

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



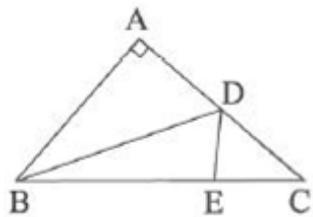
جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک **هفته ای**
رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ **عدد ۱**
را ارسال کنید.

۸۰ تست هندسه دهم فصل ۲ - نسبت و تناسب

۱ اگر $\frac{5a + 7}{7 + 4a} = \frac{5b + 11}{11 + 4b}$ باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟

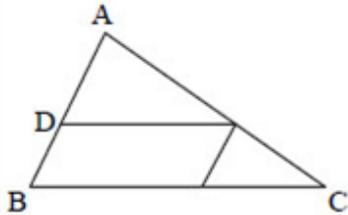
- $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{11}{7}$ (۲) $\frac{7}{11}$ (۱)

۲ در شکل زیر $AB = 10$ ، $BC = 6$ و $EC = \frac{1}{6}BC$ است. مساحت مثلث BDE چه قدر است؟



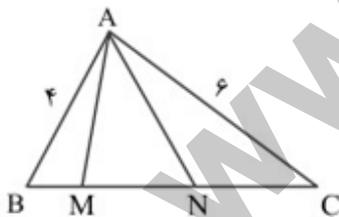
- ۲۵ (۱)
 ۱۶ (۲)
 ۱۸ (۳)
 ۲۰ (۴)

۳ در شکل روبه‌رو $\frac{DA}{DB} = \frac{3}{2}$ ، مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



- ۳۶ (۱)
 ۴۰ (۲)
 ۴۵ (۳)
 ۴۸ (۴)

۴ در شکل مقابل $CN = MN = 2BM$. فاصله‌ی N از AC چند برابر فاصله‌ی M از AB می‌باشد؟



- $\frac{5}{2}$ (۱)
 ۲ (۲)
 $\frac{3}{2}$ (۳)
 $\frac{4}{3}$ (۴)

۵ در مثلث ABC پاره‌خط AM میانه‌ی وارد بر ضلع BC و نقاط N و R به ترتیب روی AB و AM اند به طوری که

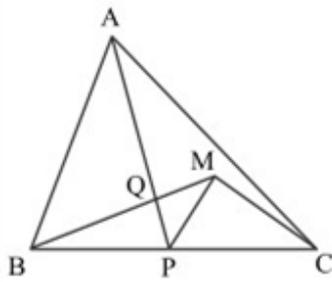
$AR = 2RM$ و $AB = 4BN$ می‌باشد، مساحت مثلث MNR چند درصد مساحت مثلث ABC است؟

- ۱۲ درصد (۱) ۱۳ درصد (۲) ۱۳/۵ (۳) ۱۲/۵ درصد (۴)



۶ اگر در مثلث ABC اضلاع $AB = 10 = AC$ و $BC = 16$ واحد باشند. مجموع فواصل رئوس B و C تا اضلاع روبه رویشان، چند برابر ارتفاع رأس A است؟

- ۱/۶ (۱) ۱/۲۵ (۲) ۳/۲ (۳) ۲/۵ (۴)

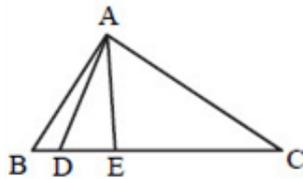


۷ در شکل مقابل مساحت مثلث‌های ABQ، PBQ، PQM، و PMC به ترتیب برابر است با ۱، ۲، ۴ و ۴ واحد مربع. مساحت چهارضلعی AQMC کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۷/۳ (۲) ۱۳/۳ (۴) ۴ (۳)

۸ اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{3}{5}$ آنگاه $x + y + z$ چند برابر y است؟

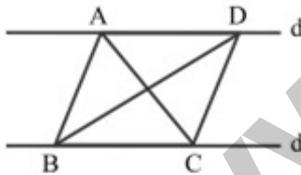
- ۳۳/۵ (۱) ۱۱/۳ (۲) ۱۱/۹ (۳) ۹/۵ (۴)



۹ در شکل مقابل مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است، نسبت $\frac{DE}{BC}$ برابر کدام است؟

- ۳/۱۱ (۱) ۲/۱۱ (۲) ۵/۱۲ (۳) ۱/۳ (۴)

۱۰ در شکل مقابل $d \parallel d'$ و مساحت مثلث ABC برابر 8 cm^2 است. اگر $BD = 6 \text{ cm}$ باشد، فاصله نقطه C از BD برابر کدام است؟



- ۸/۳ (۱) ۴/۳ (۲) ۴ (۴) ۳ (۳)

۱۱ اگر $\frac{a}{5} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$ باشد، $\frac{a+b}{c}$ کدام است؟

- ۲/۵ (۱) ۷/۳ (۲) ۳/۲ (۳) ۴ (۴)

۱۲ اگر $a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4+b}$ باشد، کمترین مقدار $a + b + c + d$ کدام است؟

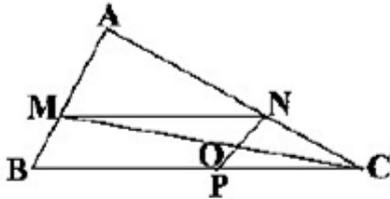
- ۲۵ (۱) -۵ (۲) -۲۵/۲ (۳) -۵/۲ (۴)



۱۳ اگر در مربع ABCD اندازه قطر، واسطه هندسی بین مقادیر محیط و مساحت آن باشد، اندازه ضلع مربع چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۴ در شکل زیر، چهارضلعی NMPB متوازی الاضلاع است و $AM = 3MB$ ، مساحت مثلث OMN چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{9}{28}$ (۲) $\frac{3}{28}$ (۳) $\frac{9}{64}$ (۴) $\frac{3}{64}$

۱۵ هرگاه $\frac{7a+10}{10+14a} = \frac{2b+9}{9+4b}$ ، آن گاه حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

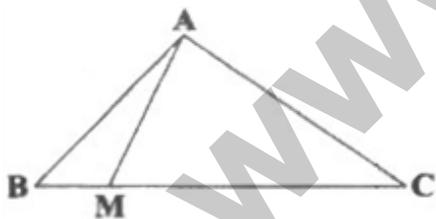
- (۱) $\frac{20}{63}$ (۲) $\frac{20}{61}$ (۳) $\frac{10}{63}$ (۴) $\frac{10}{61}$

۱۶ اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{4}$ (۲) $\frac{6}{6}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) ۶

۱۷ در مثلثی نسبت دو ضلع آن ۲ به ۵ است، اگر مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع ۲۸ واحد باشد، ارتفاع وارد بر ضلع کوچک‌تر کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۱۶ (۴) ۸



۱۸ نقطه M روی ضلع BC طوری قرار گرفته که آن را به نسبت ۱ به ۴ تقسیم کرده است. مساحت $\triangle ABM$ چند درصد مساحت $\triangle ABC$ است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۱۹ اگر $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ و $\frac{b}{c} = \frac{2}{5}$ باشد و با فرض $a + b + c = 40$ مقدار b کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۵ (۴) ۱۰



۲۰ اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ باشد، حاصل $\frac{x + 2y}{3y - z}$ کدام است؟

- ۱) ۰/۸ (۲) ۱/۶ (۳) ۸ (۴) ۱/۴

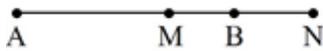
۲۱ اگر $\frac{x}{y} = \frac{y}{4x}$ باشد، $x + y$ چند برابر x می‌باشد؟

- ۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۲ اگر $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{5} = \frac{e}{6}$ در این صورت $\frac{a + b + c + d + e}{d}$ کدام است؟

- ۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۳ بر روی پاره خط AN داریم $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NB} = k$ در این صورت نسبت $\frac{AM}{AN}$ کدام است؟ ($k > 1$)



- ۱) $\frac{k}{k+1}$ (۲) $\frac{k-1}{k}$ (۳) $\frac{k-1}{k+1}$ (۴) $\frac{k}{k-1}$

۲۴ روی پاره خط AB به طول ۱۴ واحد، نقاط P و Q را به گونه‌ای انتخاب کرده‌ایم که $\frac{QA}{PA} = \frac{PB}{QB} = \frac{5}{2}$ است. طول PQ چه قدر است؟

- ۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۵ اگر $\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y}$ حاصل $\frac{x^2y + xy^2 + x^2z}{yz^2 + y^2x + xz^2}$ کدام است؟ ($x + y + z \neq 0$)

- ۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۳

۲۶ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha$ باشد، کدام یک از نسبت‌های زیر، برابر $\alpha^2 + 2\alpha + 1$ است؟

- ۱) $\left(\frac{a+1}{b+1}\right)^2$ (۲) $1 + \left(\frac{a+c}{b+d}\right)^2$ (۳) $\frac{(a+b)(c+d)}{bd}$ (۴) $\frac{(a-b)(c+d)}{bd}$

۲۷ اگر $\frac{6x + 2y}{5x - 2y} = \frac{3}{2}$ باشد، $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- ۱) ۴ (۲) ۶ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

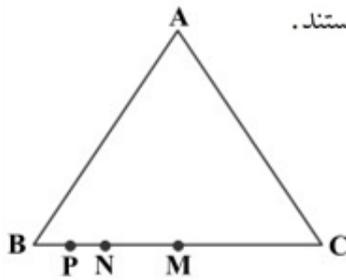


۲۸ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 2$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{(a+c)^3 - 3ac(a+c)}{b^3 + d^3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۲۹ طول سه ارتفاع مثلثی ۲، ۳ و ۵ است. نسبت طول بزرگترین ضلع مثلث به مجموع دو ضلع کوچکتر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{15}{16}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

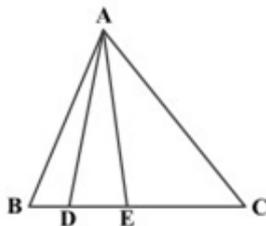


۳۰ در مثلث شکل زیر نقاط M، N و P به ترتیب وسط پاره‌خطهای BC، BN و BM هستند.

