

WWW.AKOEDU.IR

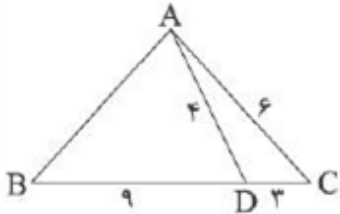
اولین و با کیفیت ترین

کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



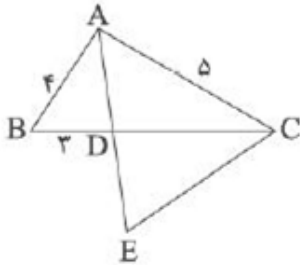
جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک **هفته ای**
رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ **عدد ۱**
را ارسال کنید.

۴۰۰ تست هندسه ۱ فصل ۲

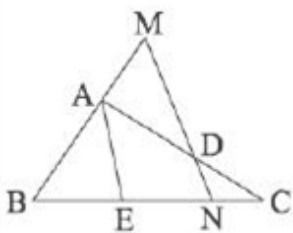


- ۱ در شکل زیر محیط مثلث ABC کدام است؟
- (۱) ۲۴
(۲) ۲۴/۵
(۳) ۲۵
(۴) ۲۶

۲ در شکل زیر $B\hat{A}D = C\hat{A}D$ و $CD = CE$ است. نسبت محیط مثلث ABD به محیط مثلث ACE برابر کدام است؟



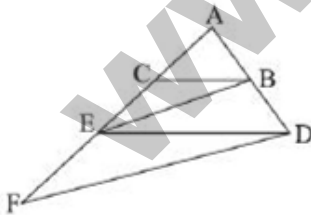
- (۱) ۰/۶
(۲) ۰/۷
(۳) ۰/۸
(۴) ۰/۹



۳ در مثلث ABC، $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$ است. اگر MN موازی با میانه AE باشد، $\frac{AD}{AM}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{9}$
(۲) $\frac{25}{4}$
(۳) $\frac{9}{4}$
(۴) $\frac{5}{3}$

۴ در شکل زیر $BC \parallel DE$ و $BE \parallel DF$ است. اگر مساحت دوزنقه BCED سه برابر مساحت مثلث ABC باشد، کدام گزینه درست است؟



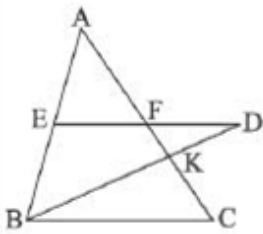
- (۱) $BC + DF = BE + DE$
(۲) $CE^2 = AC \times EF$
(۳) $AE^2 = 2CE \times EF$
(۴) $AC + FE = 2EC$

۵ در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، تفاضل و مجموع طول اضلاع قائم به ترتیب ۱ و ۷ می باشد. اگر میانه و ارتفاع وارد بر وتر، وتر را به ترتیب در نقاط M و H قطع کنند، $MH \times BC$ کدام است؟

(۱) ۳/۵
(۲) ۳
(۳) ۲/۴
(۴) ۲/۸

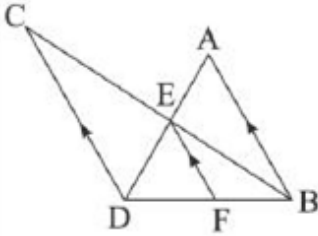


۶ در شکل زیر $ED \parallel BC$ است. اگر $EF = FD$ ، $AF = ۹$ و $CK = ۶$ باشد، FK چه قدر است؟



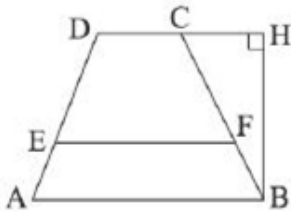
- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- $\frac{۷}{۲}$ (۴)

۷ در شکل زیر اگر $AB = ۳$ و $CD = ۶$ باشد، اندازه EF کدام است؟



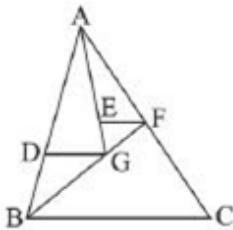
- ۲ (۱)
- $\frac{۳}{۲}$ (۲)
- ۱ (۳)
- $\frac{۱}{۲}$ (۴)

۸ در ذوزنقه $ABCD$ ($AB \parallel DC$)، $BH = ۹$ و EF موازی قاعده‌ها است. اگر $DC = ۷$ ، $EF = ۱۱$ و $AB = ۱۳$ باشد، مساحت ذوزنقه $EFCD$ کدام است؟



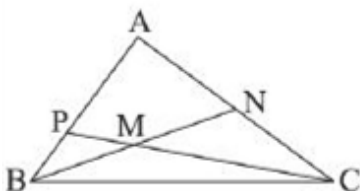
- ۵۴ (۱)
- ۶۳ (۲)
- ۷۲ (۳)
- ۸۱ (۴)

۹ اگر در مثلث ABC ، نقطه G محل هم‌رسی میانه‌های مثلث باشد و $EF \parallel DG \parallel BC$ ، نسبت $\frac{EF}{DG}$ کدام است؟



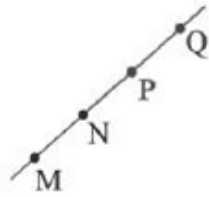
- $\frac{۳}{۴}$ (۱)
- $\frac{۴}{۳}$ (۲)
- $\frac{۳}{۲}$ (۳)
- $\frac{۲}{۳}$ (۴)

۱۰ در شکل زیر M وسط میانه BN است، حاصل $\frac{BP}{AP}$ کدام است؟



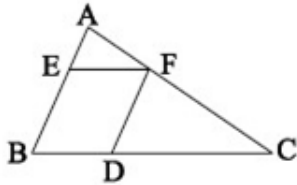
- $\frac{۱}{۲}$ (۲)
- $\frac{۱}{۳}$ (۱)
- $\frac{۳}{۴}$ (۴)
- $\frac{۲}{۳}$ (۳)

۱۱ در شکل زیر چهار نقطه M, N, P, Q طوری روی یک قرار گرفته‌اند که $\frac{MN}{NP} = \frac{MP}{PQ} = \frac{4}{3}$. اگر $MQ = 14$ باشد، طول پاره‌خط PQ کدام است؟



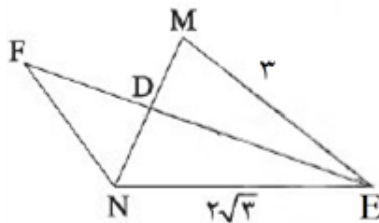
- (۱) $5/6$
 (۲) $5/8$
 (۳) 6
 (۴) $6/2$

۱۲ در مثلث ABC شکل روبه‌رو، لوزی به ضلع 3 واحد قرار دارد. اگر مساحت مثلث AEF 16% مساحت مثلث ABC باشد، مقدار DC کدام است؟



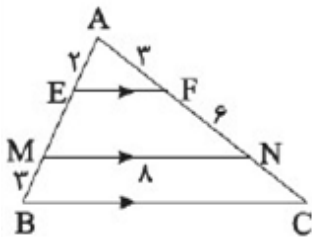
- (۱) $4/5$
 (۲) 2
 (۳) 9
 (۴) $3/5$

۱۳ در شکل مقابل، $ND = NF$ و EF نیمساز زاویه E است. نسبت مساحت‌های دو مثلث MDE و NEF برابر کدام است؟



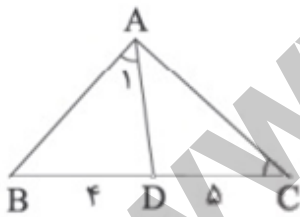
- (۱) $0/75$
 (۲) $0/5$
 (۳) $1/25$
 (۴) $0/6$

۱۴ محیط مثلث ABC برابر کدام است؟



- (۱) $33/5$
 (۲) 34
 (۳) $34/5$
 (۴) 35

۱۵ در شکل زیر، زاویه‌های \hat{A}_1 و \hat{C} برابر هستند. طول AB کدام است؟

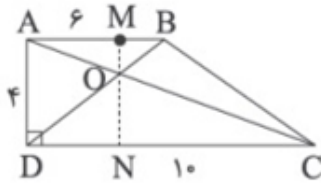


- (۱) $2\sqrt{3}$
 (۲) $3\sqrt{2}$
 (۳) 6
 (۴) $5\sqrt{2}$

۱۶ روی پاره‌خط AB به طول 20 نقطه‌های M و N چنان قرار گرفته‌اند که $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{7}$ و $\frac{NB}{NA} = \frac{3}{2}$ است. طول پاره‌خط MN کدام است؟

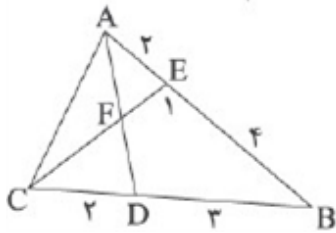
- (۱) $1/5$
 (۲) 2
 (۳) $2/5$
 (۴) 3

۱۷ در دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی ABCD به طول قاعده‌های ۶ و ۱۰ واحد و ساق قائم ۴ واحد از محل برخورد قطرهای عمود بر قاعده‌ها می‌کشیم تا دوزنقه را در نقاط M و N قطع کند. مساحت مثلث AMO کدام است؟



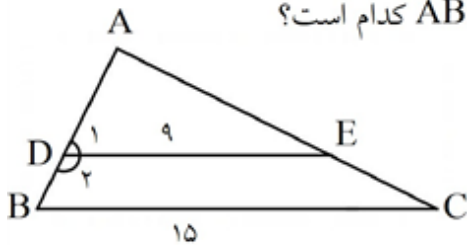
- ۳ (۱)
- $\frac{11}{4}$ (۲)
- $\frac{45}{16}$ (۳)
- $\frac{43}{16}$ (۴)

۱۸ در مثلث روبه‌رو $AE = 2$ ، $EB = 4$ ، $DB = 3$ ، $CD = 2$ و $FE = 1$ واحد هستند. طول پاره‌خط CF کدام است؟



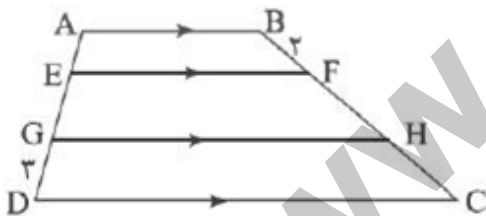
- $\frac{1}{6}$ (۱)
- $\frac{1}{8}$ (۲)
- $\frac{1}{5}$ (۳)
- ۲ (۴)

۱۹ در شکل زیر، $\hat{B} = \hat{D}$ ، $BD = 2$ و $DE = 9$ می‌باشد. طول پاره‌خط AB کدام است؟



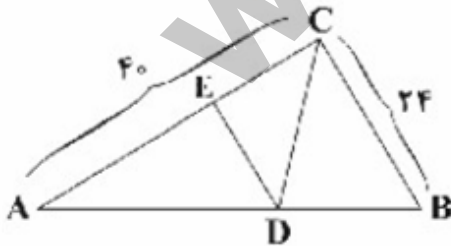
- ۳ (۱)
- ۵ (۲)
- ۴ (۳)
- $\frac{3}{2}$ (۴)

۲۰ با توجه به شکل زیر، مقدار x کدام است؟ $(AE = xy - 2y, HC = \frac{x+3}{y})$



- ۲ (۱)
- ۱ (۲)
- ۴ (۳)
- ۳ (۴)

۲۱ با توجه به شکل زیر، اگر CD نیمساز زاویه‌ی C باشد و $DE \parallel BC$ ، آن‌گاه اندازه‌ی AE کدام است؟



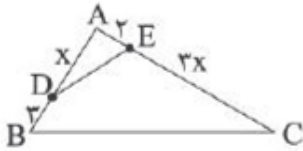
- ۲۴ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۲۶ (۳)
- ۳۰ (۴)

۲۲ در مثلثی به اضلاع $AB = \sqrt{3}$ ، $AC = 3$ و $BC = 2\sqrt{3}$ ، نقطه D روی AC رو به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که

$\hat{DBC} = 15^\circ$ باشد. اگر M وسط BC باشد، \hat{DMC} چند درجه است؟

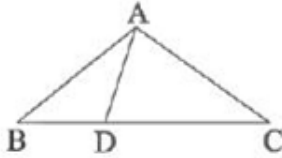
- ۱۵ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۴۵ (۳)
- ۶۰ (۴)

۲۳ در شکل زیر زوایای مقابل چهارضلعی مکمل یکدیگرند. مساحت این چهارضلعی چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



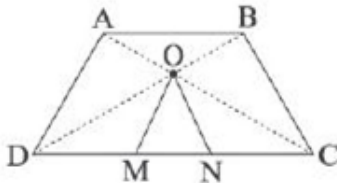
- (۱) $\frac{5}{7}$
 (۲) $\frac{45}{49}$
 (۳) $\frac{25}{49}$
 (۴) $\frac{25}{36}$

۲۴ در شکل زیر $AB = AC$ ، $AD = CD$ و $BD = 4$. اگر نصف طول ضلع AB واسطه هندسی بین اضلاع BD و CD باشد، طول AC کدام است؟



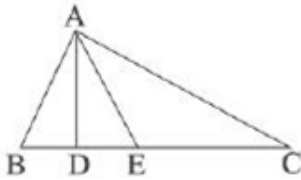
- (۱) ۸
 (۲) $8\sqrt{3}$
 (۳) ۱۲
 (۴) $12\sqrt{3}$

۲۵ مطابق شکل زیر از محل تلاقی قطرهای دوزنقه، پاره‌خطهای OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. اگر $DM = 2MN = 6$ ، طول قاعده CD کدام است؟



- (۱) ۲۱
 (۲) ۱۸
 (۳) ۱۲
 (۴) ۱۵

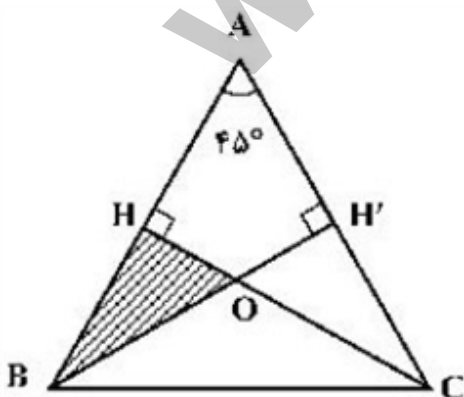
۲۶ در شکل زیر مساحت مثلث ACD چهار برابر مساحت مثلث ABD و سه برابر مساحت مثلث ADE است. مساحت مثلث ACE چند برابر مساحت مثلث ABE است؟



- (۱) $\frac{8}{11}$
 (۲) $\frac{8}{7}$
 (۳) $\frac{11}{8}$
 (۴) $\frac{7}{8}$

۲۷ در مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۷ و ۲۱، طول یکی از ارتفاعها برابر $AH = 8$ است. اگر M، N و P وسط اضلاع باشند، مساحت چهارضلعی که H و P، N، M رأس‌های آن هستند، کدام است؟

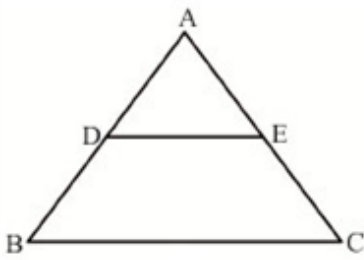
- (۱) ۲۷
 (۲) ۲۸
 (۳) ۲۹
 (۴) ۳۰



۲۸ در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الساقین و طول ساق AB برابر ۸ واحد است. مساحت مثلث OHB، کدام است؟

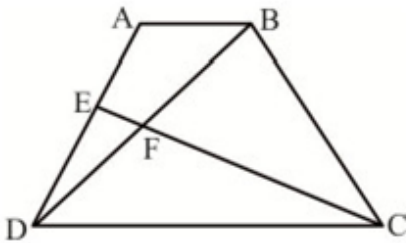
- (۱) $\frac{6}{2+\sqrt{3}}$
 (۲) $\frac{8}{2+\sqrt{3}}$
 (۳) $\frac{12}{3+2\sqrt{2}}$
 (۴) $\frac{16}{3+2\sqrt{2}}$

۲۹ در شکل مقابل، $BC = 8$ و مساحت دوزنقه با مساحت مثلث برابر است. طول پاره خط DE کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) $3\sqrt{2}$
(۳) $4\sqrt{3}$
(۴) $4\sqrt{2}$

۳۰ در دوزنقه $ABCD$ شکل مقابل، نقطه E وسط ساق AD است. اگر $AB = 4$ ، $CF = 6$ و $EF = 1$ باشند، طول قاعده CD کدام است؟



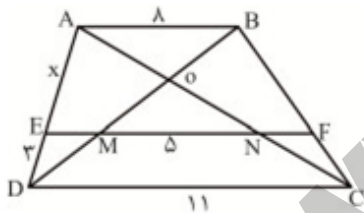
- (۱) ۱۲
(۲) ۱۰
(۳) ۹
(۴) ۸

۳۱ در دوزنقه ای با قاعده های ۶ و ۱۲، خطی به موازات قاعده ها دو ساق دوزنقه را در نقاط A و B قطع می کند. اگر $AB = 8$ باشد، نقطه A ساق دوزنقه را به چه نسبتی تقسیم می کند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{3}{4}$

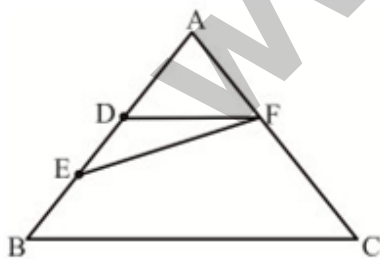
۳۲ در مثلث قائم الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) روابط $b^2 = 8a$ و $b^2 = 4c^2$ بین اضلاع برقرار است. طول کوتاه ترین ارتفاع مثلث کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) $3\sqrt{3}$
(۳) $3\sqrt{2}$
(۴) ۴



۳۳ اگر در دوزنقه شکل زیر، طول $MN = 5$ و $EF \parallel BC$ باشد، کدام است؟

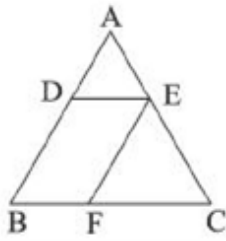
- (۱) ۵/۵
(۲) ۵/۷۵
(۳) ۶/۲۵
(۴) ۶/۵



۳۴ اگر در شکل زیر $DF \parallel BC$ ، $AB = AC = 20$ ، $BC = 24$ ، $AF = 8$ و $EB = 6$ باشد، مساحت چهارضلعی $EFBC$ کدام است؟

- (۱) ۱۴۳/۳۶
(۲) ۱۴۲/۱۶
(۳) ۱۴۰/۴۸
(۴) ۱۳۸/۲۴

۳۵ در شکل زیر اگر $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع DEFB چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{1}{5}$
 (۲) $\frac{1}{48}$
 (۳) $\frac{1}{42}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

۳۶ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. از نقطه M وسط AH بر ضلع AB عمود MK را رسم می‌کنیم. اگر $BH = 9$ و $CH = 4$ باشد، اندازه MK کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ (۳) $\frac{4}{\sqrt{13}}$ (۴) $\frac{9}{\sqrt{13}}$

۳۷ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، از نقطه N وسط ضلع AC بر وتر BC عمود می‌کنیم و پای عمود را K می‌نامیم و از K به وسط ضلع AB، نقطه M وصل می‌نماییم. مساحت چهارضلعی ANKM چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

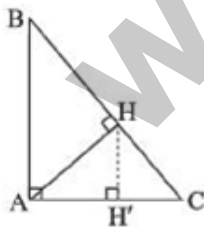
۳۸ متوازی‌الاضلاع ABCD مفروض است. قاطعی از رأس A رسم می‌کنیم تا خطوط BC و امتداد DC را به ترتیب در E و F قطع کند، در این صورت حاصل $BE \times DF$ با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $AF \times FE$ (۲) $DC \times AE$ (۳) $AD \times BC$ (۴) $AB \times BC$

۳۹ در دوزنقه ABCD نسبت قاعده‌ها برابر $\frac{2}{3}$ است. دو قطر دوزنقه، آن را به چهار مثلث تقسیم می‌کند. مساحت کوچک‌ترین مثلث چند درصد مساحت دوزنقه اصلی است؟

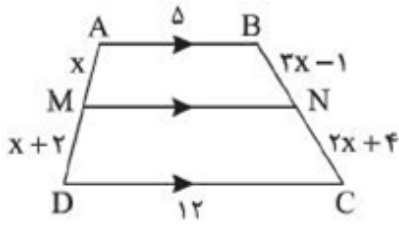
- (۱) ۲۴ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴) ۱۶

۴۰ در مثلث قائم‌الزاویه ABC مطابق شکل از نقطه H (پای ارتفاع وارد بر وتر)، عمود HH' را بر ضلع AC وارد می‌کنیم. اگر $AB = 20$ و $AC = 15$ باشند، طول HH' کدام است؟



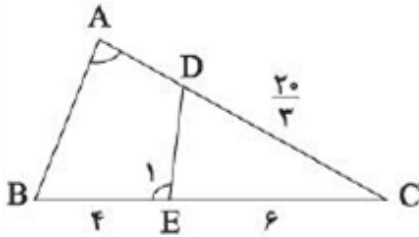
- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) $\frac{3}{6}$ (۴) $\frac{7}{2}$

۴۱ در ذوزنقه $ABCD$ ، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها است، طول MN کدام است؟



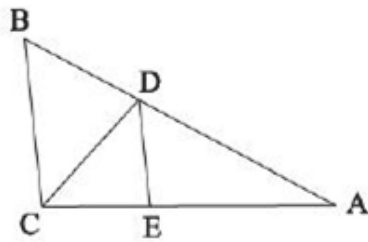
- (۱) $\frac{27}{4}$
- (۲) $\frac{29}{4}$
- (۳) $\frac{31}{4}$
- (۴) $\frac{33}{4}$

۴۲ در شکل زیر زوایای A و E_1 مکمل هم هستند. طول ضلع AD کدام است؟



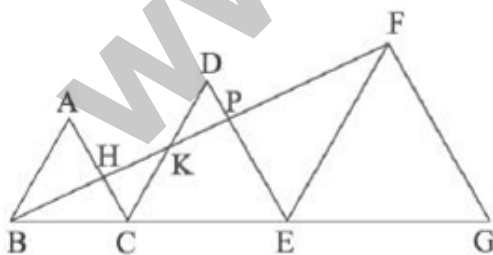
- (۱) ۲
- (۲) $\frac{8}{3}$
- (۳) ۳
- (۴) $\frac{7}{3}$

۴۳ در شکل زیر DE موازی BC و نیمساز زاویه \hat{CDA} است. اگر $AD = 4$ ، $CE = 3$ ، $AE = 2$ ، اندازه CD کدام است؟



- (۱) $\frac{13}{2}$
- (۲) $\frac{9}{2}$
- (۳) ۴
- (۴) ۶

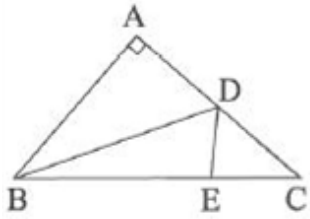
۴۴ در شکل زیر سه مثلث متساوی‌الاضلاع به اضلاع ۳، ۴ و ۵ در کنار هم قرار دارند. نسبت مساحت مثلث DKP به مساحت مثلث PEF کدام است؟



- (۱) $\frac{144}{225}$
- (۲) $\frac{49}{169}$
- (۳) $\frac{169}{225}$
- (۴) $\frac{169}{1225}$

۴۵

در شکل زیر $AB = 10$ ، $BC = 6$ و $EC = \frac{1}{6}BC$ است. مساحت مثلث BDE چه قدر است؟

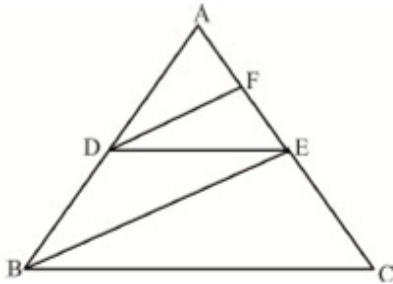


- (۱) ۲۵
(۲) ۱۶
(۳) ۱۸
(۴) ۲۰

۴۶

در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ و $DF \parallel BE$ است. اگر $BC = \frac{5}{3}DE$

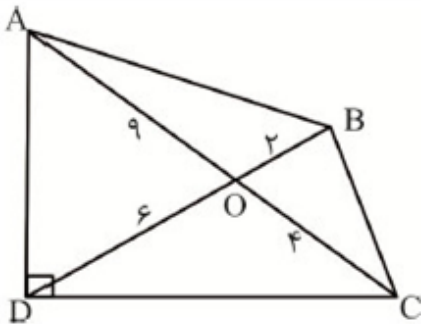
باشد، مقدار $\frac{AE}{CF}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{17}$
(۲) $\frac{8}{15}$
(۳) $\frac{10}{21}$
(۴) $\frac{5}{9}$

۴۷

در چهارضلعی شکل مقابل طول ضلع BC کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$
(۲) $2\sqrt{6}$
(۳) $3\sqrt{3}$
(۴) $5\sqrt{2}$

۴۸

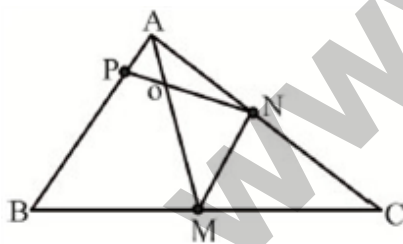
در مثلثی به اضلاع ۴، ۵ و ۷، فاصله پای بزرگ‌ترین میانه تا پای بزرگ‌ترین ارتفاع کدام است؟

- (۱) $2/75$
(۲) ۳
(۳) $3/25$
(۴) $3/5$

۴۹

اگر در شکل مقابل M و N وسط اضلاع مثلث و $\frac{AP}{PB} = \frac{1}{3}$ باشد، مساحت

$\triangle ABC$ چند برابر مساحت $\triangle OAP$ است؟



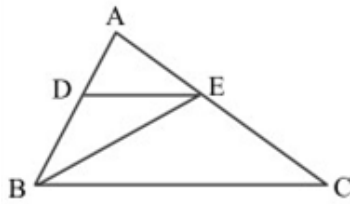
- (۱) ۱۰۸
(۲) ۵۴
(۳) ۴۸
(۴) ۲۴

۵۰

در مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائمه ۷ و ۲۴، محیط چهارضلعی که از وصل کردن اوساط سه ضلع و پای ارتفاع وارد

بر وتر تشکیل می‌شود، کدام است؟

- (۱) $29/38$
(۲) $30/04$
(۳) $30/54$
(۴) $30/75$



در مثلث ABC پاره‌خط DE موازی ضلع BC و $AD = \frac{4}{5} DB$ است.

مساحت مثلث EBC چند برابر مساحت مثلث EBD است؟

- (۱) ۲
(۲) $\frac{2}{25}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{2}{75}$

در مستطیلی به طول اضلاع $2\sqrt{7}$ و ۶ واحد از هر دو رأس متقابل عمودی بر قطر دیگر رسم شده است.

فاصله‌ی این دو خط عمود کدام است؟

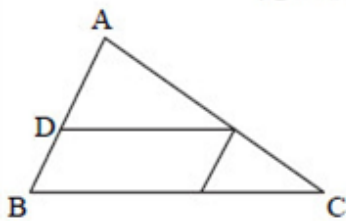
- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{5}$
(۳) $\frac{1}{75}$
(۴) ۲

در یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه طول قاعده‌های ۱۴ و ۹ واحد و طول ساق مایل $2\sqrt{11}$ واحد است. اندازه‌ی قطر

کوچک‌تر دوزنقه کدام است؟

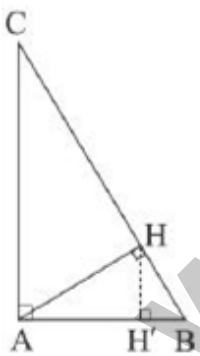
- (۱) ۸
(۲) $7\sqrt{2}$
(۳) ۱۰
(۴) ۱۱

در شکل روبه‌رو $\frac{DA}{DB} = \frac{3}{2}$ ، مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) ۳۶
(۲) ۴۰
(۳) ۴۵
(۴) ۴۸

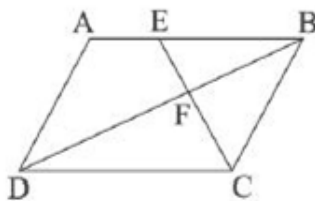
در مثلث قائم‌الزاویه زیر، $AH' = ۱۲$ و $BH' = ۳$ است، در این صورت طول وتر مثلث ABC کدام است؟



- (۱) $24\sqrt{5}$
(۲) $21\sqrt{5}$
(۳) $18\sqrt{5}$
(۴) $15\sqrt{5}$

در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقطه E روی ضلع AB طوری قرار گرفته که $EB = 2AE$ است. مساحت مثلث

EFB چند برابر مساحت مثلث DFC می‌باشد؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{9}$
(۴) $\frac{4}{9}$

۵۷ مثلثی به اضلاع ۵، ۶ و ۶ با مثلث دیگری به مساحت ۳۶ متشابه است. محیط مثلث دوم چه قدر است؟

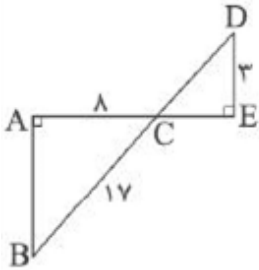
- (۱) $12\sqrt{3}$ (۲) $16\sqrt{3}$ (۳) ۲۴ (۴) $24\sqrt{2}$

۵۸ در مستطیل ABCD با عرض $AD = 13$ ، از نقطه B عمود BH بر قطر AC رسم شده است. اگر $HC = 5$ باشد،

حاصل $AB + AH$ کدام است؟

- (۱) ۶۵ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۷۰

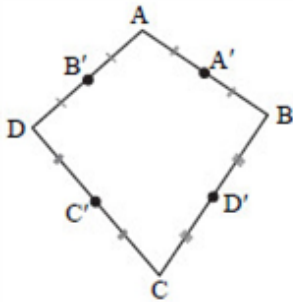
۵۹ در شکل زیر نسبت محیط به مساحت مثلث CDE کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{3}{10}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{10}{3}$

۶۰ در شکل روبه‌رو هریک از قطرهای چهارضلعی ABCD برابر a می‌باشند. محیط

چهارضلعی A'B'C'D' چه رابطه‌ای با a دارد؟

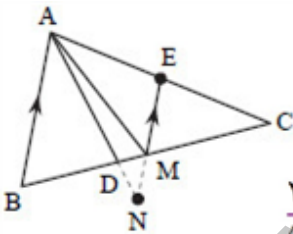


- (۱) $2a$ (۲) $\frac{3}{2}a$ (۳) a (۴) با a رابطه‌ای ندارد.

۶۱ در شکل مقابل AM میانه و AD نیمساز زاویه A می‌باشد. اگر

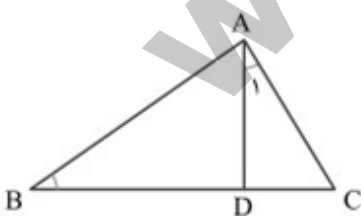
$4AB = 3BC = 2AC = 12$ و $ME \parallel AB$ باشد، اندازه‌ی

پاره‌خط MN کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{2}{5}$

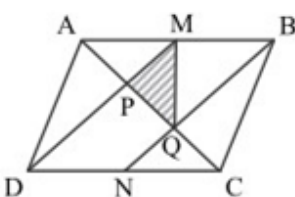
۶۲ در شکل مقابل $\hat{A}_1 = \hat{B}$ و $AC = 4$ و $BD = 6$ است. طول BC کدام است؟



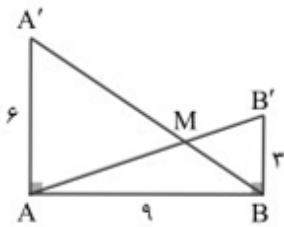
- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۶۳ در متوازی‌الاضلاع ABCD، M و N به ترتیب وسط‌های AB و CD هستند.

مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD چند برابر مساحت مثلث MPQ می‌باشد؟



- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۱۸



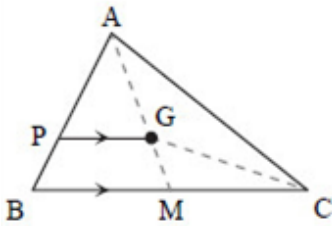
۶۴ در شکل مقابل $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ می باشد. مساحت مثلث AMB کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$
 (۲) ۱۸
 (۳) ۹
 (۴) ۶

۶۵ در مثلث متساوی الساقین ABC ، $AB = AC = \sqrt{20}$ و $BC = 4$ می باشد. اگر نقطه D روی AC طوری قرار

گیرد که $BD = BC$ ، مجموع فواصل نقطه A از CD و BD و BC کدام است؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{4}$



۶۶ در شکل مقابل G محل هم‌رسی میانه‌هاست. اگر M وسط BC و $PG \parallel BC$

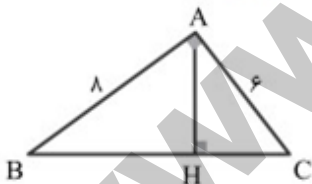
باشد، مساحت مثلث APG چند برابر مساحت مثلث GMC می باشد؟

- (۱) $\frac{9}{8}$
 (۲) $\frac{3}{2}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $\frac{5}{3}$

۶۷ در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH رسم می شود. حاصل $\frac{AB^2 \times CH}{AC^2 \times BH}$ کدام است؟

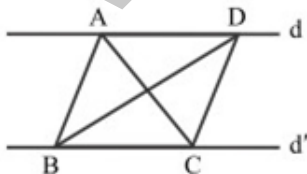
- (۱) $\frac{AB^3}{AC^3}$ (۲) $\frac{AB}{AC}$ (۳) $\frac{BH}{CH}$ (۴) ۱

۶۸ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ارتفاع AH وارد بر وتر را رسم کرده‌ایم. نسبت $\frac{BH}{CH}$ برابر کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) $\frac{8}{6}$
 (۳) $\frac{16}{9}$
 (۴) $\frac{14}{10}$

۶۹ در شکل مقابل $d \parallel d'$ و مساحت مثلث ABC برابر 8 cm^2 است. اگر $BD = 6 \text{ cm}$ باشد، فاصله نقطه C از BD برابر کدام است؟



- (۱) $\frac{8}{3}$
 (۲) $\frac{4}{3}$
 (۳) ۳
 (۴) ۴

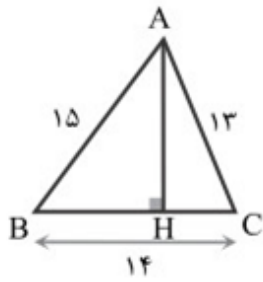
۷۰ طول اضلاع یک مثلث ۱۰، ۱۲ و ۱۵ سانتی متر است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن برابر ۱۰ سانتی متر است. محیط مثلث دوم چه قدر است؟

۳۷ (۴)

$\frac{۳۷}{۴}$ (۳)

$\frac{۷۴}{۳}$ (۲)

$\frac{۳۷}{۲}$ (۱)

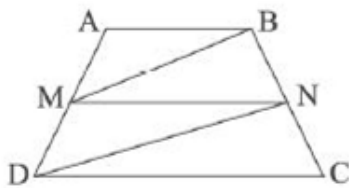


۷۱ در شکل مقابل مثلثی به اضلاع ۱۳، ۱۴، ۱۵ رسم شده است. مساحت مثلث AHC برابر کدام است؟

۳۰ (۲)
 $۲\sqrt{۱۳}$ (۴)

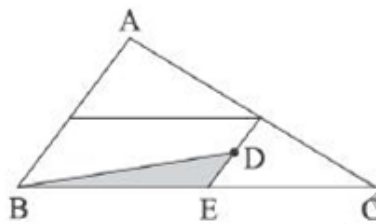
۲۸ (۱)
 $۴\sqrt{۵}$ (۳)

۷۲ در ذوزنقه ABCD شکل زیر، MN موازی قاعده‌ها و MB موازی DN است. اگر $AB = ۴$ و $CD = ۹$ باشد، طول MN چه قدر است؟



۶ (۱)
 ۸ (۲)
 $۴\sqrt{۲}$ (۳)
 $۲\sqrt{۲}$ (۴)

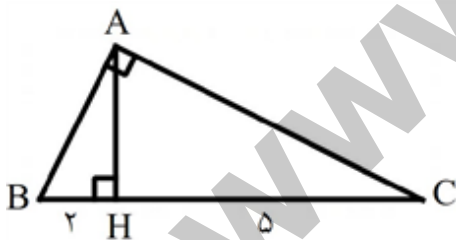
۷۳ در شکل زیر نقطه D وسط ضلع متوازی الاضلاع است. اگر $CE = \frac{۲}{۵}BC$ باشد، مساحت مثلث رنگی چند برابر مساحت بزرگ‌ترین مثلث است؟



$\frac{۱۲}{۲۵}$ (۲)
 $\frac{۷}{۲۵}$ (۴)

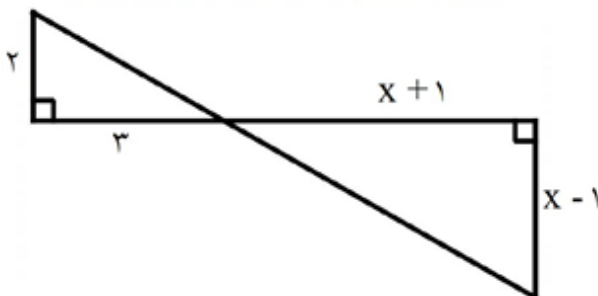
$\frac{۳}{۲۵}$ (۱)
 $\frac{۱۳}{۲۵}$ (۳)

۷۴ طول AC کدام است؟



$\sqrt{۷}$ (۱)
 $\sqrt{۳۵}$ (۲)
 $\sqrt{۴۵}$ (۳)
 $\sqrt{۱۰}$ (۴)

۷۵ مقدار X کدام است؟



۳ (۱)
 ۴ (۲)
 ۵ (۳)
 ۶ (۴)

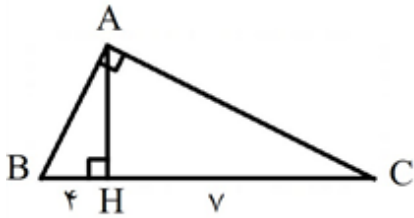
۷۶ مقدار AH کدام است؟

(۱) $\sqrt{11}$

(۲) $\sqrt{14}$

(۳) $\sqrt{28}$

(۴) $\sqrt{3}$



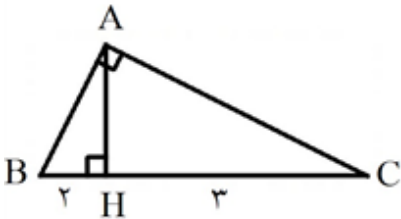
۷۷ مقدار AH کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{6}$

(۴) $\sqrt{3}$



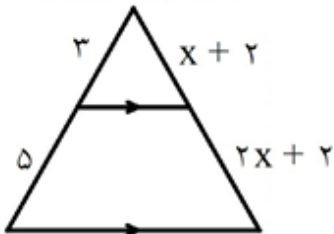
۷۸ مقدار X کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۵

(۳) ۴

(۴) ۳



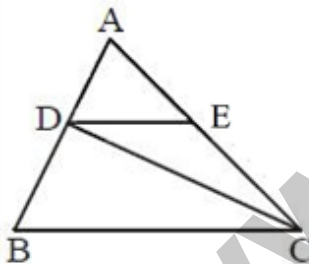
۷۹ در شکل زیر نسبت قاعده‌های دوزنقه $\frac{2}{5}$ است. مساحت مثلث ADC چند برابر مساحت دوزنقه است؟

(۱) $\frac{8}{21}$

(۲) $\frac{13}{21}$

(۳) $\frac{21}{25}$

(۴) $\frac{10}{21}$



۸۰ در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء به گونه‌ای تقسیم می‌کند که مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{1}{10}$ مساحت مثلث اصلی می‌باشد. نسبت فاصله‌های پای ارتفاع وارد بر وتر از دو ضلع قائم مثلث اصلی

کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

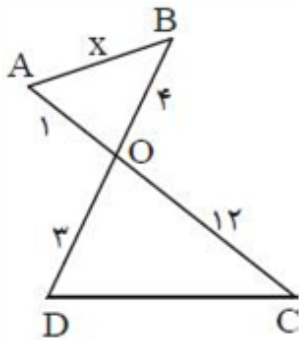
(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{10}}$

(۴) $\frac{2}{\sqrt{10}}$

۸۱

با توجه به شکل زیر، کدام گزینه نمی‌تواند درست باشد؟



$$x = 3/2 \quad (1)$$

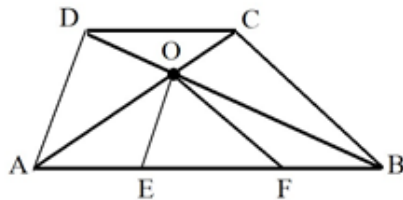
$$\hat{A} = \hat{C} \quad (2)$$

$$\hat{A} = \hat{D} \quad (3)$$

$$\hat{A} + \hat{B} = \hat{C} + \hat{D} \quad (4)$$

۸۲

در دوزنقه شکل زیر اندازه قاعده‌ها ۸ و ۱۲ است. از نقطه O محل تلاقی قطرهای، خطوطی موازی ساق‌ها رسم شده است. اندازه طول پاره‌خط EF کدام است؟



$$2/4 \quad (1)$$

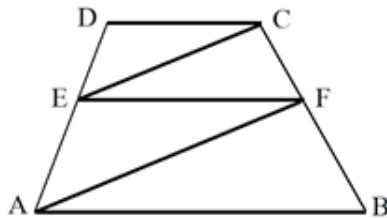
$$1/6 \quad (2)$$

$$3/2 \quad (3)$$

$$2/5 \quad (4)$$

۸۳

در دوزنقه ABCD قاعده بزرگ دو برابر قاعده کوچک است. اگر $EF \parallel DC$ و $CE \parallel AF$ باشد، طول پاره‌خط EF چند برابر قاعده کوچک دوزنقه است؟



$$\sqrt{3} \quad (1)$$

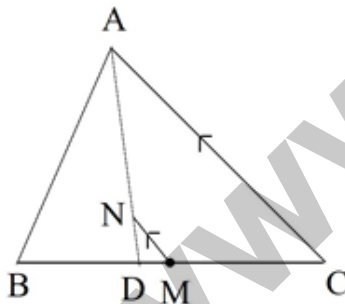
$$1/3 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$1/2 \quad (4)$$

۸۴

در مثلث ABC از نقطه M وسط ضلع BC خطی موازی AC رسم کرده‌ایم تا نیمساز AD را در N قطع کند. اگر $AB = 13$ و $AC = 18$ باشد، اندازه طول پاره‌خط MN کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

$$2/5 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$3/5 \quad (4)$$

۸۵

اگر $a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4+b}$ باشد، کم‌ترین مقدار $a + b + c + d$ کدام است؟

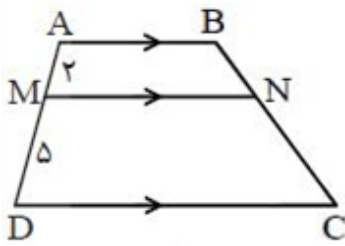
$$-\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{25}{2} \quad (3)$$

$$-5 \quad (2)$$

$$-25 \quad (1)$$

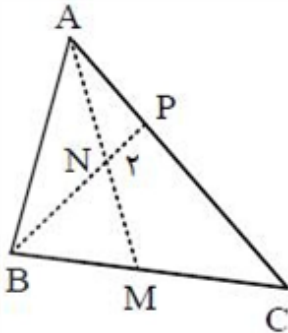
۸۶ در ذوزنقه $ABCD$ ، $MN \parallel AB \parallel CD$ ، فاصله رأس C از MN چند برابر فاصله رأس A از MN می باشد؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{7}{5}$
- (۳) $\frac{2}{5}$
- (۴) $\frac{5}{3}$

۸۷

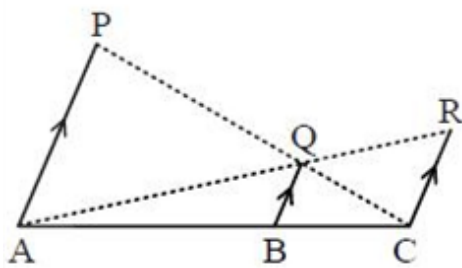
در مثلث ABC ، M وسط BC و $AP = \frac{1}{3}PC$ می باشد. اگر $PN = 2$ باشد، BN کدام است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۱۰

۸۸

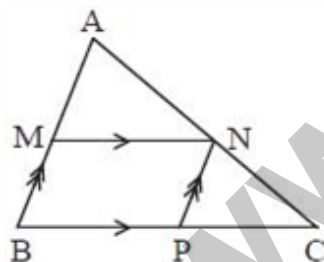
در شکل زیر AP ، BQ و CR موازی هستند. با فرض $CR = 3$ و $AP = 5$ ، اندازه BQ چه قدر است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{7}{5}$
- (۴) $\frac{8}{15}$

۸۹

در مثلث ABC ، $MN \parallel BC$ و $PN \parallel AB$ می باشد. کدام گزینه نادرست است؟



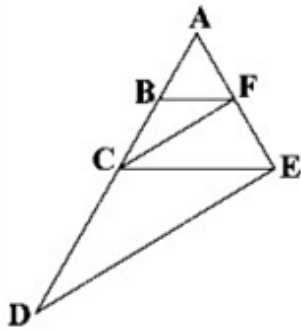
- (۱) $\frac{BM}{AB} = \frac{CN}{AC}$
- (۲) $\frac{BP}{CP} = \frac{BM}{AM}$
- (۳) $\frac{AM}{AB} = \frac{PB}{BC}$
- (۴) $\frac{CP}{MN} = \frac{CN}{AN}$

۹۰

طول ارتفاع وارد بر وتر یک مثلث قائم الزاویه ای 30° و نسبت دو پاره خطی که ارتفاع روی وتر پدید می آورد $\frac{9}{25}$ است.

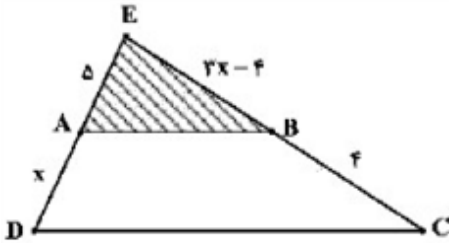
حاصل ضرب دو ضلع قائمه کدام است؟

- (۱) ۲۰۴۰
- (۲) ۲۰۲۰
- (۳) ۲۱۰۰
- (۴) ۲۰۴۸



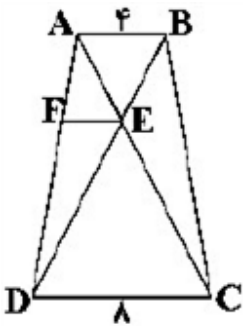
91 در شکل مقابل، اگر $DE \parallel CF$ ، $CE \parallel BF$ و $AC = 5$ باشد، آنگاه $AB \times AD$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$
- (۲) $\frac{12}{5}$
- (۳) ۲۵
- (۴) ۵



92 در شکل زیر، مساحت دوزنقه‌ی ABCD، چند برابر مساحت مثلث EAB است؟

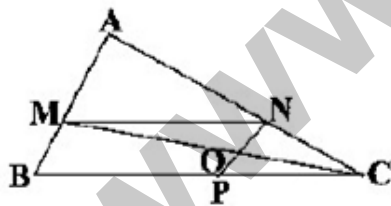
- (۱) $\frac{9}{4}$
- (۲) $\frac{16}{9}$
- (۳) $\frac{25}{16}$
- (۴) $\frac{36}{25}$



93 از نقطه‌ی E (محل برخورد دو قطر) در دوزنقه‌ی ABCD خطی به موازات قاعده‌ها رسم کرده‌ایم. مساحت دوزنقه ABCD چند برابر مساحت دوزنقه ABEF است؟

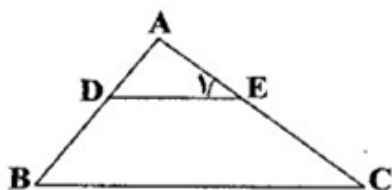
- (۱) $\frac{5}{4}$
- (۲) $\frac{5}{6}$
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) $\frac{5}{5}$

94 در شکل زیر، چهارضلعی NMPB متوازی‌الاضلاع است و $AM = 3MB$ ، مساحت مثلث OMN چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



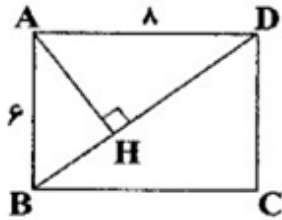
- (۱) $\frac{9}{28}$
- (۲) $\frac{3}{28}$
- (۳) $\frac{9}{64}$
- (۴) $\frac{3}{64}$

95 اگر در شکل زیر، $\hat{E}_1 = \hat{C}$ و $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$ باشد، مساحت مثلث ADE چند برابر مساحت چهارضلعی DECB است؟



- (۱) $\frac{4}{25}$
- (۲) $\frac{25}{4}$
- (۳) $\frac{21}{4}$
- (۴) $\frac{4}{21}$

۹۶ در مستطیل ABCD به شکل زیر، مساحت مثلث AHD کدام است؟



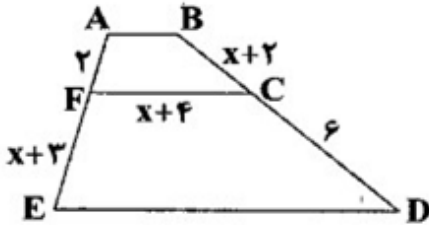
(۱) ۱۵/۳۶

(۲) ۱۵/۶۳

(۳) ۲۰/۶۴

(۴) ۳۰/۷۲

۹۷ در شکل زیر $AB \parallel FC \parallel ED$ است. اندازهی FC چقدر است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۵

۹۸ در مثلثی ارتفاع و میانه وارد بر یک ضلع ۱۰ و ۲۶ و ضلع دیگر مثلث $\frac{125}{12}$ می‌باشد. مساحت مثلث به کدام عدد

نزدیک‌تر است؟

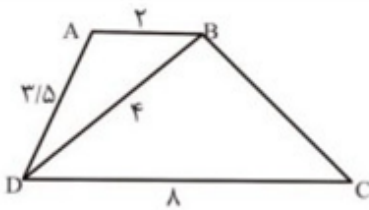
(۴) ۲۹۵

(۳) ۲۸۵

(۲) ۲۷۰

(۱) ۲۶۰

۹۹ در ذوزنقه شکل زیر، طول ضلع BC کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۱۰۰ در مثلث ABC از نقطه M روی ضلع AC که $\frac{MA}{MC} = \frac{1}{2}$ ، دو خط به موازات دو ضلع دیگر رسم می‌کنیم، از نقطه

N روی AB که $\frac{NA}{NB} = \frac{3}{4}$ همین کار را انجام می‌دهیم. مساحت مثلث چند برابر مساحت کوچک‌ترین

متوازی‌الاضلاع ایجاد شده است؟

(۴) ۲۱

(۳) $\frac{63}{4}$

(۲) ۱۴

(۱) $\frac{2}{4}$

۱۰۱ در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازهی پاره‌خط‌های DE و DC، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG، چند درصد

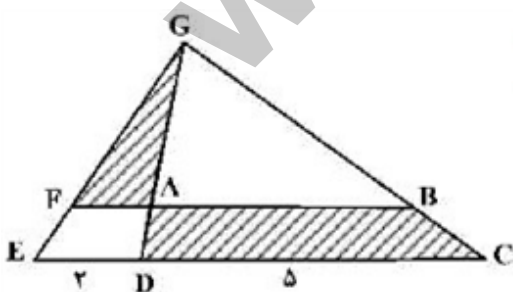
مساحت ذوزنقه‌ی ABCD است؟

(۲) ۳۶

(۱) ۴۰

(۴) ۲۴

(۳) ۳۲



۱۰۲ در مستطیلی به اضلاع ۸ و ۱۵، اگر از یک رأس بر قطر، ارتفاعی رسم شود، طول قطعه بزرگتر ایجاد شده بر قطر

تقریباً کدام است؟

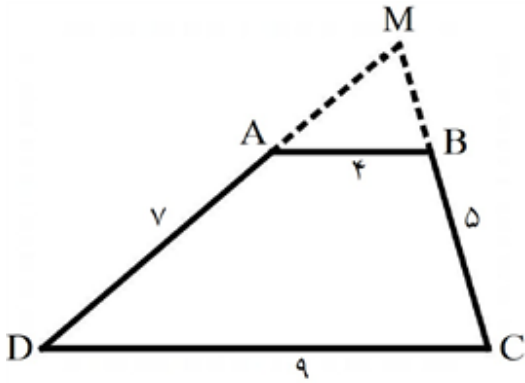
(۴) ۱۳/۹

(۳) ۱۳/۵

(۲) ۱۳/۲

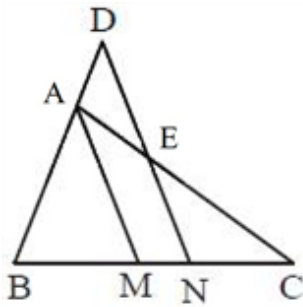
(۱) ۱۲/۸

۱۰۳ در مثلثی با اضلاع ۳، ۴ و ۵، فاصله پای ارتفاع وارد بر ضلع بزرگ‌تر تا ضلع کوچک‌تر کدام است؟
 (۱) $1/44$ (۲) $1/69$ (۳) $1/96$ (۴) $1/98$



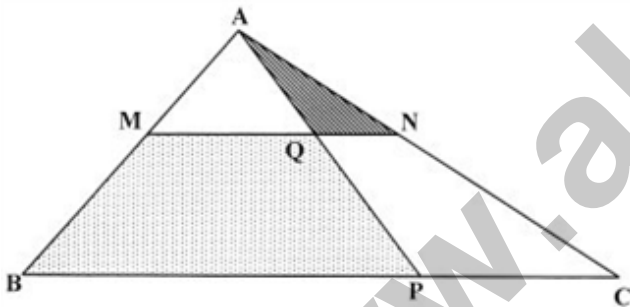
۱۰۴ اندازه‌ی اضلاع متوازی‌الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟

- (۱) $13/2$
- (۲) $13/6$
- (۳) $14/4$
- (۴) $14/8$



۱۰۵ در مثلث ABC، AM میانه است. اگر $AD = 1$ و $AM \parallel DN$ رسم شود، اندازه‌ی AE کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) $1/5$
- (۳) $1/8$
- (۴) ۲



۱۰۶ در مثلث ABC: $MN \parallel BC$ و $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$ است.

هم‌چنین $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{3}$ می‌باشد. مساحت ذوزنقه MQPB

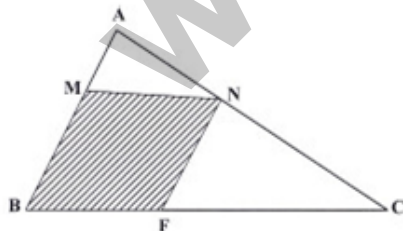
چند برابر مساحت مثلث AQN است؟

- (۱) ۲۴
- (۲) ۲۸
- (۳) ۳۲
- (۴) ۳۶

۱۰۷ در شکل زیر $MN \parallel BC$ و مساحت مثلث AMN برابر $12/5$ درصد مساحت ذوزنقه‌ی MNCB است. مساحت

متوازی‌الاضلاع MNFB چند درصد از مساحت مثلث ABC است؟

- (۱) $36/36$
- (۲) ۴۰
- (۳) $44/44$
- (۴) ۵۰



۱۰۸ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) اگر $b = 3$ و $c = 4$ باشد، آن‌گاه h_a کدام است؟

- (۱) $5/12$
- (۲) $12/5$
- (۳) $5/13$
- (۴) $13/5$

۱۰۹ هرگاه M روی ضلع AB از مستطیل ABCD به اضلاع ۲ و ۶ به گونه‌ای باشد که $\widehat{CMD} = 90^\circ$ باشد، نسبت دو قطعه جدا شده بر AB کدام است؟ ($AB > AD$)

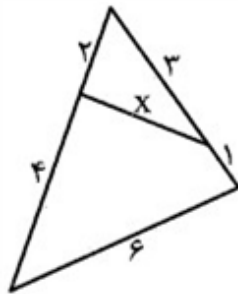
$$\frac{7+3\sqrt{5}}{2} \text{ (۴)} \quad \frac{7+2\sqrt{5}}{2} \text{ (۳)} \quad \frac{3+2\sqrt{5}}{2} \text{ (۲)} \quad \frac{3+\sqrt{5}}{2} \text{ (۱)}$$

۱۱۰ در مثلث قائم‌الزاویه ABC، $h_a = \frac{12}{5}$ و $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{7}{144}$ می‌باشد، اندازه وتر چقدر است؟ ($\widehat{A} = 90^\circ$)

$$7 \text{ (۴)} \quad 4 \text{ (۳)} \quad 5 \text{ (۲)} \quad 6 \text{ (۱)}$$

۱۱۱ اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای وتر $\frac{7}{5}$ ، ارتفاع وارد بر وتر $\frac{3}{6}$ باشد، ضلع متوسط مثلث کدام است؟

$$6 \text{ (۴)} \quad \frac{5}{6} \text{ (۳)} \quad \frac{5}{5} \text{ (۲)} \quad 5 \text{ (۱)}$$



۱۱۲ در شکل زیر X کدام است؟

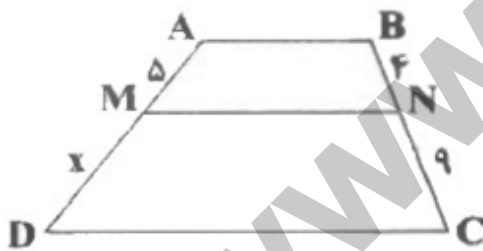
$$\frac{1}{5} \text{ (۱)} \\ 2 \text{ (۲)} \\ \frac{2}{5} \text{ (۳)} \\ 3 \text{ (۴)}$$

۱۱۳ هرگاه ارتفاع به طول ۸، وتر مثلث قائم‌الزاویه را به نسبت $\frac{2}{25}$ قطع کند، ضلع بزرگ‌تر قائم کدام است؟

$$\frac{12}{3} \text{ (۴)} \quad 12 \text{ (۳)} \quad 4\sqrt{13} \text{ (۲)} \quad \frac{16}{3}\sqrt{13} \text{ (۱)}$$

۱۱۴ در دوزنقه شکل زیر، طول ساق بزرگ‌تر چقدر است؟

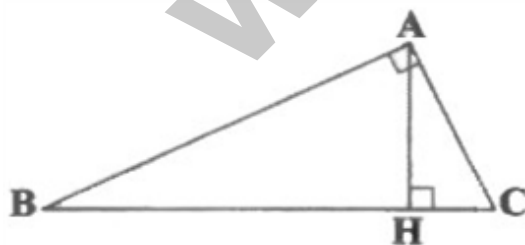
$$16 \text{ (۱)} \\ \frac{15}{75} \text{ (۲)} \\ \frac{16}{25} \text{ (۳)} \\ \frac{16}{5} \text{ (۴)}$$

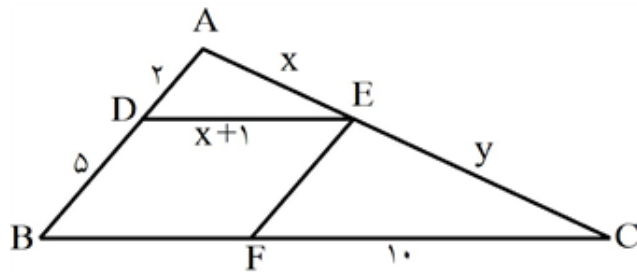


۱۱۵ در مثلث قائم‌الزاویه ABC، AH ارتفاع وارد بر وتر است،

نسبت $\frac{AH}{AB}$ با کدام گزینه زیر برابر است؟

$$\frac{AC}{CH} \text{ (۲)} \quad \frac{BH}{CH} \text{ (۱)} \\ \frac{BC}{AC} \text{ (۴)} \quad \frac{AC}{BC} \text{ (۳)}$$





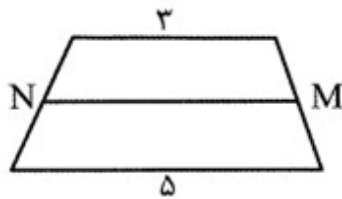
۱۱۶ در شکل زیر چهارضلعی DEFB متوازی الاضلاع است، حاصل $x + y$ کدام است؟

- ۱۰ (۱)
- ۱۰/۵ (۲)
- ۱۱ (۳)
- ۷۵ (۴)

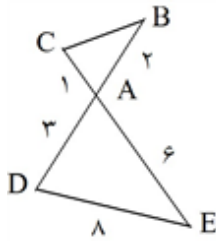
۱۱۷ در مثلثی نسبت دو ضلع آن ۲ به ۵ است، اگر مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع ۲۸ واحد باشد، ارتفاع وارد بر ضلع کوچک‌تر کدام است؟

- ۲۰ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۶ (۳)
- ۸ (۴)

۱۱۸ در دوزنقه شکل زیر M و N وسط اضلاع هستند. نسبت مساحت دو چهارضلعی کوچک‌تر کدام است؟



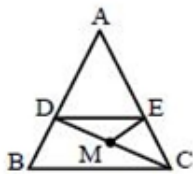
- $\frac{3}{5}$ (۱)
- $\frac{4}{5}$ (۲)
- $\frac{7}{9}$ (۳)
- $\frac{6}{7}$ (۴)



۱۱۹ در شکل مقابل محیط مثلث کوچک‌تر چه قدر است؟

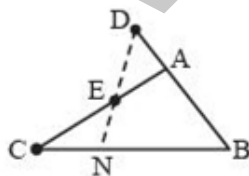
- $\frac{19}{3}$ (۱)
- $\frac{17}{3}$ (۲)
- $\frac{20}{3}$ (۳)
- $\frac{16}{3}$ (۴)

۱۲۰ در شکل زیر $DE \parallel BC$ و M وسط DC است. اگر $S_{\triangle DEM} = \frac{1}{4} S_{\triangle ADE}$ ، آن‌گاه مساحت دوزنقه DECB چند برابر مساحت مثلث ADE است؟



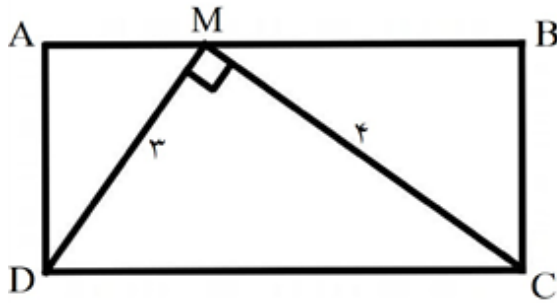
- $\frac{3}{2}$ (۱)
- $\frac{4}{3}$ (۲)
- $\frac{5}{4}$ (۳)
- $\frac{6}{5}$ (۴)

۱۲۱ در مثلث ABC نسبت اضلاع AB به AC برابر $\frac{3}{7}$ است. پاره‌خط DN موازی میانه وارد بر ضلع BC است. نسبت پاره‌خط AE به پاره‌خط AD چه قدر است؟



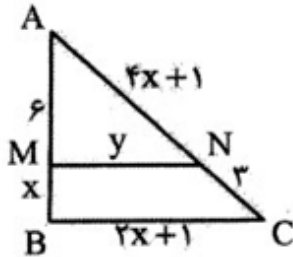
- $\frac{6}{7}$ (۱)
- $\frac{3}{7}$ (۲)
- $\frac{7}{6}$ (۳)
- $\frac{7}{3}$ (۴)

۱۲۲ در مستطیل ABCD شکل زیر، مقدار AM کدام است؟



- ۱/۵ (۱)
- ۱/۶ (۲)
- ۱/۸ (۳)
- ۲/۱ (۴)

۱۲۳ در شکل زیر $MN \parallel BC$ ، مقدار y کدام است؟

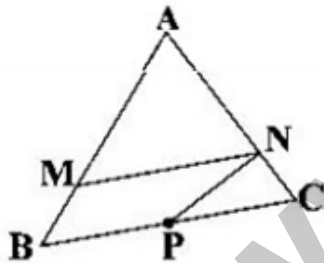


- ۳/۵ (۱)
- ۳/۷۵ (۲)
- ۴/۲۵ (۳)
- ۴/۵ (۴)

۱۲۴ در مثلث $\triangle ABC$ می‌دانیم: $AB = ۲$ ، $BC = \sqrt{۲}$ و M وسط AB می‌باشد. اگر $\hat{BAC} = \alpha$ ، $\hat{BMC} = \beta$ و $\hat{MBC} = \gamma$ کدام گزینه درست است؟

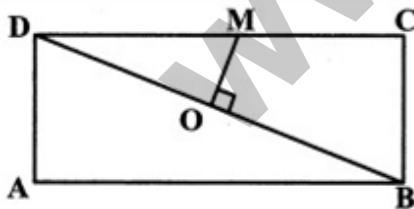
- (۱) $\alpha + \beta = \gamma$
- (۲) $\alpha + \beta = ۳\gamma$
- (۳) $\alpha + \beta + \gamma = ۱۸۰^\circ$
- (۴) $\alpha + \beta = ۹۰^\circ$
- (۵) $\alpha + \beta = ۴۵^\circ$

۱۲۵ در مثلث شکل زیر، $MN \parallel BC$ و P وسط BC است. اگر $\frac{AM}{MB} = ۴$ باشد، مساحت مثلث PNC چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{1}{8}$
- (۲) $\frac{1}{۱۲}$
- (۳) $\frac{1}{۲۰}$
- (۴) $\frac{1}{۱۰}$

۱۲۶ در مستطیل ABCD، پاره خط OM روی عمود منصف BD است.

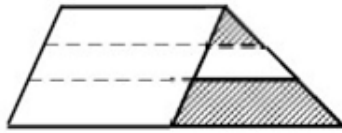


- مقدار BM.BA برابر کدام است؟
- (۱) BO.BD
 - (۲) MC.MD
 - (۳) OB.OD
 - (۴) CM.CB

۱۲۷ در مستطیل ABCD به طول $AB = ۱۷$ ، از نقطه‌ی A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = ۱۵$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چه قدر بیش‌تر است؟

- (۱) $\frac{4}{۱۵}$
- (۲) $\frac{1}{۳}$
- (۳) $\frac{7}{۱۵}$
- (۴) $\frac{3}{۵}$

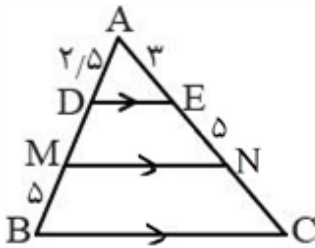
۱۲۸) یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره‌خط موازی یک‌دیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه‌زده، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
 (۲) $\frac{1}{5}$
 (۳) $\frac{2}{9}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

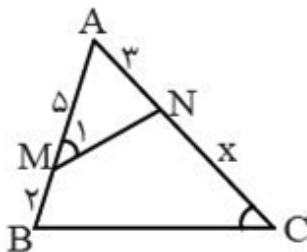
۱۲۹) از به هم وصل کردن اواسط چهارضلعی ABCD یک لوزی ساخته شده است. چهارضلعی ABCD همواره چگونه است؟

- (۱) متوازی‌الاضلاع (۲) لوزی (۳) دوزنقه (۴) دارای دو قطر برابر است.



