۴۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 3} \right)$ برابر است با:

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۱

۲۴۸ اگر $P(x) = x^2 + ax + 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، کوچک ترین ریشه معادله $P(x) = 0$ کدام است؟

- (۱) $1 - \sqrt{2}$ (۲) $-1 - \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} - 1$ (۴) $1 + \sqrt{2}$

۲۴۹ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + a[x]}{x^2 - 4} = -\infty$ ، آن گاه حدود a کدام است؟

- (۱) $-2 < a < -1$ (۲) $-1 < a < 0$ (۳) $1 < a < 2$ (۴) $0 < a < 1$

۲۵۰ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 2$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \sqrt{x^2 + 2x})$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) -۳

۲۵۱ باقیمانده تقسیم چند جمله ای $ax^4 + bx + c$ بر عبارت های $x + 2$ و $x + 1$ به ترتیب برابر ۳ و -۳ است. اگر مجموع ضرایب چند جمله ای برابر صفر باشد، مقدار bc ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

۲۵۲

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2\sqrt{x^2 - 2x + 1} - 2}{x^3 + x - 10}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{13}$ (۲) $\frac{2}{13}$ (۳) صفر (۴) $\frac{3}{13}$

۲۵۳

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x + \sin x}{\cos^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۲۵۴

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + \sqrt{4x^4 - 3x + 1}}{\Delta x^2 + 2} = \frac{4}{5}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x^2 - a^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{32}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{24}$

۲۵۵

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{6x + x^2 - 3}{3x^2 - 4x + 1} - \frac{2}{x-1} \right)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) $+\infty$

۲۵۶

حدود a کدام باشد تا $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + [-x]}{x^2 - 1}$ برابر $-\infty$ شود؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $a > 2$ (۲) $a < -1$ (۳) $1 < a < 2$ (۴) a یافت نمی‌شود.

۲۵۷ اگر $\lim_{x \rightarrow 0} x \left(2 - f\left(\frac{1}{x}\right) \right) = 3$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2}{1 + x}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۲۵۸ حد عبارت $\frac{2x^3 - 5x + 3}{x - \sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۲/۵ (۴) ۳

۲۵۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^5 - [x^5]}{x - [x]}$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۶۰ حد عبارت $\frac{3x + \sqrt{x^2 + x}}{-x - \sqrt{4x^2 - 3x}}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۲۶۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x^3 + x - 2}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $+\infty$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۶۲ اگر $f(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 - x$ بر $x + 2$ بخش پذیر باشد، بزرگ‌ترین ریشه‌ی $f(x) = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۲۶۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{(x - 1)^3}$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) صفر (۴) ۱

۲۶۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{3x^2 + 7x - 10}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{10}$ (۳) صفر (۴) $-\frac{5}{13}$

۲۶۵ مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin 2x}{2 \cos^2(\frac{x}{2}) - 1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۲۶۶ در تقسیم چند جمله‌ای $2(a-1)x^3 - 2a^2x^2 - 3x - 7$ بر دو جمله‌ای $x+2$ ، باقی‌مانده تقسیم برابر ۲۳ است. مجموع ضرایب جملات خارج قسمت تقسیم، کدام است؟

(۱) -۱۱ (۲) ۱۱ (۳) -۱۳ (۴) ۱۳

۲۶۷ اگر $f(x) = \frac{[x] - 1}{x^2 - 1}$ باشد، گزاره‌های $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$ به ترتیب چگونه‌اند؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست

۲۶۸

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۲۶۹

اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x^2-ax+b} = -\infty$ باشد، مقدار $a^2 - b^2$ کدام است؟

- (۱) -۵۵ (۲) -۴۵ (۳) ۱۱۷ (۴) ۱۲۸

۲۷۰

حاصل $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^n - 7x + 2}{2x^n + 6x - 2}$ به ازای $n \in \mathbb{N}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$

۲۷۱

اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + ax & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ حد داشته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۱

۲۷۲

حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3} + \sqrt{x-3}}{\sqrt{x^2-9}}$ ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $\sqrt{3}$

۲۷۳

حد عبارت $\frac{2x + \sqrt{21 - 5x}}{1 - \sqrt{3x + 10}}$ وقتی $x \rightarrow -3$ کدام است؟

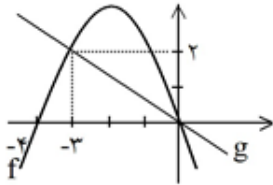
$$-\frac{19}{18} \quad (4)$$

$$-\frac{18}{19} \quad (3)$$

$$\frac{15}{14} \quad (2)$$

$$\frac{14}{15} \quad (1)$$

در شکل زیر نمودار $y = f(x)$ و $y = g(x)$ رسم شده است (تابع f ، سهمی درجه ۲ می‌باشد). حاصل



کدام است $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - g(x)}{x}$ ؟

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$-2 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

اگر حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 - ax}{x + 1 - \sqrt{3x + 1}} = -4$ باشد، آنگاه حاصل حد این کسر وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

$$16 \quad (4)$$

$$-\frac{16}{3} \quad (3)$$

$$-16 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^n - 7x + 2}{2x^n + 6x^{n-1} - x + 1} = b$ باشد، مجموع مقادیر ممکن b کدام است؟

$$12/5 \quad (4)$$

$$-2/5 \quad (3)$$

$$1/5 \quad (2)$$

$$4/5 \quad (1)$$

کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) تابع $f(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{x-3}$ در $x=3$ تعریف نشده و حد ندارد.

(۲) حد راست تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ با حد آن در $x=1$ برابر نیست.

(۳) تابع $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$ در دامنه‌اش حد دارد.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x + 1} = 0 \quad (4)$$

چند جمله‌ای $P(x) = x^5 + ax^3 - 3x + 2$ بر $x + 1$ بخش پذیر است. باقی مانده‌ی تقسیم $P(x + 1)$ بر $x + 3$ کدام است؟

- (۱) -48 (۲) -64 (۳) -72 (۴) -56

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} \sqrt{x} - 2x^2}{x-1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{27}{4}$ (۲) $-\frac{27}{8}$ (۳) $\frac{27}{4}$ (۴) $\frac{27}{8}$

اگر مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم $P(x) = x^{15} + 2x^3 + ax - 1$ بر $x + 1$ برابر ۴ باشد a کدام است؟

- (۱) -8 (۲) -5 (۳) -2 (۴) 1

حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^4 + 2x^3 + 3}}{x} - x \right)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 2 (۴) 1

اگر $f(x) = \frac{x^2 - 5}{ax^2 + 6x + b}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

هرگاه $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{mx - 3}{(x - 2)^4} = -\infty$ باشد، m کدام عدد می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) 2 (۴) 3

۲۸۴

کدام نمی‌تواند حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^n + x^2 + 1}{3x^2 + x - 5}$ باشد؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $+\infty$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۸۵

اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2x - a + b}}{x^2 + 3x - 4} = \frac{4}{5}$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{11}{4}$

۲۸۶

حد عبارت $x + \sqrt[3]{x^2 - x^3}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{6}$

۲۸۷

حد عبارت $\frac{\sin x}{\sqrt{1 + \cos x}}$ وقتی $x \rightarrow \pi^-$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

۲۸۸

حد عبارت $\frac{2x - \sqrt{x+4}}{x + \sqrt{4x^2 - x}}$ وقتی $x \rightarrow \infty$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۸۹ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1} = \frac{3}{2}$ باشد، کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۹۰ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax+3+\sqrt{4x^2-x}}{\sqrt{x}-1} = -\frac{3}{5}$ حاصل، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+a}{x^2+x+2a}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{2}{5}$ (۳) -۱ (۴) ۱

۲۹۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x + \frac{2}{x} - 3}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۹۲ اگر حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+bx+3+ax}-1$ برابر ۳ باشد، ab کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۸ (۴) -۸

۲۹۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-x+1}{x+2}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\infty$ (۳) $+\infty$ (۴) -۱

۲۹۴ اگر حد تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 + ax + b}$ وقتی $x \rightarrow 1$ برابر $+\infty$ شود، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۲۹۵ اگر عبارت $f(x) = x^3 + ax^2 + (a-2)x + 4$ بر $x+2$ بخش پذیر باشد دو ریشه دیگر معادله $f(x) = 0$ کدام است؟

- (۱) فقط یک ریشه حقیقی دارد.
(۲) $1 \pm \sqrt{5}$
(۳) $1 \pm \sqrt{2}$
(۴) ۱ و ۲

۲۹۶ در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x^2 - 1}$ تفاضل حد چپ از حد راست آن در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۲۹۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x} + \sqrt{2x+2}\sqrt{x}}{\sqrt{4x-1}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۹۸ اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{mx^3 + 3x + mx^2 + 3}{x^2 - (2m-1)x - 2m} = -1$ مقدار m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۹۹ اگر $Q(x)$ خارج قسمت تقسیم $4x^4 - 3x^3 + 6x^2 + x - 1$ بر $x+1$ باشد، باقی مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ چه قدر است؟

- (۱) $-\frac{11}{3}$ (۲) ۱۸ (۳) ۶۵ (۴) ۵۴

۳۰۰ اگر باقی مانده $f(x)$ بر $x^2 - 5x + 4$ برابر $1 - 2x$ باشد، باقی مانده $f(x^2)$ بر $x-2$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) -۷

۳۰۱ باقی مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ برابر $3x - 1$ می‌باشد. باقی مانده‌ی تقسیم $4x + 1$ بر $x + 1$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴)

۳۰۲ اگر $k(x)$ خارج قسمت تقسیم $x^5 + x^2 - 3x + 4$ بر $x - 1$ باشد، مقدار $k(-1)$ چه قدر است؟

- ۲ (۱) -۲ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴)

۳۰۳ اگر باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x - 2$ برابر ۲ و باقی مانده تقسیم $g(x)$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)g(x)$ بر $x - 2$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۸ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴)

۳۰۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x})$ کدام است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴)

۳۰۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 + \sqrt{x}} - 2}{3 - \sqrt{5x + 4}}$ کدام است؟

- ۰/۲۵ (۱) -۰/۱۵ (۲) -۰/۱۲ (۳) ۰/۱۲ (۴)

۳۰۶ اگر $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 3}$ باشد، آن‌گاه $\lim_{x \rightarrow -3} f(f(x))$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ∞ (۴)

۳۰۷ اگر $f(x) = \frac{2x - 3}{x + 4}$ آن‌گاه $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x)$ کدام است؟

- $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴)

۳۰۸ اگر $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) بی معنی

۳۰۹ اگر $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 - 4x}}{ax + 4}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(2x)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۳۱۰ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 - 4}}{3x - 1} = 1$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - a}{x^2 - x}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) ۱

۳۱۱ باقی مانده تقسیم عبارت $(x^3 - 3x^2 + 4x + 6)^5$ بر $x + 1$ کدام است؟

- (۱) -۱۶ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) -۳۲

۳۱۲ به ازای کدام مقدار m عبارت $8x^3 + mx^2 - 3x + 2$ بر $2x + 1$ بخش پذیر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) -۶ (۴) -۱۰

۳۱۳ به ازای کدام مقادیر a ، معادله $x^3 + (a-1)x^2 + (4-a)x = 4$ دارای سه ریشه‌ی حقیقی متمایز مثبت است؟

- (۱) $\{-5\} - (-\infty, -4)$ (۲) $(-\infty, -4)$ (۳) $(-4, -\infty)$ (۴) $(4, \infty)$

۳۱۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{\sqrt[3]{x+1}}$ کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۵ (۲) -۱۵ (۳) -۵ (۴)

۳۱۵ اگر باقیمانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ ، $x-1$ و x به ترتیب ۲، ۶ و ۳ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^3 - x$ کدام است؟

- ۱ (۱) $3x^2 + x + 2$ ۲ (۲) $x^2 + 3x + 2$ ۳ (۳) $x^2 + 2x + 3$ ۴ (۴) $2x^2 + x + 3$

۳۱۶ دو چندجمله‌ای $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x + 1$ و $g(x) = x^2 + ax + 2$ در تقسیم بر $x-1$ هم باقیمانده‌اند، مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۱۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1 - \sqrt{5-x}}{x-1}$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۳۱۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{27x^3 + 3x^2} - 3x$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{9}$ ۲ (۲) $\frac{1}{3}$ ۳ (۳) $\frac{1}{6}$ ۴ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۱۹ اگر $x+2$ یک فاکتور چند جمله‌ای $kx^3 + (k+1)x^2 - kx - 2$ باشد k کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴)

۳۲۰ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(\sqrt{x^2 + x + 4} - \sqrt{x^2 + x + 1} \right)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $-\frac{3}{2}$ ۲ (۲) -۱ ۳ (۳) ۱ ۴ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۲۱

اگر داشته باشیم: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-1)^{[x]}}{x^2 + ax + b} = +\infty$ زوج مرتب (a, b) کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.

- (۱) (۱ و -۲) (۲) (۲ و -۱) (۳) (۲ و -۳) (۴) (۳ و -۲)

۳۲۲

حد عبارت $\frac{x^2 - 3x + 2}{3x - \sqrt{2x^2 + 7}}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{14}$ (۴) $-\frac{3}{14}$

۳۲۳

اگر $f(3x+1) = \frac{2x - \sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 1}$ آن‌گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) ۲

۳۲۴

حاصل حد کسر $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) موجود نیست

۳۲۵

اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2ax + b} = +\infty$ باشد، $(a - b)$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) -۱۵ (۴) -۱۲

۳۲۶

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 + 2x^4 + \sqrt{x^{10} + 3x^8}}{(2x-1)(3x^2+1)^2}$ کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{9}$ (۲)

$\frac{1}{9}$ (۱)

۳۲۷

فرض کنید $L \in \mathbb{R}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + 5}{x^2 - 7x + 6} = L$ باشد $a + L$ کدام است؟

$-\frac{27}{5}$ (۴)

$-\frac{24}{5}$ (۳)

$-\frac{26}{5}$ (۲)

$\frac{26}{5}$ (۱)

۳۲۸

حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + \sqrt{x + \sqrt{x+1}}}{6x + \sqrt{4x^2 - 1}}$ کدام است؟

$\frac{3}{8}$ (۴)

$-\frac{3}{8}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۳۲۹

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - \sqrt{9x^2 - 2}}{4x - \sqrt{2-x}}$ کدام است؟

صفر (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۳ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

۳۳۰ اگر حد تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x+k} - x}{x^2 - 3x + 2}$ در نقطه‌ی $x_0 = 1$ عددی حقیقی باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ کدام است؟

(۱) $1 - \frac{1}{\sqrt{8}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{8}} - 1$ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۳۳۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\tan 2x}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

۳۳۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{3 - \sqrt{x+8}}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۳۳ حد عبارت $\frac{x - \sqrt[3]{x}}{x - \sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow 1$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۳۴ حد عبارت $\frac{x - \sqrt{x+6}}{3 - \sqrt{7 + \sqrt{x+1}}}$ وقتی $x \rightarrow 3$ ، کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) -۱۲ (۴) -۲۰

۳۳۵

حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x - \sqrt{3x - 2}}{5x^2 + 9x - 2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{11}$ (۲) $\frac{2}{11}$ (۳) $\frac{-3}{44}$ (۴) $\frac{-5}{22}$

۳۳۶

حد عبارت $\frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}$ وقتی $x \rightarrow 0$ ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) موجود نیست.

۳۳۷

در تقسیم عبارت $p(x) = 4x^3 - 5x^2 + ax - 2$ بر عبارت $2x - 1$ ، خارج قسمت تقسیم به ازای $x = 2$ برابر ۴ و باقی مانده تقسیم برابر b است. مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{2}{5}$ (۳) -3 (۴) -2

۳۳۸

حد عبارت $\frac{x - \sqrt{x^2 + 2x}}{3x + \sqrt{4x^2 + x}}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{2}{5}$

۳۳۹

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -6 (۲) -4 (۳) ۳ (۴) ۵

۳۴۰

در تقسیم چند جمله‌ای $ax^3 - 4bx^2 + 12x - 16$ بر دو جمله‌ای‌های $x + 3$ ، $x - 2$ به ترتیب باقی مانده‌های ۱۲۸ و ۸ به دست می‌آید. مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم چند جمله‌ای بر دو جمله‌ای $x + 1$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) -8 (۳) ۱۶ (۴) -16

۳۴۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 2}}$ ، کدام است؟

$$\frac{1}{6} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{12} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{1}{12} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{1}{6} \text{ (۱)}$$

۳۴۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 4x}$ ، کدام است؟

$$\frac{1}{8} \text{ (۴)}$$

$$-\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{1}{8} \text{ (۱)}$$

۳۴۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{9^x + 3^{x+1} - 18}{3^{-x} - 3^{x-2}}$ ، کدام است؟

$$\frac{81}{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{81}{2} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

۳۴۴ اگر $f(x) = \frac{x+1}{2x^2 - x - 1}$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)g(x)$ ، کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{2}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۱)}$$

۳۴۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{2+x}}{2 - \sqrt{2+x^2+x}}$ ، برابر کدام است؟

$$-1 \text{ (۴)}$$

$$-\frac{3}{5} \text{ (۳)}$$

$$2 \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (۱)}$$

۳۴۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1})$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۴۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x^2-x}$ چه قدر است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) ۲ (۴) -۱

۳۴۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{4x^2+3}}{x - \sqrt{x^2+1}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۳۴۹ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x^3 - 3x + 2} = 2$ باشد، حاصل $a + 2b - c$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) -۲۰ (۴) -۱۰

۳۵۰ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{2x - \sqrt{x^2 + 3x}}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ∞

۳۵۱ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{ax^2 - x + ax + b} = 0$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۳۵۲ به ازای کدام مقدار m عبارت $x^3 + (m-1)x^2 + 2mx + 3$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است؟

- (۱) $-2/7$ (۲) $-2/3$ (۳) $2/1$ (۴) نشدنی

۳۵۳ حد عبارت $\frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 3

۳۵۴ در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{ax^n + 4}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۵۵ باقی مانده‌ی تقسیم عبارت $5x^3 - 3x^2$ بر دو جمله‌ای $x - 2$ کدام است؟

- (۱) 18 (۲) 22 (۳) 26 (۴) 28

۳۵۶ حد تابع $y = \sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 - 4x}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) -3 (۳) 1 (۴) -1

۳۵۷ در تقسیم عبارت $(x^2 - 2)(6x + 1)$ بر دو جمله‌ای $3x + 2$ خارج قسمت به صورت توان‌های نزولی x نوشته شده است. ضریب جمله از درجه ۱ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۳۵۸

حد عبارت $\frac{x + \sqrt{x+6}}{x^2 + x - 2}$ وقتی $x \rightarrow -2$ کدام است؟

- $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{5}{12}$ (۳) $-\frac{5}{12}$ (۲) $-\frac{7}{6}$ (۱)

۳۵۹

حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x}$ کدام است؟

- $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{7}{4}$ (۱)

۳۶۰

حد کسر $\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} - \sqrt{4x+12}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x} - \sqrt{4x+12}}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۴) -1 (۳) 1 (۲) $-\frac{3}{4}$ (۱)

۳۶۱

اگر $f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$ و $g(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 0^-} (g \circ f)(x)$ کدام است؟

- 2 (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) -1 (۲) -3 (۱)

۳۶۲

حاصل $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{x+19}{x^2+3x-4} + \frac{3}{x+4} \right)$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{4}{5}$ (۱)

۳۶۳

اگر $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \left(\frac{1-x}{3+x} + \frac{a}{x^2+3x} \right) = b$ باشد، مقدار ab کدام است؟

- -14 (۴) 14 (۳) -28 (۲) 28 (۱)

۳۶۴ در تقسیم $7 + 8X^2 - 2X^3$ بر $X - 1$ ، مجموع ضرایب خارج قسمت کدام است؟

(۱) -۱۰ (۲) -۱۲ (۳) -۱۴ (۴) -۱۶

۳۶۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{\frac{x^3 + x^2}{x - 2}} + x \right)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) -۱

۳۶۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) -۵ (۴) -۶

۳۶۷ $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 9}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)}$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۳۶۸ حد عبارت $\frac{x + 2}{x^2 - 2x} + \frac{2[x]}{2 - x}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $-\infty$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $+\infty$

۳۶۹ حاصل حد تابع $f(x) = \frac{x - 1}{2x - 6} - \frac{4x - 6}{x^2 - 9}$ وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ∞

۳۷۰

حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x} + \sqrt{2x + 2\sqrt{x}}}{\sqrt{4x-1}}$ کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)
 $\sqrt{2}$ (۱)

۳۷۱

حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 - x + 1}}{ax + 2}$ برابر ۶ است. ریشه‌ی مخرج کسر کدام است؟

۴ (۴)

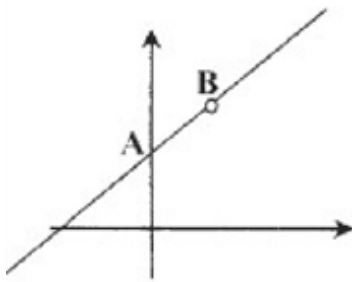
-۴ (۳)

۴ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۱)

۳۷۲

شکل مقابل نمودار تابع $y = \frac{3x^2 + 2x - 16}{x - 2}$ است. عرض دو نقطه‌ی A و B



چه قدر اختلاف دارند؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۱۴ (۳)

۶ (۴)

۳۷۳

اگر باقیمانده تقسیم عبارت $bx^4 + (4 - va)x^3 - 4ax^2 - x + 2a - b$ بر $x - a$ برابر صفر باشد، مقدار $3a + 2b$ چند برابر b است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۳۷۴

اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ برابر $-3x + 1$ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(2x - 2) - f(x - 1)$ بر $x - 2$ چه قدر است؟

-۳ (۴)

-۱ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۳۷۵

اگر باقی‌مانده‌ی چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x - 2$ برابر -2 باشد، باقی‌مانده‌ی $f(3x - 1) + xf(x + 1)$ بر $x - 1$ چه عددی است؟

صفر (۴)

-۲x + ۲ (۳)

-۲x - ۲ (۲)

-۴ (۱)

۳۷۶ در تقسیم عبارت $(x^2 + 1)(x - 2)$ بر دو جمله‌ی $x + 2$ مجموع ضرایب در خارج قسمت آن کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۷۷ اگر چند جمله‌ای $ax^4 + bx^3 + x + 2$ بر $x + 1$ بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر -2 باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) -6 (۲) -4 (۳) ۴ (۴) ۶

۳۷۸ چند جمله‌ای $ax^4 - bx^3 + 4x^2 - x + 1$ بر عبارت $x + 2$ بخش پذیر و باقی مانده‌ی تقسیم آن بر عبارت $x + 1$ برابر ۳ است. مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) -4 (۲) -3 (۳) ۳ (۴) ۴

۳۷۹ عبارت $x^3 + 5x^2 - 4x - 20$ بر کدام دو جمله‌ای بخش پذیر نیست؟

- (۱) $x - 2$ (۲) $x + 2$ (۳) $x - 5$ (۴) $x + 5$

۳۸۰ اگر باقی مانده‌ی تقسیم عبارت $f(x) = 2x^2 + mx + 4$ بر $x + 1$ برابر ۳ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x - 1$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۳۸۱ به ازای کدام مقدار m عبارت $5x^3 + ax^2 - 3ax + a^2$ بر $x + 1$ بخش پذیر است؟

- (۱) 1 و -3 (۲) 5 و -1 (۳) 1 و -5 (۴) 3 و -5

۳۸۲ حد عبارت $\frac{3 - \sqrt{7 + \sqrt{4 + 3x}}}{x - [x^2]}$ وقتی $x \rightarrow 0$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۸۳ حد چپ تابع $f(x) = \frac{2 - [x]}{x - 2} \sqrt{2x^3 - 8x^2 + 8x}$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۳۸۴

حد کسر $\frac{(x-1)^3 + 3(x-1)}{x^2 - 1}$ وقتی $x \rightarrow 1$ چند است؟

- ۰ (۴) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۱)

۳۸۵

باقی مانده‌ی تقسیم $x^3 + 2x^2 - 4x - 5$ بر $x + 2$ کدام است؟

- ۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)

۳۸۶

حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - \sqrt{x-2}}{x^2 - 4x}$ کدام است؟

- $\frac{3}{16}$ (۴) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{32}$ (۲) صفر (۱)

۳۸۷

حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2 + 1)^3 - (x^2 - 3)^3}{(3x^2 + 1)^2}$ کدام است؟

- $-\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۱)

۳۸۸

اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} (ax + 2a + b + \sqrt{4x^2 - 32x}) = 5$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- ۷ (۴) ۷ (۳) -۵ (۲) ۵ (۱)

۳۸۹

اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{x^2 - 5}{16x^2 + ax + b} = -\infty$ ، آن‌گاه $a + b$ کدام است؟

- ۷ (۴) ۷ (۳) ۸ (۲) -۸ (۱)

۳۹۰ اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0$ باشد، آن‌گاه $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۲ (۴) -۱

۳۹۱ باقی‌مانده‌ی تقسیم عبارت $m + 2x^2 + 3x^3 - x^5 + 2x^{12n} + x^{12n+1}$ بر $x + 2$ برابر ۱۱ است. باقی‌مانده‌ی

تقسیم این عبارت بر $x^2 - 1$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- (۱) $3x - 1$ (۲) $4x + 1$ (۳) $5x + 2$ (۴) -2

۳۹۲ در تقسیم عبارت $(2x^3 - 5x^2 + 1)$ بر دو جمله‌ای $2x + 1$ مجموع ضرایب عددی در خارج قسمت کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۹۳ حد کسر $\frac{2x - \sqrt{5x + 6}}{4 - x^2}$ وقتی $x \rightarrow 2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{11}{2}$ (۲) $\frac{11}{2}$ (۳) $-\frac{11}{32}$ (۴) $\frac{11}{32}$

۳۹۴ حد کسر $\frac{\sqrt[3]{x-1}}{x^4 + x^2 - 2}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) ۶

۳۹۵ در تقسیم $(4x^3 + 8x^2 - 11x) \div (2x - 1)$ ، مقدار چند جمله‌ای خارج قسمت به ازای $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

۳۹۶ در تابع با ضابطه $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}\right)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) $-\infty$ (۴) موجود نیست.