مقدار $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACM}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۱ در شکل مقابل، مساحت مثلث ACE، دو برابر مساحت مثلث ADE و سه برابر مساحت مثلث ABD است.



نسبت $\frac{BD}{DE}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

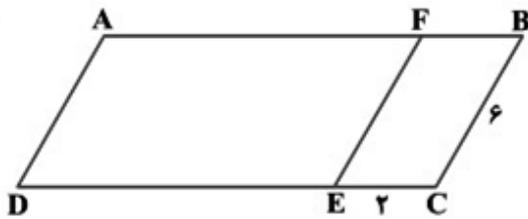
۳۲ اگر $\frac{a}{4+3a} = \frac{b}{5+3b}$ مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{8}{7}$ (۴) $\frac{7}{8}$

۳۳ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha$ باشد، کدام نسبت برابر $\frac{1}{\alpha}$ است؟

- (۱) $\frac{b^4 + d^4}{(b+d)(a+c)}$ (۲) $\frac{(b+d) \cdot \frac{b^2 + 2bd + d^2}{a^2 - ac + c^2}}{(a+c)}$
 (۳) $\frac{(b+d)(b^2 - bd + d^2)}{(a+c)^2}$ (۴) $\frac{(b+d)(b^2 - bd + d^2)}{a^3 + c^3}$



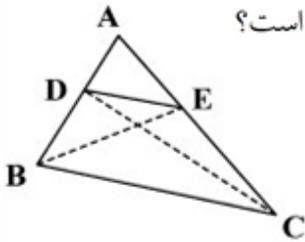


۳۴ در شکل زیر دو متوازی الاضلاع ABCD و BFEC متشابه اند. اندازهی AF کدام است؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۴
(۳) ۱۸
(۴) ۱۶

۳۵ سه ضلع مثلثی متناسب با اعداد ۳ و ۴ و ۲ هستند. اگر بیشترین تفاضل دو ضلع آن ۶ باشد، محیط آن کدام است؟

- (۱) ۱۸
(۲) ۲۲/۵
(۳) ۲۷
(۴) ۳۶



۳۶ در شکل روبه‌رو $DE \parallel BC$ نسبت مساحت ADE به مساحت مثلث DEB برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{DB}{DA}$
(۲) $\frac{AD}{AB}$
(۳) $\frac{DA}{DB}$
(۴) $\frac{AB}{AD}$

۳۷ از تناسب $\frac{a+2b}{3a-b} = \frac{3}{4}$ نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{11}$
(۲) $\frac{11}{5}$
(۳) $\frac{3}{7}$
(۴) $\frac{7}{3}$

۳۸ هرگاه $\frac{a+2}{4} = \frac{b-3}{5} = \frac{c+1}{7} = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) ۱۲
(۲) $\frac{49}{4}$
(۳) $\frac{51}{4}$
(۴) ۱۷

۳۹ اگر $\frac{2}{a} = \frac{3}{b} = \frac{4}{c}$ و $\frac{x}{a+b+c} = \frac{y}{a}$ باشند، آن‌گاه حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۹
(۳) ۱۲
(۴) ۳

۴۰ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
(۲) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$
(۳) $\frac{a}{a+c} = \frac{b}{b+d}$
(۴) $\frac{a-c}{a} = \frac{d-b}{b}$

۴۱ اگر $\frac{3}{x} = \frac{2}{y} = \frac{3}{z}$ باشد، حاصل $2x + 4y + 3z$ کدام است؟

- (۱) ۴۴
(۲) ۶۴
(۳) ۴۶
(۴) ۴۸

۴۲ از تناسب $\frac{a-4}{a+8} = \frac{2b-3}{2b+6}$ نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$
(۲) $\frac{5}{4}$
(۳) $\frac{8}{3}$
(۴) $\frac{8}{5}$



۴۳ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد، کدام رابطه برقرار است؟ $(m, n \in \mathbb{Z}, x, y \in \mathbb{R})$

$$\frac{ma + nc}{nb + md} = \frac{(ax)^r + (cy)^r}{(by)^r + (dx)^r} \quad (۲) \qquad \frac{ma + nc}{mb + nd} = \left(\frac{ax}{by}\right)^r \quad (۱)$$

$$\left(\frac{ma + nc}{mb + nd}\right)^{\frac{r}{r}} = \frac{(ax)^{\frac{r}{r}} + (cy)^{\frac{r}{r}}}{(bx)^{\frac{r}{r}} + (dy)^{\frac{r}{r}}} \quad (۴) \qquad \frac{a^r + c^r}{b^r + d^r} = \left(\frac{ma + nc}{mb + nd}\right)^{\frac{r}{r}} \quad (۳)$$

۴۴ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha$ باشد، کدام یک از نسبت های زیر برابر α^2 است؟

$$\frac{ad(a^2 - c^2)}{bc(b^2 - d^2)} \quad (۲) \qquad \left(\frac{ad - bc}{ad + bc}\right)^2 \quad (۱)$$

$$\left(\frac{2b + d}{2a + c}\right) \left(\frac{a^2 - ac + c^2}{b^2 - bd + d^2}\right) \quad (۴) \qquad \left(\frac{b + d}{a + c}\right) \left(\frac{a^3 - c^3}{b^3 + d^3}\right) \quad (۳)$$

۴۵ اگر $\frac{a + c + e}{b + d + f} = \frac{a}{b}$ باشد، آنگاه کدام رابطه همواره برقرار است؟

$$\frac{c + e}{d + f} = \frac{e}{f} \quad (۴) \qquad \frac{c + e}{d + f} = \frac{a}{b} \quad (۳) \qquad \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \quad (۲) \qquad \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \quad (۱)$$

۴۶ اگر $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ و $\frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ و $\frac{e}{f} = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $\frac{10a + 6c + 2f}{2b + 3d + 2e}$ کدام است؟

$$\frac{4}{5} \quad (۴) \qquad \frac{3}{4} \quad (۳) \qquad \frac{2}{3} \quad (۲) \qquad \frac{4}{3} \quad (۱)$$

۴۷ اگر $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{a - 3b}{3a + b}$ کدام است؟

$$\frac{5}{3} \quad (۳) \qquad \frac{4}{3} \quad (۲) \qquad \frac{-4}{3} \quad (۱) \qquad \text{صفر} \quad (۴)$$

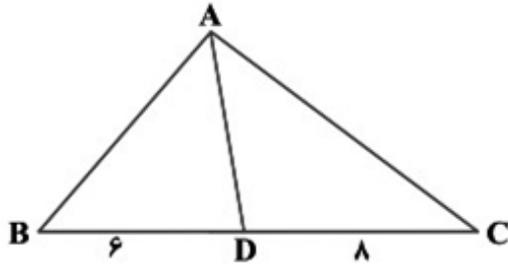
۴۸ اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

$$\frac{19}{5} \quad (۴) \qquad \frac{62}{125} \quad (۳) \qquad \frac{62}{5} \quad (۲) \qquad \frac{14}{5} \quad (۱)$$

۴۹ در مثلثی نسبت دو ارتفاع مثلث با نسبت اضلاع نظیرشان برابر است. نوع این مثلث کدام است؟

- (۱) فقط متساوی الساقین
(۲) متساوی الاضلاع
(۳) فقط قائم الزاویه
(۴) این رابطه در هر مثلث برقرار است.

