

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک هفته ای رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ عدد ۱ را ارسال کنید.

۲۵۰ سوال تشریحی آمار و احتمال یازدهم نیمسال اول

۱) جدول زیر را کامل کنید؟ (A و B مستقل هستند.)

P(A)	P(B)			P(A B)	P(B A)
۰/۶		۰/۸			

۲) جدول زیر را کامل کنید.

P(A)	P(B)			P(A B)	P(B A)
۰/۵		۰/۸	۰/۴		

۳) اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۶، ۵ به ترتیب ۳، ۲ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۳۰ بیابید.

۴) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A \cap B) = ۰/۱$ و $P(A \cap B') = ۰/۴$ ، حاصل $P(A \cup B')$ را به دست آورید.

۵) جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که سه تای آنها معیوب است. اگر به تصادف و بدون جای‌گذاری ۳ لامپ از جعبه بیرون آوریم، احتمال آنرا به دست آورید که:
الف) هر سه لامپ معیوب باشند.
ب) حداقل یک لامپ معیوب باشد.

۶) در یک امتحان پنج‌گزینه‌ای، ۱۰ سؤال مطرح شده است. اگر یک دانش‌آموز به تمام سؤالات به طور تصادفی پاسخ دهد، احتمال آنرا به دست آورید که:
الف) به تمام سؤالات پاسخ صحیح داده باشد.
ب) تنها به پنج سؤال اول پاسخ صحیح داده باشد.
پ) به نیمی از سؤالات پاسخ صحیح داده باشد.

۷) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، نشان دهید که پیشامدهای زیر نیز مستقل‌اند.
الف) A' و B
ب) A' و B'

۸) فرض کنید از بین چهار کارت با شماره‌های ۱ تا ۴، کارتی را به تصادف انتخاب می‌کنیم و سپس سکه‌ای را به تعداد عدد کارت پرتاب می‌کنیم. اگر ۲ بار رو بیاید، احتمال این که شماره‌ی کارت خارج شده ۳ باشد چه قدر است؟

۹) خانم‌ها اکبری، برنا و چمنی نسخه‌خوان‌های یک مؤسسه‌ی انتشاراتی‌اند که به ترتیب، ۲۰، ۳۰ و ۵۰ درصد از کارهای نسخه‌خوانی را انجام می‌دهند. احتمال این که این سه نفر صفحه‌ای که به آنها سپرده شده را بی‌غلط تصحیح کنند به ترتیب ۰/۹، ۰/۹۵ و ۰/۹۹ است. صفحه‌ای نسخه‌خوانی شده، ولی هنوز غلط دارد. احتمال این که مسئول خواندن آن صفحه خانم اکبری بوده باشد چه قدر است؟



۱۰ علی و مازیار هر کدام به ترتیب، با احتمال‌های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ برای دیدن یک مسابقه‌ی ورزشی به ورزشگاه می‌روند. اگر علی به ورزشگاه رفته باشد، مازیار با احتمال $\frac{1}{8}$ به ورزشگاه می‌رود. فرض کنید علی به ورزشگاه نرفته باشد. با چه احتمالی مازیار نیز به ورزشگاه نرفته است؟

۱۱ احتمال مبتلا شدن به یک بیماری خاص برای کودکی که واکسن زده $\frac{1}{1000}$ و برای کودکی که واکسن نزده $\frac{1}{10}$ است. اگر در شهری ۹۰ درصد کودکان، واکسن زده باشند، احتمال این‌که یک کودک از این شهر به این بیماری مبتلا شود چه قدر است؟

۱۲ ۵۰ درصد واجدین شرایط در شهر A و ۸۰ درصد واجدین شرایط در شهر B در انتخابات شورای شهر شرکت کرده‌اند. اگر تعداد واجدین شرایط شهر A سه برابر تعداد واجدین شرایط شهر B باشد و فردی به تصادف از بین رأی‌دهنده‌های این دو شهر انتخاب شود، به چه احتمالی از شهر A خواهد بود؟

۱۳ در دو جعبه به ترتیب، ۱۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه‌ی اول ۴ لامپ و در جعبه‌ی دوم ۳ لامپ معیوب است. از هر کدام از جعبه‌ها ۵ لامپ به تصادف انتخاب و در یک جعبه جدید قرار می‌دهیم. احتمال آن‌که لامپ انتخابی از جعبه‌ی جدید معیوب باشد را محاسبه کنید.

۱۴ در شهری ۶۰ درصد راننده‌ها مرد و ۴۰ درصد زن هستند. احتمال این‌که یک راننده‌ی مرد، وقتی چراغ راهنمایی قرمز است، روی خط عابر توقف کند $\frac{1}{5}$ است و زن‌ها چنین تخلفی را به احتمال $\frac{1}{10}$ انجام می‌دهند. احتمال این‌که یک راننده در این شهر هنگام قرمز بودن چراغ راهنمایی روی خط عابر توقف کند چه قدر است؟

۱۵ دو ظرف داریم. در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به طور تصادفی برمی‌داریم و بدون مشاهده آن‌را به ظرف دوم منتقل می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می‌آوریم؛ با چه احتمالی این مهره سبز است؟

۱۶ جمعیت بزرگسال ساکن در یک روستا، ۵۵ درصد زن و ۴۵ درصد مرد است. می‌دانیم که ۲۰ درصد زنان بزرگسال و ۷۰ درصد مردان بزرگسال در این روستا گواهینامه‌ی تراکتور دارند. اگر بزرگسالی را از ساکنان روستا به تصادف انتخاب کنیم، احتمال این‌که گواهینامه‌ی تراکتور داشته باشد چه قدر است؟

۱۷ اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{7}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ ، مقدار $P(C)$ را به دست آورید.

۱۸ در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده‌ی هر عدد، متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال این‌که عدد مشاهده شده، کم‌تر از ۴ باشد را تعیین کنید.

۱۹ اگر $A = \{y+2, 5, z\}$ و $B = \{x+1, 4, -2\}$ در این صورت، با فرض $A \times B = B \times A$ بیش‌ترین مقدار برای $(x + y + z)$ را بیابید.

۲۰) درستی هریک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

- الف) $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow X = U$
 ب) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$
 پ) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$
 ت) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
 ث) $(A \cup B) \cap (A' \cap B') = \emptyset$
 ج) $[(A \cup B) = (A \cup C) \wedge (A \cap B) = (A \cap C)] \Rightarrow B = C$

۲۱) هریک از عبارت‌های زیر را ساده کنید:

- الف) $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$
 ب) $(A \cup B) - B$
 پ) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$

۲۲) هرگاه A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت ثابت کنید:
 الف) $B - A = B$ (الف)
 ب) $B \subseteq A'$ (ب)

۲۳) مجموعه‌های A و B و C و D با مرجع U را در نظر بگیرید، ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ آن‌گاه:
 الف) $A \cap C \subseteq B \cap D$ (الف)
 ب) $A \cap C \subseteq B \cup D$ (ب)

۲۴) فرض کنیم A و B و C سه مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ آن‌گاه:
 الف) $A \cup C \subseteq B \cup C$ (الف)
 ب) $A \cap C \subseteq B \cap C$ (ب)

۲۵) ثابت کنید برای مجموعه‌های A و B با مرجع U داریم: $A - B \subseteq A$.

۲۶) اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود، مجموعه‌ی A چند زیرمجموعه دارد؟

۲۷) مثال‌هایی از مجموعه‌های دلخواه A و B و C بیاورید که برای آن‌ها حکم‌های زیر درست باشند.

- الف) $A \in B, B \in C, A \notin C$
 ب) $A \in B, B \in C, A \in C$
 پ) $A \in B, A \subseteq B$

۲۸) ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هریک را بنویسید.

- الف) $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$ (الف)
 ب) $\forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in \mathbb{P}$ (ب)
 پ) $\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2$ (پ)
 ت) $\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} = 0$ (ت)

۲۹) ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد، آن‌گاه n نیز مضرب ۳ است.

۳۰ با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید که:

$$\begin{aligned} \text{الف) } p \Rightarrow p &\equiv T \\ \text{ب) } p \vee F &\equiv p \\ \text{پ) } p \wedge T &\equiv p \\ \text{ت) } \sim(p \Rightarrow q) &\equiv p \wedge \sim q \\ \text{ث) } p \wedge (q \vee p) &\equiv p \\ \text{ج) } p \vee (q \wedge p) &\equiv p \\ \text{چ) } p \Rightarrow (q \Rightarrow r) &\equiv (p \wedge q) \Rightarrow r \\ \text{ح) } \sim(p \Leftrightarrow q) &\equiv \sim p \Leftrightarrow q \end{aligned}$$

۳۱ جدول زیر را کامل کنید.

گزاره‌ی p	گزاره‌ی q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $(p \wedge q)$
عدد ۲ زوج است.					د
	$1 \neq 2$			ن	
$2 \in \{1, 2\}$					ن
عدد ۷ اول است					د

۳۲ دامنه‌ی متغیر هریک از گزاره‌نماهای زیر مجموعه‌ی اعداد صحیح است، مجموعه جواب هریک را بنویسید.
الف) x مربع کامل است. ب) a یک واحد از مضرب ۵ بیش‌تر است.

$$\text{پ) } \frac{2x+1}{3} \leq -1 \quad \text{ت) } \{n(n+1) = 0 \mid n \in W\}$$

۳۳ ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.

۳۴ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف) } (2 \times 2 = 5) \vee (1 + 1 = 2) \\ \text{ب) } (2 \times 2 = 5) \wedge (1 + 1 = 2) \\ \text{پ) } 1 + 1 = 2 \Rightarrow 2 \times 2 = 5 \\ \text{ت) } \sim(2 \times 2) = 5 \Rightarrow 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

۳۵ a عددی صحیح است. عکس نقیض گزاره «اگر a^2 زوج باشد آن‌گاه a هم زوج است» را نوشته و سپس آنرا ثابت کنید.

۳۶ نقیض گزاره زیر را بنویسید.

«عدد ۷ مربع کامل است و عدد ۶ اول نیست.»

۳۷ با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید. (T گزاره‌ی درست و F گزاره‌ی نادرست)

الف) $p \vee T \equiv T$

p	T	$p \vee T$

ب) $\sim p \vee p \equiv T$

p	$\sim p$	$\sim p \vee p$

۳۸ با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید. (T گزاره‌ی درست و F گزاره‌ی نادرست)

الف) $p \wedge T \equiv p$

p	T	$p \wedge T$

ب) $\sim p \wedge p \equiv F$

p	$\sim p$	$\sim p \wedge p$

۳۹ با توجه به جدول ارزش گزاره نشان دهید:

$(q \wedge p) \vee (q \vee p) \equiv q \vee p$

p	q	$q \wedge p$	$q \vee p$	$(q \wedge p) \vee (q \vee p)$
د	د			
د	ن			
ن	د			
ن	ن			

۴۰ ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

الف) $(2 \geq 3) \vee (1 + 1 = 2)$

ب) $(\emptyset \subseteq A) \wedge (3^0 = 1)$

پ) $\sim \left(\frac{3}{5} \neq 0/6 \right) \vee \left(\frac{1}{0} \in \mathbb{R} \right)$

ت) $\sim (4 \notin \mathbb{O}) \wedge (a \in \{a, b\})$

۴۱ اگر $A = \{x \mid -2 < 3x - 5 < 4\}$ و $B = \{y \mid y^2 - y - 2 = 0\}$ باشد، آن‌گاه هریک از حاصل ضرب‌های $A \times B$ و $B \times A$ را رسم کنید.

- ۴۲ احتمال قبولی مهتاب در کنکور سراسری $\frac{0}{8}$ و احتمال قبولی هیلا $\frac{0}{7}$ است. الف) با چه احتمالی حداقل یکی از این دو نفر در کنکور سراسری قبول می‌شوند؟ ب) با چه احتمالی فقط یکی از این دو نفر در کنکور سراسری قبول می‌شوند؟
- ۴۳ احتمال وقوع نوعی بیماری در یک جامعه مشخص برابر $\frac{0}{4}$ و احتمال این‌که فردی هم دچار این بیماری شود و هم درمان یابد برابر $\frac{0}{2}$ است. اگر فردی به بیماری مذکور دچار شده باشد، احتمال درمان یافتن او چه قدر است؟
- ۴۴ ترکیبی از ۴ ماده‌ی شیمیایی داریم که دو تا از آن‌ها مواد A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی A، $\frac{1}{5}$ و احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B، $\frac{1}{6}$ است. اگر ماده‌ی A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B $\frac{1}{4}$ خواهد شد. با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟
- ۴۵ در یک امتحان تستی ۴ گزینه‌ای ۱۰ سؤال مطرح شده است. اگر دانش‌آموزی به همه سؤالات پاسخ دهد احتمال آن‌که: (نیازی به محاسبه جواب آخر نیست) الف) به همه سؤالات پاسخ صحیح بدهد چه قدر است؟ ب) احتمال آن‌که به نیمی از سؤالات پاسخ صحیح بدهد چه قدر است؟
- ۴۶ در یک شرکت بسته‌بندی کالا، درصد محصولات تولیدی با سه دستگاه A و B و C به ترتیب ۳۰، ۴۵ و ۲۵ است. اگر ۱ درصد محصولات A و ۲ درصد محصولات B و ۴ درصد محصولات C معیوب باشند و یک کالا به تصادف از بین محصولات شرکت انتخاب کنیم، احتمال این‌که کالا سالم باشد چه قدر است؟
- ۴۷ اگر $P(A) = \frac{2}{5}$ ، $P(B') = \frac{3}{7}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ مطلوب است: الف) $P(A \cup B)$ ب) $P(A - B)$
- ۴۸ اگر $A = N$ و $B = \{1, 4\}$ باشد، مطلوب‌ست نمودار حاصل ضرب‌های $A \times B$ و $B \times A$.
- ۴۹ با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: قانون جذب
- ۵۰ جدول ارزش گزاره‌های زیر را رسم کنید.
- $\sim p \vee p$
 $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
- ۵۱ عددی به تصادف از بین ۱ تا ۵۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌را محاسبه کنید که عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد، ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد.

۵۲ ۵۰ درصد واجدین شرایط از شهر A و ۸۰ درصد واجدین شرایط از شهر B در انتخابات شورای شهر شرکت کرده‌اند. اگر تعداد واجدین شرایط شهر A سه برابر شهر B باشد. فردی به تصادف از بین واجدین شرایط این دو شهر انتخاب شود احتمال این که از شهر A باشد چه قدر است؟

۵۳ عبارت روبه‌رو را ساده کنید: $(A \cup B) - B = ?$

۵۴ ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

(الف) $\{2 < 3\} \wedge \{2 + 3 = 10\}$
 (ب) $\{5 > 3\} \vee \{0 = 1 + x^2\}$
 (پ) $\left\{\frac{3}{6} \neq \frac{1}{2}\right\} \vee 1 \in \{2, 3, 4\}$
 (ت) اگر $a \in \{b\}$ آن‌گاه $a = b$ و بالعکس

۵۵ دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم حداقل یکی از اعداد رو شده ۵ است، احتمال این که هر دو عدد متوالی باشد را به دست آورید.

۵۶ دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو تاس زوج باشد، احتمال این که حداقل یکی مضرب ۳ باشد را به دست آورید.

۵۷ دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس برابر ۷ باشد، احتمال این که حداقل یکی مضرب ۳ باشد را به دست آورید.

۵۸ دو پیشامد A و B مستقل هستند و $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ است. احتمال‌های زیر را حساب کنید.

(الف) پیشامدهای A و B اتفاق بیفتند.
 (ب) حداقل یکی از پیشامدهای A یا B اتفاق بیفتد.
 (ج) فقط یکی از پیشامدهای A یا B اتفاق بیفتد.

۵۹ در پرتاب یک تاس و یک سکه احتمال آن که تاس مضرب ۴ و سکه پشت بیاید را حساب کنید.

۶۰ احتمال آن که علی در کنکور انسانی قبول شود $0/5$ و احتمال آن که رضا در کنکور تجربی قبول شود $0/6$ است. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید:

(الف) علی و رضا در کنکور قبول شوند.
 (ب) حداقل یکی در کنکور قبول شوند.

۶۱ یک سکه و یک تاس را پرتاب می‌کنیم این احتمال را که سکه رو و تاس عددی فرد بیاید را محاسبه کنید.

۶۲ از بین جمله‌های زیر، گزاره‌ها را مشخص کنید و ارزش آن‌ها را در صورت امکان تعیین کنید.

(الف) تهران در جنوب ایران است.

(ب) ای کاش همیشه بهار بود.

(ج) تیم ملی ژاپن به جام جهانی نمی‌رود.

۶۳ با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید: $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

۶۴ ارزش‌های گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید و نقیض هر یک را بنویسید.

$$\exists x \in \mathbb{R} : \sqrt{-x} \in \mathbb{Z} \quad (۱)$$

$$\exists n \in \mathbb{N} : 2^n > 1000 \quad (۲)$$

۶۵ گزاره‌های زیر را به زبان طبیعی بنویسید و ارزش آن‌ها را مشخص کنید.

$$\forall x \in \mathbb{N} : (x)(x+1)(x+2) = 3k, (k \in \mathbb{N}) \quad (۱)$$

$$\forall y \in \mathbb{P} : 2y + 1 > 5 \quad (ب)$$

$$\exists x \in \mathbb{N} : n^2 + n < 3 \quad (پ)$$

۶۶ گزاره‌های زیر را به زبان ریاضی بیان کرده و ارزش آن‌ها را تعیین کنید.

(۱) مجذور بعضی از اعداد صحیح با خود آن عدد صحیح مساوی است.

(۲) وجود دارد عدد طبیعی مانند a به طوری که $-2a + 1 > 0$

(۳) بعضی از اعداد حقیقی، گویا نیستند.

۶۷ هرگاه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 2\}$ دامنه‌ی متغیر باشد، ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید.

$$\exists x \in A : \sqrt{x^2 + 3} = 2 \quad (۱)$$

$$\exists x \in A : \frac{x-1}{2} \geq 1 \quad (ب)$$

۶۸ ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید.

$$\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 4 = 0 \quad (۱)$$

$$\forall x \in \mathbb{P} : x = 2k + 1, (k \in \mathbb{N}) \quad (۲)$$

$$\exists x \in \mathbb{Z} : x^5 + 1 = 0 \quad (۳)$$

۶۹ با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q \quad (الف)$$

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q \quad (ب)$$

۷۰ جدول‌های ارزش گزاره‌ی زیر را تشکیل داده و نشان دهید این گزاره همواره درست است.

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv T$$

۷۱ جاهای خالی را با عبارت‌های «لازم»، «کافی»، یا «لازم و کافی» پر کنید.

(۱) شرط برای آن که عددی مثبت باشد آن است که مربع آن عدد مثبت باشد.

(۲) شرط برای آن که $ab = 0$ باشد آن است که $a = 0$ و $b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

(۳) شرط برای آن که عددی زوج باشد آن است که مربع آن زوج باشد.

۷۲ جدول ارزش گزاره‌های زیر را تشکیل داده و نشان دهید گزاره‌های زیر همواره نادرست هستند.

$$\sim p \wedge (p \wedge q) \equiv F \quad (۱)$$

$$p \wedge \sim(p \vee q) \equiv F \quad (ب)$$

۷۳ ارزش‌های گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید و نقیض هر یک را بنویسید.

$$\forall x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} \geq 2 \quad (\text{آ})$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \quad (\text{ب})$$

$$\forall x \in \mathbb{Z} : \frac{4-x^2}{2+x} = 2-x \quad (\text{پ})$$

۷۴ ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید.

$$\forall x \in \mathbb{R} : \sin x + \cos x = 1 \quad (\text{ب}) \quad \forall x \in \mathbb{N} : x(x+1) = 2k, (k \in \mathbb{N}) \quad (\text{آ})$$

$$\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 + 3x = 0 \quad (\text{پ})$$

۷۵ با ذکر دلیل، درستی یا نادرستی گزاره‌های سوری زیر را مشخص کنید.