۳۹۷ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+b)x^r + cx^n - x + 1}{bx^r + \sqrt{x+1}} = 2$ باشد، مقدار $\frac{a-b}{n}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۳) -۱ (۲) -۲ (۴)

۳۹۸ هرگاه تابع $f(x)$ یک چندجمله‌ای درجه‌ی اول و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + f(x)}{x^2 - 4} = 3$ باشد، $f(-1)$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲۰ ۲ (۲) -۱۰ ۳ (۳) ۸ ۴ (۴) ۶

۳۹۹ هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - bx + a}{x^2 + ax - 2a} = \frac{1}{6}$ باشد، b کدام عدد است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۰۰ خارج قسمت تقسیم عبارت $x^3 + 8$ بر $x + 2$ برابر $kx^n + 4$ است، حاصل $m + n + k$ چقدر است؟

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۴)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از قاعده‌ی هوییتال استفاده می‌کنیم: ۱

$$L = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{x+2}}}{-\frac{1}{\sqrt{2x}}} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{4}}}{-\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - \cot^2 x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\tan x - \cot x)(\tan^2 x + \cot^2 x + \tan x \cot x)}{(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\left(\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}\right)(\tan^2 x + \cot^2 x + 1)}{(\sin^2 x - \cos^2 x) \times 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\left(\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x}\right)(\tan^2 x + \cot^2 x + 1)}{\sin^2 x - \cos^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 x + \cot^2 x + 1}{\sin x \cos x} = \frac{1 + 1 + 1}{\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3 + ax}}{x^n - n} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + ax}{x^n} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x + ax}{x^n} = -3 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3 - 2x}}{x - 1} \times \frac{\sqrt{x^2 + 3 + 2x}}{\sqrt{x^2 + 3 + 2x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3 - 2x^2}{(x - 1)(4)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(1-x)(1+x)}{(x-1)(4)} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴

عبارت $[x] + [-x]$ در صورت برابر صفر یا -۱ است. آن را k در نظر می‌گیریم و یعنی بی‌نهایت نیست.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{[x] + [-x]}{x^2 - \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{k}{x^2 - 0} = \frac{k}{+\infty} = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵

مخرج کسر $\frac{x-1}{x^2 + bx + 4}$ باید ریشه مضاعف $x = a$ را داشته باشد تا حاصل $-\infty$ شود.

$$(x - a)^2 = x^2 + bx + 4 \Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 = x^2 + bx + 4 \Rightarrow a^2 = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \text{ و } b = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-1}{x^2 + bx + 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{(x-2)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty \\ a = -2 \text{ و } b = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-1}{x^2 + bx + 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-1}{(x+2)^2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \checkmark \end{array} \right.$$

$$ab = -2(4) = -8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 3} = \frac{0}{4} = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۷)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{\sqrt{1 - (1 - 2 \sin^2 x)}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{\sqrt{2 \sin^2 x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{\sqrt{2} |\sin x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{-\sqrt{2} \sin x} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۸)

$$\begin{aligned} f(-a) = 0 &\Rightarrow -a^3 + 2a^3 + a - a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 &= (x+1)(x^2 + x - 2) = (x+1)(x-1)(x+2) \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۹)

چون باقی مانده f بر $x-1$ برابر ۲ است، پس $f(1) = 2$ ، چون باقی مانده f بر $x-2$ برابر ۱ است پس $f(2) = 1$.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)q(x) + \alpha x + \beta \\ x = 1 &\rightarrow f(1) = \alpha + \beta = 2 \\ x = 2 &\rightarrow f(2) = 2\alpha + \beta = 1 \\ \alpha = -1, \beta = 3 &\Rightarrow R(x) = x \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۰)

$$\begin{aligned} f(a) = b &\Rightarrow a^3 - a^3 + b = 2 \Rightarrow b = 2 \\ f(b) = f(2) &= 8 - 4a + 2 = 14 \Rightarrow 4a = -2 \Rightarrow a = -1 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱)

$$f(x-2) = (x-1)q(x) \xrightarrow{x=1} f(-1) = 0 \Rightarrow -1 + a + 4 = 0 \Rightarrow a = -3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲)

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 2 = 0 &\Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 1, 2 \\ \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a + b - 1 = 0 \\ 4a + 2b + 14 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{2} \\ b = \frac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow a - b = -10 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳حد در حالت مبهم $\frac{0}{0}$ قرار دارد، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x - 3 \sin x + 2}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)(\sin x - 2)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-(\sin x - 2)}{1 + \sin x} = \frac{-(-1)}{2} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴برای آن که حد موجود باشد باید صورت کسر صفر باشد (به ازای $x = 4$)، پس: $a + 2b = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{-2b + b\sqrt{x}}{(x-4)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{b(\sqrt{x}-2)}{\underbrace{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}_4} = \frac{b}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$f\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\frac{x}{x+1} - 1}{\frac{x}{x+1} + 1} \times \frac{x+1}{x+1} = \frac{x - (x+1)}{x + (x+1)} = \frac{-1}{2x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x f\left(\frac{x}{x+1}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{2x+1} = -\frac{1}{2}$$

پس:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \frac{[3^+] - 3}{3^+ - 3} = \frac{3 - 3}{0^+} = \frac{0}{0^+} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \frac{[3^-] - 3}{3^- - 3} = \frac{2 - 3}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حد صورت ۳ و حاصل حد $+\infty$ است، پس مخرج کسر در یک همسایگی محذوف ۱۷ $x = 1$ باید با مقادیر مثبت به صفر میل کند. در این صورت لازم است مخرج عامل $(x-1)^2$ داشته باشد، پس:

$$2x^2 + ax + b = 2(x-1)^2 = 2(x^2 - 2x + 1) = 2x^2 - 4x + 2$$

$$\Rightarrow a = -4, b = 2 \Rightarrow a - b = -6$$

۱۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب کنیم، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-x^2 - x^2)(2x - |2x|)}{x^2(4x^2 - 4x^2 - 2x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-8x^3}{-2x^3} = 4$$

۱۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر صورت و مخرج را در مزدوج مخرج و صورت ضرب کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{x+27}}{\sqrt{x}(\sqrt{x-3})} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(2x - x - 27) \times (3+3)}{\sqrt{x}(x-9) \times (6+6)} = \frac{1}{2}$$

۲۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(2) = 2^{10} - 15 \times 2^6 - 15 \times 2 - 21 = 13$$

$$2^{10} - 15 \times 2^6 - 15 \times 2 - 21 = Q(1)(1-2) + 13 \Rightarrow Q(1) = 50 + 13 = 63$$

۲۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به این که $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ می‌باشد. پس دامنه‌ی تابع $(2, +\infty)$ است. پس:

$$x + b > 0 \Rightarrow x > -b \Rightarrow -b = 2 \Rightarrow b = -2$$

از طرفی $f(x)$ از نقطه‌ی $(\frac{5}{2}, 2)$ می‌گذرد، پس:

$$2 = \log_a \left(\frac{5}{2} - 2 \right) \Rightarrow 2 = \log_a \frac{1}{2} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{2}} = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{2}} = -2$$

بنابراین حاصل $\log_a(2b+6)$ برابر است با:

۲۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x-1}{ax^2+bx-12} = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{v}{a(x-2)^2} = -\infty \Rightarrow 4a = -12 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} bxf(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x(4x-1)}{-3x^2+12x-12} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{48x^2}{-3x^2} = -16$$

۲۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید \sqrt{x} را در کل رادیکال‌ها ضرب کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x+1} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}} = \sqrt{1+1} - \sqrt{0-0} = \sqrt{2}$$

$$x \rightarrow +\infty$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$x < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x^2} < 12 \Rightarrow \left\lfloor \frac{3}{x^2} \right\rfloor = 11 \\ \frac{-2}{x^2} > -8 \Rightarrow \left\lfloor \frac{-2}{x^2} \right\rfloor = -8 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x - 5 + \left\lfloor \frac{3}{x^2} \right\rfloor}{16x - \left\lfloor \frac{-2}{x^2} \right\rfloor} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{-5 + 6}{-8} = -\frac{1}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۵

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{(3+h)^2}{|1-(3+h)|} [3+h] - \frac{9}{2} \times 3 = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{(3+h)^2}{|2+h|} \times 2 - \frac{9}{2} \times 3 = \frac{-9}{2} = -4.5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left\lfloor \frac{ax - 4}{x - 1} \right\rfloor = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left\lfloor \frac{ax - a + a - 4}{x - 1} \right\rfloor = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left\lfloor \frac{a(x-1)}{x-1} + \frac{a-4}{x-1} \right\rfloor = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left\lfloor a + \frac{a-4}{x-1} \right\rfloor$$

چون در گزینه‌های داده‌شده، عدد a صحیح است، پس با فرض $a \in \mathbb{Z}$ ، می‌توانیم a را از داخل جزء صحیح خارج کنیم و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left\lfloor a + \frac{a-4}{x-1} \right\rfloor = \lim_{x \rightarrow +\infty} a + \left\lfloor \frac{a-4}{x-1} \right\rfloor$$

چون حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a-4}{x-1}$ برابر صفر است، پس باید تشخیص دهیم، از کدام طرف به صفر میل می‌کند، یعنی داریم:

$$\text{اگر } a < 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left\lfloor \frac{a-4}{x-1} \right\rfloor = \left\lfloor 0^- \right\rfloor = -1 \Rightarrow a - 1 = 2 \Rightarrow a = 3$$

توجه شود که به ازای $a = 4$ ، عبارت $\frac{a-4}{x-1}$ دقیقاً برابر صفر می‌شود (صفر مطلق) و حاصل کل حد

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} a + \left\lfloor \frac{a-4}{x-1} \right\rfloor \text{ برابر ۴ خواهد شد پس } a = 4 \text{ نیز نمی‌تواند قابل قبول باشد.}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۷)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2 \left(1 + \frac{2}{x}\right)}}{x - \sqrt{x^2 \left(4 + \frac{1}{x}\right)}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2}}{x - \sqrt{4x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |x|}{x - |2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - x}{x + 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باقی مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x - a$ برابر است با:

$$R(a) = P(a) = a^3 - 5a^2 + 7a - 2 \quad (*)$$

$$P(x) = (x - a)Q(x) + R(x)$$

پس:

از طرفی $Q(x)$ بر $x - 1$ بخش پذیر است، پس $Q(1) = 0$. در این صورت:

$$P(1) = (1 - a)Q(1) + R(1) \xrightarrow{(*)} 2 = 0 + a^3 - 5a^2 + 7a - 2$$

$$\Rightarrow a^3 - 5a^2 + 7a - 4 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a^2 - 4a + 4) = 0$$

$$\Rightarrow (a - 1)(a - 2)^2 = 0 \Rightarrow a = 1, 2 \xrightarrow{a \neq 1} a = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در $x \rightarrow 2^+$ نمودار $y = x^2$ بالای نمودار $y = 2^x$ است. پس $2^x - x^2$ برابر 0^- است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2^x + 1}{2^x - x^2} = \frac{0^-}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{2x + x} = \frac{a}{3} = 1 \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۰)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (a + b \cos x) = 0 \Rightarrow a + b(-1) = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{a - 4}{a + a \cos x} = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{a - 4}{a} \times \frac{1}{1 + \cos x} \right) = -\infty$$

می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{1 + \cos x} = +\infty$ می‌باشد، پس $\frac{a - 4}{a} < 0$ است و داریم:

$$\frac{a - 4}{a} < 0 \Rightarrow 0 < a < 4 \Rightarrow 0 < b < 4 \Rightarrow \text{۳ مقدار صحیح برای } b \text{ وجود دارد.}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۱)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x + \sqrt{2x}} - 6}{\sqrt[3]{x} - 2} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x + \sqrt{2x}} - 6}{\sqrt[3]{x} - 2} \times \frac{\sqrt{4x + \sqrt{2x}} + 6}{\sqrt{4x + \sqrt{2x}} + 6} \times \frac{12}{12} \times \frac{12}{\sqrt[3]{\sqrt{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + \sqrt{2x} - 36}{x - \infty} \times \frac{(4x - 36) - \sqrt{2x}}{-\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x - 36)^2 - 2x}{-\infty(x - \infty)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - \infty)(16x - 162)}{-\infty(x - \infty)} = \frac{-34}{-\infty} = \frac{17}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{|1 + \cos x|}{\sin x \tan x} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{(1 + \cos x) \cos x}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)} = \frac{1}{2}$$

روش دوم:

$$x < \pi \Rightarrow \sin x > 0, \tan x < 0, 1 + \cos x > 0$$

$$\xrightarrow{t = \pi - x} \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos t}{\sin t \tan t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos^2 t}{\sin t \tan t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 t}{\sin t \tan t} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n + 5}{3x - \sqrt{4x^2 + 21x}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n + 5}{3x - \sqrt{x^2 \left(4 + \frac{21}{x}\right)}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n + 5}{3x - |x| \sqrt{4 + \frac{21}{x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n + 5}{3x - 2|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{3x + 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{5x} = -1 \end{aligned}$$

باید $n = 1$ و $\frac{a}{5} = -1$ باشد تا حاصل حد داده شده بتواند برابر -1 شود، پس $a = -5$ است و خواهیم داشت:

$$f(x) = \frac{-5x + 5}{3x - \sqrt{4x^2 + 21x}}$$

چون عبارت صورت کسر به ازای $x = 1$ برابر صفر می‌شود، پس برای محاسبه $f'(1)$ کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

$$f(x) = (-5x + 5) \times \frac{1}{3x - \sqrt{4x^2 + 21x}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -5 \times \frac{1}{3x - \sqrt{4x^2 + 21x}} \Rightarrow f'(1) = -5 \times \frac{1}{3 - 5} = \frac{5}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 1)}{(x^2 - 1)^2} \times \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x^2 + \sqrt{x+1}}}{\sqrt{x^2 + \sqrt{x+1}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-1)}{(x-1)^2 (x+1)^2 (x^2+1)^2 (\sqrt{x+1})(\sqrt{x^2 + \sqrt{x+1}})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)^2 (x^2+1)^2 (\sqrt{x+1})(\sqrt{x^2 + \sqrt{x+1}})} = \frac{1}{4 \times 4 \times 2 \times 3} = \frac{1}{96} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$x = 2$ ریشهٔ مخرج است، بنابراین علامت عبارت باید در طرفین نقطهٔ $x = 2$ تغییر کند، اما چون علامت عبارت تغییر نمی‌کند و همواره نامنفی است، پس $x = 2$ ریشهٔ صورت کسر هم بوده، بنابراین باید مقدار صورت کسر به ازای $x = 2$ برابر صفر شود.

$$x = 2 \xrightarrow{\text{صورت کسر}} 2(2)^3 + 2a - 2b - 8 = 0 \Rightarrow 2a - b = -4 \Rightarrow b = 2a + 4$$

حالا کافی است صورت کسر را بر مخرج تقسیم کنیم تا ضابطهٔ ساده شدهٔ آن به دست آید.

$$\begin{array}{r} 2x^3 + ax^2 - (2a + 4)x - 8 \\ \hline 2x^3 - 4x^2 \\ \hline (a + 4)x^2 - (2a + 4)x - 8 \\ \hline (a + 4)x^2 - (2a + 8)x \\ \hline 4x - 8 \\ \hline 4x - 8 \\ \hline 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} x - 2 \\ 2x^2 + (a + 4)x + 4 \end{array} \right.$$

پس ضابطهٔ عبارت به صورت $P(x) = 2x^2 + (a + 4)x + 4$ است، چون این عبارت باید همواره نامنفی باشد پس باید $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow (a + 4)^2 - 4(2)(4) < 0 \Rightarrow (a + 4)^2 < 32$$

$$\Rightarrow -4\sqrt{2} < a + 4 < 4\sqrt{2} \Rightarrow -4\sqrt{2} - 4 < a < 4\sqrt{2} - 4$$

بنابراین a از میان اعداد طبیعی فقط می‌تواند مقدار $a = 1$ را اختیار کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3x - 1 < 2 < x + 3 \Rightarrow -1 < x < 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون حد صورت کسر وقتی $x \rightarrow 3$ برابر صفر و حاصل حد مخالف صفر است، پس حد مخرج کسر نیز باید صفر باشد:

$$\begin{aligned}
 ax + b = 0 \xrightarrow{x=3} 3a + b = 0 &\Rightarrow b = -3a \\
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{2x+3}}{ax+b} \times \frac{x + \sqrt{2x+3}}{x + \sqrt{2x+3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - (2x+3)}{6(ax+b)} \\
 = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)}{6a(x-3)} = \frac{1}{3} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{6a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{4}{6a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -6
 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ax^2 + bx}{x-1} = 0$$

$$x \rightarrow 1$$

چون حد مخرج کسر به ازای $x \rightarrow 1$ برابر صفر است و حاصل حد تابع برابر صفر است، پس باید صورت کسر دارای عامل $(x-1)^2$ باشد تا هم عامل ابهام یعنی $(x-1)$ از صورت و مخرج حذف شود و هم بعد از ساده شدن عامل یک عامل صفرشونده که همان $(x-1)$ است، در صورت کسر باقی بماند. پس خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ax^2 + bx}{x-1} = 0 &\Rightarrow x^3 + ax^2 + b = (x-1)^2 \\
 \Rightarrow x^3 + ax^2 + b = x^2 - 2x + 1 &\Rightarrow a = -2, b = 1 \\
 \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2+4}}{bx-3} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + \sqrt{x^2+4}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + \sqrt{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + |x|}{x} \\
 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x - x}{x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{x} = -3
 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضابطه‌ی تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{2}{x} + 1}{\frac{1}{x} - 1} \times \frac{x}{x} = \frac{2+x}{1-x}$$

$$\Rightarrow f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) = \frac{\frac{2+2x}{1-x} + 1}{\frac{2+x}{1-x} - 1} \times \frac{1-x}{1-x} = \frac{(2+2x) + (1-x)}{(2+x) - (1-x)} = \frac{x+5}{2x+1}$$

در این تابع $x = -\frac{1}{2}$ و $y = \frac{1}{2}$ مجانب‌های قائم و افقی‌اند. این دو، یکدیگر را در $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ قطع می‌کنند و فاصله‌ی آنها تا مبدأ برابر است با:

$$\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون حاصل حد برابر $+\infty$ شده است، پس باید مخرج کسر به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ برابر صفر شود یعنی داریم:

$$b \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow b \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{ax + b\pi}{b \sin x + \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{ax - \pi}{-\sin x + \cos x} = \frac{\frac{\pi}{4}a - \pi}{-} = +\infty$$

باید صورت کسر عددی منفی باشد تا حاصل حد برابر $+\infty$ شود یعنی داریم:

$$\frac{\pi}{4}a - \pi < 0 \Rightarrow \frac{1}{4}a < 1 \Rightarrow a < 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ ، مخرج کسر برابر صفر می‌شود، پس کافی است حد تابع را در

نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{4}$ محاسبه کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{4 \cos 3x + 3}{\sin 2x - 1} = \frac{4 \cos \frac{3\pi}{4} + 3}{1 - 1}$$

$$= \frac{4 \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) + 3}{0} = \frac{-2\sqrt{2} + 3}{0} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{4 \cos 3x + 3}{\sin 2x - 1} = \frac{4 \cos \frac{3\pi}{4} + 3}{1 - 1}$$

$$= \frac{4 \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) + 3}{0} = \frac{-2\sqrt{2} + 3}{0} = \frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = -\infty$$

پس حد تابع در $x = \frac{\pi}{4}$ هم از چپ و هم از راست برابر $-\infty$ می‌شود و بنابراین گزینه‌ی «۴» جواب است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حد خواسته شده مشتق راست تابع f در $x = -2$ است. تابع در $x = -2$ از راست پیوسته است و در یک همسایگی راست آن داریم:

$$f(x) = (-2 + x) \sqrt[3]{4x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = (1) \sqrt[3]{4x} + (-2 + x) \cdot \sqrt[3]{4} \times \frac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}}$$

$$\Rightarrow f'_+(-2) = -2 + (-4) \frac{\sqrt[3]{4}}{3 \sqrt[3]{4}} = -\frac{10}{3}$$

پس:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: ۴۴

گزینه‌ی «۱»:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[-x]}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[(-1)^-]}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2}{1-x} = \frac{-2}{-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[1^+]}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{+} = +\infty$$

گزینه‌ی «۲»:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \text{Log} \frac{x+1}{x-1} = \text{Log} +\infty = +\infty$$

گزینه‌ی «۳»:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \text{Log} \frac{x-1}{x+1} = \text{Log} \cdot^+ = -\infty$$

گزینه‌ی «۴»:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x + 3\sqrt{20+4x}}{ax + |x+4|} = 6 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x + 3\sqrt{20+4x}}{ax - x - 4} = 6 \xrightarrow{\text{قاعده پرتوان}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x}{(a-1)x} = \frac{12}{a-1} = 6 \Rightarrow a-1 = 2 \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{12x + 3\sqrt{20+4x}}{ax + |x+4|} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{12x + 3\sqrt{20+4x}}{3x + x + 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{12x + 3\sqrt{20+4x}}{4x+4} \times \frac{12x - 3\sqrt{20+4x}}{12x - 3\sqrt{20+4x}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{144x^2 - 9(20+4x)}{4(x+1)(12x - 3\sqrt{20+4x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{144x^2 - 36x - 180}{4(x+1)(12x - 3\sqrt{20+4x})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(12x+12)(12x-15)}{4(x+1)(12x - 3\sqrt{20+4x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{12(x+1)(12x-15)}{4(x+1)(12x - 3\sqrt{20+4x})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3(12x-15)}{12x - 3\sqrt{20+4x}} = \frac{3(-27)}{-12-12} = \frac{27}{8}$$

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} = \sqrt{(x+2)^2} = |x+2|$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دقت کنید که:

۴۶

پس در چاق صورت، صورت و مخرج را ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2 - \sqrt{6-x}}{|x+2|} \times \frac{2^2 + 2\sqrt{6-x} + \sqrt{(6-x)^2}}{2^2 + 2\sqrt{6-x} + \sqrt{(6-x)^2}} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{4 - (6-x)}{-(x+2)(12)} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x+2}{-12(x+2)} = -\frac{1}{12}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۷

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(f(x))$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

چون طبق شکل $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$ پس خواهیم داشت:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع تنها یک مجانب قائم به صورت $x = k > 0$ دارد. این تابع فقط در $x = k$ تعریف نشده است، پس مخرج تنها یک ریشه‌ی مضاعف مثبت دارد، پس $\Delta = 0$.