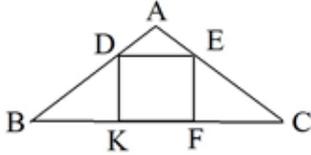




در شکل مقابل، مقدار $\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$
 (۲) $\frac{2}{3}$
 (۳) $\frac{3}{4}$
 (۴) $\frac{9}{16}$

در شکل زیر، DEFK مربع می باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۵۰ و $BC = 20$ باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



- (۱) ۲
 (۲) $4\sqrt{2}$
 (۳) ۴
 (۴) ۵

روی پاره خط AB نقاط M و N طوری انتخاب شده است که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = \frac{1}{2}$ می باشد. کدام گزینه نادرست

- (۱) $AM = MN = BN$
 (۲) طول MN واسطه ی هندسی طول های AM و BN است.
 (۳) $MN = \frac{1}{3}AB$
 (۴) $BM = AN$

اگر $2 = \frac{x}{y} = \frac{y+z}{z}$ باشد، $\frac{x+y+z}{y+z}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) ۳
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) ۲

اگر $a_1 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n}$ ، آنگاه حاصل $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ چند برابر a_1 است؟

- (۱) n
 (۲) $n(n+1)$
 (۳) $\frac{n(n+1)}{2}$
 (۴) $2n(n+1)$

اگر $\frac{5a+10}{a+5} = \frac{5b+6}{b+3}$ باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟ ($b \neq 0$)

- (۱) $\frac{3}{5}$
 (۲) $\frac{5}{7}$
 (۳) $\frac{5}{3}$
 (۴) اطلاعات کافی نیست.

میانگین هندسی دو پاره خط به طول های $2X$ و $X+7$ ، پاره خط به طول $X+4$ می باشد. X کدام است؟

- (۱) ۳
 (۲) ۲
 (۳) -۸
 (۴) ۲ یا -۸



۵۷ اگر داشته باشیم $\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n}$ ، آنگاه حاصل عبارت $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{a_5}$ کدام است؟

- (۱) $n(n+1)$ (۲) $\frac{n(n+1)}{10}$ (۳) $5(n)(n+1)$ (۴) $\frac{n(n+1)}{5}$

۵۸ اگر $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ باشد، مقدار $\frac{a+8}{b+20}$ ، کدام است؟

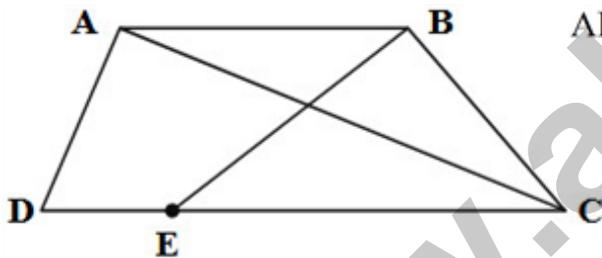
- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۵۹ اندازه‌های اضلاع یک هفت‌ضلعی را سه برابر می‌کنیم؛ ولی اندازه‌های زوایا را تغییر نمی‌دهیم. مساحت هفت‌ضلعی چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۳ (۴) ۲۱

۶۰ در مثلثی با اضلاع $a=2$ ، b و c اگر محیط برابر ۱۸ باشد، حاصل $h_a \left(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right)$ کدام است؟ (h_a, h_b, h_c) ارتفاع‌های نظیر اضلاع a, b و c هستند.

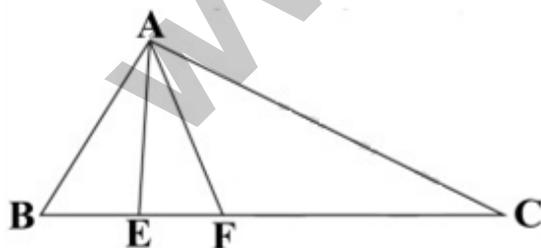
- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶



۶۱ در دوزنقه شکل مقابل، $EC = 3DE$ و مساحت مثلث ADC برابر ۱۲ است. مساحت مثلث BEC چقدر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۴ (۴) ۳

۶۲ در شکل مقابل، مساحت $\triangle AEF$ ، $\frac{1}{4}$ مساحت $\triangle AFC$ و $\frac{2}{5}$ مساحت $\triangle AFB$ می‌باشد. $\frac{BE}{FC}$ چقدر است؟



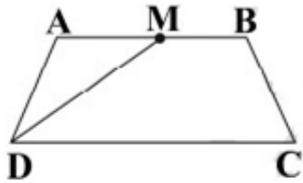
- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۶۳ در مثلثی به اضلاع ۴، ۵ و ۷، طول بلندترین ارتفاع $2\sqrt{6}$ است. طول کوتاه‌ترین ارتفاع چقدر است؟

- (۱) $8\sqrt{6}$ (۲) $\frac{8\sqrt{6}}{7}$ (۳) $\frac{4\sqrt{6}}{7}$ (۴) $4\sqrt{6}$



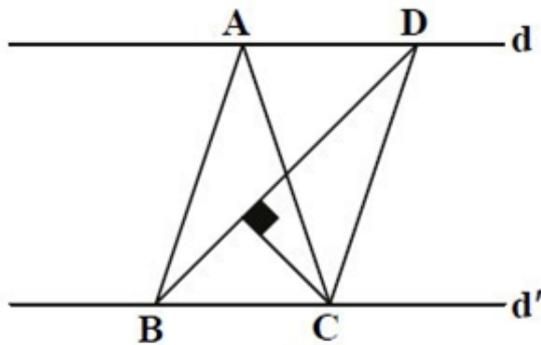
۶۴ در ذوزنقهی متساوی الساقین زیر، نقطه‌ی M وسط AB است. اگر نسبت دو قاعده $\frac{2}{3}$ باشد، مساحت $\triangle AMD$ چه کسری از مساحت ذوزنقه است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{1}{5}$
(۴) $\frac{1}{6}$

۶۵ اگر $3t = 5m$ ، ساده شده عبارت $A = \frac{2m - t + 1}{m}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{m}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{m+3}{3m}$



۶۶ در شکل مقابل، $d \parallel d'$ و مساحت مثلث ABC، برابر 8 cm^2 است. اگر $BD = 6 \text{ cm}$ ، فاصله نقطه C از پاره خط BD کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{8}{3}$
(۴) ۳

۶۷ نقاط M و N روی پاره خط AB و در یک طرف وسط AB قرار دارند. نقطه‌ی M پاره خط AB را به نسبت $\frac{2}{3}$ و نقطه‌ی N پاره خط AB را به نسبت $\frac{3}{4}$ تقسیم می‌کنند. اگر اندازه‌ی MN برابر ۲ واحد باشد، آن‌گاه طول پاره خط AB چه قدر است؟

- (۱) ۶۳
(۲) ۷۰
(۳) ۶۵
(۴) ۷۳

۶۸ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد، چه تعداد از روابط زیر درست است؟

- الف- $\frac{d}{c+d} = \frac{b}{a+b}$
ب- $\frac{c}{d} = \frac{2a+3c}{2b+3d}$
ج- $\frac{a+d}{b+c} = \frac{a}{b}$
(۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) صفر

۶۹ اگر طول پاره خط AB برابر L باشد و نقطه‌ی C روی این پاره خط چنان واقع باشد که $\frac{CA}{CB} = K$ در این صورت طول CA برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{KL}{K-1}$
(۲) $\frac{KL}{K+1}$
(۳) $\frac{L}{K+1}$
(۴) $\frac{L}{K-1}$



۷۰ اگر $\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = c$ ، آنگاه $a + 2b + 3c$ چه کسری از a است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۷۱ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد، حاصل $\frac{a+c}{b+d}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{ad}{bc}$ (۲) $\frac{a-c}{b-d}$ (۳) $\frac{ab}{cd}$ (۴) $\frac{a-c}{d-b}$

۷۲ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

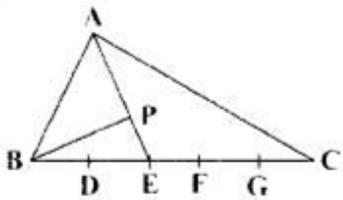
- (۱) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ (۲) $\frac{a}{b} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$ (۳) $\frac{a}{a+b} = \frac{f}{e+f}$ (۴) $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$

۷۳ اگر میانگین هندسی $m+3$ و 2 برابر 4 باشد، میانگین هندسی $m+1$ و $m-2$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) 6 (۴) 3

۷۴ از تناسب‌های $\frac{x-y}{5} = \frac{3y-z}{7} = \frac{3z+x}{8} = \frac{5}{6}$ مقدار $x+y+z$ کدام است؟

- (۱) $7\frac{1}{3}$ (۲) $7\frac{2}{3}$ (۳) $8\frac{1}{3}$ (۴) $8\frac{2}{3}$

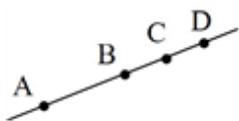


۷۵ ضلع BC را به 5 قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. اگر فاصله P از E ، نصف فاصله A از A باشد، مساحت کوچک‌ترین مثلث در شکل چند برابر مساحت بزرگ‌ترین مثلث است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{15}$ (۴) $\frac{3}{20}$

۷۶ عدد \sqrt{a} واسطه‌ی هندسی بین دو عدد 4 و m است. اگر عدد 6 نیز واسطه‌ی هندسی بین دو عدد a و m باشد، حاصل $2a - m$ کدام است؟

- (۱) 12 (۲) 3 (۳) 21 (۴) 9



۷۷ اگر در شکل داده شده بدانیم: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD} = 4$ و طول $AD = 8$ باشد، طول BD چه قدر است؟