۱۳۰) در شکل مقابل طول پاره‌خط NC کدام است؟

- (۱) ۵
 (۲) ۶
 (۳) ۸
 (۴) ۱۰



۱۳۱) در شکل مقابل مقدار X کدام است؟ ($\hat{C} = \hat{M}_1$)

- (۱) $\frac{25}{3}$
 (۲) $\frac{26}{3}$
 (۳) $\frac{27}{7}$
 (۴) $\frac{30}{7}$

۱۳۲) اگر با رسم پاره‌خط MN موازی AC مثلث ABC به دو قسمت هم‌مساحت تقسیم شود. پاره‌خط MN هر یک از اضلاع مثلث را به چه نسبتی تقسیم کرده است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$

۱۳۳) پاره‌خطی که وسط دو ساق یک دوزنقه را به هم وصل می‌کند به وسیلهٔ قطرهای به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. در این صورت قاعدهٔ بزرگ دوزنقه چند برابر قاعدهٔ کوچک‌تر آن است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{5}$

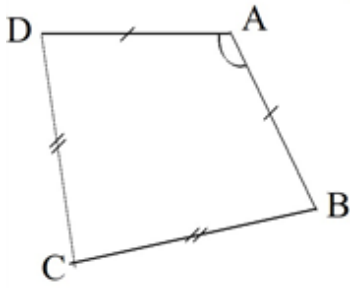
۱۳۴) X در کدام بازه باشد تا اعداد X، X و X^2 طول اضلاع یک مثلث باشند؟

- (۱) (۱, ۲) (۲) (۰, ۲) (۳) (۰, +∞) (۴) (۱, +∞)

۱۳۵) در مثلث قائم‌الزاویه با طول اضلاع قائم ۲ و ۴، شعاع دایره‌ای که هر سه رأس مثلث روی محیط آن قرار دارند، چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۶ اگر هر ۴ رأس چهارضلعی ABCD روی محیط یک دایره قرار بگیرند، زاویه B کدام است؟
($AB = AD, CD = CB$)

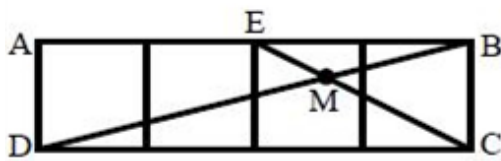


- (۱) 50°
(۲) 70°
(۳) 90°
(۴) 180°

۱۳۷ در یک مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر، وتر را به دو پاره‌خط به طول‌های ۲ و ۸ تقسیم می‌کند. فاصله پای ارتفاع تا ضلع کوچک‌تر مثلث کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$
(۲) $\frac{4}{\sqrt{5}}$
(۳) $\frac{2}{\sqrt{5}}$
(۴) $\frac{6}{\sqrt{5}}$

۱۳۸ در شکل زیر چهار مربع به ضلع واحد در کنار یک‌دیگر قرار گرفته‌اند. اندازه پاره‌خط MD کدام است؟



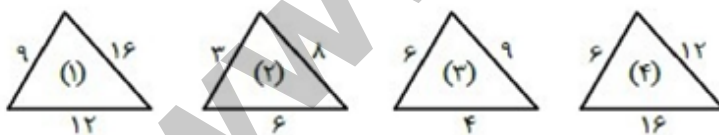
- (۱) $\frac{3\sqrt{17}}{4}$
(۲) $\frac{2\sqrt{17}}{3}$
(۳) $\frac{4\sqrt{17}}{5}$
(۴) $\frac{5\sqrt{17}}{9}$

۱۳۹ مثلثی با اضلاع x ، $2x - 7$ و $x - 1$ با محیط ۱۲، با مثلثی مشابه است. اگر $2x + 3$ بزرگ‌ترین ضلع مثلث دوم باشد، تفاضل طول دو ضلع دیگر کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) $\frac{2}{6}$
(۳) $\frac{2}{8}$
(۴) $\frac{3}{4}$

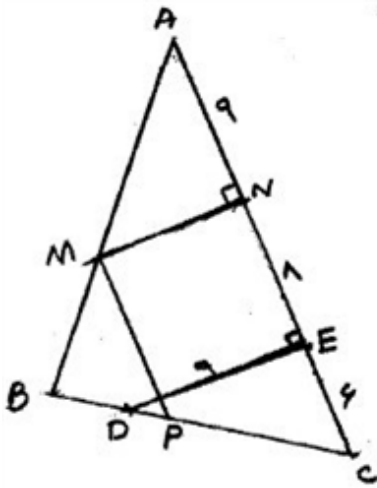
۱۴۰ مثلثی با اضلاع ۳، ۵ و ۷ با مثلثی به اضلاع ۵، x و y مشابه است. اگر $x, y > 5$ باشد، آنگاه $|x - y|$ چند است؟

- (۱) $\frac{25}{3}$
(۲) ۲۰
(۳) $\frac{35}{3}$
(۴) $\frac{10}{3}$



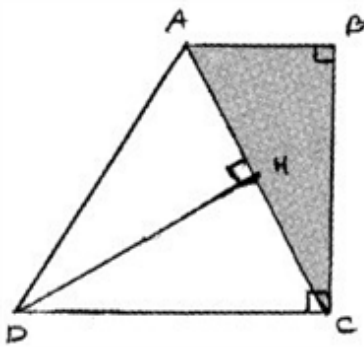
۱۴۱ کدام دو مثلث مقابل مشابه هستند؟

- (۱) ۱ و ۲
(۲) ۳ و ۲
(۳) ۴ و ۲
(۴) ۴ و ۳



۱۴۲ در شکل مقابل، $MP \parallel AC$, $BD = \frac{1}{3} DC$ است. نسبت $\frac{BP}{PC}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
- (۲) $\frac{3}{5}$
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{2}{3}$



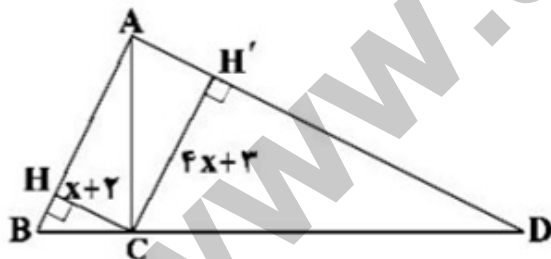
۱۴۳ در شکل زیر، چهارضلعی ABCD دوزنقه قائم‌الزاویه است. اگر $DH = 2AH$ و DH نیمساز زاویه \hat{D} باشد، نسبت مساحت ناحیه سایه زده شده، به مساحت چهارضلعی ABCD، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{2}{7}$
- (۳) $\frac{2}{5}$
- (۴) $\frac{4}{7}$

۱۴۴ در دوزنقه قائم‌الزاویه به طول قاعده‌های ۶، ۹ و ارتفاع ۵ واحد، خط گذرا بر وسط قاعده‌ها، امتداد ساق‌ها را در A و B قطع می‌کند، اندازه AB کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) $\frac{0}{25}$
- (۳) $\frac{0}{4}$
- (۴) $\frac{0}{5}$

۱۴۵ با توجه به شکل زیر، $\frac{S(\widehat{ACD})}{S(\widehat{ABC})} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = 4$ است. مقدار X چقدر است؟ (مثلث‌های ABC, ACD متشابهند.)



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) ۲

۱۴۶ در مثلث متساوی‌الساقین ABC، ساق AB را از سمت B به اندازه‌ی خودش تا نقطه‌ی D امتداد می‌دهیم. خطی از A به موازات BC رسم می‌کنیم. تا امتداد DC را در E قطع کند. حاصل $\frac{BC}{AE} + \frac{EC}{ED}$ چقدر است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

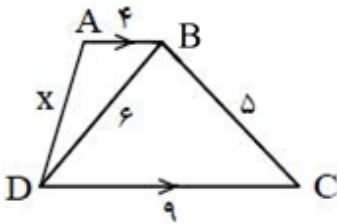
۱۴۷

کدام مورد الزاماً درست نیست؟

- (۱) دو مثلث متساوی‌الاضلاع همواره متشابهند.
- (۲) دو لوزی همواره متشابهند.
- (۳) دو مستطیل با نسبت طول به عرض یکسان، متشابهند.
- (۴) دو مثلث متساوی‌الساقین که نسبت قاعده به ساق برابر دارند، متشابهند.

۱۴۸

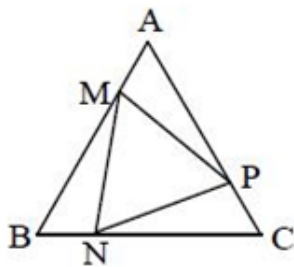
در دوزنقه ABCD در شکل مقابل مقدار X کدام است؟



- (۱) $\frac{10}{3}$
- (۲) ۵
- (۳) ۴
- (۴) $\frac{7}{2}$

۱۴۹

در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} = \frac{CP}{AP} = \frac{1}{3}$ است. نسبت ارتفاع وارد شده از N بر



MP به ارتفاع وارد شده از A بر BC کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{7}}{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{7}}{4}$
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{1}{4}$

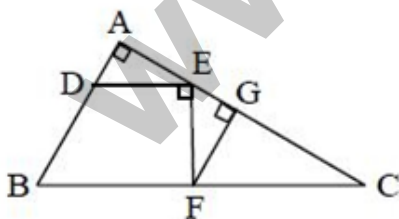
۱۵۰

در دوزنقه ABCD ($AB \parallel CD$) نقطه M روی ساق AD به گونه‌ای انتخاب شده است که $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$ و MN موازی قاعده AB می‌باشد که قطر BD را در E قطع می‌کند. حاصل $\frac{ME}{EN}$ چه قدر است؟ ($AB = \frac{4}{5}DC$)

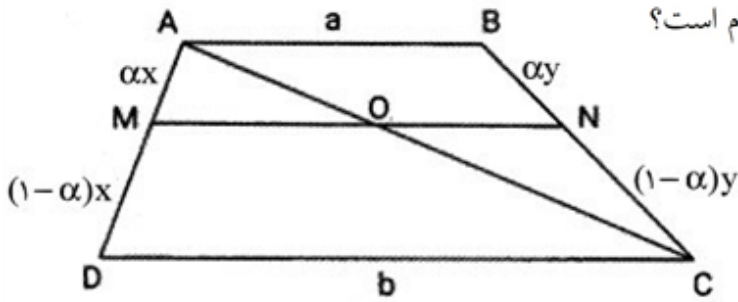
- (۱) $\frac{11}{5}$
- (۲) $\frac{12}{5}$
- (۳) $\frac{14}{5}$
- (۴) $\frac{17}{5}$

۱۵۱

در شکل زیر ABC ($A = 90^\circ$)، $AC = 8$ و $AB = 6$ است. دوزنقه قائم‌الزاویه DEFB به گونه‌ای رسم شده است که $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ است. از F بر AC، عمود بر FG را رسم می‌کنیم. حاصل $\frac{FG}{GC}$ کدام است؟

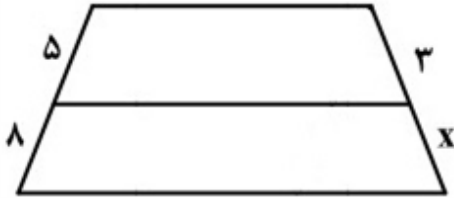


- (۱) $\frac{7}{4}$
- (۲) $\frac{9}{4}$
- (۳) $\frac{3}{4}$
- (۴) $\frac{5}{4}$



۱۵۲ در شکل مقابل $0 < \alpha < 1$ است. طول MN، کدام است؟

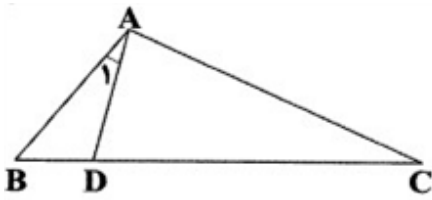
- (۱) $\frac{\alpha}{1-\alpha}(a+b)$
- (۲) $(1-\alpha)a + \alpha b$
- (۳) $\alpha(a+b)$
- (۴) $\alpha a + (1-\alpha)b$



۱۵۳ در شکل مقابل، پاره‌خط متکی به دو ساق، موازی قاعده‌ها است.

طول ساق کوچکتر کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$
- (۲) $\frac{7}{6}$
- (۳) $\frac{7}{8}$
- (۴) $\frac{8}{4}$

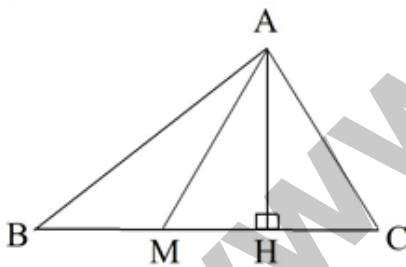


۱۵۴ در شکل زیر $\hat{A}_1 = \hat{C}$ است. اگر $AB = \frac{1}{2}BC$ باشد، نسبت مساحت دو مثلث ABC و ADC کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{3}{4}$

۱۵۵ به ازای کدام مقدار m مثلثی با اندازه‌های سه ضلع $m^2 + 1$ ، $m^2 - 1$ و $2m$ قائم‌الزاویه می‌باشد؟

- (۱) $m \in R$
- (۲) $m > 1$
- (۳) $1 < m < 4$
- (۴) $0 < m < 4$



۱۵۶ در مثلث ABC شکل روبه‌رو، AM میانه و AH ارتفاع است.

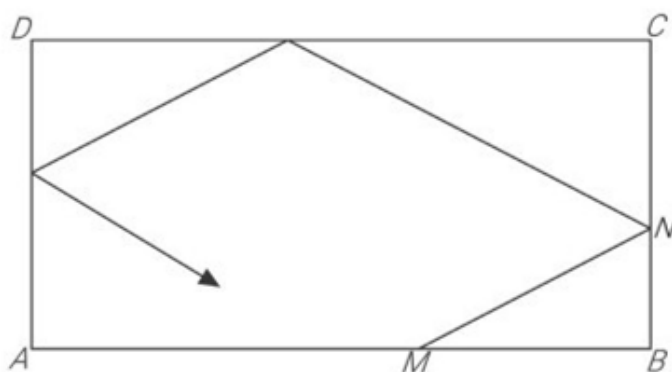
اگر $MH = 3$ و $BC = 8$ باشد، مقدار $AB^2 - AC^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۲
- (۲) ۲۴
- (۳) ۴۸
- (۴) ۶۰

۱۵۷ دو میله‌ی قائم ۴۰ و ۱۶۰ سانتی‌متری در فاصله‌ی ۲ متری از هم قرار گرفته‌اند. اگر خط‌هایی که نوک هر میله را به پای میله‌ی مقابل وصل می‌کند رسم کنیم، ارتفاع محل تلاقی این خط‌ها نسبت به خط‌گذرنده از پای میله‌ها چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۱۶
- (۲) ۲۴
- (۳) ۳۲
- (۴) ۳۶

۱۵۸ در شکل، میز بیلیاردی به ابعاد 3 m در 2 m را نشان داده‌ایم. توپی از نقطه M که روی یکی از ضلع‌های بلندتر میز است زده می‌شود و مطابق شکل به هر ضلع می‌خورد و آینه‌ای برمی‌گردد. اگر $BM = \frac{1}{2}$ و $BN = \frac{1}{8}$ ، توپ در چه فاصله‌ای از نقطه A به ضلع اولیه برخورد می‌کند؟

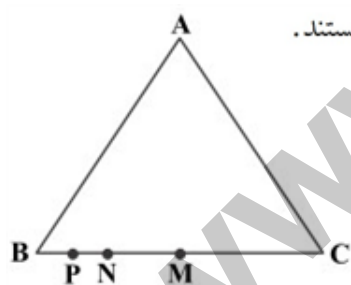


- ۱/۸ m (۵) ۲/۸ m (۴) ۲m (۳) ۱/۵ m (۲) ۱/۲ m (۱)

۱۵۹ طول سه ارتفاع مثلثی ۲، ۳ و ۵ است. نسبت طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث به مجموع دو ضلع کوچک‌تر کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{15}{16}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

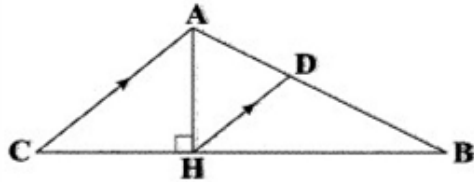
۱۶۰ در مثلث شکل زیر نقاط M ، N و P به ترتیب وسط پاره‌خطهای BC ، BM و BN هستند.



مقدار $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACM}}$ کدام است؟

- $\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲)
 $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۶۱ در شکل زیر AH ارتفاع وارد بر BC و HD موازی AC است. اگر $DH = 3$ ، $BH = \frac{3}{4}CH = 6$ باشد، طول



AH کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{4}{5}$

۱۶۲ در دو مثلث متشابه نسبت محیط‌ها برابر با $\frac{3}{5}$ است. اگر طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث کوچک‌تر $\frac{7}{5}$ واحد باشد، طول

بزرگ‌ترین ضلع مثلث بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{5}$ (۲) $\frac{12}{5}$ (۳) $\frac{15}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۶۳ در مثلث ABC، پاره‌خط MN را موازی BC طوری رسم می‌کنیم که مساحت دو ناحیه‌ی ایجاد شده با هم برابر باشد. طول BC چند برابر طول MN است؟

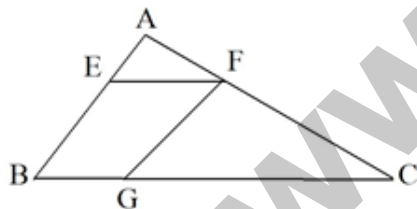
- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۶۴ از رأس A در مستطیل ABCD، عمود AH را بر قطر BD رسم می‌کنیم. اگر $AD = 12$ و $AB = 5$ باشد، نسبت مساحت مستطیل به مساحت $\triangle ABH$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{13}{5}$ (۲) $\frac{13}{52}$ (۳) $\frac{13}{51}$ (۴) $\frac{13}{53}$

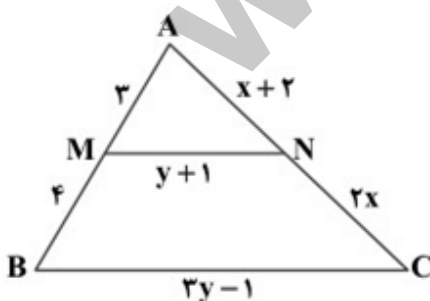
۱۶۵ در مثلث شکل زیر، چهارضلعی EFGH متوازی‌الاضلاع است. هرگاه $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{5}$ و $EF = 8$ واحد باشد، اندازه‌ی

GC برابر است با:



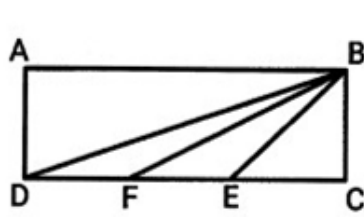
- (۱) ۳۶
(۲) ۴۰
(۳) ۴۲
(۴) ۴۴

۱۶۶ در شکل مقابل، MN با BC موازی است. مقدار $x + y$ کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) ۷
(۳) ۱۱
(۴) ۹

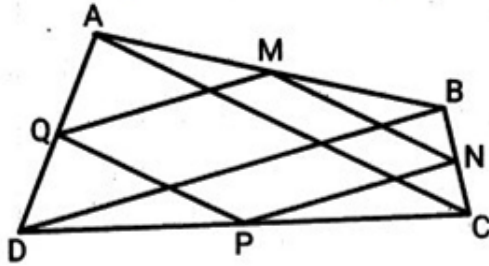
۱۶۷ در شکل زیر، چهارضلعی ABCD مستطیل و $AB = 3BC$ است. نقاط E و F طول مستطیل را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنند. کدام دو مثلث با هم متشابهند و نسبت تشابه آنها، کدام است؟



$$\begin{cases} \triangle BEF \sim \triangle BED \\ k = \sqrt{2} \end{cases} \quad (۲) \quad \begin{cases} \triangle ABD \sim \triangle BCF \\ k = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (۱)$$

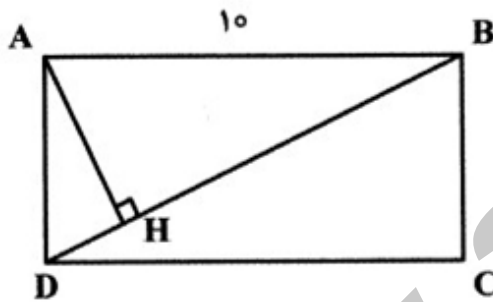
$$\begin{cases} \triangle BEF \sim \triangle BCF \\ k = \sqrt{5} \end{cases} \quad (۴) \quad \begin{cases} \triangle BEF \sim \triangle BDF \\ k = \sqrt{3} \end{cases} \quad (۳)$$

۱۶۸ در شکل زیر، نقاط M, N, P, Q وسطهای اضلاع چهارضلعی ABCD می‌باشند. محیط چهارضلعی MNPQ، کدام است؟



$$\begin{aligned} (۱) & AC + BD \\ (۲) & AD + BC \\ (۳) & 2BD \\ (۴) & \frac{AB + BC + CD + DA}{2} \end{aligned}$$

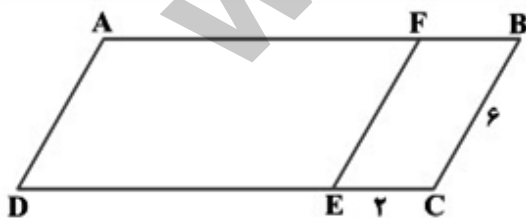
۱۶۹ در مستطیل ABCD، تصویر قائم AB بر روی BD برابر ۹ واحد است. اندازه BC برابر $\frac{10}{9}$ کدام عدد است؟



$$\begin{aligned} (۱) & \sqrt{14} \\ (۲) & \sqrt{17} \\ (۳) & \sqrt{21} \\ (۴) & \sqrt{19} \end{aligned}$$

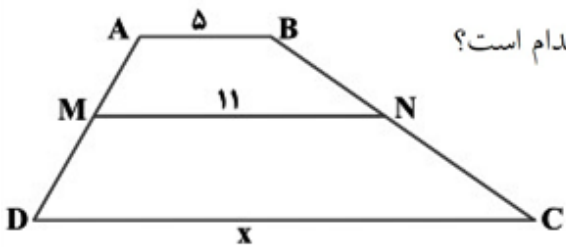
۱۷۰ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ارتفاع AH رسم شده است. اگر $AB = 5$ و $AC = 2\sqrt{6}$ باشد، اندازه BH کدام است؟

$$\begin{aligned} (۱) & 3\frac{5}{7} \\ (۲) & 4\frac{1}{7} \\ (۳) & 3\frac{4}{7} \\ (۴) & 4\frac{3}{7} \end{aligned}$$



۱۷۱ در شکل زیر دو متوازی‌الاضلاع ABCD و BFEC متشابه‌اند. اندازه‌ی AF کدام است؟

$$\begin{aligned} (۱) & ۱۲ \\ (۲) & ۱۴ \\ (۳) & ۱۸ \\ (۴) & ۱۶ \end{aligned}$$



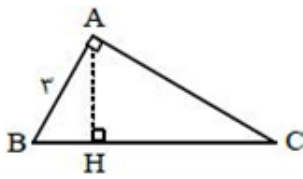
۱۷۲ در شکل زیر اگر $AB \parallel MN \parallel DC$ و $\frac{AM}{AD} = \frac{3}{5}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱۹
- (۲) ۱۸
- (۳) ۱۷
- (۴) ۲۰

۱۷۳ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، طول ضلع متوسط ۱۰ و طول تصویر این ضلع بر روی وتر ۸ است. اندازه‌ی وتر این مثلث کدام است؟

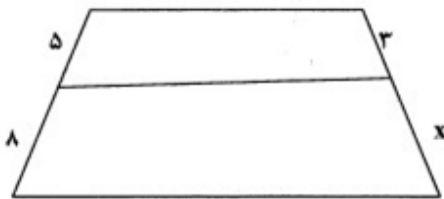
- (۱) ۱۰/۵
- (۲) ۱۲/۵
- (۳) ۱۴/۵
- (۴) ۱۵/۵

۱۷۴ در مثلث قائم‌الزاویه $(A = 90^\circ)$ ، با رسم ارتفاع AH ، نسبت مساحت‌های دو مثلث ABH و ACH ، ۱ به ۴ می‌باشد. اگر $AB = 3$ باشد، طول وتر BC کدام است؟



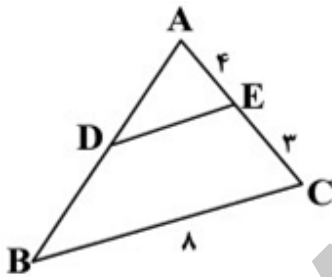
- (۱) $3\sqrt{5}$
- (۲) ۶
- (۳) $2\sqrt{7}$
- (۴) ۵

۱۷۵ در دوزنقه روبرو پاره‌خط متکی به دو ساق موازی قاعده‌ها است. ساق کوچک‌تر کدام است؟



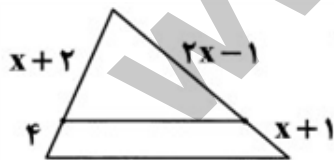
- (۱) ۹/۶
- (۲) ۷/۸
- (۳) ۸/۴
- (۴) ۸/۶

۱۷۶ در شکل روبرو $DE \parallel BC$ است. اندازه DE کدام است؟



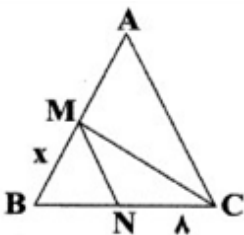
- (۱) $4\frac{3}{5}$
- (۲) $3\frac{4}{5}$
- (۳) $4\frac{3}{4}$
- (۴) $4\frac{4}{5}$

۱۷۷ در شکل مقابل دو پاره‌خط موازی‌اند. x کدام است؟

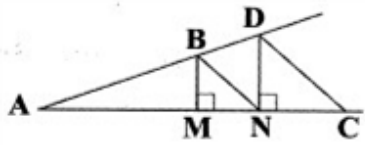


- (۱) فقط ۲
- (۲) فقط ۳
- (۳) ۲، ۳
- (۴) نشدنی

۱۷۸ در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی‌الساقین است $(AB = AC)$ ، CM نیم‌ساز زاویه‌ی C و $MN \parallel AC$ است، مقدار x کدام است؟

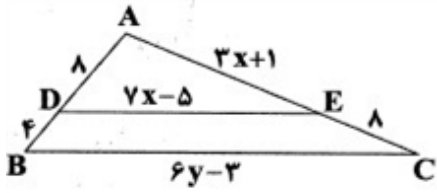


- (۱) ۴
- (۲) ۶
- (۳) ۸
- (۴) ۱۰



179 در شکل مقابل $BN \parallel DC$ است. حاصل $AM \times AC$ کدام است؟

- AC^2 (۲)
- MN^2 (۱)
- AM^2 (۴)
- AN^2 (۳)

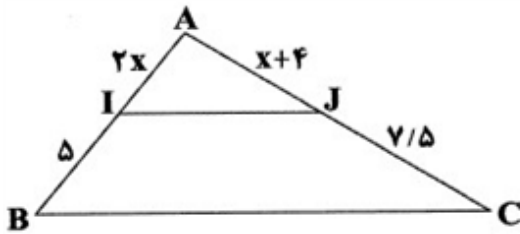


180 در شکل مقابل چهارضلعی DECB دوزنقه است. حاصل $x + y$ کدام است؟

- ۱۱ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۳ (۳)
- ۱۴ (۴)

181 هرگاه $\frac{a+2}{4} = \frac{b-3}{5} = \frac{c+1}{7} = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

- ۱۷ (۴)
- $\frac{51}{4}$ (۳)
- $\frac{49}{4}$ (۲)
- ۱۲ (۱)



182 در شکل مقابل $IJ \parallel BC$ است. اندازه‌ی ضلع AB کدام است؟

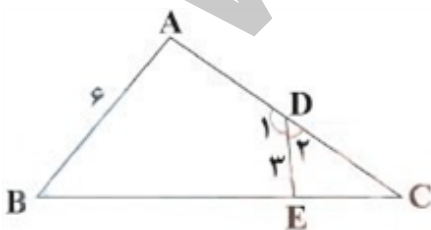
- ۷ (۱)
- ۹ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۲ (۴)

183 اگر $\frac{x}{a+b+c} = \frac{y}{a}$ و $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} = \frac{4}{c}$ باشند، آن‌گاه حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- ۳ (۴)
- ۱۲ (۳)
- ۹ (۲)
- ۶ (۱)

184 اگر $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{x} = \frac{2}{z} = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $2x + 4y + 3z$ کدام است؟

- ۴۸ (۴)
- ۴۶ (۳)
- ۶۴ (۲)
- ۴۴ (۱)



185 در شکل زیر، \widehat{B} و $\widehat{D_1}$ مکمل اند. AC چند برابر EC است؟

- ۱ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۴ (۴)

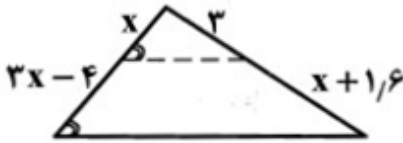
۱۸۶ در مثلثی به طول اضلاع قائم ۵ و ۱۲ واحد ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. تصویر میانه AM بر روی وتر مثلث کدام است؟

$$5\frac{7}{26} \text{ (۴)}$$

$$4\frac{11}{13} \text{ (۳)}$$

$$4\frac{15}{26} \text{ (۲)}$$

$$4\frac{5}{13} \text{ (۱)}$$



۱۸۷ در شکل مقابل X، کدام است؟

$$5, 2/4 \text{ (۱)}$$

$$5, 3/2 \text{ (۲)}$$

$$4, 3/6 \text{ (۳)}$$

$$3, 4/8 \text{ (۴)}$$

۱۸۸ از تناسب $\frac{a-4}{a+8} = \frac{2b-3}{2b+6}$ نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟

$$\frac{8}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{8}{3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{4} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{3} \text{ (۱)}$$

۱۸۹ در مثلث قائم‌الزاویه ABC، طول وتر ۱۷ و ضلع قائم ۱۵ واحد است. ارتفاع AH، وتر BC را به دو جزء تقسیم می‌کند. جزء کوچک‌تر کدام است؟

$$\frac{64}{17} \text{ (۴)}$$

$$\frac{62}{15} \text{ (۳)}$$

$$\frac{75}{17} \text{ (۲)}$$

$$\frac{64}{15} \text{ (۱)}$$

۱۹۰ دو مثلث در کدام حالت ممکن است متشابه نباشند؟

(۱) متناسب بودن سه ضلع

(۲) تساوی دو زاویه

(۳) متناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویه مجاور به یکی از آنها

(۴) متناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویه بین این دو ضلع

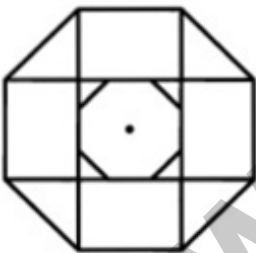
۱۹۱ در شکل مقابل، نسبت مساحت ۸ ضلعی منتظم کوچک‌تر به مساحت ۸ ضلعی منتظم بزرگ‌تر، کدام است؟

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

$$3 - 2\sqrt{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} \text{ (۳)}$$



۱۹۲ نسبت مساحت مثلثی با اضلاع ۹، $6\sqrt{3}$ و ۱۲ به مساحت مثلثی با اضلاع ۸، ۶ و $4\sqrt{3}$ ، کدام است؟

$$\frac{16}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{9}{4} \text{ (۳)}$$

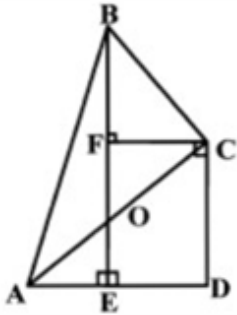
$$\frac{4}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۱)}$$

۱۹۳ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \alpha$ باشد، کدام یک از نسبت های زیر برابر α^2 است؟

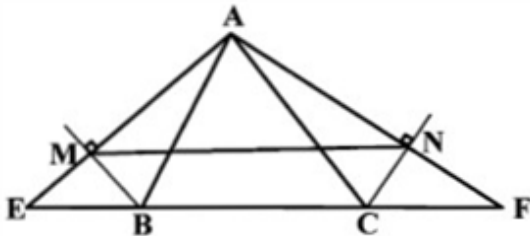
$$\frac{ad(a^2 - c^2)}{bc(b^2 - d^2)} \quad (2) \qquad \left(\frac{ad - bc}{ad + bc}\right)^2 \quad (1)$$

$$\left(\frac{2b + d}{2a + c}\right) \left(\frac{a^2 - ac + c^2}{b^2 - bd + d^2}\right) \quad (4) \qquad \left(\frac{b + d}{a + c}\right) \left(\frac{a^3 - c^3}{b^3 + d^3}\right) \quad (3)$$



۱۹۴ در شکل مقابل، چند مثلث متشابه وجود دارد؟

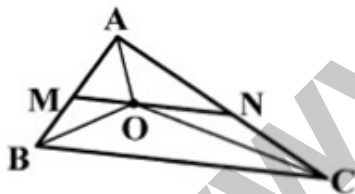
- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵



۱۹۵ در مثلث $\triangle ABC$ ، عمودهای AM و AN را به ترتیب بر نیمسازهای خارجی زوایای B و C ، رسم می کنیم. اگر محیط مثلث برابر ۱۶ باشد، طول پاره خط MN کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۱۰
(۴) ۱۱

۱۹۶ در شکل زیر، نقطه O محل تلاقی نیمسازهای زوایای مثلث $\triangle ABC$ است. اگر $BC = 7$ ، $AC = 6$ و $AB = 2$ و پاره خط MN که از نقطه O می گذرد موازی BC باشد، نسبت مساحت مثلث $\triangle AMN$ به مساحت مثلث $\triangle ABC$ کدام است؟



- (۱) $\frac{49}{225}$
(۲) $\frac{64}{225}$
(۳) $\frac{81}{225}$
(۴) $\frac{121}{225}$

۱۹۷ در مثلث $\triangle ABC$ از نقطه A به نقطه D که روی پاره خط BC قرار دارد وصل می کنیم. اگر نقطه D ، به گونه ای انتخاب شود که مثلث های حاصل از هم وصل شدن نقاط A و D متشابه باشند، برای آن که بیشترین تعداد مثلث های متشابه را داشته باشیم، نوع مثلث $\triangle ABC$ کدام است؟

(۱) متساوی الساقین (۲) قائم الزاویه (۳) متساوی الاضلاع (۴) هر نوع مثلثی می تواند باشد

۱۹۸ در دو مثلث قائم‌الزاویه متشابه، اگر a' و a دو وتر مثلث و اضلاع b و b' و اضلاع c و c' با هم متناظر باشند، کدام رابطه همواره درست است؟

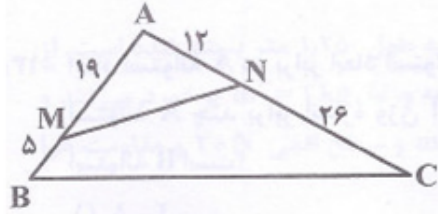
$$a^2 + a'^2 = bb' + cc' \quad (۲)$$

$$aa' = bb' + cc' \quad (۱)$$

$$\frac{a}{a'^2} = \frac{b' + c'}{b^2 + c^2} \quad (۴)$$

$$cc' = \frac{aa'}{bb'} \quad (۳)$$

۱۹۹ در شکل مقابل، $AN = ۱۲$ ، $NC = ۲۶$ ، $AM = ۱۹$ و $MB = ۵$ است. مساحت چهارضلعی $MNCB$ چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



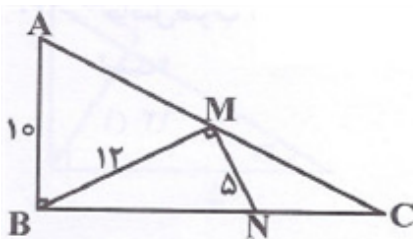
(۱) ۶۰%

(۲) ۶۴%

(۳) ۷۲%

(۴) ۷۵%

۲۰۰ در شکل روبه‌رو، مثلث $\triangle AMB$ متساوی‌الساقین است. محیط مثلث MNC ، کدام است؟



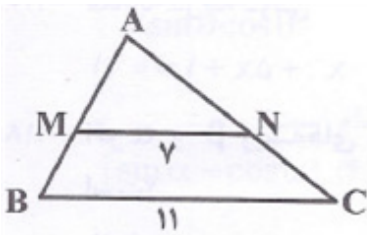
(۱) ۲۹

(۲) ۲۸

(۳) ۳۱

(۴) ۳۰

۲۰۱ در شکل زیر، محیط دوزنقه $BMNC$ برابر ۲۱ است. محیط مثلث ABC کدام است؟



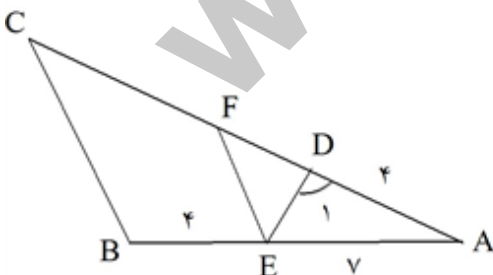
(۱) ۱۹

(۲) ۱۹/۲۵

(۳) ۱۹/۵

(۴) ۱۹/۷۵

۲۰۲ در شکل زیر، $BE = AD = ۴$ ، $AE = ۷$ و $\hat{D}_1 = \hat{B}$ است. اگر $EF \parallel BC$ باشد، آن‌گاه $\frac{ED}{EF}$ ، کدام است؟

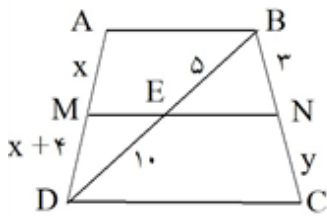


(۱) $\frac{۷}{۴}$

(۲) $\frac{۴}{۷}$

(۳) $\frac{۷}{۱۱}$

(۴) $\frac{۱۱}{۷}$



۲۰۳ در دوزنقه ABCD : $MN \parallel AB \parallel CD$ مقدار $x + y$ کدام است؟

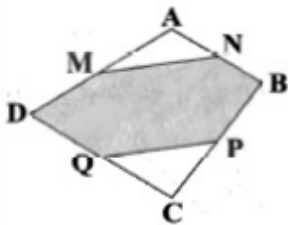
- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۸ (۳)
- ۱۱ (۴)

۲۰۴ در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۲ و ۸، ساق‌ها در نقطه‌ی M متقاطع‌اند. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی M از قاعده‌ی بزرگتر برابر ۱۰ باشد، آنگاه طول ارتفاع دوزنقه کدام است؟

- ۷/۵ (۱)
- ۲/۷۵ (۳)
- ۶/۲۵ (۴)
- ۷/۷۵ (۲)

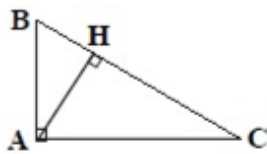
۲۰۵ اگر $\frac{a}{b} = \frac{4}{15}$ و $\frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ و $\frac{e}{f} = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $\frac{10a + 6c + 2f}{2b + 3d + 2e}$ کدام است؟

- $\frac{4}{3}$ (۱)
- $\frac{2}{3}$ (۲)
- $\frac{3}{4}$ (۳)
- $\frac{4}{5}$ (۴)



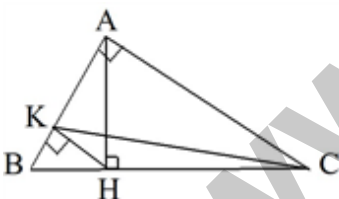
۲۰۶ اگر M، N، P، Q وسط اضلاع چهارضلعی ABCD به مساحت S باشند، مساحت ناحیه‌ی سایه‌دار کدام است؟

- $\frac{1}{2}S$ (۱)
- $\frac{3}{4}S$ (۳)
- $\frac{3}{5}S$ (۲)
- $\frac{4}{5}S$ (۴)



۲۰۷ در مثلث قائم‌الزاویه ABC، اگر $AC = 12$ و $AB = 4$ ، حاصل $\frac{CH}{BH}$ کدام است؟

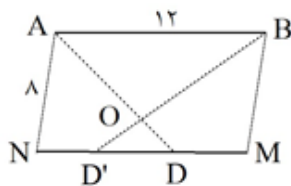
- ۸ (۱)
- ۹ (۲)
- ۳ (۳)
- $\sqrt{3}$ (۴)



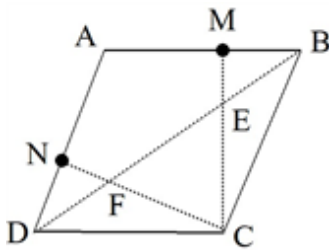
۲۰۸ در شکل زیر، کدام دو مثلث متشابه نیستند؟

- ABC و AKC (۱)
- AHC و AHB (۲)
- BHK و AHK (۳)
- AHK و ABH (۳)

۲۰۹ اگر AD و BD' نیمساز زوایای A و B از متوازی‌الاضلاع ABMN با ابعاد ۸ و ۱۲ واحد باشند، مساحت $\triangle OAB$ چند برابر مساحت $\triangle ODD'$ می‌باشد؟



- ۳ (۱)
- ۹ (۲)
- $\frac{25}{4}$ (۳)
- $\frac{9}{4}$ (۴)



۲۱۰) نقاط M و N وسط اضلاع متوازی الاضلاع ABCD می باشد. اگر $EF = 5$ باشد، حاصل $EB \times DF$ کدام است؟

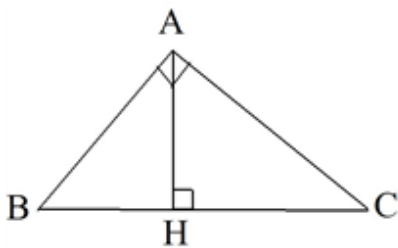
- (۱) ۲۵
(۲) ۱۰۰
(۳) ۱۰
(۴) ۵

۲۱۱) اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

- (۱) $\frac{14}{5}$ (۲) $\frac{62}{5}$ (۳) $\frac{62}{125}$ (۴) $\frac{19}{5}$

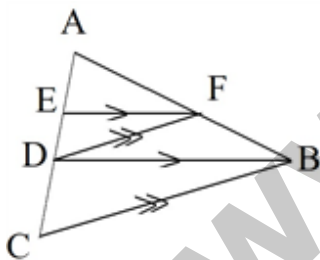
۲۱۲) در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها $\frac{2}{3}$ نسبت اضلاع متناظر است. مساحت مثلث بزرگتر، چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/25$ (۳) ۳ (۴) $2/75$



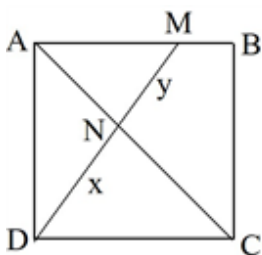
۲۱۳) در مثلث قائم‌الزاویه ABC، ارتفاع وارد بر وتر را رسم کرده‌ایم. اگر نسبت $\frac{AC}{AB}$ برابر $\frac{5}{3}$ باشد، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AHC است؟

- (۱) $\frac{25}{9}$ (۲) $\frac{16}{9}$ (۳) $\frac{34}{9}$ (۴) $\frac{34}{25}$



۲۱۴) در شکل زیر، پاره‌خط‌های موازی مشخص شده‌اند. اگر $\frac{AE}{ED} = \frac{3}{2}$ باشد، مساحت مثلث AEF چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

- (۱) $\frac{9}{25}$ (۲) $\frac{27}{125}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{9}{64}$



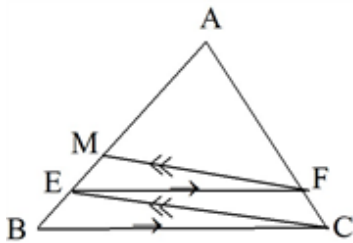
۲۱۵) در شکل زیر مربع ABCD مربع و $AM = 2MB$ است. اگر مساحت مربع، ۱۳ واحد مربع باشد، $x + y$ کدام است؟

- (۱) $\frac{26}{45}$ (۲) $\frac{26}{15}$ (۳) $\frac{13}{15}$ (۴) $\frac{26}{5}$

۲۱۶

در مثلث شکل زیر $EF \parallel BC$ و $FM \parallel CE$ می‌باشد. اگر $EM = \frac{5}{6}EB = 5$

باشد، طول AB کدام است؟



(۱) ۲۵

(۲) ۳۶

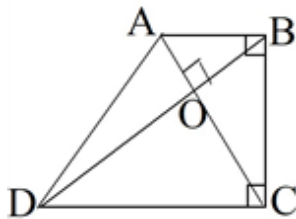
(۳) ۳۰

(۴) ۳۱

۲۱۷

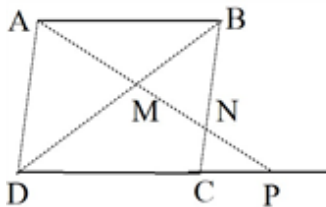
در دوزنقه شکل مقابل طول قاعده کوچک، $\frac{1}{4}$ ساق قائم است.

قطرها به چه نسبتی یک‌دیگر را قطع کرده‌اند؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۲۱۸

در شکل مقابل $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. حاصل $MN \times MP$ برابر کدام است؟

(۱) AB^2 (۲) AD^2 (۳) MD^2 (۴) AM^2

۲۱۹

مثلثی به طول اضلاع ۵، ۴ و a با مثلثی به طول اضلاع ۹، ۷ و b متشابه است. بیش‌ترین مقدار ممکن برای عدد a کدام است؟

(۱) $\frac{36}{7}$ (۲) $\frac{45}{7}$ (۳) $\frac{36}{5}$ (۴) $\frac{35}{4}$

۲۲۰

در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲۰، خطوط موازی هر ضلع، دو ضلع دیگر آنرا به نسبت ۲ و ۸ تقسیم می‌کند. طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده کدام است؟

(۱) ۶

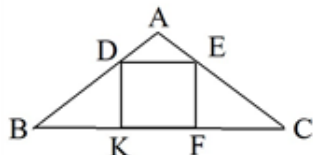
(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۱۲

۲۲۱

در شکل زیر، $DEFK$ مربع می‌باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۵۰ و $BC = 20$ باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



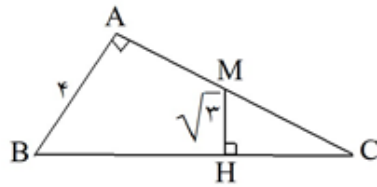
(۱) ۲

(۲) $4\sqrt{2}$

(۳) ۴

(۴) ۵

۲۲۲ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، از نقطه‌ی M وسط ضلع AC ، عمود MH را بر BC وارد می‌کنیم.



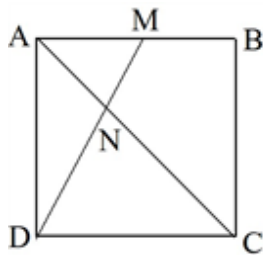
اگر $MH = \sqrt{3}$ و $AB = 4$ باشد، طول AC چه قدر است؟

۱) $16\sqrt{3}$

۲) ۸

۳) $4\sqrt{3}$

۴) ۱۶



۲۲۳ در شکل مقابل $ABCD$ مربع و M وسط AB است. اگر طول ضلع مربع $6\sqrt{2}$ واحد

باشد، محیط مثلث AMN کدام است؟

۱) $4 + 3\sqrt{2} + \sqrt{10}$

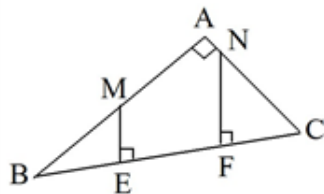
۲) $4 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

۳) $2 + 3\sqrt{2} + \sqrt{10}$

۴) $2 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

۲۲۴ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، نقاط E و F را روی وتر BC طوری انتخاب می‌کنیم که $BE = EF = FC$ باشد.

از این نقاط عمودهایی بر BC رسم می‌کنیم تا اضلاع مقابل را به ترتیب در نقاط M و N قطع کنند. نسبت طول این



دو قطعه یعنی $\frac{ME}{NF}$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $\frac{CN}{BM}$

۲) $\left(\frac{AC}{AB}\right)^2$

۳) ۱

۴) $\frac{AC}{AB}$

۲۲۵ در مثلث ABC ، BD نیمساز زاویه B می‌باشد از نقطه‌ی D پاره‌خط DE را موازی BC وارد بر ضلع AB رسم

می‌کنیم. اگر $AE = 3BE = 15$ باشد، طول BC چند واحد است؟

۱) $8\frac{1}{3}$

۲) $\frac{15}{8}$

۳) $13\frac{1}{3}$

۴) $\frac{17}{8}$

۲۲۶ در یک دوزنقه به طول قاعده‌های ۹ و ۱۲ و ارتفاع ۳، فاصله‌ی نقطه‌ی تقاطع امتداد دو ساق از قاعده‌ی کوچک‌تر کدام

است؟

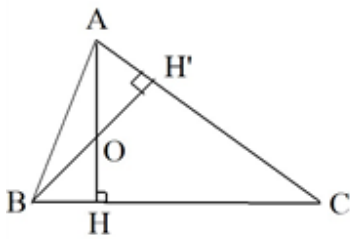
۱) ۳

۲) ۶

۳) ۵

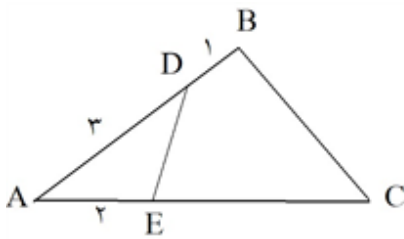
۴) ۹

۲۲۷ در شکل زیر، AH و BH' ارتفاعها هستند. اگر $AH' = ۳$ ، $AO = \sqrt{۱۳}$ و $OH = ۳$ ، طول BH کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۳}$
- (۲) $\frac{۲}{۹}$
- (۳) $\frac{۹\sqrt{۱۳}}{۱۳}$
- (۴) $\frac{۹}{۲}$

۲۲۸ در شکل مقابل، زاویه‌های مقابل چهارضلعی DBCE مکمل‌اند. طول AC کدام است؟

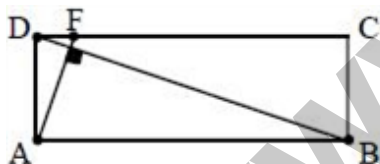


- (۱) ۴
- (۲) $\frac{۲}{۳}$
- (۳) $\frac{۸}{۳}$
- (۴) ۶

۲۲۹ در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ داریم: $\hat{A} = ۹۰^\circ$ ، $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMH}}$ چه قدر است؟

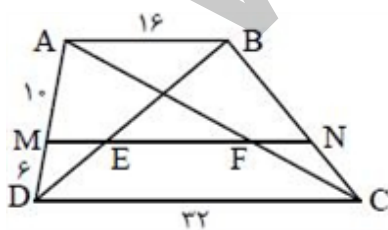
- (۱) ۷
- (۲) ۶
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۴

۲۳۰ در شکل روبه‌رو چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. F نقطه‌ای است روی ضلع DC به طوری که $AF \perp DB$. اگر $AB = ۳DA$ ، آن‌گاه DC چند برابر DF است؟



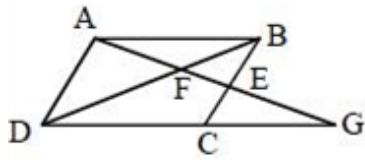
- (۱) ۸
- (۲) ۹
- (۳) ۴
- (۴) ۶

۲۳۱ در دوزنقه ABCD اگر $MN \parallel AB$ باشد، با توجه به اندازه‌های داده شده روی شکل، اندازه EF کدام است؟



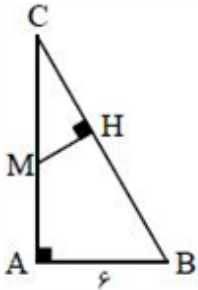
- (۱) ۷
- (۲) ۱۴
- (۳) ۲۸
- (۴) ۱۲

۲۳۲ در شکل مقابل، ABCD متوازی الاضلاع است. اگر $FE = 2$ و $EG = 4$ باشد، اندازه AF کدام است؟



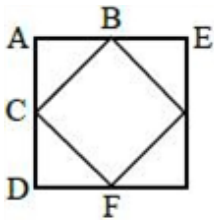
- (۱) $2\sqrt{2}$
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) ۴
- (۴) ۸

۲۳۳ در مثل قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$)، $BH = 3CH$ و $AC = 8$ ، طول MH کدام است؟



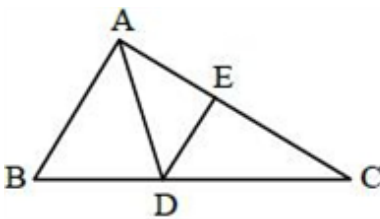
- (۱) $\frac{40}{3}$
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{15}{8}$
- (۴) $\frac{10}{3}$

۲۳۴ در شکل مقابل مساحت مربع بزرگ $\frac{49}{25}$ مساحت مربع کوچک است. اگر ضلع مربع بزرگ ۱۴ باشد، مساحت مثلث ABC چه قدر است؟



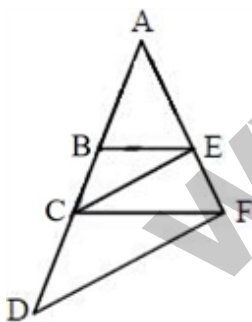
- (۱) ۴۸
- (۲) ۲۴
- (۳) ۱۲
- (۴) ۶

۲۳۵ در شکل مقابل AD نیمساز زاویه A است. $5AB = 3AC = 60$ و $DE \parallel AB$ باشد، آن گاه اندازه EC کدام است؟



- (۱) ۱۲
- (۲) $12/5$
- (۳) $13/5$
- (۴) ۱۵

۲۳۶ در شکل روبه‌رو $BE \parallel FC$ و $CE \parallel DF$. اگر $AB = 7$ و $BC = 3$ ، آن گاه اندازه CD کدام است؟

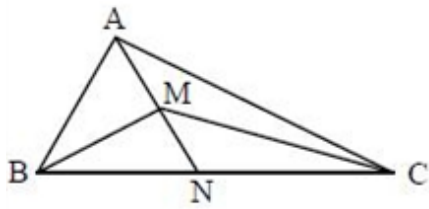


- (۱) $\frac{30}{7}$
- (۲) $\frac{15}{7}$
- (۳) $\frac{15}{3}$
- (۴) $\frac{30}{5}$

۲۳۷ اگر $a_1 = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n}$ ، آن گاه حاصل $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ چند برابر a_1 است؟

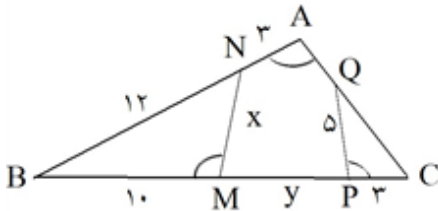
- (۱) n
- (۲) $n(n+1)$
- (۳) $\frac{n(n+1)}{2}$
- (۴) $2n(n+1)$

۲۳۸ در شکل مقابل مساحت مثلث‌های $\triangle ABC$ و $\triangle MBC$ را به ترتیب S و S' می‌نامیم. نسبت $\frac{MN}{AN}$ کدام است؟



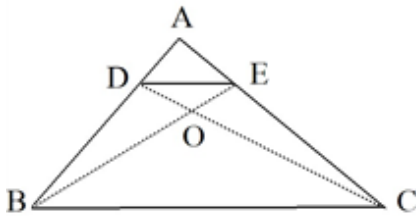
- (۱) $\sqrt{\frac{S'}{S}}$
- (۲) $\left(\frac{S'}{S}\right)^2$
- (۳) $\frac{S - S'}{S}$
- (۴) $\frac{S'}{S}$

۲۳۹ در شکل زیر $\hat{A} = \hat{BMN} = \hat{CPQ}$ حاصل $x + y$ کدام است؟



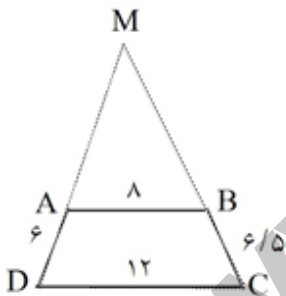
- (۱) ۸
- (۲) ۱۱
- (۳) ۱۳
- (۴) ۱۴

۲۴۰ در شکل زیر اگر $DE \parallel BC$ و $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{5}$ ، آن‌گاه مساحت مثلث ADE چند برابر مساحت مثلث DEO است؟



- (۱) $\frac{5}{4}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) ۱
- (۴) $\frac{1}{5}$

۲۴۱ مطابق شکل، امتداد ساق‌های دوزنقه‌ی ABCD یک‌دیگر را در نقطه‌ی M قطع می‌کنند.



با توجه به اندازه‌های روی شکل، مجموع طول پاره‌خط‌های MA و MB کدام است؟

- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۸
- (۳) ۲۵
- (۴) ۳۰

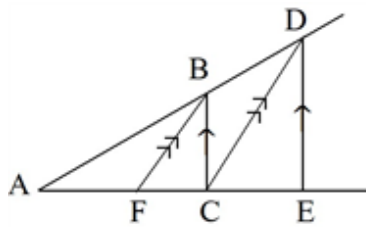
۲۴۲ در مثلث ABC، اگر $AB = ۱۲$ ، N وسط AB، K وسط AC و P وسط NK فرض شوند، پاره‌خط CP را آن‌قدر

امتداد می‌دهیم تا ضلع AB را در نقطه‌ی Q قطع کند. اندازه‌ی پاره‌خط NQ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{2}{5}$
- (۴) ۳

۲۴۳ طول اضلاع یک مثلث، ۴، ۶ و $۲\sqrt{۱۳}$ واحد است. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) $۴\sqrt{۱۳}$
- (۲) ۱۲
- (۳) ۸
- (۴) ۲۴

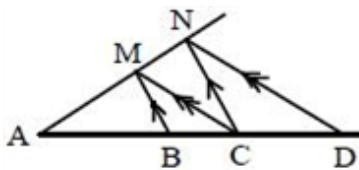


۲۴۴ در شکل مقابل، $BC \parallel DE$ و $BF \parallel CD$. اندازه‌ی پاره‌خط AE کدام است؟
($CE = 3$ و $FC = 2$)

- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۴
(۴) ۹

۲۴۵ اگر $\frac{5a+10}{a+5} = \frac{5b+6}{b+3}$ باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟ ($b \neq 0$)

- (۱) $\frac{3}{5}$
(۲) $\frac{5}{7}$
(۳) $\frac{5}{3}$
(۴) اطلاعات کافی نیست.

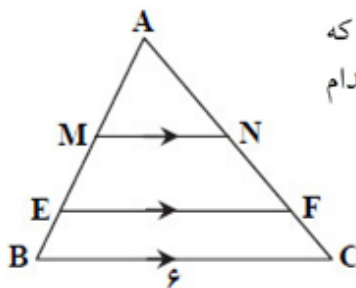


۲۴۶ در شکل مقابل اگر $AB = 3$ و $BD = 9$ ، آن‌گاه اندازه‌ی AC برابر کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) $2\sqrt{3}$
(۳) ۶
(۴) $3\sqrt{2}$

۲۴۷ از رأس C در لوزی $ABCD$ خطی به دل‌خواه رسم می‌کنیم تا امتدادهای اضلاع AB و AD را به ترتیب در نقاط E و F قطع کند. اگر $AE = 6$ و $AF = 8$ باشد، محیط لوزی کدام است؟

- (۱) $\frac{96}{7}$
(۲) $\frac{24}{7}$
(۳) $\frac{96}{5}$
(۴) $\frac{24}{5}$



۲۴۸ در شکل زیر، دو پاره‌خط MN و EF موازی قاعده‌ی BC طوری رسم شده‌اند که مساحت سه شکل ایجاد شده درون مثلث ABC با هم برابر است. طول EF کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{6}$
(۲) ۵
(۳) $3\sqrt{2}$
(۴) ۴

۲۴۹ در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = 70^\circ$ ، $\hat{B} = 50^\circ$ و $AB = 6$. همچنین در مثلث MNP داریم:

- (۱) ۸
(۲) ۶
(۳) ۳
(۴) ۹
- $\hat{M} = 70^\circ$ و $\hat{N} = 60^\circ$. اگر نسبت مساحت دو مثلث $\frac{9}{4}$ باشد، طول MP کدام می‌تواند باشد؟

۲۵۰ با رسم ارتفاع وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، مثلث مفروض به دو مثلث تفکیک می‌شود. اگر مساحت مثلث

کوچک‌تر $\frac{1}{9}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{3}{5}$

۲۵۱

۲۵۲ در مثلث ABC داریم $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$. از رأس C خطی موازی نیمساز AD رسم می‌کنیم تا امتداد AB را در E قطع

کند. اگر CE برابر ۱۰ واحد باشد، اندازه نیمساز AD کدام است؟

۶ (۴)

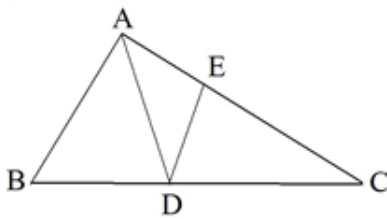
۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۵۳

اگر $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ باشد، مقدار $\frac{a+8}{b+2}$ ، کدام است؟

 $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۱)

۲۵۴ در شکل مقابل، در مثلث ABC، $AB = 15$ و $AC = 35$ است. اگر AD،

نیمساز زاویه A و $DE \parallel AB$ باشد، اندازه CE، کدام است؟

۲۴ (۱)

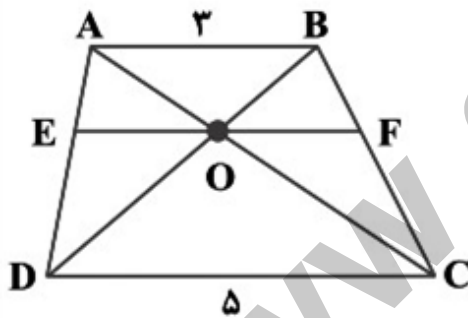
۲۴/۵ (۲)

۲۵ (۳)

۲۵/۵ (۴)

۲۵۵

در دوزنقه ABCD شکل زیر داریم: $EF \parallel AB$. حاصل $\frac{OE}{OF}$ کدام است؟



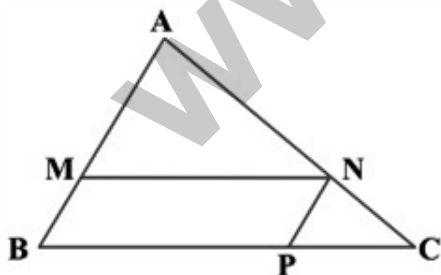
۱ (۱)

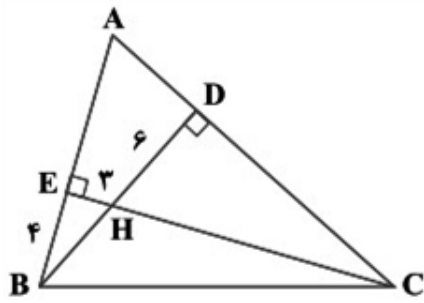
 $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴)

۲۵۶

در شکل مقابل، اگر $\frac{MA}{MB} = 2$ ، نسبت مساحت متوازی‌الاضلاع

MNPB به مساحت مثلث ABC کدام است؟

 $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳)



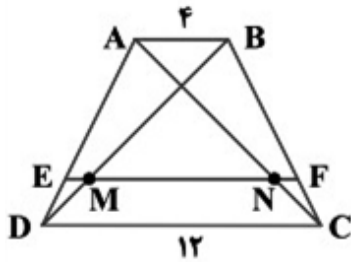
۲۵۷ دو ارتفاع مثلث ABC در نقطه H متقاطع اند. اگر $EH = 3$, $EB = 4$ و $HD = 6$, طول BC کدام است؟

(۱) $\sqrt{116}$

(۲) ۱۰

(۳) $\sqrt{185}$

(۴) ۱۴



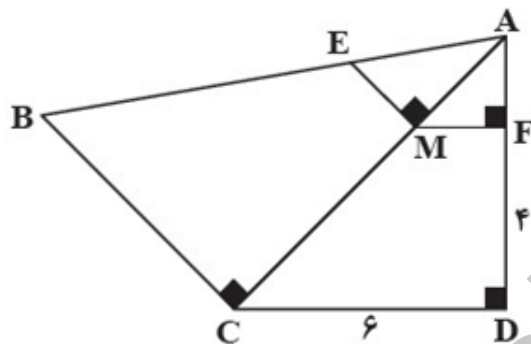
۲۵۸ در دوزنقه شکل مقابل داریم: $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = 3$. طول MN کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۰



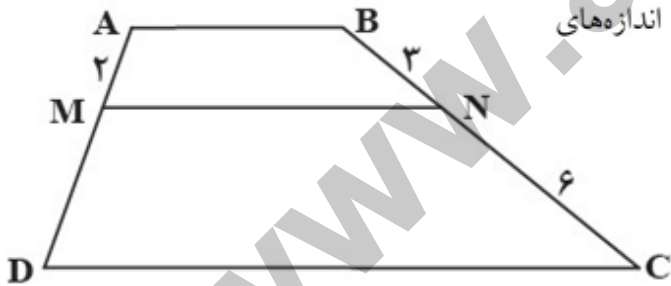
۲۵۹ در شکل مقابل $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{2}$ با توجه به داده‌های روی شکل، مساحت مثلث FAM کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



۲۶۰ در شکل مقابل داریم $MN \parallel AB \parallel CD$, با توجه به اندازه‌های

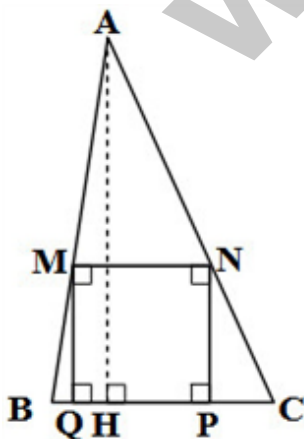
داده شده طول پاره‌خط MD چقدر است؟

(۲) $\frac{9}{2}$

(۱) $\frac{5}{2}$

(۴) ۴

(۳) ۵



۲۶۱ در مثلث ABC، مربعی به ضلع ۳ محاط شده است.

