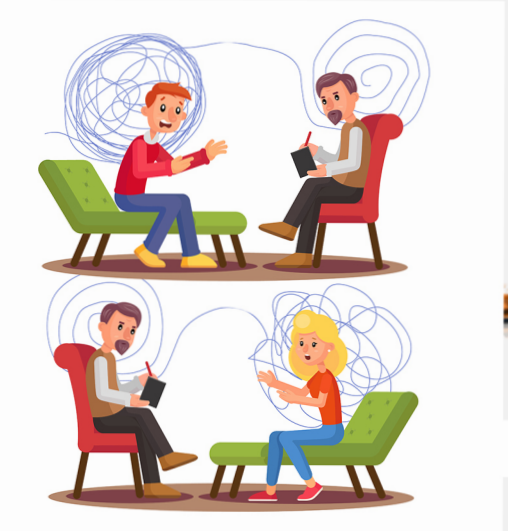
AKO
گروه مشاوره و برنامه ریزی

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

آکادمی کنکور در ایران

کلاس های vip کنکور

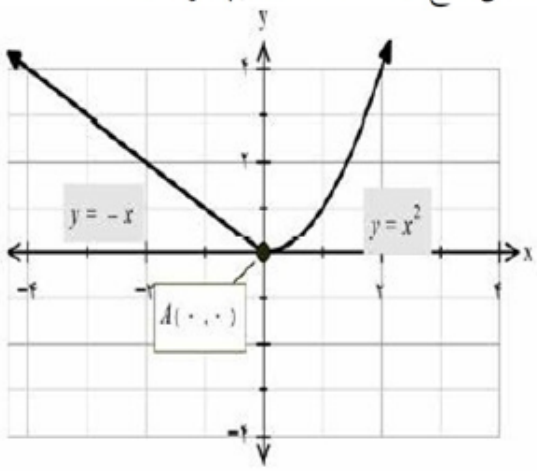


جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک هفته ای رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ عدد ۱ را ارسال کنید.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۰۰ سوال تشریحی ریاضی دوازدهم تجربی نیمسال اول

۱ با محاسبه مشتق چپ و راست تابع داده شده در نقطه A، نشان دهید این تابع در نقطه A مشتق‌پذیر نیست.



۲ دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود) $y = 8\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

۳ در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

در بازه $(0, 1)$، نمودار تابع $y = x^3$، ..... نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.

۴ ابتدا تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$ را به صورت $f(x) = (x + a)^3 + b$ بنویسید و سپس دامنه $g(x) = \sqrt{b - \log_2(x - a)}$ را حساب کنید.

۵ ابتدا تابع $f(x) = x^3 - 15x^2 + 75x - 120$ را به صورت $f(x) = (x + a)^3 + b$ بنویسید و سپس دامنه $g(x) = \frac{x - 4}{ax + b}$ را حساب کنید.

۶ اگر $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$ باشد، $f\left(\sqrt[3]{7} + 2\right)$ را به دست آورید.

۷ اگر $\lim_{x \to 2} \frac{a}{x - 2} - \frac{b}{x^2 + x - 6} = \frac{3}{5}$ باشد، b و a را حساب کنید.

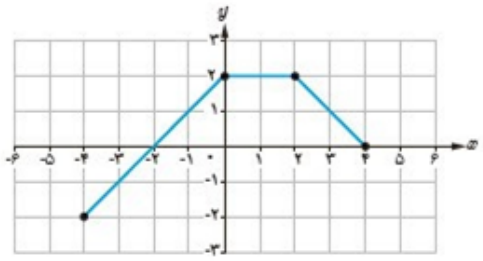
www.akoedu.ir

۸ حاصل حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to ۵} \frac{۳}{x - ۵} + \frac{۶}{x^{۲} - ۱۲x + ۳۵}$$

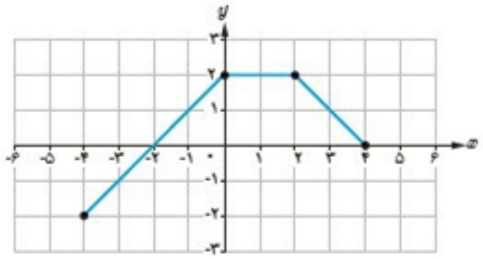
۹ اگر $\lim_{x \to -۲} \frac{a}{x + ۲} - \frac{b}{x^{۲} + ۷x + ۱۰} = \frac{۲}{۳}$ باشد، a , b را حساب کنید.

۱۰ با استفاده از نمودار تابع f، نمودار خواسته شده را رسم کنید.



ت) $y = ۲f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$

۱۱ با استفاده از نمودار تابع f، نمودار خواسته شده را رسم کنید.



پ) $y = ۲f(x - ۱) - ۳$

۱۲ حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x + ۱}{\tg x}$

ب) $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^{۲} + ۱}{x^{۳} + ۲x^{۲} + ۱}$

۱۳ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \to ۲^{+}} \frac{x + ۱۲}{[x] - x}$

ب) $\lim_{x \to +\infty} \left[\frac{۷x + ۱}{x + ۲}\right]$

www.akoedu.ir

۱۴ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x \to ۵^+} \dfrac{x - x^۲}{x - [x]}$

ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[\dfrac{۴x + ۱۳}{۲x + ۳}\right]$

۱۵ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x \to ۱^+} \dfrac{[x] - ۱۰}{۱ - ۳x + ۳x^۲ - x^۳}$

ب) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{۳x - \sqrt{۹x^۲ + x + ۱}}{\sqrt{۴x^۲ + ۱} + ۵\sqrt{-x}}$

۱۶ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x \to ۱^-} \cot g\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$

ب) $\lim\limits_{x \to ۰^+} x\left[\dfrac{۱}{x}\right]$

۱۷ حاصل حدهای زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x \to \pi^+} \cot g x$

ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} x\left[\dfrac{۱}{x}\right]$

۱۸ حاصل حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to -\infty} x + \sqrt{x^۲ + ۶x + ۱}$$

۱۹ اگر $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{a(x+۲)^۲ - (x+۵)^۲}{۳x^۲ + ۷} = ۴$ باشد a را حساب کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۰ حاصل حدهای زیر را حساب کنید.([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \to ۲} \dfrac{x - \sqrt{x + \sqrt{x+۲}}}{x^{۳} - ۸}$

ب) $\lim_{x \to ۲^{+}} \dfrac{[-x] + ۱۰}{۸ - ۱۲x + ۶x^{۲} - x^{۳}}$

۲۱ حاصل حدهای زیر را حساب کنید.([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \to \pi^{+}} \dfrac{[\sin x]}{\sin x}$

ب) $\lim_{x \to \frac{۵\pi}{۸}^{+}} tg\left(\dfrac{\pi}{۸} - x\right)$

۲۲ اگر $\lim_{x \to ۲} \dfrac{a}{x-۲} - \dfrac{b}{x^{۲} - ۷x + ۱۰} = -\dfrac{۲}{۳}$، مقدار a , b را حساب کنید.

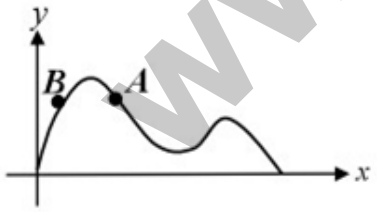
۲۳ معادله‌ی مثلثاتی $\cos x(۲\cos x - ۹) = ۵$ را حل کنید.

۲۴ معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = -x^{۲} + ۱۰x$ را در نقطه $A(۲ , f(۲))$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.

۲۵ مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۱ + ۲\sin ۷x$ را به دست آورید.

۲۶ درست یا نادرست بودن عبارت زیر را تعیین کنید.

در شکل روبه‌رو، شیب خطوط مماس در نقاط A و B مثبت است.



۲۷ درست یا نادرست بودن عبارت زیر را تعیین کنید.

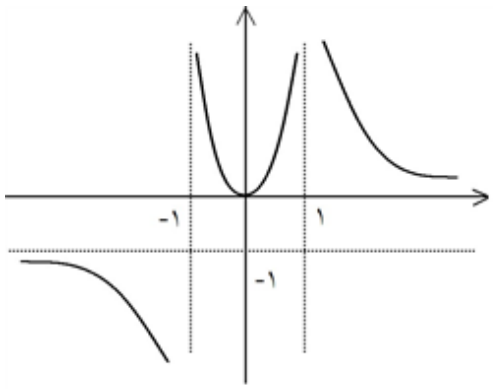
نقاطی به فرم $x = k\pi + \dfrac{\pi}{۲}, k \in Z$ در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۲۸ با توجه به نمودار f حاصل حدهای خواسته شده را به دست آورید.



الف) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x \to ۱^{+}} f(x)$

پ) $\lim_{x \to (-۱)^{-}} f(x)$

ت) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

۲۹ حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \to -۱} \frac{x^{۲} - ۱}{x + \sqrt{۲x + ۳}}$

ب) $\lim_{x \to ۳} \frac{۲}{|x - ۳|}$

۳۰ نشان دهید توابع $f(x) = ۳x - ۴$ و $g(x) = \frac{x + ۴}{۳}$ وارون یک‌دیگرند.

۳۱ ضابطه تابعی به صورت $y = a\sin bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن π، مقدار ماکزیمم آن ۶ و مقدار مینیمم آن ۲- باشد.

۳۲ حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

الف) $\lim_{x \to ۴} \frac{۲ - \sqrt{x}}{x^{۲} - ۱۶}$

ب) $\lim_{x \to ۰^{+}} \frac{۱}{۱ - \cos x}$

۳۳ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = ۲x^{۲} + ۵x + ۱$ در نقطه $x = ۲$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = -۱$ است؟

۳۴ کدام‌یک از جملات زیر درست و کدام‌یک نادرست است؟

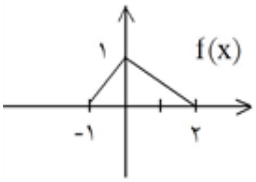
الف) تابع تانژانت در بازه $\left(\frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}\right)$ اکیداً صعودی است.

ب) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{۲}, (k \in Z)$ در دامنه تابع تانژانت قرار دارند.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۵ اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، $g(x) = f(x-1)+1$ را رسم کنید. (به کمک انتقال)



۳۶ دامنه تابع $f(x) = tg(5\pi x)$ را حساب کنید.

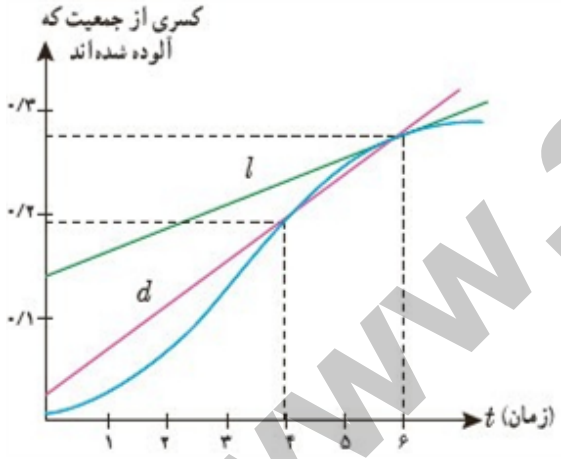
۳۷ در تابع $f(x) = 3\cos^3 x \sin x - 3\sin^3 x \cos x + 1$ تناوب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را حساب کنید.

۳۸ حاصل حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to 2} \frac{\log_2^x - \log_x^2}{\log_2^{\left(\frac{x}{2}\right)^2}}$$

۳۹ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ برحسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟

۴۰ کسری از جمعیت یک شهر که به وسیله یک ویروس آلوده شده‌اند برحسب زمان (هفته) در نمودار زیر نشان داده شده است.



الف) شیب‌های خطوط l و d چه چیزهایی را نشان می‌دهند.

ب) گسترش آلودگی در کدام‌یک از زمان‌های $t = 1$، $t = 2$ یا $t = 3$ بیش‌تر است؟

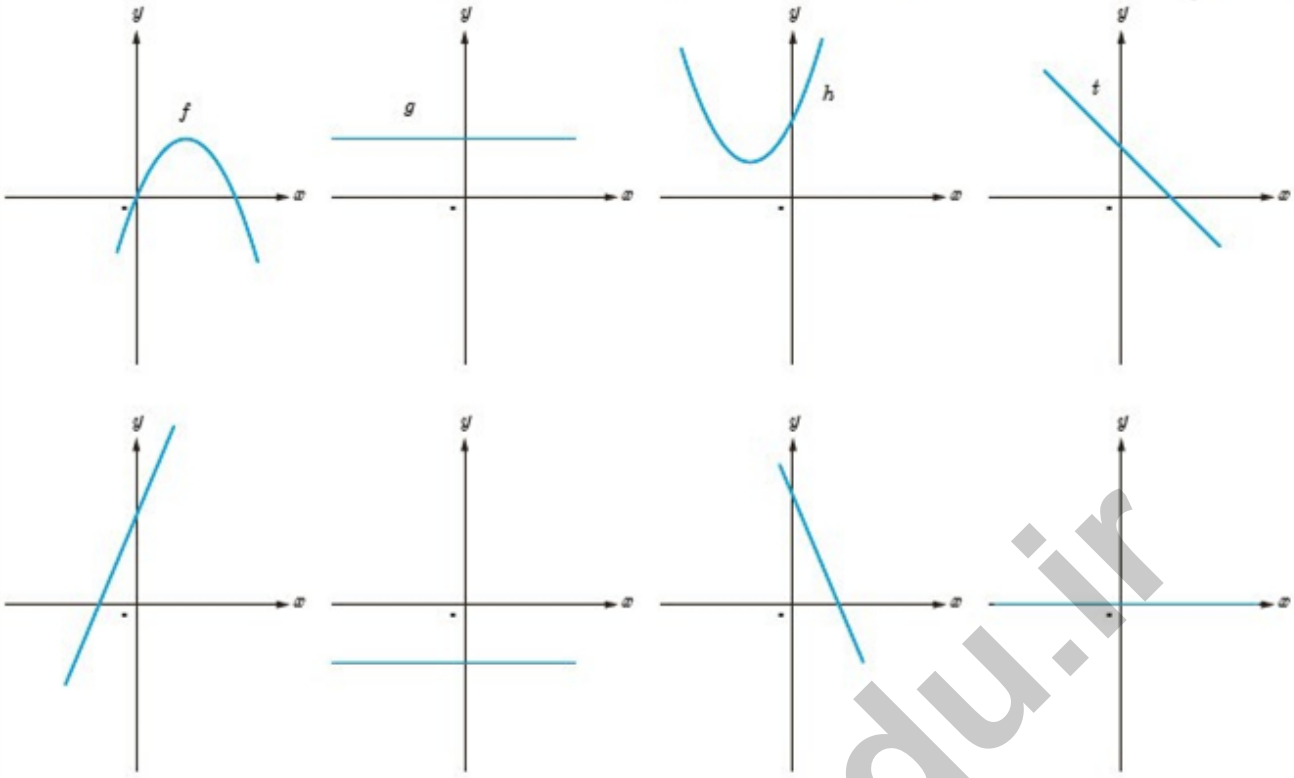
پ) قسمت (ب) را برای $t = 4$، $t = 5$ و $t = 6$ بررسی کنید.

۴۱ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \le 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.

www.akoedu.ir

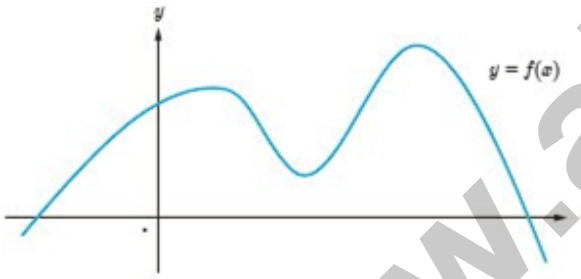
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۲ نمودار توابع f و g و h و t را به نمودار مشتق آن‌ها، نظیر کنید.



۴۳ مشتق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ را به دست آورده و مشخص کنید در چه نقطه‌ای مماس قائم دارد؟

۴۴ نقاطی مانند A، B، C، D، E، F و G را روی نمودار $y = f(x)$ مشخص کنید به طوری‌که:



الف) A نقطه‌ای روی نمودار است که شیب خط مماس بر نمودار در آن منفی است.

ب) B نقطه‌ای روی نمودار تابع است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است.

پ) C نقطه‌ای روی نمودار است که مقدار تابع در آن‌جا صفر است ولی مقدار مشتق در آن مثبت است.

ت) D نقطه‌ای روی منحنی است که مشتق در آن‌جا صفر است.

ث) نقاط E و F نقاط متفاوتی روی منحنی هستند که مشتق یکسان دارند.

ج) G نقطه‌ای روی منحنی است که مقدار تابع در آن‌جا مثبت ولی مقدار مشتق منفی است.

۴۵ الف) هریک از رابطه‌های $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$ به چه معنا هستند؟ توضیح دهید.

ب) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که هر دو ویژگی الف را داشته باشد. مسئله چند جواب دارد؟

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۴۶ حدهای زیر را تعیین کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۰^+} \frac{۱}{x}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۰} \frac{-۱}{|x|}$

پ) $\lim\limits_{x \to ۱^-} \frac{۱}{x-۱}$

ت) $\lim\limits_{x \to -۶} \frac{۹}{(x+۶)^۲}$

ث) $\lim\limits_{x \to ۳} \frac{-۱}{(x-۳)^۴}$

ج) $\lim\limits_{x \to \frac{-۱}{۲}} \frac{۴x+۱}{(۲x+۱)^۲}$

چ) $\lim\limits_{x \to ۳^+} \frac{۱-۵x}{x^۲-۹}$

ح) $\lim\limits_{x \to (-۲)^-} \frac{-۳x}{x^۲-۴}$

خ) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{۱}{\cos x}$

د) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}^-} \operatorname{tg} x$

ذ) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} \operatorname{tg} x$

ر) $\lim\limits_{x \to ۳^-} \frac{[x]-۳}{x-۳}$

۴۷ حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to \frac{۱}{۲}} \frac{۲x^۲-x}{۴x^۲-۱}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۵} \frac{x^۳-۴x^۲-۴x-۵}{x^۲-۲۵}$

پ) $\lim\limits_{x \to -۴} \frac{x^۲+۳x-۴}{x^۳+۴x^۲+x+۴}$

۴۸ نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $۲۲/۵^\circ$ به دست آورید.

۴۹ فرض کنید $\cos\alpha = \frac{۵}{۱۳}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $\cos ۲\alpha$

ب) $\sin ۲\alpha$

۵۰ ضابطه‌ی تابع وارون توابع یک به یک زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = \frac{-۸x+۳}{۲}$

ب) $g(x) = -۵ - \sqrt{۳x-۱}$

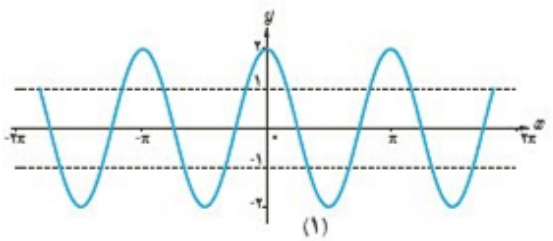
www.akoedu.ir

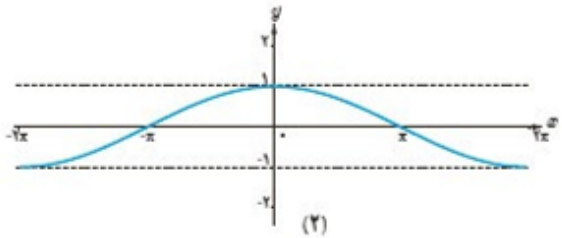
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

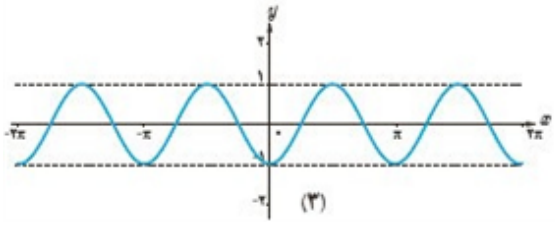
۵۱ با استفاده از نمودار $y = \cos x$، نمودار توابع زیر رسم شده است، ضابطه هر نمودار را مشخص کنید.

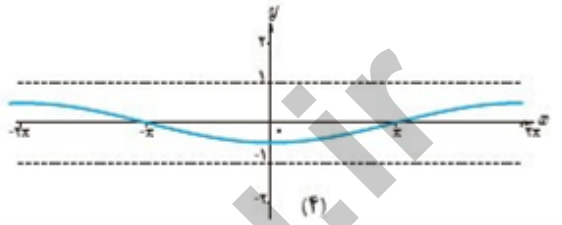
الف) $y = -\frac{1}{2}\cos\left(-\frac{1}{2}x\right)$ ب) $y = 2\cos 2x$

پ) $y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ ت) $y = -\cos 2x$


(۱)


(۲)


(۳)


(۴)

۵۲ با توجه به ضابطه‌های توابع f و g، معادلات موردنظر را تشکیل داده و آن‌ها را حل کنید.

الف) $f(x) = 2x - 5\ ,\ g(x) = x^2 - 3x + 8 : (fog)(x) = 7$

ب) $f(x) = 3x^2 + x - 1\ ,\ g(x) = 1 - 2x : (gof)(x) = -5$

۵۳ هریک از توابع زیر را به صورت ترکیب دو تابع بنویسید. آیا جواب منحصر به فرد است؟

الف) $h(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$

ب) $l(x) = \sqrt{x^2 + 5}$

۵۴ مشخص کنید کدام‌یک از جملات زیر درست و کدام‌یک نادرست است؟

الف) اگر $f(x) = x^2 - 4$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$؛ آن‌گاه $(fog)(5) = -25$.

ب) برای دو تابع f و g که $f \neq g$ تساوی $(fog)(x) = (gof)(x)$ هیچ وقت برقرار نیست.

پ) اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$، آن‌گاه $(fog)(4) = 5$.

ت) اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 2x - 1$، آن‌گاه $(fog)(5) = g(2)$.

۵۵ نمودار تابعی را رسم کنید که در هریک از بازه‌های $(0\ ,\ -\infty)$ و $(0\ ,\ +\infty)$ اکیداً صعودی باشد ولی در R اکیداً صعودی نباشد.

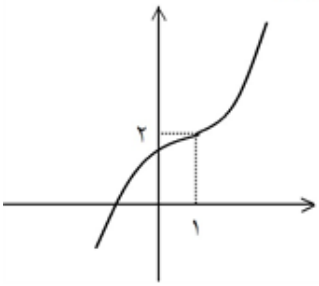
۵۶ نمودار تابع $y = \operatorname{tg} x \operatorname{Cotg} x \cos x$ در بازه $(0\ ,\ 2\pi)$ رسم کنید.

۵۷ در نمودار $y = 3\sin \pi x$ اولین نقطه‌ی ماکزیمم و اولین نقطه‌ی مینیمم در سمت راست مبدأ چه‌قدر فاصله دارند؟

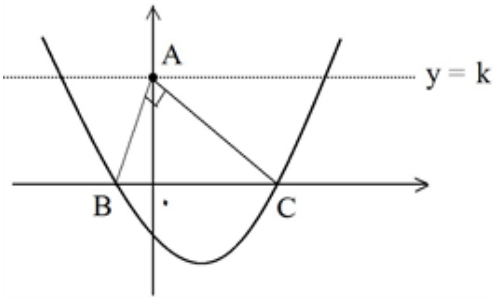
www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۵۸ اگر نمودار تابع $y = (x + a)(x^{۲} + bx + c)$ به صورت زیر باشد $a \times b + c$ را بیابید.



۵۹ خط $y = k$ و $k > ۰$ نمودار تابع $y = x^{۲} - ۲x - ۳$ را در ۲ نقطه قطع می‌کند. مقدار k را چنان بیابید که زاویه‌ی $B\hat{A}C$ قائمه باشد.



۶۰ اگر f تابعی یک به یک باشد و $fof(x) = \frac{۵f(x) + ۱}{f(x) - ۴}$ باشد، $f^{-۱}(۶)$ را بیابید.

۶۱ اگر $f(x) = ۳ \times Log_{۲}^{(x - ۳)} + ۵$، ضابطه‌ی تابع $f^{-۱}(x)$ را بیابید.

۶۲ اگر f یک تابع خطی و $f^{-۱}(۱) = ۰$ و $f(۲) = ۵$ باشند ضابطه‌ی این تابع را بیابید.

۶۳ اگر $f(x) = \begin{cases} -۱ & x > ۰ \\ ۲ & x \leq ۰ \end{cases}$ باشد مقدار $f(\underbrace{f(f \dots f}_{۲۰ \text{ بار}}(-۲)\dots)) = ?$

۶۴ مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $f(x) = (x^{۴} - ۳x)^{۵}$ ب) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{۱ - x}$

۶۵ درست یا نادرست بودن عبارت زیر را تعیین کنید.
اگر $k > ۱$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور xها به دست می‌آید.

۶۶ تابع $f(x) = ۳۰ + \sqrt{x + ۴}$ قد متوسط کودکان را برحسب cm تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد برحسب ماه است. آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[۰ , ۴۵]$ چه‌قدر است؟

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۶۷ نمودار $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & : x \geq 1 \\ 2x & : 0 \leq x < 1 \\ x+1 & : x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید و تعیین کنید تابع در چه نقاطی مشتق‌پذیر نیست. ضابطه و دامنه تابع مشتق را تعیین کنید.

۶۸ تابع $f(x)=2x-1$ را درنظر بگیرید.
الف) دامنه تابع $f(2x)$ را مشخص کنید. (در صورتی‌که دامنه $f(x)$ را $[-2, 7]$ درنظر بگیریم.)
ب) نمودار تابع $f\left(-\frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.

۶۹ یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم $x(t)=\sqrt{t+2t^3}$ گرم است. آهنگ تغییر متوسط جرم این توده در بازه‌ی زمانی $[3, 4]$ چه‌قدر است؟

۷۰ معادله‌ی مثلثاتی $\sin x-\cos 2x=0$ را حل کنید.

۷۱ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود.
ب) تابع $f(x)=\sqrt{x}$ در نقطه‌ی $x=0$ مشتق‌پذیر است.

۷۲ مشتق‌پذیری تابع $f(x)=|x-2|$ را در $x=2$ بررسی کنید.

۷۳ معادله مثلثاتی $\cos 3x-\cos x=0$ را حل کنید.

۷۴ نمودار تابع $f(x)=(x+1)^3$ را رسم کنید. این تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟

۷۵ نمودار $y=x^3-3x^2+3x+1$ را به کمک انتقال رسم کنید.

۷۶ اگر $g(x)=x^3+x^2-x-1$ و $f(x)=3x^2+x-3$، آن‌گاه $gof(x)=0$ چند ریشه دارد؟

۷۷ اگر $f(x)=x^2+4x+3$ و $g(x)=x^2+7x+9$، آن‌گاه تمام ریشه‌های حقیقی معادله $fog(x)=0$ را بنویسید.