- (۱) $\frac{2}{4}$ (۲) $\frac{2}{8}$ (۳) $\frac{4}{8}$ (۴) $\frac{3}{2}$



اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ آن گاه نسبت $\frac{3a - 2c + 10}{3b - 2d + 15}$ برابر کدام است؟ (۷۸)

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{6}{9}$

اگر بدانیم برای سه عدد m, n, t رابطه‌ی $3m = 5n = 2t$ برقرار باشد، حاصل $\frac{2m + n - t}{m - n}$ کدام است؟ (۷۹)

- (۱) $\frac{13}{8}$ (۲) $\frac{11}{8}$ (۳) $\frac{11}{4}$ (۴) $\frac{29}{4}$

دو نقطه‌ی M و N روی پاره خط AB و در امتداد آن، پاره خط را به نسبت k تقسیم کرده‌اند. $\left(\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NB} = k\right)$ (۸۰)

اگر فاصله‌ی وسط AB از دو نقطه‌ی M و N برابر $\sqrt{3}$ و $12\sqrt{3}$ باشد، اندازه AB کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

www.akoedu.ir



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. روش اول: ۱

$$\frac{5a + 7}{7 + 4a} = \frac{5b + 11}{11 + 4b} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{a}{4a + 7} = \frac{b}{4b + 11}$$

$$\xrightarrow{\times 4} \frac{4a}{4a + 7} = \frac{4b}{4b + 11} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{a}{7} = \frac{b}{11} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{11}$$

روش دوم:

$$\frac{5a + 7}{7 + 4a} = \frac{5b + 11}{11 + 4b} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 55a + 20ab + 77 + 28b$$

$$= 35b + 77 + 20ab + 44a \Rightarrow (55 - 44)a = (35 - 28)b \Rightarrow 11a = 7b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{11}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر ضلع DC در مثلث BDC، AB می‌باشد، پس: ۲

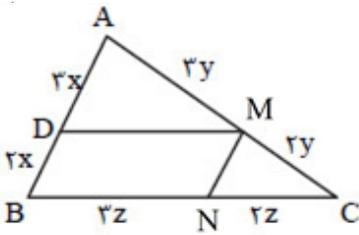
$$S_{\triangle BDC} = \frac{DC \times AB}{2} = \frac{6 \times 10}{2} = 30$$

$$EC = \frac{1}{6}BC \Rightarrow BE = \frac{5}{6}BC \Rightarrow BE = 5EC$$

$$\frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{BE}{BC} \xrightarrow{\text{ارتفاع دو مثلث یکی است}} \frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{\frac{5}{6}BC}{BC} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BDE} = 30 \times \frac{5}{6} = 25$$



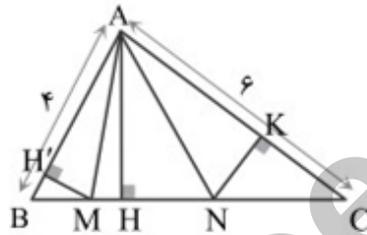


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال اگر $AD = 3x$ آن‌گاه $BD = 2x$ پس با استفاده از رابطه‌ی تالس اندازه‌های روی شکل را خواهیم داشت.
 حال مساحت متوازی‌الاضلاع و مساحت مثلث را با استفاده از سینوس زاویه‌ی B به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{BDMN}}{S_{ABC}} = \frac{BD \times BN \times \sin \hat{B}}{\frac{1}{2} AB \times BC \sin \hat{B}} = \frac{(2x)(3z)}{\frac{1}{2}(5x)(5z)} = \frac{12}{25}$$

و عدد $\frac{12}{25}$ مساوی $\frac{48}{100}$ و معادل ۴۸ درصد است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو مثلث AMB و ANC ارتفاع مشترک دارند، پس نسبت مساحت‌های آنها برابر است با نسبت قاعده‌ها. داریم:



$$\frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle ANC}} = \frac{\frac{1}{2} AH \times BM}{\frac{1}{2} AH \times CN} = \frac{\frac{1}{2} MH' \times 4}{\frac{1}{2} NK \times 6} \Rightarrow \begin{cases} \frac{BM}{CN} = \frac{2MH}{3NK} \\ BM = \frac{1}{2} CN \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{MH}{NK} \Rightarrow \frac{NK}{MH} = \frac{4}{3}$$

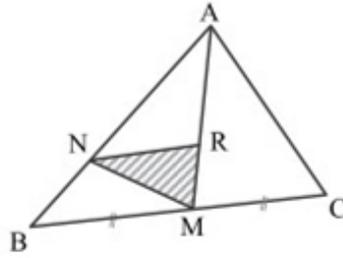


گزینه 4 پاسخ صحیح است. با رسم شکل و نسبت مساحت‌ها به شرح زیر داریم:

$$AM = m_a \Rightarrow BM = MC$$

$$\begin{cases} AB = 2BN \Rightarrow \frac{BN}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{NA}{AB} = \frac{3}{4} \\ AR = 2RM \Rightarrow \frac{AR}{RM} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

اکنون با استفاده از روابط فوق در شکل مقابل با نسبت مساحت‌ها داریم:

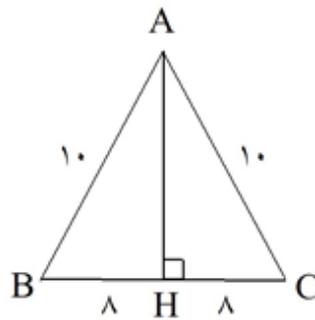


$$S_{\triangle NMR} = \frac{1}{3} S_{\triangle NMA} = \frac{1}{3} \left[\frac{3}{4} S_{\triangle MAB} \right] = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} S_{\triangle ABC} \right] = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle NMR}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{S_{\triangle NMR}}{S_{\triangle ABC}} = 12.5\%$$

www.akoedu.ir





ارتفاع AH در مثلث متساوی الساقین ABC را رسم می‌کنیم.

$$\triangle AHC: AH^2 = AC^2 - CH^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow AH = 6 \Rightarrow h_a = 6$$

از طرف دیگر فواصل رئوس B و C تا اضلاع روبرویشان ارتفاع‌های h_b و h_c است. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a} \\ \frac{h_a}{h_c} = \frac{c}{a} \end{array} \right\} \xrightarrow{b=c} \frac{h_a}{h_b} = \frac{h_a}{h_c} = \frac{b}{a} = \frac{10}{16} \xrightarrow{\text{ویژگی تناسب}} \frac{2h_a}{h_b + h_c} = \frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{h_b + h_c}{h_a} = \frac{16}{5} \Rightarrow h_b + h_c = \frac{32}{5}h_a$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم: ۷

$$S_{PBM}^{\triangle} = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \frac{S_{PBM}^{\triangle}}{S_{PMC}^{\triangle}} = \frac{PB}{PC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S_{APB}^{\triangle}}{S_{APC}^{\triangle}} = \frac{PB}{PC} \Rightarrow \frac{6+2}{1+2+S_{AQMC}} = \frac{3}{4} \Rightarrow 32 = 15 + 3S_{AQMC} \Rightarrow S_{AQMC} = \frac{17}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از ویژگی‌های تناسب می‌نویسیم: ۸

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{r}{5} \Rightarrow \frac{x+y+z}{2+3+6} = \frac{r}{5} \Rightarrow x+y+z = \frac{33}{5}$$

در ضمن $y = \frac{9}{5}$ داریم:

$$\frac{x+y+z}{y} = \frac{\frac{33}{5}}{\frac{9}{5}} = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مثلث‌های ACE، ADE و ABD دارای ارتفاع مشترک رسم شده از A هستند. پس نسبت مساحت‌های آنها برابر نسبت قاعده‌های نظیرشان است. بنابر فرض داریم:

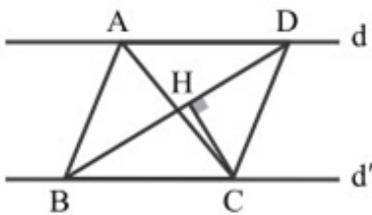
$$\frac{S_{ACE}}{S_{ADE}} = 3 \Rightarrow \frac{CE}{DE} = 3, \quad \frac{S_{ACE}}{S_{ABD}} = 2 \Rightarrow \frac{CE}{BD} = 2$$

$$\frac{CE}{BD} = 2 \Rightarrow \frac{DE}{BD} = \frac{2}{3}$$

از تقسیم رابطه‌های به دست آمده نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{DE}{EC + DE + BD} = \frac{DE}{3DE + DE + \frac{3}{2}DE} = \frac{DE}{\frac{11}{2}DE} = \frac{2}{11}$$