(آ) در آمار، هر متغیر گسسته یک متغیر کمی است.

(ب) در آمار، هر متغیر کمی یک متغیر گسسته است.

(پ) در آمار، بعضی از متغیرهای گسسته یک متغیر کیفی هستند.

(ت) در آمار، بعضی از متغیرهای کمی یک متغیر گسسته هستند.

۷۶ با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، قانون ادخال فاصل و قانون حذف عاطف را نشان دهید.

۷۷ ارزش گزاره‌های شرطی و دو شرطی زیر را مشخص کنید، سپس نقیض هر یک را بنویسید.

(آ) اگر a عددی فرد باشد، آن‌گاه a^2 فرد است.

(ب) π عددی گویا است اگر و تنها اگر $\pi = 3/14$ باشد.

(پ) اگر دو مثلث دارای مساحت‌های برابر باشند، آن‌گاه دو مثلث هم‌نهشت هستند.

۷۸ جاهای خالی را با عبارت‌های «لازم»، «کافی» یا «لازم و کافی» پر کنید.

(آ) شرط برای آن‌که نقطه‌ای از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد آن است که روی عمودمنصف آن پاره‌خط باشد.

(ب) شرط برای آن‌که $ab = 0$ باشد آن است که $a = 0$ و $b = 0$ ، $(a, b \in \mathbb{R})$

۷۹ جدول زیر را کامل کنید:

گزاره‌ی p	گزاره‌ی q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \wedge q$	ارزش $p \vee q$
مهر اولین ماه فصل پاییز است	تهران پایتخت ایران است.	د			
۵ عددی اول است			ن		
۲ عددی زوج نیست			د		
					ن

۸۰ در یک دبیرستان احتمال آنکه دانش‌آموزی عضو تیم والیبال باشد ۲۴٪ و عضو تیم هندبال باشد ۳۳٪ است و احتمال آنکه دانش‌آموزی حداقل عضو یکی از این دو تیم باشد، ۲۹٪ است. احتمال آنکه دانش‌آموزی عضو هر دو تیم باشد را به دست آورید.

۸۱ اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

$$A - (A \cap B) = A - B$$

۸۲ تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع اعداد اول ۲ برابر سایر اعداد است. این تاس را پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه عدد ظاهر شده بیش‌تر از ۳ باشد را بیابید.

۸۳ در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره قرمز است. ۲ مهره به تصادف با هم بیرون می‌آوریم. احتمال آنکه حداکثر یکی از آن‌ها سفید باشد را محاسبه کنید.

۸۴ اگر A و B دو مجموعه باشند. به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $A - (A \cap B) = A - B$

۸۵ عددی به تصادف از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 40\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که عدد انتخابی بر ۳ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۵ بخش‌پذیر نباشد را بیابید.

۸۶ سه اسب a , b و c با هم مسابقه می‌دهند. اسب‌های a و c دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانسی b ، دو برابر شانسی بردن a است. احتمال آنکه دو اسب a یا b ببرند را به دست آورید.

۸۷ در ظرفی ۷ مهره قرمز و ۴ مهره سفید است. به تصادف ۲ مهره با هم بیرون می‌آوریم. احتمال آنکه دو مهره هم‌رنگ باشند را محاسبه کنید.

۸۸ اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

۸۹ جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

الف) مجموعه $A = \{\{\}, \{\emptyset\}\}$ دارای زیرمجموعه است.

ب) دو زوج مرتب $(x^2 - 1, y^2)$ و $(0, 3)$ با هم برابرند. مقدار y برابر با است.

ج) دو مجموعه $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ و $B = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$ را در نظر بگیرید. مجموعه $A \times B$ دارای عضو است.

۹۰ مجموعه‌های $A = \{1\}$ و $B = \{1, 2\}$ مفروضند:

الف) مجموعه‌های A^2 و $A \times B$ و $A^2 - (A \times B)$ را با اعضا مشخص کنید.

ب) نمودار مجموعه $A^2 - (A \times B)$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

۹۱ با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، درستی رابطه زیر را ثابت کنید.

$$(A - B) \cup (A \cup B)' = B'$$

۹۲ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید:

اگر $A = \{1, 2, 3\}$ باشد، آنگاه مجموعه A دارای تعداد افراز است.

۹۳ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید:

اگر $A \subseteq \phi$ باشد، آنگاه مجموعه A برابر است.

۹۴ اگر $P(A) = \frac{2}{5}$ ، $P(B') = \frac{3}{7}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ باشند، مطلوب است:

الف) $P(A \cup B)$ ب) $P(A - B)$

۹۵ ۱۰ نفر را در نظر می‌گیریم، احتمال این‌که روز تولد هیچ دو نفری از آن‌ها یک روز نباشد را مشخص کنید. (سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید.)

۹۶ اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که $B \subseteq A$ ، به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $(A - B) \cup B = A$

۹۷ مجموعه‌های $A = \{1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}$ مفروضند:

الف) مجموعه B را با نوشتن عضوها مشخص کنید.

ب) اعضای مجموعه $A^2 - (B \times A)$ را مشخص کنید و نمودار آنرا در صفحه‌ی مختصات رسم کنید.

۹۸ جای خالی را با یکی از گزینه‌های داخل پرانتز کامل کنید:

اگر $B \subseteq A$ ولی، آنگاه B زیرمجموعه سره A نامیده می‌شود. ($B = A$)، ($B \neq A$)

۹۹ با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید اگر $A \cup B = A \cap B$ آنگاه $A = B$

۱۰۰ مجموعه‌های $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 < 1\}$ و $B = \{\frac{1-x}{2} \mid x \in \mathbb{N}, x < 2\}$ مفروضند:

الف) مجموعه‌های A ، B را نوشتن عضوها مشخص کنید.

ب) اعضای مجموعه $A \Delta B$ را مشخص کنید.

۱۰۱ احتمال این‌که شخصی ناراحتی کلیه داشته باشد، $\frac{0}{23}$ و ناراحتی قلبی داشته باشد $\frac{0}{24}$ و دست کم یکی از این دو نوع بیماری را داشته باشد $\frac{0}{38}$ است. احتمال این‌که هر دو نوع بیماری را دارا باشد، چه قدر است؟

۱۰۲ سه شناگر a و b و c با هم مسابقه می‌دهند، a و b دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانس بردن هر کدام از آن‌ها دو برابر c است، مطلوب است احتمال این‌که b یا c برود.

۱۰۳ با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $A - (A \cap B) = A - B$

۱۰۴ در یک کلاس، (احمد و علی و بهرام) داوطلب انتخاب نمایندگی کلاس می‌باشند، اگر احتمال انتخاب علی دو برابر احمد و احتمال انتخاب بهرام سه برابر علی باشد، احتمال انتخاب هر یک را بیابید.

۱۰۵) یک جعبه محتوی ۱۰ لیوان می باشد که ۴ عدد آن ها معیوب است، از این جعبه ۵ لیوان به تصادف برمی داریم، مطلوب است محاسبه:
الف) احتمال آن که ۲ لیوان معیوب باشد.
ب) احتمال آن که تمام لیوان ها سالم باشند.

۱۰۶) اعضای دو مجموعه A ، B را مشخص کرده و سپس اعضای $B \times A$ را محاسبه کنید.
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 15\}$ و $B = \{3^k \mid |k| \leq 1, k \in \mathbb{Z}\}$

۱۰۷) با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، درستی رابطه زیر را ثابت کنید.
 $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$

یک کارت از میان ۳۰ کارت که از ۱ تا ۳۰ شماره گذاری شده اند، به تصادف بیرون می آوریم، به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید:

۱۰۸) احتمال آن را بیابید که عدد روی کارت مضرب ۲ یا ۳ باشد.

۱۰۹) احتمال آن را بیابید که عدد روی کارت مضرب ۲ و ۳ باشد.

کیسه ای دارای ۴ مهره یکسان است که ۲ تا سفید و ۲ تا قرمز هستند، از این کیسه ۲ مهره به تصادف خارج می کنیم. به ۴ سؤال زیر پاسخ دهید:

۱۱۰) مطلوب است فضای نمونه مناسب برای ترکیب رنگ های مهره های خارج شده را بنویسید.

۱۱۱) مطلوب است پیشامد A آنکه فقط یکی از مهره ها سفید باشد.

۱۱۲) مطلوب است پیشامد B آنکه حداقل یکی از مهره ها قرمز باشد.

۱۱۳) مطلوب است پیشامد $A \cup B'$ را بیابید.

۱۱۴) اگر $A = [-5, 2]$ و $B = (-\infty, -1)$ ، نمودار حاصلضرب دکارتی $A \times B$ را رسم کنید.

۱۱۵) با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها درستی رابطه زیر را ثابت کنید.

$$[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$$

دو ظرف همانند داریم. اولی شامل ۳ مهره سفید و ۴ مهره قرمز و دومی شامل ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز است. از ظرف اول ۳ مهره و از ظرف دوم ۲ مهره به تصادف خارج کرده و در ظرف جدیدی قرار می دهیم. اگر از ظرف جدید مهره ای به تصادف خارج کنیم:

۱۱۶) احتمال این که مهره سفید باشد، چه قدر است؟

۱۱۷) اگر مهره ای خارج شده از ظرف جدید سفید باشد، احتمال این که از ظرف دوم باشد چه قدر است؟

$$P(\{a\} \mid \{a, c, d\}) \quad 118$$

$$P(\{a, c, d\} | \{b, c, d\}) \quad 119$$

۰. سکه‌ای همگن را سه بار می‌اندازیم. اگر:
A: پیشامد رخ دادن پشت در پرتاب سوم
B: پیشامد رخ دادن دقیقاً دو پشت در سه پرتاب باشد.

۱۲۰. $P(A)$ و $P(B)$ را محاسبه کنید.

۱۲۱. آیا A و B مستقل هستند؟

۱۲۲. اگر در پرتاب سوم پشت ظاهر شود، احتمال این که پیشامد B اتفاق افتاده باشد، چه قدر است؟

۱۲۳. ظرف A حاوی ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و ظرف B حاوی ۲ مهره سفید و ۱ مهره سیاه است. یک مهره به تصادف از ظرف A بیرون آورده بدون مشاهده در ظرف B قرار می‌دهیم و سپس یک مهره از ظرف B بیرون می‌آوریم. احتمال این که این مهره سفید باشد، چه قدر است؟

۱۲۴. A و B دو پیشامد مستقل می‌باشند. به طوری که $P(A) = 0.2$ و $P(A \cup B) = 0.8$ است. مقدار $P(B)$ را محاسبه کنید.

۱۲۵. دو پیشامد مستقل را تعریف کنید.

۱۲۶. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ی S باشند، به طوری که $P(A) = \frac{1}{4}$ و $P(B) = \frac{1}{6}$ و $P(A|B) = \frac{1}{3}$ باشند، مقدار $P(A \cup B)$ را محاسبه کنید.

۱۲۷. احتمال آنرا حساب کنید که در هیچ یک از دو درس قبول نشود.

می‌خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش‌آموز رشته‌ی تجربی و ۶ دانش‌آموز در رشته‌ی ریاضی انتخاب کنیم، مطلوب است احتمال آن که:

۱۲۸. هر سه نفر رشته‌ی ریاضی باشند.

۱۲۹. دو نفر رشته‌ی تجربی و یک نفر رشته‌ی ریاضی باشند.

۱۳۰. قضیه‌ی دو شرطی زیر را ثابت کنید:

$$A \subseteq B \text{ و } B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$$

۱۳۱. با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $[A \cap (A - B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$

۱۳۲. دو کارخانه تولیدات خود را به صورتی عرضه می‌دارند که کارخانه اول از هر ۳۵ تولید خود ۵ کالای معیوب دارد و کارخانه‌ی دوم از هر ۲۸ تولید خود ۲ کالای معیوب دارد. اگر شخصی کالایی از تولیدات این دو کارخانه خریده باشد، احتمال آن که این کالا معیوب باشد، چه قدر است؟

۱۳۳. $p(d)$ را حساب کنید.

۱۳۴ در دو جعبه یکسان مهره‌هایی به این شرح قرار دارند که در جعبه اول ۳ مهره سفید و ۷ مهره قرمز و در جعبه دوم ۱۰ مهره سفید و ۵ مهره قرمز موجود است. مهره‌ای را از جعبه‌ی اول خارج نموده و در جعبه‌ی دوم قرار می‌دهیم. حال مهره‌ای به تصادف از جعبه دوم انتخاب می‌کنیم، احتمال آن‌که این مهره قرمز باشد را بیابید.

۱۳۵ برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ی S ثابت کنید: $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

۱۳۶ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

فضای نمونه پیوسته یک مجموعه‌ی متناهی به صورت بازه‌هایی از اعداد حقیقی و یا اشکال و احجام هندسی می‌باشند.

۱۳۷ با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید: $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$

۱۳۸ می‌خواهیم از بین ۵ مرد و ۳ زن یک کمیته‌ی ۳ نفری انتخاب کنیم. مطلوب است محاسبه‌ی احتمال آن‌که:
الف) حداکثر یک مرد انتخاب شود.
ب) هر سه مرد باشند.

۱۳۹ سکه سالمی را ۱ پرتاب می‌کنیم اگر پشت بیاید ۲ بار دیگر سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر رو بیاید تاس سالمی را می‌ریزیم، مطلوب است احتمال آن‌که:
الف) تاس زوج بیاید.
ب) سکه فقط دو بار پشت بیاید.

۱۴۰ در عبارت زیر فضای نمونه پیوسته و گسسته را مشخص نمایید.
فضای نمونه طول عمر یک لامپ

۱۴۱ اعضای مجموعه $B^2 - (A \times B)$ را مشخص کنید.

۱۴۲ اعضای مجموعه $A \Delta B$ را معین کنید.

۱۴۳ مجموعه‌های A و B را با نوشتن عضوها مشخص کنید.

۱۴۴ اگر $s = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک تجربه‌ی تصادفی باشد و داشته باشیم:
 $p(a) = 3p(b)$ ، $p(c) = \frac{1}{4}$ ، $p(d) = \frac{1}{8}$ مطلوب است محاسبه‌ی $p(a')$ ، $p(b)$

۱۴۵ با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید:

$$(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$$

درون کیسه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه و ۴ مهره قرمز وجود دارد، از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف خارج می‌کنیم، مطلوب است:

۱۴۶ احتمال آن‌که دقیقاً ۲ تا از مهره‌های خارج شده سفید باشند.

۱۴۷ احتمال آن‌که مهره‌های خارج شده از ۳ رنگ مختلف باشند.

۱۴۸ عددی به تصادف از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ انتخاب می‌کنیم، مطلوبست احتمال آن‌که عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد.

۱۴۹ اگر $S = \{a, b, c, d\}$ یک فضای نمونه‌ای باشد و داشته باشیم: $P(a) = 2P(b)$ و $P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$ ، مطلوبست محاسبه‌ی $P(a')$ و $P(b)$.

۱۵۰ می‌خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش‌آموز رشته‌ی تجربی و ۶ دانش‌آموز رشته‌ی ریاضی انتخاب کنیم، مطلوبست احتمال آن‌که لااقل یک نفر رشته‌ی ریاضی باشد.

۱۵۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.
اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $A \subseteq B$ ، آن‌گاه داریم: $P(B-A) = P(B) - P(A)$.

۱۵۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.
حاصل ضرب دکارتی $A \times B = \emptyset$ آن‌گاه $A = \emptyset$ و $B = \emptyset$.

۱۵۳ مجموعه‌ی زیر را به صورت ریاضی (گزاره‌نما) نشان دهید.

$$B = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$$

۱۵۴ اگر $S = \{1, 2, 3, 4\}$ فضای نمونه یک تجربه تصادفی باشد و داشته باشیم: $p(1) = 2p(2) = 3p(3) = 4p(4)$ ، مطلوبست محاسبه‌ی $p(1)$.

۱۵۵ با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $A - (A - B) = A \cap B$

۱۵۶ اگر مجموعه‌ی $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}\}$ باشد، کدام یک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است؟
الف) $\{x\} \subseteq A$ ب) $\{\{x\}\} \in A$

۱۵۷ سه دونه‌ی a و b و c مسابقه می‌دهند. اگر شانس برنده شدن a سه برابر شانس برنده شدن b و شانس برنده شدن b نصف شانس برنده شدن c باشد، احتمال این‌که a برنده نشود، چه قدر است؟

۱۵۸ اگر $P(A) = 3/10$ و $P(B') = 4/10$ و $P(A \cup B) = 7/10$ ، مطلوب است $P(A' \cap B')$

۱۵۹ تاسی به‌گونه‌ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس احتمال آن‌که عدد تاس کوچک‌تر از ۴ باشد، چه قدر است؟

۱۶۰ با استفاده از جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید: $(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C$

۱۶۱ با استفاده از جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید: $(A \cup B) - B = A - B$

۱۶۲ برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S ، ثابت کنید: $p(A' \cap B') - p(A') + p(B) = p(A \cap B)$

در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی سبز موجود است. سه مهره با هم و به تصادف از کیسه بیرون می‌آوریم. در ۲ سؤال بعدی مطلوب است احتمال آن‌که:

۱۶۳ مهره‌ها هم‌رنگ نباشند.

۱۶۴ دو مهره سفید و یک مهره قرمز باشد.

$$A \cap (A \cup B) = A$$

۱۶۵ با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

۱۶۶ یک جفت تاس را می‌اندازیم. احتمال آن‌که مجموع اعداد دو تاس بزرگ‌تر از ۹ باشد را تعیین کنید.

یک کیسه محتوی ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است. دو مهره با هم و به‌طور تصادفی بیرون می‌آوریم. در ۲ سؤال بعدی مطلوب است محاسبه‌ی احتمال این‌که:

۱۶۷ دو مهره هم‌رنگ باشند.

۱۶۸ یک مهره سفید و یک مهره سیاه باشد.

۱۶۹ x و y را طوری تعیین کنید که زوج‌های مرتب (x^2, xy) و $(15, y^2 - x^2)$ با هم مساوی باشند.

۱۷۰ اگر $P(A) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، $P(B)$ را حساب کنید.

۱۷۱ فرض می‌کنیم $S = \{a, b, c, d\}$. مطلوب است $P(a)$ و $P(b)$ ، در صورتی‌که داشته باشیم:

$$P(a) = 2P(b) \text{ و } P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$$

۵ نفر زن و ۶ نفر مرد برای شغلی تقاضا کرده‌اند. با این حال، امکان استخدام تنها برای ۵ نفر از آن‌ها وجود دارد. در ۲ سؤال بعدی مطلوب است محاسبه‌ی احتمال این‌که:

۱۷۲ ۳ زن و ۲ مرد انتخاب شوند.

۱۷۳ ۵ زن انتخاب شوند.

۱۷۴ اگر $A = \{x + y, 6\}$ و $B = \{-5, xy\}$ و $A \times B = B \times A$ باشد، x و y را تعیین کنید.

۱۷۵ فرض کنیم ۲۵٪ مردم یک شهر روزنامه الف و ۲۰٪ روزنامه‌ی ب و ۸٪ هر دو روزنامه را می‌خوانند. اگر شخصی به تصادف از اهالی این شهر انتخاب شود، احتمال این‌که هیچ‌یک از این روزنامه‌ها را نخواند، چقدر است؟

۱۷۶ $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (C - A)$ درستی تساوی زیر را به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

۱۷۷ اگر A و B دو پیشامد فضای نمونه‌ای S باشند، ثابت کنید: $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

۱۷۸ از مجموعه‌ی اعداد $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که عدد انتخابی بر ۲ یا ۷ یا بر هر دو بخش‌پذیر باشد، چقدر است؟

۱۷۹ اگر $P(A) = \frac{3}{7}$ ، $P(B) = \frac{4}{7}$ ، $P(A \cup B) = \frac{6}{7}$ ، مطلوب است $P(A' \cap B')$.

۱۸۰ عددی به تصادف از فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه عدد انتخاب شده فرد یا کم‌تر از شش باشند.