۷۸ نمودار تابع $f(x)=(x-1)^2-2$ را رسم کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۷۹ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

A) $\lim_{x \to ۵} \frac{۳x^۲ - ۱۳x - ۱۰}{x^۲ - ۶x + ۵}$

B) $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱ - \sin x}{\cos^۲ x}$

۸۰ با استفاده از نمودار $f(x) = |x|$ نمودار تابع $y = ۱ - |x - ۲|$ را رسم کنید.

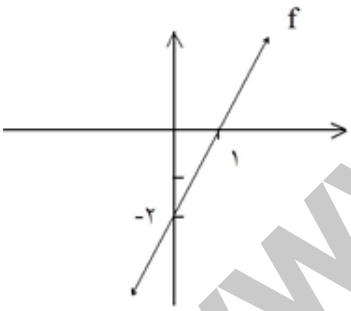
۸۱ حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \to ۱} \frac{x^۲ - ۱}{x^۲ - ۴x + ۳}$

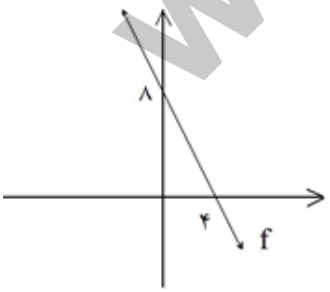
ب) $\lim_{x \to ۲} \frac{|x - ۲|}{x - ۲}$

پ) $\lim_{x \to \frac{\pi}{۴}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin^۲ x - \cos^۲ x}$

۸۲ شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \to ۱} \frac{f(x)}{x^۲ - ۱}$ را حساب کنید.



۸۳ شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \to ۴} \frac{f(x)}{x^۲ - ۵x + ۴}$ را حساب کنید.



www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۸۴ حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۷} \frac{x - ۲}{\sqrt{۳x + ۴}}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۳^-} ۲ - [-x]$

ج) $\lim\limits_{x \to ۳} \frac{x^۲ - ۳x}{x^۲ - ۹}$

د) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱ - \sin^۳ x}{\cos^۲ x}$

۸۵ اگر $f(x) = ۲x - ۶$ و $g(x) = ۵ + ۲x$ باشد، دامنه $h(x) = \sqrt{f^{-۱}(x)} + \frac{۳x - ۱}{g^{-۱}(x)}$ را حساب کنید.

۸۶ اگر $f(x) = ۸ - ۲x$ باشد، دامنه‌ی $h(x) = \sqrt{\frac{۲x + ۱}{f^{-۱}(x)}}$ را حساب کنید.

۸۷ جاهای خالی را پر کنید.

تابع	$f(x) = ۳x$	$g(x) = ۲x - ۱$	$h(x) = x^۲$	$t(x) = ۵ - x$
دامنه تابع	$[-۱ , ۳]$		$[-۱ , ۳]$	$[-۲ , ۴]$
برد تابع		$[-۱ , ۷]$		

۸۸ یک موشک با سرعت اولیه ۲۱۶ متر بر ثانیه از زمین به فضا پرتاب می‌شود. ارتفاع این موشک (h) در زمان t، از رابطه‌ی $h(t) = -۱۸t^۲ + ۲۱۶t$ به دست می‌آید. ارتفاع ماکزیمم آن و هم‌چنین زمانی را که موشک به زمین برخورد می‌کند به دست آورید.

۸۹ اگر از دامنه‌ی تابع $f(x) = ax^۲ + bx + ۶$ نقطه‌ی $x = ۲$ را حذف کنیم از برد آن $y = ۲$ حذف می‌شود. a , b را حساب کنید. $(a \neq ۰)$

۹۰ اگر خط $y = x + ۲k + ۲$ سهمی $y = ۳kx^۲ - ۵x + k + ۱$ را قطع نکند، مقادیر ممکن برای k را حساب کنید.

۹۱ m را طوری تعیین کنید که خط $y = -۲mx - ۷$ در یک نقطه بر سهمی $y = (m + ۲)x^۲ - ۴mx - ۶$ مماس باشد.

۹۲ اگر $f(x) + f^{-۱}(۶) = ۲x + ۱۰$ باشد، مقدار $\frac{۱ + f(۱)}{۲ - f^{-۱}(۰)}$ را حساب کنید.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۹۳ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{\sqrt{x-1}+\sqrt{9x-9}}{\sqrt{x^2-1}}$

ب) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x-\sqrt{4x+5}}{\sqrt{x-1}-2}$

۹۴ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x+3}}$

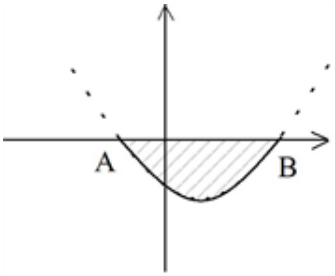
ب) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-\sqrt{2x+3}}{\sqrt{x+1}-2}$

۹۵ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4}$

ب) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt[3]{x+5}-2}{x^2-9}$

۹۶ شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله‌ی $y = x^2 - 2x - 8$ و مطابق شکل زیر مدل‌سازی می‌شود.



الف) مختصات نقاط انتهای عدسی A و B را به دست آورید.

ب) اگر x برحسب سانتی‌متر باشد طول AB را به دست آورید.

پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و y برحسب میلی‌متر باشد بیش‌ترین ضخامت آن چه‌قدر است؟

۹۷ حدود m را چنان بیابید که خط $y = x + 1$، سهمی $y = x^2 + mx + 5$ را قطع نکند.

۹۸ معادله سهمی را بیابید که در رأس سهمی به طول ۴- بر محور x ها مماس باشد و محور y ها را در نقطه $y = 8$ قطع کند.

۹۹ به ازای کدام مقادیر m خط $y = 5x + 6$ سهمی $y = (2m-1)x^2 + x + 3$ را قطع نمی‌کند؟

۱۰۰ اگر تابع خطی f دارای شیب k باشد به ازای چه مقدار k شیب تابع f^{-1} برابر $9k$ است. $(k \neq 0)$

۱۰۱ اگر f یک تابع خطی باشد و $f(1) = 3$ و $f(4) = 9$ باشد معادله‌ی $f(x) = f^{-1}(x)$ را حل کنید.

۱۰۲ اگر تابع خطی f تابع $g(x) = x^2 - x$ را در نقاطی به طول صفر و ۳ قطع کند، ضابطه وارون f را حساب کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۱۰۳ ضابطه و دامنه‌ی وارون $f(x) = \frac{x^۲ - ۱۳x + ۳۶}{x - ۹}$ را به دست آورید.

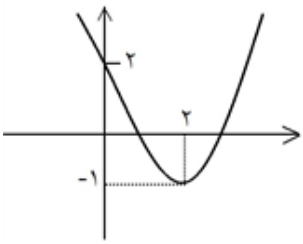
۱۰۴ اگر $f(x) = ۲x + ۱$، دامنه‌ی $g(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{f^{-۱}(x)}$ را حساب کنید.

۱۰۵ اگر $f(x) = ۲x - ۱$ باشد و دامنه‌ی دو تابع $g(x) = \frac{۱}{f^{-۱}(x)}$ و $h(x) = \frac{x + ۷}{x^۲ + ax + b}$ برابر باشند، a , b را حساب کنید.

۱۰۶ اگر $fog(x) = ۴x^۲ - ۴x$ و $f(x) = x^۲ + ۲x$ باشد، $g(x)$ را حساب کنید.

۱۰۷ اگر $f^{-۱}(۲) = ۷x + ۱۴$ باشد، وارون تابع f را بنویسید.

۱۰۸ معادله سهمی شکل مقابل را حساب کنید.



۱۰۹ اگر نقطه‌ی $A(۱ , -۱)$ رأس سهمی $y = ۲x^۲ + ax + b$ باشد، این سهمی محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۱۱۰ یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید.

الف) $y = \sqrt{۲x - ۳}$

ب) $y = \frac{x + ۶}{۳x - ۴}$

۱۱۱ تابع $f = \{(m^۴ + ۲ , ۵) , (n^۳ + ۱ , ۴)\}$ مفروض است. m و n را طوری تعیین کنید که برد وارون f، $\{۱۸ , -۷\}$ باشد.

۱۱۲ اگر نقطه‌ای به طول ۱- ماکزیمم تابع $y = (۱ - m)x^۲ + (m^۲ - ۶)x + ۱$ باشد، مقدار m را به دست آورید.

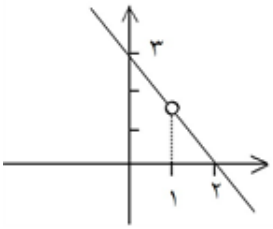
۱۱۳ وارون تابع $f(x) = \frac{x - ۳}{x + ۱}$ را بیابید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۱۴ وارون تابع $f(x) = \frac{x^۲ - ۴}{x - ۲}$ را رسم کنید و همچنین دامنه و برد وارون تابع را حساب کنید.

۱۱۵ وارون تابع خطی $f(x)$ و همچنین دامنه و برد وارون آن‌را بنویسید.



۱۱۶ اگر $f(x) = \frac{x^۲ - ۲x}{x}$ باشد:

الف) ضابطه‌ی $f^{-۱}$ را حساب کنید.

ب) دامنه $f - f^{-۱}$ را بنویسید.

ج) نمودار $f - f^{-۱}$ را رسم کنید.

۱۱۷ اگر تابع $f(x) = (b - ۳)x^۲ + ۴x - b + ۲$ در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد، $f^{-۱}(۳)$ را حساب کنید.

۱۱۸ اگر تابع $f(x) = (a - ۱)x^۲ + ۳x + ۲a - ۱$ در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد، $f(۵)$ را حساب کنید.

۱۱۹ نشان دهید در یک سهمی برای دو نقطه‌ی متمایز A و B اگر $y_A = y_B$ باشد آن‌گاه معادله‌ی محور تقارن برابر است با: $x = \frac{x_A + x_B}{۲}$

۱۲۰ سهمی به معادله‌ی $y = ax^۲ + bx + c$، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور x ها را در نقاط به طول ۱- و ۲ قطع کرده است. معادله‌ی این سهمی را بنویسید.

۱۲۱ معادله خط مماس بر تابع $y = \frac{x}{(x^۲ + ۶)}$ را در نقطه $(۲ , ۰/۲)$ پیدا کنید.

۱۲۲ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(x) = ۲۰۰t^۲ - ۵۰t$ می‌باشد.

الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله زمانی $t = ۰$ تا $t = ۴$ به دست آورید.

ب) آهنگ لحظه‌ای تغییرات تابع را در نقطه‌ی $t = ۳$ به دست آورید.

۱۲۳ حد تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x^۳ + ۲x - ۳}{x^۲ - ۱}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۲۴ درست یا نادرست بودن عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر دامنه‌ی تابع f برابر با $[-۱ , ۳]$ باشد، دامنه‌ی تابع $g(x) = -۳f(۲x)$ بازه‌ی $\left[\frac{-۱}{۲}, \frac{۳}{۲}\right]$ است.

۱۲۵ اگر $f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(۲,۳),(۴,۵)\}$ و $g=\{(-۱,۰),(۱,۲),(۲,۴),(۵,۳)\}$ دو تابع باشند:

الف) مقدار $(۳f-g)(-۱)$ را حساب کنید.

ب) تابع fog را به‌صورت زوج مرتب بنویسید.

۱۲۶ گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید:

در رسم نمودار $y=f(ax)$ از روی نمودار تابع $y=f(x)$ اگر $۰ < a < ۱$ نمودار $y = f(x)$ در امتداد محور x ها ..... می‌شود.

الف) منبسط ب) منقبض

۱۲۷ برای دو تابع $f(x) = \frac{۱}{x^۲ - ۴}$ و $g(x) = \frac{۲}{x}$ بدون نوشتن ضابطه، دامنه fog را به دست آورید.

۱۲۸ جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.

الف- معادله درجه دومی که ریشه‌هایش $۱\pm\sqrt{۲}$ است به صورت ..... می‌باشد.

ب- اگر چند جمله‌ای $۵x^۲ - ۵x + m - ۷$ بر $x - ۲$ بخش‌پذیر باشد مقدار m برابر با ..... است.

۱۲۹ آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \frac{x}{۲} + ۱$ را به ازای $x_۱ = ۲$ و $h = ۰/۲$ به دست آورید.

۱۳۰ دو تابع $f(x) = \frac{x - ۱}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x - ۱}$ داده شده اند.

الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف محاسبه کنید.

ب) ضابطه تابع fog را تشکیل دهید.

ج) حاصل عبارت $\left(\frac{۲f}{g}\right)(۵)$ را محاسبه کنید.

۱۳۱ نقاطی از نمودار تابع $f(x) = x^۳ - ۲x - ۶$ را معین کنید که مماس بر منحنی در این نقاط موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

۱۳۲ معادله $۲\sin^۲ x - \sin x = ۰$ را حل کنید.

۱۳۳ حد مقابل را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{۸x^۳ - ۴x^۲ + ۵}{-۲x^۴ + ۳x - ۱}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۱۳۴ توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ داده شده‌اند.

الف) دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) تابع gof را تشکیل دهید.

ج) حاصل عبارت $(2f - 3g)(0)$ را به دست آورید.

۱۳۵ با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در نقطه‌ی a محاسبه کنید.

۱۳۶ اگر $f = \{(0,2), (1,-1), (3,-\frac{1}{4}), (-2,3), (-1,0)\}$ و $g = \{(2,\sqrt{2}), (-1,2), (\frac{1}{4},3), (1,\frac{3}{2})\}$ باشند.

الف) تابع $2f - g$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.

ب) تابع gof را به دست آورید.

ج) مقدار $(\frac{f}{g})(1)$ را محاسبه کنید.

۱۳۷ اگر $f(x) = \sqrt{x}\, g(x)$ و $g(4) = 8$ و $g'(4) = 7$ باشد مقدار $f'(4)$ را حساب کنید.

۱۳۸ معادله‌ی حرکت یک متحرک روی یک خط مستقیم به صورت $f(t) = 2t^2 - 5t + 1$ است. آهنگ متوسط تغییر مکان این متحرک را وقتی از نقطه‌ی ۱ به ۲ تغییر مکان می‌دهد، بدست آورید.

۱۳۹ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$h(x) = \sqrt{x^2(x+1)}$$

۱۴۰ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to 5^-} \frac{x}{x-5}$$

۱۴۱ حاصل حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2}{|x-2|}$$

۱۴۲ مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$g(x) = \frac{3}{x^2 + 4x}$$

۱۴۳ معادله‌ی مثلثاتی $2\sin^2 x - \sin x = 0$ را حل کرده و جواب‌هایی که در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ هستند را تعیین کنید.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۴۴ حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 1}$$

۱۴۵ معادله‌ی $\sin 2x - \sqrt{3}\cos x = 0$ را حل کنید.

۱۴۶ ابتدا نمودار تابع $f(x) = |x-1|$ را با دامنه‌ی $[0,2]$ رسم کنید . سپس نمودار $y = f(x) + 1$ را رسم کرده و برد آن را به دست آورید.

۱۴۷ اگر $f(x)=2x^4+1$ و $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ باشند، مشتق تابع fog را در $x=0$ بیابید.

۱۴۸ بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را بیابید.

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-1}$$

۱۴۹ دو تابع $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ داده شده‌اند.

الف) ضابطه‌ی تابع مرکب gof را مشخص کنید.

ب) دامنه‌ی تابع مرکب gof را تعیین کنید.

۱۵۰ تابع $y=ax^2+x+b$ مفروض است، ضرایب a , b را چنان بیابید که منحنی از نقطه‌ی $A(2,-2)$ بگذرد و محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند.

۱۵۱ حد زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{(2x-1)(x+3)}{1 - x + x^2}$$

۱۵۲ حد زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}$$

۱۵۳ معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x+3}$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی بنویسید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۵۴ ابتدا ثابت کنید تابع $y = \frac{۱}{۲}(۳^{x+۱} - ۱)$ وارون‌پذیر است. سپس ضابطه‌ی وارون آن را به‌دست آورید.

۱۵۵ معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = ۲\sqrt{x}$ را در $x = ۴$ واقع بر منحنی، به‌دست آورید.

۱۵۶ مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۷x^{۲} + ۲$ را به کمک تعریف به‌دست آورید.

۱۵۷ حد مقابل را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to ۴} \frac{۳}{(x - ۴)^{۲}}$$

۱۵۸ اگر $f(x) = \sqrt{x + ۱}$ و $g(x) = x^{۲} - ۱$ باشند، معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$(gof)(x) - ۷x = (fog)(۲)$$

۱۵۹ مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۷x^{۲} - ۱$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.

۱۶۰ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to ۳} \frac{x^{۲} - ۷x + ۱۲}{۳x^{۲} - x^{۳}}$$

۱۶۱ حد روبرو را بدست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(۱ - ۲x)(x + ۳)^{۲}}{۷x + x^{۳}}$$

۱۶۲ حد روبرو را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to \frac{-۱}{۴}} \frac{-۴}{(۴x + ۱)^{۲}}$$

۱۶۳ مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^{۲}$ را با استفاده از تعریف به‌دست آورید.

۱۶۴ مقدار حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(۲x + ۱)^{۳}(x + ۱)}{(x - ۴)(x^{۳} - ۷x + ۱)}$$

۱۶۵ مقدار حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to -۲} \frac{(x + ۲)}{۲x + ۴}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۶۶ مقدار حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 + x}{x^2 - x - 2}$$

۱۶۷ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 2x|x| + 7}{5x^2 - 4x + 3}$$

۱۶۸ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to 5^+} \frac{\sqrt{2x - 1}}{2 - \sqrt{x - 1}}$$

۱۶۹ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(2x^2 + 3)(2 + x)^2}{(x + x^2)(x^2 + 7x + 1)}$$

۱۷۰ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{3x^2 - 5x - 2}$$

۱۷۱ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(2x + 1)(x - 1)}{4 - x^2}$$

۱۷۲ حد روبرو را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{4x + 3}{2x - 1}$$

۱۷۳ حد روبرو را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x + 5}{6 - \frac{1}{2}x}$$

۱۷۴ مشتق تابع با ضابطه $f(x) = 5 - 2x$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

۱۷۵ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{(2 - 3x)(x - 2)}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۷۶ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to ۲^+} \frac{۲x + ۱}{[x] - x}$$

۱۷۷ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x^۳ - x}{x^۲ + ۲x - ۳}$$

۱۷۸ اگر $f(x) = ۲x + ۳$ و $g(x) = ۳x + ۲$ باشند، معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$(fog)(x) + (gof)(x) = (fog)(۱)$$

۱۷۹ مشتق تابع زیر را به‌دست آورید.

$$h(x) = \frac{\sqrt{۴ - x^۲}}{x^۳}$$

۱۸۰ دو تابع $y = x^۲ + ax + b$ و $y = x + ۲b$ مفروضند b,a را طوری بیابید که نمودارهای این دو تابع روی محور xها در نقطه‌ای بطول ۲ یکدیگر را قطع کنند.

۱۸۱ مشتق تابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست.)

$$y = (x^۲ + ۱)^۳$$

۱۸۲ با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^۳$ را در نقطه‌ی دلخواه a حساب کنید، سپس معادله‌ی خط قائم بر نمودار تابع را در نقطه‌ی $A(۱,۱)$ به‌دست آورید.

۱۸۳ معادله‌ی $۲\sin^۲ x + ۹\cos x + ۳ = ۰$ را حل کنید.

۱۸۴ مقدار m را چنان بیابید که چندجمله‌ای $P(x) = ۲x^۳ - mx^۲ + ۲x + ۱$ بر $۲x + ۱$ بخش‌پذیر باشد.

۱۸۵ مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$f(x) = \left(\frac{۲x + ۱}{x}\right)^۴$$

۱۸۶ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to ۳^+} \frac{x + ۱}{۹ - x^۲}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۸۷) دو تابع $y = x^{۲} + ax - ۳b$ و $y = -x + b$ داده شده‌اند. مقادیر a و b را چنان محاسبه کنید که نمودارهای این دو تابع روی محور x ها در نقطه‌ای به طول ۱ هم‌دیگر را قطع کنند.

۱۸۸) فرض کنید $\tan\alpha = \frac{۳}{۴}$ و α زاویه‌ی حاده باشد. حاصل $\sin ۲\alpha$ را به‌دست آورید.

۱۸۹) وارون‌پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وارون‌پذیر بودن تابع، ضابطه‌ی وارون آن را به دست آورید.

$$f(x) = \sqrt{x + ۳} - ۵$$

۱۹۰) مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)

$$h(x) = \frac{۶x + ۲}{x(۳x - ۱)}$$

۱۹۱) دو تابع $f(x) = \sqrt{x + ۳}$ و $g(x) = ۴ - x$ مفروض‌اند.

الف) ضابطه‌ی تابع مرکب fog را بنویسید.

ب) دامنه‌ی تابع مرکب fog را با استفاده از تعریف به‌دست آورید.

ج) مقدار $\frac{۳g(۰) - f(۶)}{۳}$ را محاسبه کنید.

۱۹۲) حد تابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x^{۲} - ۴x + ۳}{x^{۲} - ۱}$$

۱۹۳) تابع $f(x) = \begin{cases} ۱ - x^{۲} & x \geq ۰ \\ x - ۳ & x < ۰ \end{cases}$ مفروض است $f(f(۲))$ را محاسبه کنید.

۱۹۴) سهمی به معادله‌ی $f(x) = ax^{۲} + bx + c$ مفروض است، مقادیر c, b, a را طوری بیابید که این سهمی محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۱ و محور xها را در نقطه‌ای به طول -۱ قطع کند و از نقطه‌ی $M(۱,۴)$ نیز بگذرد.

۱۹۵) با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{۲}{x}$ را در $x = ۳$ حساب کنید.

۱۹۶) مشتق‌پذیری تابع $f(x) = x|x|$ و مشتق دوم آن را در نقطه‌ی $x = ۰$ بررسی کنید.

۱۹۷) ثابت کنید اگر تابع g در نقطه‌ی α مشتق‌پذیر باشد، آنگاه تابع $\frac{۱}{g}$ نیز در نقطه‌ی α مشتق‌پذیر است و

$$\left(\frac{۱}{g}\right)'(\alpha) = \frac{-g'(\alpha)}{g^{۲}(\alpha)}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۹۸) مشتق تابع زیر را به‌دست آورید ودامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید:

$$f(x)=\sqrt{x(x-۲)}$$

۱۹۹) با استفاده از تعریف، مشتق تابع $y=\sqrt[۳]{x}$ را در نقطه‌ی $x=۲۷$ بیابید.

۲۰۰) ثابت کنید تابع $f(x)=(x-۲)^{۲}$, $x\geq ۲$ وارون‌پذیر است، سپس ضابطه‌ی وارون آن‌را بنویسید.

۲۰۱) تابع $f(x)=(x^{۲}-x)^{\frac{۳}{۴}}$ در چه نقاطی مشتق پذیر است؟

۲۰۲) دو تابع $f(x)=\frac{x+۲}{x-۳}$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۱}$ داده شده‌اند.

الف) ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید.

ب) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف تعیین کنید.

۲۰۳) سهمی به معادله‌ی $f(x)=ax^{۲}+bx+c$ مفروض است. اگر نمودار آن ، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض (۱-) و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به‌طول (۱) قطع کند و داشته‌باشیم $f(۲)=۳$ ، مقادیر a و b و c را بیابید.

۲۰۴) حد زیر را به‌دست آورید.

$$\lim_{x\to ۴}\frac{x^{۲}-۱۶}{\sqrt{x+۱۲}-x}$$

۲۰۵) دامنه‌ی تابع fog را تعیین کنید.

۲۰۶) حد تابع زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x\to ۰^{+}}\frac{\sqrt{۱-\cos ۲x}}{\sin\frac{x}{۲}}$$

۲۰۷) اگر $g(x)=\frac{۱}{x-۳}$ و $f(x)=۳x-۲$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(۳f+۲g)(۴)$ ب) $D_{(fog)}$

۲۰۸) اگر $f(x)=\sqrt{x^{۲}-۳x}$ ، $g'(x)=\frac{x+۳}{x-۱}$ و $F=gof$ باشند، حاصل $F'(۴)$ را تعیین کنید.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۰۹ قضیه: اگر دو تابع f و g در نقطه‌ی a مشتق پذیر باشند، ثابت کنید:

$$(f.g)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$$

۲۱۰ حدود تابع زیر را بدون هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x - \sqrt{9x^2 - 4x + 1}}{6x - 1}$$

۲۱۱ آهنگ تغییر حجم مکعبی به ضلع x سانتی‌متر را نسبت به تغییرات x وقتی x از ۲ به ۵ تغییر کند، بدست آورید.

۲۱۲ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x+1}$ را در نقطه‌ی $x = 0$ بدست آورید.

۲۱۳ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2$ را در نقطه‌ی $x = 2$ بدست آورید.

۲۱۴ حد مقابل را درصورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x + 3}{\sqrt{2x^2 - 7}}$$

۲۱۵ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2 - 3 & x < 2 \\ x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ مفروض است. ضابطه‌ی تابع معکوس تابع f را در بازه‌ی $(-\infty, 2)$ بنویسید.

۲۱۶ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2 - 3 & x < 2 \\ x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ مفروض است. ثابت کنید این تابع در بازه‌ی $(-\infty, 2)$ یک‌به‌یک است.

۲۱۷ توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{1 - x}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ مفروضند. دامنه‌ی توابع f و g و gof را تعیین کنید.

۲۱۸ حد مقابل را حساب کنید.

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$$

۲۱۹ ثابت کنید تابع $y = \frac{1 - 2x}{1 + x}$ یک‌به‌یک است. سپس ضابطه‌ی تابع معکوس آن را به‌دست آورید.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۲۰ m را چنان بیابید که چندجمله‌ای $f(x) = ۸x^۳ - ۴x^۲ + mx - ۳$ بر $۲x + ۱$ بخش‌پذیر باشد.

۲۲۱ اگر $f(x) = ۲x - ۵$ و $f(g(x)) = ۵x + ۴$ تابع $g(x)$ را محاسبه نمائید.

۲۲۲ حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۲} \dfrac{x - ۲}{x^۲ + ۲x - ۸}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۰} \dfrac{\sqrt{x + ۱} - ۱}{x}$

ج) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-۳x^۲ - \sqrt{x + ۱}}{۲x^۲ + ۵x}$

د) $\lim\limits_{x \to ۲^-} \dfrac{-x + ۳}{(x - ۲)^۲}$

هـ) $\lim\limits_{x \to ۰^-} \cot^۲ x$

و) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{۲x - ۱}{۴ - x^۲}$

۲۲۳ ابتدا یک‌به‌یک بودن تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x + ۱ & x < ۰ \\ x^۲ + ۱ & x \geq ۰ \end{cases}$ را بررسی کنید، سپس در صورت وجود، معکوس تابع f را تعیین کنید.