۴۸

$$\Delta = b^2 - 16 = 0 \Rightarrow b^2 = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 4 : x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ b = -4 : x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

پس $b = -4$ ، در این صورت $f(x) = \frac{x^2 + ax - 2}{(x-2)^2}$. با توجه به شکل داریم:

در صورتی که در ضابطه‌ی تابع، $x = 2$ ریشه‌ی مضاعف تابع است و انتظار داریم حد تابع در $x = 2$ یا $+\infty$ باشد یا $-\infty$ ، بنابراین $x = 2$ ریشه‌ی صورت هم هست:

$$4 + 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

پس: $b - a = -3$.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۹

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - \sqrt{4x^2 + 1}}{\sqrt[3]{-8x^3 + |x-1|}} \stackrel{\text{پرتوان}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - \sqrt{4x^2}}{\sqrt[3]{-8x^3 - x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - |2x|}{-2x - x} = \frac{3x - (-2x)}{-2x} = \frac{5x}{-2x} = -\frac{5}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در همسایگی راست ۴، ۴ $[X] = 4$ و در همسایگی چپ ۴، ۳ $[X] = 3$ ، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{4 - [X]}{\left| \frac{x}{2} - 2 \right|} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{4 - 4}{\left| \frac{x}{2} - 2 \right|} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{4 - [X]}{\left| \frac{x}{2} - 2 \right|} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{4 - 3}{\left| \frac{x}{2} - 2 \right|} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به این که صورت را به ازای $X = -4$ برابر صفر و حاصل حد برابر ۱- می‌باشد، پس حاصل مخرج کسر نیز به ازای $X = -4$ برابر صفر می‌باشد.

$$x^2 + 3ax + b^2 = (-4)^2 - 12a + b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = 12a - 16$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{ax + 4a}{x^2 + 3ax + b^2} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{ax + 4a}{x^2 + 3ax + 12a - 16} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{a(x + 4)}{(x^2 - 16) + (3ax + 12a)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{a(x + 4)}{(x + 4)(x - 4) + 3a(x + 4)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{a(x + 4)}{(x + 4)(x - 4 + 3a)} = \frac{a}{-4 + 3a} = -1$$

$$\Rightarrow a = 8 - 3a \Rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 1} - ax}{x + 2} \xrightarrow{a=2} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 1} - 2x}{x + 2}$$

$$\frac{|3x| - 2x}{x} = \frac{-3x - 2x}{x} = -5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = ax + b$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a$$

$$f(x) = ax - a \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\frac{1}{a}x + 1} = a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۵۳
گزینه ۱:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-|x|) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x^2 - 5x + 1) = +\infty$$

گزینه ۲:

گزینه ۳:

گزینه ۴:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4}{x} = 0$ پس داریم: ۵۴

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} = \frac{3 + 0}{0 - 5} = -\frac{3}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حد موجود به شکل مبهم $\left(\frac{\cdot}{\cdot}\right)$ است. با توجه به اینکه $x \rightarrow \frac{1}{2}$ میل می‌کند، در صورت و مخرج عامل $(2x - 1)$ را با استفاده از تجزیه تشکیل می‌دهیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x^2 + x - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(2x - 1)^2}{(2x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x - 1}{x + 1} = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع برابر ۲ می‌باشد. چون $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$ است تابع تناوبت اکیدا نزولی می‌باشد، پس:

$$\frac{\pi}{|\pi a|} = 2 \Rightarrow |a| = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $f(x)$ در سمت راست صفر تعریف نشده است. در سمت چپ صفر داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + 2}{2x} = \frac{2}{-} = -\infty$$

$x \rightarrow 0^-$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۸

چون حد عبارت وقتی $x \rightarrow \infty$ برابر صفر شده است، پس درجه‌ی صورت از مخرج کمتر است و داریم:

$$\begin{cases} a + 2 = 0 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \xrightarrow{a = -2} b = 6 \Rightarrow a + b = -2 + 6 = 4$$

۵۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

وقتی $x \rightarrow \left(\frac{2\pi}{3}\right)^-$ آن گاه $\cos x = \left(-\frac{1}{2}\right)^+$ خواهد بود، پس:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{2\pi}{3}\right)^-} \frac{-\sin x}{1 + 2 \cos x} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2 \left(-\frac{1}{2}\right)^+} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^+} = -\infty$$

۶۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

حد $x^2 - 9$ وقتی $x \rightarrow 3$ برابر صفر است، چون حد عبارت $\frac{P(x+1)}{x^2 - 9}$ وقتی $x \rightarrow 3$ موجود است، پس

$\lim_{x \rightarrow 3} P(x+1) = 0$ می باشد و این یعنی $P(4) = 0$ است. باقی مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x - 4$ برابر $Q(4)$

می باشد، پس: $Q(4) = 4P(4) - 32 + 5 \Rightarrow Q(4) = 4(0) - 27 = -27$

۶۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید $3 \in (x-2, 3x+1)$ باشد، پس:

$$x - 2 < 3 < 3x + 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 < 3 \Rightarrow x < 5 \\ 3x + 1 > 3 \Rightarrow 3x > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow x = 1, 2, 3, 4$$

۶۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(1 + 2x)(1 + 3x)(1 + 4x)(1 + 5x) = 1 + (2 + 3 + 4 + 5)x + (\dots)x^2 + \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + (2 + 3 + 4 + 5)x + (\dots)x^2 + \dots - 1}{x} = 2 + 3 + 4 + 5 = 14$$

$x \rightarrow 0$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روش (۱):

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x} - 2x \right) \times \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + 2x}{\sqrt{x^2 - 2x} + 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x - 4x^2}{\sqrt{x^2 - 2x} + 2x} \stackrel{\text{پرتوان}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{|x| + 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty$$

روش (۲):

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x} - 2x \right) \stackrel{\text{پرتوان}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} (|x| - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: ۶۴

$$۱) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-1}{\sin x} = \frac{0-1}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x-1}{\sin x} = \frac{0-1}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-1}{x^3} = \frac{0-1}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x-1}{x^3} = \frac{0-1}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-1}{x^2} = \frac{0-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x-1}{x^2} = \frac{0-1}{0^+} = -\infty$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-1}{-|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-1}{-x} = \frac{0-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x-1}{-|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x-1}{x} = \frac{0-1}{0^-} = +\infty$$

فقط در گزینه (۴) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{f(x)} = +\infty$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۵

اگر مجموعه‌ای $\{b+1\} - (2a+b, a-1)$ یک همسایگی محذوف $x = -1$ باشد آن‌گاه:

$$b+1 = -1 \Rightarrow b = -2$$

مجموعه $\{-1\} - (2a-2, a-1)$ یک همسایگی محذوف $x = -1$ پس داریم:

$$a-1 > -1 \Rightarrow a > 0$$

$$2a-2 < -1 \Rightarrow 2a < 1 \Rightarrow a < \frac{1}{2}$$

$$a-1 > 2a-2 \Rightarrow a < 1$$

از طرف دیگر باید:

از اشتراک بازه‌های به دست آمده $0 < a < \frac{1}{2}$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حد تابع $f(x)$ را در اطراف $x = 1$ بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+ = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^- = +\infty$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به ازای $x = -1$ ، مقدار مخرج برابر صفر است، پس به شرطی حد تابع $f(x)$ موجود

است و مقدار آن برابر صفر نیست که عامل $(x+1)^2$ در صورت نیز وجود داشته باشد، پس داریم:

$$2x^3 + ax + b = (x+1)^2(2x + \alpha) = (x^2 + 2x + 1)(2x + \alpha)$$

$$2x^3 + 4x^2 + 2x + \alpha x^2 + 2\alpha x + \alpha = 2x^3 + (4 + \alpha)x^2 + (2 + 2\alpha)x + \alpha$$

با توجه به این که ضریب x^2 باید صفر باشد، پس داریم:

$$\Rightarrow 4 + \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = -4$$

در نتیجه:

$$(x+1)^2(2x - 4) = (x^2 + 2x + 1)(2x - 4)$$

$$= 2x^3 - 6x - 4 = 2x^3 + ax + b \Rightarrow a = -6, b = -4$$

$$a - b = -6 - (-4) = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = -\frac{a}{2}x + a$$

$$\begin{cases} f \circ f(x^2) = \frac{a}{2}\left(-\frac{a}{2}x^2 + a\right) + a \\ 1 + xf(x) = -\frac{a}{2}x^2 + ax + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f \circ f(x^2)}{xf(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{a}{2}x^2 + \dots}{-\frac{a}{2}x^2 + \dots} = -\frac{a}{2} \Rightarrow -\frac{a}{2} = -2 \Rightarrow a = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 4x - 2 - ax^2 + 2ax}{x - 2} = b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3-a)x^2 + (2a-4)x - 2}{x - 2} = b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 - a = 0 \Rightarrow a = 3 \\ 2a - 4 = b \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۷۰)

$$f(-2) = 0 \Rightarrow -32 + 32 - 2a + 6 = 0 \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۷۱)

با فرض $g(x) = 2xf(3-x) - (x^2 + 1)f(x-2)$ و $\begin{cases} f(2) = 2 \\ f(-1) = -3 \end{cases}$ ، برای یافتن باقی‌مانده $g(x)$ بر $x-1$ کافی است $g(1)$ را به دست آوریم:

$$g(1) = 2f(2) - 2f(-1) = 2 \times 2 + (-2 \times -3) = 10$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۷۲)

$$\begin{cases} f(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \\ g(x) = x + 1 \end{cases} \Rightarrow x + 1 = -\frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x - \frac{3}{5}} = \lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} \frac{\left(-\frac{2}{3}x + 2\right)^2 - (x + 1)^2}{x - \frac{3}{5}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} \frac{\left(-\frac{5}{3}x + 1\right)\left(\frac{1}{3}x + 3\right)}{x - \frac{3}{5}} = \lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} \frac{5(-5x + 3) \times \frac{16}{5}}{3(5x - 3)} = \frac{16}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۷۳)

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f(3) = 1 \Rightarrow 3a + b = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{f(x)} - 1)(\sqrt{f(x)} + 1)}{x(x-3)(\sqrt{f(x)} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 1}{6(x-3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax + b - 3a - b}{6(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x-3)}{6(x-3)} = \frac{a}{6} = 2$$

$$\Rightarrow a = 12 \Rightarrow b = -35 \Rightarrow f(x) = 12x - 35$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۴

$$1 + \frac{2}{x} < 2 < 2 + \frac{1}{x}$$

$$\begin{cases} 1 + \frac{2}{x} < 2 \Rightarrow \frac{2}{x} < 1 \Rightarrow 2 < x \\ 2 < 2 + \frac{1}{x} \Rightarrow x > 0 \end{cases}$$

پس $x > 2$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می‌کنیم. ۷۵

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \frac{4x^2 + 3 - 4x^2}{\sqrt{4x^2 + 3 + 2x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x}{2x + 2x} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید $f(2x) = x + 5$ ، پس $f(-x) = -\frac{x}{2} + 5$. ۷۶

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + f(-x)}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \frac{x}{2} + 5}{2x + 1} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید مخرج کسر در $x = 1$ ریشه مضاعف داشته باشد. ۷۷

$$2x^2 + ax + b = 2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a - b = -6$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x-7)(x+7)}{x(x-7)} = \frac{14}{7} = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۸

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 11x + 10} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x-10)} = \frac{1}{-9}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۹

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 6x}{x^2 - 7x + 6} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x(x-6)}{(x-6)(x-1)} = \frac{6}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۰

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x-7)(x+7)}{(x-7)(x-2)} = \frac{14}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۲

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 7x}{x^2 + 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x}(x-7)}{\cancel{x}(x+4)} = \frac{-7}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\cancel{x}(x-5)}{(\cancel{x-5})(x+5)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{\sqrt{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\cancel{(x-2)}}{\sqrt{\cancel{(x-2)}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 10^-} \frac{|x-10|}{x^2 - 100} = \lim_{x \rightarrow 10^-} \frac{-\cancel{(x-10)}}{(\cancel{x-10})(x+10)} = \frac{-1}{20}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{|x-5|}{2x-10} = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{-\cancel{(x-5)}}{2\cancel{(x-5)}} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{|x-6|}{x^2 - 6x} = \lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{\cancel{(x-6)}}{x\cancel{(x-6)}} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{|x-7|}{x-7} = \lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{(x-7)}{x-7} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{|x-4|}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(x-4)}{x-4} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{|x-4|}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-(x-4)}{x-4} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x-4|}{x-4} = \text{حد ندارد}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۳گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۴گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۵گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۶گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۷گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۸گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۹گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۰چون $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۱

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|x-5|}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{(x-5)}{x-5} = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۳

چون $x-1$ یکی از عوامل آن است پس عبارت به ازای $x=1$ برابر صفر است، بنابراین:

$$2 + 1 + a + 2 = 0 \Rightarrow a = -5 \Rightarrow 2x^3 + x^2 - 5x + 2$$

$$= (x-1)(2x^2 + 3x - 2) = (x-1)(2x-1)(x+2)$$

جمع دو عامل دیگر: $3x+1$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۴

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{3x+1}{x+2} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{3x+1+5-5}{x+2} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[3 - \frac{5}{x+2} \right]$$

$$= [3 - (0^-)] = [3 + 0^+] = [3^+] = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۵

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |x|}{x} = \frac{2x}{x} = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۶

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)(2x-4)}{ax^n - 7x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 6x - 4}{ax^n - 7x - 3} = -2$$

برای این که حاصل حد برابر یک عدد شود باید بزرگترین توان در صورت و مخرج با هم برابر باشد پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 6x - 4}{ax^2 - 7x - 3} \xrightarrow{\text{بر توان}} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{ax^2} = -2 \Rightarrow a = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{(2x+1)(2x-4)}{-2x^2 - 7x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{\cancel{(2x+1)}(2x-4)}{\cancel{-(2x+1)}(x+3)} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۷

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{[x] - 3}{-x^2 + ax + b} = +\infty$$

برای این که حد راست و چپ در $x = 2$ برابر $+\infty$ شود باید $x = 2$ ریشه مضاعف مخرج باشد.

$$-(x - 2)^2 = -(x^2 - 4x + 4) = -x^2 + 4x - 4 = -x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۸

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x - 2}{\cos x} = \frac{-1}{-} = +\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۹

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - 1|}{x - 2 + \sqrt{x}} = \frac{0}{0}$$

پس رفع ابهام می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - 1|}{x - 2 + \sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 2 + \sqrt{x}} \times \frac{\overbrace{x - 2 - \sqrt{x}}^{-2}}{x - 2 - \sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+1)(-2)}{(x-2)^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+1)(-2)}{(x-1)(x-4)} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۰)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{4x-3}}{x^2 + x - 2} = \frac{1-1}{1+1-2} = \frac{0}{0}$$

پس رفع ابهام می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{4x-3}}{x^2 + x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{4x-3}}{(x-1)(x+2)} \times \frac{\left(1 + \sqrt{4x-3} + \sqrt{(4x-3)^2}\right)}{\left(1 + \sqrt{4x-3} + \sqrt{(4x-3)^2}\right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4(1-x)}{(x-1)(x+2) \underbrace{\left(1 + \sqrt{4x-3} + \sqrt{(4x-3)^2}\right)}_3} = \frac{-4}{3 \times 3} = -\frac{4}{9} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۱)

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^3 + x + 4 \Rightarrow f(-1) = 5 \Rightarrow -a - 1 + 4 = 5 \Rightarrow a = -2 \\ \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{x-2}{\sin x} &= \frac{\pi-2}{-} = -\infty \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۰۲)

$$\begin{aligned} 1 \in (2a, a+3) &\Rightarrow 2a < 1 < a+3 \\ \Rightarrow \begin{cases} 2a < 1 \Rightarrow a < \frac{1}{2} \\ 1 < a+3 \Rightarrow a > -2 \end{cases} &\xrightarrow{\cap} -2 < a < \frac{1}{2} \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a = -1, 0 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۳)

$$\frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|3x+4||x-2|}{(x-2)(2x^2+x-10)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(3x+4)}{(x-2)(2x+5)} = +\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۰۴)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x-2} = 0 \Rightarrow 2 - \sqrt{2a+b} = 0 \Rightarrow 2a+b=2 \Rightarrow b=2-2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (ax+4-2a)}{2x-4} \times \frac{2+2}{2+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-a+2)}{2(x-2)} = \frac{5}{2} \Rightarrow a = -1, b = 6 \Rightarrow a+b = 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۵

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 2x - \left[\begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix} \right]}{x + \left[\begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix} \right]} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x + 1}{x} = +\infty$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن حد در بی‌نهایت و رفع ابهام حد $\frac{\infty}{\infty}$ می‌توان از حد پرتوان استفاده نمود: ۱۰۶

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n}}{2 \times 3^{2n}} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $p(x)$ را به صورت روبه‌رو در نظر گرفته و شروع به حل می‌کنیم: ۱۰۷

$$\begin{aligned} p(x) &= (2x - 1)Q(x) \\ \Rightarrow p\left(\frac{1}{2}\right) &= 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{16}\right) + a\left(\frac{1}{8}\right) + 2\left(\frac{1}{4}\right) - 3\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{a}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} &= 0 \Rightarrow \frac{a}{8} = \frac{1}{8} \Rightarrow a = 1 \\ x + 2 &= 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow p(-2) = 32 - 56 + 8 + 6 = -10 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۸

$$\begin{aligned} x^n - x^{n-1} - (x-1) &= x^{n-1}(x-1) - (x-1) = (x-1)(x^{n-1} - 1) \\ \text{عبارت } x^{n-1} - 1 &\text{ همواره بر } x-1 \text{ بخش پذیر است. بنابراین عبارت } x^n - x^{n-1} - (x-1) \text{ همواره بر عبارت} \\ &= x^2 - 2x + 1 \text{ بخش پذیر است.} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۹

$$\begin{aligned} f(x-2) &= (x-2+2)^3 - 1 = x^3 - 1 \\ f(-x) &= (-x+2)^3 - 1 \end{aligned}$$

حاصل حد خواسته شده را با انتخاب پرتوان‌ها داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^3}{(-x)^3 + 2x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید حد چپ و راست تابع در اطراف $x = 1$ برابر $+\infty$ شود.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1 + a}{x - 1} = \frac{a - 1}{+} = +\infty$$

$$\Rightarrow a - 1 > 0 \Rightarrow a > 1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 + a}{x - 1} = \frac{1 + a}{-} = +\infty$$

$$\Rightarrow a + 1 < 0 \Rightarrow a < -1 \quad (2)$$

اشتراک روابط (۱) و (۲) برابر \emptyset است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید مخرج در $x = 1$ ریشه مضاعف داشته باشد.

$$x^3 + ax - a - 1 = (x - 1)(x^2 + x + a + 1)$$

باید $x = 1$ ریشه $x^2 + x + a + 1 = 0$ باشد، پس به ازای $x = 1$ حاصل این عبارت صفر است:

$$x^2 + x + a + 1 = 1 + 1 + a + 1 = 0 \Rightarrow a = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون حالت مبهم $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ایجاد می‌شود، کافی است صورت و مخرج کسر را تجزیه کرده و

عامل ابهام را از صورت و مخرج حذف کنیم، یعنی داریم:

$$\begin{array}{r} x^3 + x + 10 \quad | \quad x + 2 \\ \hline x^3 + 2x^2 \\ \hline -2x^2 + x + 10 \\ \hline -2x^2 - 4x \\ \hline 5x + 10 \\ \hline 5x + 10 \end{array} \Rightarrow x^3 + x + 10 = (x + 2)(x^2 - 2x + 5)$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 12x - 4 \quad | \quad x + 2 \\ \hline x^3 + 2x^2 \\ \hline -5x^2 - 12x - 4 \\ \hline -5x^2 - 10 \\ \hline -2x - 4 \\ \hline -2x - 4 \end{array} \Rightarrow x^3 - 3x^2 - 12x - 4 = (x^2 - 5x - 2)(x + 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x + 10}{x^3 - 3x^2 - 12x - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 5)}{(x + 2)(x^2 - 5x - 2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 - 5x - 2} = \frac{4 + 4 + 5}{4 + 10 - 2} = \frac{13}{12}$$

راه حل دوم: می‌توانیم برای محاسبه حاصل حد و به منظور رفع ابهام حالت $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ از قاعده هوییتال استفاده کنیم، یعنی

کافی است از صورت و مخرج جداگانه مشتق بگیریم و حاصل حد کسر جدید را محاسبه کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x + 10}{x^3 - 3x^2 - 12x - 4} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 1}{3x^2 - 6x - 12} = \frac{3(4) + 1}{3(4) - 6(-2) - 12} = \frac{13}{12}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 1}{x^2 + ax}$ برابر $+\infty$ است، پس مخرج در $x = 0$ ریشه مضاعف دارد یعنی $a = 0$ است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + 3x - 1}{-2x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 1}{-2x + 3} = \frac{3}{-2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} = -1$ است. از طرفی چون تابع $y = \operatorname{tg} x$ در ناحیه دوم صعودی است،

پس $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{4} \right)^+ = (-1)^+$ می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} \frac{[\operatorname{tg} x]}{\operatorname{tg} x + 1} = \frac{[(-1)^+]}{(-1)^+ + 1} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{\lambda x^3 - 6x^2 + 2}}{ax - |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{\lambda x^3}}{ax + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{(a+1)x} = \frac{2}{a+1} = 3$$

$$2 = 3a + 3 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اول تکلیف بر اکت را مشخص می‌کنیم. می‌دانیم $[3^-] = 2$ است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2x-5} - x + 2}{\sqrt[3]{x+5} - 2}$$

$x \rightarrow 3^-$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2x-5} - (x-2)}{\sqrt[3]{x+5} - 2} \times \frac{\sqrt{2x-5} + (x-2)}{\sqrt{2x-5} + (x-2)} \times \frac{\sqrt[3]{(x+5)^2} + 2\sqrt[3]{(x+5)} + 2}{\sqrt[3]{(x+5)^2} + 2\sqrt[3]{(x+5)} + 2}$$

$x \rightarrow 3^-$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(2x-5) - (x-2)^2}{(x+5) - 8} \times \frac{12}{2} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(2x-5 - x^2 + 4x - 4) \times 6}{(x-3)}$$

$x \rightarrow 3^-$

$x \rightarrow 3^-$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x^2 + 6x - 9}{(x-3)} = 6 \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x-3)^2}{(x-3)} = 6 \lim_{x \rightarrow 3^-} -(x-3) = 0$$

راه حل دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2x-5} - x + 2}{\sqrt[3]{x+5} - 2} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x-5}} - 1}{\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+5)^2}} - \frac{1}{3 \times 2}} = \frac{0}{0} = 0$$

$x \rightarrow 3^-$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۷)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} - 1}{\sqrt{x^2 - x}} &\xrightarrow{\text{کم توان}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} - 1}{\sqrt{-x}} \times \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1}{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 + \sqrt{-x} - 1}{\sqrt{-x} (\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{-x}}{\sqrt{-x} (\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1} + 1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۱۸)

$$\begin{aligned} f(1) = -4 &\Rightarrow \frac{2+a}{3-a} = -4 \Rightarrow -12 + 4a = 2 + a \Rightarrow a = \frac{14}{3} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + ax}{|x| - ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x}{(-1-a)x} = \frac{a-1}{-1-a} = \frac{\frac{14}{3} - 1}{-1 - \frac{14}{3}} = -\frac{11}{17} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۱۹)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x} + 1} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{2 - \frac{7}{2}}{2 - \frac{3}{4}} = \frac{-6}{5} = -1/2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۰)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n} \times 2 - \frac{2}{2^{2n}}}{2 \times 2^{2n} + 3 \times \frac{2}{2^{2n}}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2^{2n})^2 \times 2 - 2}{(2^{2n})^2 \times 2 + 6} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2(2^{2n})}{2(2^{2n})} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۱)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x+1} = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۲)

$$x > \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} > \pi \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \cdot$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{-\sqrt{2}}{2} \rightarrow +\infty$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۳)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12} = \frac{1}{6} \xrightarrow{n=1} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{4x} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{\cdot}{\cdot} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{a - \frac{2x}{3\sqrt{(x^2-1)^2}}}{4} = \frac{2}{3} - \frac{6}{12} = \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲۴)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{[-2^-] + 3}{-2^- + 2} = \frac{-3 + 3}{\cdot} = \frac{\text{صفر مطلق}}{\cdot} = \cdot$$

$$P(1) = \cdot, P(-1) = \cdot$$

$$\xrightarrow{x=2} q(2) = P(2-1) + P(1-2) = P(1) + P(-1) = \cdot + \cdot = \cdot$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم: (۱۲۵)

پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۶)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - x^3 + \sqrt{x}^n}{2x^n + 5x - 7}$$