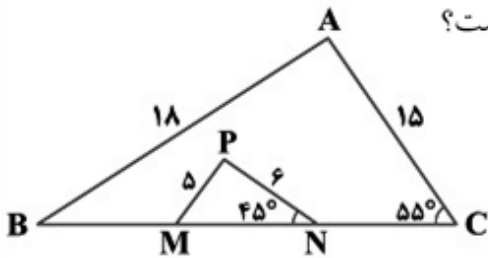
اگر $BC = \frac{4}{8}$, اندازه ارتفاع AH کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۸

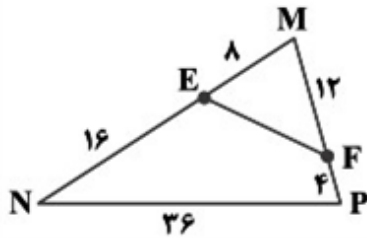
(۳) ۹

(۴) ۴



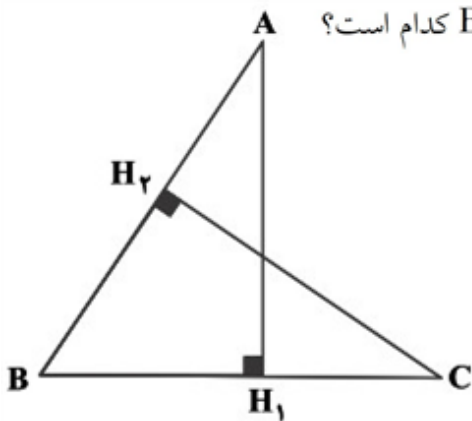
۲۶۲ در شکل روبه‌رو، $BM = MN = NC$ ، اندازه زاویه MPN چقدر است؟

- (۱) 70°
- (۲) 75°
- (۳) 80°
- (۴) 85°



۲۶۳ در شکل زیر، محیط مثلث MEF چقدر است؟

- (۱) ۳۸
- (۲) ۳۲
- (۳) ۳۴
- (۴) ۳۶



۲۶۴ در شکل مقابل، اگر $CH_2 = 15$ ، $AH_1 = 18$ و $AB = 21$ ، اندازه BC کدام است؟

- (۱) ۱۷
- (۲) $17/5$
- (۳) ۱۸
- (۴) $18/5$

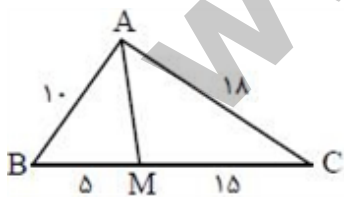
۲۶۵ مثلثی با اضلاع ۴، ۷ و ۱۰ با کدام یک از مثلث‌های زیر متشابه است؟

- (۱) مثلثی با اضلاع ۸، ۱۳ و ۲۰
- (۲) مثلثی با اضلاع ۱۲، ۲۱ و ۳۰
- (۳) مثلثی با اضلاع ۲، ۳ و ۵
- (۴) مثلثی با اضلاع ۶، ۱۰ و ۱۴

۲۶۶ در یک مثلث قائم‌الزاویه نیمساز وارد بر وتر، روی وتر پاره‌خط‌هایی به طول ۶ و ۸ واحد به وجود آورده است. اندازه

ارتفاع وارد بر وتر این مثلث کدام است؟

- (۱) $6/72$
- (۲) $6/54$
- (۳) $6/64$
- (۴) $6/48$



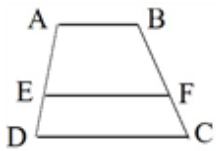
۲۶۷ در شکل مقابل طول AM کدام است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۸
- (۳) ۹
- (۴) ۱۲

۲۶۸ در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم: $AB = 5$ ، $AC = 5\sqrt{3}$ ، اگر ارتفاع AH را رسم نماییم، نسبت $\frac{BH}{HC}$ چه قدر

است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{5}$

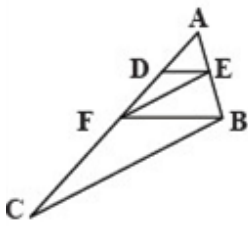


۲۶۹ در دوزنقه مقابل $AB = 5$ ، $DC = 11$ ، $EF \parallel AB$ و $\frac{AE}{ED} = 2$ است. طول EF کدام است؟

- ۶ (۱)
- ۷ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

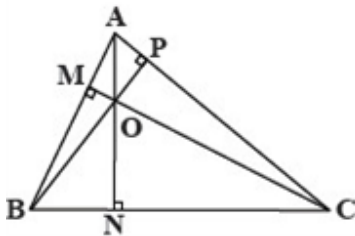
۲۷۰ در مثلث ABC ، $\widehat{B} = 2\widehat{A}$ و طول AC سه واحد بیشتر از طول BC است. اگر $AB = 7$ ، طول BC چقدر است؟

- $\frac{21}{4}$ (۱)
- ۳ (۲)
- $\frac{21}{10}$ (۳)
- ۹ (۴)



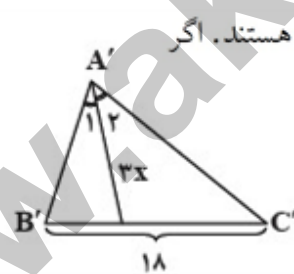
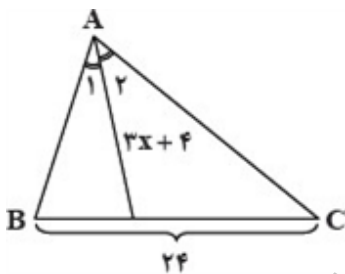
۲۷۱ در مثلث ABC در شکل زیر، $DE \parallel BF$ و $EF \parallel BC$ ، اگر $\frac{AD}{DF} = \frac{3}{4}$ حاصل $\frac{AF}{AC}$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۱)
- $\frac{3}{7}$ (۲)
- $\frac{9}{16}$ (۳)
- $\frac{1}{2}$ (۴)



۲۷۲ با توجه به شکل مقابل، کدام یک از مثلث‌های زیر لزوماً متشابه نیستند؟

- (۱) $\triangle OAP$ و $\triangle OBN$
- (۲) $\triangle ABP$ و $\triangle AMC$
- (۳) $\triangle OMB$ و $\triangle OPC$
- (۴) $\triangle OAM$ و $\triangle OAP$



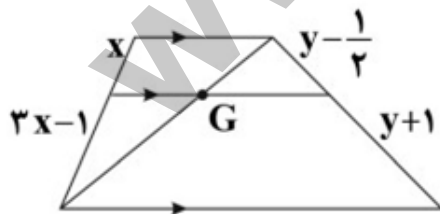
۲۷۳ در شکل مقابل، دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه هستند. اگر

$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ و $\widehat{A}'_1 = \widehat{A}'_2$ مقدار x کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- $\frac{7}{2}$ (۳)
- $\frac{9}{2}$ (۴)

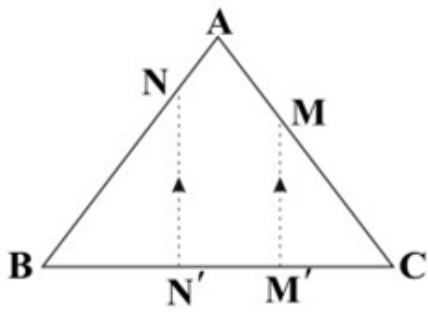
۲۷۴ نقطه G روی قطر دوزنقه‌ی زیر، آن را به دو قسمت با نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند. از نقطه G خطی به موازات

قاعده‌ها رسم می‌کنیم، مجموع طول ساق‌ها چقدر است؟



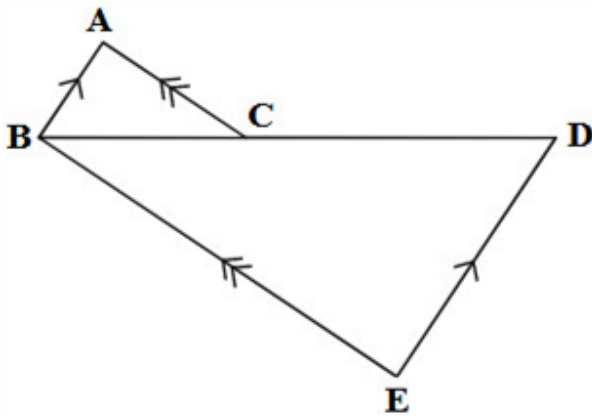
- ۷ (۱)
- ۷/۵ (۲)
- ۸ (۳)
- ۸/۵ (۴)

۲۷۵ در مثلث ABC ، نقطه‌ی M روی AC آن را به نسبت ۲ به ۳ و نقطه‌ی N روی AB آن را به نسبت ۱ به ۴ تقسیم می‌کند. از نقاط M و N دو خط به موازات هم رسم می‌کنیم تا BC را به ترتیب در M' و N' قطع کند. نسبت مساحت مثلث‌های NMM' به MNN' کدام است؟



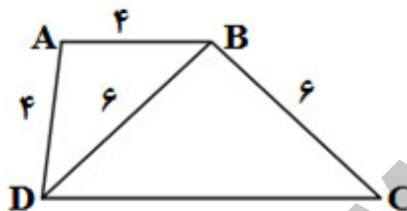
- (۱) $\frac{21}{20}$
- (۲) $\frac{9}{10}$
- (۳) $\frac{3}{4}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

۲۷۶ در شکل مقابل، $AC \parallel BE$ و $AB \parallel DE$ اگر $BC = 4$ و $CD = 6$ ، نسبت مساحت دو مثلث ABC و BDE کدام است؟



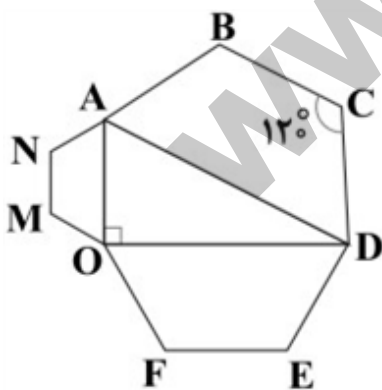
- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) $\frac{4}{9}$
- (۴) $\frac{1}{16}$

۲۷۷ در دوزنقه $ABCD$ ، نسبت $\frac{DC}{AB}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{5}{4}$
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{9}{4}$

۲۷۸ در شکل زیر، دوزنقه‌ها متساوی‌الساقین و متشابه‌اند و $S_{ABCD} = 15\sqrt{3}$ و $S_{OFED} = 3\sqrt{3}$ می‌باشند. اگر $AB = BC$ باشد، طول OA چقدر است؟



- (۱) $4\sqrt{3}$
- (۲) $8\sqrt{3}$
- (۳) ۸
- (۴) ۴

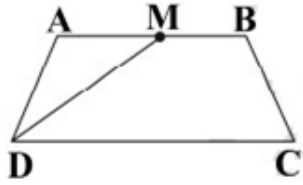
۲۷۹ در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، وتر را به دو جزء با طول‌های ۴ و ۹ واحد تقسیم می‌کند. مساحت این مثلث چقدر است؟

- (۱) ۵۲
- (۲) ۴۸
- (۳) ۷۸
- (۴) ۳۹

۲۸۰ در مثلثی به اضلاع ۴، ۵ و ۷، طول بلندترین ارتفاع $2\sqrt{6}$ است. طول کوتاه‌ترین ارتفاع چقدر است؟

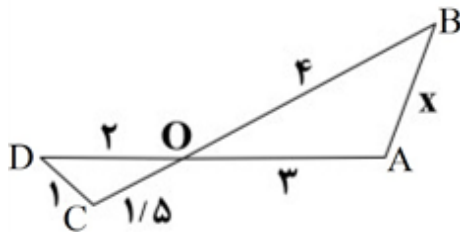
- (۱) $8\sqrt{6}$ (۲) $\frac{8\sqrt{6}}{7}$ (۳) $\frac{4\sqrt{6}}{7}$ (۴) $4\sqrt{6}$

۲۸۱ در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین زیر، نقطه‌ی M وسط AB است. اگر نسبت دو قاعده $\frac{2}{3}$ باشد، مساحت $\triangle AMD$ چه



کسری از مساحت دوزنقه است؟

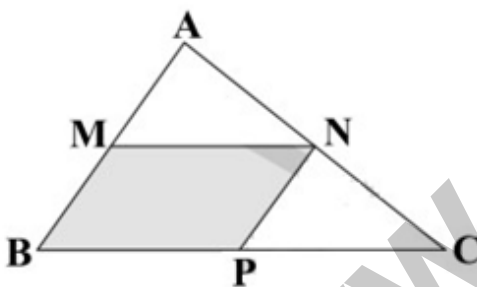
- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$



۲۸۲ طول x در شکل مقابل کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{5}{2}$

۲۸۳ اگر مساحت متوازی‌الاضلاع در شکل مقابل $\frac{3}{8}$ مساحت مثلث ABC باشد، نسبت MN به BC کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

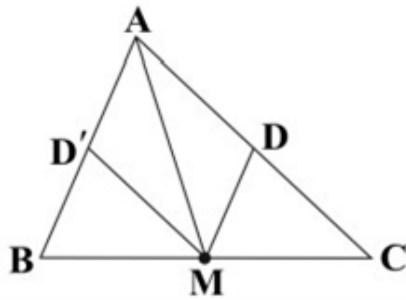
۲۸۴ در مثلث ABC، اگر $\hat{A} = 2\hat{C}$ باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) $\hat{B} = \frac{\hat{A}}{2}$ (۲) $\hat{C} = \frac{\hat{B}}{2}$

- (۳) $AB^2 + BC^2 = (AB)(AC)$ (۴) $BC^2 - AB^2 = (AB)(AC)$

۲۸۵

در شکل مقابل AM میانه، MD و MD' نیمساز زوایای AMC و AMB اند. اگر $AM = \frac{2}{3} BC$ باشد، چند

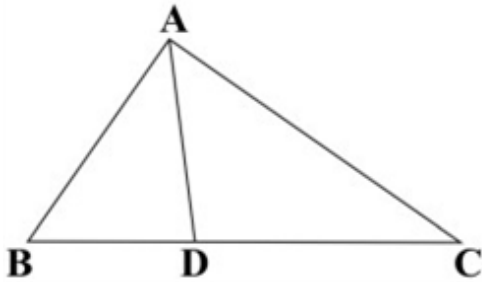


برابر DD' است؟

- (۱) $\frac{7}{5}$
 (۲) $\frac{7}{4}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $\frac{5}{3}$

۲۸۶

اگر AD نیمساز \hat{A} و $AB = AC = BC = 12$ باشد، اختلاف طول پاره‌خطهای BD و CD کدام است؟



- (۱) $\frac{7}{2}$
 (۲) $\frac{2}{4}$
 (۳) $\frac{4}{8}$
 (۴) $\frac{4}{2}$

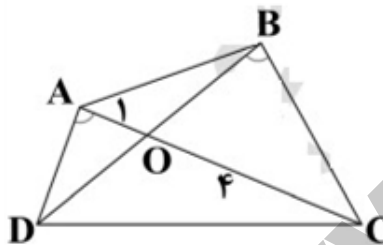
۲۸۷

مثلثی به اضلاع ۲، ۳ و ۴ با مثلثی به اضلاع ۶، a و b متشابه است. محیط بزرگ‌ترین مثلث دوم کدام است؟

- (۱) $\frac{28}{5}$
 (۲) ۱۸
 (۳) $\frac{13}{5}$
 (۴) ۲۷

۲۸۸

در شکل مقابل $\hat{DAC} = \hat{DBC}$ و $OA = OC = 4$ است. اگر مساحت $\triangle OAD$ ، $\frac{4}{9}$ مساحت $\triangle OBC$ باشد،

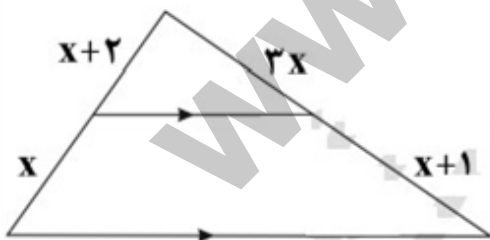


طول قطر BD کدام است؟

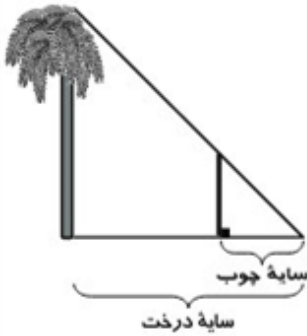
- (۱) $\frac{97}{36}$
 (۲) $\frac{13}{6}$
 (۳) $\frac{25}{6}$
 (۴) $\frac{145}{36}$

۲۸۹

مقدار X در شکل مقابل چقدر است؟



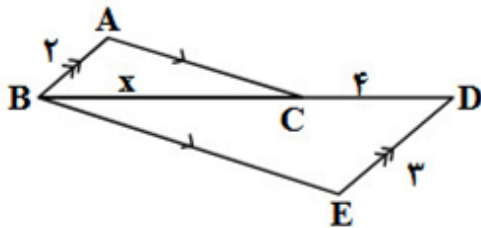
- (۱) $\frac{1}{5}$
 (۲) ۲
 (۳) $\frac{2}{5}$
 (۴) ۳



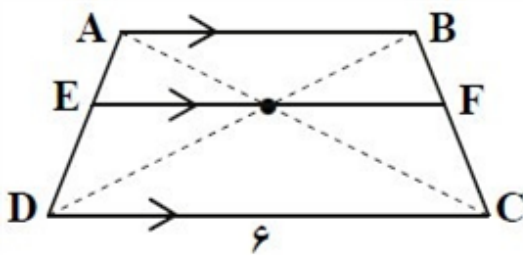
۲۹۰ برای محاسبه ارتفاع یک درخت، از یک قطعه چوب به طول یک متر که به صورت عمودی موازی درخت قرار دارد استفاده کرده‌ایم، به طوری که سایه چوب مطابق شکل منطبق بر سایه درخت است. در صورتی که طول سایه چوب ۴ متر و طول سایه درخت ۳۲ متر باشد، ارتفاع درخت چند متر است؟

- ۱) ۶
- ۲) ۸
- ۳) ۱۰
- ۴) ۱۲

۲۹۱ در شکل زیر، $AC \parallel BE$ و $AB \parallel ED$. مقدار x کدام است؟

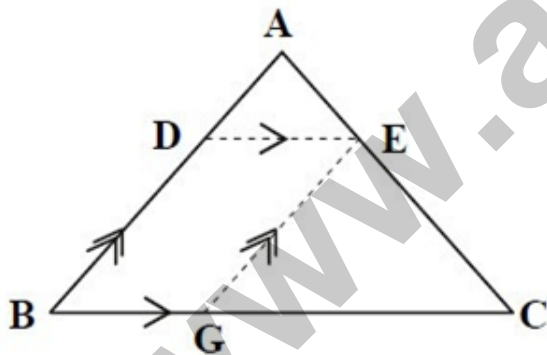


- ۱) ۴
- ۲) ۶
- ۳) ۸
- ۴) $\frac{۳}{۲}$



۲۹۲ در دوزنقه ABCD مقابل، از نقطه تقاطع دو قطر، خطی موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم. اگر $\frac{AE}{ED} = \frac{۲}{۳}$ طول EF کدام است؟

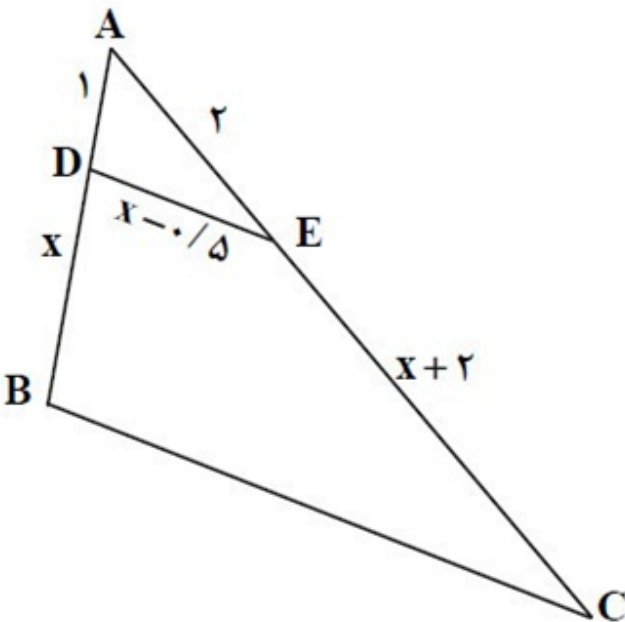
- ۱) ۴
- ۲) $\frac{۴}{۸}$
- ۳) ۵
- ۴) $\frac{۵}{۲}$



۲۹۳ در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ و $EG \parallel AB$. اگر $AD=۲$ ، $BC=۸$ و $BD=۴$ محیط متوازی‌الاضلاع BDEG کدام است؟

- ۱) ۱۲
- ۲) $\frac{۳۲}{۳}$
- ۳) ۱۶
- ۴) $\frac{۴۰}{۳}$

۲۹۴ در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ ، محیط مثلث ABC کدام است؟

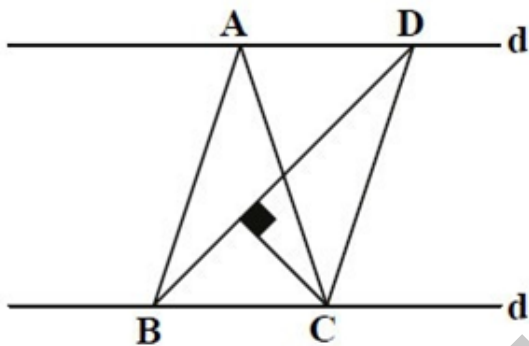


۱۱/۵ (۱)

۱۳/۵ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)



۲۹۵ در شکل مقابل، $d \parallel d'$ و مساحت مثلث ABC،

برابر 8 cm^2 است. اگر $BD = 6 \text{ cm}$ ، فاصله نقطه C از پاره خط BD کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۲) ۴ (۱)

۳ (۴) $\frac{8}{3}$ (۳)

۲۹۶ مردی با قد ۱۸۰ سانتی متر روبه روی تیر چراغ برقی ایستاده است. اگر ارتفاع تیر چراغ برق ۳ متر باشد و مرد در

فاصله ۲ متری آن قرار داشته باشد، آن گاه طول سایه ی مرد بر روی زمین چند متر خواهد بود؟

$\frac{3}{2}$ (۴) ۳ (۳) $\frac{2}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۱)

۲۹۷ در مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم $2\sqrt{10}$ و ۳ واحد، با رسم ارتفاع وارد بر وتر، مساحت مثلث کوچک تر چند برابر

است؟

$\frac{27}{49}$ (۴) $\frac{24}{49}$ (۳) $\frac{6}{7}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۱)

۲۹۸ در مثلث قائم الزاویه ای حاصل ضرب سه ضلع، ۳ برابر ارتفاع وارد بر وتر است. اندازه ی وتر این مثلث کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۲۹۹ مساحت مثلث قائم الزاویه ای $\frac{1}{8}$ مجذور وتر آن است. کوچک ترین زاویه ی این مثلث چه کسری از قائمه است؟

$\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۱)

نقاط M و N روی پاره‌خط AB و در یک طرف وسط AB قرار دارند. نقطه‌ی M پاره‌خط AB را به نسبت $\frac{2}{3}$ و

نقطه‌ی N پاره‌خط AB را به نسبت $\frac{3}{4}$ تقسیم می‌کند. اگر اندازه‌ی MN برابر ۲ واحد باشد، آنگاه طول پاره‌خط AB

چه قدر است؟

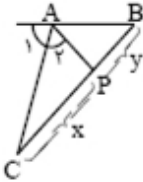
۷۳ (۴)

۶۵ (۳)

۷۰ (۲)

۶۳ (۱)

در شکل مقابل، زوایای \hat{A}_1 و \hat{A}_2 با هم برابرند، اگر $AP = 5$ و $AB = 8$ باشد، x چند برابر y است؟



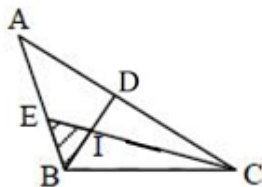
$\frac{8}{5}$ (۲)

$\frac{15}{8}$ (۱)

$\frac{13}{5}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳)

در مثلث ABC، $AB = 15$ ، $BC = 20$ ، $CA = 28$ است. اگر I محل تقاطع دو نیمساز BD و CE باشد،



نسبت $\frac{S_{BIE}}{S_{ABC}}$ کدام است؟

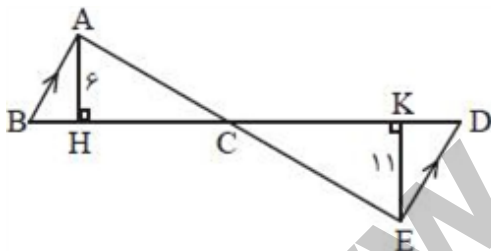
$\frac{25}{252}$ (۲)

$\frac{25}{189}$ (۱)

$\frac{24}{252}$ (۴)

$\frac{24}{189}$ (۳)

در شکل مقابل $BD = 34$ است. مساحت مثلث CDE کدام است؟



۶۶ (۱)

$\frac{204}{11}$ (۲)

۱۲۱ (۳)

۲۴۲ (۴)

اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد، چه تعداد از روابط زیر درست است؟

الف- $\frac{a+d}{b+c} = \frac{a}{b}$ -ج

ب- $\frac{c}{d} = \frac{2a+3c}{2b+3d}$

الف- $\frac{d}{c+d} = \frac{b}{a+b}$

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

طول سایه‌ی دانش‌آموزی با قد 160cm به اندازه‌ی $\frac{1}{5}$ متر است. اگر سایه‌ی درختی در همان زمان 200 سانتی‌متر

باشد، ارتفاع درخت چند سانتی‌متر است؟

۶۴۰۰۰ (۴)

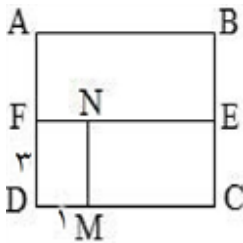
۱۰۰۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۶۴۰ (۱)

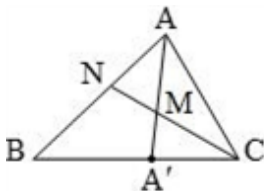
۳۰۶ در داخل مثلث متساوی‌اضلاع به ضلع ۱ واحد، بزرگ‌ترین مربع ممکن طوری جای گرفته است که یک ضلع آن بر روی ضلع مثلث است، ضلع این مربع کدام است؟

- ۱) $\sqrt{3} - 1$ ۲) $2\sqrt{3} - 3$ ۳) $2\sqrt{3} - 2$ ۴) $3\sqrt{3} - 4$



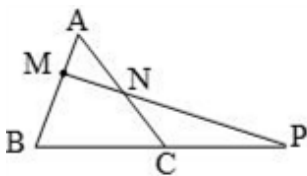
۳۰۷ در شکل مقابل ABCD مربع است. اگر دو مستطیل AB EF و MNFD متشابه باشند، مساحت MNEC چقدر است؟ (DF = 3, DM = 1)

- ۱) $40/5$ ۲) $10/5$ ۳) $4/5$ ۴) $21/5$



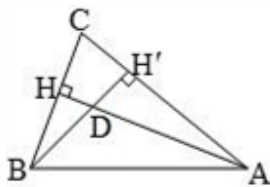
۳۰۸ در شکل مقابل نقطه M وسط میانه AA' است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۳۶ باشد، آنگاه مساحت مثلث AMN کدام است؟

- ۱) ۹ ۲) ۶ ۳) $9/2$ ۴) ۳



۳۰۹ در شکل مقابل اگر $AM = \frac{1}{3}AB$ و $AN = \frac{1}{2}AC$ باشد، آنگاه نسبت $\frac{CP}{BC}$ کدام است؟

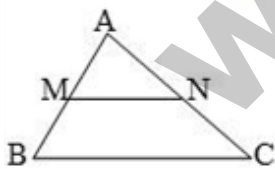
- ۱) $2/3$ ۲) ۱ ۳) $3/2$ ۴) $1/2$



۳۱۰ در شکل مقابل نقطه D محل تلاقی ارتفاع‌های AH و BH' است. اگر $2DH' = 3BH = 4DH = 12$ ، آنگاه اندازه ضلع AB کدام است؟

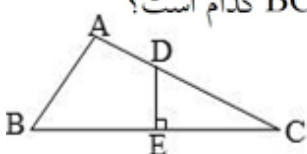
- ۱) ۱۳ ۲) $\sqrt{185}$ ۳) $\sqrt{215}$ ۴) ۱۴

۳۱۱ در شکل مقابل مساحت مثلث AMN با مساحت ذوزنقه MNCB برابر است. نسبت $\frac{AM}{MB}$ کدام است؟



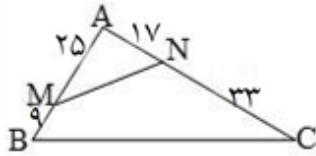
- ۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{2} + 1$

۳۱۲ در شکل زیر، اگر $AB = DC = \sqrt{6}$ باشد، آنگاه با فرض $A = 90^\circ$ مساحت مثلث BCD کدام است؟



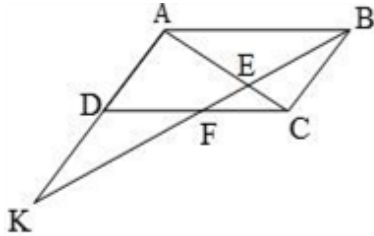
- ۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۳ ۳) $\sqrt{6}$ ۴) ۶

۳۱۳ در شکل مقابل MNCB چند برابر مساحت AMN است؟



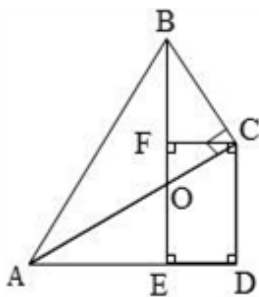
(۱) ۴
 (۲) $(\frac{17}{9})^2$
 (۳) $(\frac{23}{25})^2$
 (۴) ۳

۳۱۴ در متوازی الاضلاع ABCD شکل مقابل اندازه‌ی EB برابر کدام است؟



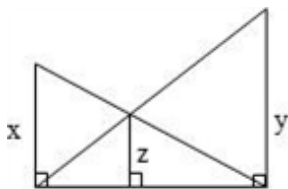
(۱) $EF \times EK$
 (۲) $EF \times FK$
 (۳) $\sqrt{EF \times FK}$
 (۴) $\sqrt{EF \times EK}$

۳۱۵ در شکل مقابل اندازه‌ی BF برابر است با:



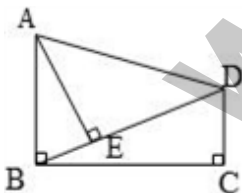
(۱) $\frac{AD \times BC}{AC}$
 (۲) $\frac{AD \times AC}{BC}$
 (۳) $\frac{AC \times BC}{AD}$
 (۴) $AD \times BC$

۳۱۶ در شکل مقابل $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ کدام است؟



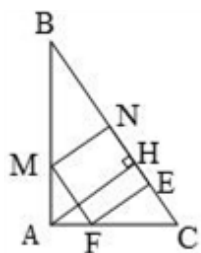
(۱) $\frac{1}{xz}$
 (۲) $\frac{1}{yz}$
 (۳) $\frac{1}{z}$
 (۴) $\frac{1}{xyz}$

۳۱۷ در شکل مقابل $AE \times DC$ برابر کدام است؟



(۱) $BE \times BC$
 (۲) $BE \times AD$
 (۳) $BC \times AB$
 (۴) $BE \times AB$

۳۱۸ در شکل مقابل $AH = h$ و $BC = a$ و $\hat{A} = 90^\circ$ و چهارضلعی MNEF مربع است.