۲۲۴ توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = x^۲ + ۱$ و $g(x) = \sqrt{-x}$ مفروضند.

الف) دامنه‌ی gof را تعیین کنید.

ب) در صورت وجود ضابطه‌ی تابع gof را بنویسید.

۲۲۵ ثابت کنید تابع $f(x) = x^۲ + ۱$ در بازه‌ی $[۰ , -\infty)$ یک‌به‌یک است. سپس ضابطه‌ی معکوس تابع f را تعیین کنید.

۲۲۶ حد زیر را در صورت وجود بیابید.($[\ ]$ نماد جزء صحیح است.)

$\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^۲ + ۲x} - \sqrt{x^۲ + ۱}$

۲۲۷ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^۲ - ۲x$ را در نقطه $x = ۱$ به‌دست آورید.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۲۸ حد توابع زیر را محاسبه کنید:

الف) $\lim\limits_{x\to ۳} \dfrac{x^۲ - ۹}{۳ - \sqrt{x+۶}}$

ب) $\lim\limits_{x\to ۲} \dfrac{x^۲ - ۳x + ۲}{x^۲ - ۲x}$

پ) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} tg^۲ x$

ت) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{۴x^۳ - ۱}{x + ۲}$

۲۲۹ توپی را با سرعت اولیه ۲۰ متر در ثانیه به‌طور قائم از زمین به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جهت مثبت، از نقطه پرتاب به طرف بالا باشد، معادله حرکت به شکل $x = f(t) = -۴/۹t^۲ + ۲۰t$ است. مطلوب است محاسبه:

الف) سرعت لحظه‌ای توپ در پایان یک ثانیه پس از پرتاب؟

ب) سرعت متوسط توپ از لحظه پرتاب تا پایان ثانیه دوم ($t = ۰$ تا $t = ۲$)؟

۲۳۰ a و b را طوری محاسبه کنید که نمودارهای دو تابع $y = ax^۲ + x + b$ و $y = x + ۳a$ همدیگر را روی محور عرض‌ها در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع کنند.

۲۳۱ اگر $f(x) = x^۲ + ۳$ ، $g(x) = \sqrt{x - ۱}$ ، مطلوب است:

الف) محاسبه مقدار $(f - ۲g)(۵)$

ب) تعیین ضابطه و دامنه تابع fog

۲۳۲ اگر $y = ax^۲ + bx + c$ باشد، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که: سهمی، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱- و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع نماید و از نقطه $A(۱,۶)$ نیز بگذرد.

۲۳۳ مشتق تابع $f(x) = x^۲ + ۱$ را به کمک تعریف مشتق بدست آورید.

۲۳۴ دو تابع f و g روی اعداد حقیقی به صورت $f(x) = x^۲$ و $g(x) = \sqrt{x}$ تعریف شده‌اند. ضابطه و دامنه‌ی تابع fog را تعیین کنید.

۲۳۵ در سهمی $f(x) = ax^۲ + bx + c$، a و b و c را چنان بیابید، که سهمی فوق خط $y = x + ۱$ را در نقاطی به طول‌های ۲ و ۱ و محور yها را در نقطه‌ای به عرض (۱-) قطع کند.

۲۳۶ معادله‌ی حرکت یک متحرک به صورت $y = x^۲ - x + ۱$ است. آهنگ آنی تغییرات y را در $x = ۵$ حساب کنید.

۲۳۷ مشتق تابع زیر را به دست آورید.

$y = (x+۱)(۲x-۱)^۳$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۳۸ مشتق تابع زیر را به دست آورید.

$$y = \frac{x^{۲}-۱}{x+۱}$$

۲۳۹ مقدار b و n را چنان بیابید که $\lim_{x \to +\infty} \frac{(۳-b)(x^{۲}-۲)}{۲x^{n}-۳x-۲}$ برابر یک باشد.

۲۴۰ معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $S = -۲t^{۲}+۸t+۶$ می‌باشد، در چه زمانی سرعت متحرک صفر می‌شود. در این لحظه ارتفاع متحرک چقدر است؟

۲۴۱ مشتق تابع داده شده را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$f(x) = \left(\frac{۲x+۱}{۳x-۲}\right)^{۲}$$

۲۴۲ حد تابع زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \to ۰} \frac{۱}{۱-\cos^{۲} x}$$

۲۴۳ حد تابع زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \to ۱} \frac{۳x^{۳}+۵x^{۲}-۶x-۲}{x^{۲}-۱}$$

۲۴۴ حد تابع زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \to ۲} \frac{\sqrt{x+۲}-۲}{۲-x}$$

۲۴۵ اگر $f(x-۳) = \frac{x+۱}{x+۲}$ باشد، تابع $f(x)$ را بیابید و مقدار $f(۱)$ را حساب کنید.

۲۴۶ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$y = (۲x-۱)^{۲}(x^{۲}+۲x)$$

۲۴۷ حد زیر را حساب کنید:

$$\lim_{x \to ۰} \frac{۱-\sqrt{x+۱}}{x}$$

۲۴۸ حد زیر را حساب کنید:

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{۲x^{۲}-۱+۳x}{۸x+x^{۲}-۶}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۴۹ دو تابع $y = -x + b$, $y = x^{۲} + ax - ۳b$ داده شده‌اند، a و b را محاسبه کنید به طوری که نمودارهای این دو تابع روی محور x در نقطه‌ای به طول (۱-) همدیگر را قطع کنند.

۲۵۰ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to ۵} \frac{۲ - \sqrt{x-۱}}{x-۵}$$

۲۵۱ حد زیر را حساب کنید.

$$y = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{۴x + x^{۲} + ۴}{۲x^{۲} + ۵x - ۳}$$

۲۵۲ متحرکی بر محور xها در حرکت است و دارای معادله‌ی $x(t) = t^{۲} + ۴t + ۱$ می‌باشد.
اولا: سرعت متوسط متحرک را در فاصله زمانی $t_۱ = ۱$ و $t_۲ = ۳$ به دست آورید.
ثانیا: سرعت لحظه‌ای در $t = ۳$ را به دست آورید. (t بر حسب ثانیه و x بر حسب سانتی‌متر)

۲۵۳ مشتق تابع زیر را به دست‌آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$y = \sqrt{۴ - x^{۲}}$$

۲۵۴ حد زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{۳x + ۱}{x + \sqrt{x^{۲} + ۱}}$$

۲۵۵ اگر $f(x - ۱) = x^{۲}$ آنگاه $f(x)$ را به دست آورید. سپس $f(۱)$ را بیابید.

۲۵۶ اگر $f(x) = x$ و $g(x) = (x+۱)^{۲}$ آنگاه $(gof)(x)$ را محاسبه نمایید و دامنه‌ی $۲f - g$ را به صورت فاصله بنویسید

۲۵۷ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^{۲} - ۲x$ را در نقطه‌ی $x = ۱$ بدست آورید.

۲۵۸ حد زیر را محاسبه کنید.(استفاده از قاعده‌ی هوپیتال و هم‌ارزی مجاز نمی‌باشد)

$$\lim_{x \to -۱} \frac{x+۱}{x + \sqrt{x+۲}}$$

۲۵۹ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to ۰} \frac{\sqrt{x+۱} - ۱}{x}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۶۰ حد زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$$

۲۶۱ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2+5x-14}{3-\sqrt{x+7}}$$

۲۶۲ دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۲۶۳ مشتق تابع مقابل را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$y = \frac{(x^2+5x)^3}{\sqrt[3]{x}}$$

۲۶۴ حد مقابل را در صورت وجود تعیین کنید:

$$\lim_{x \to (-\infty)} \sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2-2x}$$

۲۶۵ ضابطه‌ی تابع معکوس تابع f ، (f^{-1}) را بنویسید.

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

۲۶۶ ثابت کنید تابع f معکوس پذیر است.

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

۲۶۷ مقدار k را طوری پیدا کنید که باقیمانده‌ی تقسیم $p(x) = x^3 - 2kx - 3$ بر $x-2$ مساوی یک باشد.

۲۶۸ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{(x-1)^2(x+2)}$ را در $x=1$ بررسی کنید.

۲۶۹ در صورتی‌که $g(x) = f(x^3+x-1)$ و $f'(-1) = 12$ باشد، $g'(0)$ را حساب کنید.

۲۷۰ از معادله‌ی مقابل مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نمی‌باشد)

$$y = \sqrt[5]{(x^3-7x)^2}$$

۲۷۱ از معادله‌ی روبرو مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نمی‌باشد)

$$y = (4x-1)(x^2-1)^3$$

۲۷۲ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x-1}{\sqrt{2x^2+x}}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۷۳ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to +\infty} \left(۲x - \sqrt{۴x^۲ + ۴x} \right)$$

۲۷۴ توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = x^۲$ و $g(x) = \frac{۱}{\sqrt{x}}$ مفروضند. fog و gof را محاسبه نموده، سپس درست یا نادرست بودن $fog = gof$ را نتیجه‌گیری نمایید. (با ذکر دلیل)

۲۷۵ نمودار تابع $y = ۲f(x) - ۳$ را به کمک انتقال رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۲۷۶ حد مقابل را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x - \sqrt{۳x - ۲}}{x^۲ - ۱}$$

۲۷۷ حد مقابل را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{۳x^۲ + ۲}{۴x^۲ - ۵x}$$

۲۷۸ توابع f , g با ضابطه‌های $f(x) = \frac{۱}{x - ۱}$, $g(x) = \sqrt{x + ۲}$ مفروضند. دامنه‌ی توابع f , g , gof را تعیین کنید، سپس ضابطه‌ی تابع gof را (در صورت وجود) بنویسید.

۲۷۹ معادله‌ی مثلثاتی روبه‌رو را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید. $\cos ۲x - \cos x + ۱ = ۰$

۲۸۰ حد مقابل را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱ + \cos x}{۱ - \sin x}$$

۲۸۱ توابع $f(x) = |x| + ۱$ و $g(x) = x\sqrt{x}$ را در نظر بگیرید.

الف) دامنه‌ی تابع gof را محاسبه کنید.

ب) در صورت وجود ضابطه gof را بنویسید.

۲۸۲ مشتق تابع $f(x) = \sqrt{۵x - ۱}$ را در $x_۰ = ۲$ از راه تعریف مشتق محاسبه کنید.

۲۸۳ حد تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^۲ - ۲x} - x \right)$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۸۴ حد تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید.

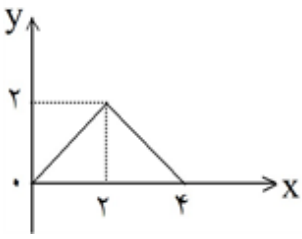
$$\lim_{x \to 1^-} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^3 - 3x + 2}$$

۲۸۵ حد تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x + 4} - 2}{x}$$

۲۸۶ تابع $f(x) = \sqrt{x + 2}$ مفروض است. اولاً: ثابت کنید f یک به یک است. ثانیاً: ضابطه‌ی معکوس f را بنویسید.

۲۸۷ نمودار تابع f با ضابطه ی $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است:
نمودار توابع $y = f(x + 2)$ و $y = -2f(x) + 1$ را به کمک انتقال رسم نموده و دامنه و برد هر یک را تعیین کنید.



۲۸۸ حد تابع مقابل را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{5x + \sqrt{x^2 + 7}}{2x + \sqrt{x}}$$

۲۸۹ حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

۲۹۰ نشان دهید تابع $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ یک‌به‌یک است، سپس ضابطهٔ تابع معکوس آن را بنویسید.

۲۹۱ توابع f و g ضابطه‌های $f(x) = \frac{1}{x - 1}$ و $g(x) = \sqrt{x + 2}$ مفروضند:
الف) دامنه توابع f و g و gof را تعیین کنید.
ب) ضابطه تابع gof را درصورت وجود به‌دست آورید.

۲۹۲ آیا می‌توان a را چنان تعیین کرد که تابع f در R مشتق‌پذیر باشد.

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x \le 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$$

۲۹۳ آیا می‌توان a را چنان تعیین کرد که تابع f در R مشتق‌پذیر باشد.

$$f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < -1 \\ x^2 + a & x \ge -1 \end{cases}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۲۹۴ اگر برای $x > 0$، $f'(x) = \frac{1}{x}$ مطلوب است مشتق تابع مقابل: $g(x) = f(x^2 + 1)$

۲۹۵ مشتق تابع مقابل را با استفاده از تعریف در نقطه‌ی a تعیین کنید. $g(x) = x^4$

۲۹۶ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع زیر در نقطه‌ی داده شده به‌دست آورید.
$f(x) = \sqrt[3]{x}$ در نقطه‌ی ۱.

۲۹۷ a و b را طوری تعیین کنید که: $\lim_{x \to 3} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$

۲۹۸ ثابت کنید: $\lim_{x \to 0^-} \frac{\sqrt{3 + x^2}}{x} = -\infty$

۲۹۹ فرض می‌کنیم $y = \frac{2x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 2x + 5}{x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 10}$ مشتق این تابع را حساب کنید.

۳۰۰ فرض می‌کنیم $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{اگر } x \le 3 \\ 3x + 2 & \text{اگر } x > 3 \end{cases}$ مطلوب است محاسبه‌ی $f'(3^-)$ و $f'(3^+)$. آیا این تابع در $x = 3$ مشتق‌پذیر است؟

۳۰۱ توپی را با سرعت اولیه ۷۸/۴ متر در ثانیه به طور قائم از زمین به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جهت مثبت فاصله از نقطه پرتاب به طرف بالا باشد، مطلوب است محاسبه‌ی (الف) سرعت لحظه‌ای توپ در پایان یک ثانیه (ب) سرعت لحظه‌ای در پایان ۴ ثانیه (ج) مدت زمان لازم برای رسیدن توپ به بالاترین نقطه (د) ارتفاعی که توپ بالا خواهد رفت (هـ) مدتی که طول می‌کشد تا توپ به زمین برسد. (و) سرعت لحظه‌ای توپ وقتی که به زمین برسد.

۳۰۲ بدون استفاده از قلم و کاغذ نقاط ماکزیمم و یا می‌نیمم تابع مقابل را بدست آورید. $f(x) = 4x^2 - 3x$

۳۰۳ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ به‌دست آورید.
$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

۳۰۴ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ به‌دست آورید.
$4\cos^2 x - 4\sin x = 1$

۳۰۵ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ به‌دست آورید.
$2\sin x - \tan x = 0$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۰۶ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید.

$$۲\sin x + \sqrt{۲} = ۰$$

۳۰۷ نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = |\sin ۲x| + |\cos ۲x|$$

۳۰۸ نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = |\sin x|$$

۳۰۹ نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = x - [x]$$

۳۱۰ نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = ۲ - \tan(x)$$

۳۱۱ با رسم نمودار تابع $f(x) = ||x| - ۲|$ تعیین کنید f در چه نقاطی مشتق‌پذیر نیست.

۳۱۲ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = (x - ۱)[x]$ را در نقطه‌ی $x_۰ = ۱$ بررسی کنید.

۳۱۳ اگر $f(x) = \left(\sqrt{۱ + x^۲} - x\right)^۷$ و $g(x) = \left(\sqrt{۱ + x^۲} + x\right)^۷$ نشان دهید که:

$$f'(x)g(x) + g'(x)f(x) = ۰$$

۳۱۴ اگر $f'(x) = \frac{۱}{x}$ مشتق تابع $y = f(۵x)$ را حساب کنید.

۳۱۵ مشتق تابع مقابل را حساب کنید. $y = (x^۲ - ۱)\sqrt[۳]{x}$

۳۱۶ مشتق تابع مقابل را حساب کنید. $y = \frac{\sqrt{x}}{x + ۱}$

۳۱۷ مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی تعیین شده با استفاده از تعریف مشتق محاسبه کنید. $f(x) = \frac{۱}{x}$, $x_۰ = -۱$

۳۱۸ مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی تعیین شده با استفاده از تعریف مشتق محاسبه کنید. $f(x) = x^۲ + ۱$, $x_۰ = -۱$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۱۹ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to (-۴)^{+}} \left(\frac{۲}{x^{۲} + ۳x - ۴} + \frac{۳}{x + ۴} \right)$$

۳۲۰ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{۲x - ۱}{\sqrt{۳x^{۲} + x + ۱}}$$

۳۲۱ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt[۳]{x^{۳} + ۳x} - x \right)$$

۳۲۲ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{۳x^{۲} + ۲}{۴x^{۲} - ۵x}$$

۳۲۳ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱ + \cos x}{۱ - \sin x}$$

۳۲۴ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to ۰^{-}} \cot(x)$$

۳۲۵ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^{+}} \tan(x)$$

۳۲۶ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to ۳^{-}} \frac{[x] - ۳}{x - ۳}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۲۷ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to (-۳)} \sqrt{\frac{x^۲ - ۹}{۲x^۲ + ۷x + ۳}}$$

۳۲۸ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{h \to ۰} \frac{\sqrt{a + h} - \sqrt{a}}{h}, \quad a > ۰$$

۳۲۹ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to ۲} \frac{x^۳ - ۸}{x - ۲}$$

۳۳۰ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to ۰} \frac{\sqrt{x + ۴} - ۲}{x}$$

۳۳۱ حد مقابل را حساب کنید.

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x - ۱}{\sqrt{x - ۱}}$$

۳۳۲ نمودار تابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = |x^۳|$$

۳۳۳ نمودار تابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = |x^۲ - ۲|$$

۳۳۴ نمودار تابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = |x + ۱|$$

۳۳۵ a ، b و c را طوری تعیین کنید که معکوس تابع f خودش باشد.

$$f(x) = \frac{x - a}{bx - c}$$

۳۳۶ اگر $f(x) = ۳x - ۴$ و $g(x) = ۴x + ۵$ ، نشان دهید:

$$(fog)^{-۱} = g^{-۱} of^{-۱}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۳۷ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، f^{-1} را بیابید و نمودارهای f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

۳۳۸ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، f^{-1} را بیابید و نمودارهای f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = (x + ۳)^۲ \text{ , } x \leq -۳$$

۳۳۹ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، f^{-1} را بیابید و نمودارهای f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = (x - ۲)^۲ \text{ , } x \geq ۲$$

۳۴۰ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، f^{-1} را بیابید و نمودارهای f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = (x + ۱)^۳$$

۳۴۱ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، ضابطه‌ی معکوس این تابع را حساب کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۱ & x \geq ۰ \\ x + ۱ & x < ۰ \end{cases}$$

۳۴۲ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید.

$$f(x) = (۱ - ۲x)^۳$$

۳۴۳ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^۲ + ۱}}$$

۳۴۴ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید.

$$f(x) = \frac{۱ - ۲x}{۱ + x}$$

۳۴۵ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید.

$$f(x) = -\sqrt{x - ۱}$$

۳۴۶ اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x + ۱$ و $x - ۱$ به‌ترتیب ۱ و ۲ باشد باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^۲ - ۱$ را حساب کنید.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۴۷ خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم $x^n \pm a^n$ را بر $x \pm a$ حساب کنید $(n \in IN)$.

۳۴۸ نشان دهید که منحنی تابع چندجمله‌ای $f(x) = ۴x^۳ - ۱۳x - ۶$ محور xها را در نقطه‌ای به طول $x = ۲$ قطع می‌کند. نقاط دیگر تقاطع این منحنی با محور xها را حساب کنید.

۳۴۹ نشان دهید که $۲x + ۳$ یک فاکتور $f(x) = ۶x^۳ - ۲۹x^۲ - ۸۵x - ۴۲$ است، سپس فاکتورهای دیگر $f(x)$ را حساب کنید.

۳۵۰ در صورتی‌که دو چندجمله‌ای $x^۲ + ۳x - ۲$ و $x^۳ - ۴x^۲ + ۵x + p$ در تقسیم بر $x + ۱$ هم باقی‌مانده باشند، مقدار p را تعیین کنید.

۳۵۱ نشان دهید که $x - ۲$ یک فاکتور $x^۳ + ۲x^۲ - ۵x - ۶$ است، سپس فاکتورهای دیگر(ریشه‌های دیگر) آن را حساب کنید.

۳۵۲ تابع‌های حقیقی $f(x) = x + ۳$ و $g(x) = ۲x^۲ - x + ۱$ مفروض‌اند. تعیین کنید $(gof)(x)$ و $(fog)(x)$ را هم‌چنین a را طوری تعیین کنید که $(fog)(a) = (gof)(a)$.

۳۵۳ $f: x \to ۳x + ۲$ و $g: x \to x^۲ + ۱$ تابع‌های حقیقی هستند. x را در هریک از حالات زیر پیدا کنید.

الف- $(fog)(x) = ۸۰$

ب- $(gof)(x) = ۵۰$

ج- $(fog)(x) = (gof)(x)$

۳۵۴ آیا $(fog)(x) = (gof)(x)$ ؟ $f(x) = x^۲ \quad , g(x) = \sqrt{x - ۱}$

۳۵۵ آیا $(fog)(x) = (gof)(x)$ ؟ $f(x) = x - ۱ \quad g(x) = \frac{۱}{x}$

۳۵۶ دامنه و ضابطه‌ی هر یک از توابع $f + g \, , f.g \, , \frac{g}{f} \, , \frac{f}{g} \, , fof \, , gog \, , fog \, , gof$ را تعیین کنید.

$f(x) = \sqrt{۱ - x^۲} \quad , g(x) = x + ۲$

۳۵۷ دامنه و ضابطه‌ی هر یک از توابع $f + g \, , f.g \, , \frac{g}{f} \, , \frac{f}{g} \, , fof \, , gog \, , fog \, , gof$ را تعیین کنید.

$f(x) = x^۲ \quad , g(x) = \sqrt{x - ۱}$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۳۵۸ دامنه و ضابطه‌ی هر یک از توابع $f+g$, $f.g$, $\frac{g}{f}$, $\frac{f}{g}$, fof , gog , fog , gof را تعیین کنید.

$f(x) = x - ۱$, $g(x) = \frac{۱}{x}$

۳۵۹ نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

$f(-۲x)$

۳۶۰ نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

$f(۲x)$

۳۶۱ نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

$f(x + ۲)$

۳۶۲ نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

$-f(x)$

۳۶۳ نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

$۲f(x)$

۳۶۴ نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

$f(x) - ۱$

۳۶۵ نمودار تابع زیر را با استفاده از نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ رسم کنید.

$y = ۲\sqrt{x}$

۳۶۶ نمودار تابع زیر را با استفاده از نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ رسم کنید.

$y = \sqrt{x} + ۲$

۳۶۷ مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \sqrt{۳x - ۲}$

۳۶۸ مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{۱}{x^۲ + x - ۲}$

۳۶۹ مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{x}{x^۲ + ۱}$

۳۷۰ مشتق تابع مقابل را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع را مشخص کنید: $f(x) = \frac{x - ۱}{x + ۱}$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۷۱ مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = (۵x - ۴)\left(۱ - \frac{x}{۲}\right)$

۳۷۲ مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = x + (۳x + ۲)^{۲}$

۳۷۳ مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = a_۰ + a_۱x + a_۲x^{۲}$

۳۷۴ مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = \frac{x^{۳}}{۳} + \frac{x^{۲}}{۲} + x + ۱$

۳۷۵ مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = -۲ + ۵x + ۴x^{۲}$

۳۷۶ مشتق تابع مقابل را بدست آورید: $f(x) = ۷x + ۳$

۳۷۷ در چه زمانی این سرعت صفر می‌شود و در چه ارتفاعی؟

۳۷۸ شیب خط مماس بر منحنی تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید. $y = \frac{۱}{۳}x^{۲} - ۱ \quad , \quad x = ۳$

۳۷۹ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع زیر را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید:

$f(x) = ax^{۲} + bx + c \, , \, x = -\frac{b}{۲a}$

۳۸۰ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع مقابل را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید: $f(x) = ۲\sqrt{۱ - x} \, , \, x = -۳$

۳۸۱ اگر $p(t) = ۳۰۰۰ + ۱۰۰t^{۲}$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد (t بر حسب ساعت)، آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۵ ساعت اول پس از زمان $t_۰ = ۲$ به دست آورید.

۳۸۲ حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۳x^{۴} + x^{۲} - ۱}{-x^{۲} + ۵} \, , \, x \to \pm\infty$

۳۸۳ حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $-x^{۳} + ۳x - ۲ \, , \, x \to \pm\infty$

۳۸۴ حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $-۲x^{۲} - x + ۳ \, , \, x \to \pm\infty$

۳۸۵ حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $۳x^{۲} - x + ۲ \, , \, x \to \pm\infty$

۳۸۶ حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید. $\frac{۲}{۷}x + ۱, \, x \to \pm\infty$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۸۷ حد تابع مقابل را وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند، تعیین کنید.

$\frac{-۱}{۳}x + ۴ \;,\; x \to \pm\infty$

۳۸۸ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۳}^-} \frac{tgx + \sqrt{۳}}{tgx - \sqrt{۳}}$$

۳۸۹ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to ۰^+} \frac{۱}{۱ - \cos x}$$

۳۹۰ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{۱}{\cos x}$$

۳۹۱ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to ۰^+} \cot g^{۳} x$$

۳۹۲ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to ۰} \frac{-۱}{x^{۴}}$$

۳۹۳ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to -۲} \frac{۳x^{۲} - ۱۲}{۲ - x - x^{۲}}$$

۳۹۴ حد مقابل را حساب کنید.

$$\lim_{x \to -۲} \frac{x + \sqrt{x + ۶}}{x + ۲}$$

۳۹۵ حد مقابل را حساب کنید.

$$\lim_{x \to -۱} \frac{x^{۲} - x - ۲}{x^{۲} - ۲x - ۳}$$

۳۹۶ اگر $f(x) = x^{۲} - ۴$ باشد، مقادیر روبه‌رو را حساب کنید.

$f(۳)\;,\; f(۵)\;,\; f(f(۳))$

۳۹۷ تابع $\begin{cases} f : R \to R \\ x \longmapsto x^{۲} + x + ۱ \end{cases}$ مفروض است. مطلوب است، محاسبه‌ی:

$f(۲)\;,\; f(-x)\;,\; f(۳x)\;,\; f(x - ۱)$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۳۹۸ نمودار سهمی مقابل را رسم کنید. $y = ۳x^۲ + ۵$

۳۹۹ تقسیم مقابل را انجام دهید: $۳s^۳ + ۸s^۲ + s - ۷ \mid s + ۲$

۴۰۰ در تقسیمات مقابل خارج قسمت و باقیمانده را تعیین کنید. $(۴t^۳ + ۱۷t^۲ - ۱) \div (۴t + ۱)$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = 0$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{-x - 0}{x - 0} = -1$$

$$\Rightarrow f'_+(0) \neq f'_-(0)$$

$f'(0)$ موجود نیست.