$\xrightarrow{n > 3} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}^n}{2x^n} = \frac{1}{2} = 3/5$
 $\xrightarrow{n = 3} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - x^3 + \sqrt{x}^3}{2x^3 + 5x - 7} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 6x^3}{2x^3 + 5x - 7}$
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3}{2x^3} = 3$
 $\xrightarrow{n < 3} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{2x^n + 5x - 7} = -\infty; n = 1 \text{ یا } 2$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 3x} \right) \times \frac{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 3x}}{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 3x}}$$

$x \rightarrow \pm\infty$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 3x - x^2 + 3x}{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 3x}}$$

$x \rightarrow \pm\infty$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6x}{|x| + |x|} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x}{2x} = 3 = m \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x}{-2x} = -3 = n \end{cases}$$

$$m - n = 3 - (-3) = 6$$

www.akoedu.ir

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون حد مخارج برابر صفر است، پس باید حد صورت نیز برابر صفر باشد، بنابراین

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{ax+3}-2) = \sqrt{2a+3}-2 = 0 \Rightarrow \sqrt{2a+3} = 2 \xrightarrow{\text{توان } 2} 2a+3=4 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{\frac{1}{2}x+3}-2}{x^2-4} \times \frac{\sqrt{\frac{1}{2}x+3}+\sqrt{\frac{1}{2}x+3}}{\sqrt{\frac{1}{2}x+3}+\sqrt{\frac{1}{2}x+3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{2}x+3-4}{(x-2)(x+2)\left(\sqrt{\frac{1}{2}x+3}+\sqrt{\frac{1}{2}x+3}\right)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{2}(x-2)}{(x-2)(x+2)\left(\sqrt{\frac{1}{2}x+3}+\sqrt{\frac{1}{2}x+3}\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{(2+2)\left(\sqrt{\frac{1}{2} \times 2+3}+\sqrt{\frac{1}{2} \times 2+3}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{4 \times 4} = \frac{1}{32} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{32} \end{cases} \Rightarrow a+b = \frac{1}{2} + \frac{1}{32} = \frac{17}{32}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x (1 - \sin^3 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x + \sin^2 x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)(1 - \sin^3 x)} = \frac{(1+1+1)}{(1+1)(1-(-1))} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۳۰)

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^3 - 8x^2 + 2x - 16}{6\sqrt[3]{x} - 12} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2(x-8) + 2(x-8)}{6(\sqrt[3]{x}-2)} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(x^2+2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)}{6(x-8)} = \frac{66 \times 12}{6} = 132$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۳۱)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x + \sqrt{\left(3x - \frac{1}{3}\right)^2} - \frac{1}{9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3x + \left|3x - \frac{1}{3}\right|\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3x - 3x + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۳۲)

ابتدا $x - x^2$ را تعیین علامت می‌کنیم:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$x - x^2$	$-$	0	$+$	$-$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - |x - x^2|}{4x + |x - 1|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - (-x + x^2)}{4x - x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۳۳)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{f(x)} + \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = \frac{2}{+\infty} + [2^-] = 0 + 1 = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $x = 3$ منفرجه را صفر می‌کند پس باید صورت را هم صفر کند تا حد وجود داشته باشد: (۱۳۴)

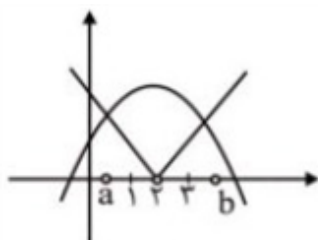
$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{f(x)} - 5 = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{f(x)} = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 25$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x + 25 - f(x)}{2x - 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)}{2(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{2} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون حاصل حد در $x \rightarrow 1$ و $x \rightarrow -1$ یک بی‌نهایت است پس هر دو ریشه مضاعف مخرج است. (۱۳۵)

$$\text{مخرج} = (x-1)^2(x+1)^2 = (x^2+1)^2 - 2x^2 = x^4 - 2x^2 + 1 \Rightarrow a=0, b=-2, c=0, d=1$$

$$\Rightarrow a - b - c - d = 1$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در معادله الف داریم: $(x \neq 2)$ و

$$-x^2 + 3x + 1 > |x - 2|$$

(a, b) است که $x \neq 2$ می‌باشد.

در نامعادله ب ناحیه جواب $(-3, 0)$ و همسایگی محذوف ۲ نیست. در نامعادله ج

$$\text{داریم: } 1 < \frac{4}{x} \xrightarrow{\text{در } x^2 \text{ ضرب}} x^2 < 4x \Rightarrow x^2 - 4x < 0$$

در ناحیه جواب، $2 \in (0, 4)$ پس همسایگی محذوف ۲ نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۳۷)

چون حد دارای ابهام $\frac{0}{0}$ است، می‌توانیم به روش هوییتال $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ رفع ابهام می‌کنیم:

$$\xrightarrow{H} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x+8}{\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{4}} = \frac{-8}{\frac{1}{12} - \frac{1}{4}} = 48$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $a(x-3)(x-2)(x-1)$ را $R(x)$ می‌نامیم. چون $R(1) = 2$ ،

$$R(2) = 5, R(3) = 10 \text{ پس } R(x) = x^2 + 1 \text{ و داریم:}$$

$$p(x) = a(x-3)(x-2)(x-1) + x^2 + 1, p(-1) = 0 \Rightarrow p(-1) = -24a + 2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{12}$$

$$p(-3) = \frac{1}{12}(-6)(-5)(-4) + 10 = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۳۹)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a + \sqrt{b})x}{2x} = 1 \Rightarrow a + \sqrt{2} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-2a - \sqrt{b})x}{2x} = 5 \Rightarrow \begin{aligned} -2a - \sqrt{b} &= 10 \\ -a &= 12 \Rightarrow a = -12 \end{aligned} \Rightarrow b = 196 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-12}{196} = \frac{-3}{49}$$

۱۴۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos^2 a - 2 \sin a = 0 \Rightarrow -\sin^2 a - 2 \sin a + 1 = 0 \Rightarrow \sin a = -1 \pm \sqrt{2} \Rightarrow \sin a = -1 + \sqrt{2} > 0$$

اگر $a = \alpha$ ربع اول، ریشه دیگر $a = \pi - \alpha$ در ربع دوم است و مجموع مقادیر برابر π می‌باشد.

۱۴۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. منظور همان $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + x - 1}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x = -\infty$$

گزینه (۲):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{15-x} - \sqrt{1-x} \right) & \times \frac{\sqrt{15-x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{15-x} + \sqrt{1-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(15-x) - (1-x)}{\sqrt{15-x} + \sqrt{1-x}} \\ & = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{14}{\sqrt{15-x} + \sqrt{1-x}} = \frac{14}{\infty} = 0 \end{aligned}$$

گزینه (۳):

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + |x|) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x) = 0$$

گزینه (۴):

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + |2x|) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) = +\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۱۴۲

$$x^2 - 2x - 8 < 0 \Rightarrow (x+2)(x-4) < 0 \Rightarrow -2 < x < 4$$

گزینه (۱):

این مجموعه یک همسایگی عدد -۱ است.

$$|x+2| < 2 \Rightarrow -2 < x+2 < 2 \Rightarrow -4 < x < 0$$

گزینه (۲):

این مجموعه یک همسایگی عدد -۱ است.

گزینه (۳):

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 4} < 0 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{x^2 - 4} < 0 \Rightarrow x^2 - 4 < 0 \Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow -2 < x < 2$$

این مجموعه هم یک همسایگی عدد -۱ است.

گزینه (۴):

$$(x+1)(x^3 + x + 2) < 0 \Rightarrow (x+1)(x+1)(x^2 - x + 2) < 0$$

$$\Rightarrow (x+1)^2(x^2 - x + 2) < 0 \xrightarrow{(x+1)^2 > 0} (x^2 - x + 2) < 0$$

$$\Delta = 1 - 8 = -7 < 0 \Rightarrow \emptyset$$

این نامعادله دارای مجموعه جواب تهی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون حاصل حد در بی‌نهایت برابر عددی مخالف صفر شده است، پس صورت و مخرج ۱۴۳کسر هم‌درجه بوده‌اند. چون مخرج از درجه ۱ است، پس صورت کسر هم باید از درجه ۱ باشد و در نتیجه $n = 1$ است. از طرفی با استفاده از قاعده پرتوان خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n - \sqrt{9x^2 - 6x + 2}}{3x - |2x + 5|} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - \sqrt{9x^2}}{3x - (-2x - 5)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - |3x|}{5x + 5} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 3x}{5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a+3)x}{5x} = \frac{a+3}{5} \Rightarrow \frac{a+3}{5} = -1 \Rightarrow a+3 = -5 \Rightarrow a = -8 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+6)\sqrt{x}}{\sqrt{4x+1} - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+6)\sqrt{x}}{\sqrt{4x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+6)\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{a+6}{2} = \frac{-8+6}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۴

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x - 10}{x^2 - 6x + 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x - 10}{(x-3)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[\sin x]}{|x|^2 - |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[\sin x]}{|x|(|x| - 1)} = \frac{[-]}{(+)(-)} = \frac{-1}{(+)(-)} = \frac{-1}{-} = +\infty$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۴۵)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{|x^2 - x|}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{x^2 - x}{x}\right) = \lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = -\infty$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۴۶)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = f(-2) = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 2$ ریشه مضاعف منخرج f است. (۱۴۷)

$$ax^2 - 6x + b = a(x - 2)^2 = ax^2 - 4ax + 4a \Rightarrow \begin{cases} -4a = -6 \\ 4a = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{ax^2} = \frac{1}{a} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید $f(-1)$ برابر ۳- باشد. (۱۴۸)

$$f(-1) = a - 4 = -3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = x^3 + x^2 + 2x - 1$$

$$R = fof(1) = f(3) = 27 + 9 + 6 - 1 = 41$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۴۹)

$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(1 - 2x)}{x + f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{3}{2}(1 - 2x) + 3}{x - \frac{3}{2}x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}x + 3} = -6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۵۰)

$$n > 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^n - 3x^2 + 2}{2x^n + x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^n}{2x^n} = \frac{1}{2}$$

$$n = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^n - 3x^2 + 2}{2x^n + x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^2 + 2}{3x^2 + 1} = -\frac{2}{3}$$

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^n - 3x^2 + 2}{2x^n + x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2 + x + 2}{x^2 + 2x + 1} = -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(f(-x)) = f(f(-1^+)) = f(+\infty) = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۲

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f \circ g = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(2x) = \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\infty} = 2^{+\infty} = +\infty$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۳

چون $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - f(1-x) = -\infty$ پس $\lim_{x \rightarrow +\infty} -f(1-x) = -\infty$ لذا $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(1-x) = +\infty$ پس:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

البته می‌توانیم از یک مثال خاص برای تابع $f(x)$ هم استفاده کنیم.گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر $x = 2t$ داریم: ۱۵۴

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + x}{2x - 1} &= \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{f(2t) + 2t}{4t - 1} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{f(2t) - t + 3t}{4t - 1} \\ &= \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{f(2t) - t}{4t - 1} + \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{3t}{4t - 1} = \frac{3}{+\infty} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم. البته دقت کنیم $0 < p < 1$ ، $x = [x] + p$ را قسمت اعشاری x می‌نامیم. ۱۵۵

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[x]}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - p}{x} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{[x]} = +1$$

زیرا صورت صفر مطلق است و حاصل حد برابر صفر است، پس گزینه (۴) به درستی محاسبه نشده است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x} = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا هر یک از حدود را تک‌تک به دست می‌آوریم. ۱۵۶

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 3^{x-1} = +\infty &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{x-1} = 0 &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} g \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{1}{2} \end{aligned} \Rightarrow 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به شرطی حد وجود دارد که $ax + b$ به ازای $x = \frac{1}{2}$ برابر صفر باشد، پس:

$$\frac{1}{2}a + b = 0$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)g(x) &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x+2}{2x^2+x-1} \times \frac{ax-\frac{a}{2}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x+2}{(2x-1)(x+1)} \times \frac{a(2x-1)}{2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{a(x+2)}{2(x+1)} = \frac{5a}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{5a}{3} = 5 \Rightarrow a = 3, b = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - b = \frac{4}{5}$$

پس:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید به حالت مبهم $\frac{0}{0}$ برسیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a - \sqrt{2 - \sqrt{2-x}}}{x-1} &= \frac{a-1}{0} \Rightarrow a = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{2 - \sqrt{2-x}}}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - (2 - \sqrt{2-x})}{(x-1)(1 + \sqrt{2 - \sqrt{2-x}})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x} - 1}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x-1}{(x-1)(\sqrt{2-x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{2(x-1)} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

پس $b = -\frac{1}{2}$ و $a + b = \frac{3}{4}$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x - 4 < 2 < 3x - 1 \Rightarrow 1 < x < 3$$

پس $x = 2$ است و لذا $(x+2, x+3)$ یک همسایگی راست ۴ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۰

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 + \sqrt{4 - \frac{5}{x}} \right)}{x \left(3 - \frac{5}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{4 - \frac{5}{x}}}{3 - \frac{5}{x}} = \frac{1 + 2}{3} = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم وقتی $x \rightarrow 0^-$, $|x| = -x$. پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x - |x|}{x^2 + |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x - (-x)}{x^2 + (-x)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5}{x-1} = -5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۲

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{2\pi}{3}\right)^+} \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2 \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0} = -\infty$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۳

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cot x}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{1}{\tan x}}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\tan^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم $f(x) = ax + b$ باشد، چون تابع f از نقطه $(0, 4)$ می‌گذرد، پس $f(0) = 4$ و بنابراین $b = 4$ است، در این صورت خواهیم داشت:

$$f(x) = ax + 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{4}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 4}{\frac{1}{a}x - \frac{4}{a}} = a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$$

چون طبق شکل شیب خط مثبت است، پس $a = 3$ و بنابراین $f(x) = 3x + 4$ است، حال خواهیم داشت:

$$f(k) = 0 \Rightarrow 3k + 4 = 0 \Rightarrow k = -\frac{4}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۵

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{x^2 - 2x}}{3x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{x^2}}{3x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x|x|}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{3x^2} = -\frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار حد تابع $y = g(x)$ در $+\infty$ برابر $+2$ و در $-\infty$ برابر $-\infty$ است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1}{g(x)} \right] = \left[\frac{1}{-\infty} \right] = [0^-] = -1$$

بنابراین حاصل برابر $1 = 2 - 1$ می شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۶

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)^4 - (2x-3)^4}{2x-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{((x-1)^2 - (2x-3)^2)((x-1)^2 + (2x-3)^2)}{2(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{((x-1) - (2x-3))((x-1) + (2x-3))((x-1)^2 + (2x-3)^2)}{2(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(2-x)}^{(-1)}(3x-4)((x-1)^2 + (2x-3)^2)}{2\cancel{(x-2)}} = \frac{(-1)(2)(2)}{2} = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی موارد:

الف) در $x = 2$ دارای همسایگی چپ نیست، پس در این نقطه حد ندارد. به دامنه آن دقت کنید:

$$x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x^2 > 4 \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [x] - \frac{|x|}{x} = 0 - 1 = -1 \quad (\text{ب})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} [x] - \frac{|x|}{x} = -1 - (-1) = 0$$

$$x \rightarrow 0^-$$

پس حدود چپ و راست در این نقطه برابر نیستند و این تابع هم حد ندارد.

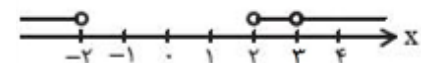
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 1}{\sin x - 1} = \frac{1}{-1} = -1 \quad (\text{ج})$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

پس حاصل این حد هم موجود نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نامعادله $\frac{x^2 - 4}{|x - 3|} > 0$ را حل می‌کنیم، با شرط $x \neq 3$ داریم:

$$x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x^2 > 4 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -2$$



مجموعه جواب نامعادله به صورت زیر است:

هیچ همسایگی چپی از نقطه $x = 2$ در این بازه وجود ندارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر $n > 3$ باشد، آن‌گاه x^n جمله دارای بزرگ‌ترین درجه در صورت و مخرج خواهد بود و طبق قاعده پرتوان خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^n}{4x^n} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \frac{1}{2}$$

اگر $n = 3$ باشد، آن‌گاه بزرگ‌ترین درجه صورت و مخرج برابر ۳ خواهد بود و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 1}{4x^3 + x^2 + 4x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{4x^3} = \frac{2}{4} \Rightarrow L = \frac{1}{2}$$

اگر $n = 2$ باشد، آن‌گاه بزرگ‌ترین درجه صورت و مخرج برابر ۲ خواهد شد و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3x + 1}{4x^2 + 4x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{4x^2} = \frac{2}{4} \Rightarrow L = \frac{1}{2}$$

اگر $n = 1$ باشد، آن‌گاه بزرگ‌ترین درجه مخرج برابر ۳ و بزرگ‌ترین درجه صورت برابر ۲ خواهد بود و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3x^2 + 1}{4x - x^3 + 4x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{-x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{-x} = 0 \Rightarrow L = 0$$

بنابراین L می‌تواند چهار مقدار متفاوت داشته باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون $x \rightarrow -\infty$ میل می‌کند، مقادیر $x + 2$ و $5 - 3x$ به ترتیب منفی و مثبت هستند، بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a|x+2| + 4x - 1}{|5 - 3x| + ax - 21} &= \frac{-2}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a(-x-2) + 4x - 1}{5 - 3x + ax - 21} = \frac{-2}{3} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-a+4)x - 2a - 1}{(a-3)x - 16} &= \frac{-2}{3} \xrightarrow{\text{قاعده پرتوان}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-a+4)x}{(a-3)x} = \frac{-2}{3} \\ \Rightarrow \frac{-a+4}{a-3} &= \frac{-2}{3} \Rightarrow -3a + 12 = -2a + 6 \Rightarrow a = 6 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۷۲)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^2 + 3x + 10}{x^2 - x^3 + x - 22} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(-x+5)}{(x+2)(x^3 - 3x^2 + 6x - 11)} = \frac{7}{-43}$$

به تقسیم منخرج بر $(x+2)$ دقت کنید:

$$\begin{array}{r} x^2 - x^3 + x - 22 \quad | \quad x+2 \\ \hline x^2 + 2x^3 \\ \hline -3x^3 + x - 22 \\ -3x^3 - 6x^2 \\ \hline 6x^2 + x - 22 \\ 6x^2 + 12x \\ \hline -11x - 22 \\ -11x - 22 \\ \hline 0 \end{array}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۷۳)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)(x+8)}{6(2+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)((\sqrt{x})^3 + 2^3)}{6(2+\sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}^2 - 2\sqrt{x} + 2)}{6(2+\sqrt{x})} = \frac{-6(12)}{6} = -12 \end{aligned}$$

روش دوم: هوییتال

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 10}{6 \left(\frac{1}{3\sqrt{x}^2} \right)} = \frac{-6}{6 \left(\frac{1}{12} \right)} = \frac{-6}{\frac{1}{2}} = -12$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۷۴)

$$3 \in (x+1, 2x-2) \Rightarrow \begin{cases} x+1 < 3 \Rightarrow x < 2 \\ \text{و} \\ 2x-2 > 3 \Rightarrow 2x > 5 \Rightarrow x > 2.5 \end{cases}$$

اشتراک دو بازه تهی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۷۵)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + bx^2}{bx^2 + 2x^2} = r \Rightarrow \frac{b+1}{b+2} = r \Rightarrow rb + 2r = b+1 \Rightarrow b = -\frac{11}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2b}{2bx + 11} = \frac{-11}{11 - 11} = \frac{-11}{0} = +\infty$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۷۶)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 2x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x^2 - 2x}{x + \sqrt{x^2 + 2x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2}{x}} \right)} = \frac{-2}{2} = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۷)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{-2}{(0^-) \times 3} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت $1 + \cos^3 x$ را به کمک اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم: (۱۷۸)

$$A = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}{\sin^2 x (1 - \cos x)} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} \times \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos x + \cos^2 x}{1 - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} \times \frac{1+1+1}{1+1} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۹)

$$x^3 - 3x^2 + Kx - 1 = (x+1) \cdot Q(x) + 3$$

$$x = -1 \Rightarrow 1 - 3 - K - 1 = 3 \Rightarrow K = -6$$

$$x = 1 \Rightarrow 1 - 3 + K - 1 = 2Q(1) + 3 \Rightarrow Q(1) = -6$$

پس مجموع ضرایب Q برابر -۶ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۸۰)

$$(x-1 < 2, 2x+1 > 2) \Rightarrow \left(x < 3, x > \frac{1}{2} \right) \Rightarrow \frac{1}{2} < x < 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۸۱)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)(x-2) \left(4 + 2\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{(x^2 + 2x)^2} \right)}{8 - x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(x-2)(12)}{(x-2)(x+4)} = -10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی $x \rightarrow 2$ صورت کسر عدد منفی است. پس مخرج کسر به سمت 0^+ میل می‌کند.