۱۸۱ اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{1, 4, 5\}$ باشند، عضوهای $A \times B - B^2$ را مشخص و روی محور مختصات رسم کنید.

۱۸۲ عددی به تصادف از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ انتخاب می‌کنیم، احتمال آنکه:
الف) عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد، اما بر ۵ بخش پذیر نباشد، چقدر است؟
ب) عدد انتخابی نه بر ۳ نه بر ۵ بخش پذیر باشد، چقدر است؟

۱۸۳ تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال آمدن هر عدد غیر اول دو برابر احتمال آمدن هر عدد اول است. اگر در یک پرتاب این تاس پیشامد $A = \{2, 4, 5\}$ باشد، $P(A)$ را محاسبه کنید.

۱۸۴ چهار دونه‌ی a و b و c و b در یک مسابقه شرکت می‌کنند. فرض کنیم احتمال برنده شدن a سه برابر احتمال برنده شدن b و احتمال برنده شدن b نصف احتمال برنده شدن c و دونه‌های c و b هم‌شانس باشند. احتمال برنده شدن a یا b را به دست آورید.

۱۸۵ مجموعه‌های $A = \{3^x \mid x \in \mathbb{N}, x < 2\}$ و $B = \{3x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| < 2\}$ داده شده است. مجموعه‌های A و B را به صورت اعضا مشخص کنید.

۱۸۶ فرض می‌کنیم $S = \{a, b, c, d\}$ باشد. مطلوب است $P(a)$ ، $P(b)$ در صورتیکه داشته باشیم:
 $P(a) = 2P(b)$ ، $P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$

۱۸۷ در کیسه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه موجود است. از این کیسه ۳ مهره به تصادف و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. مطلوب است احتمال اینکه هر سه مهره هم‌رنگ باشند.

۱۸۸ در فضای نمونه‌ای $S = \{a, b\}$ مطلوب است: $P(a)$ و $P(b)$ اگر داشته باشیم:
 $\frac{P(a)}{P(b)} = \frac{5}{11}$

۱۸۹ از بین ۱۵ نفر دانش‌آموز که ۵ نفر آنها کلاس اول و بقیه کلاس دوم هستند، ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه:
الف: هر سه نفر از کلاس دوم باشند.
ب: فقط یک نفر از کلاس اول باشد.

۱۹۰ به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

$$\text{الف: } (A - C) \cup (B - C) = C' \cap (A \cup B)$$

$$\text{ب: } (B - A) \cap (A \cap B) = \emptyset$$

۱۹۱ اگر احتمال قبولی علی دو برابر احتمال قبولی حسین و احتمال قبولی حسین $\frac{1}{4}$ قبولی اکبر باشد احتمال قبولی هریک را حساب کنید.

۱۹۲ از کیسه‌ای که در آن ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است دو مهره با هم و به تصادف خارج می‌کنیم مطلوبست احتمال اینکه:
الف: دو مهره هم‌رنگ باشند. ب: دو مهره هم‌رنگ نباشند.

۱۹۳ مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 5\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 < x \leq 4\}$ مفروض است. حاصلضرب دکارتی $A \times B$ را نوشته و نمودار آن را رسم کنید.

۱۹۴ فرض کنیم $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک تجربه تصادفی باشد و داشته باشیم $P(a) = P(b) = \nu P(c)$ و $P(d) = \frac{3}{8}$ مقدار $P(b)$ را محاسبه کنید.

۱۹۵ عدد اصلی مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 - \sin x = 0\}$ را بدست آورید.

۱۹۶ اگر $P(A) = 0/4$ و $P(B) = 0/6$ و $P(A \cup B) = 0/8$ باشد، در این صورت $P(A \cap B)$ را تعیین کنید.

۱۹۷ تاسی به گونه‌ای ساخته شده است، که احتمال آمدن عددهای فرد، پنج برابر احتمال آمدن عددهای زوج است. احتمال آمدن هر کدام از اعداد را حساب کنید.

۱۹۸ از مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, \dots, 1500\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که این عدد بر ۴ یا بر ۵ یا بر هر دو بخش پذیر باشد چه قدر است؟

۱۹۹ اگر $P(A \cup B) = \frac{6}{8}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ و $P(A') = \frac{3}{8}$ باشد $P(B)$ را تعیین کنید.

۲۰۰ اگر $A = \{-1, 0, 1, -2\}$ و $B = \{1, 4, 0\}$ باشد، $A \times B$ را مشخص و نمودار مختصاتی آن را رسم کنید.

۲۰۱ به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - C \quad (\text{ب}) \quad A' \cap (A \cup B) = B - A \quad (\text{الف})$$

۲۰۲ اگر $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $P(B') = \frac{5}{8}$ ، $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ باشند، مطلوب است محاسبه‌ی:

$$P(B \cap A') \quad (\text{ب}) \quad P(A \cap B) \quad (\text{الف})$$

۲۰۳ به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

$$B \subset A \Rightarrow A' \subset B' \quad (\text{ب}) \quad [A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B \quad (\text{الف})$$

۲۰۴ فرض می‌کنیم $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک تجربه تصادفی باشد و داشته باشیم،
 $p(a) = p(b) = \sqrt{p(c)}$ ، $p(d) = \frac{3}{8}$ باشد، مقدار $p(b)$ را محاسبه کنید.

۲۰۵ عددی به تصادف از فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ را انتخاب می‌کنیم مطلوبست احتمال اینکه عدد انتخاب شده فرد یا کمتر از ۶ باشد.

۲۰۶ اگر $P(A \cup B) = \frac{6}{8}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ ، $P(A') = \frac{3}{8}$ باشند، مطلوب است محاسبه:
 الف) $P(B)$ ب) $P(B - A)$

۲۰۷ برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S ثابت کنید:
 $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

۲۰۸ اگر $A = \{x \mid x \in Z \text{ و } -1 \leq x \leq 1\}$ و $B = \{x \mid x \in Z \text{ و } 2 \leq x \leq 3\}$ باشد، عضوهای مجموعه $A \times B - A^2$ را مشخص کنید و نمودار آن را رسم کنید.

۲۰۹ اگر B_1, B_2, B_3 سه پیشامد دو به دو ناسازگار و با احتمال مثبت باشند که اجتماع آن‌ها برابر با S است و اگر A پیشامدی از S باشد ثابت کنید:

$$P(B_i | A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{i=1}^3 P(A|B_i)P(B_i)}, \quad i = 1, 2, 3$$

۲۱۰ تکمیل بنای راهی ممکن است به دلیل اعتصاب کارگران به تأخیر افتد. فرض کنید احتمال اینکه اعتصابی رخ دهد $0/65$ باشد و احتمال این که اگر اعتصابی نباشد کار به موقع انجام شود $0/8$ و احتمال این که اگر اعتصابی باشد کار به موقع انجام شود $0/3$ باشد. احتمال این که کار بنای راه به موقع انجام شود چقدر است؟

۲۱۱ دو ظرف داریم. اولی شامل ۱۰ مهره سفید و ۸ مهره سیاه است و دومی شامل ۱۲ مهره سفید و ۹ مهره سیاه است. از ظرف اول به تصادف مهره‌ای در می‌آوریم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. آن‌گاه از ظرف دوم به تصادف مهره‌ای در می‌آوریم. احتمال این که این مهره سفید باشد چقدر است؟

۰ جعبه‌ای محتوی ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه است. متوالیاً دو مهره به تصادف از جعبه بدون جایگذاری برمی‌داریم. به ۲ سوال بعدی پاسخ دهید:

۲۱۲ اگر اولین مهره سیاه باشد، احتمال اینکه دومین مهره هم سیاه باشد چه قدر است؟

۲۱۳ احتمال اینکه مهره‌ی دوم هم‌رنگ مهره‌ی اول باشد چقدر است؟

۲۱۴) A و B و C سه پیشامد هستند. ثابت کنید رابطه‌ی

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

درست است اگر و تنها اگر رابطه‌ی زیر درست باشد

$$P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = 0$$

۲۱۵) رابطه‌های زیر همیشه درست نیستند. برای اثبات این ادعا، برای هر حالت یک مثال نقض بزنید.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(الف)

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

(ب)

۲۱۶) از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که عدد انتخابی بر ۴ بخش‌پذیر و بر ۵ و ۷ بخش‌پذیر نباشد چه قدر است؟

۲۱۷) اگر نمودار را به سمت راست ادامه دهیم:

نمودار مربوط به عدم وجود دو نفر با روز تولد یکسان چه تغییری می‌کند؟

۲۱۸) نقطه‌ی برخورد دو نمودار بالا و پایین چه اهمیتی دارد؟

۲۱۹) با استفاده از قضیه‌ی ۳ ثابت کنید که برای دو پیشامد دلخواه A و B:

$$P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$$

۲۲۰) برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S داریم: $P(A) = P(B) = 1/2$ ، نشان دهید:

$$P(A \cap B) = 1/4$$

۲۲۱) برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S ثابت کنید:

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

۲۲۲) سه خاصیت احتمالات را برای احتمال غیرهم‌شانس ثابت کنید.

برای انتخاب یک نفر جهت عضویت در انجمن خانه و مدرسه یک دبیرستان، چهار نفر کاندید شده‌اند. اگر احتمال انتخاب شدن A دو برابر احتمال انتخاب شدن B باشد و B و C شانسی برابر در انتخاب شدن داشته باشند، ولی احتمال انتخاب شدن C دو برابر احتمال انتخاب شدن D باشد، مطلوب است:

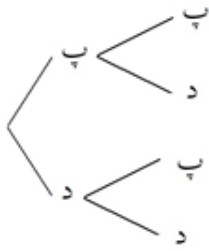
۲۲۳) احتمال این‌که C موفق به انتخاب شود.

۲۲۴) احتمال این‌که C موفق به انتخاب شود.

۲۲۵) احتمال این‌که A موفق به انتخاب نشود.

۲۲۶) احتمال این‌که A موفق به انتخاب نشود.

۲۲۷ نمودار درختی زیر حالات ممکن تولد پسر و دختر را در یک خانواده‌ی دو فرزندی نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم



احتمال پسر بودن فرزند $\frac{1}{2}$ باشد.

الف) با توجه به نمودار درختی جدول را کامل کنید.

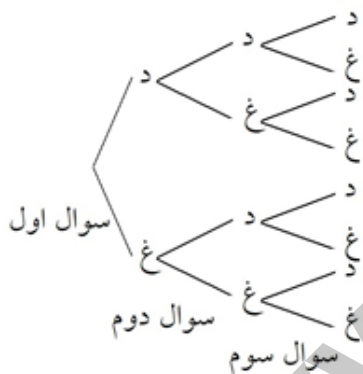
تعداد پسرها	۲	۱	۰	
تعداد حالات	<input type="text" value="۱"/>	<input type="text" value="۲"/>	<input type="text" value="۱"/>	
احتمال	<input type="text" value="۱/۴"/>	<input type="text" value="۱/۲"/>	<input type="text" value="۱/۴"/>	
درصد احتمال	<input type="text" value="۰/۲۵"/>	<input type="text" value="۰/۵۰"/>	<input type="text" value="۰/۲۵"/>	

ب) احتمال این که دو فرزند هم‌جنس باشند چیست؟

پ) احتمال این که دست کم یک فرزند پسر باشد چیست؟

۲۲۸ نمودار درختی زیر راه‌های پاسخ دادن به سه سؤال در یک آزمون دو گزینه‌ای (درست- غلط) را نشان می‌دهد. حرف

«د» یعنی درست و حرف «غ» یعنی غلط. اگر سؤال‌ها به تصادف انتخاب شوند، مطلوب است احتمال:



الف) این که هر سه سؤال صحیح جواب داده شده باشند.

ب) هیچ‌یک از سؤالات صحیح جواب داده نشده باشند.

پ) تعداد سؤالات صحیح پاسخ داده شده بیشتر باشند.

۲۲۹ ۵ نفر زن و ۶ نفر مرد برای شغلی تقاضا کرده‌اند. با این حال، امکان استخدام تنها برای ۵ نفر از آنها وجود دارد

احتمال انتخاب ۵ نفر را در حالت‌های زیر پیدا کنید:

الف) ۳ زن و ۲ مرد انتخاب شوند.

ب) ۵ زن انتخاب شوند

پ) حداقل ۴ مرد انتخاب شوند

۲۳۰ یک کلمه‌ی چهار حرفی به‌طور تصادفی با استفاده از حروف کلمه‌ی «خوارزمی» ساخته شده است. احتمال این که این

کلمه دارای حرف نقطه‌دار نباشد را پیدا کنید. مسأله را با فرض تکراری بودن حروف و نیز بدون این فرض حل کنید.

۲۳۱ رمز یک قفل، عددی سه رقمی است که تنها با تنظیم سه رقم آن به‌طور صحیح می‌توان قفل را باز کرد. با علم به

تکراری نبودن ارقام رمز، احتمال کشف کردن تصادفی رمز قفل فقط با یک بار تنظیم ارقام را پیدا کنید.

$$A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \text{ یا } B = \emptyset$$

۲۳۲) رابطه‌ی زیر را ثابت کنید:

$$B = (-\infty, -2) \text{ و } A = (3, \infty)$$

۲۳۳) حاصل ضرب دکارتی مجموعه‌ی زیر را در دستگاه مختصات رسم کنید.

۲۳۴) اگر A و B دو مجموعه‌ی غیرتهی باشند در چه شرایطی $A \times B = B \times A$ ؟ و در چه شرایطی $(A \times B) \cap (B \times A)$ تهی است؟

۲۳۵) $A^2 - B^2$ چند زیرمجموعه دارد؟

۲۳۶) به جای S یکی از مجموعه‌های، N ، Z یا R را چنان جایگزین کنید تا تساوی درستی حاصل شود:

$$\{x \in S \mid x^3 = 5\} = \emptyset$$

۲۳۷) به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر A و B دو مجموعه باشند آن‌گاه داریم:

$$(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$$

۲۳۸) به وسیله‌ی نمودار ون نشان دهید که: $A' - B' = B - A$.

۲۳۹) برای هر دو مجموعه‌ی A و B ثابت کنید: $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$.

۲۴۰) برای هر دو مجموعه‌ی A و B ثابت کنید: اگر $A \cap B = \emptyset$ آن‌گاه $A \Delta B = A \cup B$.

۲۴۱) برای هر دو مجموعه‌ی A و B ثابت کنید: $A \Delta B = B \Delta A$.

۲۴۲) به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید اگر A و B مجموعه باشند، داریم:

$$A = B \text{ اگر } A \cup B = A \cap B \text{ آن‌گاه}$$

۲۴۳) اگر $i \in \{1, 2, \dots, 10\}$ و $A_i = [-i, 10 - i]$ ، A_1, A_2, \dots, A_{10} را حساب کنید.

سپس $\bigcup_{i=1}^{10} A_i$ و $\bigcap_{i=1}^{10} A_i$ را مشخص کنید.

۲۴۴) مللوب است: A'

۲۴۵) اگر $A = \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$ و $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ مطلوب است $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$.

۲۴۶) مثال‌هایی از مجموعه‌های دلخواه A و B بیاورید که برای آن‌ها حکم زیر درست باشد:

$$A \subseteq B \text{ و } A \in B$$

۲۴۷) مثال‌هایی از مجموعه‌های دلخواه A و B و C بیاورید که برای آن‌ها حکم زیر درست باشد.

$$A \notin C \text{ و } B \in C \text{ و } A \in B$$

۲۴۸ نشان دهید که مجموعه حروف لازم برای هجی کردن «بینابین» با مجموعه‌ی حروف لازم برای هجی کردن «بیان» مساوی است.

۲۴۹ مجموعه‌ی زیر را با استفاده از یک گزاره‌نما بنویسید.

$$A = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$$

۲۵۰ مجموعه‌ی زیر را که با گزاره‌نما نوشته شده است با نوشتن اعضا نشان دهید.

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 25\}$$

www.akoedu.ir

$$P(B) = x \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \Rightarrow 0.8 = 0.6 + x - 0.6x$$

$$\Rightarrow 0.4x = 0.2 \Rightarrow x = 0.5 \Rightarrow P(B) = 0.5$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.6 \times 0.5 = 0.3$$

۱

چون دو پیشامد مستقل هستند. بنابراین شرط بی تأثیر است، در نتیجه:

$$P(A|B) = P(A) = 0.6$$

$$P(B|A) = P(B) = 0.5$$

P(A)	P(B)			P(A B)	P(B A)
0.6	0.5	0.8	0.3	0.6	0.5

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.8 = 0.5 + P(B) - 0.4 \Rightarrow P(B) = 0.7$$

۲

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.4}{0.7} = \frac{4}{7}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.4}{0.5} = 0.8$$

P(A)	P(B)	P(A ∪ B)	P(A ∩ B)	P(A B)	P(B A)
0.5	0.7	0.8	0.4	$\frac{4}{7}$	0.8

$$\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \Rightarrow a = 30r + 27 \quad (\text{ص 16})$$

۳

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.4 = P(A) - 0.1 \Rightarrow P(A) = 0.5$$

۴

$$B \text{ و } A \text{ با توجه به مستقل بودن } P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$0.1 = 0.5 \times P(B) \Rightarrow P(B) = 0.2 \Rightarrow P(B') = 1 - 0.2 = 0.8$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') \Rightarrow P(A \cup B') = 0.5 + 0.8 - 0.4 = 0.9$$

الف) این سه پیشامد از یکدیگر مستقلند. بنابراین:

$$\begin{array}{ccc}
 m_1 & m_2 & m_3 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \text{اولی} & \text{دومی} & \text{سومی} \\
 \text{معیوب} & \text{معیوب} & \text{معیوب}
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{مستقل}} \frac{3}{12} \times \frac{2}{11} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{220}$$

$$\frac{9}{12} \times \frac{8}{11} \times \frac{7}{10} = \frac{21}{55}$$

ب) احتمال این که تمام لامپ‌ها سالم باشند را به دست می‌آوریم:

و با استفاده از احتمال متمم داریم:

$$1 - \frac{21}{55} = \frac{34}{55}$$

احتمال این که حداقل یک لامپ معیوب باشد

الف) با توجه به این که پیشامدهای پاسخ دادن به هر سؤال مستقل از سؤال‌های دیگر است، داریم:

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \frac{1}{5^5}$$

ب) برای پنج سؤال اول که پاسخ صحیح داده باشد، داریم: $\left(\frac{1}{5}\right)^5 = \frac{1}{5^5}$

و برای پنج سؤال دوم داریم: $\left(\frac{4}{5}\right)^5$

$$\frac{1}{5^5} \times \frac{4^5}{5^5} = \frac{4^5}{5^{10}} = \frac{\binom{2}{2}^5}{5^{10}} = \frac{2^{10}}{5^{10}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{10}$$

پ) در این جا انتخاب پنج سؤال از بین ده سؤال را داریم و با توجه به قسمت ب داریم: $\binom{5}{10} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{10}$

$$P(B \cap A') = P(B) \times P(A')$$

$$P(B \cap A') = P(A - B) = P(B) - P(B \cap A) \xrightarrow{\text{با توجه به مستقل بودن A و B}}$$

$$P(B) - P(A) \times P(B) = P(B)(1 - P(A)) = P(B) \times P(A')$$

ب) راه حل اول:

$$P(A' \cap B') = P(A' - B) = P(A') - P(A' \cap B) \xrightarrow{\text{با توجه به قسمت الف}}$$

$$P(A') - P(A') \times P(B) = P(A')(1 - P(B)) = P(A') \times P(B')$$

راه حل دوم: بدون استفاده از قسمت الف

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$$

$$= \underbrace{1 - P(A)}_{P(A')} - P(B) + P(A \cap B) \xrightarrow{\text{با توجه به مستقل بودن A و B}}$$