۲

الف) $\begin{matrix} \min = -|a| + c \\ \max = |a| + c \end{matrix}$ $\quad \max = 8 \quad \min = -8$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi$$

۳ پایین

۴

$$f(x) = \underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}} + 1 + 5 \Rightarrow f(x) = (x-1)^3 + 6 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$g(x) = \sqrt{6 - \log_2(x+1)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1 \quad (1) \\ 6 - \log_2(x+1) \geq 0 \Rightarrow \log_2(x+1) \leq 6 \Rightarrow x + 1 \leq 2^6 \Rightarrow x \leq 63 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_g = (-1, 63]$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۵ $f(x) = \underbrace{x^3 - 15x^2 + 75x - 125}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}} + 125 - 120 \Rightarrow f(x) = (x-5)^3 + 5 \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 5 \end{cases}$

$g(x) = \dfrac{x-4}{-5x+5} \Rightarrow -5x + 5 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow D_g = R - \{1\}$

۶ $f(x) = \underbrace{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}_{\text{اتحاد مکعب}} + 8 - 5 \Rightarrow f(x) = (x-2)^3 + 3$

$f\left(\sqrt[3]{7} + 2\right) = \left(\sqrt[3]{7} + 2 - 2\right)^3 + 3 = 7 + 3 = 10$

۷ $\lim_{x \to 2} \dfrac{a}{x-2} - \dfrac{b}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \to 2} \dfrac{a(x+3) - b}{(x-2)(x+3)}$

چون حاصل حد عدد $\frac{3}{5}$ شده است بنابراین حد موردنظر $\div$ است. بنابراین داریم:

$a(2+3) - b = 0 \Rightarrow b = 5a$

$\lim_{x \to 2} \dfrac{ax + 3a - 5a}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \to 2} \dfrac{a\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+3)} = \dfrac{a}{5} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{b = 5a} b = 15$

۸ $\lim_{x \to 5} \dfrac{3}{x-5} + \dfrac{6}{x^2 - 12x + 35} = \lim_{x \to 5} \dfrac{3}{x-5} + \dfrac{6}{(x-5)(x-7)} = \lim_{x \to 5} \dfrac{3(x-7) + 6}{(x-5)(x-7)}$

$= \lim_{x \to 5} \dfrac{3x - 21 + 6}{(x-5)(x-7)} = \lim_{x \to 5} \dfrac{3x - 15}{(x-5)(x-7)} = \lim_{x \to 5} \dfrac{3\cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-5)}(x-7)} = \dfrac{3}{-2}$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۹

$$\lim_{x\to -۲}\frac{a}{x+۲}-\frac{b}{x^{۲}+۷x+۱۰}=\lim_{x\to -۲}\frac{a(x+۵)-b}{(x+۲)(x+۵)}$$

چون حاصل حد عدد $\frac{۲}{۳}$ شده است، بنابراین حد موردنظر $\div$ است. بنابراین داریم:

$$a(-۲+۵)-b=۰\Rightarrow ۳a-b=۰\Rightarrow ۳a=b\Rightarrow \lim_{x\to -۲}\frac{ax+۵a-۳a}{(x+۲)(x+۵)}$$

$$=\lim_{x\to -۲}\frac{ax+۲a}{(x+۲)(x+۵)}=\lim_{x\to -۲}\frac{a\cancel{(x+۲)}}{\cancel{(x+۲)}(x+۵)}=\frac{a}{-۲+۵}=\frac{۲}{۳}$$

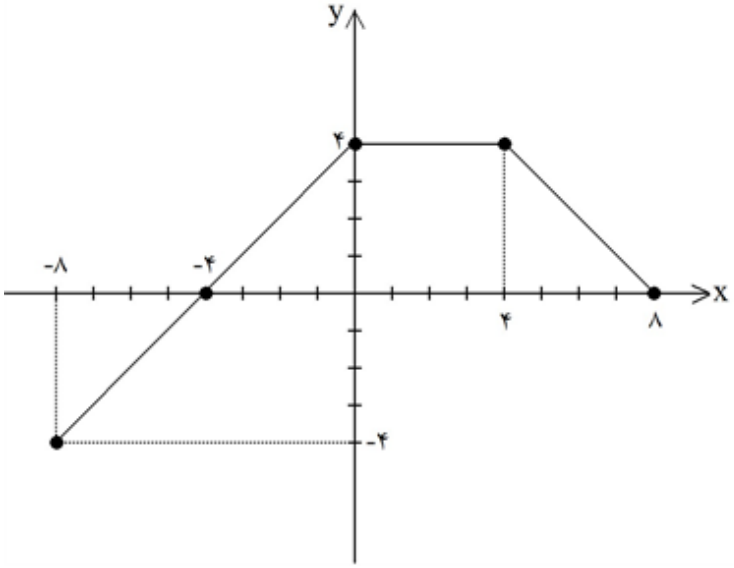
$$\Rightarrow a=۲\xrightarrow{b=۳a} b=۶$$

۱۰

ت) $y=۲f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$

$\frac{۱}{۲}x=t\Rightarrow x=۲t$

x	۲(-۴)	۲(-۲)	۲(۰)	۲(۲)	۲(۴)
y	۲(-۲)	۲(۰)	۲(۲)	۲(۲)	۲(۰)



$$y=\begin{cases}x+۴ & ; \quad -۸\le x\le ۰\\ ۴ & ; \quad ۰\le x\le ۴\\ -x+۸ & ; \quad ۴\le x\le ۸\end{cases}$$

$D=[-۸\ ,\ ۸]\qquad R=[-۴\ ,\ ۴]$

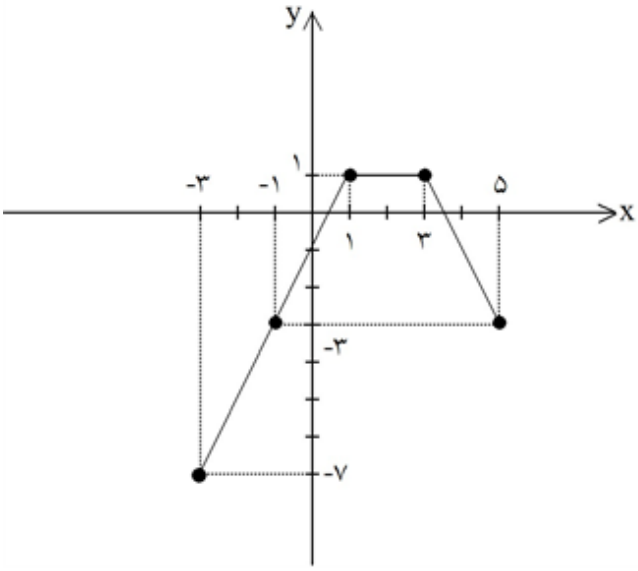
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۱

پ) $x - ۱ = t \Rightarrow x = t + ۱$

x	$-۴ + ۱$	$-۲ + ۱$	$۰ + ۱$	$۲ + ۱$	$۴ + ۱$
y	$۲(-۲) - ۳$	$۲(۰) - ۳$	$۲(۲) - ۳$	$۲(۲) - ۳$	$۲(۰) - ۳$

$$y = \begin{cases} ۲x - ۱ & ; \quad -۳ \le x \le ۱ \\ ۱ & ; \quad ۱ \le x \le ۳ \\ -۲x + ۷ & ; \quad ۳ \le x \le ۵ \end{cases}$$



$D = [-۳ , ۵] \qquad R = [-۷ , ۱]$

۱۲

الف) $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} tgx = -\infty \;,\; \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^-} tgx = +\infty \;,\; \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} (x + ۱) = \frac{\pi}{۲} + ۱ \Rightarrow \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x + ۱}{tgx} = ۰$

ب) $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^۲}{x^۳} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{۱}{x} = ۰$

۱۳

الف) $\lim_{x \to ۴^+} \frac{x + ۱۲}{[x] - x} = \frac{۱۶}{۰^-} = -\infty$

ب) $\lim_{x \to +\infty} \left[\frac{۷x + ۱۴ - ۱۳}{x + ۲}\right] = \lim_{x \to +\infty} \left[۷ + \frac{-۱۳}{x + ۲}\right] = \lim_{x \to +\infty} ۷ + \left[\frac{-۱۳}{x + ۲}\right] = ۷ + [۰^-] = ۷ - ۱ = ۶$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۴

الف) $\lim\limits_{x\to ۵^+}\dfrac{x-x^۲}{x-[x]}=\dfrac{۵-۲۵}{۰^+}=\dfrac{-۲۰}{۰^+}=-\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{۴x+۱۳}{۲x+۳}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{۴x+۶+۷}{۲x+۳}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[۲+\dfrac{۷}{۲x+۳}\right]$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}۲+\left[\dfrac{۷}{۲x+۳}\right]=۲+[۰^+]=۲$

۱۵

الف) $\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{[x]-۱۰}{۱-۳x+۳x^۲-x^۳}=\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{[x]-۱۰}{(۱-x)^۳}=\dfrac{۱-۱۰}{۰^-}=\dfrac{-۹}{۰^-}=+\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{۳x-\sqrt{۹x^۲+x+۱}}{\sqrt{۴x^۲+۱}+۵\sqrt{-x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{۳x-|۳x|}{|۲x|}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{۳x+۳x}{-۲x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{۶x}{-۲x}=-۳$

۱۶

الف) $x\to ۱^-\Rightarrow x<۱\xrightarrow{\text{معکوس}}\dfrac{۱}{x}>۱\xrightarrow{\times\pi}\dfrac{\pi}{x}>\pi$

$\lim\limits_{x\to ۱^-}Cotg\left(\dfrac{\pi}{x}\right)=\lim\limits_{x\to ۱^-}\dfrac{Cos\left(\frac{\pi}{x}\right)}{Sin\left(\frac{\pi}{x}\right)}=\dfrac{Cos(\pi^+)}{Sin(\pi^+)}=\dfrac{-۱}{۰^-}=+\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to ۰^+}x\left[\dfrac{۱}{x}\right]=\lim\limits_{x\to ۰^+}x\times\dfrac{۱}{x}=۱$

۱۷

الف) $\lim\limits_{x\to\pi^+}Cotg\,x=\lim\limits_{x\to\pi^+}\dfrac{Cos\,x}{Sin\,x}=\dfrac{-۱}{۰^-}=+\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left[\dfrac{۱}{x}\right]=+\infty[۰^+]=+\infty\times۰=۰$

↓ صفر مطلق

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۸

$$\lim_{x\to-\infty} x+\sqrt{x^2+6x+1}\times\frac{x-\sqrt{x^2+6x+1}}{x-\sqrt{x^2+6x+1}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x^2-6x-1}{x-\sqrt{x^2+6x+1}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-6x}{x-|x|}\quad(x<0\Rightarrow|x|=-x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-6x}{x+x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-6x}{2x}=-3$$

۱۹

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{a(x+2)^2-(x+5)^2}{3x^2+7}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax^2+4ax+4a-x^2-10x-25}{3x^2+7}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{(a-1)x^2}{3x^2}=4\Rightarrow\frac{a-1}{3}=4\Rightarrow a-1=12\Rightarrow a=13$$

۲۰

الف)
$$\lim_{x\to2}\frac{x-\sqrt{x+\sqrt{x+2}}}{x^3-8}\times\frac{x+\sqrt{x+\sqrt{x+2}}}{x+\sqrt{x+\sqrt{x+2}}}=\lim_{x\to2}\frac{x^2-x-\sqrt{x+2}}{x^3-8}\times\frac{1}{4}$$

$$=\frac{1}{4}\lim_{x\to2}\frac{x^2-x-2+2-\sqrt{x+2}}{x^3-8}=\frac{1}{4}\lim_{x\to2}\frac{x^2-x-2}{x^3-8}+\frac{1}{4}\lim_{x\to2}\frac{2-\sqrt{x+2}}{x^3-8}\times\frac{2+\sqrt{x+2}}{2+\sqrt{x+2}}$$

$$=\frac{1}{4}\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x^2+2x+4)}+\frac{\overbrace{-(x-2)}^{4-x-2}}{(x-2)(x^2+2x+4)\left(2+\sqrt{x+2}\right)}$$

$$=\frac{1}{4}\left(\frac{3}{12}+\frac{-1}{12\times4}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{12-1}{48}\right)=\frac{11}{192}$$

ب)
$$\lim_{x\to2^+}\frac{[-x]+10}{8-12x+6x^2-x^3}=\lim_{x\to2^+}\frac{[-x]+10}{(2-x)^3}=\frac{-3+10}{0^-}=\frac{7}{0^-}=-\infty$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۱ الف) $\lim\limits_{x\to\pi^+}\frac{[\sin x]}{\sin x}=\frac{[0^-]}{0^-}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$

ب) $x\to\frac{5\pi}{8}^+\Rightarrow x>\frac{5\pi}{8}\xrightarrow{\times(-1)}-x<-\frac{5\pi}{8}\xrightarrow{+\frac{\pi}{8}}\frac{\pi}{8}-x<-\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\frac{5\pi}{8}^+}\overbrace{\tan\left(\frac{\pi}{8}-x\right)}^{\left(-\frac{\pi}{2}\right)^-}=\lim_{x\to\frac{5\pi}{8}^+}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}-x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{8}-x\right)}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$$

۲۲ $$\lim_{x\to2}\frac{a}{x-2}-\frac{b}{(x-2)(x-5)}=\lim_{x\to2}\frac{a(x-5)-b}{(x-2)(x-5)}=\lim_{x\to2}\frac{ax-5a-b}{(x-2)(x-5)}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{a\left(x-5-\frac{b}{a}\right)}{(x-2)(x-5)}=-\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{a}{-3}=\frac{2}{-3}\Rightarrow a=2\ ,\ -5-\frac{b}{a}=-2\Rightarrow-\frac{b}{2}=3\Rightarrow b=-6$$

۲۳ $$2\cos^2x-9\cos x-5=0\Rightarrow\begin{cases}\cos x=-\frac{1}{2}\Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}\\ \cos x=5\end{cases}$$

$\cos x=5$ غ ق ق

۲۴ $f'(x)=-2x+10\ ,\ f'(2)=6\ ,\ f(2)=16$

$y-16=6(x-2)\Rightarrow y=6x+4$

۲۵ $$\begin{cases}\max y=|a|+c=2+1=3\\ \min y=-|a|+c=-2+1=-1\end{cases}$$

۲۶ نادرست (۰/۲۵)

۲۷ درست (۰/۲۵)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۸ الف) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = ۰$

ب) $\lim\limits_{x\to ۱^{+}} f(x) = +\infty$

پ) $\lim\limits_{x\to(-۱)^{-}} f(x) = -\infty$

ت) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -۱$

۲۹ الف) $\lim\limits_{x\to-۱} \dfrac{(x-۱)(x+۱)\left(x-\sqrt{۲x+۳}\right)}{x^{۲}-۲x-۳} = \lim\limits_{x\to-۱} \dfrac{(x-۱)(x+۱)\left(x-\sqrt{۲x+۳}\right)}{(x+۱)(x-۳)} = -۱$

ب) $\lim\limits_{x\to۳} \dfrac{۲}{|x-۳|} = \dfrac{۲}{۰^{+}} = +\infty$

۳۰ $fog(x) = f\left(\dfrac{x+۴}{۳}\right) = ۳\left(\dfrac{x+۴}{۳}\right) - ۴ = x$

$gof(x) = g(۳x-۴) = \left(\dfrac{۳x-۴+۴}{۳}\right) = x$

۳۱ $\dfrac{۲\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = ۲ \quad \begin{cases} |a|+c = ۶ \\ -|a|+c = -۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} |a| = ۴ \\ c = ۲ \end{matrix}$

هریک از توابع $y = ۴\sin(۲x)+۲$ یا $y = -۴\sin(۲x)+۲$ و یا $y = ۴\sin(-۲x)+۲$ و یا $y = -۴\sin(-۲x)+۲$ صحیح است هر مورد نوشته شود مورد قبول است.

۳۲ الف) $\lim\limits_{x\to۴} \dfrac{۲-\sqrt{x}}{x^{۲}-۱۶} = \lim\limits_{x\to۴} \dfrac{۲-\sqrt{x}}{(x-۴)(x+۴)} \times \dfrac{۲+\sqrt{x}}{۲+\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to۴} \dfrac{۴-x}{(x-۴)(x+۴)\left(۲+\sqrt{x}\right)}$

$= \lim\limits_{x\to۴} \dfrac{-۱}{(x+۴)\left(۲+\sqrt{x}\right)} = \dfrac{-۱}{۳۲}$

ب) $\lim\limits_{x\to۰^{+}} \dfrac{۱}{۱-\cos x} = \dfrac{۱}{۱-۱^{-}} = \dfrac{۱}{۰^{+}} = +\infty$

۳۳ ۱۳ برابر، زیرا:

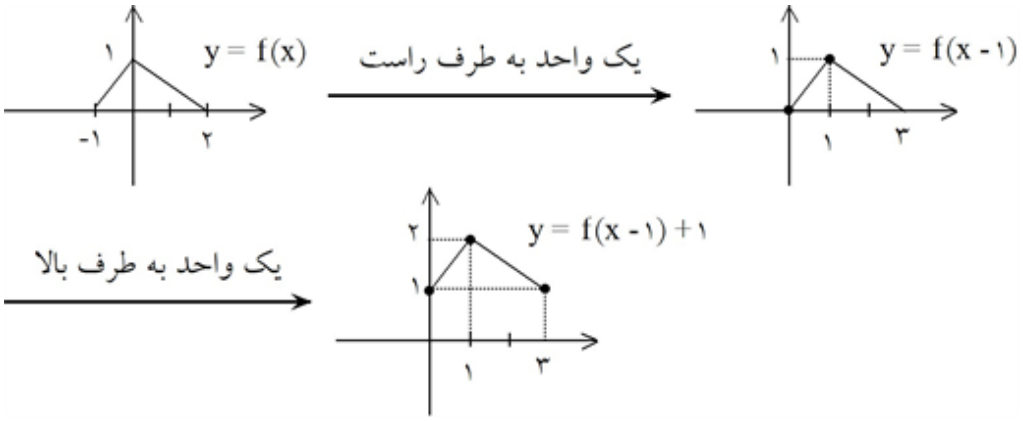
$f'(x) = ۴x+۵ \Rightarrow \begin{matrix} f'(-۱) = ۱ \\ f'(۲) = ۱۳ \end{matrix}$

۳۴ الف) درست

ب) نادرست

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۵



۳۶

$$۵\pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} \xrightarrow{\div(۵\pi)} x \neq \frac{k}{۵} + \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow D = \left\{ x \mid x \in R\,,\, x \neq \frac{k}{۵} + \frac{۱}{۱۰} \right\}$$

۳۷

$$\begin{cases} \cos ۲\alpha = \cos^{۲}\alpha - \sin^{۲}\alpha \\ \sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha \end{cases}$$

$$f(x) = ۳\cos x \sin x\left(\cos^{۲}x - \sin^{۲}x\right) + ۱ \Rightarrow f(x) = ۳\left(\frac{۱}{۲}\sin ۲x\right)\cos ۲x + ۱$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{۳}{۲}\underbrace{\sin ۲x \cos ۲x}_{\frac{۱}{۲}\sin ۴x} + ۱ \Rightarrow f(x) = \frac{۳}{۴}\sin(۴x) + ۱$$

$$T = \frac{۲\pi}{|۴|} = \frac{۲\pi}{۴} \Rightarrow T = \frac{\pi}{۲}$$

$$\begin{cases} y_{max} = \frac{۳}{۴}(۱) + ۱ = \frac{۷}{۴} \\ y_{min} = \frac{۳}{۴}(-۱) + ۱ = \frac{۱}{۴} \end{cases}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۸ روش اول:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{\log_۲^x-\log_x^۲}{۲\log_۲\left(\frac{x}{۲}\right)}=\lim_{x\to ۲}\frac{\log_۲^x-\frac{۱}{\log_۲^x}}{۲\left(\log_۲^x-\log_۲^۲\right)}=\lim_{x\to ۲}\frac{\left(\log_۲^x\right)^۲-۱}{۲\log_۲^x\left(\log_۲^x-۱\right)}$$

$$=\lim_{x\to ۲}\frac{\left(\log_۲^x-۱\right)\left(\log_۲^x+۱\right)}{۲\log_۲^x\left(\log_۲^x-۱\right)}=\frac{۱+۱}{۲}=۱$$

روش دوم (هوپیتال):

$$\log_۲^x=t\Rightarrow\lim_{t\to ۱}\frac{t-\frac{۱}{t}}{۲(t-۱)}\xrightarrow{HOP}\lim_{t\to ۱}\frac{۱+\frac{۱}{t^۲}}{۲}=\frac{۲}{۲}=۱$$

۳۹

$$f'(t)=۲t-۱$$
$$f(۵)=۲۵-۵+۱۰=۳۰$$
$$f(۰)=۰-۰+۱۰=۱۰$$
$$\Rightarrow \text{سرعت لحظه ای}=\frac{۳۰-۱۰}{۵-۰}=۴$$
$$۲t-۱=۴\Rightarrow ۲t=۵\Rightarrow t=۲/۵s \quad \text{متوسط}$$

۴۰ الف) در هفته سوم آهنگ آلوده شدن از هفته ششم بیش‌تر است یعنی هرچه زمان بیش‌تر گذشته جمعیت کم‌تری از شهر آلوده شدند.

ب) در $t=۳$ شیب خط مماس بیش‌تر است. $m_A>m_B$

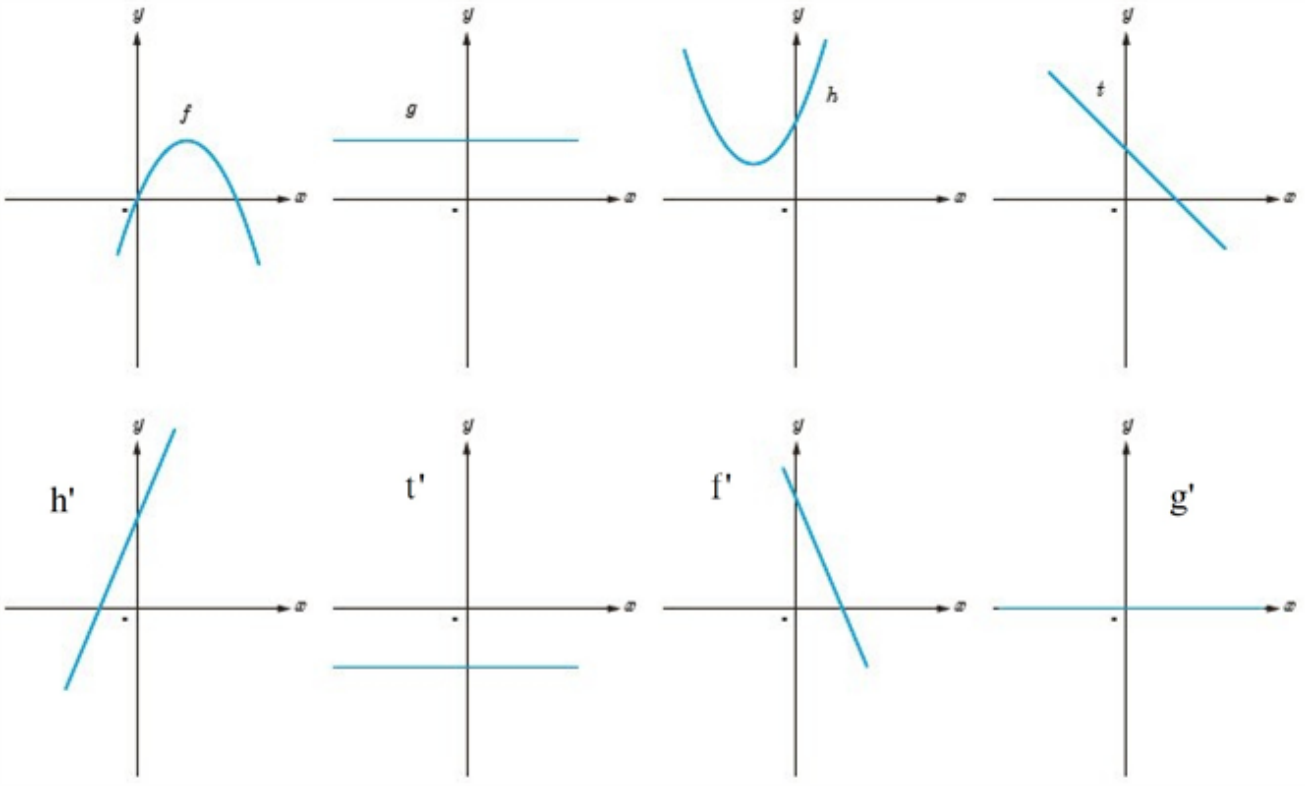
پ) در $t=۶$ از همه کم‌تر است.

۴۱

$$f'_+(۰)=\lim_{x\to ۰^+}\frac{x-۰}{x-۰}=۱$$
$$f'_-(۰)=\lim_{x\to ۰^-}\frac{x^۲-۰}{x-۰}=۰$$
$$\Rightarrow f'_+(۰)\neq f'_-(۰)\Rightarrow f'(۰) \quad \text{وجود ندارد}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۲

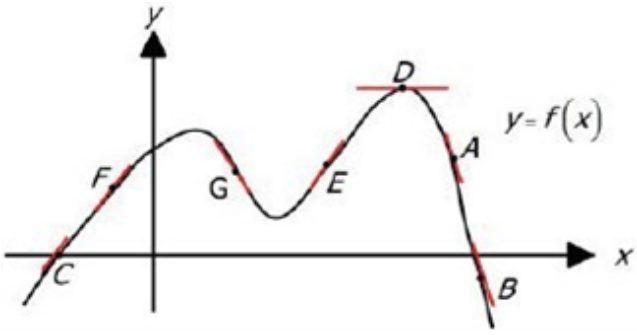


۴۳ تابع در $x = ۰$ دارای مماس قائم است زیرا قدر مطلق مشتق آن در $x = ۰$ برابر $+\infty$ است.

$$f'(x) = \frac{۲}{۳\sqrt[۳]{x}}$$

$$\lim_{x \to ۰} |f'(x)| = \frac{۲}{۰^{+}} = +\infty$$

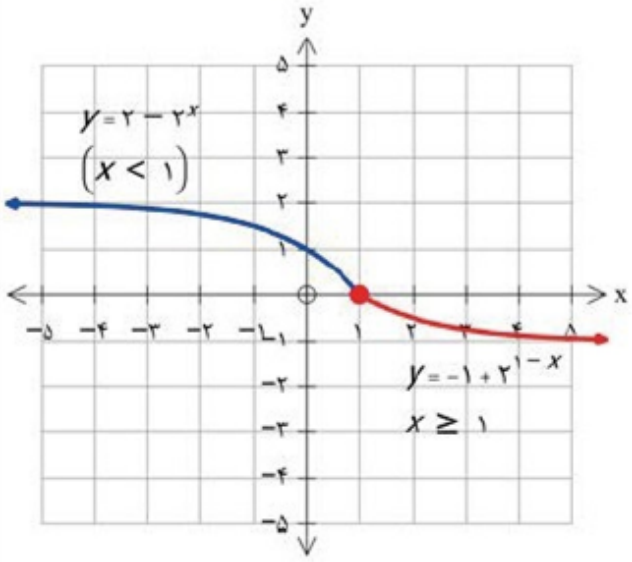
۴۴



تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۵ الف) اگر x به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود تابع $f(x)$ را به هر اندازه دلخواه می‌توان به ۱- نزدیک کرد.
اگر x به اندازه ی کافی کوچک انتخاب شود تابع $f(x)$ را به هر اندازه دلخواه می‌توان به ۲ نزدیک کرد.