یعنی عدد ۲ ریشه مضاعف مخرج کسر است. $x^2 + ax + b = (x - 2)^2$ در نتیجه $a = -4$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 4x^2 - x + 1}{2x + \sqrt{4x^2 + 2 - 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(-1 + \frac{1}{x}\right)}{x \left(2 + \sqrt{4 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}\right)} = \frac{-1}{2+2} = -\frac{1}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در نقطه $x = 2$ حد چپ تابع $-\infty$ و حد راست تابع $+\infty$ و تابع در ۲ حد ندارد. پس، هر سه گزاره درست‌اند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $P(x)$ را تجزیه می‌کنیم:

$$P(x) = x^2(x-3) - (x-3) = (x-3)(x^2-1) = (x-3)(x-1)(x+1)$$

عامل $x+3$ وجود ندارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$1) \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x(x-4)}{|x-4|} = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x(x-4)}{|x-4|} = \lim_{x \rightarrow 4^-} (-x) = -4 \end{cases} \Rightarrow \text{حد وجود ندارد.}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)}{x^3 - (x^3 + 6x^2 + 12x + 8)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{-6x^2} = +\infty \Rightarrow \text{حد وجود ندارد.}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^3} = 0$$

$$4) \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x[x] + 1}{x+1} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x[x] + 1}{x+1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{حد وجود ندارد.}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۸۷)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)^2 (\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1)^2 = (1+1)^2 = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باقی مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x+2$ برابر $P(-2)$ و بر $x-1$ برابر $P(1)$ است. (۱۸۸)

$$\begin{cases} P(-2) = 0 \\ P(1) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8 - 2a + b = 0 \\ 1 + a + b = 3 \end{cases} \xrightarrow{(-)} \begin{cases} -8 - 2a + b = 0 \\ 9 + 3a = 3 \end{cases} \Rightarrow a = -2$$

$$a + b = 2 \xrightarrow{a = -2} b = 4 \Rightarrow P(x) = x^3 - 2x + 4$$

باقی مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x+1$ برابر $P(-1)$ است:

$$P(-1) = (-1)^3 - 2(-1) + 4 = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶ رادیان در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی قرار دارد و در نتیجه $-1 < \sin 6 < 0$ و $[\sin 6] = -1$ است، پس: (۱۸۹)

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{[\sin x]}{x(6-x)} = \frac{-1}{6 \times 0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حد تابع $f(x)$ را در همسایگی راست و چپ $x=3$ محاسبه می‌کنیم: (۱۹۰)

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{(-1)^{\lceil 3^+ \rceil}}{3 - 3^+} = \frac{(-1)^3}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \frac{(-1)^{\lfloor 3^- \rfloor}}{3 - 3^-} = \frac{(-1)^2}{0^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

حد تابع $f(x)$ در هر دو همسایگی چپ و راست $x=3$ برابر $+\infty$ است.گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $0 < x < 1$ می‌باشد، پس $\sqrt[3]{x} > \sqrt{x}$ است، در نتیجه $(\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}) \rightarrow 0^+$ (۱۹۱)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2}{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

و داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۹۲)

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 - 2x^2 + x} = \frac{x^2(x-1) + (x-1)}{x(x^2 - 2x + 1)} = \frac{(x^2 + 1)(x-1)}{x(x-1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 + 1)(x-1)}{x(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x(x-1)} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۹۳)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{[x]}{\operatorname{tg} x} = \frac{\left[\frac{\pi}{2}\right]}{-\infty} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\operatorname{tg} x}{[-x]} = \frac{+\infty}{\left[-\frac{\pi}{2}\right]} = \frac{+\infty}{-2} = -\infty$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۹۴)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt[3]{\lambda x^3 - 189}}{ax - 6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2x}{ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{ax} = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt[3]{\lambda x^3 - 189}}{2x - 6} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \frac{24x^2}{3\sqrt[3]{(\lambda x^3 - 189)^2}}}{2}$$

$$= \frac{1 - \lambda}{2} = \frac{7}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون حاصل حد در بی‌نهایت عدد غیرصفر شده است، بنابراین باید درجه صورت و مخرج برابر باشند. ۱۹۵

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - \sqrt{4x}}{ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + 4x}{ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x}{ax} = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{5x - \sqrt{16x^2 + \frac{9}{4}}}{3x - \frac{3}{2}} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{5 - \frac{32x}{2\sqrt{16x^2 + \frac{9}{4}}}}{3} = \frac{5 - 3/2}{3} = 1/6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون حاصل حد در بی‌نهایت عدد غیرصفر شده است، بنابراین باید درجه صورت و مخرج برابر باشند. ۱۹۶

$$n = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^2 - \sqrt{-48x - 12}}{ax^2 - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^2}{ax^2} = 2 \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{6x^2 - \sqrt{-48x - 12}}{3x^2 - 3} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{12x + \frac{48}{2\sqrt{-48x - 12}}}{6x} = \frac{-12 + 4}{-6} = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون حاصل حد در بی‌نهایت عدد غیرصفر شده است بنابراین باید درجه صورت و مخرج برابر باشند. ۱۹۷

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + \sqrt{9x^2 + 28}}{mx + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + \sqrt{9x^2}}{mx} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 3x}{mx} = \frac{7}{m} = \frac{7}{2} \Rightarrow m = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x + \sqrt{9x^2 + 28}}{2x + 4} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 + \frac{18x}{2\sqrt{9x^2 + 28}}}{2} = \frac{4 - \frac{9}{4}}{2} = \frac{\frac{7}{4}}{2} = \frac{7}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{x}{2}}{ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2ax} = \frac{1}{18} \Rightarrow a = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{7}{4}}}{9x - 27} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{7}{4}}}{9} = \frac{\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{7}{4}}}{9} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{4}{2}}{9} = \frac{-\frac{1}{2}}{9} = -\frac{1}{18}$$

نکته: فرض کنیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$. در این صورت اگر $L < 0$ و تابع $g(x)$ در

همسایگی محذوفی از a مثبت باشد، آنگاه: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

ابتدا توجه کنید که $\lim_{x \rightarrow -5} (x + 3) = -2$. بنابراین برای اینکه حد کسر برابر $-\infty$ شود، با توجه به نکته‌ی بالا

باید وقتی $x \rightarrow -5$ ، عبارت $x^2 + ax + b$ با مقادیر مثبت به صفر میل کند، پس باید عدد -5 ریشه‌ی مضاعف مخرج باشد، به عبارت دیگر باید داشته باشیم:

$$x^2 + ax + b = (x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 25 \end{cases} \Rightarrow a + b = 35$$

ابتدا توجه کنید که $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 3x + 2 = 0$ ، پس برای آنکه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + b}{x^2 - 3x + 2}$ برابر عدد حقیقی L باشد، باید حد صورت این کسر نیز در نقطه‌ی $x = 2$ برابر صفر باشد، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 5x + b) = 0 \Rightarrow 4 - 10 + b = 0 \Rightarrow b = 6$$

اکنون با جای‌گذاری مقدار $b = 6$ خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x-1} = -1 \Rightarrow L = -1$$

بنابراین: $b + L = 6 + (-1) = 5$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو چندجمله‌ای باشند و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آنگاه برای محاسبه‌ی

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ، ابتدا عامل $(x - a)$ را از صورت و مخرج حذف و سپس حد تابع حاصل را محاسبه می‌کنیم.

حد صورت و مخرج برابر صفر است، پس ابتدا هر دو را بر $(x - 1)$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x + 2 & x - 1 \\ - (x^3 - x^2) & \\ \hline x^2 - 3x + 2 & \\ - (x^2 - x) & \\ \hline -2x + 2 & \\ - (-2x + 2) & \\ \hline & \end{array}$$

$$x^3 - 3x + 2 = (x - 1)(x^2 + x - 2)$$

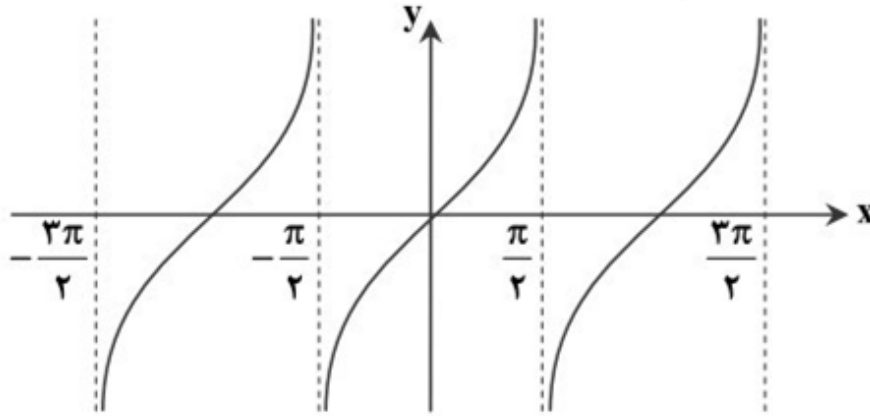
از طرفی با توجه به اتحاد جمله مشترک داریم:
با جای‌گذاری این مقادیر در کسر داده‌شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x - 2)}{(x - 1)(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = \frac{1 + 1 - 2}{1 - 2} = 0$$

www.akoedu.ir

۲۰۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
نکته: نمودار تابع $y = \tan x$ به شکل زیر است:



با توجه به نمودار تابع تنازات داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} \tan x = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} \tan x = +\infty$$

بنابراین گزینه ی ۳ پاسخ است.

۲۰۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
نکته: در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $(x - a)$ باقی مانده برابر $f(a)$ است.
با توجه به نکته، باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ بر $(x - (-1)) = x + 1$ برابر است با:

$$R = f(-1) = 2(-1)^4 + 3(-1)^3 - 4(-1)^2 - 5(-1) + 1 = 2 - 3 - 4 + 5 + 1 = 1$$

۲۰۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: هر بازه ی باز شامل عدد حقیقی x_0 را یک همسایگی x_0 می نامیم.

نکته: اگر بازه ی (a, b) یک همسایگی عدد حقیقی x_0 باشد، آنگاه مجموعه ی $\{x_0\} - (a, b)$ یک همسایگی محذوف x_0 نامیده می شود.

دامنه ی تابع $y = \frac{1}{x-2}$ در گزینه ی ۲ برابر $R - \{2\}$ است و تابع در همسایگی محذوف ۲ مثلاً $\{2\} - (1, 3)$

تعریف شده است، ولی در هیچ همسایگی ۲ تعریف نشده است، زیرا در ۲ تعریف نشده است.

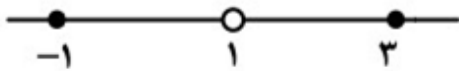
در گزینه های ۱ و ۳ تابع در همسایگی محذوف ۲ تعریف نشده است و در گزینه ی ۴ تابع در همسایگی ۲ تعریف شده است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۰۵)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-1-2-3-4)x^3 + \dots}{x^3 - |x^2|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-10x^3}{2x^3} = -5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰۶)

با توجه به شکل داریم $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ پس به طور کلی $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۰۷)

در بازه $(-1, 3)$ عدد حقیقی $x = 1$ حذف شود.در گزاره $4 < (x-1)^2$ عدد ۱ حذف نشده است.گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۸)
با توجه به اتحاد $a^3 - b^3$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(3x-2)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x+1})} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۹)

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+4} - 1} \times \frac{\sqrt{x+4} + 1}{\sqrt{x+4} + 1} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-3)(\sqrt{x+4} + 1)}{x+4-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} (x-3)(\sqrt{x+4} + 1) = -6 \times 2 = -12$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مخرج به ازای $x = 2$ برابر صفر است، بنابراین $x = 2$ ریشه صورت نیز هست. (در غیر این صورت حد ناموجود می باشد.) (۲۱۰)

$$4 + 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 + ax - 2a - 4) \sqrt{x+7+3}}{\sqrt{x+7-3}} = 18$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 + ax - 2a - 4)}{x-2} = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} x + a + 2 = 3$$

$$\frac{x^2 + ax - 2a - 4}{-x^2 + 2x} \left| \frac{x-2}{x+a+2} \right.$$

$$\frac{(a+2)x - 2a - 4}{-(a+2)x + 2a + 4} \Rightarrow a = -1, b = -2 \Rightarrow b - a = -1$$

۲۱۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون $f(x)$ بر $x+1$ و $x-2$ بخش پذیر است، پس:

$$\begin{cases} f(-1) = 0 \Rightarrow 1 - a + b = 0 \\ f(2) = 0 \Rightarrow 16 + 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 15 + 3a = 0 \Rightarrow a = -5, b = -6$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 5x - 6$$

حال تابع f را بر $(x+1)(x-2)$ یعنی $x^2 - x - 2$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} x^2 - 5x - 6 \quad | \quad x^2 - x - 2 \\ -x^2 + x + 2 \quad | \quad x^2 + x + 3 \\ \hline x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \\ -x^3 + x^2 + 2x \quad | \quad x^2 + x + 3 \\ \hline 3x^2 - 3x - 6 \\ -3x^2 + 3x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

پس $f(x)$ بر $x^2 + x + 3$ نیز بخش پذیر است.

۲۱۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$4 + 2a + b = 0 \Rightarrow b = -4 - 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{x^2 + ax - 2a - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2+a)} = \frac{2}{4+a}$$

$$\text{پس } \frac{2}{4+a} = \frac{1}{3} \text{ در نتیجه } a = 2, b = -8, a + b = -6.$$

۲۱۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow 3^-} [x] = 2$ پس خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-x}{|x-3||x+2|} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-x}{(3-x)5} = 0/2$$

۲۱۴

$$f(x) = \frac{(x-1)(x-2)(2x+\sqrt{x+3})}{4x^2 - x - 3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مخرج کسر گویا شود.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)(4)}{(x-1)(4x+3)} = \frac{-4}{7}$$

۲۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عامل ابهام یعنی x باید در صورت و مخرج کسر حذف شود.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} \times \frac{\sqrt{ax+b}+2}{\sqrt{ax+b}+2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax+b-4}{x(\sqrt{ax+b}+2)}$$

$$x \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow 0$$

$$b-4=0 \Rightarrow b=4$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{x(\sqrt{ax+b}+2)} = \frac{a}{\sqrt{b+2}} = \frac{a}{4} = 1 \Rightarrow a=4$$

در نتیجه:

$$x \rightarrow 0$$

$$a-b=4-4=0$$

۲۱۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+\sqrt{x+18}}{\sqrt{3x+7}-1} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x+\sqrt{x+18})(2x-\sqrt{x+18})(\sqrt{3x+7}+1)}{(\sqrt{3x+7}-1)(\sqrt{3x+7}+1)(2x-\sqrt{x+18})}$$

$$x \rightarrow -2$$

$$x \rightarrow -2$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(4x^2 - x - 18)(\sqrt{3x+7}+1)}{(3x+6)(2x-\sqrt{x+18})} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(4x-9)(x+2)(\sqrt{3x+7}+1)}{3(x+2)(2x-\sqrt{x+18})}$$

$$x \rightarrow -2$$

$$x \rightarrow -2$$

$$= \frac{(-17)^2}{3(-4-4)} = \frac{17}{12}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1) \times \sin^2 x}{\cos^2 x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1) \times \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cancel{(\sin x - 1)} \sin^2 x}{(\cancel{1 - \sin x})(1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-\sin^2 x}{1 + \sin x} = \frac{-(1)^2}{1 + 1} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} \times \frac{(1 + \sqrt{x} + \sqrt{x^2})(x + \sqrt{x})}{(1 + \sqrt{x} + \sqrt{x^2})(x + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^2 - x)(1 + \sqrt{x} + \sqrt{x^2})}{(1 - x)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cancel{x(x-1)}(1 + \sqrt{x} + \sqrt{x^2})}{\cancel{(1-x)}(x + \sqrt{x})} \\ &= \frac{-1(1+1+1)}{1+1} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

نکته: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آنگاه برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ نمی‌توانیم از قضیه حد خارج قسمت

استفاده کنیم؛ بلکه باید با تجزیه صورت و مخرج به عامل‌های مناسب، حاصل را به دست بیاوریم.

برای حذف عامل صفرکننده، تابع موردنظر را در مزدوج صورت ضرب و تقسیم می‌کنی:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+5}-1}{4-x^2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{\sqrt{2x+5}-1}{4-x^2} \times \frac{\sqrt{2x+5}+1}{\sqrt{2x+5}+1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5-1}{(4-x^2)(\sqrt{2x+5}+1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(x+2)}{(2-x)(2+x)(\sqrt{2x+5}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2}{(2-x)(\sqrt{2x+5}+1)} = \frac{2}{4 \times 2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۲۰)

نکته: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آنگاه برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ، ابتدا عامل صفرکننده را از صورت و مخرج حذف می‌کنیم. سپس حد عبارت حاصل را به دست می‌آوریم. ابتدا مقدار a را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x}{1 + \cos x} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

اکنون با جای‌گذاری مقدار a ، حد موردنظر را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{(2 \sin x + 1)(2 \sin x - 1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1}{2 \sin x + 1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله تابع خطی f به صورت $f(x) = x + 2$ (با شرط $x \neq 1$) است. با جای‌گذاری ضابطه f در عبارت داده شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+5)f(x)}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+5)(x+2)}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+5)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+5}{x-2} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۲۲)

$$\text{نکته: } |u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$$

نکته: تابع $f(x)$ در $x = a$ حد دارد، هرگاه: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$

ابتدا با کمک بازبندی، قدرمطلق را حذف می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x + a & x > 4 \\ -(x + a) & x < 4 \end{cases}$$

اکنون باید حد چپ و حد راست در $x = 4$ با هم برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x + a) = 4 + a \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (-x - a) = -4 - a \end{cases} \Rightarrow 4 + a = -4 - a \Rightarrow 2a = -8 \Rightarrow a = -4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۲۳)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\tan x - \sin^2 x - \cos^2 x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\tan x - (\sin^2 x + \cos^2 x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\frac{\sin x}{\cos x} - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{4}} \frac{\cancel{\cos x} - \cancel{\sin x}^{-1}}{\frac{\cancel{\sin x}^1}{\cos x} - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{5\pi}{4}} \frac{-\cos x}{\cos x} = -\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) \\ &= -\cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = +\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۲۴)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = \frac{f(2)}{2-2} = \frac{0}{0}$$

$$f(x) = -3x + 6$$

$f(x)$ یک تابع خطی است با شیب -۳ و عرض از مبدأ ۶، در نتیجه:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x + 6}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3(x-2)}{x-2} = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[3x] |x^2 + 2x - 8|}{4 - x^2} \xrightarrow{\cdot} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{6x |(x+4)(x-2)|}{(2-x)(2+x)}$$

در همسایگی راست عدد ۲، درون قدرمطلق مثبت است

در نتیجه خودش بیرون می‌آید.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{6(x+4)(x-2)^{-1}}{(2-x)(2+x)} = \frac{6(2+4)(-1)}{2+2} = -9$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[3x] |x^2 + 2x - 8|}{4 - x^2} \xrightarrow{\cdot} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5 |(x+4)(x-2)|}{(2-x)(2+x)}$$

در همسایگی چپ عدد ۲، درون قدرمطلق منفی است، در نتیجه

عبارت درون قدرمطلق، قرینه اش خارج می‌شود

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-5(x+4)(x-2)^{-1}}{(2-x)(2+x)} = \frac{(-5)(2+4)(-1)}{2+2} = 7/5$$

$$\text{جواب تست} = |-9 - 7/5| = 16/5$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} \xrightarrow{\cdot} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{(1 - \sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \sin x) = 1 + 1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|3-x|}{x-3} \xrightarrow{\cdot} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(3-x)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x-3)}{x-3} = -1$$

$$\text{جواب تست} = \frac{2}{-1} = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. f یک تابع خطی گذرنده از $A(0, -12)$ و $B(2, 0)$ است.

$$f(x) = ax + b$$

$$A(0, -12) \Rightarrow a(0) + b = -12 \Rightarrow b = -12$$

$$b(2, 0) \Rightarrow a(2) + b = 0 \xrightarrow{b = -12} 2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow f(x) = 6x - 12$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6(x-2)}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6}{x-3} = \frac{6}{-1} = -6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-\frac{b}{3})} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 - \frac{b}{3} = 18 \Rightarrow -\frac{b}{3} = 15 \Rightarrow b = -45$$

$$x \rightarrow 3$$

$$(x-3)(x+15) = x^2 + 12x - 45 = 0 \Rightarrow a = -12 \Rightarrow 2a + b = -69$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: در این جا حد مورد نظر مبهم $\frac{0}{0}$ است و باید صورت و مخرج را تجزیه کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-\frac{b}{2})}{(x-2)(x-1)} = \frac{2-\frac{b}{2}}{1} = 3 \Rightarrow 2-\frac{b}{2} = 3 \Rightarrow -\frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = -2 \quad \begin{matrix} x=2 \\ b=-2 \end{matrix}$$

$$4 + 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$a + b = -3$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 3x + 2} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + a}{2x - 3} = 4 + a = 3 \Rightarrow a = -1$$

$$x \rightarrow 2$$

$$\xrightarrow{\substack{x=2 \\ a=-1}} 4 - 2 + b = 0 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a + b = -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۳۰

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x + \sin x \cos x)}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cancel{\sin x} - \cancel{\cos x})(1 + \sin x \cos x)}{-\cancel{(\sin x - \cos x)}(\cos x + \sin x)} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر عبارت موردنظر را در مزدوج صورت ضرب و تقسیم کنیم، خواهیم داشت: ۲۳۱

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x+6}-4}{-3(x-2)} \times \frac{\sqrt{5x+6}+4}{\sqrt{5x+6}+4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x+6-16}{-3(x-2)(\sqrt{5x+6}+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(x-2)}{-3(x-2)(\sqrt{5x+6}+4)} = \frac{5}{-3 \times 8} = -\frac{5}{24}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۳۲

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cotg x = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(\cotg x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{x + \sqrt{x^2+3}} \times \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{x - \sqrt{x^2+1}} \times \frac{x - \sqrt{x^2+3}}{x - \sqrt{x^2+1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 - x^2 - 1)(x - \sqrt{x^2+3})}{(x^2 - x^2 - 3)(x - \sqrt{x^2+1})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-(x - |x|)}{-3(x - |x|)} = \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+x}{x+x} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به آن که $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ نامتناهی است، پس $x = -1$ ریشه‌ی مخرج است:

$$-1 - 1 - a - a = 0 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

بنابراین:

$$f(x) = \frac{(-1)^{[x]}}{x^3 - x^2 - x + 1} = \frac{(-1)^{[x]}}{(x+1)(x-1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \frac{-1}{+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \frac{1}{+} = +\infty \end{cases}$$

بنابراین جواب $-\infty$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots + c}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots + c'} = \begin{cases} \pm\infty & n > m \\ \frac{a}{a'} & n = m \\ \cdot & n < m \end{cases}$$

(قاعده پرتوان) نکته:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^b + 2x^2 + 5}{3x^2 - x + 1} = 2$$

چون حاصل حد عددی حقیقی غیر صفر است، پس درجه صورت و مخرج برابر است. بنابراین $0 \leq b \leq 2$ اگر

$0 \leq b < 2$ ، آنگاه حاصل حد طبق قاعده پرتوان برابر $\frac{2}{3}$ می‌شود که خلاف فرض است، بنابراین: $b = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + 2x^2 + 5}{3x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a+2)x^2 + 5}{3x^2 - x + 1} = \frac{a+2}{3} \text{ طبق فرض } 2 \Rightarrow a = 4$$

حال با جایگذاری $a = 4$ و $b = 2$ داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 4x + 3} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{x^3 - x - 3x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{x(x-1)(x+1) - 3(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x^2 + x - 3)} = \frac{3}{-1} = -3 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا از تساوی $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - ax + 4} = +\infty$ می‌توان فهمید $x = 2$ ریشه‌ی مضاعف

مخرج است. زیرا اگر ریشه‌ی ساده‌ی مخرج باشد، آن‌گاه حد چپ و راست قرینه‌ی یکدیگر $(\pm\infty)$ می‌شوند.

$$x^2 - ax + 4 = 0 \xrightarrow{x=2} 4 - 2a + 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

حال با جایگذاری مقدار $a = 4$ خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{16x^4 + x^2 - 1}{x^2 - 2x^4 + 7} \xrightarrow{\text{قاعده ی پرتوان}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{16x^4}{-2x^4} = -8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳۶

$$\text{نکته: } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

چون به‌ازای $x \rightarrow 1$ صورت و مخرج این حد صفر می‌شود، برای رفع ابهام کفایت کسر را در مزدوج صورت و مزدوج مخرج، ضرب و تقسیم کنیم. داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{\sqrt{8x+1}-3} \times \frac{\sqrt{8x+1}+3}{\sqrt{3x+1}+2} \times \frac{\sqrt{8x+1}+3}{\sqrt{8x+1}+3} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x+1-4)(\sqrt{8x+1}+3)}{(8x+1-9)(\sqrt{3x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(\sqrt{8x+1}+3)}{8(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{8} \times \frac{6}{4} = \frac{9}{16} \end{aligned}$$

روش دوم: استفاده از هوییتال

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}}{\frac{8}{2\sqrt{8x+1}}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{8}{6}} = \frac{3 \times 6}{4 \times 8} = \frac{9}{16}$$

۲۳۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته (قاعده هوییتال): اگر f و g توابعی مشتق پذیر باشند و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آنگاه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

با توجه به اینکه حد صورت صفر است، ولی حاصل حد عددی غیر صفر است، باید حد مخرج هم صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 4} (ax + b) = 0 \Rightarrow 4a + b = 0 \quad (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 + x - 3\sqrt{x}}{ax + b} \stackrel{\text{Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \frac{3}{2}\sqrt{x}}{a} \stackrel{\text{طبق فرض}}{=} \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{جایگذاری در } (*)} b = -2$$

۲۳۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 2x + \cos x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2\cos^2 x + \cos x - 1}{1 - \cos^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(\cancel{\cos x + 1})(2\cos x - 1)}{(1 + \cancel{\cos x})(1 - \cos x)} = -\frac{3}{2}$$

۲۳۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x - 4) - \frac{x + 2}{x(x - 2)}}{x(x - 2)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x - 4)(x + 1) - (x + 2)(x - 2)}{x(x - 2)(x + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - x - 4 - x^2 + 4}{x(x - 2)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - x}{-2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 1}{-2} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۴۰)

در $X = 1$ حد مخرج کسر صفر است، ولی حاصل حد عددی حقیقی است، پس باید حد صورت نیز صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x + a) = 0 \Rightarrow 4 + a = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{\sqrt{2 + 2x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+4)(\sqrt{2+2x}+2)}{(2+2x)-4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+4)(\sqrt{2+2x}+2)}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \Rightarrow b = 10$$

بنابراین: $a + b = 6$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۴۱)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 + 4x - 1} + 2x - b) = 4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{a} \left| x + \frac{4}{2a} \right| + 2x - b) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{a}x - \frac{2\sqrt{a}}{a} + 2x - b \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x(-\sqrt{a} + 2) - \frac{2\sqrt{a}}{a} - b = 4 \Rightarrow -\sqrt{a} + 2 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$\frac{-2\sqrt{a}}{a} - b = 4 \Rightarrow \frac{-2 \times 2}{4} - b = 4 \Rightarrow b = -5$$

$$a - b = 4 - (-5) = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. صورت و مخرج کسر در مزدوج قسمت رادیکالی ضرب شود. (۲۴۲)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1-x+3}{4-x} \times \frac{2+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x-3}} = 1 \times \frac{4}{2} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. متغیر X در صورت و مخرج کسر هم درجه‌اند. (۲۴۳)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n - x - 1}{x^2 - 3x + 2} = 2 \Rightarrow n = 2, a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x+1)}{(x-1)(x-2)} = -3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۴۴)

$$\text{جواب} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{(3x+2)^2 - 3} - \left(3x+2 + \frac{3}{x-1}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ((3x+2) - (3x+2)) = -1$$

$$R = P(-1) = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۴۵)

$$x^5 + 3x^2 - 1 = (x+1)Q(x) + 1 \Rightarrow Q(x) = \frac{x^5 + 3x^2 - 2}{x+1} \quad (x \neq -1)$$

$$Q(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} Q(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 3x^2 - 2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^4 + 6x}{1} = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۴۶)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (xf(x) - x^2) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} xf(x) - 0 = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} xf(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x} f\left(\frac{2}{x}\right) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} f\left(\frac{2}{x}\right) = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۴۷)