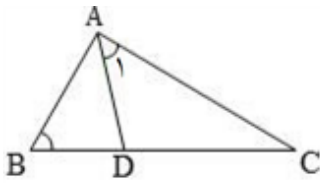


اندازه‌ی ضلع مربع کدام است؟

(۱) $\frac{ah}{a+h}$
 (۲) $\frac{ah}{a-h}$
 (۳) $\frac{a+h}{ah}$
 (۴) $\frac{a-h}{ah}$

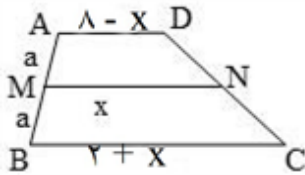
۳۱۹ مساحت دوزنقه‌های ۲۴ واحد مربع است. اگر ارتفاع آن ۴ واحد باشد، طول خطی که اوساط ساق‌ها را به هم وصل می‌کند کدام است؟

- ۵/۵ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۶/۵ (۴)



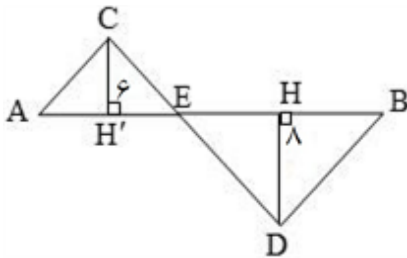
۳۲۰ در شکل مقابل $\hat{A}_1 = \hat{B}$ است. نسبت $\frac{DC}{AC}$ برابر کدام است؟

- $\frac{AC}{BC}$ (۲) $\frac{AB}{AD}$ (۱)
 $\frac{AB}{AC}$ (۴) $\frac{AD}{AC}$ (۳)



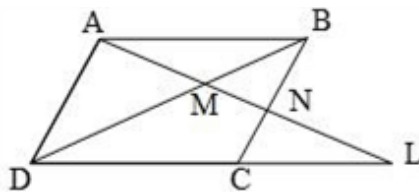
۳۲۱ چهارضلعی ABCD یک دوزنقه است و $MN \parallel BC$ می‌باشد. X برابر کدام است؟

- ۵ (۲) ۱۰ (۱)
 ۵a (۴) ۱۰a (۳)



۳۲۲ در شکل مقابل $AB = ۳۵$ و $AC \parallel BD$ مساحت مثلث BDE کدام است؟

- ۶۰ (۱)
 ۷۵ (۲)
 ۸۰ (۳)
 ۸۵ (۴)



۳۲۳ در متوازی‌الاضلاع ABCD (شکل مقابل) اگر $MN = ۲$ و $NL = ۶$ ،

- آنگاه اندازه‌ی AM برابر کدام است؟
 $۲\sqrt{۳}$ (۲) ۴ (۱)
 ۳ (۴) $۳\sqrt{۲}$ (۳)



۳۲۴ در شکل روبه‌رو $AB = ۴۸$ و $\hat{C} = \hat{D}_1$ آن‌گاه مقدار $y - x$ کدام است؟

- ۰ (۲) ۱ (۱)
 ۳ (۴) ۲ (۳)

۳۲۵ در مثلث ABC به چه فاصله‌هایی از رأس A خطی موازی BC رسم کنیم تا مساحت مثلث نصف شود؟ (h ارتفاع وارد بر BC است)

- $\frac{1}{3}h$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{۲}h$ (۳) $\frac{3}{۲}h$ (۲) $\frac{1}{۲}h$ (۱)

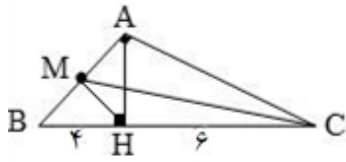
۳۲۶ طول اضلاع مثلثی ۱۲ و ۱۷ و ۲۱ سانتی‌متر است. اگر این مثلث با مثلث دیگر که محیط آن ۲۰ سانتی‌متر است مشابه باشد، طول کوچک‌ترین ضلع مثلث دوم چند سانتی‌متر است؟

- ۵/۶ (۴) ۴/۸ (۳) ۴/۵ (۲) ۴/۲ (۱)

۳۲۷ محیط مثلث قائم‌الزاویه برابر ۱۸ و ارتفاع وارد بر وتر آن ۳ واحد است. مساحت مثلث کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $\frac{81}{5}$ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۳۲۸ در شکل مقابل M وسط ضلع AB از مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ است. نسبت $\frac{CM}{MH}$ کدام است؟

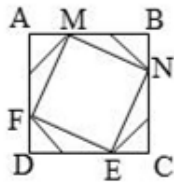


- (۱) $\frac{\sqrt{70}}{5}$ (۲) $\sqrt{7}$ (۳) $\sqrt{\frac{14}{3}}$ (۴) $\sqrt{10}$

۳۲۹ در مثلث با اضلاع $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{70}$ و $\sqrt{12}$ طول ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع کدام است؟

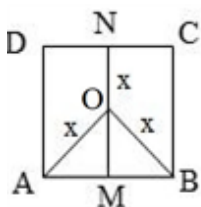
- (۱) ۳ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{6}$

۳۳۰ اگر در مربع ABCD یک هشت‌ضلعی منتظم محاط شده باشد و مساحت مربع MNEF برابر a^2 باشد، آنگاه مساحت مثلث AMF کدام است؟



- (۱) $2a^2$ (۲) $\sqrt{2}a^2$ (۳) $2\sqrt{2}a^2$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{8}a^2$

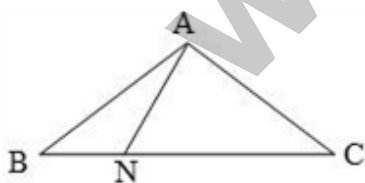
۳۳۱ در شکل زیر ABCD مربعی به ضلع ۸ و M و N وسط‌های دو ضلع AB و CD هستند. مقدار X کدام است؟



- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۳۲ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی مجموع مربعات میانه‌های نظیر اضلاع قائمه برابر ۱۲۵ است. اندازه‌ی وتر این مثلث کدام است؟

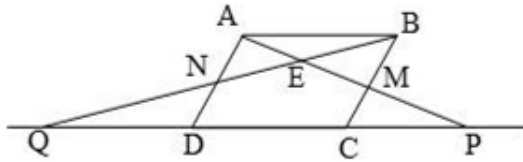
- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲



۳۳۳ در مثلث $\triangle ABC$ اگر $NC = kNB$ در این صورت نسبت $\frac{S_{ABN}}{S_{ANC}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{k}{2}$ (۲) k (۳) $\frac{1}{k}$ (۴) $\frac{1}{k^2}$

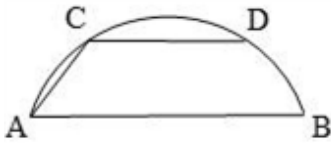
۳۳۴ در متوازی‌الاضلاع ABCD نقاط M و N وسطهای BC و AD هستند. اگر مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD برابر S باشد. مساحت مثلث EPQ کدام است؟



- (۱) $\frac{S}{4}$
 (۲) $\frac{9S}{8}$
 (۳) $\frac{S}{9}$
 (۴) $\frac{S}{12}$

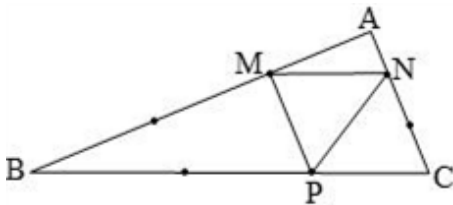
۳۳۵ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) رابطه‌ی $c = \frac{a^2}{2b}$ زاویه‌ی C چند درجه است؟

- (۱) 30°
 (۲) 60°
 (۳) 15°
 (۴) 45°



۳۳۶ در نیم دایره به قطر $AB = 10$ ، وتر $CD = 6$ موازی AB رسم شده است. طول AC کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$
 (۲) $5\sqrt{2}$
 (۳) $3\sqrt{2}$
 (۴) $2\sqrt{3}$



۳۳۷ در شکل روبه‌رو اضلاع مثلث ABC به سه قسمت مساوی تقسیم شده‌اند.

کدام است $\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}}$ ؟

- (۱) $\frac{1}{9}$
 (۲) $\frac{2}{9}$
 (۳) $\frac{1}{8}$
 (۴) $\frac{7}{2}$

۳۳۸ طول ضلع مربع ABCD برابر است با ۸، دایره‌ای از رأس‌های A و D گذشته و بر ضلع BC مماس می‌باشد. شعاع این دایره کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{2}$
 (۲) $4\sqrt{2}$
 (۳) ۴
 (۴) ۵

۳۳۹ در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{B} = 15^\circ$ و $AC = 12$ اندازه ضلع AB کدام است؟

- (۱) $12 + \sqrt{3}$
 (۲) $12\sqrt{3} + 12$
 (۳) $24\sqrt{3} + 12$
 (۴) $12\sqrt{3} + 24$

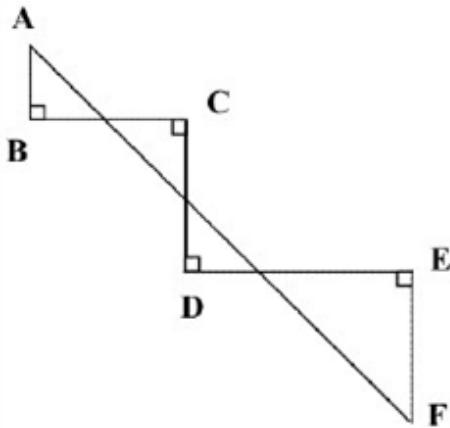
۳۴۰ نقطه‌ی M بر قاعده‌ی BC مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) در نظر گرفته شده است. اگر طول ساق مثلث ۶ و فاصله A تا M برابر ۴ باشد MB.MC برابر است با:

- (۱) ۲۰
 (۲) ۱۸
 (۳) ۱۲
 (۴) ۲۴

۳۴۱ از نقطه M وسط ضلع AB از مثلث قائم‌الزاویه ABC که در رأس A قائمه است عمودی بر وتر BC فرود می‌آوریم

تا آن را در نقطه N قطع کند. مقدار $NC^2 - NB^2$ برابر است با:

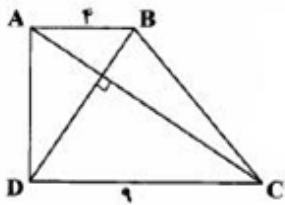
- (۱) AC^2 (۲) AB^2 (۳) $AC^2 - AB^2$ (۴) $AB \cdot AC$



۳۴۲ در شکل زیر $AB = 1$ ، $BC = CD = EF = 2$ و $DE = 3$ می‌باشند.

طول پاره‌خط AF کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) ۷



۳۴۳ در شکل مقابل، قطرهای دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه بر هم عمودند.

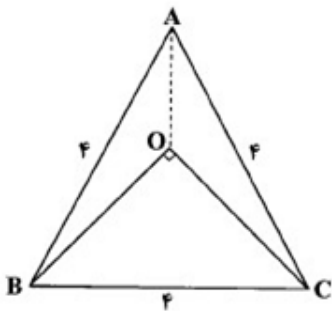
اندازه‌ی ارتفاع دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۸

۳۴۴ داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۴، مثلث قائم‌الزاویه‌ی

متساوی‌الساقین OBC ساخته شده است. اندازه‌ی OA کدام است؟

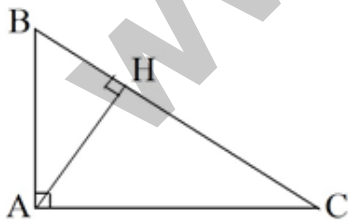
- (۱) $2\sqrt{3} - 1$ (۲) $\sqrt{3} - 1$ (۳) $2\sqrt{3} - 2$ (۴) $4\sqrt{3} - 2$



۳۴۵ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC، ارتفاع وارد بر وتر رسم شده است. اگر محیط‌های سه مثلث ABC و ACH، ABH

به ترتیب P_1 و P_2 و P_3 باشند، کدام رابطه بین آن‌ها صحیح است؟

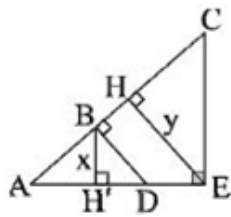
- (۱) $P_3 = P_1 + P_2$ (۲) $P_3^2 = P_1 P_2$ (۳) $P_3^2 = P_1^2 + P_2^2$ (۴) $P_3 = \frac{P_1 + P_2}{2}$



۳۴۶ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$)، $AB = 6$ ، $AC = 8$ ، AM میانه و AD نیم‌ساز است. مساحت مثلث ADM کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{7}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{11}{6}$ (۴) $\frac{13}{5}$

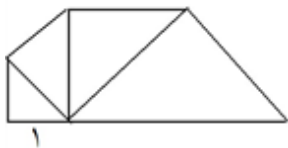
۳۴۷ در شکل روبه‌رو، $AD = 4$ ، $DE = 2$ ، $AB = 3$ و $BC = 5$ است، حاصل $x + y$ کدام است؟



- (۱) $\frac{5\sqrt{7}}{2}$ (۲) $\frac{9\sqrt{7}}{2}$ (۳) $\frac{9\sqrt{7}}{4}$ (۴) $9\sqrt{7}$

۳۴۸ در مثلث ABC از نقطه N وسط ضلع AB ، خطی به موازات میانه AM رسم می‌کنیم تا امتداد ضلع AC را در D قطع کند. $\frac{AM}{DN}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

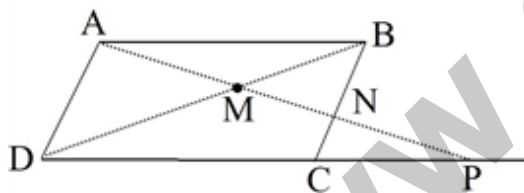


۳۴۹ وتر مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین به ضلع قائم ۱ واحد ضلع قائم مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین دیگری است. این عمل را آنقدر ادامه می‌دهیم تا وتر مثلث آخری بر روی ضلع قائم اولین مثلث قرار گیرد. وتر مثلث آخر کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۱۶ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $16\sqrt{2}$

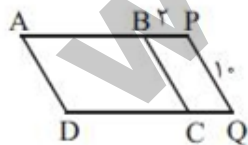
۳۵۰ در شکل روبه‌رو، $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است.

حاصل $MN \times MP$ برابر کدام است؟



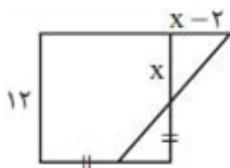
- (۱) AB^2 (۲) AD^2 (۳) MD^2 (۴) MA^2

۳۵۱ اگر دو متوازی‌الاضلاع $ABCD$ و $BPQC$ متشابه باشند، مساحت کل چند برابر مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک‌تر است؟



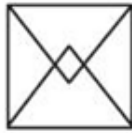
- (۱) ۲۶ (۲) ۲۵ (۳) ۲۰ (۴) ۵۰

۳۵۲ در مربع شکل مقابل، مقدار x کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) ۶

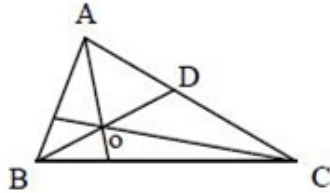
۳۵۳ در شکل زیر بر روی دو ضلع مقابل مربع، مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. اگر طول ضلع مربع ۲ باشد،



طول قطر بزرگ‌تر لوزی حاصل چه قدر است؟

- (۱) $2\sqrt{3} - 1$
 (۲) $2\sqrt{3}$
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) $2\sqrt{3} - 2$

۳۵۴ در مثلث ABC اگر $AB = 8$ ، $AC = 10$ ، $BC = 12$ و O محل برخورد نیمسازهای داخلی باشد، آنگاه نسبت



$\frac{OB}{OD}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) $\frac{2}{3}$

۳۵۵ ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه ۲۴ و نسبت دو پاره‌خطی که ارتفاع روی وتر پدید می‌آورد $\frac{9}{16}$ است. طول وتر

کدام است؟

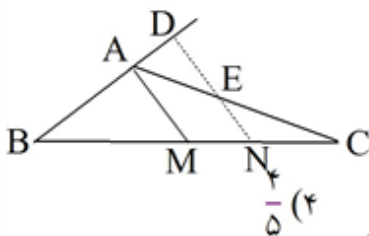
- (۱) ۴۵
 (۲) ۴۸
 (۳) ۵۰
 (۴) ۵۴

۳۵۶ در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون

دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

- (۱) $11\frac{1}{4}$
 (۲) $11\frac{1}{6}$
 (۳) $12\frac{1}{2}$
 (۴) $12\frac{1}{8}$

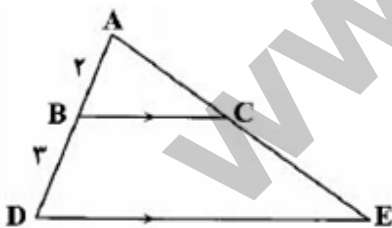
۳۵۷ در مثلث ABC ($AB = \frac{2}{3}AC$)، پاره‌خط ND موازی میانه AM است.



نسبت $\frac{AD}{AE}$ کدام است؟

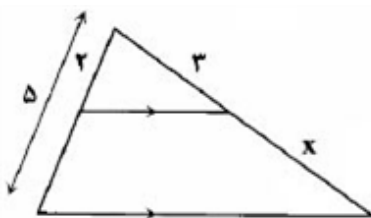
- (۱) $\frac{4}{9}$
 (۲) $\frac{5}{9}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{1}{5}$

۳۵۸ در شکل مقابل، مساحت دوزنقه چه کسری از مساحت مثلث بزرگ‌تر است؟



- (۱) $\frac{21}{25}$
 (۲) $\frac{9}{25}$
 (۳) $\frac{4}{25}$
 (۴) $\frac{3}{5}$

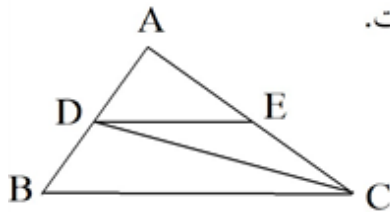
۳۵۹ با توجه به شکل مقابل، X کدام است؟



- (۱) $7/5$
 (۲) ۶
 (۳) $4/5$
 (۴) ۴

نقطه G محل تلاقی میانه‌های مثلث ABC است از G دو خط موازی دو ضلع AB و AC رسم شده است و BC را در M و N قطع کرده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث GMN است؟

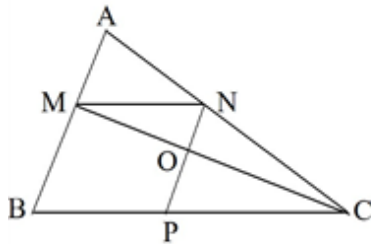
- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) ۹



در شکل مقابل، مساحت مثلث DEC شصت درصد مساحت مثلث ADE است.

مساحت دوازده چند برابر مساحت مثلث ADE است؟

- (۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{1}{44}$ (۳) $\frac{1}{56}$ (۴) $\frac{1}{64}$



در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{7}$ و چهارضلعی MNPB متوازی‌الاضلاع است.

مساحت مثلث OMN چند درصد مساحت مثلث AMN است؟

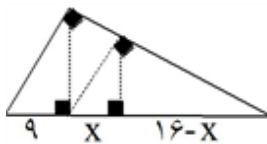
- (۱) ۶۳ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۴

در مثلث ABC، داریم $\hat{A} = 2\hat{B}$ و $BC = 6$ و $AC = 4$ ، اندازه‌ی ضلع AB کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{5}{5}$ (۴) ۶

در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع a ، $a+2$ ، $a+4$ مساحت کدام است؟

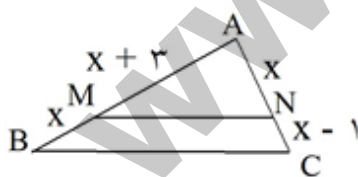
- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۴۸ (۴) ۶



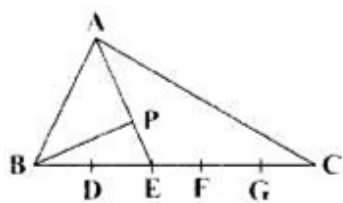
در شکل مقابل، ارتفاع هر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. اندازه‌ی X کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{54}$ (۲) $\frac{5}{36}$ (۳) $\frac{5}{76}$ (۴) $\frac{6}{75}$

در شکل مقابل، MN موازی BC است. مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{8}{9}$



ضلع BC را به ۵ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. اگر فاصله‌ی P از E، نصف

فاصله‌ی آن از A باشد، مساحت کوچک‌ترین مثلث در شکل چند برابر مساحت

بزرگ‌ترین مثلث است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{15}$ (۴) $\frac{3}{20}$

۳۶۸ در مثلث ABC ، AM و BM' میان‌های نظیر اضلاع BC و AC هستند. اگر مساحت ABC برابر ۱۲ باشد مساحت مثلث CMM' برابر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) $\frac{4}{5}$

۳۶۹ در یک مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند اگر مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{1}{5}$

مساحت مثلث اصلی باشد. نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۳۷۰ عدد \sqrt{a} واسطه‌ی هندسی بین دو عدد ۴ و m است. اگر عدد ۶ نیز واسطه‌ی هندسی بین دو عدد a و m باشد، حاصل $m - 2a$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۳ (۳) ۲۱ (۴) ۹

۳۷۱ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) اگر قطعات ایجاد شده توسط نیمساز AD روی وتر ۵ و ۱۲ باشد، تفاضل دو ضلع زاویه قائمه کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{13}$ (۲) $\frac{17}{91}$ (۳) $\frac{119}{17}$ (۴) $\frac{119}{13}$

۳۷۲ زاویه‌های مثلثی متناسب با اعداد ۶ و ۵ و ۱، می‌باشند، کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث چند برابر بزرگ‌ترین ضلع آن است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{2}$

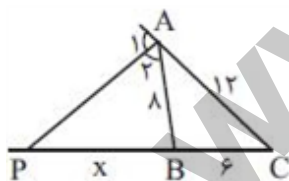
۳۷۳ در شکل مقابل محیط شش ضلعی منظم چند برابر محیط مستطیل، محیط بر آن است؟



- (۱) $3(\sqrt{2} - 1)$ (۲) $3(3 - 2\sqrt{2})$ (۳) $2(\sqrt{3} - 1)$ (۴) $3(2 - \sqrt{3})$

۳۷۴ x در شکل مقابل کدام است؟

(می‌دانیم: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$, $AC = 12$, $AB = 8$, $BC = 6$)

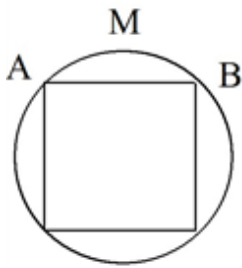


- (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۳۷۵ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، زاویه‌ی B سه برابر زاویه‌ی C است. در این مثلث مقدار $\frac{b}{c}$ چه قدر

است؟

- (۱) $2 - \sqrt{2}$ (۲) $2 + \sqrt{2}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2} - 1$



۳۷۶ در شکل مقابل ضلع مربع برابر ۲ واحد است. فاصله‌ی وسط کمان AB از نزدیک‌ترین رأس مربع چه قدر است؟

$$\begin{array}{ll} \sqrt{4-2\sqrt{2}} & (۲) \\ \sqrt{2-\sqrt{2}} & (۱) \\ \sqrt{1+\sqrt{2}} & (۴) \\ \sqrt{2} & (۳) \end{array}$$

۳۷۷ در مثلث ABC داریم $AC = ۶۰$ و $AB = ۵$ و AD نیم‌ساز زاویه‌ی A است. از نقطه‌ی D خطی موازی AB ضلع AC را در E قطع می‌کند. اندازه‌ی EC کدام است؟

$$\begin{array}{llll} ۱۵ & (۴) & ۱۳/۵ & (۳) \\ ۱۲/۵ & (۲) & ۱۲ & (۱) \end{array}$$

۳۷۸ در مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر دو قطعه به طول‌های ۸ و $4/5$ بر روی وتر ایجاد کرده است. اندازه‌ی بزرگ‌ترین ارتفاع این مثلث کدام است؟

$$\begin{array}{llll} ۱۲/۵ & (۴) & ۱۰ & (۳) \\ ۹ & (۲) & ۷/۵ & (۱) \end{array}$$

۳۷۹ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای حاصل ضرب سه ضلع، ۳ برابر ارتفاع وارد بر وتر است. اندازه‌ی وتر این مثلث کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \sqrt{3} & (۴) & \sqrt{2} & (۳) \\ ۲ & (۲) & ۱ & (۱) \end{array}$$

۳۸۰ مثلثی با اضلاع $x-1$ ، x ، و $2x-7$ و با محیط ۱۲ با مثلث دیگری متشابه است. اگر $2x+3$ بزرگ‌ترین ضلع مثلث دوم باشد، آن‌گاه تفاضل طول دو ضلع دیگر این مثلث کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 3/2 & (۴) & 3 & (۳) \\ 2/8 & (۲) & 2/6 & (۱) \end{array}$$

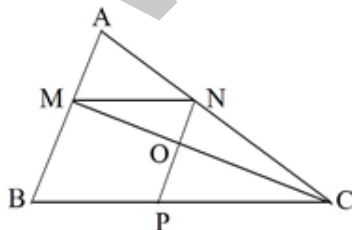
۳۸۱ محیط مثلث متساوی‌الساقین ۹ و ارتفاع وارد بر قاعده $1/5$ واحد است. مساحت مثلث کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 4 & (۴) & 3 & (۳) \\ 3\sqrt{2} & (۲) & 2\sqrt{3} & (۱) \end{array}$$

۳۸۲ ارتفاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای نصف ضلع قائم آن است. شعاع دایره گذرنده بر سه رأس این مثلث چند برابر ارتفاع این مثلث است؟

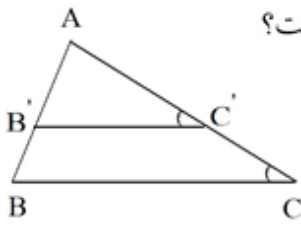
$$\begin{array}{llll} 2 & (۴) & \sqrt{3} & (۳) \\ 3/2 & (۲) & 2\sqrt{3}/3 & (۱) \end{array}$$

۳۸۳ در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{5}$ و چهارضلعی BMNP متوازی‌الاضلاع است. مساحت مثلث OMN چند درصد



مساحت مثلث AMN است؟

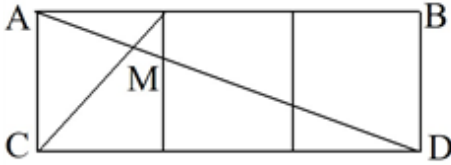
$$\begin{array}{ll} 60 & (۱) \\ 63 & (۲) \\ 70 & (۳) \\ 84 & (۴) \end{array}$$



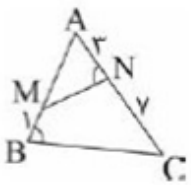
۳۸۴ در شکل زیر $\hat{C} = \hat{C}'$ و $AB = 12$ cm و $AB' = 4$ cm است AC چند برابر CC' است؟

- (۱) ۳
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{3}{2}$

۳۸۵ در شکل مقابل سه مربع با طول ضلع واحد در کنار هم قرار گرفته‌اند. طول AM کدام است؟

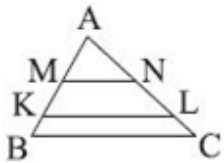


- (۱) $\frac{\sqrt{10}}{3}$
- (۲) $\frac{\sqrt{10}}{4}$
- (۳) $\frac{\sqrt{20}}{9}$
- (۴) $\frac{\sqrt{10}}{5}$



۳۸۶ در شکل مقابل اگر $\hat{N} = \hat{B}$ ، نسبت MN به BC کدام است؟

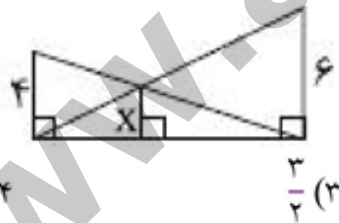
- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{3}{5}$
- (۴) $\frac{2}{5}$



۳۸۷ در مثلث ABC پاره‌خط‌های MN و KL موازی قاعده رسم شده‌اند. اگر به‌وسیله‌ی این خطوط

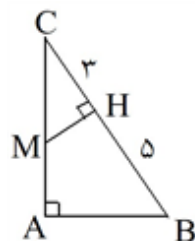
مثلث ABC به سه قسمت با مساحت‌های یکسان تقسیم شده باشد، نسبت $\frac{AM}{AK}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



۳۸۸ در شکل روبه‌رو مقدار X کدام است؟

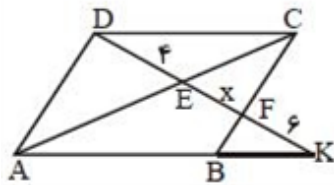
- (۱) $\frac{12}{5}$
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) ۳



۳۸۹ در شکل روبه‌رو اگر $AM = 2MC$ باشد، اندازه‌ی AC چه قدر است؟

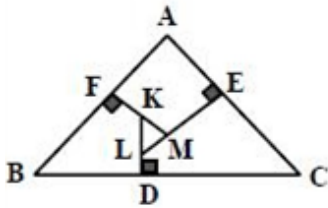
- (۱) $2\sqrt{2}$
- (۲) ۳
- (۳) $6\sqrt{2}$
- (۴) ۴

۳۹۰ در متوازی الاضلاع شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) $\sqrt{6}$
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{3}$

۳۹۱ در شکل مقابل، $BC \perp KD$ و $AC \perp LE$ و $AB \perp FM$ ، $AB = 10\text{cm}$ و $AC = 8\text{cm}$ و $KM = 2\text{cm}$ است. ML چند cm است؟



- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{6}$
(۴) $\frac{1}{8}$

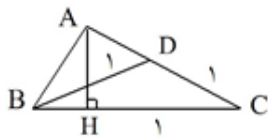
۳۹۲ قاعده‌ی یک مثلث ۱۵ سانتی‌متر است. دو پاره‌خط موازی با قاعده، متکی بر دو ضلع دیگر رسم می‌کنیم و مثلث را به سه قسمت با مساحت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم. طول پاره‌خط موازی و نزدیک‌تر به قاعده‌ی مثلث چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $5\sqrt{6}$
(۲) ۱۰
(۳) $2\sqrt{3}$
(۴) $\frac{7}{5}$

۳۹۳ اگر نسبت دو ضلع قائمه‌ی یک مثلث قائم‌الزاویه $\frac{1}{2}$ باشد، آن‌گاه نسبت پاره‌خط‌های متناظری که ارتفاع وارد از رأس قائمه بر وتر پدید می‌آورد برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{5}$

۳۹۴ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، ارتفاع AH است و نقطه‌ی D به گونه‌ای روی ضلع AC قرار دارد که $BD = DC = CH = 1$ می‌باشد. اندازه‌ی ضلع AC کدام است؟



- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\sqrt{3}$
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{2}$

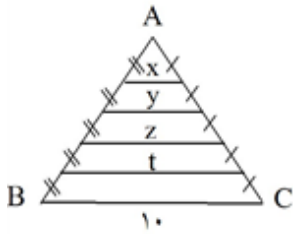
۳۹۵ اندازه‌های میانه‌های یک مثلث قائم‌الزاویه که از رأس‌های زاویه‌های حاده ترسیم می‌شوند، برابر با ۵ و $2\sqrt{10}$ می‌باشد.

اندازه‌ی وتر مثلث قائم‌الزاویه کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) $2\sqrt{40}$
(۳) $\sqrt{13}$
(۴) $2\sqrt{13}$

۳۹۶ در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه‌های وتر c و ضلع a دو عدد صحیح متوالی‌اند. مربع ضلع دیگر برابر است با:

- (۱) ca
(۲) $\frac{c}{a}$
(۳) $c + a$
(۴) $c - a$



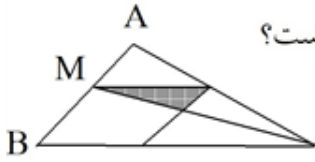
۳۹۷ در شکل مقابل مجموع ۴ پاره خط $x + y + z + t$ کدام است؟

۲۰ (۱)

۲۴ (۲)

۲۵ (۳)

۳۰ (۴)



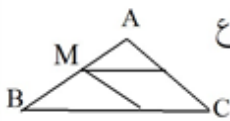
۳۹۸ در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت مثلث سایه زده چند درصد مساحت متوازی الاضلاع است؟

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)



۳۹۹ در شکل مقابل $AM = \frac{2}{3} MB$ و چهار ضلعی متوازی الاضلاع است. مساحت متوازی الاضلاع

چند درصد مساحت مثلث ABC است؟

۶۰ (۴)

۵۴ (۳)

۵۰ (۲)

۴۸ (۱)

۴۰۰ در مثلث ABC داریم $AC = \frac{\sqrt{5}}{2} AB$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث

ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

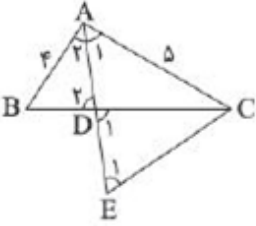
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱

$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{C} \\ \frac{CD}{AC} = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle CD \sim \triangle ABC \quad (\text{دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر})$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 8$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 6 + 3 + 9 + 8 = 26$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲
مثلث CDE متساوی الساقین است داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}_1 = \hat{E}_1 \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_2} \hat{D}_2 = \hat{E}_1 \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACE$$

$$\Rightarrow \frac{\text{محیط } \triangle ABD}{\text{محیط } \triangle ACE} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5} = 0.8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳

$$\triangle MNB: AE \parallel MN \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{AM}{AB} = \frac{NE}{EB} \quad (1)$$

$$\triangle ACE: DN \parallel AE \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{AD}{AC} = \frac{NE}{EC} = \frac{NE}{EB} \quad (2)$$

دقت کنید AE میانه است و $BE = EC$.

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AD}{AM} = \frac{5}{3}$$

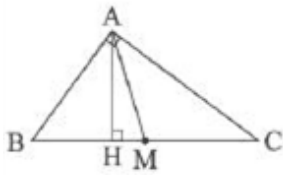
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{BCED}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AED}} = \frac{1}{4} \xrightarrow{BC \parallel ED} BC = \frac{DE}{2} \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \begin{cases} AC = CE \\ AB = BD \Rightarrow AF = 2EF \quad (1) \\ AE = EF \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AEB: BC \parallel ED \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \\ \triangle AFD: BE \parallel DF \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow AE^2 = AF \times AC \xrightarrow{(1)} \text{از}$$

$$AE^2 = CE \times 2EF \Rightarrow AE^2 = 2CE \times EF$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵



$$\begin{cases} AC - AB = 1 \\ AC + AB = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC = 4 \\ AB = 3 \end{cases} \Rightarrow BC = 5$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 9 = BH \times 5 \Rightarrow BH = \frac{9}{5}$$

$$MH = BM - BH = \frac{5}{2} - \frac{9}{5} = \frac{7}{10}$$

$$MH \times BC = \frac{7}{10} \times 5 = \frac{7}{2} = 3.5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶

$$\left. \begin{array}{l} \triangle FKD \sim \triangle KBC \Rightarrow \frac{FD}{BC} = \frac{FK}{CK} \\ \triangle ABC: EF \parallel BC \Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC} \end{array} \right\} \xrightarrow{EF=FD} \frac{FK}{CK} = \frac{AF}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{FK}{6} = \frac{9}{15 + FK} \Rightarrow FK^2 + 15FK - 54 = 0 \Rightarrow (FK + 18)(FK - 3) = 0 \Rightarrow FK = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷

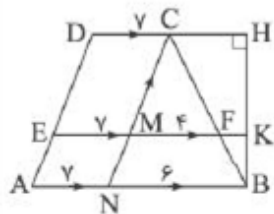
با نوشتن تالس جزء به کل در مثلث‌های ABD و CBD به روابط زیر می‌رسیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{EF}{AB} = \frac{DF}{BD} \\ \frac{EF}{CD} = \frac{BF}{BD} \end{array} \right. \xrightarrow{+} \frac{EF}{3} + \frac{EF}{6} = 1 \Rightarrow \frac{3EF}{6} = 1 \Rightarrow EF = 2$$

۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

از نقطه C به موازات AD رسم می‌کنیم، ANCD متوازی‌الاضلاع است.