ب)
$$f(x)=\begin{cases} -1+2^{1-x} & ;x\geq 1 \\ 2-2^{x} & ;x<1 \end{cases}$$



بی‌شمار تابع می توان ساخت.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

الف) $\lim_{x \to ۰^+} \frac{۱}{x} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$

مخرج در نزدیکی صفر با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و صورت برابر ۱ عددی مثبت است پس حد عبارت برابر $+\infty$ است.

ب) $\lim_{x \to ۰} \frac{-۱}{|x|} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی صفر به صفر میل می‌کند و صورت برابر ۱- عددی منفی است پس حد عبارت برابر $-\infty$ است.

پ) $\lim_{x \to ۱^-} \frac{۱}{x - ۱} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$

ت) $\lim_{x \to -۶} \frac{۹}{(x + ۶)^۲} = \frac{۹}{۰^+} = +\infty$

مخرج در نزدیکی ۶- چون توان دو است به صفر مثبت میل می‌کند و صورت برابر ۹ عددی مثبت است پس حد عبارت برابر $+\infty$ است.

ث) $\lim_{x \to ۳} \frac{-۱}{(x - ۳)^۴} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی ۳ چون توان است است به صفر میل می‌کند و صورت برابر ۱- عددی منفی است پس حد عبارت برابر $-\infty$ است.

ج) $\lim_{x \to \frac{-۱}{۲}} \frac{۴x + ۱}{(۲x + ۱)^۲} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی $\frac{۱}{۲}-$ چون توان دو است به صفر مثبت میل می‌کند و صورت حاصلش برابر ۱- است که عددی منفی است پس حد عبارت برابر $-\infty$ است.

چ) $\lim_{x \to ۳^+} \frac{۱ - ۵x}{x^۲ - ۹} = \lim_{x \to ۳^+} \frac{۱ - ۵x}{(x - ۳)(x + ۳)} = \frac{-۱۴}{(۰^+) \times ۶} = -\infty$

x		-۳		۳	
$x^۲ - ۹$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

مخرج در نزدیکی ۳ به ازای مقادیر مثبت صفر میل می‌کند و صورت حاصلش برابر ۱۴- یک عددی منفی است پس حد عبارت برابر $-\infty$ است.

ح) $\lim_{x \to (-۲)^-} \frac{-۳x}{x^۲ - ۴} = \lim_{x \to (-۲)^-} \frac{-۳x}{(x - ۲)(x + ۲)} = \frac{-۳(-۲)}{(-۴)(۰^-)} = \frac{۶}{۰^+} = +\infty$

x		-۲		۲	
$x^۲ - ۴$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

مخرج در نزدیکی ۲- به ازای مقادیر مثبت صفر میل می‌کند و صورت حاصلش برابر ۶ یک عددی مثبت است پس حد عبارت برابر $+\infty$ است.

خ) $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{۱}{\cos x} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۴۷

الف) $\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} = \lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{2x\left(x - \frac{1}{2}\right)}{2\left(x - \frac{1}{2}\right)(2x+1)} = \lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{x}{(2x+1)} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$

ب) $\lim_{x\to 5} \frac{x^3 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25} = \lim_{x\to 5} \frac{(x-5)(x^2+x+1)}{(x-5)(x+5)} = \lim_{x\to 5} \frac{x^2+x+1}{x+5}$

$\frac{25+5+1}{10} = \frac{31}{10}$

پ) $\lim_{x\to -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + x + 4} = \lim_{x\to -4} \frac{(x+4)(x-1)}{(x+4)(x^2+1)} = \lim_{x\to -4} \frac{x-1}{x^2+1} = \frac{-5}{17}$

۴۸

$\sin^2 22/5 = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin 22/5 = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$

$\cos^2 22/5 = \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \cos 22/5 = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$

۴۹

$\sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{12}{13}$

الف) $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2 \times \frac{25}{169} - 1 = -\frac{119}{169}$

ب) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 2 \times \frac{12}{13} \times \frac{5}{13} = \frac{120}{169}$

۵۰

$f(x) = \frac{-8x+3}{2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = \frac{-8y+3}{2} \Rightarrow -8y = 2x - 3 \Rightarrow y = \frac{-2x+3}{8} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-2x+3}{8}$

$g(x) = -5 - \sqrt{3x+1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = -5 - \sqrt{3y+1} \Rightarrow -\sqrt{3y+1} = x + 5$

$\Rightarrow 3y + 1 = (x+5)^2 \Rightarrow 3y = (x+5)^2 - 1 \Rightarrow y = \frac{(x+5)^2 - 1}{3} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{(x+5)^2 - 1}{3}$

۵۱ الف) شکل ۴ ب) شکل ۱ پ) شکل ۲ ت) شکل ۳

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۵۲

الف) $f(x)=۲x-۵\ ,\ g(x)=x^۲-۳x+۸ \Rightarrow \begin{cases} f(g(x))=۷ \\ ۲\left(x^۲-۳x+۸\right)-۵ \end{cases} \Rightarrow ۲x^۲-۶x+۱۱=۷$

$\Rightarrow ۲x^۲-۶x+۴=۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} x=۱ \\ x=۲ \end{cases}$

ب) $f(x)=۳x^۲+x-۱\ ,\ g(x)=۱-۲x \Rightarrow \begin{cases} g(f(x))=-۵ \\ ۱-۲\left(۳x^۲+x-۱\right) \end{cases} \Rightarrow -۶x^۲-۲x+۳=-۵$

$\Rightarrow -۶x^۲-۲x+۸=۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} x=۱ \\ x=-\frac{۸}{۶}=-\frac{۴}{۳} \end{cases}$

۵۳

الف) $h(x)=\sqrt[۳]{x^۲+۱} \Rightarrow f(x)=x^۲+۱\ ,\ g(x)=\sqrt[۳]{x}$

ب) $l(x)=\sqrt{x^۲+۱} \Rightarrow f(x)=x^۲+۵\ ,\ g(x)=\sqrt{x}$

خیر منحصر به فرد نیست.

۵۴

الف) نادرست

$(fog)_{(۵)}=f(g(۵))=g(۵)^۲-۴=\left(\sqrt{x^۲-۴}\right)^۲-۴=\left(\sqrt{۵^۲-۴}\right)^۲-۴$

$=۲۱-۴=۱۷$

ب) نادرست

$\begin{cases} f(x)=۳x \\ g(x)=۲x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} fog(x)=f(g(x))=۳(۲x)=۶x \\ gof(x)=g(f(x))=۲(۳x)=۶x \end{cases} \Rightarrow fog(x)=gof(x)$

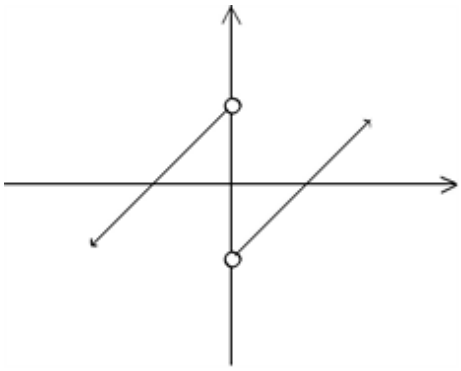
پ) درست

$(fog)(۴)=f(g(۴))=f(۷)=۵$

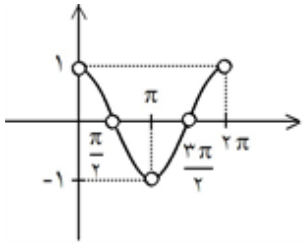
ت) درست

$\begin{cases} (fog)(۵)=f(g(۵))=\sqrt{۲\times۵-۱}=\sqrt{۹}=۳ \\ g(۲)=۲\times۲-۱=۳ \end{cases}$

۵۵



۵۶

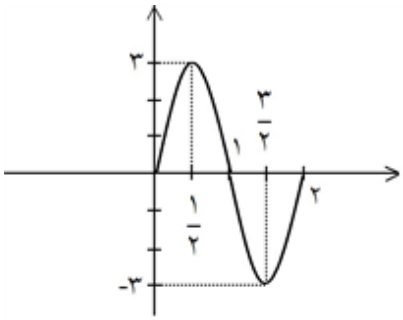


$tgx\times Cotgx=۱ \Rightarrow x\neq \frac{\pi}{۲}\ ,\ \pi\ ,\ \frac{۳\pi}{۲}$

$y=Cosx$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۵۷ نمودار تابع $y = ۳\sin \pi x$ را به روش انتقال رسم می‌کنیم پس:

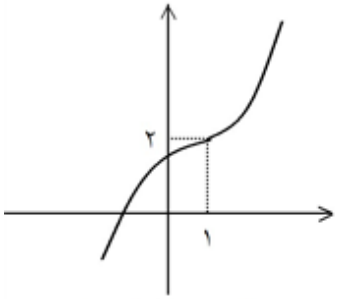


$$\text{Max}\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ ۳\end{matrix}\right. , \ \text{Min}\left|\begin{matrix}\frac{۳}{۲}\\ -۳\end{matrix}\right.$$

بنابراین فاصله‌ی این ۲ نقطه برابر است با:

$$\sqrt{\left(\frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۲}\right)^{۲} + (-۳ - ۳)^{۲}} = \sqrt{۳۷}$$

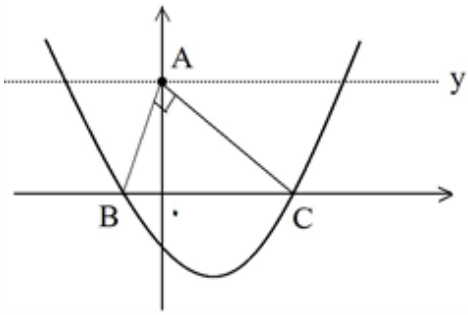
۵۸ ضابطه‌ی تابع به صورت زیر می‌باشد:



$$\begin{cases} f(x) = (x - ۱)^{۳} + ۲ \\ f(x) = (x + a)(x^{۲} + bx + c) \\ f(x) = x^{۳} - ۳x^{۲} + ۳x + ۱ \\ f(x) = x^{۳} + (a + b)x^{۲} + (ab + c)x + ac \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = -۳ \\ ab + c = ۳ \ \checkmark \\ ac = ۱ \end{cases}$$

۵۹ می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر واسطه‌ی هندسی بین ۲ قطعه‌ی ایجاد شده روی وتر است. پس:



$$OA^{۲} = OB \times OC \xrightarrow[OB \times OC = |P| = \left|\frac{c}{a}\right| = ۳]{OA = k}$$

$$k^{۲} = ۳ \Rightarrow k = \pm\sqrt{۳} \Rightarrow k = \sqrt{۳}$$

۶۰

$$fof(x) = \frac{۵f(x) + ۱}{f(x) - ۴} \Rightarrow f(f(x)) = \frac{۵f(x) + ۱}{f(x) - ۴} \xrightarrow{f(x) = t} f(t) = \frac{۵t + ۱}{t - ۴} \xrightarrow{f(t) = ۶}$$

$$۶ = \frac{۵t + ۱}{t - ۴} \Rightarrow t = ۲۵ \Rightarrow f(۲۵) = ۶ \Rightarrow f^{-۱}(۶) = ۲۵$$

۶۱

$$\frac{y - ۵}{۳} = \text{Log}_{۲}(x - ۳) \Rightarrow x - ۳ = ۲^{\frac{y-۵}{۳}} \Rightarrow x = ۳ + ۲^{\frac{y-۵}{۳}} \Rightarrow f^{-۱}(x) = ۳ + ۲^{\frac{x-۵}{۳}}$$

۶۲

$$\begin{matrix} f^{-۱}(۱) = ۰ \Rightarrow f(۰) = ۱ \Rightarrow a(۰) + b = ۱ \Rightarrow b = ۱ \\ f(۲) = ۵ \Rightarrow a(۲) + ۱ = ۵ \Rightarrow ۲a = ۴ \Rightarrow a = ۲ \end{matrix} \Rightarrow f(x) = ۲x + ۱$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۶۳ $f(-۲) = ۲$ فرد

$f(f(-۲)) = f(۲) = -۱$ زوج

$f(f(f(-۲))) = f(f(۲)) = f(-۱) = ۲$ فرد

$$\Rightarrow \underbrace{f(f(f \ldots f}_{۲۰ \text{ بار}}(-۲))) \xrightarrow{\text{زوج}} -۱$$

۶۴ الف) $f'(x) = \underbrace{۵}_{۰/۲۵} \underbrace{(x^۴ - ۳x)^۴}_{۰/۲۵} \underbrace{(۴x^۳ - ۳)}_{۰/۲۵}$

ب) $g'(x) = \dfrac{\overbrace{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}^{۰/۲۵}(۱ - x) - \overbrace{(-۱)\sqrt{x}}^{۰/۲۵}}{\underbrace{(۱ - x)^۲}_{۰/۲۵}}$

۶۵ نادرست (۰/۲۵)

۶۶ $\dfrac{f(۴۵) - f(۰)}{۴۵ - ۰} = \dfrac{۳۷ - ۳۲}{۴۵} = \dfrac{۵}{۴۵} = \dfrac{۱}{۹}$

۶۷

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

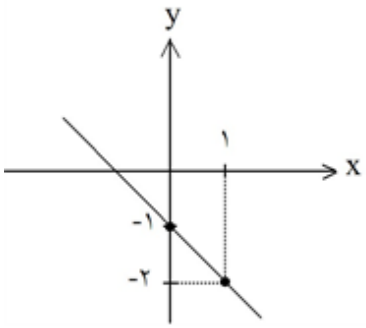
۶۸ الف)

$$f(x)=۲x-۱ \Rightarrow -۲\le x\le ۷ \xrightarrow{x\to ۲x} -۲\le ۲x\le ۷ \xrightarrow{\div ۲} -۱\le x\le ۳/۵$$

$$D_{f(۲x)}=[-۱\ ,\ ۳/۵]$$

ب)

$$f\left(-\frac{x}{۲}\right)=۲\left(-\frac{x}{۲}\right)-۱ \Rightarrow f\left(-\frac{x}{۲}\right)=-x-۱$$



x	۰	۱
y	-۱	-۲

۶۹ آهنگ متوسط

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x(۴)-x(۳)}{۴-۳}\ (۰/۲۵)=\frac{۱۳۰-\left(\sqrt{۳}+۵۴\right)}{۱}\ (۰/۵)=۷۶-\sqrt{۳}\ (۰/۲۵)$$

۷۰

$$\sin x-۱+۲\sin^{۲}x=۰\ (۰/۵)\Rightarrow \begin{cases} \sin x=-۱ \Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲},\ x=(۲k+۱)\pi+\frac{\pi}{۲}\ (۰/۵) \\ \sin x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶} \\ x=(۲k+۱)\pi-\frac{\pi}{۶} \end{cases}\ (۰/۵) \end{cases}$$

۷۱ الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵)

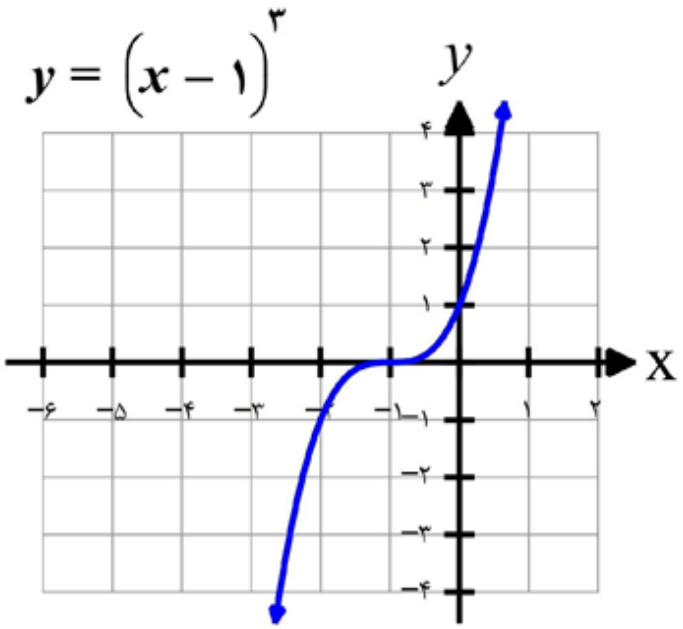
۷۲ مشتق‌پذیر نیست. (۰/۲۵) زیرا:

$$f'_{+}(۲)=\lim_{x\to ۲^{-}}\frac{|x-۲|-۰}{x-۲}\ (۰/۲۵)=\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{x-۲}{x-۲}=۱\ (۰/۲۵),\ f'_{-}(۲)=\lim_{x\to ۲^{-}}\frac{-(x-۲)}{x-۲}=-۱\ (۰/۲۵)$$

۷۳

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

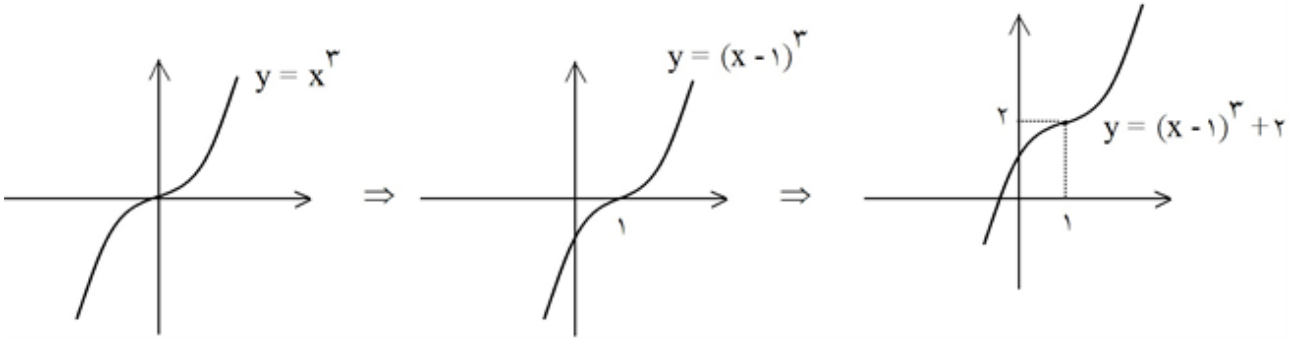
۷۴



اکیداً صعودی (۰/۲۵)

۷۵

$$y = \underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}} + 2 \Rightarrow y = (x-1)^3 + 2$$



۷۶

$$g(f(x)) = (f(x))^3 + (f(x))^2 - f(x) - 1 = (f(x)^2 - 1)(f(x) + 1) = 0 \Rightarrow f(x) = \pm 1$$

$$f(x) = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 3 = 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3},\ x = 1$$

$$f(x) = -1 \Rightarrow 3x^2 + x - 3 = -1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3},\ x = -1$$

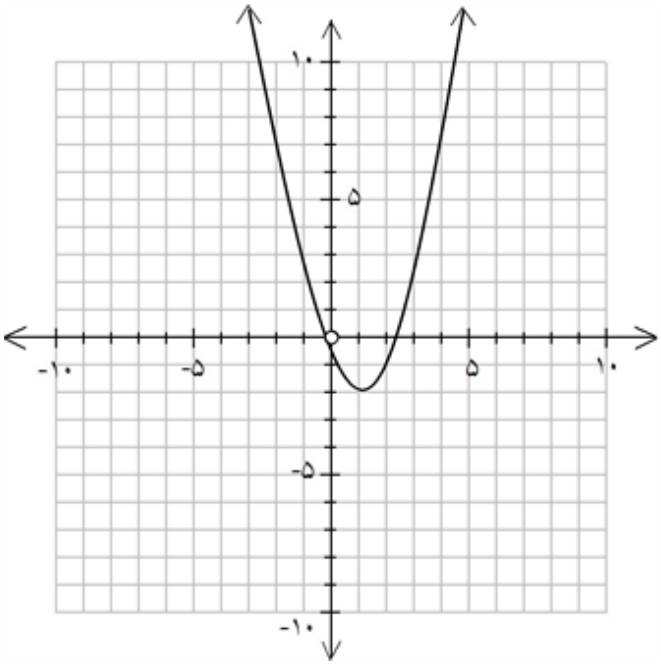
چهار جواب دارد.

۷۷

$$f(g(x)) = 0 \Rightarrow (g(x))^2 + 4g(x) + 3 = 0 \Rightarrow (g(x) + 1)(g(x) + 3) = 0$$
$$\Rightarrow (x^2 + 7x + 9 + 1)(x^2 + 7x + 9 + 3) = 0 \Rightarrow (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) = 0$$
$$\Rightarrow (x+2)(x+5)(x+3)(x+4) = 0 \Rightarrow x = -2,\ x = -5,\ x = -3,\ x = -4$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۷۸



۷۹

۸۰

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۸۱

۸۲

۸۳

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۸۴

۸۵

$$f(x)=۲x-۶\Rightarrow y=۲x-۶\Rightarrow y+۶=۲x\Rightarrow x=\frac{y+۶}{۲}\xrightarrow{x\leftrightarrow y} y=\frac{x+۶}{۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x+۶}{۲}$$

$$g(x)=۵+۲x\Rightarrow y=۵+۲x\Rightarrow y-۵=۲x\Rightarrow x=\frac{y-۵}{۲}\xrightarrow{x\leftrightarrow y} y=\frac{x-۵}{۲}$$

$$\Rightarrow g^{-۱}(x)=\frac{x-۵}{۲}$$

$$h(x)=\sqrt{f^{-۱}(x)}+\frac{۳x-۱}{g^{-۱}(x)}\Rightarrow h(x)=\sqrt{\frac{x+۶}{۲}}+\frac{۳x-۱}{\frac{x-۵}{۲}}$$

$$\begin{cases}\frac{x+۶}{۲}\geq ۰\Rightarrow x\geq -۶\\ x-۵\neq ۰\Rightarrow x\neq ۵\end{cases}\Rightarrow D_h=[-۶,+\infty)-\{۵\}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۸۶

$$f(x) = ۸ - ۲x \Rightarrow y = ۸ - ۲x \Rightarrow ۲x = ۸ - y \xrightarrow{\div ۲} x = ۴ - \frac{y}{۲} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{۸ - x}{۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۸ - x}{۲}$$

$$h(x) = \sqrt{\frac{۲x + ۱}{\frac{۸ - x}{۲}}} = \sqrt{\frac{۴x + ۲}{۸ - x}} \Rightarrow \frac{۴x + ۲}{۸ - x} \geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \leq x < ۸ \\ x = ۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_h = [-\frac{۱}{۲}, ۸)$$

۸۷

$$f(x) = ۳x$$

$$D_f : -۱ \leq x \leq ۳ \xrightarrow{\times ۳} -۳ \leq ۳x \leq ۹ \Rightarrow -۳ \leq x \leq ۹ \Rightarrow R_f = [-۳, ۹]$$

$$g(x) = ۲x - ۱$$

$$R_g = -۱ \leq y \leq ۷ \Rightarrow -۱ \leq ۲x - ۱ \leq ۷ \xrightarrow{+۱} ۰ \leq ۲x \leq ۸ \xrightarrow{\div ۲} ۰ \leq x \leq ۴ \Rightarrow D_g = [۰, ۴]$$

$$h(x) = x^۲$$

$$D_h : -۱ \leq x \leq ۳ \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} ۰ \leq x^۲ \leq ۹ \Rightarrow ۰ \leq y \leq ۹ \Rightarrow R_h = [۰, ۹]$$

$$t(x) = ۵ - x$$

$$D_t : -۲ \leq x \leq ۴ \xrightarrow{\times (-۱)} -۴ \leq -x \leq ۲ \xrightarrow{+۵} ۱ \leq ۵ - x \leq ۷ \Rightarrow ۱ \leq y \leq ۷ \Rightarrow R_t = [۱, ۷]$$

تابع	$f(x) = ۳x$	$g(x) = ۲x - ۱$	$h(x) = x^۲$	$t(x) = ۵ - x$
دامنه تابع	$[-۱, ۳]$	$[۰, ۴]$	$[-۱, ۳]$	$[-۲, ۴]$
برد تابع	$[-۳, ۹]$	$[-۱, ۷]$	$[۰, ۹]$	$[۱, ۷]$

۸۸ برای به دست آوردن ارتفاع ماکزیمم به روش زیر عمل می‌کنیم.

$$h = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۲۱۶}{۲(-۱۸)} = \frac{-۲۱۶}{-۳۶} = ۶$$

زمانی‌که موشک به زمین برخورد می‌کند ارتفاع برابر صفر است بنابراین:

$$h(t) = ۰ \Rightarrow -۱۸t^۲ + ۲۱۶t = ۰ \Rightarrow t(-۱۸t + ۲۱۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۰ \\ t = ۱۲s \end{cases}$$

۱۲ ثانیه طول می‌کشد تا موشک به زمین برخورد کند.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۸۹ تنها نقطه‌ای که با حذف آن یک مقدار از $f(x)$ حذف می‌شود فقط نقطه‌ی رأس سهمی است بنابراین $S(۲ , ۲)$ رأس سهمی است.

$$x_{.} = \frac{-b}{۲a} = ۲ \Rightarrow ۴a = -b \Rightarrow ۴a + b = ۰$$

$$f(x) = ax^{۲} + bx + ۶ \xrightarrow[y_{.} = ۲]{x_{.} = ۲} ۴a + ۲b + ۶ = ۲ \Rightarrow ۴a + ۲b = -۴$$

$$\begin{cases} -۴a - b = ۰ \\ ۴a + ۲b = -۴ \end{cases} \Rightarrow b = -۴ \Rightarrow a = ۱$$

۹۰

$$۳kx^{۲} - ۵x + k + ۱ = x + ۲k + ۲ \Rightarrow ۳kx^{۲} - ۶x - k - ۱ = ۰ \xrightarrow{\Delta < ۰} ۳۶ + ۱۲k^{۲} + ۱۲k < ۰$$

$$\xrightarrow{\div ۱۲} \underbrace{k^{۲} + k + ۳}_{\text{همواره مثبت}} < ۰ \Rightarrow k \text{ هیچ مقدار}$$