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x((x+1)^2 - (x^2 + 2x + 3))}{x+1 - \sqrt{x^2 + 2x + 3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(-2)}{x+1 - \sqrt{x^2 + 2x + 3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{x - (-x)} = -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۴۸)

$$P(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2a + 2 = 0 \Rightarrow a = -5$$

$$P(x) = 0 \Rightarrow x^3 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x^2 + 2x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$$

کوچکترین ریشه برابر $\sqrt{2} - 1$ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۴۹)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+a[x]}{x^2-4} = \frac{2+2a}{0^+} = -\infty \Rightarrow 2+2a < 0 \Rightarrow a < -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+a[x]}{x^2-4} = \frac{2+a}{0^-} = -\infty \Rightarrow 2+a > 0 \Rightarrow a > -2$$

پس باید $-2 < a < -1$ باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{جواب} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - x + x - \sqrt{x^2 + 2x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) + \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 2x} \right) \\ &= 2 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{x + \sqrt{x^2 + 2x}} = 2 + \frac{-2x}{2x} = 1 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$a(-2)^4 + b(-2) + c = 3 \Rightarrow 16a - 2b + c = 3$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$a(-1)^4 + b(-1) + c = -3 \Rightarrow a - b + c = -3$$

$$\begin{cases} 16a - 2b + c = 3 \\ a - b + c = -3 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow 2a + 2c = -3$$

$$2 \begin{cases} 16a - 2b + c = 3 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16a - 2b + c = 3 \\ 2a + 2b + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow 18a + 3c = 3$$

$$-2 \begin{cases} 2a + 2c = -3 \\ 6a + c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 2c = -3 \\ -12a - 2c = -2 \end{cases} \Rightarrow -10a = -5 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

در نتیجه:

$$2 \left(\frac{1}{2} \right) + 2c = -3 \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2$$

$$\frac{1}{2} + b - 2 = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow bc = \frac{3}{2} \times (-2) = -3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید که با شرط $x \rightarrow 2$ خواهیم داشت:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1| = x-1$$

↓
مثبت

با جای گذاری این مقادیر، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2\sqrt{x^2 - 2x + 1} - 2}{x^3 + x - 10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-1) - 2}{x^3 + x - 10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 4}{x^3 + x - 10} \quad (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{(x-2)(x^2 + 2x + 5)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x^2 + 2x + 5} = \frac{2}{13}$$

$x^3 + x - 10$	$x - 2$
$x^3 - 2x^2$	$x^2 + 2x + 5 \quad (*)$
$2x^2 + x - 10$	
$2x^2 - 4x$	
$5x - 10$	
$5x - 10$	
0	

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۵۳

نکته: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ و $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

برای رفع ابهام حد، ابتدا صورت و مخرج را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - 2\sin^2 x + \sin x}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)(-2\sin x - 1)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-(1 - \sin x)(-2\sin x - 1)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2\sin x + 1}{1 + \sin x} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته (قاعده‌ی پرتوان): ۲۵۴

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots + c}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots + c'} = \begin{cases} \pm\infty & n > m \\ \frac{a}{a'} & n = m \\ \cdot & n < m \end{cases}$$

ابتدا مقدار a را تعیین می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + \sqrt{4x^4 - 3x + 1}}{5x^2 + 2} \xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + 2x^2}{5x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+2)x^2}{5x^2}$$

$$= \frac{a+2}{5} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{4}{5} \Rightarrow a = 2$$

اکنون با جای‌گذاری مقدار $a = 2$ خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{(x-2)(x+2)} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{2}}{\sqrt{x} + \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x} + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{1}{8\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{16}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید که $3x^2 - 4x + 1 = (3x-1)(x-1)$ ، حال می‌توان نوشت: ۲۵۵

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{6x + x^2 - 3}{(3x-1)(x-1)} - \frac{2}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x + x^2 - 3 - 6x + 2}{(3x-1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(3x-1)(x-1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(3x-1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{3x-1} = \frac{2}{2} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۵۶

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a + [-x]}{x^2 - 1} = \frac{a-2}{+} = -\infty \Rightarrow a-2 < 0 \Rightarrow a < 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{a + [-x]}{x^2 - 1} = \frac{a-1}{-} = -\infty \Rightarrow a-1 > 0 \Rightarrow a > 1 \end{array} \right. \Rightarrow 1 < a < 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۵۷)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2}{1 + x} \xrightarrow{x = \frac{1}{t}} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{1}{t}\right) - 2}{1 + \frac{1}{t}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-t\left(2 - f\left(\frac{1}{t}\right)\right)}{t + 1}$$

$$= \frac{-\lim_{t \rightarrow 0} t\left(2 - f\left(\frac{1}{t}\right)\right)}{\lim_{t \rightarrow 0} t + 1} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{-3}{1} = -3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مخرج کسر گویا شود (۲۵۸)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x^2 + 2x - 3)(x + \sqrt{x})}{x(x-1)} = \frac{1 \times 2}{1} = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۵۹)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^5 - [x^5]}{x - [x]} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^4}{1} = 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی $x \rightarrow \infty$ کافی است جملاتی با بیشترین توان موجود در صورت و مخرج کسر منظور شود. (۲۶۰)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |x|}{-x - |2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - x}{-x + 2x} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با جای گذاری مقدار ۱- خواهیم داشت: (۲۶۱)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x^3 + x - 2} = \frac{-1 - 1}{-1 - 1 - 2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، آنگاه: $P(a) = 0$.
چون $f(x)$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. پس مطابق نکته $f(-2) = 0$ ، لذا:

$$f(-2) = 16 - 16 + 4a + 2 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x = x^3(x+2) - \frac{1}{2}x(x+2) = (x+2)\left(x^3 - \frac{1}{2}x\right)$$

$$= (x+2)x\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

بنابراین بزرگ‌ترین ریشه $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{(x-1)^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{(x-1)^3} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)^3 (\sqrt{x} + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2 (\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{0 \cdot 2} = \frac{1}{0} = +\infty$$

می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{3x^2 + 7x - 10} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

برای رفع ابهام، صورت و مخرج را تجزیه کرده و عامل صفرکننده $(x - 1)$ را حذف می‌کنیم.

$$\begin{cases} x^3 - 4x^2 + 3 = x^3 - x^2 - 3x^2 + 3 = x^2(x - 1) - 3(x + 1)(x - 1) \\ = (x - 1)(x^2 - 3x - 3) \\ 3x^2 + 7x - 10 = 3x^2 - 3 + 7x - 7 = 3(x^2 - 1) + 7(x - 1) \\ 3(x - 1)(x + 1) + 7(x - 1) = (x - 1)(3x + 10) \end{cases}$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{3x^2 + 7x - 10} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x^2 - 3x - 3)}{\cancel{(x-1)}(3x + 10)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x - 3}{3x + 10} = \frac{5}{13}$$

تذکر: می‌توانستیم با استفاده از تقسیم چندجمله‌ای‌ها، صورت و مخرج را بر $(x - 1)$ تقسیم کنیم.

نکته: $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin 2x}{2 \cos^2 \left(\frac{x}{2}\right) - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 2 \sin x \cos x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x (1 + 2 \sin x)}{\cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + 2 \sin x) = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶۶

$$2(a-1)x^3 - 2a^2x^2 - 3x - 7 \quad \Big| \quad x+2$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

$$p(-2) = 2(a-1)(-2)^3 - 2a^2(-2)^2 - 3(-2) - 7 = 23$$

$$p(-2) = -16(a-1) - 8a^2 + 6 - 7 = 23$$

$$-8a^2 - 16a + 15 = 23 \Rightarrow -8(a^2 + 2a + 1) = 0$$

$$(a+1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow \text{چند جمله‌ای: } -4x^3 - 2x^2 - 3x - 7$$

بنابراین: روش هورنر

-4	-2	-3	-7	
-2	-4	6	-15	23 مانده

$$\Rightarrow -4 + 6 - 15 = -13$$

ضرایب خارج قسمت

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۶۷

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{\text{مطلق}}{+} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{0-1}{-} = +\infty$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۶۸

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x} \times \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2-2}{x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید مخرج کسر در $x=3$ صفر باشد. از طرفی حد راست و چپ هر دو $-\infty$ شده‌اند، ۲۶۹پس مخرج حتماً به صورت $(x-3)^2$ است، بنابراین:

$$x^2 - ax + b = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 9 \end{cases} \Rightarrow a^2 - b^2 = 36 - 9 = 27$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۷۰

$$n = 1: \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x - 7x}{2x + 6x} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$n > 1: \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^n}{2x^n} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۷۱)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow a^2 + a = 3 - 1 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a + 2)(a - 1) = 0 \Rightarrow a = -2 \text{ یا } a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} x + a = 2a \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow 2 \\ a = -2 \Rightarrow -4 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم: (۲۷۲)

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{3} + \sqrt{x-3}}{\sqrt{x^2 - 9}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{\sqrt{(x-3)(x+3)}} + \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}\sqrt{x+3}}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{\sqrt{(x-3)(x+3)}(\sqrt{x} + \sqrt{3})} + \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{\sqrt{x+3}} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{\sqrt{x-3}\sqrt{x+3}(\sqrt{x} + \sqrt{3})} + \frac{1}{\sqrt{6}} = 0 + \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. صورت و مخرج کسر را در مزدوج قسمت رادیکالی ضرب می‌کنیم: (۲۷۳)

$$\frac{2x + \sqrt{21 - 5x}}{1 - \sqrt{3x + 10}} = \frac{(2x^2 + 5x - 21)(\sqrt{3x + 10})}{(1 - 3x - 10)(\sqrt{21 - 5x})}$$

به ازای $x = 3$ خواهیم داشت:

$$= \frac{(x+3)(4x-7)(2)}{-3(x+3)(-12)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x-7}{18} = \frac{19}{18}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. سهمی در نقاط ۰ و -۴ با محور طول‌ها برخورد می‌کند، پس: (۲۷۴)

$$f(x) = kx(x + 4)$$

خط و سهمی هر دو از نقطه $(-3, 2)$ عبور می‌کنند، پس: $f(-3) = 2$ ، لذا:

$$2 = k(-3) \Rightarrow k = -\frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x(x + 4)$$

از طرفی چون خط از مبدا عبور می‌کند، پس $g(x) = -\frac{2}{3}x$ ، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{2}{3}(x + 4) + \frac{2}{3} = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۷۵)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-ax}{x} = -a \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - 4x}{x + 1 - \sqrt{3x + 1}} = \frac{0}{0}$$

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4}{1 - \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}} = \frac{-4}{1 - \frac{3}{4}} = -16$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۷۶)

$$\left. \begin{aligned} n < 1 : b &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\sqrt{x}}{-x} = \frac{1}{\sqrt{x}} \\ n = 1 : b &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - \sqrt{x}}{2x - x} = -\frac{1}{2} \\ n > 1 : b &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^n}{2x^n} = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 7 - 4 + \frac{3}{2} = \frac{4}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۷۷)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^3}{(x-1)^2} = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۷۸)

$$P(-1) = 0 \Rightarrow -1 - a + 3 + 2 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$R = P(-2) = -32 - 8a + 6 + 2 = -56$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۷۹)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3\sqrt{x}} - 2x^2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\left(1 + \frac{3}{2\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+3\sqrt{x}}} - 4x}{1} =$$

$$\frac{\left(1 + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\right) - 4}{1} = \frac{5}{8} - 4 = -\frac{27}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر $Q(x)$ خارج قسمت باشد آن گاه $Q(1) = 4$ است. (۲۸۰)

$$P(x) = (x + 1)Q(x) + r$$

$$\left. \begin{aligned} \xrightarrow{x=1} P(1) &= 2Q(1) + r \Rightarrow a + 2 = 8 + r \\ \xrightarrow{x=-1} P(-1) &= 0 + r \Rightarrow -a - 4 = r \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۸۱)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^4 + 2x^3 + 3} - x^2}{x} \times \frac{\sqrt{x^4 + 2x^3 + 3} + x^2}{\sqrt{x^4 + 2x^3 + 3} + x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x^4} + 2x^3 + 3 - \cancel{x^4}}{x(\sqrt{x^4 + 2x^3 + 3} + x^2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 3}{x(\sqrt{x^4 + 2x^3 + 3} + x^2)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x(x^2 + x^2)} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۸۲)

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{-1}{+} = -\infty$$

پس باید مخرج کسر در $x = 2$ صفر شود و تغییر علامت نیز ندهد پس:

$$ax^2 + 6x + b = a(x - 2)^2 \Rightarrow ax^2 - 4ax + 4a \Rightarrow \begin{cases} 4a = -6 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \\ b = 4a \Rightarrow b = -6 \end{cases}$$

پس $f(x) = \frac{x^2 - 5}{-\frac{3}{2}x^2 + 6x - 6}$ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-\frac{3}{2}x^2} = -\frac{2}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم: (۲۸۳)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2m - 3}{(-)^4} = \frac{2m - 3}{+} = -\infty$$

پس بایستی $2m - 3 < 0$ باشد یعنی $m < \frac{3}{2}$ است. در $m = \frac{4}{3}$ نیز، با یک ساده کردن، حاصل حد، $-\infty$ درمی‌آید.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی $X \rightarrow +\infty$ ، حد هر چند جمله‌ای برابر حد جمله بزرگ‌ترین درجه آن است بنابراین سه حالت زیر رخ می‌دهد:

$$n > 2 : \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^n}{3x^2} = +\infty$$

$$n = 2 : \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{3x^2} = \frac{2}{3}$$

$$n < 2 : \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{3x^n} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آن‌که حالت مبهم $\frac{0}{0}$ رخ دهد باید

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 + 2x - a} + b = 0$$

لذا $b = -\sqrt{3-a}$ با این فرض

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2x - a} - \sqrt{3-a}}{x^2 + 2x - 4} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{(x^2 + 2x - 4)(\sqrt{x^2 + 2x - a} + \sqrt{3-a})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+3)}{2\sqrt{3-a}(x-1)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{2\sqrt{3-a}(x+4)} = \frac{4}{10\sqrt{3-a}} = \frac{4}{5} \Rightarrow a = \frac{11}{4} \\ \Rightarrow a + b &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۸۶

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + \sqrt{x^2 - x^3} \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x^3} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x^3 + x^2}{x^2 + \left(x\sqrt{x^2 - x^3} + \sqrt{x^2 - x^3} \right)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2 \left[1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{x}\right)^2} \right]} = \frac{1}{1+1+1} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸۷

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\pi - t)}{\sqrt{1 + \cos(\pi - t)}} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sin t}{\sqrt{1 - \cos t}} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sin t \sqrt{1 + \cos t}}{|\sin t|} = \sqrt{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۸۸

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{x+4}}{x + \sqrt{4x^2 - x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 - \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}} \right)}{x \left(1 + \sqrt{4 + \frac{1}{x}} \right)} = \frac{2 - 0}{1 + 2} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۸۹

$$\begin{aligned} \sqrt{a+b} - 2 = 0 &\Rightarrow a+b=4 \\ \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{a}{2\sqrt{ax+b}}}{\frac{a}{2\sqrt{a+b}}} &= \frac{a}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 12 \Rightarrow b = -8 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۹۰
ابتدا مقدار a را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 3 + \sqrt{4x^2 - x}}{\sqrt{x} - 1} \stackrel{\text{پرتوان}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2}}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |2x|}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - 2x}{\sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-2)x}{\sqrt{x}} = \frac{a-2}{\sqrt{1}} \stackrel{\text{طبق فرض}}{=} -\frac{3}{\sqrt{1}} \Rightarrow a-2 = -3 \Rightarrow a = -1$$

حال با جایگذاری مقدار $a = -1$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + a}{x^2 + x + 2a} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x + 2} = \frac{3}{3} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۹۱

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x + \frac{2}{x} - 3} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام دو راه حل ارائه می‌کنیم:
راه حل اول (هویتال):

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}}{1 - \frac{2}{x^2}} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$$

راه حل دوم (حذف عامل صفرکننده):

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\frac{1}{x}(x^2 - 3x + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - \sqrt{x+2})(x + \sqrt{x+2})}{\frac{1}{x}(x^2 - 3x + 2)(x + \sqrt{x+2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x + \sqrt{x+2}} \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{2}{4} \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{\cancel{(x-2)}(x-1)} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این که حد این تابع در $+\infty$ عدد حقیقی شود، باید $a = -1$ باشد تا x^2 زیر رادیکال با ax ساده شود:

$$\xrightarrow{a = -1} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + bx + 3} - x - 1 \right) \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{b}{2} \right) - x - 1 = \frac{b}{2} - 1 = 3$$

$$\Rightarrow b = 8$$

$$\text{پس: } ab = -8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-x + 1}{x + 2} = \frac{-(-2)^- + 1}{(-2)^- + 2} = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حد این تابع هم در 1^- و هم در 1^+ برابر $+\infty$ شده است. پس منحنی در $x = 1$ تغییر علامت نمی‌دهد و باید به صورت $(x - 1)^2$ باشد:

$$x^2 + ax + b = (x - 1)^2 \Rightarrow a = -2, b = 1 \Rightarrow ab = -2 \times 1 = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $f(x)$ بر $x + 2$ بخش پذیر است الزاماً $f(-2) = 0$ است.

$$(-2)^3 + a(-2)^2 + (a - 2)(-2) + 4 = 0 \Rightarrow -8 + 4a - 2a + 4 + 4 = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$f(x) = (x + 2)(x^2 - 2x + 2) = 0 \quad \text{یا} \quad f(x) = x^3 - 2x + 4$$

در نتیجه:

ریشه‌های دیگر آن جواب معادله $x^2 - 2x + 2 = 0$ است که فاقد ریشه حقیقی است. لذا $f(x) = 0$ فقط یک ریشه حقیقی $x = -2$ دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع مفروض خلاصه می‌شود.

$$f(x) = \frac{|x - 1| \cdot |x - 2|}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{|x - 1|}{x - 1} \times \frac{|x - 2|}{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\frac{1}{2}$$

حد راست و حد چپ:

$$x \rightarrow 1^+$$

$$x \rightarrow 1^-$$

پس تفاضل آنها برابر ۱.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم حد یک چند جمله‌ای، وقتی که متغیر به سمت $+\infty$ میل می‌کند، برابر است با حد جمله‌ای از آن که بزرگ‌ترین درجه را دارد. پس:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x} + \sqrt{2x+2} - \sqrt{x}}{\sqrt{4x-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x} + \sqrt{2x}}{\sqrt{4x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{2} \times x^{\frac{1}{2}}}{2 \times x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۹۸)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{mx^3 + 3x + mx^2 + 3}{x^2 - (2m-1)x - 2m} = \frac{-m-3+m+3}{1+2m-1-2m} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{mx^2(x+1) + 3(x+1)}{x^2 + x - 2mx - 2m} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(mx^2+3)}{(x+1)(x-2m)} = \frac{m+3}{-1-2m} = -1 \Rightarrow m+3 = 2m+1$$

$$\Rightarrow m = 2$$

روش دوم: هوییتال:

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3mx^2 + 3 + 2mx}{2x - 2m + 1} = \frac{3m+3-2m}{-2-2m+1} = -1 \Rightarrow m = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۹۹)

$$f(x) = 4x^4 - 3x^3 - 6x^2 + x - 1 = (x+1)Q(x) + R \Rightarrow R = f(-1) \Rightarrow R = 4 + 3 + 6 - 1 - 1 = 11$$

$$4x^4 - 3x^3 + 6x^2 + x - 1 = (x+1)Q(x) + 11$$

کافی است $Q(2)$ را به دست آوریم تا باقی مانده $Q(x)$ بر $x-2$ به دست آید.

$$4 \times 16 - 3 \times 8 + 6 \times 4 + 2 - 1 = 3Q(2) + 11 \Rightarrow Q(2) = 18 \Rightarrow R_1 = 18$$

$$f(x) = (x^2 - 5x + 4)Q(x) + 1 - 2x$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۰۰)

$$f(x^2) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)Q(x^2) + 1 - 2x^2 \Rightarrow f(x^2) = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$(x+2)Q(x^2) + 1 - 2x^2$$

$$\Rightarrow f(4) = 0 \times Q(4) + 1 - 8 = -7$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۰۱)

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 3x - 1$$

$$f(1-x) = (1-x-1)(1-x-2)Q(1-x) + 3(1-x) - 1 = x(x+1)Q(1-x) - 3x + 2$$

$$4x + 2f(1-x) = 2x(x+1)Q(1-x) - 6x + 4 + 4x \Rightarrow g(x) = 2x(x+1)Q(1-x) + 4 - 2x$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{g(x)}$$

$$g(-1) = R = 6 \Rightarrow R = 6$$

اگر قرار دهیم $x = -1$:

$$x^5 + x^2 - 3x + 4 = (x-1)k(x) + R$$

$$x = 1 \Rightarrow R = f(1) = 1 + 1 - 3 + 4 = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. الگوریتم تقسیم را می نویسیم: (۳۰۲)

اگر $x = 1$ را در مقسوم جایگزین کنیم، R به دست می آید:حال در رابطه‌ی اولیه به جای x مقدار -1 را قرار می دهیم:

$$(-1) + 1 + 3 + 4 = (-2)k(-1) + 3 \Rightarrow 7 = (-2)k(-1) + 3 \Rightarrow k(-1) = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۰۳)

$$\frac{f(x)}{2} \Big|_{x=2} \Rightarrow f(2)=2 \qquad \frac{g(x)}{3} \Big|_{x=2} \Rightarrow g(2)=3$$

$$\frac{f(x)g(x)}{6} \Big|_{x=2} \Rightarrow \text{باقی مانده} = f(2)g(2) = 2 \times 3 = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۰۴)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2\sqrt{(x-2)^2 - 4}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - |x-2|) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - x + 2)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کافی است صورت و مخرج کسر را در مزدوج هریک از آنها ضرب کنیم. (۳۰۵)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3 + \sqrt{5x+4})(3 + \sqrt{x-4})}{(\sqrt{3 + \sqrt{x+2}})(9 - 5x - 4)} = \frac{6}{4} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{5-5x} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{-5(x-1)(\sqrt{x+1})} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{-10} = -0.15$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{2\sqrt{3+\sqrt{x}}}{5}} = \frac{1}{\frac{8}{5}} = \frac{5}{8} = -0.15$$

روش دوم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ داریم $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \pm\infty$ لذا خواهیم داشت: (۳۰۶)

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x} + 3 = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $f(x) = \frac{2x-3}{x+4}$ خواهیم داشت: (۳۰۷)

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{2f(x) - 3}{f(x) + 4} = \frac{4x - 6 - 3x - 12}{2x - 3 + 4x + 16} = \frac{x - 18}{6x + 13}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x) = \frac{1}{6} \text{ پس}$$

۳۰۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ به صورت $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ خلاصه می‌شود. با

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \quad \text{در نظر گرفتن } \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = 0 \text{ خواهیم داشت}$$

۳۰۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته (هم‌ارزی رادیکال‌ها): $\sqrt{ax^2 + bx + c} \sim \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$ $x \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - |x - 2|}{ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + (x - 2)}{ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 2}{ax} = \frac{3}{a} = -3 \Rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - |x - 2|}{ax} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - (x - 2)}{ax} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 2}{ax} = \frac{1}{a}$$

$$\underline{\underline{a = -1 \Rightarrow \frac{1}{-1} = -1}}$$

۳۱۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $x \rightarrow -\infty \sqrt{x^2 - 4} \sim -x$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 - 4}}{3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - x}{3x} = \frac{a - 1}{3} = 1 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - a}{x^2 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 4}{x(x - 1)} = \frac{-4}{0^- \cdot (-1)} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$$

۳۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در تقسیم $f(x)$ بر $x + 1$ باقی‌مانده R باشد داریم $R = f(-1)$

$$R = (-1 - 3 - 4 + 6)^5 = (-2)^5 = -32$$

۳۱۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مقدار $X = -\frac{1}{2}$ ریشه چهار جمله‌ای درجه سوم مفروض است.

$$8 \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + m \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = 0$$

$$-1 + \frac{m}{4} + \frac{3}{2} + 2 = 0 \Rightarrow m + 6 + 4 = 0 \Rightarrow m = -10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۱۳

$$x^3 + (a-1)x^2 + (4-a)x - 4 = x^3 - x^2 + ax^2 - ax + 4x - 4 =$$

$$= x^2(x-1) + ax(x-1) + 4(x-1) = (x-1)(x^2 + ax + 4)$$

این معادله همواره دارای یک ریشه‌ی مثبت $x=1$ است، پس عبارت درجه دوم باید دورریشه مثبت متمایز و مخالف یک داشته باشد یعنی:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 16 > 0 \\ s > 0 \Rightarrow -a > 0 \Rightarrow a < 0 \\ p > 0 \Rightarrow 4 > 0 \\ 1 + a + 4 \neq 0 \end{array} \right\} a < -4 \text{ و } a \neq -5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۱۴

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{\sqrt[3]{x+1}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x+1})}{x+1} = 5 \times 3 = 15$$

روش دوم، قاعده‌ی هوییتال:

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^4}{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{5}{\frac{1}{3}} = 15$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۱۵

$$f(-1) = 2, f(1) = 6, f(0) = 3$$

$$f(x) = (x^3 - x)Q(x) + (ax^2 + bx + c)$$

$$\left. \begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow f(-1) = 0 + a - b + c \Rightarrow a - b + c = 2 \\ x = 1 \Rightarrow f(1) = 0 + a + b + c \Rightarrow a + b + c = 6 \\ x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 + 0 + 0 + c \Rightarrow c = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 2, c = 3 \Rightarrow R(x) = x^2 + 2x + 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۱۶

$$R = f(1) = g(1) \Rightarrow 1 - 3 + 7 + 1 = 1 + a + 2 \Rightarrow 6 = a + 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۱۷)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)^2 - (5-x)}{(x-1)(x+1+\sqrt{5-x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{4(x-1)}$$

 $x \rightarrow 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+4)}{4(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+4}{4} = \frac{5}{4}$$

 $x \rightarrow 1$

روش دوم: از قاعده‌ی هوییتال استفاده می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \frac{1}{2\sqrt{5-x}}}{1} = \frac{5}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. روش اول: هم‌ارزی (n فرد) (۳۱۸)

$$\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} \dots} \sim \sqrt[n]{a} \left(x + \frac{b}{an}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{27x^3 + 3x^2} - 3x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{27} \left(x + \frac{2}{27}\right) - 3x = \frac{1}{9}$$

 $x \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow +\infty$

روش دوم: مکعب کامل

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{27x^3 + 3x^2} - 3x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\left(3x + \frac{1}{9}\right)^3 + \dots} - 3x = 3x + \frac{1}{9} - 3x = \frac{1}{9}$$

 $x \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow +\infty$ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید $P(-2) = 0$ باشد. یعنی: (۳۱۹)

$$-2k + 4(k+1) + 2k - 2 = 0 \Rightarrow -2k = -2 \Rightarrow k = 1$$

$$\text{حد مورد نظر} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(x^2 + x + 4 - x^2 - x - 1)}{\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x^2 + x + 1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{|x| + |x|} = \frac{3x}{-2x} = -\frac{3}{2}$$

 $x \rightarrow -\infty$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۲۰)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (-1)^{[x]} = -1, \lim_{x \rightarrow 1^-} (-1)^{[x]} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۲۱)

پس $x = 1$ باید ریشه‌ی مخرج باشد و تعیین علامت آن به صورت زیر:

$$\begin{array}{c} x \\ \hline x^2 + ax + b \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ + \\ | \\ - \\ | \\ + \end{array}$$

به این ترتیب فقط گزینه ۳ صحیح است.