بنابراین داریم:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو مثلث ABC و DBC دارای قاعده‌ی مشترک BC و ارتفاع‌های این دو مثلث فاصله‌ی دو خط موازی d و d' است پس مساوی‌اند. بنابراین دو مثلث ABC و DBC هم مساحت‌اند. اگر ارتفاع وارد بر BD باشد، داریم:

$$S_{ABC} = S_{DBC} = \frac{1}{2} CH \times BD \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} CH \times 6 \Rightarrow CH = \frac{8}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} a = 5t \\ b = 2t \\ c = 3t \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{5t+2t}{3t} = \frac{7t}{3t} = \frac{7}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4+b} = \frac{a+b+c+d}{1+2+3+4+b} = \frac{a+b+c+d}{10+b}$$

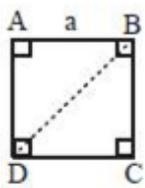
$$\Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{a+b+c+d}{10+b} \Rightarrow a+b+c+d = \frac{b^2 + 10b}{2} = \frac{(b+5)^2 - 25}{2}$$

کم‌ترین مقدار مجموع عبارت داده شده زمانی رخ می‌دهد که $b = -5$ باشد، پس:

$$a+b+c+d = -\frac{25}{2}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳



$$\text{اگر: } AB = a \Rightarrow \begin{cases} BD = a\sqrt{2} \\ S = a^2 \\ P = 4a \end{cases}$$

$$\Rightarrow BD^2 = S \times P \Rightarrow (a\sqrt{2})^2 = a^2 \times 4a \Rightarrow 2a^2 = 4a^3 \Rightarrow 2a^2(1 - 2a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ غ ق ق} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

دو مثلث OMN و AMN با قاعده‌های ON و AM، ارتفاع برابر دارند، پس نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست.

$$\frac{ON}{MA} = \frac{CN}{CA} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}} \times \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{9}{16} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\frac{va + 10}{10 + 14a} = \frac{2b + 9}{9 + 4b} \Rightarrow \frac{va + 10}{(10 + 14a) - (10 + 7a)} = \frac{2b + 9}{(9 + 4b) - (2b + 9)}$$

$$\Rightarrow \frac{va + 10}{va} = \frac{2b + 9}{2b} \xrightarrow{\text{تفکیک}} 1 + \frac{10}{va} = 1 + \frac{9}{2b} \Rightarrow \frac{10}{va} = \frac{9}{2b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{20}{63}$$

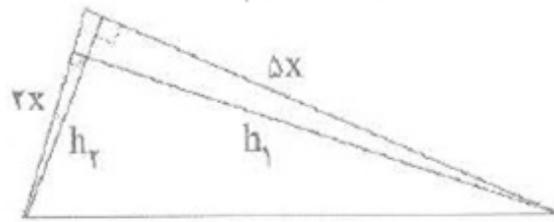
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x+y+z}{2+3+6} = \frac{3}{5} \Rightarrow x+y+z = \frac{3}{5} \times 11 = \frac{33}{5} = 6\frac{3}{5}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

روش اول: اگر ارتفاع وارد بر ضلع کوچک تر و h_2 ارتفاع وارد بر ضلع بزرگ تر باشد، آن گاه چون نسبت دو ارتفاع هر مثلث مساوی عکس نسبت قاعده‌های آنهاست، داریم:



$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{5x}{2x} = \frac{5}{2} \Rightarrow h_1 = \frac{5}{2}h_2 \quad (*)$$

$$h_1 + h_2 = 28 \xrightarrow{(*)} \frac{5}{2}h_2 + h_2 = 28 \Rightarrow \frac{7}{2}h_2 = 28$$

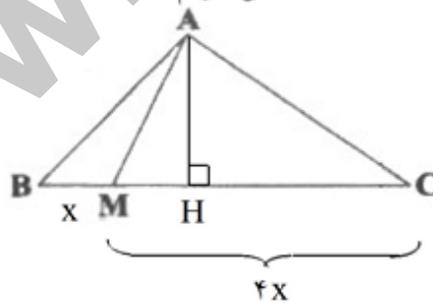
$$\Rightarrow h_2 = \frac{2 \times 28}{7} = 8 \text{ و } h_1 = \frac{5}{2} \times 8 = 20.$$

روش دوم:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{h_1}{h_1 + h_2} = \frac{5}{7} \xrightarrow{h_1 + h_2 = 28} \frac{h_1}{28} = \frac{5}{7} \Rightarrow h_1 = 20.$$

$$h_2 = \frac{2}{5}h_1 = \frac{2}{5} \times 20 = 8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $BM = x$ نتیجه می‌گیریم $MC = 4x$. با رسم ارتفاع AH داریم:



$$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times BM}{\frac{1}{2}AH \times BC} = \frac{x}{5x} = \frac{1}{5} = 20\%$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}b \quad \frac{b}{c} = \frac{2}{5} \Rightarrow c = \frac{5}{2}b$$

$$a + b + c = 20 \xrightarrow{\substack{a = \frac{1}{2}b \\ c = \frac{5}{2}b}} \frac{1}{2}b + b + \frac{5}{2}b = 20 \Rightarrow 2b = 20 \Rightarrow b = 10$$

 گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = k \Rightarrow \begin{cases} x = 2k \\ y = 3k \\ z = 4k \end{cases} \Rightarrow \frac{x + 2y}{3y - z} = \frac{2k + 2(3k)}{3(3k) - (4k)} = \frac{8k}{5k} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

 گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{4x} \Rightarrow y^2 = 4x^2 \Rightarrow y = 2x$$

 پس $x + y = 3x$ ، بنابراین $x + y$ سه برابر x است.

 گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق ویژگی‌های تناسب داریم: ۲۲

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{5} = \frac{e}{6} = \frac{a+b+c+d+e}{2+3+4+5+6}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c+d+e}{20} = \frac{d}{5} \Rightarrow \frac{a+b+c+d+e}{d} = \frac{20}{5} = 4$$

 گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون $k > 1$ ، پس نقطه B به نقطه N نزدیک‌تر است. با توجه به فرض مسئله و ویژگی‌های تناسب داریم: ۲۳

$$\frac{MA}{MB} = k = \frac{k}{1} \Rightarrow \frac{MA}{MA+MB} = \frac{k}{k+1} \Rightarrow \frac{MA}{AB} = \frac{k}{k+1} \quad (1)$$

$$\frac{NA}{NB} = k = \frac{k}{1} \Rightarrow \frac{NA}{NA-NB} = \frac{k}{k-1} \Rightarrow \frac{NA}{AB} = \frac{k}{k-1} \quad (2)$$

$$\frac{AM}{AN} = \frac{k-1}{k+1}$$

روابط (۱) و (۲) را به هم تقسیم می‌کنیم:

 گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نسبت‌های داده شده، شکل زیر است: ۲۴

$$\begin{cases} OA = 5x \\ PA = 2x \end{cases} \quad \begin{cases} PB = 5y \\ QB = 2y \end{cases}$$

$$PQ = 5y - 2y = 5x - 2x \Rightarrow x = y$$

$$5x + 2y = 14 \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow PQ = 3x = 3y = 6$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از تناسب‌های $\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y}$ نتیجه می‌گیریم ۲۵

$$\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y+y+z+z+x}{x+y+z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$$

از تساوی‌های بالا نتیجه می‌گیریم $x = y = z$.

$$\frac{x^2y + xy^2 + x^2z}{yz^2 + y^2z + xz^2} = \frac{x^3 + x^3 + x^3}{x^3 + x^3 + x^3} = 1$$

اکنون به دست می‌آید

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} = 1 + \alpha$$

$$\alpha^2 + 2\alpha + 1 = (\alpha + 1)^2 = \frac{(a+b)(c+d)}{bd}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۷

$$\frac{6x + 3y}{5x - 2y} = \frac{3}{2} \Rightarrow 12x - 6y = 15x + 6y$$

$$3x = 12y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{12}{3} = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۸

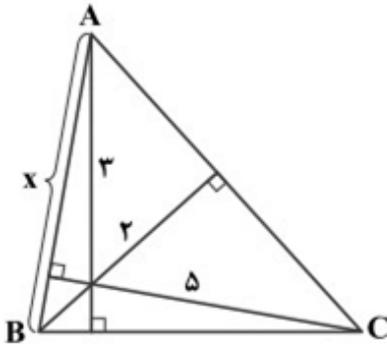
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 2 \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^r = \left(\frac{c}{d}\right)^r = 2^r \Rightarrow \frac{a^r + b^r}{b^r + d^r} = 2^r$$

$$(a+c)^r - r^r ac(a+c) = a^r + b^r$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در هر مثلث نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها برابر است. طول ضلع AB را X در نظر می‌گیریم. با استفاده از نکته ی بالا در شکل مقابل داریم:



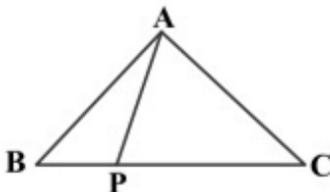
$$\begin{cases} \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow BC = \frac{5}{3}x \\ \frac{AB}{AC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x}{AC} = \frac{2}{5} \Rightarrow AC = \frac{5}{2}x \end{cases}$$