۹۱

$$(m + ۲)x^{۲} - ۴mx - ۶ = -۲mx - ۷ \Rightarrow (m + ۲)x^{۲} - ۲mx + ۱ = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۰}$$

$$۴m^{۲} - ۴(m + ۲) = ۰ \Rightarrow m^{۲} - m - ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = ۲ \\ m = -۱ \end{cases}$$

۹۲

$$(۶ , f^{-۱}(۶)) \in f^{-۱} \Rightarrow (f^{-۱}(۶) , ۶) \in f \Rightarrow \begin{cases} x = f^{-۱}(۶) \\ f(x) = ۶ \end{cases} \Rightarrow ۶ + f^{-۱}(۶) = ۲f^{-۱}(۶) + ۱۰$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(۶) = -۴$$

$$f(x) - ۴ = ۲x + ۱۰ \Rightarrow f(x) = ۲x + ۱۴$$

$$f(۱) = ۲ + ۱۴ = ۱۶$$

$$f^{-۱}(۰) = a \Rightarrow f(a) = ۰ \Rightarrow ۲a + ۱۴ = ۰ \Rightarrow a = -۷$$

$$\frac{۱ + f(۱)}{۲ - f^{-۱}(۰)} = \frac{۱ + ۱۶}{۲ + ۷} = \frac{۱۷}{۹}$$

۹۳

الف) $$\lim_{x \to ۱} \frac{\sqrt{x - ۱} + ۳\sqrt{x - ۱}}{\sqrt{x^{۲} - ۱}} = \lim_{x \to ۱} \frac{۴\sqrt{x - ۱}}{\sqrt{x + ۱}\sqrt{x - ۱}} = \frac{۴}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۴\sqrt{۲}}{۲} = ۲\sqrt{۲}$$

ب) $$\lim_{x \to ۵} \frac{x - \sqrt{۴x + ۵}}{\sqrt{x - ۱} - ۲} \times \frac{x + \sqrt{۴x + ۵}}{x + \sqrt{۴x + ۵}} \times \frac{\sqrt{x - ۱} + ۲}{\sqrt{x - ۱} + ۲}$$

$$\lim_{x \to ۵} \frac{(x^{۲} - ۴x - ۵)(\sqrt{x - ۱} + ۲)}{(x - ۱ - ۴)(x + \sqrt{۴x + ۵})} = \lim_{x \to ۵} \frac{(x - ۵)(x + ۱)(\sqrt{x - ۱} + ۲)}{(x - ۵)(x + \sqrt{۴x + ۵})} = \frac{۶ \times ۴}{۱۰} = \frac{۱۲}{۵}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۹۴

الف) $\lim_{x\to ۱} \frac{x-\sqrt{x}}{۲-\sqrt{x+۳}} \times \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \times \frac{۲+\sqrt{x+۳}}{۲+\sqrt{x+۳}} = \lim_{x\to ۱} \frac{(x^۲-x)(۲+\sqrt{x+۳})}{(۴-x-۳)(x+\sqrt{x})}$

$= \lim_{x\to ۱} \frac{x\cancel{(x-۱)}(۲+\sqrt{x+۳})}{-\cancel{(x-۱)}(x+\sqrt{x})} = \frac{۱\times ۴}{-۲} = -۲$

ب) $\lim_{x\to ۳} \frac{x-\sqrt{۲x+۳}}{\sqrt{x+۱}-۲} \times \frac{x+\sqrt{۲x+۳}}{x+\sqrt{۲x+۳}} \times \frac{\sqrt{x+۱}+۲}{\sqrt{x+۱}+۲} = \lim_{x\to ۳} \frac{(x^۲-۲x-۳)(\sqrt{x+۱}+۲)}{(x+۱-۴)(x+\sqrt{۲x+۳})}$

$\lim_{x\to ۳} \frac{\cancel{(x-۳)}(x+۱)(\sqrt{x+۱}+۲)}{\cancel{(x-۳)}(x+\sqrt{۲x+۳})} = \frac{۴\times ۴}{۶} = \frac{۸}{۳}$

۹۵

الف) $\lim_{x\to ۲} \frac{x-\sqrt{x+۲}}{x^۲-۴} \times \frac{x+\sqrt{x+۲}}{x+\sqrt{x+۲}} = \lim_{x\to ۲} \frac{x^۲-x-۲}{(x^۲-۴)(x+\sqrt{x+۲})}$

$= \lim_{x\to ۲} \frac{\cancel{(x-۲)}(x+۱)}{\cancel{(x-۲)}(x+۲)(x+\sqrt{x+۲})} = \lim_{x\to ۲} \frac{x+۱}{(x+۲)(x+\sqrt{x+۲})} = \frac{۳}{۴\times ۴} = \frac{۳}{۱۶}$

ب) $\lim_{x\to ۳} \frac{\sqrt[۳]{x+۵}-۲}{x^۲-۹} \times \frac{\sqrt[۳]{(x+۵)^۲}+۲\sqrt[۳]{x+۵}+۴}{\sqrt[۳]{(x+۵)^۲}+۲\sqrt[۳]{x+۵}+۴}$

$= \lim_{x\to ۳} \frac{\cancel{x+۵-۸}}{\cancel{(x-۳)}(x+۳)(\sqrt[۳]{(x+۵)^۲}+۲\sqrt[۳]{x+۵}+۴)}$

$= \lim_{x\to ۳} \frac{۱}{(x+۳)(\sqrt[۳]{(x+۵)^۲}+۲\sqrt[۳]{x+۵}+۴)} = \frac{۱}{۶\times ۱۲} = \frac{۱}{۷۲}$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۹۶ الف) در نقاط B و A: y سهمی صفر است.

$$x^{۲} - ۲x - ۸ = ۰ \Rightarrow (x - ۴)(x + ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۴ \\ x = -۲ \end{cases} \Rightarrow A\begin{vmatrix} ۴ \\ ۰ \end{vmatrix}, B\begin{vmatrix} -۲ \\ ۰ \end{vmatrix}$$

ب)

$$AB = |x_A - x_B| = ۶cm$$

پ)

$$x_۰ = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۲} = ۱ \Rightarrow y_۰ = ۱ - ۲ - ۸ = -۹ \Rightarrow \text{بیش ترین ضخامت} = ۹mm$$

۹۷ باید دو تابع را برابر قرار داد و بعد از تشکیل معادله درجه ۲ باید $\Delta < ۰$ باشد.

$$x^{۲} + mx + ۵ = x + ۱ \Rightarrow x^{۲} + mx - x + ۴ = ۰ \Rightarrow x^{۲} + (m - ۱)x + ۴ = ۰$$

$$\Delta < ۰ \Rightarrow (m - ۱)^{۲} - ۱۶ < ۰ \Rightarrow (m - ۱)^{۲} < ۱۶ \Rightarrow |m - ۱| < ۴$$

$$\Rightarrow -۴ < m - ۱ < ۴ \xrightarrow{+۱} -۳ < m < ۵$$

۹۸

$$y = a(x + ۴)^{۲} \xrightarrow[x = ۰]{y = ۸} ۸ = ۱۶a \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

$$y = \frac{۱}{۲}x^{۲} + ۴x + ۸$$

۹۹ با تساوی قرار دادن دو تابع باید $\Delta < ۰$ باشد.

$$(۲m - ۱)x^{۲} + x + ۳ = ۵x + ۶ \Rightarrow (۲m - ۱)x^{۲} - ۴x - ۳ = ۰ \Rightarrow \Delta < ۰$$

$$\Rightarrow ۱۶ - ۴(-۳)(۲m - ۱) < ۰ \Rightarrow ۱۶ + ۲۴m - ۱۲ < ۰ \Rightarrow ۲۴m < -۴ \Rightarrow m < -\frac{۱}{۶}$$

۱۰۰

$$f(x) = kx + b \Rightarrow y = kx + b \Rightarrow y - b = kx \Rightarrow \frac{۱}{k}y - \frac{b}{k} = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{۱}{k}x - \frac{b}{k}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱}{k}x - \frac{b}{k}$$

در خود سوال گفته شده شیب تابع وارون $۹k$ است. بنابراین:

$$\frac{۱}{k} = ۹k \Rightarrow ۹k^{۲} = ۱ \Rightarrow k^{۲} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow k = \pm\frac{۱}{۳}$$

۱۰۱ چون تابع $f(x)$ خطی است بنابراین ضابطه‌ی آن $f(x) = ax + b$ است.

$$\begin{matrix} f(۱) = ۳ \Rightarrow a + b = ۳ \\ f(۴) = ۹ \Rightarrow ۴a + b = ۹ \end{matrix} \Rightarrow ۳a = ۶ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow b = ۱$$

$$f(x) = ۲x + ۱ \Rightarrow y = ۲x + ۱ \Rightarrow y - ۱ = ۲x \Rightarrow \frac{y - ۱}{۲} = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} f^{-۱}(x) = \frac{x - ۱}{۲}$$

$$f^{-۱}(x) = f(x) \Rightarrow \frac{x - ۱}{۲} = ۲x + ۱ \Rightarrow ۴x + ۲ = x - ۱ \Rightarrow ۳x = -۳ \Rightarrow x = -۱$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۰۲

$$x = ۰ \Rightarrow g(۰) = ۰ \Rightarrow A(۰ , ۰)$$
$$x = ۳ \Rightarrow g(۳) = ۹ - ۳ = ۶ \Rightarrow B(۳ , ۶) \Rightarrow m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۶ - ۰}{۳ - ۰} = ۲$$

$$y - y_۱ = m(x - x_۱)$$
$$y = ۲x$$
$$y = ۲x \Rightarrow x = \frac{y}{۲} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{x}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x}{۲}$$

۱۰۳

$$D_f = R - \{۹\} \Rightarrow f(x) = \frac{(x - ۴)(x - ۹)}{(x - ۹)} = x - ۴$$

تابع در $(۵ , ۹)$ تعریف نشده است. بنابراین وارون آن در $(۹ , ۵)$ تعریف نشده است.

$$y = x - ۴ \Rightarrow y + ۴ = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} f^{-۱}(x) = x + ۴$$
$$D_{f^{-۱}} = R - \{۵\}$$

۱۰۴

$$y = ۲x + ۱ \Rightarrow y - ۱ = ۲x \Rightarrow \frac{y - ۱}{۲} = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{x - ۱}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x - ۱}{۲}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{۲x + ۱}}{\frac{x - ۱}{۲}} \Rightarrow \begin{cases} ۲x + ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -\frac{۱}{۲} \\ \frac{x - ۱}{۲} \neq ۰ \Rightarrow x \neq ۱ \end{cases}$$

$$D_g = [-\frac{۱}{۲} , +\infty) - \{۱\}$$

۱۰۵

$$y = ۲x - ۱ \Rightarrow y + ۱ = ۲x \Rightarrow x = \frac{y + ۱}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x + ۱}{۲}$$

$$g(x) = \frac{۱}{\frac{x + ۱}{۲}} = \frac{۲}{x + ۱} \Rightarrow D_g = R - \{-۱\}$$

$$x = -۱ \Rightarrow x + ۱ = ۰ \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x^۲ + ۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ b = ۱ \end{cases}$$

۱۰۶

$$\begin{matrix} fog(x) = ۴x^۲ - ۴x \\ f(g(x)) = (g(x))^۲ + ۲g(x) \end{matrix} \Rightarrow (g(x))^۲ + ۲g(x) = ۴x^۲ - ۴x$$

$$\xrightarrow{+۱} (g(x))^۲ + ۲g(x) + ۱ = ۴x^۲ - ۴x + ۱ \Rightarrow (g(x) + ۱)^۲ = (۲x - ۱)^۲$$

$$\Rightarrow g(x) + ۱ = \pm(۲x - ۱) \Rightarrow \begin{cases} g(x) + ۱ = ۲x - ۱ \Rightarrow g(x) = ۲x - ۲ \\ g(x) + ۱ = -۲x + ۱ \Rightarrow g(x) = -۲x \end{cases}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۰۷

$$\left(۲ , f^{-۱}(۲)\right) \in f^{-۱} \Rightarrow \left(f^{-۱}(۲) , ۲\right) \in f \Rightarrow \begin{cases} x = f^{-۱}(۲) \\ f(x) = ۲ \end{cases} \Rightarrow ۲ + f^{-۱}(۲) = ۷f^{-۱}(۲) + ۱۴$$

$$\Rightarrow ۶f^{-۱}(۲) = -۱۲ \Rightarrow f^{-۱}(۲) = -۲ \xrightarrow{f^{-۱}(۲) = -۲} f(x) - ۲ = ۷x + ۱۴ \Rightarrow f(x) = ۷x + ۱۶$$

$$y = ۷x + ۱۶ \Rightarrow y - ۱۶ = ۷x \Rightarrow \frac{y - ۱۶}{۷} = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{x - ۱۶}{۷} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x - ۱۶}{۷}$$

۱۰۸

$$y = ax^{۲} + bx + c$$

راس سهمی $x_{۰} = \frac{-b}{۲a} = ۲ \Rightarrow -b = ۴a \Rightarrow b = -۴a$

$$A(۰ , ۲) \Rightarrow ۲ = a(۰)^{۲} + b(۰) + c \Rightarrow c = ۲$$

$$S(۲ , -۱) \Rightarrow -۱ = a(۲)^{۲} + b(۲) + ۲ \Rightarrow ۴a + ۲b = -۳ \xrightarrow{b = -۴a} ۴a + ۲(-۴a) = -۳$$

$$\Rightarrow ۴a - ۸a = -۳ \Rightarrow a = \frac{۳}{۴} \Rightarrow b = -۴\left(\frac{۳}{۴}\right) = -۳$$

$$y = \frac{۳}{۴}x^{۲} - ۳x + ۲$$

۱۰۹

راس سهمی $x_{۰} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-a}{۴} = ۱ \Rightarrow a = -۴$

$$A(۱ , -۱) \Rightarrow ۲ + a + b = -۱ \Rightarrow a + b = -۳ \xrightarrow{a = -۴} -۴ + b = -۳ \Rightarrow b = ۱$$

$$\Rightarrow y = ۲x^{۲} - ۴x + ۱ \xrightarrow[x = ۰]{\text{محل برخورد با محور } y \text{ ها}} y = ۱$$

۱۱۰

الف)

$$\sqrt{۲x_{۱} - ۳} = \sqrt{۲x_{۲} - ۳} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} ۲x_{۱} - ۳ = ۲x_{۲} - ۳ \Rightarrow ۲x_{۱} = ۲x_{۲} \Rightarrow x_{۱} = x_{۲}$$

ب)

$$\frac{x_{۱} + ۶}{۳x_{۱} - ۴} = \frac{x_{۲} + ۶}{۳x_{۲} - ۴}$$

$$۳x_{۱}x_{۲} + ۱۸x_{۲} - ۴x_{۱} - ۲۴ = ۳x_{۱}x_{۲} + ۱۸x_{۱} - ۴x_{۲} - ۲۴ \Rightarrow ۲۲x_{۱} = ۲۲x_{۲} \Rightarrow x_{۱} = x_{۲}$$

هر دو تابع یک به یک هستند.

۱۱۱

$$f = \left\{\left(m^{۴} + ۲ , ۵\right) , \left(n^{۳} + ۱ , ۴\right)\right\} \Rightarrow f^{-۱} = \left\{\left(۵ , m^{۴} + ۲\right) , \left(۴ , n^{۳} + ۱\right)\right\}$$

$$\Rightarrow R_{f^{-۱}} = \left\{m^{۴} + ۲ , n^{۳} + ۱\right\}$$

$$\begin{cases} m^{۴} + ۲ = ۱۸ \Rightarrow m^{۴} = ۱۶ \Rightarrow m = \pm ۲ \\ n^{۳} + ۱ = -۷ \Rightarrow n^{۳} = -۸ \Rightarrow n^{۳} = (-۲)^{۳} \Rightarrow n = -۲ \end{cases}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۱۲ طول نقطه ماکزیمم یا می‌نیمم تابع درجه دوم $= -\frac{b}{2a}$

$$y = (1-m)x^2 + (m^2-6)x + 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow \frac{-(m^2-6)}{2(1-m)} = -1$$

$$\Rightarrow m^2 - 6 = 2(1-m)$$

$$m^2 + 2m - 8 = 0 \Rightarrow (m+4)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -4 & \text{غ ق ق} \\ m = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

چون گفته تابع دارای ماکزیمم است بنابراین باید ضریب x^2 منفی باشد، بنابراین $m = 2$ قابل قبول است.

۱۱۳

$$y = \frac{x-3}{x+1} \Rightarrow yx + y = x - 3 \Rightarrow yx - x = -y - 3 \Rightarrow x = \frac{-y-3}{y-1} \Rightarrow y' = \frac{-x-3}{x-1}$$

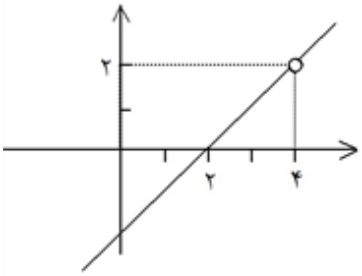
۱۱۴

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2 \quad (x \neq 2)$$

x	0	2
y	2	4

در تابع معکوس

x	2	4
y	0	2



با توجه به نمودار $\begin{cases} D_{f^{-1}} = R - \{4\} \\ R_{f^{-1}} = R - \{2\} \end{cases}$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۱۵ ابتدا معادله‌ی خط $f(x) = ax + b$ را می‌نویسیم.

$$A(0, 3) \Rightarrow 3 = a(0) + b \Rightarrow b = 3$$

$$B(2, 0) \Rightarrow 0 = 2a + 3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$f(1) = -\frac{3}{2} + 3 = \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 3 \Rightarrow y - 3 = -\frac{3}{2}x \xrightarrow{\times\left(-\frac{2}{3}\right)} -\frac{2}{3}y + 2 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$\begin{cases} D_f = R - \{1\} \\ R_f = R - \left\{\frac{3}{2}\right\} \end{cases} \xrightarrow{\text{در تابع معکوس جای دامنه و برد عوض می شود}} \begin{cases} D_{f^{-1}} = R - \left\{\frac{3}{2}\right\} \\ R_{f^{-1}} = R - \{1\} \end{cases}$$

۱۱۶ الف)

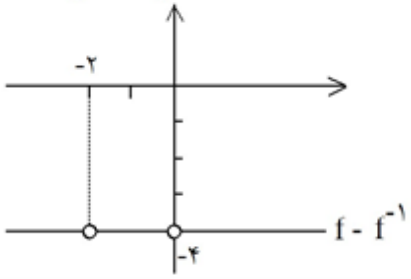
$$f(x) = \frac{x(x-2)}{x} \Rightarrow y = x - 2 \Rightarrow y + 2 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = x + 2$$

ب) تابع f در $(-2, 0)$ توخالی است. بنابراین f^{-1} در $(0, -2)$ تعریف نشده است.

$$D_f = R - \{0\}$$
$$D_{f^{-1}} = R - \{-2\} \Rightarrow D_{f - f^{-1}} = D_f \cap D_{f^{-1}} = R - \{0, -2\}$$

ج)

$$(f - f^{-1})(x) = f(x) - f^{-1}(x) = x - 2 - (x + 2) = -4$$



۱۱۷ برای آن‌که تابع در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد باید درجه ۲ نباشد بنابراین ضریب x^2 را صفر قرار می‌دهیم.

$$b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow f(x) = 4x - 1$$

$$f^{-1}(3) = a \Rightarrow f(a) = 3 \Rightarrow 4a - 1 = 3 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

۱۱۸ برای آن‌که تابع در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد باید درجه ۲ نباشد بنابراین ضریب x^2 را صفر قرار می‌دهیم.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = 3x + 1 \Rightarrow f(5) = 15 + 1 = 16$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۱۹

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{y_A = y_B} ax_A^2 + bx_A + c = ax_B^2 + bx_B + c$$

$$\Rightarrow ax_A^2 - ax_B^2 + bx_A - bx_B = 0$$

$$\Rightarrow a\left(x_A^2 - x_B^2\right) + b(x_A - x_B) = 0$$

$$\Rightarrow a(x_A - x_B)(x_A + x_B) + b(x_A - x_B) = 0$$

$$\Rightarrow (x_A - x_B)(a(x_A + x_B) + b) = 0$$

$$\begin{cases} x_A - x_B = 0 \Rightarrow x_A = x_B & \text{(دو نقطه متمایز) غ ق ق} \\ a(x_A + x_B) + b = 0 \Rightarrow x_A + x_B = -\dfrac{b}{a} \end{cases}$$

$$x_A + x_B = -\frac{b}{a} \xrightarrow{\div 2} \frac{x_A + x_B}{2} = -\frac{b}{2a} \xrightarrow{x = -\frac{b}{2a} \text{ محور تقارن است}} x = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ (محور تقارن)}$$

۱۲۰ ۱/۵ نمره

روی سهمی قرار دارد. $(0, 2) \Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2$

روی سهمی قرار دارد. $(-1, 0) \Rightarrow 0 = a(-1)^2 + b(-1) + c \xrightarrow{c = 2} a - b = -2 \quad (1)$

روی سهمی قرار دارد. $(2, 0) \Rightarrow 0 = a(2)^2 + b(2) + c \xrightarrow{c = 2} 4a + 2b = -2 \xrightarrow{\div 2} 2a + b = -1 \quad (2)$

$$(1),(2) \Rightarrow \begin{cases} a - b = -2 \\ 2a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow 3a = -3 \Rightarrow a = -1 \xrightarrow{a - b = -2} -1 - b = -2$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow y = -x^2 + x + 2$$

۱۲۱

$$y' = \frac{x^2 + 6 - 2x(x)}{(x^2+6)^2} \overset{0/5}{=} \frac{(-x^2+6)}{(x^2+6)^2} \overset{0/25}{}$$

$$m = f'(2) = \frac{1}{50} \ (0/25) \quad y - \frac{2}{10} = \frac{1}{50}(x-2) \xrightarrow{0/25} y = \frac{1}{50}x + \frac{8}{50} \ (0/25)$$

۱۲۲

الف) $\dfrac{(f(4) - f(0))}{(4 - 0)} \ (0/25) = \dfrac{(3000 - 0)}{4} \ (0/25) = 750 \ (0/25)$

ب) $f'(t) = 400t - 50 \ (0/25) \Rightarrow f'(3) = 1200 - 50 = 1150 \ (0/25)$

۱۲۳

$$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)\left(x^2 + x + 3\right)(0/5)}{(x - 1)(x + 1)(0/25)} = \frac{5}{2} \ (0/25)$$

۱۲۴ درست (۰/۲۵)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۲۵ الف) $(3f-g)(-1)=3f(-1)-g(-1)=3-0=3$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $fog=\{(1,3),(2,5)\}$ (۰/۵)

۱۲۶ الف) منبسط (۰/۲۵)

۱۲۷

۱۲۸ الف) $x^2-2x-1=0$ (۰/۲۵)

ب) $m=-3$ (۰/۲۵)

۱۲۹ $\underbrace{\frac{f(x+h)-f(x)}{h}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{f(۲/۲)-f(۲)}{۰/۲}=\frac{۲/۱-۲}{۰/۲}}_{(۰/۵)}=\frac{۰/۱}{۰/۲}=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)

(صفحه ۱۲۶)

۱۳۰ (صفحه ۶۳ و ۶۶)

الف) $D_f=R-\{0\}$ (۰/۲۵) , $D_g=[1,+\infty)$ (۰/۲۵)

$D_{fog}=\{x\in D_f \mid g(x)\in D_f\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$

$D_{fog}=\{x\in[1,+\infty) \mid \sqrt{x-1}\in R-\{0\}\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_{fog}=(1,+\infty)$ (۰/۲۵)

ب) $(fog)(x)=f(\sqrt{x-1})=\frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-1}}$ (۰/۵)

ج) $\frac{2f(5)}{g(5)}=\frac{2\times\frac{4}{5}}{2}=\frac{4}{5}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۳۱ مسائل صفحه ۱۷۴

$\left.\begin{array}{l}y'=3x^2-2\\ y=x\rightarrow m=1\end{array}\right\}\xrightarrow{(۰/۵)}3x^2-2=1\Rightarrow x^2=1\xrightarrow{(۰/۲۵)}\begin{cases}x=1\rightarrow y=-7 & (۰/۲۵)\\ x=-1\rightarrow y=-5 & (۰/۲۵)\end{cases}$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۳۲

$$\sin x\,(2\sin x - 1) = 0 \xrightarrow[(0/25)]{}$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \quad (0/25) \\ 2\sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (0/25) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \quad (0/25) \end{cases} \end{cases}$$

۱۳۳

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{8x^3}{-2x^4} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-4}{x} = 0$$

(0/25) (0/25) (0/25)

۱۳۴

الف) $D_f = R$ (0/25) $D_g = [-1,1]$ (0/25)

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (0/25)$$

$$D_{gof} = \{x \in R \mid \sin x \in [-1,1]\} = R \quad (0/25)\ (0/25)$$

ب) $(gof)(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x} = |\cos x|$ (0/5)

ج) $\underbrace{2f(0) - 3g(0)}_{(0/25)} = 0 - 3 = \underbrace{-3}_{(0/25)}$

۱۳۵

$$f'(a) = \underbrace{\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}_{(0/25)} = \underbrace{\lim_{x \to a} \frac{x^2 + 1 - (a^2 + 1)}{x - a}}_{(0/25)} = \underbrace{\lim_{x \to a} \frac{(x - a)(x + a)}{x - a}}_{(0/5)} = 2a \quad (0/5)$$

۱۳۶

الف) $2f - g = \left\{\left(1, -\frac{7}{2}\right), (-1, -2)\right\}$ (0/5)

ب) $gof = \left\{\left(0, \sqrt{2}\right), (1,2)\right\}$ (0/5)

ج) $\left(\frac{f}{g}\right)(1) = -\frac{2}{3}$ (0/5)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۳۷ $f'(x) = g'(x)\sqrt{x} + \frac{۱}{۲\sqrt{x}}g(x)$ (۰/۷۵)

$f'(۴) = \underbrace{g'(۴)\sqrt{۴} + \frac{۱}{۲\sqrt{۴}}g(۴)}_{(۰/۵)} = ۷\times ۲ + \frac{۱}{۴}\times ۸ = ۱۶$ (۰/۲۵)

۱۳۸ $\underbrace{\frac{f(t_۲)-f(t_۱)}{t_۲-t_۱} = \frac{f(۲)-f(۱)}{۲-۱}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{-۱+۲}{۱}}_{(۰/۲۵)} = ۱$ (۰/۲۵)

۱۳۹ $h'(x) = \frac{۲x(x+۱)+۱(x^۲)}{۲\sqrt{x^۲(x+۱)}}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۴۰ $\lim_{x\to ۵^-}\frac{x}{x-۵} = \frac{۵}{۰^-} = -\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۴۱ $\lim_{x\to ۲^-}\frac{x^۲}{|x-۲|} = \frac{۴}{۰^+} = +\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۴۲ $g'(x) = \frac{۰(x^۲+۴x) - (۲x+۴)(۳)}{(x^۲+۴x)^۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۴۳ $\sin x\,(۲\sin x - ۱) = ۰ \Rightarrow \sin x = ۰ \Rightarrow x = k\pi$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = ۰, \pi, ۲\pi$ (۰/۲۵)

$\sin x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{\pi}{۶}$ (۰/۲۵) , $x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{۵\pi}{۶}$ (۰/۲۵)

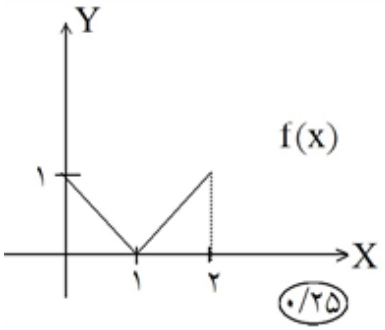
۱۴۴ $\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)(۲x+۵)}{(x-۱)(x+۱)}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $= \frac{۷}{۲}$ (۰/۲۵)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

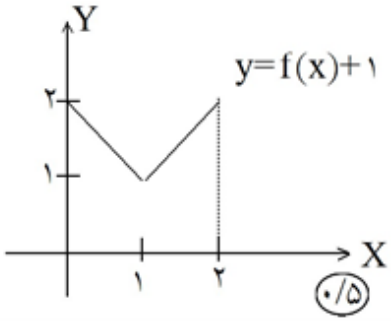
۱۴۵ $۲\sin x\cos x-\sqrt{۳}\cos x=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x=۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵)

$\sin x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}$ (۰/۲۵) ، $x=۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳}$ (۰/۲۵)

۱۴۶



(۰/۲۵)



(۰/۵)

$R_{f(x)+۱}=[۱,۲]$ (۰/۵)

۱۴۷ $f'(x)=۸x^{۳}$ (۰/۲۵) ، $g'(x)=\frac{-x}{(x^{۲}+۳)\sqrt{x^{۲}+۳}}$ (۰/۲۵) ، $g(۰)=\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ (۰/۲۵)

$(fog)'(۰)=f'(g(۰))\times g'(۰)=۸\left(\frac{۱}{\sqrt{۳}}\right)^{۳}\times ۰=۰$ (۰/۲۵)

۱۴۸

۱۴۹

۱۵۰ $\left.\begin{array}{l}A(۲,-۲)\Rightarrow -۲=۴a+۲+b\Rightarrow ۴a+b=-۴ \text{ (۰/۲۵)}\\ B(۰,۳)\Rightarrow ۳=b \text{ (۰/۵)}\end{array}\right\}\Rightarrow a=\frac{-۷}{۴}$ (۰/۲۵)

۱۵۱ $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(۲x-۱)(x+۳)}{۱-x+x^{۲}}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(۲x)(x)}{x^{۲}}=۲$ (۰/۲۵) (۰/۵)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۵۲

۱۵۳

$x_0 = ۱ \Rightarrow y_0 = f(۱) = ۲$ (۰/۲۵)

$f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x+۳}} \Rightarrow m = f'(۱) = \frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$y - ۲ = \frac{۱}{۴}(x - ۱) \Rightarrow y = \frac{۱}{۴}x + \frac{۷}{۴}$ (۰/۲۵)

(۰/۵)

۱۵۴

$y_۱ = y_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۳^{x_۱ + ۱} - ۱) = \frac{۱}{۲}(۳^{x_۲ + ۱} - ۱) \Rightarrow ۳^{x_۱ + ۱} = ۳^{x_۲ + ۱}$

$\Rightarrow x_۲ + ۱ = x_۲ + ۱ \Rightarrow x_۱ = x_۲$ تابع یک‌به‌یک است پس وارون‌پذیر است.