مخرج تغییر علامت نمی‌دهد. $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ مخرج: گزینه ۱

$$\begin{array}{c} x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ + \\ | \\ - \\ | \\ + \end{array}$$

$$\text{مخرج: گزینه ۲} = x^2 + x - 2 = (x - 1)(x - 2)$$

$$\text{مخرج: گزینه ۴} = x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۲۲)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x - \sqrt{2x^2 + 7}}$$

راه حل اول:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2) \left(3x + \sqrt{2x^2 + 7} \right)}{9x^2 - 2x^2 - 7}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2) \left(3x + \sqrt{2x^2 + 7} \right)}{7(x - 1)(x + 1)}$$

$$= -\frac{6}{14} = -\frac{3}{7}$$

حد مورد نظر

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{3 - \frac{2x}{2\sqrt{2x^2 + 7}}} = \frac{-1}{3 - \frac{1}{6}} = -\frac{6}{14} = -\frac{3}{7}$$

راه حل دوم: (هویتال)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} f(2x+1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 1} \xrightarrow{\text{Hop}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 3}}}{2x} = \frac{2 - \frac{2}{2}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x-1}) - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$x \rightarrow 1^+$$

$$1) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}} \times \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x-1})}{(x-1)(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+1})} = \cdot$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow L = \cdot - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 3 = 12 \Rightarrow \frac{12}{+} = +\infty$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۲۵

$$x \rightarrow 3$$

پس حد منخرج باید به سمت $+\infty$ میل کند. (یعنی $x = 3$ ریشه مضاعف منخرج است.)

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2ax + b) = +\infty \Rightarrow (x - 3)^2 = x^2 + 2ax + b$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x^2 + 2ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 9 \end{cases} \Rightarrow a - b = -3 - 9 = -12$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 + 2x^4 + \sqrt{x^{10} + 3x^8}}{(2x - 1)(3x^2 + 1)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 + |x^5|}{(2x)(9x^4)}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۲۶

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 - x^5}{18x^5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5}{18x^5} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون به ازای $x = 1$ منخرج صفر می شود بایستی صورت کسر نیز برابر صفر باشد (در غیر این صورت جواب حد برابر ∞ می شود) بنابراین:

$$x = 1 : 1 + a + 5 = 0 \Rightarrow a = -6$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 7x + 6} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 5)}{(x - 1)(x - 6)} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5} = L$$

با جایگذاری مقدار a در کسر داریم:

$$\Rightarrow a + L = -6 + \frac{4}{5} = \frac{-26}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۲۸

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x}{6x + 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x}{8x} = -\frac{3}{8}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۲۹

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - \sqrt{9x^2 - 2}}{4x - \sqrt{2 - x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - |3x|}{4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 3x}{4x} = \frac{3}{2}$$

۳۳۰

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. چون در حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+k} - x}{x^2 - 3x + 2}$ مخرج کسر به صفر میل می‌کند برای این که حاصل

حد عدد حقیقی شود باید صورت کسر نیز به صفر میل کند (تا پس از رفع ابهام حاصل حد به دست آید) پس باید:

$$\sqrt{1+k} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{1+k} = 1 \Rightarrow 1+k = 1 \Rightarrow k = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x} - x}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x} - x}{(x-1)(x-2)} = \frac{\sqrt{2} - 2}{-} = +\infty$$

بنابراین:

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۳۳۱

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\tan 2x} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2 \cos^2 \frac{x}{2}}}{\frac{\sin 2x}{\cos 2x}} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2} \left| \cos \frac{x}{2} \right|}{2 \sin x \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2} \left| \cos \frac{x}{2} \right|}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \cos x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از اتحاد $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ و اتحاد مزدوج خواهیم

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(3 + \sqrt{x+8})}{(9-x-8)(1 + \sqrt{x} + \sqrt{x^2})} = \frac{6}{(1+1+1)} = 2$$

داشت:

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{3\sqrt{x}}}{-\frac{1}{2\sqrt{x+8}}} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{6}} = \frac{6}{3} = 2$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt[3]{x}}{x - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt[3]{x}}{x - \sqrt{x}} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \times \frac{x^2 + x\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}{x^2 + x\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x^2 - 1)}{x(x - 1)} = \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}$$

روش دوم:

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. صورت و مخرج کسر را در مزدوج قسمت رادیکالی آن ضرب می‌کنیم تا رادیکال حذف شوند. ۳۳۴

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x+6}}{3 - \sqrt{7+\sqrt{x+1}}} \times \frac{x + \sqrt{x+6}}{x + \sqrt{x+6}} \times \frac{3 + \sqrt{7+\sqrt{x+1}}}{3 + \sqrt{7+\sqrt{x+1}}}$$

$$= \frac{6}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{9 - 7 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)(2 + \sqrt{x+1})}{4 - x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x+2)(2 + \sqrt{x+1}) = 5 \times 4 = 20$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+6}}}{\frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{7+\sqrt{x+1}}}} = \frac{1 - \frac{1}{6}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{24}} = \frac{\frac{5}{6}}{-\frac{1}{24}} = -20$$

روش دوم:

۳۳۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای حذف رادیکال با فرجه ۳، از اتحاد $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ استفاده می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x - \sqrt[3]{3x-2}}{\Delta x^2 + 9x - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^3 - 3x + 2)}{(\Delta x^2 + 9x - 2)(x^2 + x\sqrt[3]{3x-2} + \sqrt[3]{(3x-2)^2})}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2 - 2x + 1)}{(x+2)(\Delta x - 1)(4 + 4 + 4)} = \frac{1}{12} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x + 1}{\Delta x - 1} = \frac{1}{12} \left(\frac{9}{-11} \right) = \frac{-3}{44}$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1 - \frac{3}{3\sqrt[3]{(3x-2)^2}}}{1 \cdot x + 9} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{-11} = \frac{\frac{3}{4}}{-11} = -\frac{3}{44}$$

روش دوم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳۳۶

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\sin x \sqrt{1 + \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sin x|}{\sqrt{2} \sin x} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

حد چپ و حد راست برابر نیستند پس حد موجود نیست.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2},$$

۱	۴	-۵	a	-۲	
۱	۴	-۳	$-\frac{3}{2} + a$	$-\frac{3}{4} + \frac{a}{2} - 2$	باقیمانده
۱	۴	-۳	$-\frac{3}{2} + a$		ضرایب خارج قسمت

$$2x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{a - \frac{3}{2}}{2}$$

بنابراین:

$$x = 2 \Rightarrow 2(2)^2 - \frac{3}{2}(2) + \frac{a - \frac{3}{2}}{2} = 4 \Rightarrow 8 - 3 + \frac{a - \frac{3}{2}}{2} = 4$$

خارج قسمت:

$$\frac{a}{2} = 4 - \frac{17}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -1$$

در نتیجه:

$$-\frac{3}{2} + \frac{a}{2} - 2 = b \Rightarrow b = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} - 2 = -3$$

$$a + b = -1 - 3 = -4$$

با انجام عمل تقسیم نیز، به همان نتیجه می‌رسیم:

$4x^3 - 5x^2 + ax - 2$	$2x - 1$
$+ 4x^3 + 2x^2$	$2x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{a - \frac{3}{2}}{2}$
$-3x^2 + ax$	
$+ 3x^2 + \frac{3}{2}x$	
$(a - \frac{3}{2})x - 2$	
$+ (a - \frac{3}{2})x + \frac{a - \frac{3}{2}}{2}$	
$\frac{a - 3}{2} - 2$	
$\frac{a - 3}{2}$	

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از صورت و مخرج کسر از X منفی فاکتور می‌گیریم.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 2x}}{3x + \sqrt{4x^2 + x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} \right)}{x \left(3 - \sqrt{4 + \frac{1}{x}} \right)} \frac{1+1}{3-2} = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} = \frac{\infty}{\infty}$$

پس از هم‌ارزی جمله‌ی بزرگ‌تر برای رفع ابهام استفاده می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n + 15}{3x - |2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{3x - (-2x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{5x} = -1$$

چون مقدار حد، عددی مشخص است پس باید توان X در صورت و مخرج یکسان باشد یعنی $n = 1$ و در نتیجه:

$$\frac{a}{5} = -1 \Rightarrow a = -5$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5x + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} = \frac{0}{0}$$

از هویتال کمک می‌گیریم:

$$\stackrel{\text{Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5}{3 - \frac{1x + 15}{2\sqrt{4x^2 + 15x}}} = \frac{-5}{3 - \frac{24 + 15}{2\sqrt{36 + 45}}} = \frac{-5}{3 - \frac{39}{18}} = \frac{-5}{\frac{54 - 39}{18}} = \frac{-5}{\frac{15}{18}} = -6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۴۰)

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$p(-3) = a(-3)^3 - 4b(-3)^2 + 12(-3) - 16 = 128$$

$$p(-3) = -27a - 36b = 128 \Rightarrow 3a + 4b = -20$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$p(2) = a(2)^3 - 4b(2)^2 + 12(2) - 16 = 8$$

$$\Rightarrow 8a - 16b = 0 \Rightarrow a - 2b = 0$$

$$2 \begin{cases} 3a + 4b = -20 \\ a - 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 4b = -20 \\ 2a - 4b = 0 \end{cases} \Rightarrow 5a = -20 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow b = -2$$

$$\text{در نتیجه: } -4x^3 + 8x^2 + 12x - 16 \quad | \quad x + 1$$

-4	8	12	-16	: خارج قسمت و باقیمانده $-4x^2 + 12x$
-1	-4	12	0	
-4	12	0	-16	

$$-4 + 12 = 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۴۱)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{(x-2)^2}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{x-2} = \frac{0}{0}$$

برای $x \rightarrow 2^+$ داریم: $|x-2| = x-2$ برای رفع ابهام بهتر است از قاعده‌ی هوییتال استفاده کنیم: (در این روش از صورت و مخرج کسر به‌طور مستقل مشتق گرفته و سپس حاصل حد را محاسبه می‌کنیم.)

$$\text{Hop: } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+6)^2}}}{1} = \frac{1}{12}$$

روش دوم: برای رفع ابهام استفاده از اتحاد $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ می‌باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{x-2} \times \frac{4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2}}{4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2-x}{(x-2)(4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2})} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-1}{4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2}} = -\frac{1}{12}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 4x} = \frac{1 - \sqrt{4-3}}{4^2 - 4(4)} = \frac{1-1}{16-16} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

برای رفع ابهام دو راه حل ارائه می‌دهیم:
راه حل اول (هویتال):

نکته (قاعده‌ی هویتال): هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ و $f(x)$ و $g(x)$ در نقطه‌ی $x = a$ مشتق‌پذیر باشند، آن‌گاه

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x-3}}}{2x-4} = \frac{-\frac{1}{2(1)}}{8-4} = -\frac{1}{4}$$

راه حل دوم (ضرب و تقسیم در مزدوج):

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(1 - \sqrt{x-3})(1 + \sqrt{x-3})}{x(x-4)(1 + \sqrt{x-3})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\overbrace{1 - (x-3)}^{4-x}}{x(x-4)(1 + \sqrt{x-3})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{x(1 + \sqrt{x-3})} = -\frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر $t = 3^x$ اگر $x \rightarrow 1$ ، آن‌گاه $t \rightarrow 3$ پس داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{9^x + 3^{x+1} - 18}{3^{-x} - 3^{x-2}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3^x)^2 + 3 \times 3^x - 18}{(3^x)^{-1} - 3^x \times 3^{-2}} \\ &= \lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 + 3t - 18}{t^{-1} - \frac{1}{9}t} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t-3)(t+6)}{\frac{1}{t} - \frac{1}{9}} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t-3)(t+6)}{\frac{9-t^2}{9t}} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{\cancel{(t-3)}(t+6)}{\cancel{(t-3)}(3+t)} \\ &= \frac{(3+6)}{\frac{3+3}{9 \times 3}} = \frac{9}{\frac{6}{27}} = \frac{81}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که $f(x) = \frac{x+1}{2(x+\frac{1}{2})(x-1)}$ و $g(x) = \frac{2(x+\frac{1}{2})}{x}$ برای

حذف عامل $(x+\frac{1}{2})$ در مخرج تابع $f(x)$ ، کافست f و g را در یکدیگر ضرب نماییم:

$$f(x)g(x) = \frac{x+1}{2(x+\frac{1}{2})(x-1)} \times \frac{2(x+\frac{1}{2})}{x} = \frac{x+1}{x(x-1)}$$

که در $x = -\frac{1}{2}$ دارای حد $\frac{2}{3}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. صورت و مخرج را گویا می‌کنیم: ۳۴۵

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{2+x}}{2 - \sqrt[3]{2+x^2+x}}$$

$x \rightarrow 2$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - (2+x)}{2 - (2+x^2+x)} \times \frac{2 + \sqrt[3]{(2+x^2+x)^2} + 2\sqrt[3]{x^2+x+2}}{2 + \sqrt{2+x}}$$

$x \rightarrow 2$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{2-x^2-x} \times \frac{12}{4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x)}{(x+3)(2-x)} \times 3 = \frac{3}{5}$$

$x \rightarrow 2$

روش دوم (هویتال):

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{2+x}}}{-\frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(2+x^2+x)^2}}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{12}} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$x \rightarrow 2$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. \sqrt{x} را در پرانتز ضرب کرده، از هم‌ارزی $\sqrt{x^2+ax} \sim x + \frac{a}{2}$ استفاده می‌کنیم: ۳۴۶

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2+3x} - 2\sqrt{x^2+2x} + \sqrt{x^2+x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{3}{2} - 2(x+1) + \left(x + \frac{1}{2}\right) \right) = 0$$

$x \rightarrow +\infty$

$x \rightarrow +\infty$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۴۷

نکته: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ که L یک عدد حقیقی مخالف صفر و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ آن‌گاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{0} = \begin{cases} \frac{L > 0}{+} = +\infty, & \frac{L > 0}{-} = -\infty \\ \frac{L < 0}{+} = -\infty, & \frac{L < 0}{-} = +\infty \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{1}{0^- \cdot (-1)} = \frac{1}{+} = +\infty$$

$x \rightarrow 0^-$

$x \rightarrow 0^-$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۴۸)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{4x^2 + 3}}{x - \sqrt{x^2 + 1}} \times \frac{2x + \sqrt{4x^2 + 3}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} \times \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{2x + \sqrt{4x^2 + 3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(4x^2 - 4x^2 - 3)}{(x^2 - x^2 - 1)} \times \frac{x + x}{2x + 2x} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. پاسخ حد عدد ۲ شده است، چون $x = 1$ ریشهی مخرج است باید ریشهی صورت هم باشد. (۳۴۹)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 2ax + b}{3x^2 - 3} = 2$$

در این حالت حد $\frac{0}{0}$ می شود و با هوییتال داریم:مجدداً $x = 1$ چون ریشهی مخرج است باید ریشهی صورت هم باشد. (۲) $3 + 2a + b = 0$ دوباره هوییتال می گیریم.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x + 2a}{6x} = \frac{6 + 2a}{6} = 2 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{(2)} b = -9 \xrightarrow{(1)} c = 5 \Rightarrow a + 2b - c = 3 - 18 - 5 = -20$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۵۰)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + |x+1|}{2x - \left|x + \frac{3}{2}\right|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x - \frac{3}{2}} = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۵۱)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\left| 2x - \frac{1}{4} \right| + ax + b \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-2x + \frac{1}{4} + ax + b \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{7}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۵۲)

$$R = f(\alpha) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{m-1}{4} + m + 3 = 0 \Rightarrow 1 \cdot m + 23 = 0 \Rightarrow m = -2/3$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. وقتی $x \rightarrow 2^-$ آن‌گاه $x^2 - x - 2 < 0$ پس $|x^2 - x - 2| = -(x^2 - x - 2)$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x^2 + x + 2}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} \stackrel{\text{HOP}}{\rightarrow} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2x + 1}{2 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 12}}} = \frac{-3}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{-3}{\frac{3}{2}} = -2$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{ax^n} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{ax^n} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ a=-2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{-2x + 4} \stackrel{H}{\rightarrow} \frac{-2x}{2\sqrt{x^2 + 5}} = \frac{-4}{6} = \frac{1}{3}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{r|l} \frac{5x^3 - 3x^2}{-5x^3 + 10x^2} & \frac{x-2}{5x^2 + 7x + 14} \\ \hline \frac{7x^2}{-7x^2 + 14x} & \\ \hline \frac{14x}{-14x + 28} & \\ \hline \frac{28}{28} & \end{array}$$

راه اول:

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

حال ۲ را به جای X های مقسوم قرار می‌دهیم.

$$5(2)^3 - 3(2)^2 = 40 - 12 = 28$$

راه دوم:

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. دو هم‌ارزی مهم حد در بی‌نهایت به صورت زیر است:

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} \cong \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|, \quad x \rightarrow \pm\infty \quad \text{I}$$

$$\sqrt[3]{ax^3 + bx^2 + c + d} \cong \sqrt[3]{a} \left(x + \frac{b}{3a} \right), \quad x \rightarrow \pm\infty \quad \text{II}$$

با توجه به رابطه‌ی I داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 - 4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} |x-1| - |x-2| = \lim_{x \rightarrow -\infty} (1-x) - (2-x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -1 = -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(x^2 - 2)(6x + 1) = 6x^3 + x^2 - 12x - 2$$

$$\begin{array}{r} 6x^3 + x^2 - 12x - 2 \quad | \quad 3x + 2 \\ \underline{-6x^3 - 2x^2} \\ -3x^2 - 12x - 2 \\ \underline{3x^2 + 2x} \\ -10x - 2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}$$

ضریب جمله از درجه‌ی ۱ (ضریب x): خارج قسمت، عدد -۱ می‌باشد. $\Rightarrow 2x^2 - x + \dots$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت $\frac{x + \sqrt{x+6}}{x^2 + x - 2}$ به ازای $x = -2$ به صورت مبهم $\frac{0}{0}$ است. صورت کسر را گویا می‌کنیم تا عامل صفرکننده $x + 2$ حاصل شود.

$$\frac{x^2 - x - 6}{(x^2 + x - 2)(x - \sqrt{x+6})} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-1)(x - \sqrt{x+6})}$$

با حذف $(x + 2)$ مقدار خلاصه شده‌ی کسر به ازای $x = -2$ به صورت $\frac{-5}{12} = \frac{-5}{-3(-2-2)}$ در می‌آید.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x}$ دارای ابهام $\frac{0}{0}$ است. برای رفع ابهام از روش هوییتال بهره

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + \frac{-1}{2\sqrt{3-x}}}{2x + 1} = \frac{2 + \frac{-1}{2\sqrt{4}}}{2(-1) + 1} = \frac{2 - \frac{1}{4}}{-1} = \frac{\frac{7}{4}}{-1} = -\frac{7}{4}$$

می‌گیریم. داریم: $-\frac{7}{4}$

(توجه کنید که با ضرب صورت و مخرج کسر در $2x - \sqrt{3-x}$ نیز می‌توانستیم اقدام به رفع ابهام کنیم ولی روش طولانی‌تری بود.)