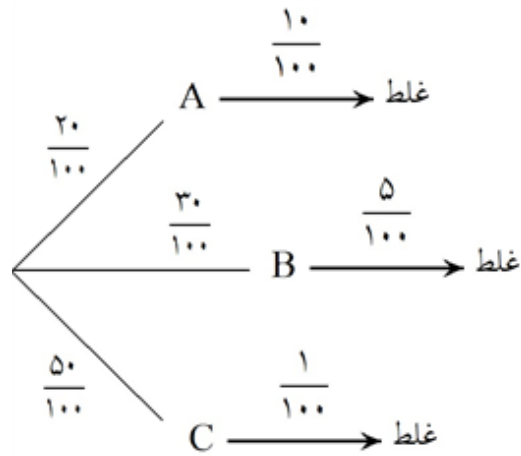
$$1 - P(A) - P(B) + P(A) \times P(B) = P(A') - P(B)(1 - P(A)) = P(A') - P(B) \times P(A')$$

$$= P(A')(1 - P(B)) = P(A') \times P(B')$$

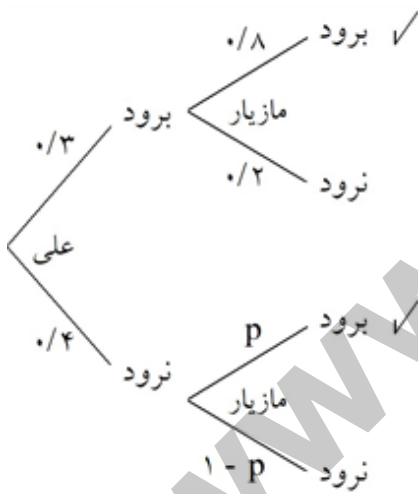
کارت

$\frac{1}{4} \rightarrow$ ۱ → سکه ۱
 $\frac{1}{4} \rightarrow$ ۲ → سکه ۲ $\Rightarrow \begin{cases} n(S) = 2^2 (,) \\ n(A) = \binom{2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow p(A) = \frac{1}{4}$
 هر دو رو باشد
 $\frac{1}{4} \rightarrow$ ۳ → سکه ۳ $\Rightarrow \begin{cases} n(S) = 2^3 (, ,) \\ n(A) = 2 \text{ تارو} = \binom{3}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow p(A) = \frac{3}{8}$
 $\frac{1}{4} \rightarrow$ ۴ → سکه ۴ $\Rightarrow \begin{cases} n(S) = 2^4 (, , ,) \\ n(A) = 2 \text{ تارو} = \binom{4}{2} = 6 \end{cases} \Rightarrow p(A) = \frac{6}{16}$

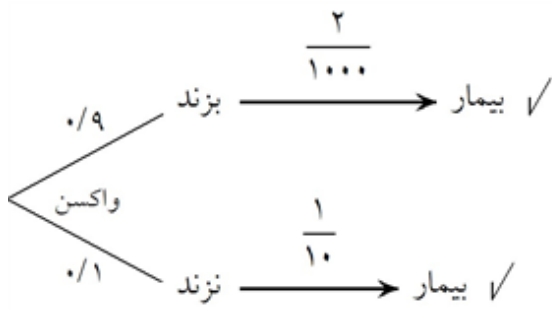
$$p(\text{بیاید } 3 \mid \text{تارو } 2) = \frac{p(\text{بیاید } 3 \cap \text{تارو } 2)}{p(\text{تارو } 2)} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{3}{8}}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \times \frac{6}{16}} = \frac{\frac{3}{32}}{\frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{6}{16}} = \frac{3}{16} = \frac{3}{8}$$



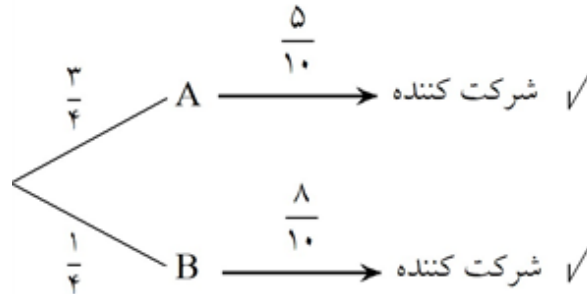
$$p(A|\text{غلط}) = \frac{P(A \cap \text{غلط})}{p(\text{غلط})} = \frac{\frac{20}{100} \times \frac{10}{100}}{\frac{20}{100} \times \frac{10}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{50}{100} \times \frac{1}{100}} = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$$



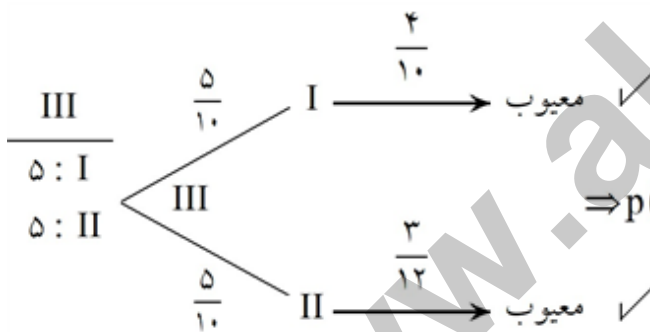
$$p(\text{مازیار برود}) = 0.4 \Rightarrow 0.3 \times 0.8 + 0.4 \times p = 0.4 \Rightarrow 0.4p = 0.12 \Rightarrow p = 0.3 \Rightarrow 1 - p = 0.7$$



$$\Rightarrow p(\text{بیمار}) = \frac{9}{20} \times \frac{2}{1000} + \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{118}{10000} = 0.0118$$

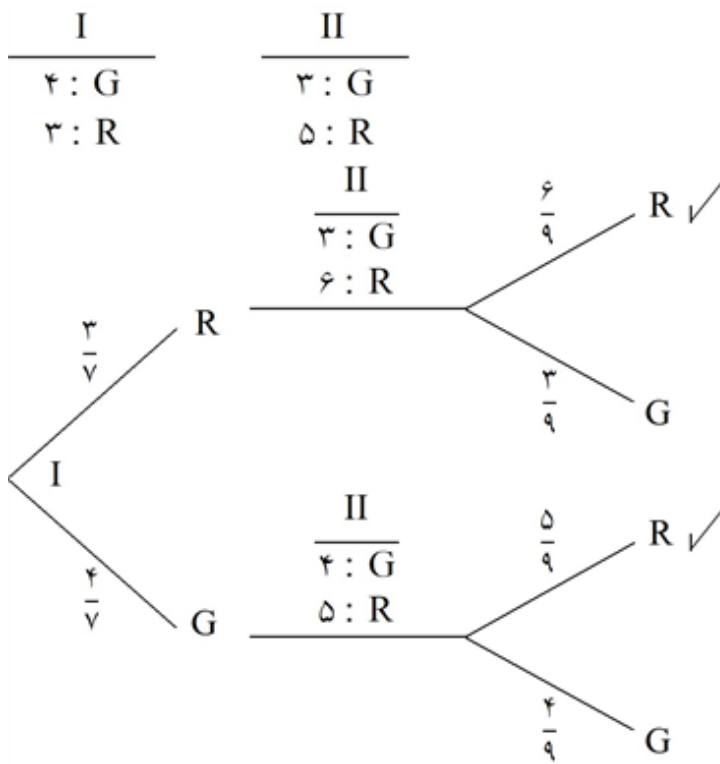


$$p(A | \text{شرکت کننده}) = \frac{p(A \cap \text{شرکت کننده})}{p(\text{شرکت کننده})} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{5}{10}}{\frac{3}{4} \times \frac{5}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{8}{10}} = \frac{15}{23}$$



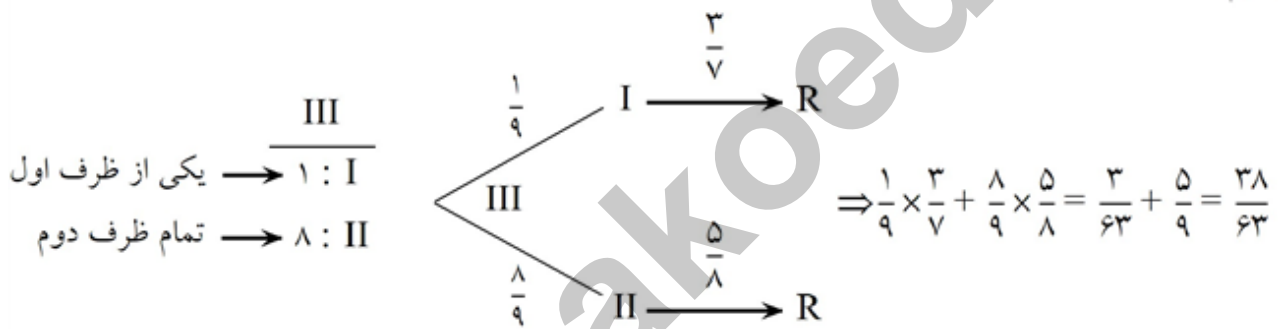
$$\Rightarrow p(\text{معیوب}) = \frac{5}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{5}{10} \times \frac{3}{12} = \frac{5}{10} \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4} \right) = \frac{13}{40}$$

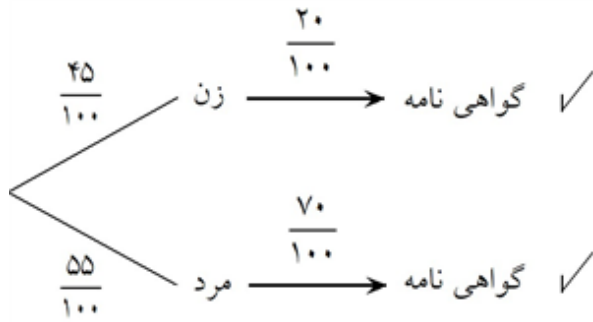
$$P(A \cap B) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{100} + \frac{4}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{30}{1000} + \frac{4}{1000} = 0.034$$



$$\Rightarrow p(R) = \frac{3}{7} \times \frac{6}{9} + \frac{4}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{38}{63}$$

روش دوم:





$$\Rightarrow \frac{45}{100} \times \frac{20}{100} + \frac{55}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{90 + 385}{1000} = \frac{475}{1000} = 0.475$$

می‌دانیم: $p(a) + p(b) + p(c) + p(d) + p(e) = 1 \Rightarrow \frac{2}{7} + \frac{11}{35} + p(e) = 1 \Rightarrow p(e) = 1 - \frac{21}{35} = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$ ۱۷

$$p(A) = p(\{a, b\}) = p(a) + p(b) = \frac{2}{7}$$

$$p(B) = p(\{a, b, c, d\}) = p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = \frac{3}{5} \Rightarrow p(c) + p(d) = \frac{3}{5} - \frac{2}{7} = \frac{11}{35}$$

$$p(C') = p(\{a, b, e\}') = p(\{d, c\}) = p(c) + p(d) = \frac{11}{35}$$

می‌دانیم: $p(1) + \dots + p(6) = 1$

$$p(1) = 1 \times k, p(2) = 2 \times k, \dots, p(6) = 6 \times k$$

$$\Rightarrow k + 2k + \dots + 6k = 1 \Rightarrow 21k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{21}$$

$$\text{کمتر از ۴: } p(1) + p(2) + p(3) = 6k = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

می‌دانیم اگر $A \times B = B \times A$ باشد، خواهیم داشت $A = B$ ، بنابراین $\{x+1, 4, -2\} = \{y+2, 5, z\}$ ۱۹

واضح است که ۵ فقط می‌تواند با $x+1$ برابر باشد، لذا $x = 4$ است. اما در دو مورد دیگر دو حالت داریم:

$$[(y+2) \wedge (z = -2)] \vee [(y+2 = -2) \wedge (z = 4)] \Rightarrow [(y = -2) \wedge (z = -2)] \vee [(y = -4) \wedge (z = 4)]$$

$$\Rightarrow y + z = 0 \Rightarrow x + y + z = 4$$

$$\text{الف) } (A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow (A \cup A') \subseteq X \Rightarrow U \subseteq X$$

از طرفی می‌دانیم همواره $X \subseteq U$ ، بنابراین $X = U$ است.

$$\text{ب) } (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap \overbrace{(B' \cup B)}^{\emptyset} = A$$

$$\text{پ) } (A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C) = (A \cap C') \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap (C' \cap C') \\ = (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$$

$$\text{ت) } (A \cup B) - (A \cap B) = (A \cup B) \cap (A \cap B)' = (A \cup B) \cap (A' \cap B') \\ = [(A \cup B) \cap A'] \cup [(A \cup B) \cap B']$$

$$= [\overbrace{(A \cap A')}^{\emptyset} \cup \overbrace{(B \cap A')}^{B-A}] \cup [\overbrace{(A \cap B')}^{A-B} \cup \overbrace{(B \cap B')}^{\emptyset}] \\ = (B-A) \cup (B-A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$\text{ث) } (A \cup B) \cap (A \cap B)' = \emptyset$$

$$\text{ج) } B = B \cap (A \cup B) \xrightarrow{A \cup B = A \cup C} B \cap (A \cup C)$$

$$= (B \cap A) \cup (B \cap C) \xrightarrow{A \cap B = A \cap C} (A \cap C) \cup (B \cap C) = C \cap (A \cup B)$$

$$\xrightarrow{A \cup B = A \cup C} C \cap (A \cup C) = C$$

$$\text{الف) } (A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) \Rightarrow$$

$$(B \cap A') \cup \overbrace{[(B \cap A) \cap B'] \cap (B \cup A)}^{B \cap A} = (B - A) \cup (B \cup A)$$

$$\xrightarrow{(B - A) \subseteq (B \cup A)} = (B \cup A)$$

$$\text{ب) } (A \cup B) - B \Rightarrow (A \cup B) \cap B' = \overbrace{(A \cap B')}^{A-B} \cup \overbrace{(B \cap B')}^{\emptyset} = (A - B) \\ = (B \cap A') \cup (B \cap A) = B \cap (A' \cup A) = B$$

$$\text{پ) } [(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = \overbrace{[(A \cap A')] \cup (B \cap A')}^{\emptyset} \cup (A \cap B) \\ = (B \cap A) \cup (A \cap B) = B \cap \overbrace{(A \cup A)}^U = B$$

الف) $\forall x; x \in (B - A) \Rightarrow x \in B \wedge x \notin A \Rightarrow x \in B \Rightarrow B - A \subseteq B$ (۱)

۲۲

$\forall x; x \in B \xrightarrow{A \cap B = \emptyset} x \in B \wedge x \notin A \Rightarrow x \in B - A \Rightarrow B \subseteq B - A$ (۲)

$B - A = B$

از ۱ و ۲ داریم:

ب) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow x \in B \Rightarrow x \notin A \Rightarrow x \in A' \Rightarrow B \subseteq A'$

الف) $\forall x; [x \in A \cap C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \xrightarrow{A \subseteq B, C \subseteq D} \begin{cases} x \in D \\ x \in B \end{cases} \Rightarrow (A \cap C) \subseteq B \cap D$ (۲۳)

ب) $\forall x; [x \in A \cap C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \xrightarrow{A \subseteq B, C \subseteq D} \begin{cases} x \in B \\ x \in D \end{cases} \Rightarrow x \in B \cap D$

$B \cap D \subseteq B \cup D \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cup D$ از طرفی می‌دانیم

الف) $\forall x; [x \in A \cup C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \text{ یا } \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \in C \end{cases} \text{ یا } \Rightarrow x \in B \cup C$ (۲۴)

ب) $\forall x; [x \in A \cap C] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \text{ و } \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ x \in C \end{cases} \text{ و } \Rightarrow x \in C \cap B \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap C$

$\forall x; [x \in (A - B)] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in A \Rightarrow A - B \subseteq A$ (۲۵)

$2^x - 384 = 2^{x-2} \Rightarrow 2^x - 384 = 2^x \div 2^2 \Rightarrow 2^x - 284 = 2^x \div 4$ (۲۶)

$2^x - \frac{2^x}{4} = 384 \Rightarrow 2^x \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 384 \Rightarrow 2^x = 384 \times \frac{4}{3} = 512 = 2^9 \Rightarrow x = 9$

الف) $A = \{1, 2\}, B = \{\{1, 2\}, 1\}, C = \{\{\{1, 2\}, 1\}, 3\}$ (۲۷)

ب) $A = \{1\}, B = \{\{1\}, 2\}, C = \{\{\{1\}, 2\}, \{1\}, 4, 5\}$

پ) $A = \{4\}, B = \{4, 5, 6\}$

الف) $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$ - نادرست (۲۸)

ب) $\exists n \in \mathbb{N}; (2^{2n} + 1) \notin \mathbb{P}$ - درست

پ) $\exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \geq -2$ - نادرست

ت) $\forall y \in \mathbb{R}; \frac{y-3}{5} \neq 0$ - درست

$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$

از عکس نقیض کمک می‌گیریم: (۲۹)

n مضرب ۳: $\begin{cases} n = 3q + 1 \Rightarrow n^2 = 9q^2 + 6q + 1 = \text{مضرب ۳ نیست} \\ n = 3q + 2 \Rightarrow n^2 = 9q^2 + 12q + 4 = \text{مضرب ۳ نیست} \end{cases} \Rightarrow$ پس گزاره درست است.

p	p	$p \Rightarrow p$
د	د	د
ن	د	د
د	ن	ن
ن	ن	ن

$$p \Rightarrow p \equiv T \text{ (الف)}$$

p	f	$p \vee f$
د	د	$\text{د} \equiv p$
ن	د	د
د	ن	$\text{د} \equiv p$
ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

$$p \vee F \equiv p \text{ (ب)}$$

p	T	$p \wedge T$
د	د	$\text{د} \equiv p$
ن	د	$\text{ن} \equiv p$
د	ن	ن
ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

$$p \wedge T \equiv p \text{ (پ)}$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim(p \Rightarrow q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q \text{ (ت)}$$

p	q	$q \vee p$	$p \wedge (q \vee p)$
د	د	د	د
ن	د	د	ن
د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

$$p \wedge (q \vee p) \equiv p \text{ (ث)}$$

p	q	$q \wedge p$	$p \vee (q \wedge p)$
د	د	د	$\text{د} \equiv p$
د	ن	ن	$\text{د} \equiv p$
ن	د	ن	$\text{ن} \equiv p$
ن	ن	ن	$\text{ن} \equiv p$

$$p \vee (q \wedge p) \equiv p \text{ (ج)}$$

p	q	r	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن
د	ن	د	د	د	ن	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	ن	د	ن
ن	ن	د	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	ن	د

د	ن	د	د	ن	د
---	---	---	---	---	---

ن	د	د	ارزش $(p \wedge q)$	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش q	ارزش p	گزاره q	گزاره p	۳۱
ن	ن	ن	د	د	د	د	عدد ۳ فرد است	عدد ۲ زوج است.	
ن	د	ن	ن	ن	ن	د	$1 \neq 2$	شهریور ۳۱ روز دارد	
د	ن	ن	ن	د	ن	د	عدد ۵ مضرب ۲ است	$2 \in \{1, 2\}$	
د	د	ن	ن	د	د	ن	عدد ۷ اول است	$3 > 5$	

			{۶, ۱۱, ۱۶, ۲۱, ...}	(ب)	{۱, ۴, ۹, ۱۶, ...}	(الف)	{۰}	(ت)	{..., -۴, -۳, -۲}	(پ)	۳۲
p	q	p =									

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad \text{اگر دو عدد نامنفی باشند حکم چنین خواهد بود (۰/۵)}$$

گزاره همیشه درست

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab}}_{(۰/۲۵)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}_{(۰/۲۵)} \geq 0$$

الف) $F \vee T \equiv T$

ب) $F \wedge T \equiv F$

پ) $T \Rightarrow F \equiv \sim T \vee F \equiv F \vee F \equiv F$ ۳۴

ت) $T \Rightarrow T \equiv T$

$$p \Rightarrow q \xrightarrow{\text{عکس نقیض}} \sim q \Rightarrow \sim p$$

۳۵

اگر a زوج نباشد آنگاه a^2 زوج نیست.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

۳۶

عدد ۷ مربع کامل نیست یا عدد ۶ اول است.