$y = \frac{۱}{۲}(۳^{x+۱} - ۱) \Rightarrow ۲y = ۳^{x+۱} - ۱ \Rightarrow ۳^{x+۱} = ۲y + ۱$

$\Rightarrow x + ۱ = \log_۳(۲y + ۱) \Rightarrow x = -۱ + \log_۳(۲y + ۱)$

$f^{-۱}(x) = -۱ + \log_۳(۲x + ۱)$

۱۵۵ ابتدا مشتق می‌گیریم و سپس شیب خط را مشخص می‌کنیم:

$x_۱ = ۴ \Rightarrow y_۱ = ۴$

$y' = \frac{۱}{\sqrt{x}} \Rightarrow m = \frac{۱}{۲}$

$y - ۴ = \frac{۱}{۲}(x - ۴) \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}x + ۲$

۱۵۶

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{۷(x + \Delta x)^۲ + ۲ - (۷x^۲ + ۲)}{\Delta x}$$

$$= \frac{۷x^۲ + ۱۴x\Delta x + ۷\Delta x^۲ + ۲ - ۷x^۲ - ۲}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\Delta x(۱۴x + ۷\Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} (۱۴x + ۷\Delta x) = ۱۴x$$

۱۵۷

$$\lim_{x \to ۴} \frac{۳}{(x - ۴)^۲} = \frac{۳}{۰^+} = +\infty$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۵۸ $f(x)=\sqrt{x+۱}\ ,\ g(x)=x^{۲}-۱\ ,\ g(۲)=۲^{۲}-۱=۳$

$$\begin{cases} gof(x)=g(f(x))=\left(\sqrt{x+۱}\right)^{۲}-۱=x \\ fog(۲)=f(g(۲))=f(۳)=۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow gof(x)-۷x=fog(۲)\Rightarrow x-۷x=۲\Rightarrow x=-\frac{۱}{۳}$$

۱۵۹

۱۶۰ $$\lim_{x\to ۳}\frac{x^{۲}-۷x+۱۲}{۳x^{۲}-x^{۳}}=\lim_{x\to ۳}\frac{(x-۳)(x-۴)}{-x^{۲}(x-۳)}=\frac{۳-۴}{-۹}=\frac{۱}{۹}$$

۱۶۱ $$\lim_{x\to +\infty}\frac{(-۲x)(x^{۲})}{x^{۳}}=\lim_{x\to +\infty}\frac{-۲x^{۳}}{x^{۳}}=-۲$$

۱۶۲ $$\lim_{x\to \frac{-۱}{۲}}\frac{-۴}{(۴x+۱)^{۲}}=\frac{-۴}{۰^{+}}=-\infty$$

۱۶۳ $$f'(x)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{(x+h)^{۲}-x^{۲}}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{h^{۲}+۲xh}{h}$$

$$=\lim_{h\to ۰}\frac{h(h+۲x)}{h}=۲x$$

۱۶۴ $$\lim_{x\to +\infty}\frac{(۲x)^{۳}(x)}{(x)(x^{۳})}=\lim_{x\to +\infty}\frac{۸x^{۴}}{x^{۴}}=۸$$

۱۶۵ $$\lim_{x\to -۲}\frac{(x+۲)}{۲(x+۲)}=\frac{۱}{۲}\times ۱=\frac{۱}{۲}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۶۶) $\lim_{x\to -۱} \frac{x(x+۱)}{(x+۱)(x-۲)} = \frac{-۱}{-۳} = \frac{۱}{۳}$

۱۶۷) $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^۲ - ۲x(-x)}{۵x^۲} = \lim_{x\to -\infty} \frac{۳x^۲}{۵x^۲} = \frac{۳}{۵}$

۱۶۸) $\lim_{x\to ۵^+} \frac{\sqrt{۲x-۱}}{۲-\sqrt{x-۱}} = \frac{۳}{۲-۲^+} = \frac{۳}{۰^-} = -\infty$

۱۶۹)

۱۷۰) $\lim_{x\to ۲} \frac{(x+۵)(x-۲)}{(۳x+۱)(x-۲)} = \frac{۷}{۷} = ۱$

۱۷۱) $\lim_{x\to +\infty} \frac{(۲x+۱)(x-۱)}{۴-x^۲} = \lim_{x\to +\infty} \frac{۲x \cdot x}{-x^۲} = -۲$

۱۷۲) $\lim_{x\to \left(\frac{۱}{۲}\right)^+} \frac{۴x+۳}{۲x-۱} = \frac{۴\times \frac{۱}{۲}+۳}{۲\left(\frac{۱}{۲}\right)^+ - ۱} = \frac{۵}{۰^+} = +\infty$

۱۷۳) $\lim_{x\to +\infty} \frac{۲x}{-\frac{۱}{۲}x} = -۴$

۱۷۴) $f'(x) = \lim_{\Delta x\to ۰} \frac{۵-۲(x+\Delta x)-(۵-۲x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to ۰} \frac{-۲\Delta x}{\Delta x} = -۲$

۱۷۵) $\lim_{x\to +\infty} \frac{۳x^۲}{-۳x\times x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{۳x^۲}{-۳x^۲} = -۱$

۱۷۶) $\lim_{x\to ۲^+} \frac{۲(۲)+۱}{۲-۲^+} = \frac{۵}{۰^-} = -\infty$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۷۷ $\lim_{x\to ۱}\frac{x(x+۱)(x-۱)}{(x+۳)(x-۱)} = \lim_{x\to ۱}\frac{x(x+۱)}{x+۳} = \frac{۱(۱+۱)}{۱+۳} = \frac{۱}{۲}$

۱۷۸ $fog(x) = ۲(۳x+۲)+۳ = ۶x+۷$, $gof(x) = ۳(۲x+۳)+۲ = ۶x+۱۱$

$fog(۱) = f(g(۱)) = ۱۳ \Rightarrow ۶x+۷+۶x+۱۱ = ۱۳ \longrightarrow ۱۲x = -۵ \longrightarrow x = \frac{-۵}{۱۲}$

۱۷۹ $h'(x) = \dfrac{\frac{-۲x}{۲\sqrt{۴-x^۲}} \times x^۳ - ۳x^۲\left(\sqrt{۴-x^۲}\right)}{x^۶}$

۱۸۰

۱۸۱ $y' = ۳\underset{(۰/۲۵)}{\left(x^۲+۱\right)^۲}\underset{(۰/۲۵)}{۲x}$

۱۸۲ $f'(a) = \underbrace{\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{x\to a}\frac{x^۳-a^۳}{x-a}}_{(۰/۲۵)} = \lim_{x\to a}\frac{(x-a)\left(x^۲+ax+a^۲\right)}{x-a}\ (۰/۲۵) = ۳a^۲\ (۰/۲۵)$

$m_۱ = ۳\ (۰/۲۵) \Rightarrow m_۲ = -\frac{۱}{۳}\ (۰/۲۵) \Rightarrow y-۱ = -\frac{۱}{۳}(x-۱)\ (۰/۲۵)$

۱۸۳ $۲\left(۱-\cos^۲x\right)+۹\cos x+۳ = ۰\ (۰/۲۵) \Rightarrow ۲\cos^۲x-۹\cos x-۵ = ۰ \Rightarrow \cos x = ۵$ غ ق ق $(۰/۵)$

$\cos x = -\frac{۱}{۲}\ (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳}\ (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi - \frac{۲\pi}{۳}\ (۰/۲۵) \end{cases}$

۱۸۴ $P\left(-\frac{۱}{۲}\right) = ۰\ (۰/۲۵) \Rightarrow -\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۴}m-۱+۱ = ۰\ (۰/۲۵) \Rightarrow m = -۱\ (۰/۲۵)$

۱۸۵ $f'(x) = ۴\underset{(۰/۲۵)}{\left(\frac{۲x+۱}{x}\right)^۳}\underset{(۰/۲۵)}{\left(\frac{۲x-(۲x+۱)}{x^۲}\right)}$ $(۰/۲۵)$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۸۶ $\lim_{x\to ۳^{+}} \frac{x+۱}{۹-x^{۲}} = \frac{۴}{۰^{-}}$ (۰/۲۵) $= -\infty$ (۰/۲۵)

۱۸۷

۱۸۸ $۱ + \tan^{۲}\alpha$ (۰/۲۵) $= \frac{۱}{\cos^{۲}\alpha} \Rightarrow \frac{۱}{\cos^{۲}\alpha} = ۱ + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{۴}{۵}$ (۰/۲۵)

$\sin\alpha = \sqrt{۱ - \cos^{۲}\alpha} = \sqrt{۱ - \frac{۱۶}{۲۵}} = \frac{۳}{۵}$ (۰/۲۵)

$\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha$ (۰/۲۵) $= ۲\left(\frac{۳}{۵}\right)\left(\frac{۴}{۵}\right) = \frac{۲۴}{۲۵}$ (۰/۲۵)

۱۸۹ $D_f = x \geq -۳$

$f(x_۱) = f(x_۲) \Rightarrow \sqrt{x_۱ + ۳} - ۵ = \sqrt{x_۲ + ۳} - ۵ \Rightarrow \sqrt{x_۱ + ۳} = \sqrt{x_۲ + ۳} \Rightarrow x_۱ = x_۲$

یک به یک است (۰/۷۵)

$y = \sqrt{x + ۳} - ۵ \Rightarrow y + ۵ = \sqrt{x + ۳} \xrightarrow{y \geq -۵} (y + ۵)^{۲} = x + ۳$

$\Rightarrow (y + ۵)^{۲} - ۳ = x \, , \, y \geq -۵ \Rightarrow f^{-۱}(x) = (x + ۵)^{۲} - ۳ \, , \, x \geq -۵$ (۰/۷۵)

۱۹۰ $h'(x) = \frac{۶(۳x^{۲} - x) - (۶x - ۱)(۶x + ۲)}{(۳x^{۲} - x)^{۲}}$

۱۹۱ الف) $fog(x) = f(۴ - x) = \sqrt{۴ - x + ۳} = \sqrt{۷ - x}$ (۰/۵)

ب) $D_f = [-۳ , +\infty)$ (۰/۲۵) و $D_g = R$ (۰/۲۵)

$D_{fog} = \{x \mid x \in D_g , g(x) \in D_f\} = \{x \mid x \in R , ۴ - x \geq -۳\} = (-\infty , ۷]$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $\frac{۳g(۰) - f(۶)}{۳} \overset{(۰/۲۵)\ (۰/۲۵)}{=} \frac{۱۲ - ۳}{۳} = ۳$ (۰/۲۵)

۱۹۲ $\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x-۳)}{(x-۱)(x+۱)}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $= \lim_{x\to ۱} \frac{x-۳}{x+۱} = -۱$ (۰/۲۵)

۱۹۳ $f(۲) = ۱ - ۲^{۲} = -۳$ (۰/۵)

$f(f(۲)) = f(-۳) = -۶$ (۰/۲۵)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۹۴

$f(x) = ax^{۲} + bx + c$

$A(۰ , ۱) \Rightarrow ۱ = ۰ + ۰ + c \Rightarrow ۱ = c$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$B(-۱ , ۰) \Rightarrow ۰ = a - b + ۱ \Rightarrow a - b = -۱$ (۰/۲۵)

$M(۱ , ۴) \Rightarrow ۴ = a + b + ۱ \Rightarrow a + b = ۳$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow a = ۱$ (۰/۲۵) ، $b = ۲$ (۰/۲۵)

۱۹۵

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$ (۰/۲۵) $\rightarrow$

$$f'(۳) = \lim_{x \to ۳} \frac{\frac{۲}{x} - \frac{۲}{۳}}{x - ۳}$$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \to ۳} \frac{\frac{۶ - ۲x}{۳x}}{x - ۳}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \to ۳} \frac{-۲}{۳x}$ (۰/۲۵) $= -\frac{۲}{۹}$ (۰/۲۵)

۱۹۶

$$f(x) = \begin{cases} x^{۲} & x \geq ۰ \\ -x^{۲} & x < ۰ \end{cases}$$

$$f'_{+}(۰) = \lim_{x \to ۰^{+}} \frac{x^{۲} - ۰}{x - ۰} = ۰$$ (۰/۲۵)

$$f'_{-}(۰) = \lim_{x \to ۰^{-}} \frac{-x^{۲} - ۰}{x - ۰} = ۰$$ (۰/۲۵)

$$f''_{+}(۰) = \lim_{x \to ۰^{+}} \frac{۲x - ۰}{x - ۰} = ۲$$ (۰/۲۵) ، $$f''_{-}(۰) = \lim_{x \to ۰^{-}} \frac{-۲x - ۰}{x - ۰} = -۲$$ (۰/۲۵)

مشتق دوم در نقطه‌ی صفر وجود ندارد (۰/۲۵)

۱۹۷

$$\left(\frac{۱}{g}\right)'(\alpha) = \lim_{h \to ۰} \frac{\frac{۱}{g(\alpha+h)} - \frac{۱}{g(\alpha)}}{h} = \lim_{h \to ۰} \frac{g(\alpha) - g(\alpha+h)}{h(g(\alpha+h)g(\alpha))}$$

$$= \lim_{h \to ۰} \frac{-۱}{g(\alpha+h)g(\alpha)} \times \lim_{h \to ۰} \frac{g(\alpha+h) - g(\alpha)}{h} = \frac{-۱}{g^{۲}(\alpha)} \times g'(\alpha) = = \frac{-g'(\alpha)}{g^{۲}(\alpha)}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۹۸

$$f'(x)=\frac{(x(x-۲))'}{۲\sqrt{x(x-۲)}}=\frac{(x^۲-۲x)'}{۲\sqrt{x^۲-۲x}}=\frac{۲x-۲}{۲\sqrt{x^۲-۲x}}=\frac{x-۱}{\sqrt{x^۲-۲x}}$$

$$D_{f'}=x^۲-۲x>۰\Rightarrow x<۰\cup x>۲\Rightarrow D_{f'}=R-[۰,۲]$$

۱۹۹

$$f'(۲۷)=\lim_{x\to ۲۷}\frac{\sqrt[۳]{x}-۳}{x-۲۷}=\lim_{x\to ۲۷}\frac{x-۲۷}{(x-۲۷)\left(\sqrt[۳]{x^۲}+۳\sqrt[۳]{x}+۹\right)}=\frac{۱}{۲۷}$$

۲۰۰

$$f(x_۱)=f(x_۲)\Rightarrow(x_۱-۲)^۲=(x_۲-۲)^۲\xrightarrow[(۰/۲۵)]{}(x_۱-۲)=(x_۲-۲)\Rightarrow x_۱=x_۲\ (۰/۲۵)$$

$$y=(x-۲)^۲\Rightarrow\sqrt{y}=(x-۲)\Rightarrow\sqrt{y}+۲=x\ (۰/۲۵)$$

$$x=\sqrt{y}+۲\Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt{x}+۲\ (۰/۲۵)$$

۲۰۱

$$f'(x)=\frac{۳}{۴}(۲x-۱)(x^۲-x)^{-\frac{۱}{۴}}=\frac{۳(۲x-۱)}{۴\sqrt[۴]{x^۲-x}}\ (۰/۲۵)$$

x	
$x^۲-x$	(۰/۲۵)

$x^۲-x>۰$ (۰/۲۵)

نقاط مشتق پذیری: (۰/۲۵) $(-\infty,۰)\cup(۱,+\infty)$ (۰/۲۵)

۲۰۲

الف)

$$fog(x)=f(g(x))=\frac{\frac{۱}{x-۱}+۱}{\frac{۱}{x-۱}-۳}\ (۰/۲۵)$$

ب)

$D_g=R-\{۱\}$ (۰/۲۵) ، $D_f=R-\{۳\}$ (۰/۲۵)

$D_{fog}=\{x|x\in D_g, g(x)\in D_f\}$ (۰/۲۵)

$$D_{fog}=\left\{x\,|\,x\neq ۱,\frac{۱}{x-۱}\neq ۳\right\}=\left\{x\,|\,x\neq ۱, x\neq\frac{۴}{۳}\right\}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۰۳
$f(۰) = -۱ \Rightarrow c = -۱$ (۰/۲۵)
$f(۱) = ۰ \Rightarrow ۰ = a + b - ۱ \Rightarrow a + b = ۱$ (۰/۲۵)
$f(۲) = ۳ \Rightarrow ۳ = ۴a + ۲b - ۱ \Rightarrow ۲a + b = ۲$ (۰/۲۵)
$\Rightarrow a = ۱ , b = ۰$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۰۴
$$\lim_{x\to۴} \frac{x^۲ - ۱۶}{\sqrt{x+۱۲} - x} = \lim_{x\to۴} \frac{x^۲ - ۱۶}{\sqrt{x+۱۲} - x} \times \frac{\sqrt{x+۱۲} + x}{\sqrt{x+۱۲} + x} = \lim_{x\to۴} \frac{(x+۴)(x-۴)\left(\sqrt{x+۱۲} + x\right)}{\left(x+۱۲ - x^۲\right)} =$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵)
$$\lim_{x\to۴} \frac{(x+۴)(x-۴)\left(\sqrt{x+۱۲}+x\right)}{-(x+۳)(x-۴)} = \lim_{x\to۴} \frac{(x+۴)\left(\sqrt{x+۱۲}+x\right)}{-(x+۳)} = -\frac{۶۴}{۷}$$ (۰/۲۵)

۲۰۵
$D_{fog} = \{x \in \{-۲,۰,۱,۳\} \mid g(x) \in \{۰,۱,۳\}\} = \{-۲,۰,۳\}$ (۰/۵)

۲۰۶
$$\lim_{x\to۰^+} \frac{\sqrt{۱ - \cos ۲x}}{\sin \frac{x}{۲}} = \lim_{x\to۰^+} \frac{\left|\sqrt{۲}\sin x\right|}{\sin \frac{x}{۲}} = \lim_{x\to۰^+} \frac{\sqrt{۲}\sin x}{\sin \frac{x}{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{\frac{۱}{۲}} = ۲\sqrt{۲}$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۰۷
الف) $(۳f + ۲g)(۴) = ۳f(۴) + ۲g(۴)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (۳f + ۲g)_{(۴)} = ۳۲$ (۰/۵)

ب) $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵) $D_{fog} = \left\{x \neq ۳ \mid \frac{۱}{x-۳} \in R\right\}$ (۰/۵) $D_{fog} = R - \{۳\}$ (۰/۲۵)

۲۰۸
$$f'(x) = \frac{۲x-۳}{۲\sqrt{x^۲ - ۳x}}$$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(۴) = \frac{۵}{۴}$ (۰/۲۵) , $g'(f(۴)) = g'(۲) = ۵$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow F'(۴) = f'(۴) \times g'(f(۴)) = \frac{۲۵}{۴}$ (۰/۲۵)
(۰/۲۵)

۲۰۹
چون f و g در a مشتق‌پذیرند داریم:

$$\lim_{h\to۰} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$ (۰/۲۵) , $\lim_{h\to۰} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} = g'(a)$ (۰/۲۵)

$$(f.g)'(a) = \lim_{h\to۰} \frac{(f.g)(a+h) - (f.g)(a)}{h} = \lim_{h\to۰} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a+h) + f(a+h)g(a) - f(a)g(a)}{h}$$
(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$= \lim_{h\to۰} \left(\frac{f.(a+h) - f(a)}{h} \times g(a+h) + f(a) \times \frac{g(a+h) - g(a)}{h}\right) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$$ (۰/۲۵)
(۰/۲۵)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۱۰

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x-|x|\sqrt{۹-\frac{۴}{x}+\frac{۱}{x^۲}}}{x\left(۶-\frac{۱}{x}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{۲x+۳x}{۶x}=\frac{۵}{۶}$$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۱۱

$$V_{(x)}=x^۳ \quad (۰/۲۵) \quad \Rightarrow \quad V_{(۲)}=۸\ ,\ V_{(۵)}=۱۲۵ \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta x}=\frac{V_{(۵)}-V_{(۲)}}{۵-۲}=\frac{۱۱۷}{۳}=۳۹ \quad (۰/۲۵)$$

۲۱۲

$$f'(x)=\lim_{x\to x_۰}\frac{f(x)-f(x_۰)}{x-x_۰}=\lim_{x\to۰}\frac{\frac{۱}{x+۱}-۱}{x}(۰/۲۵)=\lim_{x\to۰}\frac{\frac{۱-x-۱}{x+۱}}{x}(۰/۲۵)=\lim_{x\to۰}\frac{-x}{x(x+۱)}(۰/۲۵)=-۱(۰/۲۵)$$

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to۰}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$ یا از راه

۲۱۳

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to۰}\frac{f(۲+\Delta x)-f(۲)}{\Delta x}=\Delta x+۴=۴$$

۲۱۴

۲۱۵

۲۱۶

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۱۷

۲۱۸

۲۱۹

۲۲۰

$$۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۲}$$

$$f\left(-\frac{۱}{۲}\right) = ۰ \Rightarrow ۸\left(-\frac{۱}{۲}\right)^{۳} - ۴\left(-\frac{۱}{۲}\right)^{۲} + m\left(-\frac{۱}{۲}\right) - ۳ = ۰ \Rightarrow \frac{m}{۲} = -۵ \Rightarrow m = -۱۰$$

۲۲۱

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۲۲

الف) $\lim_{x \to ۲} \frac{x - ۲}{x^۲ + ۲x - ۸} = \lim_{x \to ۲} \frac{x - ۲}{(x - ۲)(x + ۴)} = \lim_{x \to ۲} \frac{۱}{x + ۴} = \frac{۱}{۶}$

ب) $\lim_{x \to ۰} \frac{\sqrt{x + ۱} - ۱}{x} = \lim_{x \to ۰} \left[\frac{\sqrt{x + ۱} - ۱}{x} \times \frac{\sqrt{x + ۱} + ۱}{\sqrt{x + ۱} + ۱} \right]$

$= \lim_{x \to ۰} \frac{x}{x\left(\sqrt{x + ۱} + ۱\right)} = \lim_{x \to ۰} \frac{۱}{\sqrt{x + ۱} + ۱} = \frac{۱}{۲}$

ج) $\lim_{x \to +\infty} \frac{-۳x^۲ - \sqrt{x + ۱}}{۲x^۲ + ۵x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{-۳x^۲}{۲x^۲} = \frac{-۳}{۲}$

د) $\frac{-۲ + ۳}{(۲ - ۲)^۲} = \frac{۱}{+۰} = +\infty$

هـ) $\lim_{x \to ۰^-} \cot x \cdot \lim_{x \to ۰^-} \cot x = (-\infty)^۲ = +\infty$

و) $\lim_{x \to +\infty} \frac{۲x}{x^۲} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۲}{x} = \frac{۲}{+\infty} = ۰$

۲۲۳

۲۲۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۲۵

۲۲۶

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{(x^2 + 2x) - (x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 + 1}} \quad (۰/۲۵) =$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x - 1}{\underbrace{\sqrt{x^2}}_{|x|=-x} + \underbrace{\sqrt{x^2}}_{|x|=-x}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x}{-2x} \quad (۰/۲۵) = -1 \quad (۰/۲۵)$$

۲۲۷

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۲۸

الف) $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۲ - ۹}{۳ - \sqrt{x+۶}} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

برای رفع ابهام صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۳} \frac{(x^۲ - ۹)\times(۳ + \sqrt{x+۶})}{(۳ - \sqrt{x+۶})\times(۳ + \sqrt{x+۶})} = \lim_{x\to ۳} \frac{(x+۳)(x-۳)(۳ + \sqrt{x+۶})}{۹ - (x+۶)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۳} \frac{(x+۳)(x-۳)(۳ + \sqrt{x+۶})}{-(x-۳)} = \lim_{x\to ۳} \frac{(x+۳)(۳ + \sqrt{x+۶})}{-۱} = -۳۶$$

ب) $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲ - ۳x + ۲}{x^۲ - ۲x} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

صورت و مخرج کسر را تجزیه می‌کنیم. سپس عامل صفرکننده یعنی $x - ۲$ را از صورت و مخرج حذف می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(x-۱)}{x(x-۲)} = \lim_{x\to ۲} \frac{(x-۱)}{x} = \frac{۱}{۲}$$

پ) $\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} tg^۲ x = +\infty$

ت) $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^۳\left(۴ - \frac{۱}{x^۳}\right)}{x\left(۱ + \frac{۲}{x}\right)} = \lim_{x\to \pm\infty} x^۲ = +\infty$

۲۲۹

۲۳۰ طول هر نقطه روی محور عرض‌ها برابر صفر است.