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با میل کردن x به سمت $+\infty$ ، مقدار کسر داده شده به سمت مقدار مبهم زیر میل خواهد

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} - \sqrt{4x+12}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x} - \sqrt{4x+12}} = \frac{+\infty + \infty - \infty}{+\infty + \infty - \infty} = \frac{\infty - \infty}{\infty - \infty} \text{ مبهم}$$

کرد:

لذا جهت رفع ابهام با در نظر گرفتن این‌که $x > 0$ (چون $x \rightarrow +\infty$)، صورت و مخرج کسر را در عامل \sqrt{x} ضرب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2+2x} - \sqrt{4x^2+12x}}{\sqrt{x^2+2x} + \sqrt{x^2} - \sqrt{4x^2+12x}} \xrightarrow{\text{استفاده از هم ارزی رادیکالی در بی نهایت}}$$

می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(x + \frac{1}{2}\right) + (x+1) - 2\left(x + \frac{12}{2 \times 4}\right) - \frac{3}{2}}{\left(x + \frac{2}{2}\right) + (x) - 2\left(x + \frac{12}{2 \times 4}\right) - 2} = \frac{\frac{3}{2}}{-2} = -\frac{3}{4}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶۱

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2^{\frac{1}{x}} \\ g(x) = \frac{2x-3}{x+1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{gof}(x) = g(f(x)) = g\left(2^{\frac{1}{x}}\right) = \frac{2\left(2^{\frac{1}{x}}\right) - 3}{2^{\frac{1}{x}} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \text{gof}(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2\left(2^{\frac{1}{x}}\right) - 3}{2^{\frac{1}{x}} + 1} = \frac{2\left(2^{-\infty}\right) - 3}{\left(2^{-\infty}\right) + 1} = \frac{2 \times (0) - 3}{0 + 1} = -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حد داده شده از نوع مبهم $\infty - \infty$ می باشد لذا ابتدا اقدام به مخرج مشترک گیری از تابع می کنیم، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{x+19}{x^2+3x-4} + \frac{3}{x+4} \right) = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+19+3(x-1)}{(x-1)(x+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{4(x+4)}{(x-1)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{4}{x-1} = \frac{-4}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x \rightarrow (-3)^- \Rightarrow x < -3 \Rightarrow x+3 < 0, 1-x > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \left| \frac{1-x}{3+x} \right| + \frac{a}{x(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-1}{x+3} + \frac{a}{x(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-x+a}{x(x+3)}$$

چون جواب حد فوق، عددی مانند b و $x = -3$ ریشهی مخرج است پس باید ریشهی صورت نیز باشد، بنابراین:

$$b = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-x-12}{x^2+3x} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-4)}{x(x+3)} = \frac{7}{3} \quad \text{و} \quad 9+3+a=0 \Rightarrow a=-12$$

در نتیجه: $ab = -12 \left(\frac{7}{3} \right) = -28$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶۴

$$2x^3 - 8x^2 + 7 \left| \begin{array}{l} x - 1 \\ \hline 2x^2 - 6x - 6 \end{array} \right.$$

$$\frac{-(2x^3 - 2x^2)}{-6x^2 + 7} \qquad \frac{2x^3}{x} = 2x^2$$

$$\frac{-(-6x^2 + 6x)}{-6x + 7} \qquad \frac{-6x^2}{x} = -6x$$

$$\frac{-(-6x + 6)}{1} \qquad \frac{-6x}{x} = -6$$

$$2 - 6 - 6 = -10$$

خارج قسمت $2x^2 - 6x - 6$ است که مجموع ضرایب آن برابر است با:گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۶۵

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{\frac{x^3 + x^2}{x - 2}} + x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x \sqrt{\frac{x + 1}{x - 2}} + x \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(1 - \sqrt{\frac{x + 1}{x - 2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \frac{x + 1}{x - 2} \right)}{1 + \sqrt{\frac{x + 1}{x - 2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(\frac{-3x}{x - 2} \right)}{2} = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۶۶

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 9} - 3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 (\sqrt{x^2 + 9} + 3)}{x^2 + 9 - 9} = \sqrt{9} + 3 = 6$$

x → 0

حد صورت = -5 < 0

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶۷

و وقتی $x \rightarrow 2^+$ ، آن‌گاه مخرج به صفر میل می‌کند اما با مقادیر کمتر از صفر به صفر میل می‌کند یعنی:

$$\frac{\text{منفی}}{0^-} = +\infty$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $[2^-] = 1$ ۳۶۸

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2(1)}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x(x-2)} - \frac{2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2-2x}{x(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x} = -\frac{1}{2}$$

x → 2⁻x → 2⁻x → 2⁻x → 2⁻x → 2⁻

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۶۹

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x-1}{2x-6} - \frac{4x-6}{x^2-9} \right) = \frac{2}{0} - \frac{6}{0} = \infty - \infty \quad \text{مبهم}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{2(x-3)} - \frac{4x-6}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)(x+3) - 2(4x-6)}{2(x-3)(x+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{2(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-3)}{2(x-3)(x+3)} = \frac{0}{12} = 0$$

x → 3

x → 3

x → 3

x → 3

x → 3

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم حد یک چند جمله‌ای، وقتی که متغیر به سمت $\pm\infty$ میل می‌کند، برابر است با حد جمله‌ای از آن‌که بزرگ‌ترین درجه را دارد. پس:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x} + \sqrt{2x+2}\sqrt{x}}{\sqrt{4x-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x} + \sqrt{2x}}{\sqrt{4x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{2}x^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{x}} = \sqrt{2}$$

x → +∞

x → +∞

x → +∞

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون x به سمت $+\infty$ می‌رود، جملات دارای بیش‌ترین توان را برمی‌داریم:

چون در $+\infty$ حد می‌گیریم، x مثبت است و $|x|$ همان x می‌شود:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+x}{ax} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{ax} = \frac{3}{a} = 6 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

پس ریشه‌ی مخرج کسر برابر است با: $\frac{1}{2}x + 2 = 0 \Rightarrow x = -4$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر صورت را بر مخرج تقسیم کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 + 2x - 16 & x - 2 \\ \hline 3x^2 - 6x & 3x + 8 \\ \hline 8x - 16 & \\ 8x - 16 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

پس برای $x \neq 2$ می‌توان گفت این تابع همان $y = 3x + 8$ است و نقطه‌ی توخالی B همان $x = 2$ بوده است که عرضش ۱۴ است اما روی تابع قرار ندارد. پس $y_B = 3(2) + 8 = 14$ و $y_A = 3(0) + 8 = 8$ یعنی عرض‌های دو نقطه ۶ واحد اختلاف دارند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x - a = 0 \Rightarrow x = a$$

$$f(a) = v(a^4) + (4 - va)(a^3) - 2a(a^2) - a + 2a - b = 0$$

$$\Rightarrow \cancel{va^4} + \cancel{4a^3} - \cancel{va^3} - \cancel{2a^3} - a + 2a - b = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

$$3a + 2b = 3b + 2b = 5b$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{r|l} f(x) & x^2 - 3x + 2 \\ \hline & q(x) \\ \hline -3x + 1 & \end{array} \Rightarrow f(x) = (x - 2)(x - 1)q(x) - 3x + 1$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = -5$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = -2$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ باقی مانده} = f(2) - f(1) = -5 - (-2) = -5 + 2 = -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۷۵

$$f(x) = (x-2)Q(x) - 2 \rightarrow f(2) = -2$$

$$g(x) = f(3x-1) + xf(x^2+1) \Rightarrow R = g(1) = f(2) + f(2) = -4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۷۶

$$(x-2)(x^2+1) = x^3 - 2x^2 + x - 2$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + x - 2 \quad | \quad x+2 \\ \underline{-x^3 + 2x^2} \\ -4x + x - 2 \\ \underline{\pm 4x \pm 8x} \\ 9x - 2 \\ \underline{-9x + 18} \\ -20 \end{array}$$

خارج قسمت تقسیم $(x^2 - 4x + 9)$ می باشد که مجموع ضرایب آن برابر است با: $1 + (-4) + 9 = 6$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۷۷

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1; p(-1)=a(-1)^2+b(-1)^3+(-1)+2=0 \Rightarrow a-b+1=0; x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$p(1)=a(1)^2+b(1)^3+1+2=-2 \Rightarrow a+b=-5 \begin{cases} a-b=-1 \\ a+b=-5 \end{cases} \Rightarrow 2a=-6$$

$$\Rightarrow a=-3, -3+b=-5 \Rightarrow b=-2 \quad ab=(-3)(-2)=6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۷۸

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$p(-1)=a(-1)^2-b(-1)^3+4(-1)^2-(-1)+1=3$$

$$a+b+4+1+1=3 \Rightarrow a+b=-3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت را دسته بندی می کنیم: ۳۷۹

$$\underbrace{x^3 + 5x^2}_{x^2(x+5)} - \underbrace{4x - 20}_{-4(x+5)} = x^2(x+5) - 4(x+5) = (x+5)(x^2-4) = (x+5)(x+2)(x-2)$$

دوجمله ای $x-5$ بین عوامل تجزیه ای عبارت وجود ندارد. بنابراین چندجمله ای بر عبارت $x-5$ بخش پذیر نیست.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای تعیین باقی مانده ی تقسیم چندجمله ای بر دوجمله ای، دوجمله ای را مساوی صفر ۳۸۰

قرار داده، ریشه ی آن را در عبارت مقسوم جای گذاری می کنیم.

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \xrightarrow{R=f(-1)} 2(-1)^2 + m(-1) + 4 = 3$$

$$\Rightarrow 2 - m + 4 = 3 \Rightarrow -m = 3 - 6 \Rightarrow m = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 + 3x + 4$$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow R' = f(1) = 2(1)^2 + 3(1) + 4 = 2 + 3 + 4 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۸۱)

$$f(x) = 5x^3 + ax^2 - 3ax + a^2$$

$$R = f(-1) = 0 \Rightarrow -5 + a + 3a + a^2 = 0$$

$$a^2 + 4a - 5 = 0 \Rightarrow (a-1)(a+5) = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی $x \rightarrow 0$ مقدار $[x^2]$ برابر صفر است. صورت و مخرج کسر در مزدوج صورت ضرب شود. (۳۸۲)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{4 + \sqrt{4 + 3x}}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 - (\sqrt{4 + \sqrt{4 + 3x}})^2}{x(3 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + 3x}})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 - 4 - \sqrt{4 + 3x}}{x \times 6} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - \sqrt{4 + 3x}}{6x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - (4 + 3x)}{6x(2 + \sqrt{4 + 3x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - 4 - 3x}{6x \times 2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3x}{12x} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۸۳)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{2x(x-2)^2}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{2x}|x-2|}{x-2} = \sqrt{4(-1)} = -2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۸۴)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^3 + 3(x-1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)((x-1)^2 + 3)}{(x-1)(x+1)} = \frac{3}{1+1} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۸۵)

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 4x - 5 \quad | \quad x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 \\ \hline -4x - 5 \\ \quad 4x + 8 \\ \hline 3 \end{array}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۸۶)

$$\text{Hop} \rightarrow \frac{1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{2x - 4} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{4} = \frac{3}{16}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۸۷)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 24x^2 + 28}{9x^4 + 6x^2 + 1} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۸۸)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(ax + 2a + b + \sqrt{4x^2 - 32x} \right) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(ax + 2a + b - 2 \left(x - \frac{32}{4} \right) \right) = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 2 = 0 \\ 4 + b + 8 = 5 \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 2 \\ b = -7 \end{matrix} \Rightarrow a + b = -5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۸۹)

$$16x^2 + ax + b = (4x - 1)^2$$

چون حد کسر فقط $(-\infty)$ است، عبارت منفرجه به فرم $(x - a)^2$ می‌باشد.

$$\Rightarrow a = -8 \quad b = 1 \Rightarrow a + b = -7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۹۰)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1 - (x + 2)(ax + b)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - a)x^2 - (3 + 2a + b)x - 2b + 1}{x + 2}$$

برای آنکه حاصل حد، صفر شود باید درجه‌ی صورت از منفرجه کم‌تر باشد.

$$\begin{cases} 1 - a = 0 \\ 3 + 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a = 1 \\ b = -5 \end{matrix} \Rightarrow a + b = -4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باقی‌مانده‌ی عبارت $P(x) = x^{12n+1} + 2x^{12n} - x^5 + 3x^3 + 2x^2 + m$ بر $x + 2$ برابر با ۱۱ است و لذا $P(-2) = 11$ می‌باشد. داریم:

$$P(-2) = (-2)^{12n+1} + 2(-2)^{12n} - (-2)^5 + 3(-2)^3 + 2(-2)^2 + m = 11$$

$$\Rightarrow \underbrace{-2(-2)^{12n} + 2(-2)^{12n}}_{\text{صفر}} + 32 - 24 + 8 + m = 11 \Rightarrow m = -5$$

بنابراین عبارت $P(x)$ را به صورت $P(x) = x^{12n+1} + 2x^{12n} - x^5 + 3x^3 + 2x^2 - 5$ بازنویسی می‌کنیم.

$$P(x) = (x^2 - 1)Q(x) + (ax + b) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow P(1) = a + b \Rightarrow a + b = 2 \\ x = -1 \Rightarrow P(-1) = -a + b \Rightarrow -a + b = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = -1, a = 3 \Rightarrow R(x) = 3x - 1$$

$$\begin{array}{r}
 2x^3 - 5x^2 + x \quad | \quad \begin{array}{l} 2x + 1 \\ \hline x^2 - 3x + 2 \end{array} \\
 \underline{-2x^3 \pm x^2} \\
 -6x^2 + x \\
 \underline{+6x^2 + 3x} \\
 4x \\
 \underline{-4x \pm 2} \\
 -2
 \end{array}$$

مجموع ضرایب خارج قسمت برابر است با: $1 + (-3) + 2 = 0$.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه حل اول: ۳۹۳

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - \sqrt{5x+6}}{4-x^2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - \sqrt{5x+6}}{(2-x)(2+x)} \times \frac{2x + \sqrt{5x+6}}{2x + \sqrt{5x+6}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4x+3)(x-2)}{(2-x)(2+x)(2x + \sqrt{5x+6})} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x+3}{-(x+2)(2x + \sqrt{5x+6})} = -\frac{11}{32}
 \end{aligned}$$

راه حل دوم: چون ابهام حد از نوع $\frac{0}{0}$ است، با استفاده از قاعده‌ی هوییتال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - \sqrt{5x+6}}{4-x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \frac{5}{2\sqrt{5x+6}}}{-2x} = \frac{2 - \frac{5}{8}}{-4} = -\frac{11}{32}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون ابهام حد از نوع $\frac{0}{0}$ است از قاعده‌ی هوییتال استفاده می‌نماییم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x^2+x^2-2} \xrightarrow{H} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{2x^2+2x} = \frac{\frac{1}{3}}{4+2} = \frac{1}{18}$$

راه دوم:

$$\begin{aligned} \text{حد مورد نظر} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x-1})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x+1})}{(x^2-1)(x^2+2)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)(x^2+2)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x+1})} = \frac{1}{18} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۹۵

$$\begin{array}{r|l} 4x^3 + 8x^2 - 11x & 2x-1 \\ - (4x^3 - 2x^2) & \\ \hline 10x^2 - 11x & \\ - (10x^2 - 5x) & \\ \hline -6x & \\ - (-6x + 3) & \\ \hline -3 & \end{array}$$

$$2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{2}\right) - 3 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} - 3 = 0$$

مقدار $2x^2 + 5x - 3$ را به ازای $x = \frac{1}{2}$ محاسبه می‌کنیم:

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. (۳۹۶)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} u = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right) = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad : u = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \text{ با فرض}$$

پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{u \rightarrow +\infty} f(u) = \lim_{u \rightarrow +\infty} \left(u - \sqrt{u^2 + 1} \right) = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u^2 - (u^2 + 1)}{(u + \sqrt{u^2 + 1})} =$$

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{-1}{(u + \sqrt{u^2 + 1})} = 0$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. حد یک تابع کسری در $x \rightarrow \infty$ هنگامی برابر با عدد غیرصفر است که درجه‌ی صورت و مخرج برابر باشند. بنابراین طبق ضابطه‌های صورت و مخرج، درجه‌ی صورت و مخرج باید برابر با ۲ باشد. برای این منظور باید x در صورت از بین رفته و $n=2$ شود:

$$x^2 \Rightarrow a+b=0 \quad (I)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - x + 1}{bx^2 + \sqrt{x+1}} = 2 \Rightarrow \frac{4}{b} = 2 \Rightarrow b=2 \xrightarrow{\text{طبق (I)}} a=-2 \quad \text{حال داریم:}$$

$$\text{بنابراین } \frac{a-b}{n} = -2 \text{ است.}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. چون مخرج کسر به ازای $x=2$ برابر صفر و حاصل حد، عددی متناهی است، پس کسر باید $\frac{0}{0}$ باشد و f به صورت $f(x) = ax + b$ است:

$$2x^2 + ax + b \xrightarrow{x=2} 8 + 2a + b = 0 \Rightarrow 2a + b = -8 \quad (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 - 4} \xrightarrow{H} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x + a}{2x} = \frac{8 + a}{4} = 3 \Rightarrow a = 4 \xrightarrow{(*)} b = -16$$

$$\Rightarrow f(x) = 4x - 16 \Rightarrow f(-1) = -20$$

محاسبه‌ی حد بدون هوییتال:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + ax - 2a - 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x+2) + a(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{8+a}{4}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. مخرج کسر به ازای $x = a$ مساوی صفر است و چون حاصل حد، عددی متناهی است، پس صورت کسر نیز باید به ازای $x = a$ برابر صفر باشد:

$$a^2 - ab + a = 0 \Rightarrow a(a - b + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غ ق ق} \\ b = a + 1 & (*) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 + ax - 2a^2} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\cancel{(x-a)}(x-1)}{\cancel{(x-a)}(x+2a)} = \frac{a-1}{3a} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 3$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. طبق اتحاد مجموع مکعبات دو جمله (چاق و لاغر) داریم:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + 4) \Rightarrow x^m - kx^n + 4 = x^2 - 2x + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \Rightarrow m + n + k = 5 \\ k = 2 \end{cases}$$

www.akoedu.ir

۱	۱	۲	۳	۴	۳۳	۱	۲	۳	۴	۶۵	۱	۲	۳	۴	۹۷	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴	۳۴	۱	۲	۳	۴	۶۶	۱	۲	۳	۴	۹۸	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴	۳۵	۱	۲	۳	۴	۶۷	۱	۲	۳	۴	۹۹	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴	۳۶	۱	۲	۳	۴	۶۸	۱	۲	۳	۴	۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴	۳۷	۱	۲	۳	۴	۶۹	۱	۲	۳	۴	۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴	۳۸	۱	۲	۳	۴	۷۰	۱	۲	۳	۴	۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴	۳۹	۱	۲	۳	۴	۷۱	۱	۲	۳	۴	۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴	۴۰	۱	۲	۳	۴	۷۲	۱	۲	۳	۴	۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴	۴۱	۱	۲	۳	۴	۷۳	۱	۲	۳	۴	۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴	۴۲	۱	۲	۳	۴	۷۴	۱	۲	۳	۴	۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴	۴۳	۱	۲	۳	۴	۷۵	۱	۲	۳	۴	۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴	۴۴	۱	۲	۳	۴	۷۶	۱	۲	۳	۴	۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴	۴۵	۱	۲	۳	۴	۷۷	۱	۲	۳	۴	۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴	۴۶	۱	۲	۳	۴	۷۸	۱	۲	۳	۴	۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴	۴۷	۱	۲	۳	۴	۷۹	۱	۲	۳	۴	۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴	۴۸	۱	۲	۳	۴	۸۰	۱	۲	۳	۴	۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴	۴۹	۱	۲	۳	۴	۸۱	۱	۲	۳	۴	۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴	۵۰	۱	۲	۳	۴	۸۲	۱	۲	۳	۴	۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴	۵۱	۱	۲	۳	۴	۸۳	۱	۲	۳	۴	۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴	۵۲	۱	۲	۳	۴	۸۴	۱	۲	۳	۴	۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴	۵۳	۱	۲	۳	۴	۸۵	۱	۲	۳	۴	۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴	۵۴	۱	۲	۳	۴	۸۶	۱	۲	۳	۴	۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴	۵۵	۱	۲	۳	۴	۸۷	۱	۲	۳	۴	۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴	۵۶	۱	۲	۳	۴	۸۸	۱	۲	۳	۴	۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴	۵۷	۱	۲	۳	۴	۸۹	۱	۲	۳	۴	۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴	۵۸	۱	۲	۳	۴	۹۰	۱	۲	۳	۴	۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴	۵۹	۱	۲	۳	۴	۹۱	۱	۲	۳	۴	۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴	۶۰	۱	۲	۳	۴	۹۲	۱	۲	۳	۴	۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴	۶۱	۱	۲	۳	۴	۹۳	۱	۲	۳	۴	۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴	۶۲	۱	۲	۳	۴	۹۴	۱	۲	۳	۴	۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴	۶۳	۱	۲	۳	۴	۹۵	۱	۲	۳	۴	۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴	۶۴	۱	۲	۳	۴	۹۶	۱	۲	۳	۴	۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴

۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴
۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۵۶	۱	۲	۳	۴

۲۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴
۲۸۱	۱	۲	۳	۴
۲۸۲	۱	۲	۳	۴
۲۸۳	۱	۲	۳	۴
۲۸۴	۱	۲	۳	۴
۲۸۵	۱	۲	۳	۴
۲۸۶	۱	۲	۳	۴
۲۸۷	۱	۲	۳	۴
۲۸۸	۱	۲	۳	۴

۲۸۹	۱	۲	۳	۴
۲۹۰	۱	۲	۳	۴
۲۹۱	۱	۲	۳	۴
۲۹۲	۱	۲	۳	۴
۲۹۳	۱	۲	۳	۴
۲۹۴	۱	۲	۳	۴
۲۹۵	۱	۲	۳	۴
۲۹۶	۱	۲	۳	۴
۲۹۷	۱	۲	۳	۴
۲۹۸	۱	۲	۳	۴
۲۹۹	۱	۲	۳	۴
۳۰۰	۱	۲	۳	۴
۳۰۱	۱	۲	۳	۴
۳۰۲	۱	۲	۳	۴
۳۰۳	۱	۲	۳	۴
۳۰۴	۱	۲	۳	۴
۳۰۵	۱	۲	۳	۴
۳۰۶	۱	۲	۳	۴
۳۰۷	۱	۲	۳	۴
۳۰۸	۱	۲	۳	۴
۳۰۹	۱	۲	۳	۴
۳۱۰	۱	۲	۳	۴
۳۱۱	۱	۲	۳	۴
۳۱۲	۱	۲	۳	۴
۳۱۳	۱	۲	۳	۴
۳۱۴	۱	۲	۳	۴
۳۱۵	۱	۲	۳	۴
۳۱۶	۱	۲	۳	۴
۳۱۷	۱	۲	۳	۴
۳۱۸	۱	۲	۳	۴
۳۱۹	۱	۲	۳	۴
۳۲۰	۱	۲	۳	۴

۳۲۱	۱	۲	۳	۴
۳۲۲	۱	۲	۳	۴
۳۲۳	۱	۲	۳	۴
۳۲۴	۱	۲	۳	۴
۳۲۵	۱	۲	۳	۴
۳۲۶	۱	۲	۳	۴
۳۲۷	۱	۲	۳	۴
۳۲۸	۱	۲	۳	۴
۳۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۳۹	۱	۲	۳	۴
۳۴۰	۱	۲	۳	۴
۳۴۱	۱	۲	۳	۴
۳۴۲	۱	۲	۳	۴
۳۴۳	۱	۲	۳	۴
۳۴۴	۱	۲	۳	۴
۳۴۵	۱	۲	۳	۴
۳۴۶	۱	۲	۳	۴
۳۴۷	۱	۲	۳	۴
۳۴۸	۱	۲	۳	۴
۳۴۹	۱	۲	۳	۴
۳۵۰	۱	۲	۳	۴
۳۵۱	۱	۲	۳	۴
۳۵۲	۱	۲	۳	۴

۳۵۳	۱	۲	۳	۴
۳۵۴	۱	۲	۳	۴
۳۵۵	۱	۲	۳	۴
۳۵۶	۱	۲	۳	۴
۳۵۷	۱	۲	۳	۴
۳۵۸	۱	۲	۳	۴
۳۵۹	۱	۲	۳	۴
۳۶۰	۱	۲	۳	۴
۳۶۱	۱	۲	۳	۴
۳۶۲	۱	۲	۳	۴
۳۶۳	۱	۲	۳	۴
۳۶۴	۱	۲	۳	۴
۳۶۵	۱	۲	۳	۴
۳۶۶	۱	۲	۳	۴
۳۶۷	۱	۲	۳	۴
۳۶۸	۱	۲	۳	۴
۳۶۹	۱	۲	۳	۴
۳۷۰	۱	۲	۳	۴
۳۷۱	۱	۲	۳	۴
۳۷۲	۱	۲	۳	۴
۳۷۳	۱	۲	۳	۴
۳۷۴	۱	۲	۳	۴
۳۷۵	۱	۲	۳	۴
۳۷۶	۱	۲	۳	۴
۳۷۷	۱	۲	۳	۴
۳۷۸	۱	۲	۳	۴
۳۷۹	۱	۲	۳	۴
۳۸۰	۱	۲	۳	۴
۳۸۱	۱	۲	۳	۴
۳۸۲	۱	۲	۳	۴
۳۸۳	۱	۲	۳	۴
۳۸۴	۱	۲	۳	۴

۳۸۵	۱	۲	۳	۴
۳۸۶	۱	۲	۳	۴
۳۸۷	۱	۲	۳	۴
۳۸۸	۱	۲	۳	۴
۳۸۹	۱	۲	۳	۴
۳۹۰	۱	۲	۳	۴
۳۹۱	۱	۲	۳	۴
۳۹۲	۱	۲	۳	۴
۳۹۳	۱	۲	۳	۴
۳۹۴	۱	۲	۳	۴
۳۹۵	۱	۲	۳	۴
۳۹۶	۱	۲	۳	۴
۳۹۷	۱	۲	۳	۴
۳۹۸	۱	۲	۳	۴
۳۹۹	۱	۲	۳	۴
۴۰۰	۱	۲	۳	۴

www.akoedu.ir