الف) $p \vee T \equiv T$ ۳۷

p	T	$p \vee T$
د	د	د
ن	د	د

ب) $\sim p \vee p \equiv T$

p	$\sim p$	$\sim p \vee p$
د	ن	د
ن	د	د

الف) $p \wedge T \equiv p$ ۳۸

p	T	$p \wedge T$
د	د	د
ن	د	ن

ب) $\sim p \wedge p \equiv F$

p	$\sim p$	$\sim p \wedge p$
د	ن	ن
ن	د	ن

$p \quad q \quad q \wedge p \quad q \vee p \quad (q \wedge p) \vee (q \vee p)$ ۳۹

p	q	$q \wedge p$	$q \vee p$	$(q \wedge p) \vee (q \vee p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	ن

ستون ارزشی یکسان است.

الف) $T \vee T \equiv T$

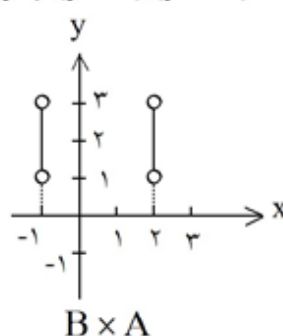
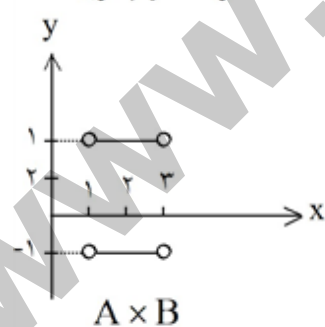
پ) $T \wedge F \equiv F$

ب) $\sim(F) \vee F \equiv T \vee F \equiv T$ ۴۰

ت) $\sim(F) \wedge T \equiv T \wedge T \equiv T$

$A = \{x \mid -2 < 3x - 5 < 4\} = \{x \mid 3 < 3x < 9\} = \{x \mid 1 < x < 3\} = (1, 3)$ ۴۱

$B = \{y \mid y^2 - y - 2 = 0\} = \{y \mid (y - 2)(y + 1) = 0\} = \{-1, 2\}$



$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 + 0.7 - 0.8 \times 0.7 = 0.94$ (الف) ۴۲

$P(A - B) + P(B - A) = P(A \cap B') + P(B \cap A') = 0.8 \times 0.3 + 0.7 \times 0.2 = 0.38$ (ب)

A بیماری ۴۳

B درمان

$P(A) = 0.4, P(A \cap B) = 0.2$

$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.2}{0.4} = \frac{1}{2}$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20} \quad (0/5) \quad 44$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \quad (0/5)$$

$$N = 10$$

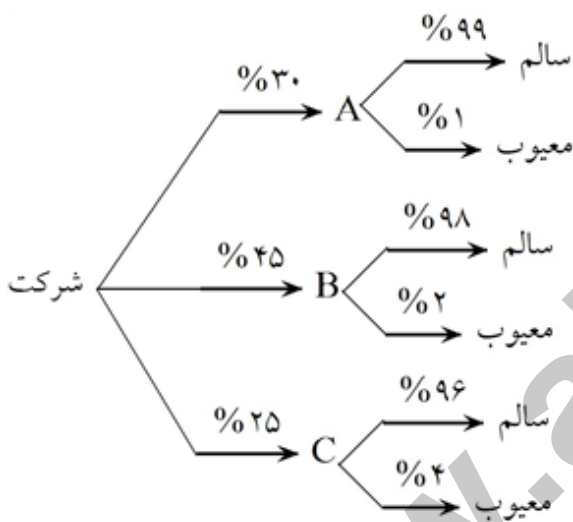
$$P(\text{درست}) = \frac{1}{4}, P(\text{غلط}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\underbrace{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{4}}_{10 \text{ تا}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$$

الف) به همه پاسخ درست دهد.

$$\binom{10}{5} \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^5$$

ب)



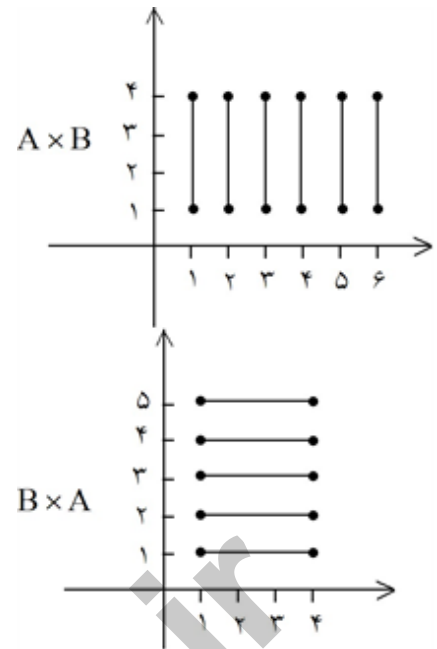
$$P(\text{سالم}) = \frac{30}{100} \times \frac{99}{100} + \frac{45}{100} \times \frac{98}{100} + \frac{25}{100} \times \frac{96}{100}$$

$$= \frac{2970 + 4410 + 2400}{10000} = \frac{9780}{10000} = 0.978$$

$$\text{الف) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad 47$$

$$= \frac{2}{5} + \left(1 - \frac{3}{7}\right) - \frac{1}{5} = \frac{2}{5} + \frac{4}{7} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{4}{7} = \frac{27}{35}$$

$$\text{ب) } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$



$$(A \cap B) \leq A \Rightarrow A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \leq (A \cup B) \Rightarrow A \cap (A \cup B) = A$$

p	$\sim p$	$\sim p \vee p$
د	ن	د
ن	د	د

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	د	ن

$$S : ۵۰۰ \text{ تا } ۱ \text{ مجموعه اعداد} \Rightarrow n(S) = ۵۰۰$$

$$A : \text{پیشامد آن که عدد بر ۳ بخش پذیر باشد} \Rightarrow n(A) = \left[\frac{۵۰۰}{۳} \right] = ۱۶۶ \Rightarrow P(A) = \frac{۱۶۶}{۵۰۰}$$

$$A \cap B : \text{پیشامد آن که عدد بر ۲۱ بخش پذیر باشد} \Rightarrow n(A \cap B) = \left[\frac{۵۰۰}{۲۱} \right] = ۲۳ \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۲۳}{۵۰۰}$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{۱۶۶}{۵۰۰} - \frac{۲۳}{۵۰۰} = \frac{۱۴۳}{۵۰۰}$$

$$P(A) = ۳P(B) \Rightarrow P(A) = \frac{۳}{۴}P(B) = \frac{۱}{۴}$$

$$P = \frac{\frac{۳}{۴} \times ۰/۵}{\frac{۳}{۴} \times ۰/۵ + \frac{۱}{۴} \times ۰/۸} = \frac{۱۵}{۲۳}$$

$$(A \cup B) \cap B' = (A \cap B') \cup (B \cap B') = (A \cap B') \cup \emptyset = A \cap B' = A - B \quad (53)$$

الف) غلط \wedge درست = غلط (54)

ب) درست \vee غلط = درست

پ) غلط \vee غلط = غلط

ت) $f \Leftrightarrow f \equiv t$

$B = \{(1, 5), (5, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5)\}$ هر دو عدد متوالی باشد (55)

$A \Rightarrow A \cap B = \{(4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{11}$$

$B = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$ هر دو عدد زوج باشد (56)

$A \Rightarrow A \cap B = \{(2, 6), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{5}{9}$$

$B = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$ مجموع 7 باشد (57)

$A \Rightarrow A \cap B = \{(1, 6), (6, 1), (3, 4), (4, 3)\}$

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4} \quad \text{الف) (58)}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4+3-1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \quad \text{ب)}$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{6-1}{12} = \frac{5}{12} \quad \text{ج)}$$

$A = \{4\} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$ تاس مضرب 4 باشد (59)

$P = \{\text{پشت}\} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2}$ سکه پشت بیاید

هر دو پیشامد مستقل هستند بنابراین داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

۶۰ الف)

$P(A) = 0/5$ علی در کنکور انسانی قبول شود
 $P(B) = 0/6$ رضا در کنکور تجربی قبول شود
 $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0/5 \times 0/6 = 0/3$

ب)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/6 - 0/3 = 0/8$$

A : پیشامد رو شدن عدد فرد در پرتاب تاس :

B : پیشامد پشت آمدن سکه :

مشخص است که وقوع پیشامد B بر P(A) تأثیر نمی‌گذارد بنابراین پیشامدهای A و B مستقل هستند و داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۶۱

الف- یک گزاره نادرست است.

ب- گزاره نیست چون خبری را بیان نمی‌کند.

ج- یک گزاره است، ولی ممکن است درستی یا نادرستی آن بر ما معلوم نباشد.

۶۲

p	q	r	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	د	د	د
ن	ن	ن	د	د	د	د

گزاره‌های $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ و $q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ هم‌ارز منطقی هستند، زیرا ارزش دو ستون آن‌ها یکسان است.
 $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

(۶۴) ۱) درست است، زیرا به ازای $x = 0$ زیر رادیکال برابر صفر شده و متعلق به اعداد صحیح است، پس مجموعه جواب آن ناتهی است.

$$\sim (\exists x \in \mathbb{R} : \sqrt{-x} \in \mathbb{Z}) \equiv \forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{-x} \notin \mathbb{Z}$$

(۲) درست است، زیرا به ازای $n \geq 10$ نامساوی برقرار می‌شود.

$$n = 10 \Rightarrow (2^{10} = 1024 > 1000)$$

$$\sim (\exists n \in \mathbb{N} : 2^n > 1000) \equiv \forall n \in \mathbb{N} : 2^n \not> 1000 \equiv \forall n \in \mathbb{N} : 2^n \leq 1000$$

۶۵) (آ) حاصل ضرب هر سه عدد متوالی طبیعی مضرب ۳ است. ارزش این گزاره درست است، زیرا از هر سه عدد طبیعی متوالی، یکی مضرب ۳ است.

(ب) به ازای هر عدد اول، دو برابر آن به اضافه‌ی یک از ۵ بزرگ‌تر است.

$$y = 2 \Rightarrow 2(2) + 1 = 5 \neq 5$$

ارزش این گزاره نادرست است، زیرا به ازای $y = 2$ نامساوی نادرست است.

(پ) وجود دارد عددی طبیعی که مجموع آن عدد با مربعش کوچک‌تر از ۳ باشد. ارزش این گزاره درست است، زیرا $n = 1$ وجود دارد که به ازای آن نامساوی برقرار است.

$$n = 1 \Rightarrow 1^2 + 1 = 2 < 3$$

$$\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 = x$$

۶۶) (۱) ارزش این گزاره درست است.

زیرا به ازای $x = 1$ و $x = 0$ تساوی برقرار می‌شود.

$$\exists a \in \mathbb{N} : -2a + 1 > 0$$

(۲) ارزش این گزاره نادرست است.

زیرا هیچ عدد طبیعی وجود ندارد که این نامساوی به ازای آن درست باشد.

$$\exists x \in \mathbb{R} : x \notin \mathbb{Q}$$

(۳) ارزش این گزاره درست است.

زیرا عضوی از اعداد حقیقی وجود دارد که در اعداد گویا نیست، مانند $x = \sqrt{2}$

۶۷) (آ) ارزش این گزاره سوری درست است، زیرا عضوی از دامنه متغیر وجود دارد که به ازای آن ارزش گزاره‌نما درست

$$x = 1 \Rightarrow \sqrt{1^2 + 3} = \sqrt{4} = 2$$

است.

(ب) ارزش این گزاره سوری نادرست است، زیرا هیچ عضوی از دامنه متغیر وجود ندارد که ارزش گزاره‌نما به ازای آن درست شود.

$$A = \{-2, -1, 0, 1\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{-2-1}{2} = \frac{-3}{2} \neq 1 \\ \frac{-1-1}{2} = \frac{-2}{2} \neq 1 \\ \frac{0-1}{2} = \frac{-1}{2} \neq 1 \\ \frac{1-1}{2} = 0 \neq 1 \end{array} \right.$$

۶۸) (۱) نادرست است، زیرا مجموعه جواب گزاره‌نما مجموعه‌ی تهی است.

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$$

معادله جواب حقیقی ندارد.

(۲) نادرست است، زیرا $x = 2$ عددی اول است ولی $2 \neq 2k + 1$

$$x^5 + 1 = 0 \Rightarrow x^5 = -1 \Rightarrow x = -1$$

(۳) درست است.

زیرا یک عدد صحیح وجود دارد که در معادله صدق می‌کند.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim(p \Rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	د	ن



گزاره‌های $\sim(p \Rightarrow q)$ و $p \wedge \sim q$ هم‌ارز منطقی هستند، زیرا ارزش دو ستون آن‌ها یکسان است.

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

(ب)

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$\sim(p \Leftrightarrow q)$	$\sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$	$\sim q$	$p \Leftrightarrow \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د	د
ن	د	ن	د	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د	ن	د	ن



گزاره‌های $\sim(p \Leftrightarrow q)$ ، $\sim p \Leftrightarrow q$ و $p \Leftrightarrow \sim q$ هم‌ارز منطقی هستند. زیرا ارزش ستون آن‌ها یکسان است.

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \vee p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	د
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن	د

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv T$$

در نتیجه:

- (۱) گزاره‌ی «اگر عددی مثبت باشد، آن‌گاه مربع آن مثبت است»، همواره درست است. پس کلمه‌ی «لازم» در جای خالی قرار می‌گیرد.
- (۲) گزاره‌ی دو شرطی $(a = 0 \vee b = 0) \Leftrightarrow ab = 0$ درست است (زیرا از هر یک دیگری را می‌توانیم نتیجه بگیریم). لذا در جای خالی عبارت «لازم و کافی» قرار می‌گیرد.
- (۳) «اگر عددی زوج باشد، مربع عدد نیز زوج است و برعکس». بنابراین این گزاره یک ترکیب دوشروطی همیشه درست است. پس عبارت «لازم و کافی» در جای خالی قرار می‌گیرد.

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge (p \wedge q)$
د	د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن

$$\sim p \wedge (p \wedge q) \equiv F$$

در نتیجه:

پس ارزش منطقی $\sim p \wedge (p \wedge q)$ همواره نادرست است.
(ب)

p	q	$p \vee q$	$\sim [p \vee q]$	$p \wedge \sim [p \vee q]$
د	د	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	ن

$$p \wedge \sim (p \vee q) \equiv F$$

در نتیجه:

پس ارزش منطقی $p \wedge \sim (p \vee q)$ همواره نادرست است.

(آ) نادرست است، زیرا $x = 2$ یک مثال نقض برای آن است. $\left(\frac{3}{2} \neq 2\right)$

$$\sim \left(\forall x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} \geq 2 \right) \equiv \exists x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} \neq 2 \equiv \exists x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} < 2$$

(ب) درست است، زیرا اتحاد مزدوج می‌باشد و به ازای هر عدد حقیقی برقرار است.

$$\sim \left(\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \right)$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \neq (x-1)(x+1)$$

(پ) نادرست است، زیرا به ازای $x = -2$ مخرج کسر صفر شده و عبارت تعریف نشده است.

$$\sim \left(\forall x \in \mathbb{Z} : \frac{4-x^2}{2+x} = 2-x \right) \equiv \exists x \in \mathbb{Z} : \frac{4-x^2}{2+x} \neq 2-x$$

۷۴

(آ) چون حاصل ضرب هر دو عدد طبیعی متوالی زوج است، بنابراین برای هر عضو از دامنه‌ی متغیر (N)، گزاره‌ها به گزاره‌ای درست تبدیل می‌شود، پس این عبارت درست است.

(ب) نادرست است، زیرا به عنوان مثال اگر $x = \frac{\pi}{4}$ باشد، گزاره‌ها به گزاره‌ای نادرست تبدیل می‌شود.

$$\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \neq 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \neq 1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{2} \neq 1 \Rightarrow \sqrt{2} \neq 1$$

(پ) درست است، زیرا دو عدد صحیح $\{0, -3\}$ وجود دارند که در معادله صدق می‌کنند، پس مجموعه جواب گزاره‌ها ناتهی است.

$$x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

۷۵

(آ) درست است، زیرا تمام متغیرهای گسسته به صورت کمی گسسته می‌باشند.

(ب) نادرست است، زیرا متغیرهای کمی به دو شاخه‌ی پیوسته و گسسته تقسیم می‌شوند، پس متغیر می‌تواند کمی پیوسته باشد، مانند زمان مطالعه.

(پ) نادرست است، زیرا هیچ متغیر گسسته‌ای یک متغیر کیفی نیست، پس مجموعه جواب تهی است.

(ت) درست است، زیرا حداقل یک متغیر کمی گسسته مانند تعداد دانش‌آموزان یک کلاس داریم. پس حداقل یک متغیر کمی گسسته وجود دارد و این گزاره درست می‌باشد.

۷۶

قانون ادخال فاصل: $(p \Rightarrow p \vee q \equiv T)$

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow p \vee q$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	د
ن	ن	ن	د

قانون حذف عاطف: $(p \wedge q \Rightarrow q) \equiv T$ یا $(p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T$

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow p$	$p \wedge q \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	د	د

۷۷

(آ) در این گزاره‌ی شرطی ارزش مقدم و تالی درست است، پس ارزش گزاره‌ی شرطی نیز درست است.

نقیض گزاره: « a عددی فرد است و a^2 عددی فرد نیست.»

(ب) در این گزاره‌ی دو شرطی ارزش گزاره‌ی « π عددی گویا است.» و گزاره‌ی « $\pi = 3/14$ » نادرست است، پس ارزش گزاره‌ی دو شرطی درست است.

نقیض گزاره: « π عددی گویا نیست، اگر و تنها اگر $\pi = 3/14$ باشد.» یا « π عددی گویا است، اگر و تنها اگر $\pi \neq 3/14$ باشد.»

(پ) در این گزاره‌ی شرطی ارزش مقدم و درست تالی نادرست است. بنابراین ارزش گزاره‌ی شرطی نادرست است. نقیض گزاره: «دو مثلث دارای مساحت‌های برابر می‌باشند و دو مثلث هم‌نهشت نیستند.»

۷۸

(آ) «هر نقطه‌ای از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله می‌باشد اگر و تنها اگر روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار داشته باشد»، یک ترکیب دو شرطی است (یعنی از هر کدام دیگری را می‌توانیم نتیجه بگیریم). پس عبارت «لازم و کافی» در جای خالی قرار می‌گیرد.

(ب) گزاره‌ی « $ab = 0 \Rightarrow (a = 0 \wedge b = 0)$ » درست است. بنابراین در جای خالی کلمه‌ی «کافی» قرار می‌گیرد.