نقطه تقاطع $A = (۰,-۱)$

$A \in y = ax^۲ + x + b \rightarrow -۱ = b$

$A \in y = x + ۳a \rightarrow -۱ = ۳a \rightarrow a = -\frac{۱}{۳}$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۳۱

۲۳۲ منحنی محور x ها را در نقطه‌ای به عرض ۰ و محور y ها را در نقطه‌ای به طول صفر قطع می‌کند.

$B(-۱,۰)$ محل تلاقی با محور x ها

$C(۰,۲)$ محل تلاقی با محور y ها

A روی منحنی است. پس مختصات نقطه A در ضابطه سهمی صدق می‌کند.

$$A \in \text{سهمی} \Rightarrow ۶ = a \times (۱)^۲ + b \times (۱) + c \Rightarrow a + b + c = ۶$$

$$B \in \text{سهمی} \Rightarrow ۰ = a \times (-۱)^۲ + b \times (-۱) + c \Rightarrow a - b + c = ۰$$

$$C \in \text{سهمی} \Rightarrow ۲ = a \times (۰)^۲ + b \times (۰)^۲ + c \Rightarrow c = ۲$$

$$\begin{cases} a + b + ۲ = ۶ \\ a - b + ۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = ۴ \\ a - b = -۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} ۲a = ۲ \Rightarrow a = ۱ \\ b = ۳ \end{matrix}$$

۲۳۳

۲۳۴

۲۳۵

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۳۶

۲۳۷

۲۳۸

۲۳۹

۲۴۰

۲۴۱

۲۴۲

۲۴۳

۲۴۴

۲۴۵

۲۴۶

۲۴۷

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۴۸ $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{۲x^{۲} - ۱ + ۳x}{۸x + x^{۲} - ۶} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{۲x^{۲}}{x^{۲}} = ۲$

۲۴۹

۲۵۰

۲۵۱

۲۵۲

۲۵۳

۲۵۴

۲۵۵

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۵۶

۲۵۷

۲۵۸

۲۵۹

۲۶۰

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^{۲}\left(۱+\frac{۱}{x^{۲}}\right)}}{x - ۱} = \lim_{x \to -\infty} \frac{|x|\sqrt{\left(۱+\frac{۱}{x^{۲}}\right)}}{x\left(۱-\frac{۱}{x}\right)} = \frac{-x}{x} = -۱$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۶۱

۲۶۲

۲۶۳

۲۶۴

$$\lim_{x \to (-\infty)} \frac{\left(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}\right)\left(\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x}\right)}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x}} = \frac{x^2 + 2x - x^2 + 2x}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{4x}{-x - x} = -2$$

۲۶۵

۲۶۶

۲۶۷

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۶۸

۲۶۹

۲۷۰

۲۷۱

۲۷۲

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۷۳

$$\lim_{x \to +\infty}\left(۲x - \sqrt{۴x^{۲} + ۴x}\right) \times \frac{\left(۲x + \sqrt{۴x^{۲} + ۴x}\right)}{\left(۲x + \sqrt{۴x^{۲} + ۴x}\right)} = \lim_{x \to +\infty}\frac{۴x^{۲} - ۴x^{۲} - ۴x}{۲x + \sqrt{۴x^{۲} + ۴x}}$$

$$= \lim_{x \to +\infty}\frac{-۴x}{۲x + ۲\sqrt{x^{۲} + x}} = \lim_{x \to +\infty}\frac{-۲x}{x + |x|\sqrt{۱ + \frac{۱}{x}}} = \lim_{x \to +\infty}\frac{-۲x}{x\left(۱ + \sqrt{۱ + \frac{۱}{x}}\right)} = \lim_{x \to +\infty}\frac{-۲}{\sqrt{۱ + \frac{۱}{x}}} = -۱$$

۲۷۴

۲۷۵

۲۷۶

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۷۷

۲۷۸

۲۷۹

$$۲\cos^{۲}x - ۱ - \cos x + ۱ = ۰ \Rightarrow \cos x\,(۲\cos x - ۱) = ۰$$

$$\cos x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \cos x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$$

۲۸۰

۲۸۱

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۸۲

۲۸۳

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2 - 2x} - x\right)\left(\sqrt{x^2 - 2x} + x\right)}{\sqrt{x^2 - 2x} + x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{-2x}{x\left(\sqrt{1 - \frac{2}{x}}\right) + x} = \frac{-2}{2} = -1$$

۲۸۴

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{(x-1)(x^2 + x - 3)}{(x-1)(x^2 + x - 2)} = \lim_{x \to 1^-} \frac{x^2 + x - 3}{(x-1)(x+2)} = \frac{1 + 1 - 3}{(1-1)(1+2)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

۲۸۵

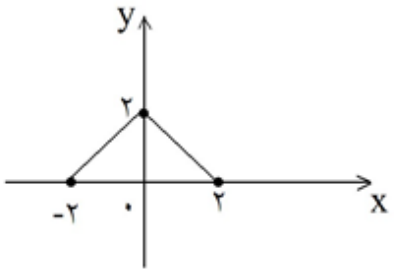
۲۸۶

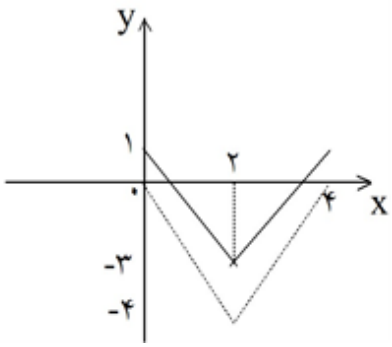
۲۸۷

$y = f(x + 2)$

$\begin{cases} D = [-2, 2] \\ R = [0, 2] \end{cases}$

$\begin{cases} D = [0, 4] \\ R = [-3, 1] \end{cases}$





تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۸۸

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{۵x + \sqrt{x^۲ + ۷}}{۲x + \sqrt{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۵x + |x|}{۲x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۵x + x}{۲x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۶x}{۲x} = ۳$$

۲۸۹

۲۹۰

۲۹۱

۲۹۲

۲۹۳

۲۹۴

۲۹۵

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۹۶

۲۹۷

۲۹۸

۲۹۹

۳۰۰

۳۰۱

۳۰۲ چون $a = ۴$ است سهمی min دارد. و $x = -\frac{b}{۲a} = \frac{۳}{۸}$ طول نقاط Min است.

$$y = -\frac{۹}{۱۶} \qquad A\left(\frac{۳}{۸}, -\frac{۹}{۱۶}\right)$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۰۳

$$(۲\cos x + ۱)(\cos x - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲\cos x + ۱ = ۰ \\ \cos x - ۱ = ۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi \\ \cos x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

جواب خاص $= \left\{ ۰, ۲\pi, \frac{۲\pi}{۳}, \frac{۴\pi}{۳} \right\}$

۳۰۴

$$۴(۱ - \sin^۲ x) - ۴\sin x = ۱ \Rightarrow ۴\sin^۲ x + ۴\sin x - ۳ = ۰ \Rightarrow \sin x = \frac{-۴ \pm \sqrt{۶۴}}{۸}$$

$\sin x = \frac{-۱۲}{۸}$ غ ق ق

$$\sin = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \end{cases}$$

جواب خاص $= \left\{ \frac{\pi}{۶}, \frac{۵\pi}{۶} \right\}$

۳۰۵

$$۲\sin x - \frac{\sin x}{\cos x} = ۰ \Rightarrow \frac{۲\sin x \cos x - \sin x}{\cos x} = ۰$$

$$\Rightarrow \sin x(۲\cos x - ۱) = ۰ \begin{cases} \sin x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳} \\ x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} \end{cases} \end{cases}$$

جواب‌های خاص $= \left\{ ۰, \pi, ۲\pi, \frac{\pi}{۳}, \frac{۵\pi}{۳} \right\}$

۳۰۶

$$\sin x = \frac{-\sqrt{۲}}{۲} = \sin\left(-\frac{\pi}{۴}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۴} \\ x = ۲k\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{۴}\right) = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۴} \end{cases}$$

جواب خاص $= \left\{ \frac{۷\pi}{۴}, \frac{۵\pi}{۴} \right\}$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۰۷ $f(x+c)=f(x)\rightarrow |\sin(2x+2c)|+|\cos(2x+2c)|=|\sin 2x|+|\cos 2x|$

$\rightarrow \sin^2(2x+2c)+\cos^2(2x+2c)+|2\sin(2x+2c)\cos(2x+2c)|$

$=\sin^2 2x+\cos^2 2x+2\sin 2x\cos 2x$

$\rightarrow 1+|\sin(4x+4c)|=1+|\sin 4x|\rightarrow \sin^2(4x+4c)=\sin^2 4x$

$\rightarrow \frac{1-\cos(8x+8c)}{2}=\frac{1-\cos 8x}{2}$

$\rightarrow \cos(8x+8c)=\cos 8x\rightarrow 8x+8c=2k\pi+8x\rightarrow c=k\frac{\pi}{4}\rightarrow T=\frac{\pi}{4}$

۳۰۸ $f(x+c)=f(x)\rightarrow |\sin(x+c)|=|\sin x|\rightarrow \sin^2(x+c)=\sin^2 x\rightarrow \frac{1-\cos(2x+2c)}{2}$

$=\frac{1-\cos 2x}{2}\rightarrow \cos(2x+2c)=\cos 2x\rightarrow 2x+2c=2k\pi+2x\rightarrow c=k\pi\Rightarrow T=\pi$

۳۰۹ $f(x+c)=f(x)\Rightarrow x+c-[x+c]=x-[x]\Rightarrow [x+c]=[x]+c\Rightarrow c=k\in z\Rightarrow T=1$

۳۱۰ $f(x+c)=f(x)\rightarrow 2-\operatorname{tg}(x+c)=2-\operatorname{tg}x\rightarrow \operatorname{tg}(x+c)=\operatorname{tg}x\rightarrow x+c=k\pi+x$

$\rightarrow c=k\pi\rightarrow T=\pi$

۳۱۱

۳۱۲

۳۱۳

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۱۴

۳۱۵

۳۱۶

۳۱۷

۳۱۸

۳۱۹

$$\text{حد مورد نظر} = \lim_{x \to (-۴)^+} \left(\frac{۲}{(x - ۱)(x + ۴)} + \frac{۳}{x + ۴} \right) = \lim_{x \to (-۴)^+} \frac{۲ - ۳x - ۳}{(x - ۱)(x + ۴)}$$

$$= \lim_{x \to (-۴)^+} \frac{۳x - ۱}{(x - ۱)(x - ۴)} = \frac{-۱۳}{(-۵)(۰^+)} = +\infty$$

۳۲۰

$$\text{حد مورد نظر} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x\left(۲ - \frac{۱}{x}\right)}{\sqrt{x^۲\left(۳ + \frac{۱}{x} + \frac{۱}{x^۲}\right)}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x\left(۲ - \frac{۱}{x}\right)}{-x\sqrt{۳ + \frac{۱}{x} + \frac{۱}{x^۲}}} = \frac{۲ - ۰}{-\sqrt{۳ + ۰ + ۰}} = \frac{-۲}{\sqrt{۲}}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۲۱

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x} - x \right) \to \lim \frac{\sqrt[3]{x^3 + 3x} - x}{1} \times \frac{\sqrt[3]{(x^3 + 3x)^2} + \sqrt[3]{x^3 + 3x} + x^2}{\sqrt[3]{(x^3 + 3x^3)^2} + x\sqrt[3]{x^3 + 3x} + x^2}$$

$$\text{حد مورد نظر} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^3 + 3x - x^3}{\sqrt[3]{(x^3 + 3x)^2} + x\sqrt[3]{x^3 + 3x} + x^2}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x}{x^2\left(\sqrt[3]{\left(1 + \frac{3}{x^2}\right)^2} + \sqrt[3]{1 + \frac{3}{x^2}} + 1\right)}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{3}{x}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{\left(1 + \frac{3}{x^2}\right)^2} + \sqrt[3]{1 + \frac{3}{x^2}} + 1}\right) \quad = 0 \times \frac{1}{1 + 1 + 1} = 0$$

۳۲۲

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^2 - 5x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\cancel{x^2}\left(3 + \frac{2}{x^2}\right)}{\cancel{x^2}\left(4 - \frac{5}{x}\right)} = \frac{3 + 0}{4 - 0} = \frac{3}{4}$$

۳۲۳

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۳۲۴

$$\lim_{x \to 0^-} \cot(x) = \lim_{x \to 0^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر کمتر از صفر به صفر نزدیک می‌شود، x در ناحیه‌ی چهارم است پس: $\sin x < 0$

۳۲۵

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

توجه داشته باشید وقتی x از مقادیر بیشتر از $\frac{\pi}{2}$، به $\frac{\pi}{2}$ نزدیک می‌شود، x در ناحیه‌ی دوم است، پس: $\cos x < 0$.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۲۶ $\lim_{x \to ۳^-} \frac{[x] - ۳}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳^-} \frac{۲ - ۳}{x - ۳} = \frac{-۱}{۰^-} = +\infty$

۳۲۷

۳۲۸

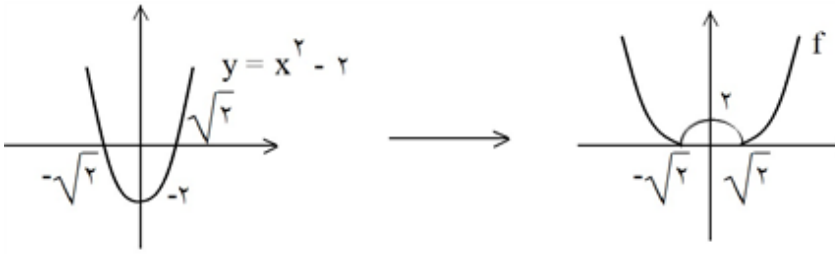
۳۲۹

۳۳۰

۳۳۱

۳۳۲

۳۳۳ ابتدا نمودار $y = x^۲ - ۲$ را رسم می‌کنیم، سپس قسمت پایین محور xها را نسبت به محور xها قرینه کرده، بالا می‌آوریم.



۳۳۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۳۵

۳۳۶

۳۳۷

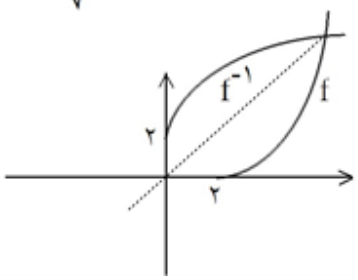
۳۳۸

۳۳۹

$x_1 , x_2 \geq 2 : x_2 > x_1 \Rightarrow x_2 - 2 > x_1 - 2 \Rightarrow (x_2 - 2)^2 > (x_1 - 2)^2$

$\Rightarrow f(x_2) > f(x_1) \rightarrow$ اکیداً صعودی است f

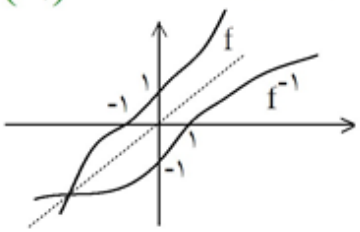
$y = (x - 2)^2 \rightarrow x - 2 = \sqrt{y} \Rightarrow 2 + \sqrt{y} = x \rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x}$



تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۴۰ $x_۲ > x_۱ \Rightarrow x_۲ + ۱ > x_۱ + ۱ \rightarrow (x_۲ + ۱)^۳ > (x_۱ + ۱)^۳ \Rightarrow f(x_۲) > f(x_۱) \rightarrow$ f اکیدا صعودی است

$y = (x + ۱)^۲ \rightarrow x + ۱ = \sqrt[۳]{y} \rightarrow x = \sqrt[۳]{y} - ۱ \rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{x} - ۱$



۳۴۱

۳۴۲

۳۴۳

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۴۴

۳۴۵

۳۴۶

$R_۱ = f(-۱) = ۱$, $R_۲ = f(۱) = ۲$

توجه داشته باشید که در تقسیم بر $(x^۲ - ۱)$ انتظار باقیمانده‌ی درجه‌ی یک یا صفر داریم:

$$f(x) = (x^۲ - ۱)Q(x) + ax + b \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \Rightarrow f(۱) = a + b = ۲ \\ x = -۱ \Rightarrow f(-۱) = -a + b \Rightarrow -a + b = ۱ \end{cases} \Rightarrow b = \frac{۳}{۲}, a = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow R(x) = \frac{۱}{۲}x + \frac{۳}{۲}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۴۷ این مسأله چهار حالت دارد که بررسی می‌کنیم:

۱) تقسیم $x^n - a^n$ بر $x - a$:

$x^n - a^n$ همواره بر $x - a$ بخش‌پذیر است. $\Rightarrow R = f(a) = a^n - a^n = 0$

$$x^n - a^n = (x - a)\left(x^{n-1} + ax^{n-2} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1}\right)$$

$$\Rightarrow Q(x) = x^{n-1} + ax^{n-2} + \dots + a^{n-1}$$

۲) تقسیم $x^n + a^n$ بر $x + a$:

$$R = f(-a) = (-a)^n + a^n = \begin{cases} 0 & n \text{ فرد} \\ 2a^n & n \text{ زوج} \end{cases}$$

یعنی $x^n + a^n$ وقتی بر $x + a$ بخش‌پذیر است که n فرد باشد حال خارج قسمت را در هر حالت تعیین می‌کنیم:

۲ - ۱) $n = 2k + 1$:

$$x^n + a^n = (x + a)\underbrace{\left(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1}\right)}_{\text{خارج قسمت}}$$

۲ - ۲) $n = 2k$:

$$x^n + a^n = (x + a)\,Q(x) + 2a^n \Rightarrow Q(x) = \frac{x^n - a^n}{x + a} = \frac{x^{2k} - a^{2k}}{x + a} = \frac{\left(x^2\right)^k - \left(a^2\right)^k}{x + a}$$

$$= \frac{\left(x^2 - a^2\right)\left(x^{2k-2} + a^2x^{2k-4} + a^4x^{2k-6} + \dots + a^{2k-2}\right)}{x + a}$$

$$= (x - a)\left(x^{n-2} + a^2x^{n-4} + a^4x^{n-6} + \dots + a^{n-2}\right)$$

۳) $x^n - a^n$ بر $x + a$:

$$R = f(-a) = (-a)^n - a^n = \begin{cases} 0 & n \text{ زوج} \\ -2a^n & n \text{ فرد} \end{cases}$$

۳ - ۱) $n = 2k$:

$$x^n - a^n = (x + a)\,Q(x) + 0 \rightarrow Q(x) = \frac{x^{2k} - a^{2k}}{x + a} = (x - a)\left(x^{n-2} + a^2x^{n-4} + \dots + a^{n-2}\right)$$

(مانند حالت ۲ - ۲)

۳ - ۲) $n = 2k + 1$:

$$x^n - a^n = (x + a)\,Q(x) - 2a^n \rightarrow Q(x) = \frac{x^n + a^n}{x + a} = x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-1}$$

۴) $x^8 + a^8$ بر $x - a$:

$$R = f(a) = a^n + a^n = 2a^n$$

$$x^n + a^n = (x - a)\,Q(x) + 2a^n \rightarrow Q(x) = \frac{x^n - a^n}{x - a} = x^{n-1} + x^{n-2}a + \dots + a^{n-1}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۴۸

۳۴۹ از راه تقسیم حل می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 - 29x^2 - 85x - 42 & 2x + 3 \\ \hline -6x^3 - 9x^2 & 3x^2 - 19x - 14 \\ \hline -38x^2 - 85x - 42 & \\ 38x^2 + 57x & \\ \hline -28x - 42 & \\ +28x + 42 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (2x + 3)(3x^2 - 19x - 14) = (2x + 3)(3x + 2)(x - 7)$$

۳۵۰ باید مقدار دو چند جمله‌ای به ازای $x = -1$ یکسان شود پس:

$$1 - 3 - 2 = -1 - 4 - 5 + p \Rightarrow p = 6$$

۳۵۱ $f(x)$ بر $(x - 2)$ بخش‌پذیر است.

$$R = f(2) = 8 + 8 - 10 - 6 = 0 \Rightarrow$$

حال $f(x)$ را بر $(x - 2)$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 - 5x - 6 & x - 2 \\ \hline -x^3 + 2x^2 & x^2 + 4x + 3 \\ \hline 4x^2 - 5x - 6 & \\ -4x^2 + 8x & \\ \hline 3x - 6 & \\ -3x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - 2)(x^2 + 4x + 3) = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

۳۵۲

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۵۳

۳۵۴

۳۵۵

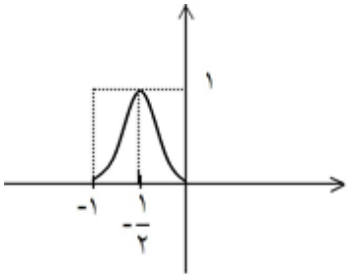
۳۵۶

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۵۸

۳۵۹

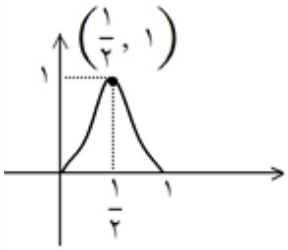


برد تابع تغییر نمی‌کند ولی: $۰ > x > -۱ \rightarrow ۲ > -۲x > ۰$

$D_f = [-۱,۰]$, $R_f = [۰,۱]$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

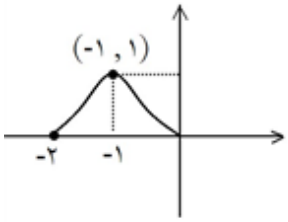
۳۶۰



برد تابع تغییر نمی‌کند ولی: $۰ < x < ۱ \rightarrow ۰ < ۲x < ۲$

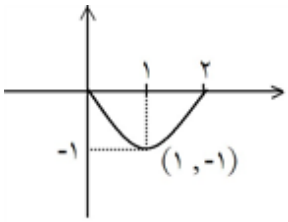
$D_f = [۰,۱]$, $R_f = [۰,۱]$

۳۶۱ نمودار f را، ۲ واحد به سمت چپ می‌بریم.



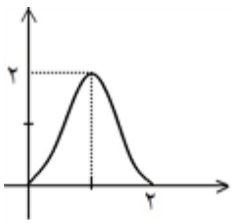
$D_f = [-۲,۰]$ $R_f = [۰,۱]$

۳۶۲ نمودار f باید نسبت به محور xها قرینه شود.



$D_f = [۰,۲]$, $R_f = [-۱,۰]$

۳۶۳ دامنه تغییر نمی‌کند ولی عرض نقاط ۲ برابر می‌شود.



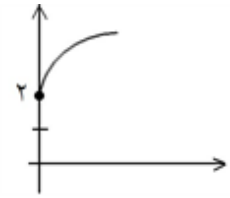
$D_f = [۰/۲]$, $R_f = [۰,۲]$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۶۴

۳۶۵

۳۶۶ کافی است نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x}$ را در دو واحد به بالا، در راستای محور yها منتقل کنیم.



۳۶۷

۳۶۸

۳۶۹

۳۷۰

۳۷۱

۳۷۲

۳۷۳

۳۷۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۷۵

۳۷۶

۳۷۷

۳۷۸

۳۷۹

۳۸۰

۳۸۱

۳۸۲

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۸۳ $\lim_{x \to \pm\infty}(-x^{۳} + ۳x - ۲) = \lim_{x \to \pm\infty}(-x^{۳}) = \pm\infty$

۳۸۴

۳۸۵

۳۸۶ $\lim_{x \to \pm\infty}\left(\frac{۲}{۷}x + ۱\right) = \lim_{x \to \pm\infty} x\left(\frac{۲}{۷} + \frac{۷}{x}\right) = \lim_{x \to \pm\infty}\frac{۲}{۷}x = \pm\infty$

۳۸۷ $\lim_{x \to \pm\infty}\left(-\frac{۱}{۳}x + ۴\right) = \lim_{x \to \pm\infty} x\left(\frac{-۱}{۳} + \frac{۴}{x}\right) = \lim_{x \to \pm\infty}\frac{-۱}{۳}x = \pm\infty$

۳۸۸

۳۸۹ $\lim_{x \to ۰^{+}}\frac{۱}{۱ - \cos x} = \lim_{x \to ۰^{+}}\frac{۱}{۲\sin^{۲}\frac{x}{۲}} = \lim_{x \to ۰^{+}}\frac{۱}{\frac{x^{۲}}{۲}} = \lim_{x \to ۰^{+}}\frac{۲}{x^{۲}} = \frac{۲}{۰^{+}} = +\infty$

۳۹۰

۳۹۱

۳۹۲

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۹۳

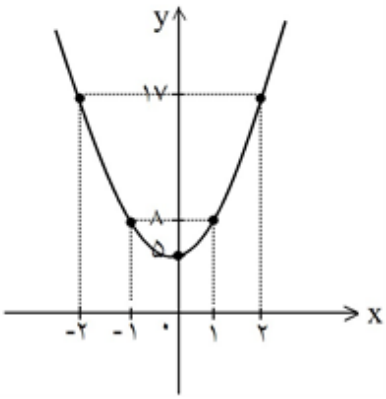
۳۹۴

۳۹۵

۳۹۶ $f(۳) = ۳^۲ - ۴ = ۵ \, , \, f(۵) = ۵^۲ - ۴ = ۲۱ \Rightarrow f(f(۳)) = f(۵) = ۲۱$

۳۹۷

۳۹۸



$\Rightarrow$ راس $S(۰ \, , ۵)$, $x = ۰$ محور تقارن

x	۰	۱	-۱	۲	-۲
y	۵	۸	۸	۱۷	۱۷

۳۹۹

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