با توجه به اندازه‌های به دست آمده، مشخص می‌شود که بزرگ‌ترین ضلع مثلث، ضلع AC است، پس:

$$\frac{AC}{AB + BC} = \frac{\frac{5}{2}x}{x + \frac{5}{3}x} = \frac{\frac{5}{2}x}{\frac{8}{3}x} = \frac{15}{16}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده‌ی مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه‌ی قاعده‌های آن‌هاست.



$$\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACP}} = \frac{BP}{CP}$$

$$BP = \frac{1}{2} BN = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{2} BM\right)} = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{2} BC\right)} = \frac{1}{8} BC$$

ابتدا داریم:

$$CM = \frac{1}{2} BC$$

اکنون با توجه به نکته داریم:

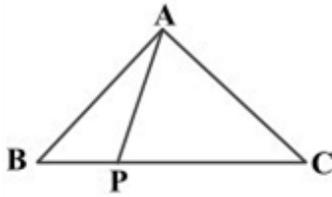
$$\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACM}} = \frac{BP}{CM} = \frac{\frac{1}{8} BC}{\frac{1}{2} BC} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$



۳۱

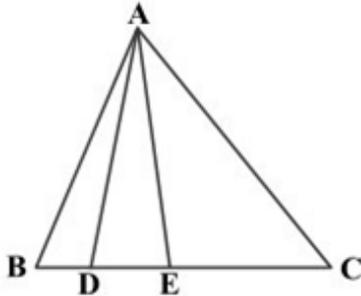
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده‌ی مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه‌ی این قاعده‌های آن‌هاست.



$$\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle ACP}} = \frac{BP}{CP}$$

با استفاده از نکته داریم:



$$\frac{S_{\triangle ACE}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{CE}{DE} = 2 \Rightarrow DE = \frac{1}{2} CE \quad (1)$$

$$\frac{S_{\triangle ACE}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{CE}{BD} = 3 \Rightarrow BD = \frac{1}{3} CE \quad (2)$$

$$\frac{BD}{DE} = \frac{\frac{1}{3} CE}{\frac{1}{2} CE} = \frac{2}{3}$$

از (۱) و (۲) داریم:

۳۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: (طرفین وسطین): اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، آنگاه $ad = bc$

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\frac{a}{4+3a} = \frac{b}{5+3b} \Rightarrow 5a + 3ab = 4b + 3ab \Rightarrow 5a = 4b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$$

۳۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

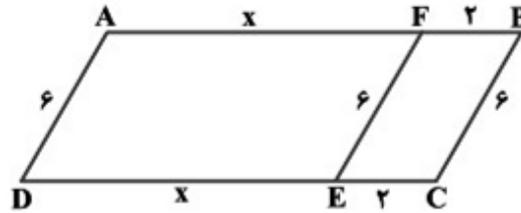
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b^3 + d^3}{a^3 + c^3} = \frac{1}{\alpha^3} \Rightarrow \frac{(b+d)(b^2 - bd + d^2)}{a^3 + c^3} = \frac{1}{\alpha^3} \\ \frac{(b+d)^3}{(a+c)^3} = \frac{1}{\alpha^3} \end{array} \right.$$



۳۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
 نکته: در دو ضلعی متشابه، اضلاع متناظر، متناسب‌اند.
 با توجه به نکته‌ی بالا در شکل زیر داریم:



$$ABCD \sim BFEC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BC}{EC} \Rightarrow \frac{x+2}{6} = \frac{6}{2} \Rightarrow \frac{x+2}{6} = 3 \Rightarrow x+2 = 18 \Rightarrow x = 16$$

۳۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{9} = \frac{b-a}{4-2} \text{ و } b-a=6$$

به فرض داریم:

پس $\frac{a+b+c}{9} = \frac{6}{2} = 3$ پس محیط مثلث ۲۷ می‌باشد. (نسبت a و b ، به نسبت ۲ و ۴ است. پس بیش‌ترین تفاضل مربوط به این دو ضلع است.)

۳۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل پرسش، دو مثلث EDA و EBD در رأس A مشترک‌اند و قاعده‌های DA و DB در یک راستا است. پس ارتفاع نظیر رأس E یکسان است. در نتیجه نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌ها یعنی $\frac{DA}{DB}$ است.

۳۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$4a + 8b = 9a - 3b \Rightarrow 11b = 5a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{11}{5}$$

۳۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a+2}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow a+2=3 \Rightarrow a=1$$

$$\frac{b-3}{5} = \frac{3}{4} \Rightarrow b-3 = \frac{15}{4} \Rightarrow b = 3 + \frac{15}{4} = \frac{12+15}{4} = \frac{27}{4}$$

$$\frac{c+1}{7} = \frac{3}{4} \Rightarrow c+1 = \frac{21}{4} \Rightarrow c = \frac{21}{4} - 1 = \frac{17}{4} \Rightarrow a+b+c = 1 + \frac{27}{4} + \frac{17}{4} = \frac{48}{4} = 12$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق قوانین نسبت و تناسب داریم: ۳۹

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{۳}{a} = \frac{۲}{b} = \frac{۴}{c} \Rightarrow \frac{۳+۲+۴}{a+b+c} = \frac{۳}{a} \Rightarrow \frac{۹}{a+b+c} = \frac{۳}{a} \quad (۱)$$

پس:

فرض مسئله: $\frac{x}{a+b+c} = \frac{y}{a} \quad (۲)$

$$\xrightarrow{(۱) \div (۲)} \frac{۹}{x} = \frac{۳}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{۹}{۳} = ۳$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۴۰

۱) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad \checkmark$

۲) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \checkmark$

۳) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{a}{a+c} = \frac{b}{b+d} \quad \checkmark$

۴) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{d}{b} \Rightarrow \frac{c-a}{a} = \frac{d-b}{b} \Rightarrow -\frac{a-c}{a} = \frac{d-b}{b} \Rightarrow \frac{a-c}{a} = -\left(\frac{d-b}{b}\right) \quad \times$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$\frac{x-1}{۳} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲(x-1) = ۳ \times ۳ \Rightarrow x-1 = \frac{۹}{۲} \Rightarrow x = 1 + \frac{۹}{۲} = \frac{۱۱}{۲}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲y = ۳x \xrightarrow{x = \frac{۱۱}{۲}} ۲y = ۳\left(\frac{۱۱}{۲}\right) = \frac{۳۳}{۲} \Rightarrow y = \frac{۳۳}{۲} = \frac{۳۳}{۲}$$

$$\frac{z}{۲} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۳z = ۲ \times ۲ \Rightarrow z = \frac{۴}{۳}$$

$$۲x + ۴y + ۳z = ۲\left(\frac{۱۱}{۲}\right) + ۴\left(\frac{۳۳}{۲}\right) + ۳\left(\frac{۴}{۳}\right) = ۱۱ + ۳۳ + ۴ = ۴۸$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۲

$$(a-۴)(۲b+۶) = (a+۸)(۲b-۳) \Rightarrow ۲ab + ۶a - ۸b - ۲۴ = ۲ab - ۳a + ۱۶b - ۲۴$$

در نتیجه $۹a = ۲۴b$ یا $\frac{a}{b} = \frac{۸}{۳}$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha$$

$$\frac{ma + nc}{mb + nd} = \alpha \Rightarrow \left(\frac{ma + nc}{mb + nd} \right)^{\frac{r}{2}} = \alpha^{\frac{r}{2}}$$

$$\frac{(ax)^{\frac{r}{2}}}{(bx)^{\frac{r}{2}}} = \frac{(cy)^{\frac{r}{2}}}{(dy)^{\frac{r}{2}}} = \alpha^{\frac{r}{2}} \Rightarrow \frac{(ax)^{\frac{r}{2}} + (cy)^{\frac{r}{2}}}{(bx)^{\frac{r}{2}} + (dy)^{\frac{r}{2}}} = \alpha^{\frac{r}{2}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$\left. \begin{aligned} \alpha^{\frac{r}{2}} = \frac{a^{\frac{r}{2}}}{b^{\frac{r}{2}}} = \frac{c^{\frac{r}{2}}}{d^{\frac{r}{2}}} \Rightarrow \frac{a^{\frac{r}{2}} - c^{\frac{r}{2}}}{b^{\frac{r}{2}} - d^{\frac{r}{2}}} = \alpha^{\frac{r}{2}} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha \Rightarrow ad = bc \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{ad(a^{\frac{r}{2}} - c^{\frac{r}{2}})}{bc(b^{\frac{r}{2}} - d^{\frac{r}{2}})} = \alpha^{\frac{r}{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$\frac{c + e}{d + f} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a + c + e}{b + d + f} = \frac{a + a}{b + b} = \frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$$

نادرست بودن گزینه‌های دیگر را با مثال نقض می‌توان نشان داد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۶

$$\frac{10a}{2b} = \frac{4}{3}, \frac{6c}{3d} = \frac{4}{3}, \frac{2f}{2e} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{10a + 6c + 2f}{2b + 3d + 2e} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۷