گزاره‌ی p	گزاره‌ی q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \vee q$	ارزش $p \wedge q$
مهر اولین ماه فصل پاییز است.	تهران پایتخت ایران است.	د	د	د	د
۵ عددی اول است.	۵ عددی اول نیست.	د	ن	د	ن
۲ عددی زوج نیست	۴ مربع کامل است.	ن	د	د	ن
۳ عددی زوج است.	$2 + 3 = 8$	ن	ن	ن	ن

۷۹

مثال صفحه ۱۱۲

۸۰

$$P(V) = 0/24, P(H) = 0/33 \text{ (} 0/25 \text{)}, P(V \cup H) = 0/29 \text{ (} 0/25 \text{)}$$

$$P(V \cup H) = P(V) + P(H) - P(V \cap H) \text{ (} 0/25 \text{)}$$

$$0/29 = 0/24 + 0/33 - P(V \cap H) \Rightarrow P(V \cap H) = 0/28 \text{ (} 0/25 \text{)}$$

$$A - (A \cap B) = \underbrace{A \cap (A \cap B)'}_{(0/25)} = \underbrace{A \cap (A' \cap B)'}_{(0/25)} = \underbrace{((A \cap A') \cup (A \cap B'))}_{(0/25)}$$

۸۱

$$= \underbrace{\emptyset}_{(0/25)} \cup \underbrace{(A - B)}_{(0/25)} = \underbrace{A - B}_{(0/25)}$$

تمرین ۱۰ صفحه ۵۶

$$P(1) = P(2) = P(6) = a \quad (0/25) \\ P(2) = P(3) = P(5) = 2a \quad (0/25), \quad P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \quad (0/25)$$

$$a + 2a + 2a + a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} \quad (0/25) \Rightarrow P(A) = P(2) + P(5) + P(6) = \frac{4}{9} \quad (0/25)$$

$$A = \{2, 5, 6\} \quad (0/25)$$

صفحه ۹۸

$$n(S) = \binom{7}{2} \quad (0/25), \quad n(A) = \binom{4}{0} \binom{3}{2} + \binom{4}{1} \binom{3}{1} \quad (1) \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{21} \quad (0/25)$$

صفحه ۸۵

$$A - (A \cap B) = \underbrace{A \cap (A \cap B)'}_{(0/25)} = \underbrace{A \cap (A' \cup B')}_{(0/25)} = \underbrace{(A \cap A') \cup (A \cap B')}_{(0/25)}$$

تعریف تفاضل قانون دمگان توزیع پذیری

$$= \phi \cup (A - B) = A - B \quad (0/25)$$

صفحه ۵۵

صفحه ۱۲۰ A: ۳ بخش پذیر بودن و B: ۵ بخش پذیر بودن

$$P(A) = \frac{\binom{40}{3}}{40} = \frac{13}{40} \quad (0/25), \quad P(A \cap B) = \frac{\binom{40}{15}}{40} \cdot \frac{2}{40} \quad (0/25) \Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{11}{40} \quad (0/25)$$

توجه: تعداد مضارب k از ۱ تا n برابر است با: $\left[\frac{n}{k} \right]$

$$P(a) = P(c), P(b) = 2P(a) \Rightarrow P(a) = \frac{1}{4}(\cdot/25), P(b) = \frac{1}{2}(\cdot/25)$$

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1(\cdot/25)$$

$$P(a \cup b) = \underbrace{P(a) + P(b)}_{(\cdot/25)} = \frac{3}{4}(\cdot/25)$$

مثال صفحه ۹۸

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{2}(\cdot/25) + \binom{4}{2}(\cdot/25)}{\binom{11}{2}(\cdot/25)} = \frac{27}{55}$$

مثال صفحه ۸۶

$$A \Delta B = \underbrace{(A - B) \cup (B - A)}_{(\cdot/25)} = \underbrace{(A \cap B') \cup (B \cap A')}_{(\cdot/25)} = \underbrace{((A \cap B') \cup B) \cap ((A \cap B') \cup A')}_{(\cdot/25)}$$

$$= \underbrace{((A \cup B) \cap (B \cup B'))}_{U} \cap \underbrace{((A' \cup B') \cap (A \cup A'))}_{U} = \underbrace{(A \cup B) \cap (A' \cup B)}_{(\cdot/25)} = \underbrace{(A \cup B) \cap (A \cap B)}_{(\cdot/25)}$$

$$= \underbrace{(A \cup B) - (A \cap B)}_{(\cdot/25)}$$

تمرین صفحه ۵۵

الف) ۴ (۰/۲۵) : تعداد زیرمجموعه یک مجموعه n عضوی برابر ۲ⁿ می باشد.

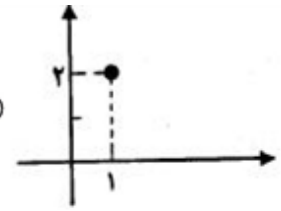
$$\begin{cases} (x+2)^2 = 0 \rightarrow x = -2 \\ y^2 - 1 = 3 \rightarrow y = \pm 2 \end{cases} \quad \text{ب) } (0/5) y = \pm 2$$

$$\text{ج) } (0/25) 20 \quad n(A \times B) = n(A) \times n(B) = 4 \times 5 = 20$$

۹۰

$$\text{الف) } A^2 = A \times A = \{(1, 1)\} \quad (0.25)$$

ب) (0.25)



$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2)\} \quad (0.5)$$

$$(A \times B) - A^2 = \{(1, 2)\} \quad (0.25)$$

$$(A - B) \cup (A \cup B)' = (A \cap B') \cup (A' \cap B') \quad (0.5) = (A \cup A') \cap B' \quad (0.25) = \quad (91)$$

$$U \cap B' \quad (0.25) = B' \quad (0.25)$$

۵ افراز (0.25) (92)

(0.25) $A = \phi$ (93)

$$\text{الف) } P(B) = 1 - p(B') \quad (0.25) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \quad (0.25) \quad (94)$$

$$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (0.25) = \frac{2}{5} + \frac{4}{7} - \frac{1}{5} = \frac{27}{35} \quad (0.25)$$

$$\text{ب) } p(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad (0.25) = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \quad (0.25)$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (0.25) = \frac{365 \times 364 \times \dots \times (365 - 10 + 1)}{365^{10}} \quad (0.25) \quad (95)$$

$$(A - B) \cup B = (A \cap B') \cup B \quad (0.25) = (A \cup B) \cap M \quad (0.25) = \quad (96)$$

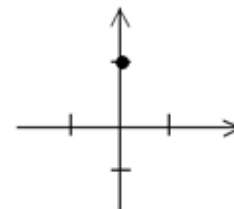
$$A \cup B \quad (0.25) = A$$

(0.25) چون $B \subseteq A$ در نتیجه $A \cup B = A$ است. (96)

$$\text{الف) } B = \{0, 1\} \quad (0.5) \quad (97)$$

$$A^2 = \{(1, 1)\} \quad (0.25)$$

$$B \times A = \{(0, 1), (1, 1)\} \quad (0.25) \Rightarrow (B \times A) - A^2 = \{(0, 1)\} \quad (0.25)$$



(0.25) رسم نمودار (97)

(0.25) $B \neq A$ (98)

$$\left. \begin{array}{l} (A \cap B) \subseteq A \\ B \subseteq (A \cup B) \Rightarrow B \subseteq (A \cap B) \end{array} \right\} \Rightarrow B \subseteq A \quad (0.5)$$

$$(0.25) \quad A \subseteq B$$

$$(0.25) \quad A = B$$

به همین ترتیب ثابت می شود،
بنابراین:

$$A = \{0\} \quad (0.25), \quad B = \{0, -\frac{1}{2}\} \quad (0.25)$$

الف) 100

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{0, -\frac{1}{2}\} - \{0\} = \{-\frac{1}{2}\} \quad (0.25)$$

ب)

$$\text{فرض: } p(A) = 0.23, \quad p(B) = 0.24, \quad p(A \cup B) = 0.38 \quad (\text{هر مورد } 0.25)$$

$$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) \quad (0.5) = 0.23 + 0.24 - 0.38 = 0.09 \quad (0.25)$$

$$S = \{a, b, c\}$$

$$p(a) = p(b) = 2p(c) \quad (0.25)$$

$$p(a) + p(b) + p(c) = 1 \quad (0.25)$$

$$2p(c) + 2p(c) + p(c) = 1 \Rightarrow p(c) = \frac{1}{5} \quad (0.25)$$

$$p(a) = p(b) = \frac{2}{5} \quad (0.25)$$

$$p(\{b, c\}) = p(b) + p(c) \quad (0.25) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \quad (0.25)$$

$$A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)' \quad (0.25) = A \cap (A' \cup B') \quad (0.25) = (A \cap A') \cup (A \cap B') \quad (0.25)$$

$$= \phi \cup (A - B) = A - B \quad (0.25)$$

103

$$p(\text{احمد}) + p(\text{علی}) + p(\text{بهرام}) = 1 \rightarrow 6x + 2x + x = 1 \rightarrow 9x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{9}$$

104

$$p(\text{علی}) = 2p(\text{احمد}) = 2x \quad (0.25)$$

$$p(\text{بهرام}) = 3p(\text{علی}) = 6x \quad (0.25)$$

$$p(\text{احمد}) = x = \frac{1}{9} \quad (0.25)$$

$$p(\text{علی}) = \frac{2}{9} \quad (0.25)$$

$$p(\text{بهرام}) = \frac{2}{3} \quad (0.25)$$

$$n(S) = \binom{10}{5} = 252 \quad (0.5)$$

105 ۶ لیوان سالم و ۴ لیوان معیوب

$$\text{الف) } n(A) = \binom{6}{3} \times \binom{4}{2} = 120 \quad (0.25) \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{252} = \frac{10}{21} \quad (0.25)$$

$$\text{ب) } n(B) = \binom{6}{5} = 6 \quad (0.25) \Rightarrow p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{252} = \frac{1}{42} \quad (0.25)$$

۱۰۶

$$A = \{1, 2, 3\} \quad (0.25) \quad , \quad B = \left\{ \frac{1}{3}, 1, 3 \right\} \quad (0.5)$$

$$B \times A = \left\{ \left(\frac{1}{3}, 1 \right), \left(\frac{1}{3}, 2 \right), \left(\frac{1}{3}, 3 \right), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3) \right\} \quad (0.75)$$

۱۰۷

$$(A-B) \cup (B-A) \cup (A \cap B) = (A-B) \cup (A \cap B) \cup (B-A) \quad (0.25)$$

$$= (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B-A) = A \cap (B' \cup B) \cup (B-A) = \quad (0.25)$$

$$A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B \quad (0.25)$$

۱۰۸

$$S = \{1, 2, \dots, 30\} \quad (0.25) \quad , \quad A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 28, 30\} \quad (0.75)$$

$$P(A) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \quad (0.25)$$

۱۰۹

$$B = \{6, 12, 18, 24, 30\} \quad (0.5) \quad , \quad P(B) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \quad (0.25)$$

۱۱۰

$$S = \{(ق و ق) و (س و ق) و (ق و س) و (س و س)\} \quad (0.5)$$

۱۱۱

$$A = \{(س و ق) و (ق و س)\} \quad (0.5)$$

۱۱۲

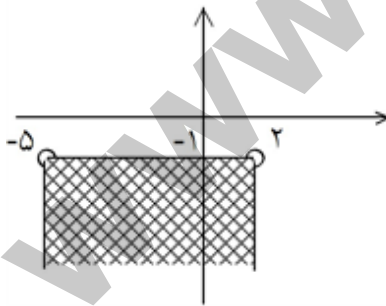
$$B = \{(ق و ق) و (س و ق) و (ق و س)\} \quad (0.5)$$

۱۱۳

$$A \cup B = \{(س و س) و (س و ق) و (ق و س) و (ق و ق)\} \quad (0.5)$$

۱۱۴

مشخص کردن قسمت A و B هر قسمت (0.25)



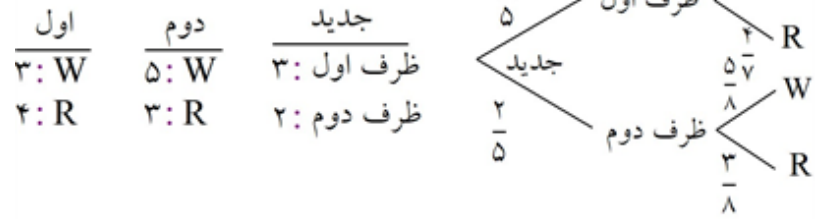
مشخص شدن محل مشترک A و B (0.25)

۱۱۵

$$[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] = \quad (0.25)$$

$$[\phi \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup \phi] = (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B \quad (0.25)$$

۱۱۶



$$: P(W) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{59}{140}$$

۱۱۷

$$P(\text{ظرف دوم} | W) = \frac{P(W, \text{ظرف دوم})}{P(W)} = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{5}{8}}{\frac{59}{140}} = \frac{140}{236}$$

۱۱۸

$$P\left(\frac{E}{\{a\}} \mid \overbrace{(\{a, c, d\})}^D\right) = \frac{P(E \cap D)}{P(D)} = \frac{P(\{a\})}{P(\{a, c, d\})} = \frac{P(a)}{P(a) + P(c) + P(d)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{5}{12}} = \frac{4}{9}$$

$\frac{5}{12}$: طبق الف

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{3}$$

۱۱۹

$$P(\overbrace{(\{a, c, d\})}^A \mid \overbrace{(\{b, c, d\})}^B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\{c, d\})}{P(\{b, c, d\})} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{8}$$

$$P(\{b, c, d\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(b) + P(c) + P(d) = \frac{2}{3} : P(c) + P(d) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

$$n(s) = 2^3 \quad (, ,) \text{ مرتب ۳ تایی}$$

$$A = \{RRP, RPP, PRP, PPP\} \rightarrow P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{PRP, PPR, RPP\} \rightarrow P(B) = \frac{3}{8}$$

$$A \cap B = \{PRP, RPP\} : P(A \cap B) = \frac{2}{8} \neq P(A) \times P(B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

↓
در پرتاب سوم پشت بیاید.

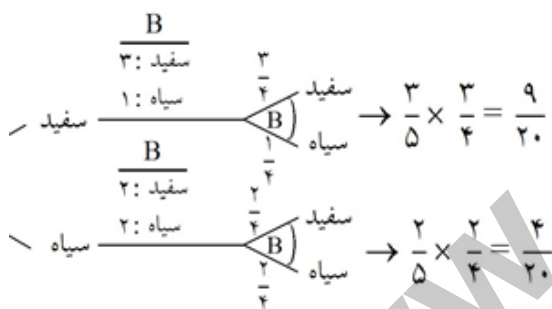
این احتمال را در دو حالت محاسبه می‌کنیم.
حالت (I) مهره‌ی اول سفید و مهره‌ی دوم سفید:

$$P(W_1 \cap W_2) = P(W_1) \times P(W_2|W_1) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

حالت (II) مهره‌ی اول سیاه و مهره‌ی دوم سفید:

$$P(B_1 \cap W_2) = P(B_1) \times P(W_2|B_1) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{20}$$

$$P(X) = \frac{9}{20} + \frac{4}{20} = \frac{13}{20}$$



روش دوم:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(B) = x \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) P(B)$$

$$\Rightarrow 0/8 = 0/2 + x - 0/2x \Rightarrow 0/8x = 0/6 \Rightarrow x = 0/75$$

دو پیشامد A و B را مستقل گوئیم هرگاه وقوع یکی از آنها در وقوع دیگری تاثیری نداشته باشد. به عبارتی:

$$P(A | B) = P(A) \quad \text{و} \quad P(B | A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A | B) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{18} = \frac{13}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \quad \text{۱۲۷}$$

احتمال قبولی در شیمی و ریاضی

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$$

$$n(s) = \binom{16}{3} = 560 \quad \text{۱۲۸}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{16}{3}} = \frac{1}{28}$$

$$n(s) = \binom{16}{3} = 560 \quad \text{۱۲۹}$$

$$P(B) = \frac{\binom{10}{2} \binom{6}{1}}{\binom{16}{3}} = \frac{27}{56}$$

اثبات از چپ به راست: ۱۳۰

$$\left. \begin{array}{l} A \subseteq A : A \cap B = A \\ B \subseteq A : A \cap B = B \end{array} \right\} \Rightarrow A = B$$

$$\left. \begin{array}{l} A \subseteq A \\ A = B \end{array} \right\} \Rightarrow A \subseteq B, B \subseteq A \quad \text{اثبات: } (A \subseteq B, B \subseteq A \text{ فرض}, A = B \text{ حکم})$$

$$\begin{aligned} [A \cap (A \cap B')] \cup [B \cap (A' \cup B')] &= [A \cap (A' \cup B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] = \\ [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A') &= (A \cap B) \cup (B \cap A') = \\ = B \cap (A \cup A') &= B \cap (A \cup A') = B \cap U = B \end{aligned} \quad \text{۱۳۱}$$

$$p(A) = p(A | B_1) p(B_1) + p(A | B_2) p(B_2)$$

$$p(A) = \frac{5}{35} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{28} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{28}$$

$$A = \text{انتخاب کالای معیوب} \quad \text{۱۳۲}$$

$$B_1 = \text{کارخانه اول}$$

$$B_2 = \text{کارخانه دوم}$$

$$p(d) = 1 - p(\{a, b\}) - p(c) \Rightarrow p(d) = \frac{11}{20} \quad \text{۱۳۳}$$

$$B_1 = \text{مهره اولی قرمز باشد}$$

$$B_2 = \text{مهره اولی سفید باشد} \quad \text{۱۳۴}$$

$$A = \text{انتخاب مهره قرمز}$$

$$P(A) = P(A | B_1) P(B_1) + P(A | B_2) P(B_2)$$

$$P(A) = \frac{6}{16} \times \frac{7}{10} + \frac{5}{16} \times \frac{3}{10} = \frac{57}{160}$$

$$A = (A - B) \cup (A \cap B) \quad (0/5) \Rightarrow P(A) = p[(A - B) \cup (A \cap B)] \quad (0/25) \quad (135)$$

(A - B) و (A ∩ B) دو پیشامد ناسازگارند زیرا:

$$(A - B) \cap (A \cap B) = (A \cap B') \cap (A \cap B) = A \cap (B \cap B') = \emptyset \quad (0/5)$$

$$P(A) = p(A - B) + P(A \cap B) \quad (0/25) \Rightarrow P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad (0/5)$$

نادرست (0/25) (136)

$$\begin{aligned} [(A - B) \cup (B - A)] \cup (A \cap B) &= [(A \cap B') \cup (B \cap A')] \cup (A \cap B) = \\ (A \cap B') \cup [(B \cap (A \cup A'))] &= (A \cap B') \cup B = (A \cup B) \cap (B \cup B') = (A \cup B) \end{aligned}$$

(0/5) (0/25) (0/25) (0/25)

(137)

$$\text{الف) } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{1} \binom{3}{2} + \binom{3}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{16}{56} \quad (0/25) \quad (138)$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{10}{56} \quad (0/25)$$

$$S = \{1R, 2R, 3R, 4R, 5R, 6R, PRR, PRP, PPR, PPP\} \Rightarrow n(s) = 10 \quad (0/5) \quad (139)$$

$$A = \{2R, 4R, 6R\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow p(A) = \frac{3}{10} \quad (0/75)$$

$$B = \{PPR, PRP\} \Rightarrow n(B) = 2 \Rightarrow P(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad (0/75)$$

بیوسته (0/25) (140)

$$B^c - (A \times B) = \{(2, 1), (2, 2)\} \quad (0/5) \quad (141)$$

$$A \Delta B = \{-1, 2, 3\} \quad (0/5) \quad (142)$$

$$A = \{-1, 1, 3\} \quad (0/5) \quad B = \{1, 2\} \quad (0/5) \quad (143)$$

$$p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \quad (0/25)$$

$$3p(b) + p(b) + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 1 \Rightarrow p(b) = \frac{3}{32} \quad (0/25)$$

(0/25)

(0/25)

(0/25)

(0/25)

$$p(a) = \frac{9}{32} \Rightarrow p(a') = 1 - \frac{9}{32} \Rightarrow p(a') = 1 - \frac{9}{32} = \frac{23}{32}$$

$$(A \cup B) - (B \cup C) = (A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap (B' \cap C') = [(A \cup B) \cap B'] \cap C' =$$

(0/25) (0/25)

$$[(A \cap B') \cup \emptyset] \cap C' = (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C$$

(0/25) (0/25)

(145)

(0/25) (0/25)

146

$$P(A) = \frac{C(5,2) \times C(10,1)}{C(15,3)} = \frac{100}{455} = \frac{20}{91}$$

(0/25)

(0/25) (0/25) (0/25)

147

$$P(B) = \frac{C(5,1) \times C(6,1) \times C(4,1)}{C(15,3)} = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$$

148

$$A = \text{بخش پذیری بر 3} \Rightarrow P(A) = \frac{\left[\frac{100}{3} \right]}{1000} = \frac{333}{1000}$$

$$B = \text{بخش پذیری بر 5} \Rightarrow P(B) = \frac{\left[\frac{100}{5} \right]}{1000} = \frac{200}{1000}$$

(0/25)

$$P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{1000}{15} \right]}{1000} = \frac{66}{1000}$$

(0/5)

$$P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{200}{1000} - \frac{66}{1000} = \frac{134}{1000}$$

(0/5) (0/25)

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow 2x + x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

149

$$P(b) = \frac{1}{6} \quad , \quad P(a') = 1 - P(a) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(A) = \frac{\binom{6}{1} \binom{10}{2} + \binom{6}{2} \binom{10}{1} + \binom{6}{3}}{\binom{16}{3}} = \frac{440}{560} = \frac{11}{14}$$

150

(0/25) درست 151

(0/25) نادرست 152

153

حاصلضرب دو ریشه مجموع دو ریشه

$$S = 0 \quad , \quad P = -2 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 2 = 0 \Rightarrow B = \{x \mid x^2 - 2 = 0\}$$

(0/5) (0/25)

$$P(1) = 2P(2) = 3P(3) = 4P(4)$$

$$p(4) = x \Rightarrow p(1) = 4x, p(2) = 2x, p(3) = \frac{4}{3}x$$

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) = 1 \Rightarrow 4x + 2x + \frac{4}{3}x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{25} \Rightarrow p(1) = \frac{12}{25}$$

$$A - (A-B) = A \cap (A \cap B) = A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B) = (A \cap A') \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B$$

طبق فرض

الف) درست (۱۵۶) ب) نادرست (۱۵۷) هر قسمت (۰/۲۵)

$$p(a) = 3p(b) \quad (0/25)$$

$$p(b) = \frac{1}{3}p(c) \Rightarrow 3p(b) = p(c) \quad (0/25)$$

$$p(a) + p(b) + p(c) = 1 \quad (0/25)$$

$$3p(b) + p(b) + 3p(b) = 1 \Rightarrow p(b) = \frac{1}{6} \quad (0/25)$$

$$p(a) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (0/25) \quad p(a') = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$$

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0/4 = 0/6 \quad (0/25)$$

$$0/7 = 0/3 + 0/6 - P(A \cap B)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) \quad (0/25)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (0/25)$$

$$P(A \cap B) = 0/2 \quad (0/25)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - 0/3 - 0/6 + 0/2 = 0/3 \quad (0/25)$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) \quad (0/75)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - 0/7 = 0/3 \quad (0/75)$$

راه اول: (۱۵۸)

راه دوم:

$$P(1) = P(3) = P(5) = \omega \quad P(2) = P(4) = P(6) = 3\omega \quad (0/25) \quad (159)$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \quad (0/25)$$

$$\omega + 3\omega + \omega + 3\omega + \omega + 3\omega = 1 \Rightarrow 12\omega = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{12} \quad (0/25)$$

$$P(1) = P(3) = P(5) = \frac{1}{12} \quad (0/25)$$

$$P(2) = P(4) = P(6) = 3\left(\frac{1}{12}\right) = \frac{3}{12} \quad (0/25)$$

$$P(A) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{1}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12} \quad (0/25)$$

$$\begin{aligned}
 \text{طرف اول} &= (A \cap B) - (B \cap C) && \text{۱۶۰} \\
 &= (A \cap B) \cap (B \cap C)' && \text{۰/۲۵} \\
 &= (A \cap B) \cap (B' \cup C') && \text{۰/۲۵} \\
 &= [(A \cap B) \cap B'] \cup [(A \cap B) \cap C'] && \text{۰/۲۵} \\
 &= [A \cap (B \cap B')] \cup [(A \cap B) \cap C'] && \text{۰/۲۵} \\
 \emptyset \cup [(A \cap B) \cap C'] &= (A \cap B) \cap C' = (A - B') - C && \text{۰/۲۵} \rightarrow \text{طرف دوم}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{طرف اول} &= (A \cup B) - B && \text{۱۶۱} \\
 (A \cup B) \cap B' &= && \text{۰/۲۵} \\
 (A \cap B') \cup (B \cap B') &= && \text{۰/۲۵} \\
 (A \cap B') \cup \emptyset &= && \text{۰/۲۵} \\
 A \cap B' &= && \text{۰/۲۵} \\
 A - B &= \text{طرف دوم}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B)' &= 1 - P(A \cup B) && \text{۰/۲۵} && \text{۱۶۲} \\
 &= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] && \text{۰/۲۵} \\
 &= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) && \text{۰/۲۵} \\
 &= P(A') - P(B) + P(A \cap B) && \text{۰/۲۵} \\
 P(A' \cap B') - P(A') + P(B) &= P(A \cap B) && \text{۰/۲۵}
 \end{aligned}$$

$$\text{هم‌رنگ باشند} \Rightarrow P(A) = \frac{\binom{3}{3} + \binom{5}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{11}{120} \quad \text{۰/۵} \quad \text{۱۶۳}$$

$$\text{هم‌رنگ نباشند} \Rightarrow P(A') = 1 - \frac{11}{120} = \frac{109}{120} \quad \text{۰/۵}$$

$$P(B) = \frac{\binom{3}{2} \times \binom{5}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{15}{120} \quad \text{۰/۵} \quad \text{۱۶۴}$$

$$\begin{aligned}
 A \cap (A \cup B) &= A && \text{۱۶۵} \\
 \text{چون: } A \subset (A \cup B) &\Rightarrow A \cap (A \cup B) = A && \text{۰/۲۵}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p(\text{مجموع بیش از ۹}) &= p(\text{مجموع ۱۰}) + p(\text{مجموع ۱۱}) + p(\text{مجموع ۱۲}) && \text{۰/۵} && \text{۱۶۶} \\
 p(\text{مجموع بیش از ۹}) &= \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} && \text{۰/۵}
 \end{aligned}$$

$$3 + 4 = 7$$

هر دو مهره هم‌رنگ یعنی هر دو سفید یا هر دو سیاه (۰/۲۵) ۱۶۷

$$n(s) = \binom{7}{2} = 21 \quad (۰/۲۵)$$

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{4}{2} = 9$$

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \quad (۰/۵)$$

$$n(B) = \binom{3}{1} \times \binom{4}{1} = 12 \quad (۱۶۸)$$

$$P(B) = \frac{\binom{3}{1} \times \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7} \quad (۰/۵)$$

$$(x^2 - y^2, 15) = (16, xy)$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \Rightarrow x^2 - \left(\frac{15}{x}\right)^2 = 16 & x^2 - 16x^2 - 225 = 0 \\ x \cdot y = 15 \Rightarrow y = \frac{15}{x} \end{cases} \quad (۰/۲۵) \quad (x^2 - 25)(x^2 + 9) = 0 \quad (۰/۲۵)$$

$$x = +5 \Rightarrow y = +3 \quad (۰/۲۵)$$

$$x = -5 \Rightarrow y = -3 \quad (۰/۲۵)$$

$$A \cap B = \phi \quad (۰/۲۵) \Rightarrow P(A \cap B) = 0 \quad (۰/۲۵)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1}{4} + P(B) \quad (۰/۲۵) \quad P(B) = \frac{5}{12} \quad (۰/۲۵)$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \quad (۰/۲۵)$$

$$2P(b) + P(b) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad (۰/۲۵)$$

$$3P(b) + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow 3P(b) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(b) = \frac{1}{6} \quad (۰/۲۵)$$

$$P(a) = 2P(b) = 2\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3} \quad (۰/۲۵)$$

$$P(a') = 1 - P(a) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad (۰/۵)$$

$$n(s) = \binom{11}{5} \quad (0.25) \quad (172)$$

$$n(A) = \binom{5}{3} \binom{6}{2} \quad (0.25) \quad P(A) = \frac{\binom{5}{3} \binom{6}{2}}{\binom{11}{5}} = \frac{25}{77} \quad (0.5)$$

$$n(B) = \binom{5}{5} \binom{6}{0} \quad (0.25) \quad P(B) = \frac{\binom{5}{5} \binom{6}{0}}{\binom{11}{5}} = \frac{1}{462} \quad (0.5) \quad (173)$$

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B \quad (0.25) \quad (174)$$

$$\{x + y, 6\} = \{-5, xy\} \quad (0.25) \Rightarrow \begin{cases} x + y = -5 & x = -2 \\ xy = 6 & y = -3 \end{cases} \quad (0.5)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (175)$$

$$P(A \cup B) = 0.25 + 0.20 - 0.08 = 0.37$$

$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.37 = 0.63$$

$$\text{طرف راست} = (A \cup B) \cap (C - A)' = (A \cup B) \cap (C \cap A) = (A \cup B) \cap (C' \cup A) = A \cup (B \cap C) = A \cup (B - C) = \text{طرف چپ} \quad (176)$$

$$P(A \cup B) < 1 \Rightarrow 1 - P(A \cup B) > 0 \quad (177)$$

$$1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) > 0$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) > P(A) + P(B) - 1$$

$$A : 2 \text{ پيشامد بخش پذير بودن عدد انتخابی بر } 2 \Rightarrow P(A) = \frac{\left[\frac{1000}{2} \right]}{1000} = \frac{500}{1000} \quad (178)$$

$$B : 7 \text{ پيشامد بخش پذير بودن عدد انتخابی بر } 7 \Rightarrow P(B) = \frac{\left[\frac{1000}{7} \right]}{1000} = \frac{142}{1000}$$

$$\text{چون } (2, 7) = 1 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{1000}{14} \right]}{1000} = \frac{71}{1000}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{500}{1000} + \frac{142}{1000} - \frac{71}{1000} = \frac{571}{1000}$$

راه اول: (179)

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0.4 = 0.6 \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.7 = 0.3 + 0.6 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.2$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - 0.3 - 0.6 + 0.2 = 0.3$$

راه دوم:

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - 0.7 = 0.3$$

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 10\} \quad n(s) = 10 \quad A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\} \quad n(A \cup B) = 7 \quad P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(s)} = \frac{7}{10}$$

راه دوم:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad P(A) = \frac{5}{10} \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad P(B) = \frac{5}{10}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 5\} \quad P(A \cap B) = \frac{3}{10} \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{10} + \frac{5}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

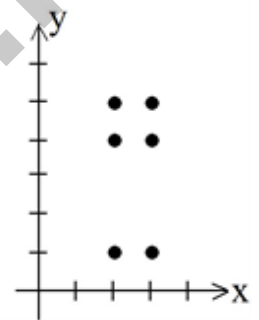
$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$$

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5)\}$$

$$B^c = \{(x, y) \mid x \in B, y \in B\}$$

$$B^c = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5)\}$$

$$A \times B - B^c = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5)\}$$



$$\text{الف) } n(A) = \binom{1000}{3} = 333 \Rightarrow P(A) = \frac{333}{1000}$$

$$n(B) = \binom{1000}{5} = 200 \Rightarrow P(B) = \frac{200}{1000}$$

$$n(A \cap B) = \binom{1000}{15} = 66 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{66}{1000}$$

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) \quad P(A \cap B^c) = \frac{333}{1000} - \frac{66}{1000} = \frac{267}{1000}$$

$$\text{ب) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad P(A \cup B) = \frac{333}{1000} + \frac{200}{1000} - \frac{66}{1000} = \frac{467}{1000}$$

$$P(A^c \cap B^c) = P(A \cup B)^c = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{467}{1000} = \frac{533}{1000}$$

$$P(2) = P(3) = P(5) = W \quad P(1) = P(4) = P(6) = 2W$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$2W + W + W + 2W + W + 2W = 1 \Rightarrow 9W = 1 \Rightarrow W = \frac{1}{9}$$

$$P(2) = P(3) = P(5) = \frac{1}{9} \Rightarrow P(A) = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$P(a) = 3p(b)$$

$$P(b) = \frac{1}{3}p(c) \Rightarrow p(c) = 3p(b) \quad (\cdot/5)$$

$$p(c) = p(d)$$

$$p(b) = w$$

$$p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \quad (\cdot/25) \quad 3w + w + 3w + 3w = 1 \Rightarrow w = \frac{1}{8} \quad (\cdot/5)$$

$$p(a) + p(d) = 3w + 3w = 6w = \frac{6}{8} \quad (\cdot/25)$$

$$A = \{3, 9\} \quad (\cdot/25)$$

$$B = \{-3, 0, 3\} \quad (\cdot/25)$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow 2P(b) + P(b) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad (184)$$

$$2P(b) + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow 2P(b) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(b) = \frac{1}{4}$$

$$P(a) = 2P(b) = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow P(a) = \frac{1}{2}$$

$$P(a') = 1 - P(a) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(b') = 1 - P(b) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

الف هر سه مهره سفید

$$\rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{3!8!}{11!} = \frac{2}{33}$$

ب هر سه مهره سیاه

$$\rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{6!}{3!3!} \cdot \frac{3!8!}{11!} = \frac{4}{33}$$

ج هر سه مهره هم‌رنگ

$$\rightarrow P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{11}{3}} + \frac{\binom{6}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{\binom{5}{3} + \binom{6}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{6}{33} = \frac{2}{11}$$

$$\frac{P(a)}{P(b)} = \frac{5}{11} \Rightarrow P(a) = \frac{5}{11} P(b)$$

$$P(a) + P(b) = 1 \Rightarrow \frac{5}{11} P(b) + P(b) = 1 \Rightarrow P(b) = \frac{11}{16}, \quad P(a) = \frac{5}{11} \left(\frac{11}{16} \right) = \frac{5}{16}$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{1} \binom{10}{2}}{\binom{15}{3}} \quad \text{ب) تا دوم یکی اول}$$

$$P(A) = \frac{\binom{10}{3}}{\binom{15}{3}} \quad \text{الف) هر سه دوم}$$

$$\text{الف) } (A - C) \cup (B - C) = (A \cap C') \cup (B \cap C') = (A \cup B) \cap C'$$

$$C' \cap (A \cup B) = C' \cap (A \cup B)$$

$$\text{ب) } (B - A) \cap (A \cap B) = (B \cap A') \cap (A \cap B) = (B \cap A') \cap (B \cap A) =$$

$$B \cap (A' \cap A) = B \cap \emptyset = \emptyset$$

$$P(A) = 2P(H) \quad \text{و} \quad P(H) = \frac{1}{4}P(K) \Rightarrow P(A) = 2\left(\frac{1}{4}P(K)\right) = \frac{1}{2}P(K)$$

$$P(A) + P(H) + P(K) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}P(K) + \frac{1}{4}P(K) + P(K) = 1 \Rightarrow \frac{7}{4}P(K) = 1 \Rightarrow P(K) = \frac{4}{7}$$

$$P(H) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{7} = \frac{1}{7} \quad \text{و} \quad P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$$

هر دو سفید یا هر دو سیاه

$$n(s) = \binom{7}{2} = 21, \quad n(A) = \binom{3}{2} + \binom{4}{2}, \quad n(B) = \binom{3}{1} \times \binom{4}{1} = 3 \times 4 = 12$$

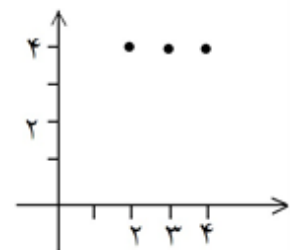
یکی سفید و یکی سیاه

$$\text{الف) } P(A) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

$$A = \{2, 3, 4\} \quad B = \{4\}$$

$$A \times B = \{(2, 4), (3, 4), (4, 4)\}$$



$$P(c) = k, P(b) = vk, P(a) = vk$$

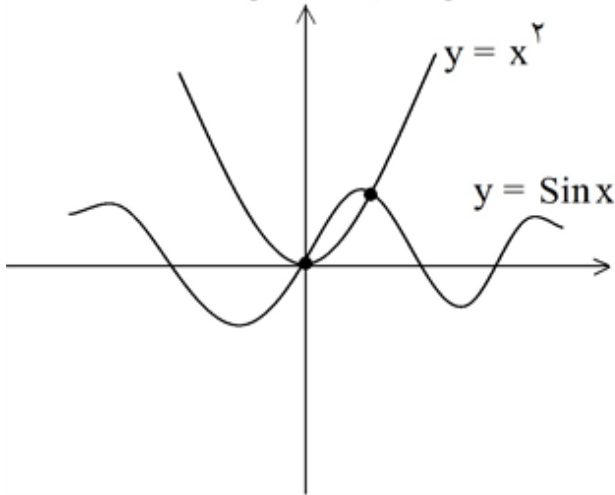
۱۹۴

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow vk + vk + k + \frac{3}{8} = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{24}$$

$$P(b) = vk = v \times \frac{1}{24} = \frac{v}{24}$$

۱۹۵ با توجه به تعریف عدد اصلی مجموعه که عبارت است از تعداد عضوهای یک مجموعه منتهای، بنابراین برای بدست آوردن تعداد عضوهای مجموعه فوق از طریق رسم عمل می‌کنیم. که در اینجا تعداد محل تقاطع دو منحنی دو نقطه می‌باشد.

ولی چون $X \in Z$ مورد نظر است، پس فقط $X = 0$ قابل قبول و لذا عدد اصلی مجموعه یک می‌باشد.



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.8 = 0.4 + 0.6 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.1$$

$$\Rightarrow P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.1 = 0.3$$

۱۹۶

$$P(2) = P(4) = P(6) = k, P(1) = P(3) = P(5) = \delta k$$

۱۹۷

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1, \delta k + k + \delta k + k + \delta k + k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{18}$$

$$P(1) = P(3) = P(5) = 5 \left(\frac{1}{18} \right) = \frac{5}{18}, P(2) = P(4) = P(6) = \frac{1}{18}$$

$$n(S) = 1500$$

۱۹۸

$$\text{بر ۴ بخش پذیر } A \rightarrow n(A) = \left[\frac{1500}{4} \right] = 375$$

$$\text{بر ۵ بخش پذیر } B \rightarrow n(B) = \left[\frac{1500}{5} \right] = 300$$

توجه ۱: تعداد مضارب k از ۱ تا n برابر است با $\left[\frac{n}{k} \right]$. $n(A \cap B) = \left[\frac{1500}{20} \right] = 75$. بر ۴ و ۵ بخش پذیر

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 600 \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{600}{1500} = \frac{2}{5} \text{ باشد.}$$

توجه ۲: عددی که هم مضرب a و هم مضرب b باشد مضرب ک.م.م آنهاست.

$$P(A \cup B) = \frac{6}{8}, P(A \cap B) = \frac{1}{3}, P(A') = \frac{3}{8}, P(B) = ?$$

۱۹۹

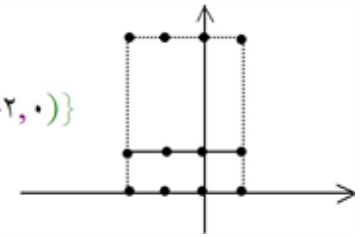
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cup B) = (1 - P(A')) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{6}{8} = \left(1 - \frac{3}{8}\right) + P(B) - \frac{1}{3} \rightarrow P(B) = \frac{6}{8} - \frac{8}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{3} = \frac{18 - 24 + 9 + 8}{24} = \frac{11}{24}$$

$$A = \{-1, 0, 1, -2\}, B = \{1, 4, 0\}$$

$$A \times B = \{-1, 0, 1, -2\} \times \{1, 4, 0\} =$$

$$\{(-1, 1), (-1, 4), (-1, 0), (0, 1), (0, 4), (0, 0), (1, 4), (1, 0), (-2, 1), (-2, 4), (-2, 0)\}$$



۲۰۰

$$A' \cap (A \cup B) = B - A$$

$$A' \cap (A \cup B) = (A' \cap A) \cup (A' \cap B) = (\emptyset) \cup (A' \cap B) = A' \cap B = B - A$$

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - C$$

$$A \cap (B - C) = A \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C$$

(الف) ۲۰۱

(ب)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{5}{8}\right) - P(A \cap B)$$

(الف) ۲۰۲

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} + 1 - \frac{5}{8} - \frac{3}{4} = \frac{1}{8}$$

$$P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \quad P(B \cap A') = \frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(ب)

$$P(B) = 1 - P(B')$$

$$[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = (A \cap B) \cup (B \cap A') =$$

(الف) ۲۰۳

$$B \cap (A \cup A') = B \cap U = B$$

قانون شبه جذب

روش دوم:

$$[(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] = [\emptyset \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup \emptyset]$$

$$= (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B$$

(ب) می‌دانیم اگر یک مجموعه زیر مجموعه دیگری باشد اجتماع آنها برابر مجموعه بزرگتر و اشتراکشان برابر مجموعه کوچکتر است.

$$B \subset A \Rightarrow A \cup B = A \rightarrow (A \cup B)' = A' \rightarrow A' \cap B' = A' \Rightarrow A' \subset B'$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow vx + vx + x + \frac{3}{8} = 1 \Rightarrow 15x = \frac{5}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{24}$$

۲۰۴

$$\Rightarrow P(b) = vx \rightarrow P(b) = \frac{v}{24}$$

$$P(c) = x$$

$$P(a) = vx$$

$$P(b) = vx$$

$S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ و $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ فرد

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\} \quad P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{7}{10}$$

۲۰۵

الف) $P(A') = \frac{3}{8} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

۲۰۶

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{5}{8} + P(B) - \frac{1}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{11}{24}$$

ب) $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(B - A) = \frac{11}{24} - \frac{1}{3} = \frac{11 - 8}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

می دانیم $A = (A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B)$

۲۰۷

از طرفی دو پیشامد $A \cap B$ و $A \cap B'$ از هم جدا هستند. لذا داریم:

$$P(A) = P(A \cap B') + P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

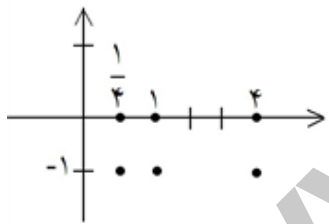
روش دوم:

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A \cap (A' \cup B')) = P(A) + P(A' \cup B') - P(A \cup (A' \cup B')) \\ = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$A = \left\{ \frac{1}{4}, 1, 4 \right\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$

۲۰۸

$A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$, $A^2 = \{(x, y) | x \in A, y \in A\}$



$$A \times B = \left\{ \left(\frac{1}{4}, -1 \right), \left(\frac{1}{4}, 0 \right), \left(\frac{1}{4}, 1 \right), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (4, -1), (4, 0), (4, 1) \right\}$$

$$A^2 = \left\{ \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right), \left(\frac{1}{4}, 1 \right), \left(\frac{1}{4}, 4 \right), \left(1, \frac{1}{4} \right), (1, 1), (1, 4), (4, 1), (4, 4) \right\}$$

$$A \times B - A^2 = \left\{ \left(\frac{1}{4}, -1 \right), \left(\frac{1}{4}, 0 \right), (1, -1), (1, 0), (4, -1), (4, 0) \right\}$$

۲۰۹ می‌دانیم اگر B_1, B_2, B_3 افرازهای فضای نمونه باشند طبق قانون کلی احتمال داریم:

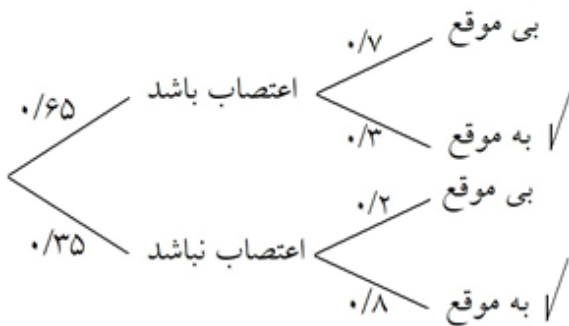
$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(B_i) \cdot P(A|B_i)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$$

$$\Rightarrow P(B_1|A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_1) \cdot P(A|B_1)}{\sum_{i=1}^3 P(B_i) \cdot P(A|B_i)}$$

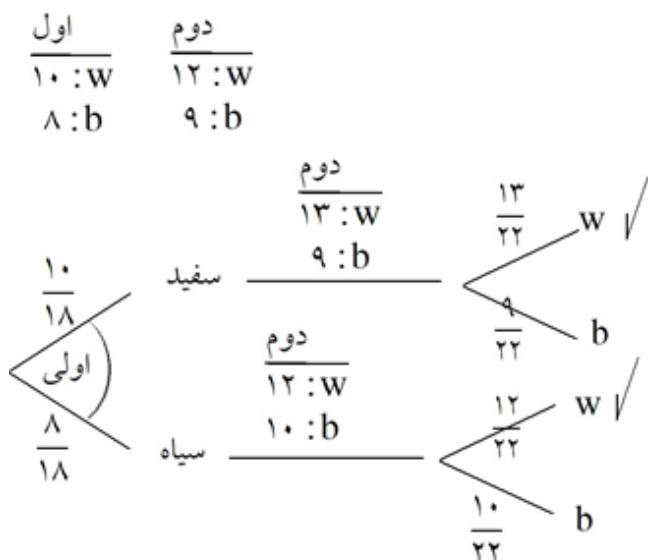
۲۱۰ اگر بتوانیم با نمودار درختی تصور کلی داشته باشیم نوشتن روابط شرطی سخت نیست:



$$P(\text{به موقع}) = P(\text{اعتصاب نباشد}) \times P(\text{به موقع} | \text{اعتصاب نباشد}) + P(\text{اعتصاب باشد}) \times P(\text{به موقع} | \text{اعتصاب باشد})$$

$$= 0.35 \times 0.8 + 0.65 \times 0.3 = 0.415$$

۲۱۱ از طرف اول وقتی مهره خارج می‌کنیم نمی‌دانیم سیاه بوده یا سفید که در ظرف دوم قرار داده‌ایم. به همین خاطر حالت‌بندی می‌کنیم:



$$\Rightarrow P(w) = P(w_1) \times P(w_2|w_1) + P(b_1) \times P(w_2|b_1)$$

$$= \frac{10}{18} \times \frac{13}{22} + \frac{8}{18} \times \frac{12}{22} = \frac{113}{198}$$

۲۱۲ اگر اولی سیاه باشد، در جعبه ۳ سفید و ۱ سیاه می‌ماند، پس احتمال اینکه دومی سیاه باشد برابر $\frac{1}{4}$ است.

$$P(b_2|b_1) = \frac{1}{4}$$

دومی سیاه باشد.

$$. P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) \Leftrightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$\text{حل: } P(w_1 \cap w_2) + P(b_1 \cap b_2) = P(b_1) \times P(b_2|b_1) + P(w_1) \times P(w_2|w_1)$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

ابتدا از سمت راست به چپ می‌رویم: ۲۱۴

$$P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = \cdot \Rightarrow A \cap B = A \cap C = B \cap C = \emptyset \Rightarrow A \cap B \cap C = \emptyset$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C)$$

اثبات از چپ به راست

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = P(A) +$$

$$+ P(B) + P(C) \Rightarrow P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \cdot$$

چون همگی بزرگتر مساوی صفر هستند
و مجموعی برابر صفر دارند پس تک تک آن‌ها صفرند

$$: P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \cdot$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P(A \cap B) = \cdot \\ P(A \cap C) = \cdot \\ P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \cdot \end{array} \right\} \Rightarrow P(B \cap C \cap A) = \cdot$$

$$\Rightarrow P(B \cap C) - P(B \cap C \cap A) = \cdot \Rightarrow P(B \cap C) = \cdot$$

اگر در پرتاب تاس A پیشامد زوج و B پیشامد اعداد اول باشد داریم: ۲۱۵

$$A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \quad A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{5}{6} \neq P(A) + P(B)$$

$$B = \{2, 3, 5\} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2} \quad A \cap B = \{2\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6} \neq P(A) \cdot P(B)$$

$$n(A - (B \cap C)) = n(A) - n(A \cap B \cap C) = \left[\frac{1000}{4} \right] - \left[\frac{1000}{140} \right] = 223 \quad \text{۲۱۶}$$

عددی که مضرب ۴ و ۵ و ۷ باشد
مضرب ک.م.م آن‌هاست یعنی ۱۴۰

$$\Rightarrow P(A - (B \cap C)) = \frac{223}{1000} = 0.223$$

کم می‌شود. ۲۱۷

می‌دانیم در بین n نفر اگر هیچ دو نفر روز تولد یکسان نداشته باشد احتمال برابر است با: ۲۱۸

$$P(A) = \frac{365 \times 364 \times \dots \times (365 - n + 1)}{365^n} \quad \text{و } n \leq 365$$

و اگر حداقل ۲ نفر روز تولد یکسان داشته باشند احتمال برابر است با:

برابری P(A) و P(A') است که در n = ۲۳ رخ می‌دهد یعنی در n = ۲۳، P(A) و P(A') هر کدام شانس برابر ۰/۵ دارند.

$$P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B) \quad \text{۲۱۹}$$

$$\begin{aligned}
 P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} = 1 \Rightarrow n(A) = n(S) \xrightarrow[\substack{\text{از طرفی} \\ A \subset S}]{\text{از طرفی}} A = S \\
 P(B) &= \frac{n(B)}{n(S)} = 1 \Rightarrow n(B) = n(S) \xrightarrow[\substack{\text{از طرفی} \\ B \subset S}]{\text{از طرفی}} B = S \\
 &\Rightarrow P(A \cap B) = P(S) = 1 \Rightarrow B \cap A = S
 \end{aligned}$$

۲۲۰

$$\begin{aligned}
 \text{می دانیم: } A, B \text{ جدا از هم باشند} &\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) \\
 \text{از طرفی: } (A - B) \cup (A \cap B) &= A \Rightarrow P(A) = P((A - B) \cup (A \cap B)) \\
 &= P(A - B) + P(A \cap B) \rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)
 \end{aligned}$$

۲۲۱

$$\begin{aligned}
 1/ \ n(A \cup B) &= \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)} \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
 2/ \ n(A') &= \frac{n(S) - n(A)}{n(S)} \rightarrow P(A') = 1 - P(A) \\
 3/ \ P(A - B) &= P(A \cap B') = P(A \cap (A' \cup B')) = P(A) + P(A' \cup B') - P(A \cup (A' \cup B')) \\
 &= P(A) + 1 - P(A \cap B) - 1 = P(A) - P(A \cap B)
 \end{aligned}$$

۲۲۲

$$\left. \begin{aligned}
 P(A) &= 2x \\
 P(B) &= 2x \\
 P(C) &= 2x \\
 P(D) &= x
 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{از طرفی}} P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1$$

۲۲۳

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned}
 P(A) &= \frac{2}{9} \\
 P(B) &= P(C) = \frac{2}{9} \\
 P(D) &= \frac{1}{9}
 \end{aligned} \right.$$

$$P(C) = 2x = \frac{2}{9}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 2p(B) = 4x \\ P(B) = P(C) = 2x \\ P(D) = x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{از طرفی}} P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1 \quad (224)$$

$$4x + 2x + 2x + x = 1 : x = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(A) = \frac{4}{9} \\ P(B) = P(C) = \frac{2}{9} \\ P(D) = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$P(C) = 2x = \frac{2}{9}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \quad (225)$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \quad (226)$$

$$\text{هر دو پسر یا هر دو دختر / ب} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \quad (227)$$

$$P = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

چون احتمال درست و غلط جواب دادن برابر $\frac{1}{2}$ می باشد می توانیم از خواص نمودار درختی کمک بگیریم. (228)

$$\text{هر سه درست باشد / الف} \xrightarrow{\text{فقط ۱ شاخه داریم}} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\text{هر سه نادرست باشد / ب} \xrightarrow{\text{فقط ۱ شاخه داریم}} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\text{باید حداقل ۲ سوال درست باشد / پ} \xrightarrow{\text{۴ شاخه قبول است}} 4 \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2}$$

زن W : ۵

انتخاب ۵ نفر از ۱۱ نفر $n(S) = \binom{11}{5} = ۷۷ \times ۶$ مرد M : ۶
کل : ۱۱

۳ زن انتخاب کنیم و ۲ مرد $n(A) = \binom{5}{3} \times \binom{6}{2} = ۱۵۰$ الف

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵۰}{۷۷ \times ۶} = ۰/۳۲$$

۵ زن انتخاب شوند $n(B) = \binom{5}{5} = ۱$ ب $\Rightarrow P(B) = \frac{۱}{۷۷ \times ۶} = \frac{۱}{۴۶۲}$

۴ مرد و یک زن $n(C) = \binom{6}{4} \times \binom{5}{1} + \binom{6}{5} \times \binom{5}{0} = ۷۵ + ۶ = ۸۱$ پ $\Rightarrow P(C) = \frac{۸۱}{۷۷ \times ۶} = ۰/۱۷۵$

خ، و، ا، ر، ز، م، ی ۲۳۰

اگر تکراری مجاز باشد : $\begin{cases} n(S) = ۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷ = ۷^4 \\ n(A) = ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۵ = ۴^3 \times ۵ \end{cases}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴^3 \times ۵}{۷^4} = ۰/۱۳$$

اگر تکرار مجاز نباشد : $\begin{cases} n(S) = ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ = ۸۴۰ \\ n(A) = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۲ = ۴۸ \end{cases} : p(A) = \frac{۴۸}{۸۴۰} = \frac{۲}{۳۵}$
حرف آخر

دقت کنیم خ و ز نباید باشد و اگر حرف «ی» آخر باشد، نقطه‌دار نیست.

تعداد اعداد سه رقمی بدون تکرار $۹ \times ۹ \times ۸ = ۶۴۸ = n(S)$ } $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱}{۶۴۸}$ ۲۳۱
رمز درست فقط ۱ عدد است $n(A) = ۱$

توجه: عدد ۳ رقمی شروع غیرصفر دارد ولی کد ۳ رقمی می‌تواند با صفر شروع شود.

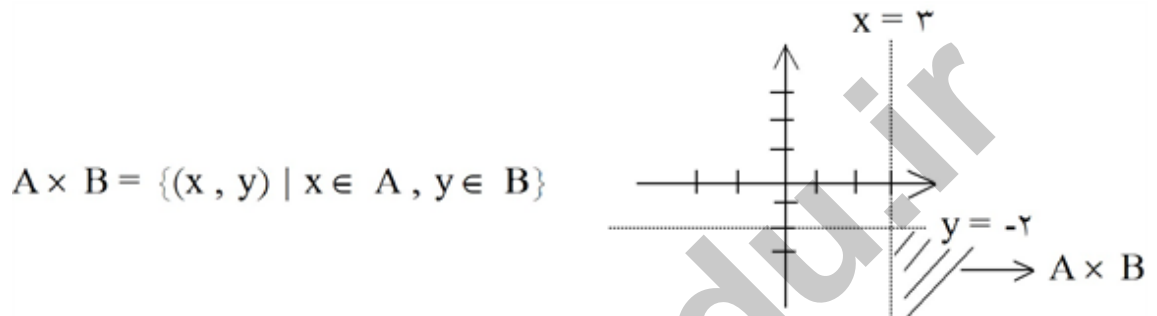
اثبات از چپ به راست :

$$A \times B = \emptyset \Rightarrow n(A \times B) = n(\emptyset) \Rightarrow n(A) \times n(B) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n(A) = 0 \Rightarrow A = \emptyset \\ \text{یا} \\ n(B) = 0 \Rightarrow B = \emptyset \end{cases}$$

اثبات از راست به چپ :

$$A \times B \neq \emptyset \Rightarrow \exists (x, y) \in A \times B \Rightarrow x \in A \times y \in B \Rightarrow$$

یعنی A و B هر دو عضو دارند ولی مطابق فرض $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ پس فرض خلف غلط است \Leftarrow
 $A \times B = \emptyset$



زمانی $A \times B$ با $B \times A$ برابر است که هر دو مجموعه با هم برابر باشند.

از طرفی می دانیم $(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$ پس:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A) = \emptyset \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

$$n(A^2 - B^2) = n(C - D) = n(C) - n(C \cap D)$$

$$= n(A \times A) - n((A \times A) \cap (B \times B)) = n^2(A) - n^2(A \cap B) = 3^2 - 1^2 = 8$$

$(A \cap B) \times (A \cap B)$

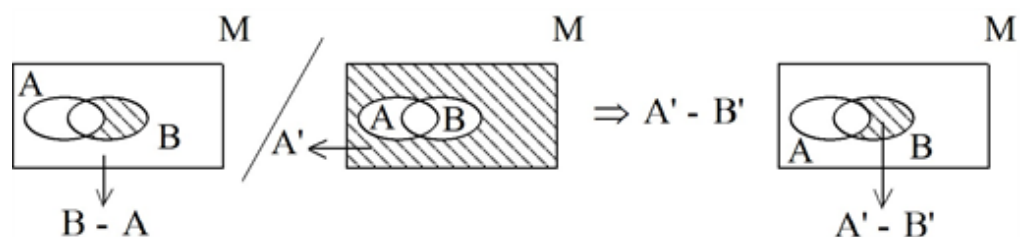
پس تعداد زیرمجموعه های $A^2 - B^2$ برابر است با: 2^8 .

$$S = N \text{ یا } W \text{ یا } Z$$

$$x^3 = 5 : x = \sqrt[3]{5} \notin N \text{ یا } W \text{ یا } Z$$

$$\begin{aligned} \text{حل: } (A \Delta B) \cup (A \cap B) &= [(A - B) \cup (B - A)] \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (B \cap A') \cup (A \cap B) \\ &= [A \cap (B \cup B')] \cup (B \cap A') = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B \end{aligned}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{مرجع } M} \qquad \qquad \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{مرجع } M}$



$$\underbrace{A \cap (B \cup C)}_{\text{جذب B}} \quad \underbrace{A \cap (B \cap C)}_{\text{جذب A}} \quad (239)$$

حرف راست / حل: $(A \cap B) \Delta (A \cap C) = ((A \cap B) \cup (A \cap C)) - ((A \cap B) \cap (A \cap C))$
 $= A \cap [(B \cup C) - (B \cap C)] = A \cap (B \Delta C)$

توجه: می دانیم $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) \quad \underline{\underline{A \cap B = \emptyset}} \quad (A \cup B) - \emptyset = (A \cup B) \cap \emptyset' = A \cup B \quad (240)$$

مرجع M

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) \xrightarrow{\text{جا به جایی}} (B - A) \cup (A - B) = B \Delta A \quad (241)$$

$$A \cup B = A \cap B \begin{cases} \xrightarrow{\cap B} \underbrace{(A \cup B) \cap B}_{\text{جذب B}} = (A \cap B) \cap B : B = A \cap B \cap B : B = A \cap B \text{ (I)} \\ \xrightarrow{\cap A} \underbrace{(A \cup B) \cap A}_{\text{جذب A}} = (A \cap B) \cap A : A = A \cap B \cap A : A = A \cap B \text{ (II)} \end{cases} \quad (242)$$

$$\text{I و II} \Rightarrow A = B$$

دقت کنیم A_i بازه اعداد حقیقی است: (243)

$$\begin{aligned} A_1 &= [-1 \text{ و } 9] & \bigcup_{i=1}^{10} A_i &= A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_{10} = [-10, 9] \\ A_2 &= [-2 \text{ و } 8] & & \\ & \vdots & & \\ A_{10} &= [-10 \text{ و } 0] & \bigcap_{i=1}^{10} A_i &= A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = [-1, 0] \end{aligned}$$

$$A' = U - A = \{5, 6, 7, 8, 9\} \quad (244)$$

دقت کنیم مجموعه A ، عضو ۴ و مجموعه B ، عضو ۲ است: (245)

$$A \cup B = \{1, 2, 3, \underbrace{\{1, 2, 3\}, 2\{1, 2\}}_{\text{یک عضو است.}}\}$$

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1\} \\ A - B &= \{2, 3, \{1, 2, 3\}\} \\ B - A &= \{2\{1, 2\}\} \end{aligned}$$

$$A = \{a\} \text{ و } B = \{a, \{a\}\} \quad (246)$$

$$A = \{a\} \text{ و } B = \{\{a\}\} \text{ و } C = \{\{\{a\}\}\} \quad (247)$$

می‌دانیم در یک مجموعه هر عضو را باید یک بار بنویسیم: ۲۴۸

$$\begin{aligned} \text{بیان: } A &= \{ن, ا, ی, ب\} \\ \text{بینابین: } B &= \{ن, ا, ی, ب\} \Rightarrow A = B \end{aligned}$$

$$A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}\} = \{(x+1)^2 \mid x \in \mathbb{W}\} \quad \text{۲۴۹}$$

$$B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5\} \quad \text{۲۵۰}$$

www.akoedu.ir