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 3a \quad (*)$$

$$\frac{a - 3b}{3a + b} \xrightarrow{(*)} \frac{a - 3(3a)}{3a + 3a} = \frac{a - 9a}{6a} = \frac{-8a}{6a} = \frac{-4}{3}$$



$$\frac{x}{2} = \frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \frac{1}{5}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{5}x \xrightarrow{x = \frac{2}{5}} y = \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$$

$$(3) \Rightarrow \frac{z}{y} = \frac{1}{5} \Rightarrow z = \frac{1}{5}y \xrightarrow{y = \frac{2}{25}} z = \frac{1}{5} \times \frac{2}{25} = \frac{2}{125} \Rightarrow x + y + z = \frac{2}{5} + \frac{2}{25} + \frac{2}{125} = \frac{50 + 10 + 2}{125} = \frac{62}{125}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۹

نکته: نسبت دو ارتفاع مثلث، با عکس نسبت اضلاع نظیرشان برابر است. با توجه به نکته بالا در مثلث ABC، داریم:

$$\frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a} \quad (*)$$

همچنین طبق فرض داریم:

$$\frac{h_a}{h_b} = \frac{a}{b} \quad (**)$$

از (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a} \Rightarrow a^2 = b^2 \xrightarrow{a, b > 0} a = b$$

بنابراین مثلث ABC متساوی‌الساقین است، ولی دلیلی بر متساوی‌الاضلاع بودن یا قائم‌الزاویه بودن آن وجود ندارد.

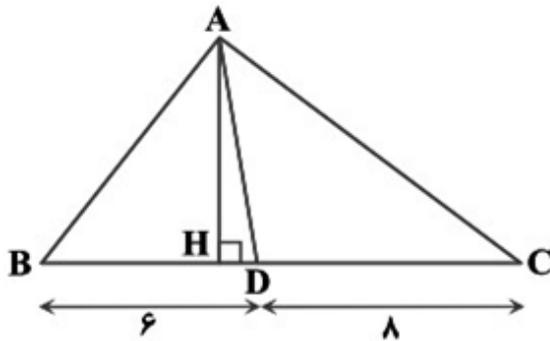


۵۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

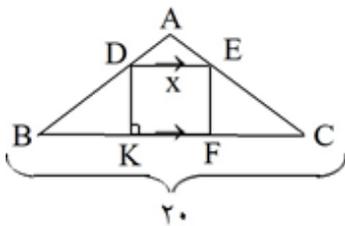
نکته: در دو مثلث اگر اندازه دو ارتفاع برابر باشد، نسبت مساحت‌ها برابر با نسبت اندازه قاعده‌های متناظر آن دو ارتفاع است.

با توجه به نکته، چون AH ارتفاع مشترک این دو مثلث است داریم:



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون DEFK مربع می‌باشد. پس $DE \parallel BC$ است. با فرض $DE = x$ به کمک تالس جزء به کل در مثلث ABC داریم:

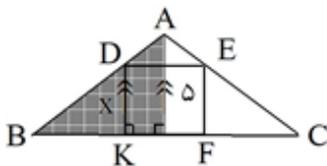


$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{AD}{AB} \quad (1)$$

از طرفی چون مساحت مثلث برابر ۵۰ می‌باشد، داریم:

$$50 = \frac{1}{2} \times BC \times h \Rightarrow 50 = \frac{1}{2} \times 20 \times h \Rightarrow h = 5$$

حال به کمک تالس جزء به کل در مثلث رنگ شده داریم:



$$\frac{BD}{AB} = \frac{DK}{h} \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{x}{5}$$

به کمک خواص تناسب می‌توان گفت:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{AB - BD}{AB} = \frac{5 - x}{5} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{5 - x}{5}$$

در تناسب (۱) مقدار $\frac{AD}{AB} = \frac{x}{20}$ به دست آمده بود، پس:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{5 - x}{5} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{5 - x}{5} \Rightarrow 5x = 20(5 - x) \Rightarrow x = 100 - 20x \Rightarrow 25x = 100 \Rightarrow x = 4$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۵۲**



(۱)

$$\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} MB = 2AM \\ AN = 2BN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BN + MN = 2AM \\ AM + MN = 2BN \end{cases} \quad (۲)$$

دو رابطه را از هم کم می کنیم

$$\xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می کنیم}} BN - AM = 2AM - 2BN \Rightarrow 3BN = 3AM$$

$$\Rightarrow BN = AM \xrightarrow{(۲)} MN = 2AM - BN = BN \Rightarrow AM = MN = BN \xrightarrow{(۱)} \frac{1}{3}AB$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MN^2 = AM \cdot BN \\ BM = 2AM = 2BN = AN \end{cases}$$

بنابراین تنها گزینه ی ۳ نادرست است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این سؤال راه های مختلف وجود دارد اما یک راه آن این است که: **۵۳**

$$r = \frac{x}{y} = \frac{y+z}{z} \Rightarrow \begin{cases} x = ry \\ y+z = rz \end{cases} \xrightarrow{+} x+y+z = ry+rz = 2(y+z)$$

$$\frac{x+y+z}{y+z} = \frac{2(y+z)}{y+z} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به خواص تناسب داریم: **۵۴**

$$\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n} \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{1+2+\dots+n} = \frac{a_1}{1} \Rightarrow a_1 = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{1+2+\dots+n}$$

$$1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ از طرفی می دانیم:}$$

به این ترتیب می توان نوشت:

$$a_1 = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{\frac{n(n+1)}{2}} \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} a_1 = a_1 + \dots + a_n$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می توان از راه های مختلفی تناسب را ساده کرد، اما ساده تر از همه، همان طرفین وسطین است. **۵۵**

$$\frac{5a+10}{a+5} = \frac{5b+6}{b+3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5ab + 15a + 10b + 30 = 5ab + 25b + 6a + 30$$

$$15a - 6a = 25b - 10b \Rightarrow 9a = 15b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{15}{9} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{3}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. **۵۶**

$$(x+4)^2 = (x+7) \times 2x \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 2x^2 + 14x$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \Rightarrow (x+8)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 2 \end{cases}$$

پاره خط همواره مثبت است.

$$\left. \begin{aligned} 2x > 0 &\Rightarrow x > 0 \\ x+7 > 0 &\Rightarrow x > -7 \\ x+4 > 0 &\Rightarrow x > -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x > 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به ویژگی‌های تناسب داریم: **۵۷**

$$\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n} \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = \frac{a_5}{5}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{a_5} = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{5} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{5} = \frac{n(n+1)}{10}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۵۸**

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \Rightarrow \frac{a+8}{b+20} = \frac{2}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۵۹**

نکته: هرگاه دو چندضلعی با نسبت تشابه k متشابه باشند، نسبت محیط‌های آنها برابر k و نسبت مساحت‌های آنها برابر k^2 است.

با توجه به نکته بالا، نسبت مساحت این دو هفت‌ضلعی، برابر $k^2 = 9$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: در یک مثلث نسبت ارتفاع‌ها با عکس نسبت اضلاع نظیر برابر است. (به عنوان مثال **۶۰**)

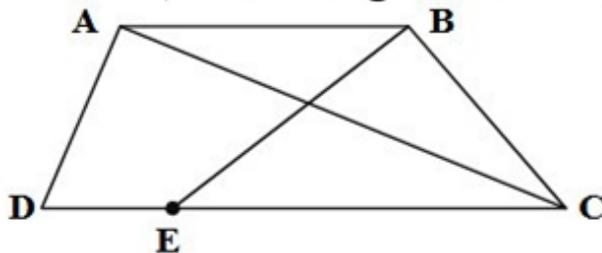
$$\left(\frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a} \right)$$

از آنجا که $a = 2$ و محیط مثلث ۱۸ است، خواهیم داشت:

$$a + b + c = 18 \Rightarrow 2 + b + c = 18 \Rightarrow b + c = 16 \quad (*)$$

$$h_a \left(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right) = \frac{h_a}{h_b} + \frac{h_a}{h_c} \xrightarrow{\text{نکته}} \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} \xrightarrow{*} \frac{16}{2} = 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $EC = 3DE$ ، پس $\frac{EC}{DE} = 3$. با ترکیب در مخرج این تناسب داریم: **۶۱**



$$\frac{EC}{DE + EC} = \frac{3}{1+3} \Rightarrow \frac{EC}{DC} = \frac{3}{4} \quad (*)$$

از طرف دیگر در دو مثلث ADC و BEC ارتفاع‌های وارد از رأس‌های A و B با یکدیگر برابرند (زیرا $AB \parallel DC$)، پس نسبت مساحت آنها برابر اندازه قاعده‌هایی است که این

$$\frac{S_{BEC}}{S_{ADC}} = \frac{EC}{DC} \xrightarrow{(*)} \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{BEC}}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{BEC} = 9$$

ارتفاع‌ها بر آنها وارد شده است. بنابراین:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث‌های AEF، AFC و AFB ارتفاع وارد از رأس A برابر است، پس نسبت مساحت‌ها برابر با نسبت قاعده‌ها است:

$$\frac{S_{AEF}}{S_{AFC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{EF}{FC} = \frac{1}{4} \Rightarrow FC = 4EF$$

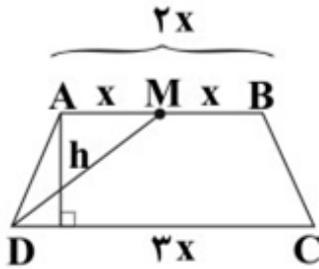
$$\frac{S_{AEF}}{S_{AFB}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{EF}{FB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{EF}{FB - EF} = \frac{2}{5 - 2} \Rightarrow \frac{EF}{BE} = \frac{2}{3} \Rightarrow BE = \frac{3}{2} EF$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{FC} = \frac{\frac{3}{2} EF}{4EF} = \frac{3}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نسبت اضلاع یک مثلث با عکس ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها متناسب است، پس بلندترین ارتفاع بر کوچک‌ترین ضلع و کوتاه‌ترین ارتفاع بر بزرگ‌ترین ضلع وارد می‌شود و داریم:

$$S = \frac{1}{2} (2\sqrt{6})(4) = \frac{1}{2} h(7) \Rightarrow 7h = 4\sqrt{6} \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{6}}{7}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{S_{\triangle AMD}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times AM}{\frac{1}{2} \times h \times (AB + CD)} = \frac{x}{2x + 3x} = \frac{x}{5x} = \frac{1}{5}$$

$$3t = 5m \Rightarrow t = \frac{5}{3} m$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

راه حل اول:

با جایگذاری این مقدار در عبارت داده شده داریم:

$$A = \frac{2m - t + 1}{m} = \frac{2m - \frac{5}{3}m + 1}{m} = \frac{\frac{1}{3}m + 1}{m} = \frac{m + 3}{3m}$$

راه حل دوم:

به کمک تفکیک کسرها داریم:

$$A = \frac{2m - t + 1}{m} = \frac{2m}{m} - \frac{t}{m} + \frac{1}{m} = 2 - \frac{5}{3} + \frac{1}{m} = 2 - \frac{5}{3} + \frac{1}{m} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{m} = \frac{m + 3}{3m}$$



۶۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دو مثلث قاعده مشترک داشته باشند و رأس‌های روبه‌روی این قاعده آن‌ها، روبه‌روی یک خط، خط موازی این قاعده باشند، این مثلث‌ها هم‌مساحت هستند.

با استفاده از نکته بالا و فرض مساله می‌توان نوشت:

و اگر فاصله C تا BD را h در نظر بگیریم، نتیجه می‌شود:

$$S_{BDC} = S_{ABC} = 8 \quad \xrightarrow{BD = 6} \quad \frac{1}{2}BD \times h = 8 \Rightarrow 3h = 8 \Rightarrow h = \frac{8}{3}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۶۷

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{MB}{MA} = \frac{2}{3} \\ \frac{NB}{NA} = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x+2} = \frac{2}{3} \\ \frac{2+y}{x} = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 2x + 4 \\ 4x = 8 + 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9y - 6x = 12 \\ 6x - 8y = 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 28 \Rightarrow 6x = 16 + 224 = 240 \Rightarrow x = 40 \Rightarrow AB = 40 + 2 + 28 = 70$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۶۸

الف) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \Rightarrow \frac{b}{a+b} = \frac{d}{c+d}$

ب) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = K \Rightarrow \frac{2a}{2b} = \frac{3c}{3d} = K \Rightarrow 2a = 2Kb, 3c = 3Kd$

$$\Rightarrow \frac{2a + 3c}{2b + 3d} = \frac{2Kb + 3Kd}{2b + 3d} = \frac{K(2b + 3d)}{(2b + 3d)} = K$$

ج) $ab + bd = ab + ca \Rightarrow bd = ca \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{d}{c}$

فقط «الف» و «ب» صحیح هستند.

۶۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\frac{CA}{CB} = \frac{K}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{CA}{CA + CB} = \frac{K}{K + 1} \Rightarrow \frac{CA}{L} = \frac{K}{K + 1} \Rightarrow CA = \frac{KL}{K + 1}$$

۷۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{1} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{2b}{4} = \frac{3c}{3} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a + 2b + 3c}{3 + 4 + 3} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a + 2b + 3c}{10}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{10}(a + 2b + 3c)$$



گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به ویژگی‌های تناسب داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱ درست می‌باشد زیرا صورت‌ها به مخرج اضافه شده‌اند. (ترکیب صورت با مخرج)
گزینه‌های ۲ و ۴ درست می‌باشند زیرا صورت‌ها با هم و مخرج‌ها با هم جمع شده‌اند که یکی از ویژگی‌های تناسب می‌باشد.

گزینه‌ی ۳ نادرست است. زیرا در قسمت دوم تساوی مخرج به صورت آورده شده که این درست نیست.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$۲^۲ = ۲(m+۳) \Rightarrow m = ۵$$

$$\left. \begin{aligned} m+۱ &= ۶ \\ m-۲ &= ۳ \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^۲ = ۶ \times ۳ \Rightarrow x = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر نسبت برابر با نسبت جمع صورت‌ها بر مجموع مخرج‌ها:

$$\frac{x-y}{۵} = \frac{۳y-z}{۷} = \frac{۳z+x}{۸} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow \frac{x-y+۳y-z+۳z+x}{۵+۷+۸} = \frac{۵}{۶}$$

$$\frac{x+y+z}{۱۰} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow x+y+z = \frac{۲۵}{۳} = ۸\frac{۱}{۳}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر طول ارتفاع مثلث‌ها با هم برابر باشد، نسبت مساحت‌ها، نسبت قاعده‌ها است. در این شکل ارتفاع مثلث‌های ABC و ABE برابر است. پس داریم:

$$\frac{S_{ABE}}{S_{ABC}} = \frac{BE}{BC} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow S_{ABE} = \frac{۲}{۵} S_{ABC}$$

هم‌چنین، در مثلث ABE، ارتفاع مثلث‌های ABE و BPE برابر است. یعنی می‌توان گفت:

$$\frac{S_{BPE}}{S_{ABE}} = \frac{PE}{AE} = \frac{۱}{۳} \quad \left(\frac{PE}{AP} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{PE}{AE} = \frac{۱}{۳} \right) \Rightarrow S_{BPE} = \frac{۱}{۳} S_{ABE}$$

بنابراین مساحت کوچک‌ترین مثلث یعنی BPE، $\frac{۱}{۳} \times \frac{۲}{۵}$ یا $\frac{۲}{۱۵}$ برابر بزرگ‌ترین مثلث ($\triangle ABC$) است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(\sqrt{a})^۲ = ۴m \Rightarrow a = ۴m$$

$$۶^۲ = am \Rightarrow ۳۶ = ۴m^۲ \Rightarrow m = ۳$$

$$a = ۴m = ۱۲ \Rightarrow ۲a - m = ۲۴ - ۳ = ۲۱$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۷

$$AD = ۸, \frac{AD}{CD} = ۴ \Rightarrow CD = ۲ \Rightarrow AC = ۶$$

$$\frac{AB}{BC} = ۴ \Rightarrow \frac{AB + BC}{BC} = \frac{۴ + ۱}{۱} \Rightarrow \frac{۶}{BC} = ۵ \Rightarrow BC = \frac{۶}{۵}$$

$$BD = BC + CD = \frac{۶ + ۱۰}{۵} + ۲ = ۳\frac{۲}{۵}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۳a}{۳b} = \frac{-۲c}{-۲d} = \frac{۱۰}{۱۵}$$

$$\Rightarrow \frac{۳a - ۲c + ۱۰}{۳b - ۲d + ۱۵} = \frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۲}{۳}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۹

$$\frac{۳m + n - t}{m - n} = \frac{۲\left(\frac{۲}{۳}t\right) + \frac{۲}{۵}t - t}{\frac{۲}{۳}t - \frac{۲}{۵}t} = \frac{\frac{۴}{۳} + \frac{۲}{۵} - ۱}{\frac{۲}{۳} - \frac{۲}{۵}} = \frac{۵۰ + ۶ - ۱۵}{۱۵} = \frac{۴۱}{۱۵}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۰



داریم $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NB}$ اگر O وسط AB باشد.

به فرض $OM = \sqrt{۳}$, $ON = ۱۲\sqrt{۳}$ است. اگر اندازه AB برابر $۲x$ فرض شود تناسب، مفروض چنین است.

$$\frac{۱۲\sqrt{۳} - x}{\sqrt{۳} + x} = \frac{x - \sqrt{۳}}{۱۲\sqrt{۳} + x} \Rightarrow ۳۶ + ۱۲\sqrt{۳}x - x\sqrt{۳} - x^2 = ۱۲\sqrt{۳}x - ۳۶ + x^2 - x\sqrt{۳}$$

پس $x^2 = ۳۶$ یا $x = ۶$ در نتیجه اندازه ی $AB = ۱۲$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴