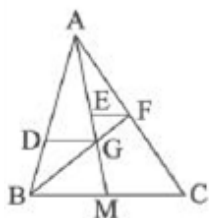
$$\triangle BCN: MF \parallel BN \Rightarrow \frac{MF}{BN} = \frac{CF}{BC} = \frac{2}{6} = \frac{2}{3} \quad (*)$$

$$\triangle BCH: KF \parallel CH \Rightarrow \frac{KH}{BH} = \frac{FC}{BC} \xrightarrow{BH=9} \frac{KH}{BH} = \frac{2}{3} \Rightarrow KH = 6$$

$$S_{EFCD} = \frac{(7+11) \times 6}{2} = 54$$

۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



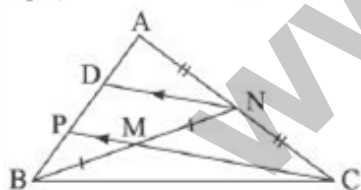
$$\begin{cases} \triangle AMC: EF \parallel MC \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{MC} = \frac{1}{2} \\ \triangle ABM: DG \parallel BM \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{DG}{BM} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{BM=MC} \frac{EF}{MC} = \frac{1}{2} = \frac{EF}{DG} = \frac{3}{4}$$

۱۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

از نقطه N خطی موازی CP رسم می‌کنیم تا ضلع AB را در D قطع کند. M وسط BN و N وسط AC است پس:



$$\begin{cases} BM = MN \\ AN = NC \end{cases}$$

$$\triangle BND: MP \parallel ND \Rightarrow \frac{BP}{PD} = \frac{BM}{MN} = 1 \Rightarrow BP = PD$$

$$\triangle APC: CP \parallel ND \Rightarrow \frac{AD}{DP} = \frac{AN}{NC} = 1 \Rightarrow AD = DP$$

$$\frac{BP}{AP} = \frac{1}{2}$$

بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱)

$$\frac{MN}{NP} = \frac{MP}{PQ} = \frac{4}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب در منخرج}} \frac{MN}{MP} = \frac{MP}{MQ} = \frac{4}{7}$$

سؤال طول MQ را داده پس:

$$\frac{MP}{MQ} = \frac{4}{7} \xrightarrow{MQ=14} MP = 8$$

$$PQ = MQ - MP = 14 - 8 = 6$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲)

$$EF \parallel BC, \Delta_{AEF} \sim \Delta_{ABC} \Rightarrow \frac{S_{\Delta_{AEF}}}{S_{\Delta_{ABC}}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 \xrightarrow{\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}}} \frac{16}{100} \Rightarrow \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \frac{16}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{4}{5} \text{ (۱)}$$

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \xrightarrow{\text{از (۱)}} \frac{4}{5} = \frac{3}{3+DC} \Rightarrow 6 + 2DC = 15 \Rightarrow DC = \frac{9}{2} = 4.5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال، شکل مقابل را خواهیم داشت: (۱۳)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \\ ND = NF \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{F} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{F}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}_1 = \hat{F} \\ \hat{M}ED = \hat{N}EF = \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \Delta_{DME} \approx \Delta_{FNE}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta_{DME}}}{S_{\Delta_{NEF}}} = \left(\frac{ME}{NE}\right)^2 = \left(\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} = 0.75$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه‌ی تالس داریم: ۱۴

$$\triangle AMN : EF \parallel MN \Rightarrow \frac{AE}{ME} = \frac{AF}{FN} \Rightarrow \frac{2}{ME} = \frac{3}{6} \Rightarrow ME = 4$$

$$\triangle ABC : MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{9}{NC} \Rightarrow NC = \frac{9}{2}$$

$$\triangle ABC : MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{8}{BC} \Rightarrow BC = 12$$

بنابراین $AB = 2 + 4 + 3 = 9$ و $AC = 3 + 6 + \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$ و $BC = 12$

پس:

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 9 + \frac{27}{2} + 12 = 34\frac{5}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{A}_1 = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ABD \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB^2 = BD \times BC$$

$$\Rightarrow AB^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AB = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\frac{MA}{MB} = \frac{3}{7} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{MA + MB}{MB} = \frac{3 + 7}{7} \Rightarrow \frac{AB}{MB} = \frac{10}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{MB} = \frac{10}{7} \Rightarrow MB = 14 \Rightarrow MA = 6$$

$$\frac{NB}{NA} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{NB + NA}{NA} = \frac{3 + 2}{2} \Rightarrow \frac{20}{NA} = \frac{5}{2} \Rightarrow NA = 8$$

$$MN = NA - AM = 8 - 6 = 2$$

ما مقدار MN را می‌خواهیم:



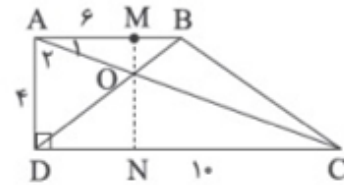
۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$ است. پس مثلث های AMO و ADC با هم در حالت تساوی ۳ زاویه ی متشابه هستند.
از طرفی مثلث های AOB و ODC نیز متشابه هستند:

$$\triangle AOB \sim \triangle ODC \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{OM}{ON}$$

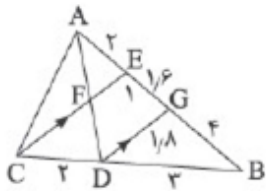
$$\Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{OM}{ON} \xrightarrow{\text{تخریب در مخرج}} \frac{6}{10+6} = \frac{OM}{ON+OM}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{OM}{AD} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{OM}{4} \Rightarrow OM = \frac{3}{2}$$



$$\triangle AOM \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{OM}{AD} = \frac{AM}{DC} \Rightarrow \frac{3/2}{4} = \frac{AM}{10} \Rightarrow AM = \frac{15}{4}$$

$$S_{\triangle AMO} = \frac{AM \times OM}{2} = \frac{\frac{15}{4} \times \frac{3}{2}}{2} = \frac{45}{16}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از D پاره خط DG را موازی CE رسم می کنیم. با توجه به اینکه $DG \parallel CE$ ، پاره خط های EG و GB را ۲x و ۳x می نامیم:

$$2x + 3x = 4 \Rightarrow 5x = 4$$

$$x = \frac{4}{5} = 0.8 \Rightarrow EG = 2x = 1.6$$

حال از تالس در مثلث ADG داریم:

$$\frac{FE}{DG} = \frac{AF}{AG} \Rightarrow \frac{1}{DG} = \frac{2}{3/6} \Rightarrow DG = 1/8$$

و از تالس در مثلث CBE داریم:

$$\frac{DG}{CE} = \frac{DB}{CB} \Rightarrow \frac{1/8}{CE} = \frac{3}{5} \Rightarrow CE = 3$$

$$CE = CE - FE = 3 - 1 = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $\hat{D}_1 = \hat{B}$ ، پس طبق قضیه ی خطوط موازی داریم $BC \parallel DE$. پس می توان از قضیه ی تالس و یا تعمیم آن استفاده کرد.
طبق تعمیم قضیه ی تالس، داریم:

$$\frac{AD}{AD+2} = \frac{9}{15} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5AD = 3AD + 6 \Rightarrow 2AD = 6 \Rightarrow AD = 3$$

$$AB = 3 + 2 = 5$$

دقت شود که مسئله طول پاره خط AB را می خواهد:

۱۹

20

گزینه 4 پاسخ صحیح است.

ABCD دوزنقه است و خطوط EF و GH به موازات قاعده‌ها رسم شده‌اند بنابراین:

$$\frac{AE}{GD} = \frac{BF}{HC} \Rightarrow AE \times HC = GD \times BF \Rightarrow (xy - 2y) \left(\frac{x+3}{y} \right) = 3 \times 2$$

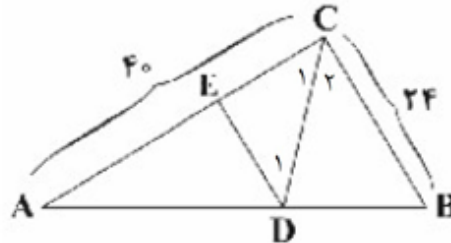
$$x = -4 \text{ غ ق ق}$$

$$y(x-2) \frac{(x+3)}{y} = 6 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow \text{یا}$$

$$x = 3 \text{ قابل قبول}$$

21

گزینه 2 پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} \text{مثلاً } CDE \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1 \\ BC \parallel DE ; CD \text{ مورب} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1 \end{cases} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

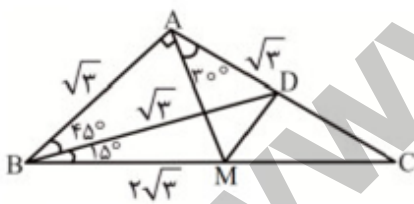
پس می‌توان نتیجه گرفت $EC = ED$. حال از تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{AE}{40} = \frac{EC}{24} \xrightarrow{EC = 40 - AE} \frac{AE}{40} = \frac{40 - AE}{24}$$

$$\xrightarrow{AE = x} 24x = 1600 - 40x \Rightarrow 64x = 1600 \Rightarrow x = \frac{1600}{64} = 25$$

22

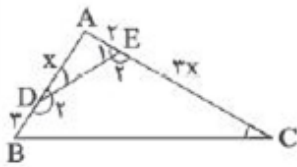
گزینه 3 پاسخ صحیح است.

چون $\sqrt{3}^2 + 3^2 = (2\sqrt{3})^2$ پس مثلث ABC قائم‌الزاویه بودهو $\hat{B} = 60^\circ$ است.

$$\Rightarrow AD = AB = AM$$

مثلث AMB متساوی‌الاضلاع، پس مثلث AMD متساوی‌الساقین و در مثلث AMD داریم:

$$\hat{M} = \frac{180 - 30}{2} = 75 \Rightarrow \hat{DMC} = 180 - (60 + 75) = 45^\circ$$



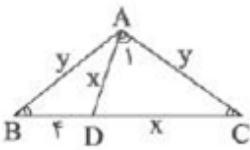
$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} + \hat{D}_2 = 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{E}_3 = 180^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \\ \hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 180^\circ \end{array} \Rightarrow \hat{C} = \hat{D}_1 \\ \hat{B} = \hat{E}_1 \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2+x} = \frac{x}{3x+2} \Rightarrow x^2 + 3x = 6x + 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

نسبت مساحت این دو مثلث برابر است با مربع نسبت تشابه آنها:

$$k = \frac{AE}{AB} = \frac{2}{5}$$

$$k^2 = \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4}{49} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{S_{BCED}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{45}{49}$$

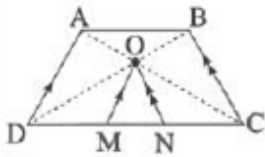


$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \\ AD = CD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زز}} \triangle ACD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{x+4} \Rightarrow y^2 = x^2 + 4x$$

از طرفی نصف y واسطه هندسی x و 4 است پس:

$$\left(\frac{y}{2}\right)^2 = 4x \Rightarrow y^2 = 16x \Rightarrow x^2 + 4x = 16x \Rightarrow x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 12$$

$$y^2 = 16x \Rightarrow y^2 = 16 \times 12 \Rightarrow y = 8\sqrt{3}$$



$$\triangle ACD: OM \parallel AD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DM}{CD} = \frac{OA}{AC}$$

$$\triangle BCD: ON \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{NC}{CD} = \frac{OB}{BD}$$

$$\triangle OAB \sim \triangle OCD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$$

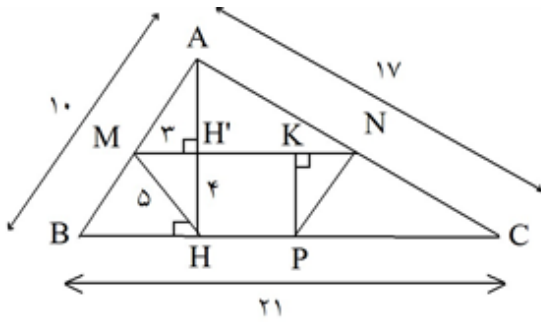
$$\Rightarrow \frac{DM}{CD} = \frac{NC}{CD} \Rightarrow DM = NC = 6 \Rightarrow CD = DM + MN + NC = 6 + 3 + 6 = 15$$

می‌دانیم اگر ارتفاع دو مثلث با هم برابر باشد، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌های آنها است.

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{CD}{BD} = \frac{4}{1} \Rightarrow BD = \frac{CD}{4}$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{CD}{DE} = \frac{3}{1} \Rightarrow DE = \frac{CD}{3}$$

$$\frac{S_{\triangle ACE}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{CE}{BE} = \frac{CD - DE}{BD + DE} = \frac{\frac{2}{3}CD}{\frac{7}{12}CD} = \frac{8}{7}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت. M وسط AB و N وسط AC است. پس $MN = \frac{BC}{2} = \frac{21}{2}$ و در ضمن بنابر قضیه تالس ارتفاع AH را نیز نصف می‌کند پس:

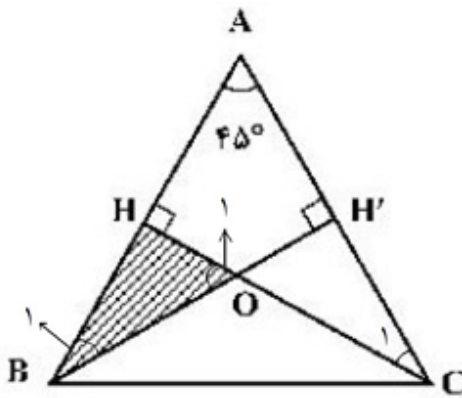
$$HH' = \frac{AH}{2} = 4$$

در ضمن در مثل قائم‌الزاویه ABH پاره‌خط HM میانه ی وارد بر وتر است پس:

$$HM = \frac{AB}{2} = 5$$

پس در مثل قائم‌الزاویه MHH' طول پاره‌خط MH' برابر ۳ می‌شود. در صورتی که عمود PK را بر MN وارد کنیم آن‌گاه $NK = 3$ پس $H'K = \frac{21}{2} - (3 + 3) = \frac{9}{2}$ پس $PH = H'K = \frac{9}{2}$ بنابراین:

$$S_{MHPN} = \frac{1}{2} HH' (MN + HP) = \frac{1}{2} (4) \left(\frac{21}{2} + \frac{9}{2} \right) = 2 \times \frac{30}{2} = 30$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در صورت سؤال مشخص نشده ساق بعدی مثلث متساوی‌الساقین ABC کدام است. فرض کنیم: $AB = AC = 8$. در این صورت مثلث‌های قائم‌الزاویه ACH و ABH' متساوی‌الساقین هم خواهند بود. بنابراین:

$$\triangle AHC : AC^2 = AH^2 + CH^2 \xrightarrow{AH = CH} 8^2 = 2AH^2$$

$$\Rightarrow AH^2 = 32 \Rightarrow AH = 4\sqrt{2}$$

$$BH = AB - AH \Rightarrow BH = 8 - 4\sqrt{2}$$

در ضمن در مثل قائم‌الزاویه OBH چون $\hat{B}_1 = 45^\circ$ پس $\hat{O}_1 = 45^\circ$ در نتیجه $OH = BH = 8 - 4\sqrt{2}$ داریم:

$$S_{OBH} = \frac{1}{2} BH \times OH = \frac{1}{2} (8 - 4\sqrt{2})^2 = \frac{16}{2} (2 - \sqrt{2})^2 = 8(6 - 4\sqrt{2})$$

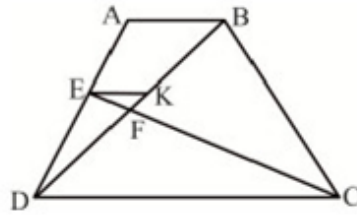
$$= 16(3 - 2\sqrt{2}) = \frac{16(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})}{3 + 2\sqrt{2}} = \frac{16}{3 + 2\sqrt{2}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو مثلث ABC و ADE مشابه‌اند. پس:

$$\frac{S}{2S} = \left(\frac{DE}{8} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{DE^2}{64} \Rightarrow DE^2 = 32 \Rightarrow DE = 4\sqrt{2}$$

۳۰

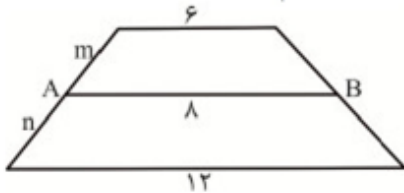
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
از نقطه‌ی E به موازات قاعده‌ها پاره‌خط EK را رسم می‌کنیم. در مثلث ADB، EK نصف ضلع AB است، پس $EK = ۲$. حال مثلث‌های EFK و DFC با دو زاویه‌ی برابر متشابه‌اند، بنابراین داریم:



$$\frac{EK}{CD} = \frac{EF}{FC} \Rightarrow \frac{۲}{CD} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow CD = ۱۲$$

۳۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل مقابل و به کمک قضیه‌ی تالس در ذوزنقه داریم:

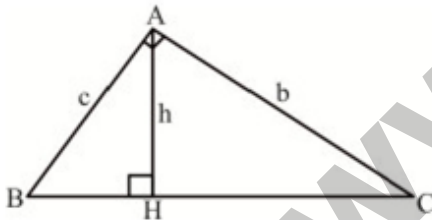


$$\lambda = \frac{m \times ۱۲ + n \times ۶}{m + n} \Rightarrow \lambda m + \lambda n = ۱۲m + ۶n$$

$$\Rightarrow ۲n = ۴m \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

۳۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} b^2 = \lambda a \\ b^2 = ۲c^2 \end{cases} \Rightarrow c^2 = ۲a$$

با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\begin{cases} b^2 = \lambda a \\ c^2 = ۲a \end{cases} \Rightarrow CH = \lambda, BH = ۲$$

کوتاه‌ترین ارتفاع، ارتفاع وارد بر وتر است. پس:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow AH^2 = ۲ \times \lambda = ۱۶ \Rightarrow AH = ۴$$

۳۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر $EM = y$ فرض کنیم، داریم:

$$\widehat{ADC} : EN \parallel DC \Rightarrow \frac{y+5}{11} = \frac{x}{x+3} \text{ (۱)}, \widehat{ABD} : EM \parallel AB \Rightarrow \frac{3}{x+3} = \frac{y}{8} \Rightarrow y = \frac{24}{x+3} \text{ (۲)}$$

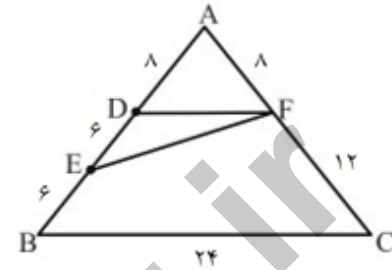
$$\xrightarrow{\text{از (۱) و (۲)}} \frac{\frac{24}{x+3} + 5}{11} = \frac{x}{x+3} \Rightarrow 11x = 24 + 5x + 15 \Rightarrow 6x = 39 \Rightarrow x = \frac{39}{6} = \frac{13}{2} = 6.5$$

۳۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ارتفاع مثلث ABC برابر $16 = \sqrt{20^2 - 12^2}$ است. داریم:

$$S_{DEF} = \frac{6}{8} S_{ADF} \text{ (۱)}$$

$$DF \parallel BC \Rightarrow \triangle ADF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{ADF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{8}{20}\right)^2 \text{ (۲)}$$



$$\xrightarrow{\text{از (۱) و (۲)}} S_{DEF} = \frac{6}{8} \left(\frac{8}{20}\right)^2 S_{ABC} \xrightarrow{S_{ABC} = \frac{1}{2}(16)(24) = 192} S_{DEF} = 23.04$$

$$\xrightarrow{\text{از (۱)}} S_{ADF} = \frac{8}{6} S_{DEF} = \frac{8}{6} \times 23.04 = 30.72$$

بنابراین:

$$S_{BEFC} = S_{ABC} - S_{ADF} - S_{DEF}$$

$$S_{BEFC} = 192 - 30.72 - 23.04 = 138.24$$

۳۵

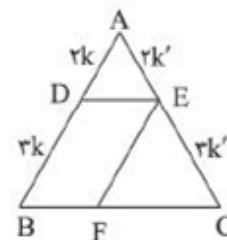
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AD = 2k \\ DB = 3k \end{cases}$$

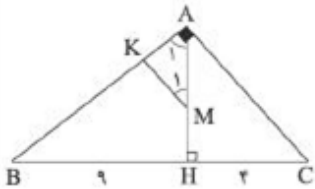
$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\triangle CEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CE}{AC}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{DEFB}}{S_{ABC}} = 1 - \left(\frac{4}{25} + \frac{9}{25}\right) = \frac{12}{25} = 0.48$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$AH^2 = BH \times CH = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_1 \\ \hat{M}_1 + \hat{A}_1 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{B} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زز}} \triangle MK \sim \triangle BH \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AK}{AH} = \frac{MK}{BH}$$

$$AB^2 = BH \times BC = 9 \times 13 \Rightarrow AB = 3\sqrt{13}$$

بنابر روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH^2 = BH \times CH = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \times 6}{3\sqrt{13}} = \frac{MK}{9} \Rightarrow MK = \frac{9}{\sqrt{13}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

پاره‌خط MN و ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. طبق عکس تالس داریم:



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

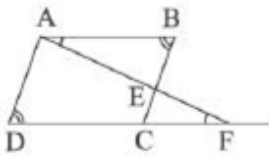
$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} \quad (2)$$

در مثلث ABC، N وسط AC و $NK \parallel AH$ ، پس $NK = \frac{1}{2} AH$. با توجه به رابطه (۱) داریم:

$$\frac{S_{\triangle MNK}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times NK \times MN}{\frac{1}{2} AH \times BC} = \frac{\frac{1}{2} AH \times \frac{1}{2} BC}{AH \times BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\triangle MNK} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} \quad (3)$$

$$(2), (3) \Rightarrow S_{\triangle ANKM} = S_{\triangle AMN} + S_{\triangle MNK} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} + \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون در متوازی‌الاضلاع، زوایای مقابل با هم مساوی هستند، پس:



$$\widehat{ADF} = \widehat{ABE}$$

از طرفی داریم:

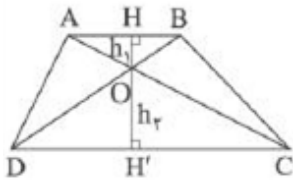
$$AB \parallel DF \Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{AFD}$$

پس از روابط فوق می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث ABE و FDA متشابه هستند (به حالت دو زاویه مساوی) و بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{AB}{DF} = \frac{BE}{AD} \Rightarrow BE \times DF = AB \times AD$$

چون $AD = BC$ است، پس: $BE \times DF = AB \times BC$.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



دو مثلث OAB و ODC متشابه هستند (به حالت دو زاویه مساوی)، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{OH}{OH'} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{OH}{OH + OH'} = \frac{2}{2 + 3} \Rightarrow \frac{OH}{HH'} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{\triangle OAB}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} OH \times AB}{\frac{1}{2} HH' \times (AB + CD)} = \frac{\frac{2}{5} HH' \times AB}{HH' \times (AB + \frac{3}{2} AB)} = \frac{\frac{2}{5} AB}{\frac{5}{2} AB} = \frac{4}{25} = 0.16$$

پس مساحت مثلث OAB، ۱۶ درصد مساحت دوزنقه ABCD است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$\triangle ABC \sim \triangle AHC$ چون زاویه C مشترک و $\widehat{H} = \widehat{A} = 90^\circ$ می‌باشد، پس:

$$\frac{HH'}{AH} = \frac{AC}{BC}$$

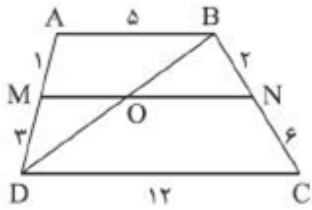
اعداد فیثاغورسی $BC = 5 \times 5 = 25$ در مثلث ABC

$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow AH = \frac{20 \times 15}{25} = 12$$

$$\Rightarrow HH' = 12 \times \frac{15}{25} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از قضیه تالس در دوزنقه داریم:

۴۱



$$\frac{x}{x+2} = \frac{3x-1}{2x+4} \Rightarrow 2x^2 + 2x = 3x^2 + 6x - x - 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = -2$$

$x = 1$ قابل قبول است. حال با رسم یک قطر دوزنقه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{در مثلث } \triangle DAB: \frac{MO}{AB} = \frac{DM}{AD} \Rightarrow \frac{MO}{5} = \frac{1}{4} \Rightarrow MO = \frac{5}{4} \\ \text{در مثلث } \triangle DBC: \frac{ON}{DC} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{ON}{12} = \frac{2}{8} \Rightarrow ON = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow MO + ON = \frac{27}{4}$$

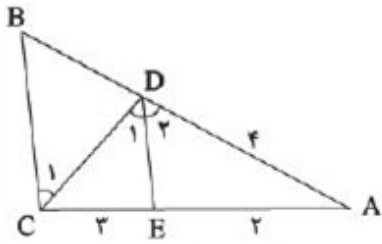
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۲

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}EC + \hat{E}_1 = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{E}_1 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{D}EC = \hat{A} \\ \hat{C} \text{ زاویه مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} \triangle ABC \sim \triangle DCE$$

$$\frac{BC}{DC} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow AC = \frac{BC \times CE}{DC} = \frac{10 \times 6}{\frac{20}{3}} = 9$$

$$AD = AC - DC = 9 - \frac{20}{3} = \frac{7}{3}$$



$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel BC \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \\ DE \parallel BC \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \\ DE \parallel BC \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}_1 \Rightarrow BD = CD \quad (*)$$

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE} \xrightarrow{(*)} \frac{AD}{CD} = \frac{AE}{CE}$$

$$\Rightarrow AD \times CE = AE \times CD \Rightarrow 4 \times 3 = 2 \times CD \Rightarrow CD = 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{DPK} = \hat{FPE} \text{ متقابل به راس} \\ \hat{KDP} = \hat{PEF} = 60^\circ \end{array} \right. \xrightarrow{\text{زز}} \triangle DKP \sim \triangle PEF \Rightarrow \frac{S_{\triangle DKP}}{S_{\triangle PEF}} = \left(\frac{DP}{PE} \right)^2 \quad (1)$$

$$\triangle BFG: (PE \parallel FG) \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BE}{BG} = \frac{PE}{FG} \Rightarrow \frac{7}{12} = \frac{PE}{5}$$

$$\Rightarrow PE = \frac{35}{12} \Rightarrow DP = DE - PE = 4 - \frac{35}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{S_{\triangle DKP}}{S_{\triangle PEF}} = \left(\frac{\frac{13}{12}}{\frac{35}{12}} \right)^2 = \frac{169}{1225}$$

۴۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر ضلع DC در مثلث BDC، AB می‌باشد، پس:

$$S_{\triangle BDC} = \frac{DC \times AB}{2} = \frac{6 \times 10}{2} = 30$$

$$EC = \frac{1}{6}BC \Rightarrow BE = \frac{5}{6}BC \Rightarrow BE = 5EC$$

$$\frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{BE}{BC} \xrightarrow{\text{ارتفاع دو مثلث یکی است}} \frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{\frac{5}{6}BC}{BC} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BDE} = 30 \times \frac{5}{6} = 25$$

۴۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک قضیه‌ی تالس تعمیم یافته داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{\frac{5}{2}DE} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$$

از طرفی به کمک قضیه‌ی تالس تعمیم یافته در مثلث ABE داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE} \Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{2}{5} \Rightarrow AF = 2k, AE = 5k \Rightarrow FE = 3k$$

حال با به‌کارگیری دوباره‌ی قضیه‌ی تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{5k}{AC} \Rightarrow AC = 12.5k \Rightarrow CE = 7.5k$$

$$\frac{AE}{CF} = \frac{5k}{7.5k + 3k} = \frac{5}{10.5} = \frac{10}{21}$$

بنابراین داریم:

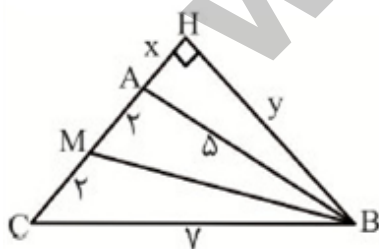
۴۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $DO^2 = AO \times OC$ پس DO ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه ADC است. مثلث BOC در رأس O قائمه است و داریم:

$$BC^2 = 2^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۴۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$x^2 + y^2 = 25$$

$$(4 + x)^2 + y^2 = 49$$

$$(4 + x)^2 - x^2 = 24 \Rightarrow 16 + 8x = 24 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow MH = 2 + 1 = 3$$

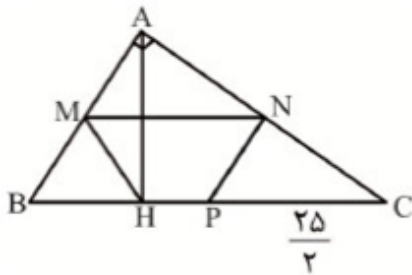
۴۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر AP و ارتفاع وارد بر آن در مثلث OAP را x و h فرض کنیم، $AB = 4x$ است. چون OAP و OMN متشابهند و $MN = \frac{1}{2}AB = 2x$ ، پس ارتفاع OMN برابر $2h$ و ارتفاع ذوزنقه $ABMN$ برابر $3h$ و چون M و N وسط اضلاع هستند، ارتفاع ABC وارد بر AB برابر $6h = 2 \times 3h$ است.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 6h \times 4x = 24 \times \frac{1}{2} \times hx = 24 S_{OAP}$$

۵۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



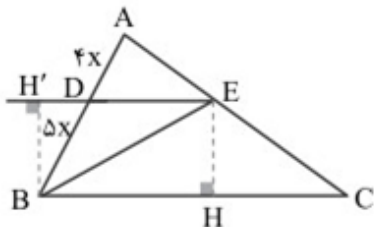
$$BC = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25 \Rightarrow MN = \frac{25}{2}, MH = \frac{AB}{2} = 3/5$$

$$AH = \frac{7 \times 24}{25} \Rightarrow CH = \sqrt{24^2 - \frac{7^2 \times 24^2}{25^2}} = \frac{24^2}{25}$$

$$\text{محیط} = MH + MN + PN + PH = 7 + \frac{24^2}{25} = 30/0.4$$

۵۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو مثلث EBC و EBD دارای ارتفاع‌های مساوی EH و BH' هستند. پس نسبت مساحت‌های آنها برابر نسبت قاعده‌های نظیرشان است.

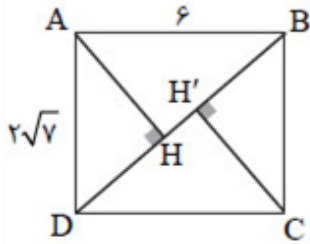


$$\frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{BC}{DE}$$

از طرف دیگر بنا بر فرض سوال اگر AD را $4x$ انتخاب کنیم آنگاه BD برابر $5x$ است. داریم:

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{4x}{9x} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{9}{4} = 2/25$$

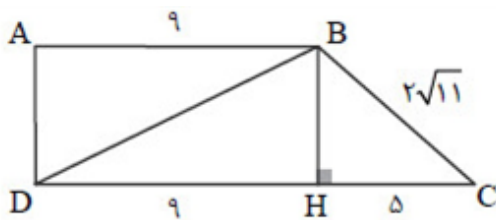
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت و باید طول HH' را به دست آوریم. از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه استفاده می‌کنیم.



$$\begin{aligned} \triangle ABD: BD^2 &= AD^2 + AB^2 = 28 + 36 = 64 \Rightarrow BD = 8 \\ \triangle ABD: AD^2 &= DH \times DB \Rightarrow 28 = DH \times 8 \Rightarrow DH = \frac{28}{8} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$HH' = BD - (DH + BH') = 8 - \left(\frac{7}{2} + \frac{7}{2}\right) = 1$$

به همین ترتیب $BH' = \frac{7}{2}$ پس داریم:



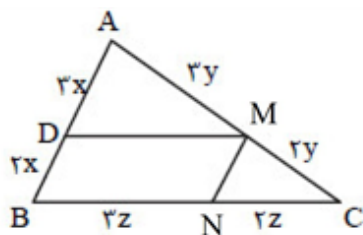
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع BH در دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی $ABCD$ را رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی BHC می‌نویسیم:

$$BH^2 = BC^2 - CH^2 = 44 - 25 = 19 \Rightarrow BH = \sqrt{19}$$

حال در مثلث قائم‌الزاویه‌ی BDH داریم:

$$BD^2 = BH^2 + DH^2 = 19 + 81 = 100 \Rightarrow BD = 10$$

پس قطر کوچک‌تر دوزنقه برابر ۱۰ است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال اگر $AD = 3x$ آن‌گاه $BD = 2x$ پس با استفاده از رابطه‌ی تالس اندازه‌های روی شکل را خواهیم داشت.

حال مساحت متوازی‌الاضلاع و مساحت مثلث را با استفاده از سینوس زاویه‌ی B به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{BDMN}}{S_{ABC}} = \frac{BD \times BN \times \sin \hat{B}}{\frac{1}{2} AB \times BC \sin \hat{B}} = \frac{(2x)(2z)}{\frac{1}{2}(5x)(5z)} = \frac{12}{25}$$

و عدد $\frac{12}{25}$ مساوی $\frac{48}{100}$ و معادل ۴۸ درصد است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث ABH داریم: ۵۵

$$BH^2 = BH' \times AB \Rightarrow BH^2 = (3)(12 + 3) = 45 \Rightarrow BH = 3\sqrt{5}$$

دو مثلث ABC و ABH با هم متشابه هستند، بنابراین:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{15}{BC} = \frac{3\sqrt{5}}{15}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{5} \times BC = 15 \times 15 \Rightarrow BC = \frac{225}{3\sqrt{5}} = 15\sqrt{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۶

دو مثلث EFB و DFC به دلیل متقابل به رأس بودن در F و برابر بودن زاویه‌های B و D (قضیه خطوط موازی و مورب) با هم متشابه هستند، نسبت تشابه آنها برابر است با:

$$EB = 2AE \Rightarrow EB = \frac{2}{3}AB$$

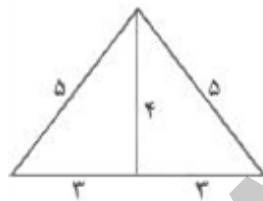
$$K = \frac{EB}{DC} = \frac{\frac{2}{3}AB}{DC} \xrightarrow{AB=DC} K = \frac{2}{3}$$

در نهایت نسبت مساحت این دو مثلث را که برابر K^2 می‌باشد به دست می‌آوریم:

$$K^2 = \frac{4}{9}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۷

مثلث به اضلاع ۵، ۵ و ۶ متساوی‌الساقین است و مساحت آن برابر $\frac{4 \times 6}{2} = 12$ می‌شود. مساحت مثلث دوم هم ۳۶ است. اگر نسبت تناسب را k فرض کنیم، داریم:



$$k^2 = \frac{36}{12} = 3 \Rightarrow k = \sqrt{3}$$

محیط مثلث دوم k برابر محیط مثلث اول است:

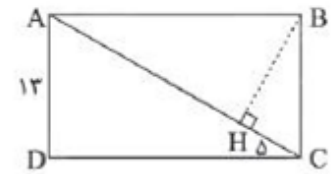
$$\text{محیط مثلث دوم} = \sqrt{3}(5 + 5 + 6) = 16\sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه ABC می‌دانیم:

$$BC^2 = CH \times AC \Rightarrow (13)^2 = 5 \times AC \Rightarrow AC = \frac{169}{5}$$

$$AH = AC - CH = \frac{169}{5} - 5 = \frac{144}{5}$$

$$AB^2 = AH \times AC \Rightarrow (AB)^2 = \left(\frac{144}{5}\right)\left(\frac{169}{5}\right) \Rightarrow AB = \frac{12 \times 13}{5}$$



در نهایت $AB + AH$ را به دست می‌آوریم:

$$AB + AH = \frac{12 \times 13}{5} + \frac{144}{5} = 60$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{289 - 64} = 15$$

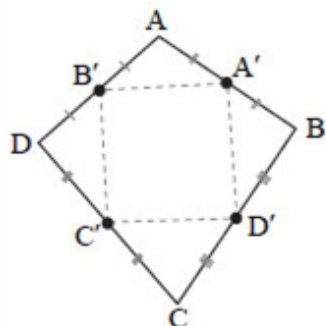
دو مثلث ABC و CDE به دلیل برابری دو زاویه متقابل به رأس C و $\hat{A} = \hat{E} = 90^\circ$ ، متشابه بوده و نسبت تشابه

این دو مثلث برابر $a = \frac{AB}{DE} = \frac{15}{3} = 5$ است. با استفاده از نسبت تشابه طول CE و CD را به دست می‌آوریم:

$$5 = \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow 5 = \frac{8}{CE} = \frac{17}{CD} \Rightarrow CE = \frac{8}{5}, CD = \frac{17}{5}$$

$$\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}} = \frac{\frac{17}{5} + \frac{8}{5} + 3}{\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{8}{5}} = \frac{8}{5} = \frac{10}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر وسط های یک چهارضلعی مانند ABCD را متوالیاً به هم متصل کنیم، متوازی الاضلاعی مانند A'B'C'D' پدید می آید، اکنون برای محیط آن داریم:



$$\triangle ADB: \frac{AB'}{B'D} = \frac{AA'}{A'B} = \frac{1}{2} \Rightarrow A'B' = \frac{1}{2}DB$$

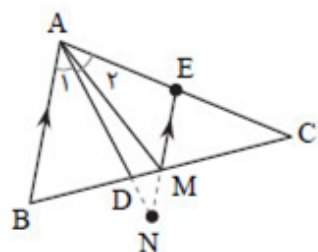
$$\xrightarrow{\text{به طور مشابه}} C'D' = \frac{1}{2}BD \quad \text{و} \quad \begin{cases} A'D' = \frac{1}{2}AC \\ B'C' = \frac{1}{2}AC \end{cases}$$

بنابراین:

$$A'B' + B'C' + C'D' + D'A' = \frac{1}{2}(DB + AC + BD + AC)$$

$$\Rightarrow p(A'B'C'D') = \frac{1}{2}(a + a + a + a) = 2a$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این که AD نیمساز زاویه ی \hat{A} است و $AB \parallel NE$ پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{N}$ پس مثلث AEN متساوی الساقین است. پس:

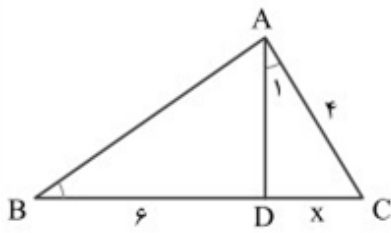


$$EA = EN$$

$$\left. \begin{array}{l} AE \parallel ME \\ BC \text{ وسط } M \end{array} \right\} \Rightarrow AC \text{ وسط } E \xrightarrow{\text{تالس}} ME = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}$$

$$AE = \frac{1}{2}AC = 3 \Rightarrow NE = 3$$

$$\text{بنابراین } MN = NE - ME = \frac{3}{2}$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{B} \\ \hat{C} = \text{مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(زز)}} \triangle ADC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DC}{AC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{4}{6+x} \Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \Rightarrow (x+8)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -8 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

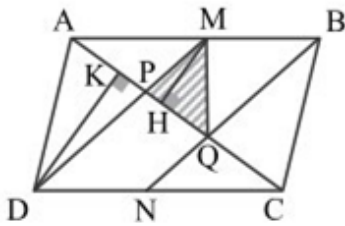
$$BC = 6 + 2 = 8$$

بنابراین:

www.akoedu.ir

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle APM \stackrel{(jj)}{\sim} \triangle DPC \Rightarrow \frac{PM}{PD} = \frac{AM}{DC} = \frac{AP}{PC} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AP}{PC} \Rightarrow AP = \frac{1}{3} AC \quad \textcircled{1} \\ \triangle QNC \stackrel{(jj)}{\sim} \triangle QAB \Rightarrow \frac{NQ}{BQ} = \frac{CN}{AB} = \frac{CQ}{AQ} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CQ}{AQ} \Rightarrow CQ = \frac{1}{3} AC \quad \textcircled{2} \end{array} \right. \xrightarrow{\textcircled{1} \text{ و } \textcircled{2}} PQ = \frac{1}{3} AC$$

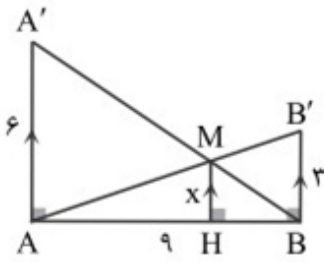
حال ارتفاعهای MH و DK را رسم می‌کنیم، داریم:



$$\triangle PMH \sim \triangle DPK \Rightarrow \frac{MH}{DK} = \frac{PM}{DP} = \frac{1}{2} \Rightarrow MH = \frac{1}{2} DK$$

$$\frac{S_{\triangle MPQ}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{1}{2} \times MH \times PQ}{\frac{1}{2} \times DK \times AC} = \frac{MH}{DK} \times \frac{PQ}{AC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

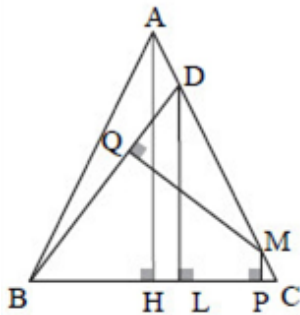
$$\Rightarrow S_{\triangle MPQ} = \frac{1}{6} S_{\triangle ADC} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق قضیه‌ی تالس داریم: ۶۴

$$\begin{cases} MH \parallel AA' \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{BH}{AB} \\ MH \parallel BB' \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{AH}{AB} \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع میکنیم}}$$

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{3} = \frac{AH + BH}{AB} = \frac{AB}{AB} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$S_{\triangle AMB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 9 = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل داریم: ۶۵

$$AB = AC = \sqrt{20}$$

$$BH = CH = 2$$

$$AH^2 = AC^2 - CH^2 = 20 - 4 \Rightarrow AH = 4$$

می‌دانیم که مجموع فواصل M از ساق‌های BD و BC برابر است با ارتفاع وارد بر ساق‌ها. پس:

$$MP + MQ = DL$$

$$\frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{DC}{4} = \frac{4}{\sqrt{20}} \Rightarrow DC = \frac{16}{\sqrt{20}}$$

از طرف دیگر دو مثلث ABC و BDC متشابه‌اند، پس:

$$\triangle AHC : DL \parallel AH \Rightarrow \frac{DL}{AH} = \frac{CD}{AC} = \frac{\frac{16}{\sqrt{20}}}{\sqrt{20}} \Rightarrow \frac{DL}{AH} = \frac{16}{20} \xrightarrow{AH=4} DL = \frac{16}{20} \times 4 = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که اگر G محل هم‌رسی میانه‌ها باشد، داریم: ۶۶

$$S_{GMC} = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

از طرفی محل هم‌رسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت جزء به کل ۱ به ۲ تقسیم می‌کند. داریم:

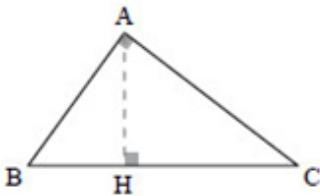
$$\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}, PG \parallel BM \Rightarrow \frac{PG}{BM} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$$

$$\Delta APG \sim \Delta ABM \Rightarrow \frac{S_{APG}}{S_{ABM}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{APG} = \frac{4}{9} S_{ABM}$$

از طرف دیگر AM میانه است پس $S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ABC}$. بنابراین:

$$S_{APG} = \frac{4}{9} \times \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{2}{9} S_{ABC} \Rightarrow \frac{S_{APG}}{S_{GMC}} = \frac{\frac{2}{9} S_{ABC}}{\frac{1}{6} S_{ABC}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی مقابل داریم: ۶۷



$$\left. \begin{array}{l} AB^2 = BH \times BC \\ AC^2 = CH \times BC \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB^2 \times CH}{AC^2 \times BH} = \frac{BH \times BC \times CH}{CH \times BC \times BH} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم: ۶۸

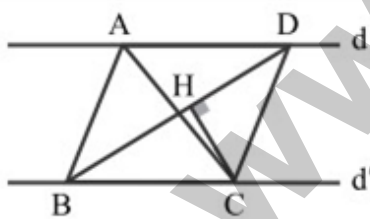
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 64 = BH \times 10 \Rightarrow BH = 6.4$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 36 = CH \times 10 \Rightarrow CH = 3.6$$

$$\frac{BH}{CH} = \frac{6.4}{3.6} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9}$$

پس:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو مثلث ABC و DBC دارای قاعده‌ی ۶۹

مشترک BC و ارتفاع‌های این دو مثلث فاصله‌ی دو خط موازی d و d' است پس مساوی‌اند.

بنابراین دو مثلث ABC و DBC هم مساحت‌اند. اگر ارتفاع وارد بر BD باشد، داریم:

$$S_{ABC} = S_{DBC} = \frac{1}{2} CH \times BD \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} CH \times 6 \Rightarrow CH = \frac{8}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در دو مثلث متشابه نسبت محیط‌ها برابر نسبت اضلاع متناظر است. پس: ۷۰

$$\frac{p}{p'} = \frac{a}{a'} \Rightarrow \frac{10 + 12 + 15}{p'} = \frac{15}{10} \Rightarrow p' = \frac{10 \times 37}{15} = \frac{74}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در نظر می‌گیریم $CH = x$ پس $BH = 14 - x$ بنابر قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{AHC}: AH^2 = 13^2 - x^2 \\ \widehat{AHB}: AH^2 = 15^2 - (14 - x)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 15^2 - (14 - x)^2 = 13^2 - x^2$$

$$\Rightarrow 225 - 196 - x^2 + 28x = 169 - x^2 \Rightarrow 28x = 140 \Rightarrow x = 5$$

پس $AH = 12$ بنابراین $AH^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ در نتیجه:

$$S_{AHC} = \frac{1}{2} AH \times HC = \frac{1}{2} (12)(5) = 30$$

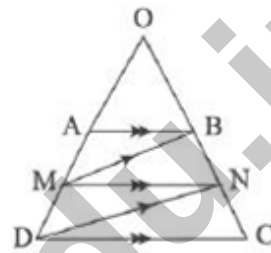
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو ساق دوزنقه را امتداد می‌دهیم تا یک‌دیگر را در نقطه O قطع کنند.

$$\triangle OMN: AB \parallel MN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{MN} = \frac{OB}{ON} \quad (1)$$

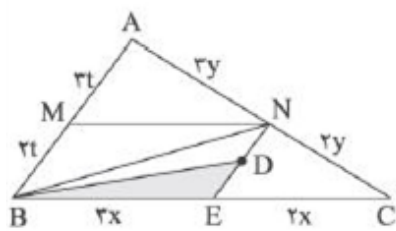
$$\triangle ODN: MB \parallel DN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OM}{OD} = \frac{OB}{ON} \quad (2)$$

$$\triangle ODC: MN \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OM}{OD} = \frac{MN}{DC} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{MN}{DC} \Rightarrow MN^2 = AB \times DC = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow MN = 6$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. B را به N وصل می‌نماییم. چون D وسط NE است، پس BD میانه مثلث BNE است، بنابراین:



$$\left. \begin{aligned} S_{BDE} &= \frac{1}{2} S_{BNE} \\ S_{BNE} &= \frac{1}{2} S_{BMNE} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{BDE} = \frac{1}{4} S_{BMNE} \quad (1)$$

$$CE = \frac{2}{5} BC \Rightarrow \begin{cases} CE = 2x \\ BE = 3x \end{cases}$$

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AN}{AC}\right)^2 = \left(\frac{ry}{5y}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\triangle CNE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{CNE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CE}{BC}\right)^2 = \left(\frac{2x}{5x}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\frac{S_{BMNE}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - S_{AMN} - S_{CNE}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - \frac{9}{25} S_{ABC} - \frac{4}{25} S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{9}{25} - \frac{4}{25} = \frac{12}{25} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_{BDE}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4} \times \frac{12}{25} = \frac{3}{25}$$

$$HC \times BC = AC^2 \Rightarrow AC^2 = 5 \times 7 \Rightarrow AC = \sqrt{35}$$

$$\frac{2}{x-1} = \frac{3}{x+1} \Rightarrow 2x-3 = 2x+2 \Rightarrow x=5$$

$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow AH^2 = 4 \times 7 \Rightarrow AH = \sqrt{28}$$

$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow AH^2 = 2 \times 3 \Rightarrow AH = \sqrt{6}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x+2}{2x+2} \Rightarrow 6x+6 = 5x+10 \Rightarrow x=4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۹

$$DE \parallel BC, \frac{DE}{BC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$$

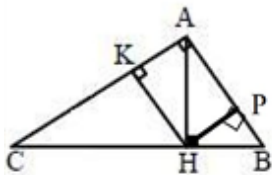
چون مثلث ADE با مثلث ABC متشابه است پس:

$$\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow \frac{S_{\text{دوزنقه}}}{S_{\Delta ABC}} = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25} \quad (1)$$

ارتفاع مرسوم از رأس C در دو مثلث ABC و ADC یکی است، بنابراین:

$$\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{2}{5} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\text{دوزنقه}}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{21}{25}} = \frac{10}{21}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم سه مثلث ABC، ABH و ACH دوجه دو متشابه هستند: ۸۰

$$\frac{S_{\Delta ABH}}{S_{\Delta ACH}} = \left(\frac{HP}{HK}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{10} S_{\Delta ABC}}{\frac{9}{10} S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{HP}{HK}\right)^2 \Rightarrow \frac{HP}{HK} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۱

$$\left. \begin{array}{l} \frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} = \frac{1}{3} \\ \widehat{AOB} = \widehat{DOC} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta OAB \sim \Delta ODC \Rightarrow \frac{x}{DC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{x = 3/2} DC = 9/6$$

اگر $x = 3/2$ باشد، اعداد ۱، $3/2$ و ۴ در نامساوی مثلثی صدق می‌کند و مثلث قابل تشکیل است. $(DC = 9/6)$ می‌شود و اعداد ۳، $9/6$ و ۱۲ نیز در نامساوی مثلثی صدق می‌کنند. با توجه به این که در دو مثلث متشابه، زاویه نظیر اضلاع متناسب، برابر هستند، پس گزینه (۲) نمی‌تواند درست باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در دوزنقه قطرها به نسبت قاعده‌ها تقسیم می‌شوند پس: ۸۲

$$\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} OC = 2m \text{ و } OA = 3m \\ OD = 2k \text{ و } OB = 3k \end{cases}$$

$$\Delta ABC: (OF \parallel BC) \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OA}{AC} = \frac{AF}{AB} \Rightarrow \frac{3m}{5m} = \frac{AF}{12} \Rightarrow AF = \frac{36}{5}$$

با استدلال مشابه $BE = \frac{36}{5}$ می‌شود، بنابراین:

$$EF = AF - AE = AF - (AB - BE) = AF + BE - AB$$

$$\Rightarrow EF = \frac{36}{5} + \frac{36}{5} - 12 = \frac{12}{5} = 2/4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ساق‌ها را امتداد می‌دهیم تا یک‌دیگر را در نقطه O قطع کنند.

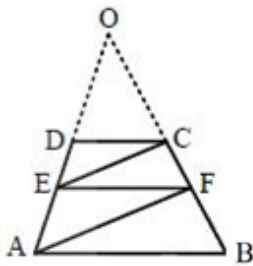
$$\triangle OEF: CD \parallel EF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CD}{EF} = \frac{OC}{OF} \quad (۱)$$

$$\triangle OAF: CE \parallel AF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OC}{OF} = \frac{OE}{OA} \quad (۲)$$

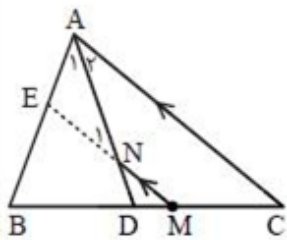
$$\triangle OAB: EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OE}{OA} = \frac{EF}{AB} \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱) و (۲) و (۳)} \frac{CD}{EF} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow EF^2 = AB \cdot CD$$

$$\xrightarrow{AB = 2CD} EF^2 = 2CD \times CD = 2CD^2 \Rightarrow EF = \sqrt{2}CD$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. پاره‌خط MN را امتداد می‌دهیم تا AB را در E قطع کند.



$$ME \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ME}{AC} = \frac{BM}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} \xrightarrow{AC=18} ME = \frac{18}{2} = 9$$

$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

$$CA \parallel ME \text{ و } AN \text{ مورب} \Rightarrow \hat{N}_1 = \hat{A}_2 \left. \vphantom{\hat{N}_1 = \hat{A}_2} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{N}_1$$

$$\Rightarrow AE = EN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{AB} = \frac{CM}{BC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{AB=13} AE = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$MN = ME - EN = 9 - 6.5 = 2.5$$

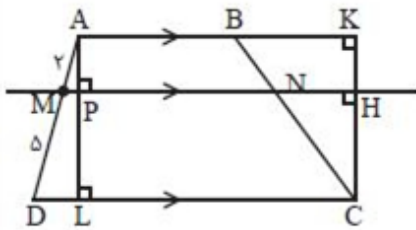
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4+b} = \frac{a+b+c+d}{1+2+3+4+b} = \frac{a+b+c+d}{10+b}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{a+b+c+d}{10+b} \Rightarrow a+b+c+d = \frac{b^2 + 10b}{2} = \frac{(b+5)^2 - 25}{2}$$

کم‌ترین مقدار مجموع عبارت داده شده زمانی رخ می‌دهد که $b = -5$ باشد، پس:

$$a+b+c+d = -\frac{25}{2}$$



$$MN \parallel AB \parallel CD \Rightarrow \begin{cases} \frac{AP}{AL} = \frac{2}{7} \\ \frac{CH}{CN} = \frac{CN}{CB} = \frac{5}{7} \\ CK = AL \end{cases} \Rightarrow \frac{AP}{AL} = \frac{2}{7} = \frac{AP}{CH} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{CH}{AP} = \frac{5}{2} = 2.5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از M به نقطه K وسط PC وصل می‌کنیم. ۸۷

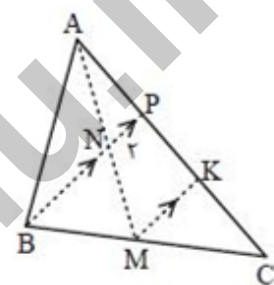
$$AP = \frac{1}{2}PC, PK = CK \Rightarrow AP = PK = CK$$

$\triangle PBC$: BC وسط M, PC وسط K \Rightarrow عکس تالس: $MK \parallel PB$

$$\triangle AMK: \frac{PN}{MK} = \frac{AP}{AK} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{MK} = \frac{1}{2} \Rightarrow MK = 4$$

$$\triangle PBC: MK \parallel PB \Rightarrow \frac{MK}{PB} = \frac{CK}{CP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4}{PB} = \frac{1}{2} \Rightarrow PB = 8$$

$$BN = PB - PN = 8 - 2 = 6$$



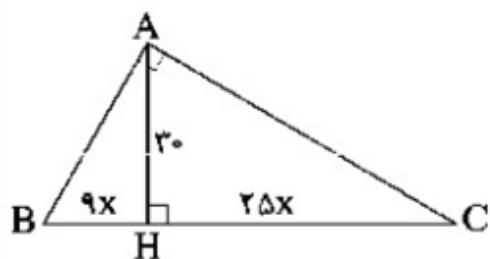
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با نوشتن تعمیم تالس در مثلث‌های $\triangle APC$ و $\triangle RC$ داریم: ۸۸

$$\begin{cases} BQ \parallel CR \Rightarrow \frac{BQ}{RC} = \frac{AB}{AC} \\ BQ \parallel AP \Rightarrow \frac{BQ}{AP} = \frac{CB}{CA} \end{cases} \rightarrow \frac{BQ}{RC} + \frac{BQ}{AP} = 1$$

$$\Rightarrow BQ \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) = 1 \Rightarrow \frac{8}{15} BQ = 1 \Rightarrow BQ = \frac{15}{8} \approx \frac{7.5}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با نوشتن تالس در مثلث $\triangle ABC$ داریم: ۸۹

$$\left. \begin{aligned} MN \parallel BC &\Rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{CN}{AN} \\ PN \parallel AB &\Rightarrow \frac{CN}{AN} = \frac{CP}{PB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{CP}{PB} \Rightarrow \text{گزینه ۲ نادرست است.}$$



$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow 30^2 = (9x)(25x)$$

جذر

$$\rightarrow 30 = 15x \Rightarrow x = 2$$

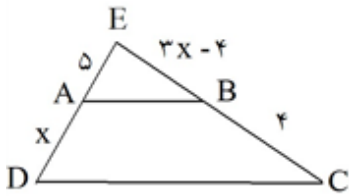
$$BC = 9x + 25x = 18 + 50 = 68$$

$$AH \cdot BC = AB \times AC \Rightarrow AB \times AC = 30 \times 68 = 2040$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{ACE}: BF \parallel CE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{AC} = \frac{AF}{AE} \quad (1) \\ \widehat{ADE}: CF \parallel DE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AC}{AD} = \frac{AF}{AE} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AB \times AD = AC^2 = 25$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک رابطه‌ی تالس X را به دست می‌آوریم.



$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{3x-4}{4} \Rightarrow 3x^2 - 4x - 20 = 0$$

به کمک دستور b' این معادله را حل می‌کنیم.

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{3} = \frac{2 \pm 8}{3} \Rightarrow x = \frac{10}{3} \text{ یا } x = -2$$

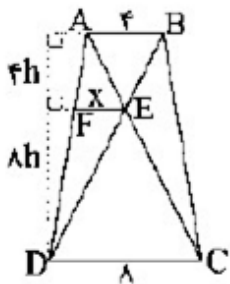
مسلماً $x = -2$ قابل قبول نیست. پس با $x = \frac{10}{3}$ مسئله را حل می‌کنیم.

$$AB \parallel DC \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle DCE \Rightarrow \frac{S_{ABE}}{S_{EDC}} = \left(\frac{EA}{ED}\right)^2 = \left(\frac{5}{5+x}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABE}}{S_{EDC}} = \left(\frac{5}{5+\frac{10}{3}}\right)^2 = \frac{25}{\frac{25 \times 25}{9}} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{تفضیل از مخرج}} \frac{S_{ABE}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{16}{9} S_{ABE}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. 93



$$\triangle ABD: \frac{x}{4} = \frac{4h}{12h} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\frac{S_{(ABCD)}}{S_{(ABEF)}} = \frac{\frac{1}{2} (8+4) \times 12h}{\frac{1}{2} \left(\frac{4}{3}+4\right) \times 4h} = \frac{12 \times 12}{\frac{20}{3} \times 4} = \frac{12 \times 3 \times 3}{20} = \frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$$

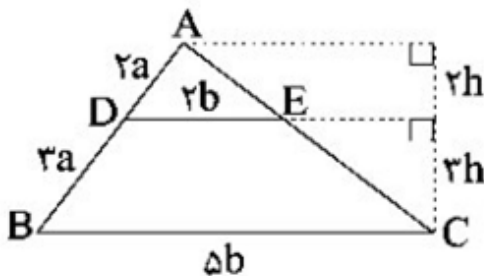
$$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

دو مثلث OMN و AMN با قاعده‌های ON و AM، ارتفاع برابر دارند، پس نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست.

$$\frac{ON}{MA} = \frac{CN}{CA} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}} \times \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{9}{16} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

از آنجا که $\hat{E}_1 = \hat{C}$ ، طبق قضیه‌ی خطوط موازی، داریم که $BC \parallel DE$. در نتیجه طبق قضیه‌ی اساسی تشابه مثلث‌ها، مثلث ADE با مثلث ABC متشابه است، پس:



$$\frac{S_{(ADE)}}{S_{(DECB)}} = \frac{\frac{1}{2} \times rh \times rb}{\frac{1}{2} \times rh \times vb} = \frac{4}{21}$$

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$$

از طرفی در مثلث ABD داریم:

$$\frac{AH \times BD}{2} = \frac{AD \times AB}{2} \Rightarrow \frac{AH \times 10}{2} = \frac{8 \times 6}{2} \Rightarrow AH = 4/8$$

(زیرا هر دو، مساحت مثلث ABD هستند)

ضمناً طبق روابط طولی در یک مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AD^2 = DH \times DB \Rightarrow 8^2 = DH \times 10 \Rightarrow DH = 6/4$$

$$AHD \text{ مساحت مثلث} = \frac{AH \times HD}{2} = \frac{4/8 \times 6/4}{2} = 15/36$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹۷

$$\frac{AF}{FE} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{2}{x+3} = \frac{x+2}{6} \Rightarrow x^2 + 5x + 6 = 12$$

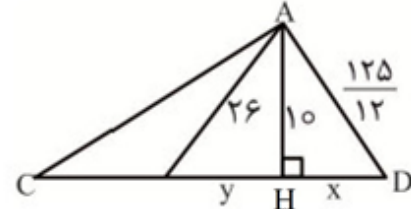
$$\Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-6 \end{cases} \xrightarrow{x+2 > 0} x=1 \Rightarrow FC=5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۸

$$x^2 = \left(\frac{125}{12}\right)^2 - 10^2 \Rightarrow x = \frac{35}{12}$$

$$y^2 = 26^2 - 10^2 \Rightarrow y = 24$$

$$S = AH(x+y) = 10 \times \left(24 + \frac{35}{12}\right) \approx 270$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۹

در دو مثلث ABC و BDC، متشابهند زیرا \hat{B} و \hat{D} برابر و اضلاع مجاور متناسب هستند. پس داریم:

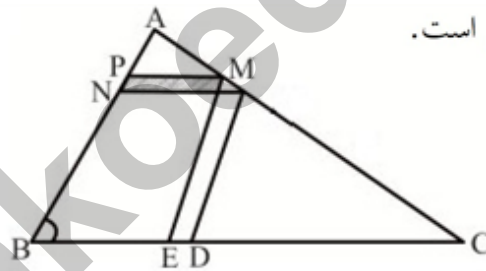
$$\frac{AB}{DB} = \frac{DB}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 7$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

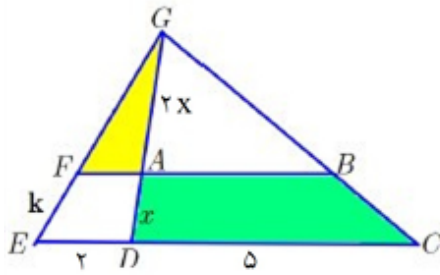
$$\frac{MP}{BC} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MP = \frac{1}{3} BC$$

$$\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}, \frac{AN}{AB} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{PN}{AB} = \frac{2}{21}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{\text{متوازی الاضلاع}}} = \frac{\frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B}}{MP \times PN \times \sin \hat{N}} \xrightarrow{\hat{B} = \hat{N}} \frac{S_{ABC}}{S_{\text{متوازی الاضلاع}}} = \frac{1}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{63}{4}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $DA = x$ باشد پس بنا بر فرض $DG = ۳AD$ نتیجه می‌گیریم $AG = ۲x$.
داریم:



$$AF \parallel ED \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AFG \sim \triangle GED$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AFG}}{S_{GED}} = \left(\frac{AG}{GD}\right)^2 = \left(\frac{2x}{3x}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad (۱)$$

در ضمن دو مثلث AED و GEC دارای ارتفاع مشترک از رأس G هستند پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هایشان است.

$$\frac{S_{GED}}{S_{GEC}} = \frac{ED}{EC} = \frac{2}{7} \Rightarrow S_{GED} = \frac{2}{7} S_{GEC} \quad (۲)$$

حال از ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم $S_{AFG} = \frac{8}{63} S_{GEC}$.
از طرف دیگر:

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AGB \sim \triangle GDC \Rightarrow \frac{S_{AGB}}{S_{GDC}} = \left(\frac{AG}{GD}\right)^2 = \left(\frac{2x}{3x}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل از صورت}} \frac{S_{ABCD}}{S_{GDC}} = \frac{5}{9} \quad (۳)$$

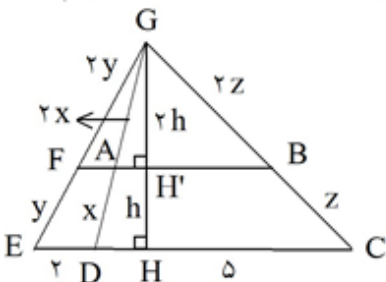
در ضمن دو مثلث GEC و GDC دارای ارتفاع مشترک از رأس A هستند پس:

$$\frac{S_{GDC}}{S_{GEC}} = \frac{DC}{EC} = \frac{5}{7} \quad (۴)$$

حال از تساوی‌های ۳ و ۴ نتیجه می‌گیریم $S_{ABCD} = \frac{25}{63} S_{GEC}$. بنابراین:

$$\frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{8}{63} S_{GEC}}{\frac{25}{63} S_{GEC}} = \frac{8}{25} \Rightarrow \frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{8}{25} \times 100 = ۳۲\%$$

راه حل دوم: با فرض $AD = x$ نتیجه می‌گیریم $AG = 2x$ و با استفاده از تالس $\frac{GB}{BC} = \frac{FG}{FE} = \frac{2x}{x} = ۲$.
همین علت اندازه‌های روی شکل را خواهیم داشت. با رسم ارتفاع GH نیز معلوم می‌شود $GH' = 2HH'$ داریم:



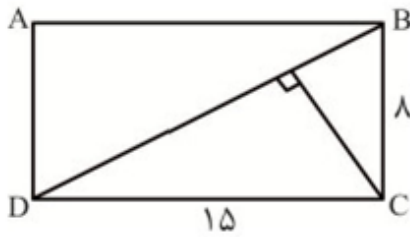
$$\triangle GED : AF \parallel ED \Rightarrow \frac{AF}{ED} = \frac{GF}{GE} \Rightarrow \frac{AF}{7} = \frac{2y}{3y} \Rightarrow AF = \frac{4}{3}$$

$$\triangle GDC : AB \parallel DC \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{GB}{GC} \Rightarrow \frac{AB}{5} = \frac{2z}{3z} \Rightarrow AB = \frac{10}{3}$$

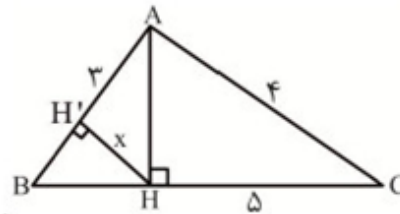
$$\frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}(2h)(AF)}{\frac{1}{2}h(AB + DC)} = \frac{2 \times \frac{4}{3}}{\frac{10}{3} + 5} = \frac{8}{25} \Rightarrow \frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{8}{25} \times 100 = ۳۲\%$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۲



$$BD = 17 \Rightarrow 15^2 = 17 \times x \Rightarrow x = 13/2$$

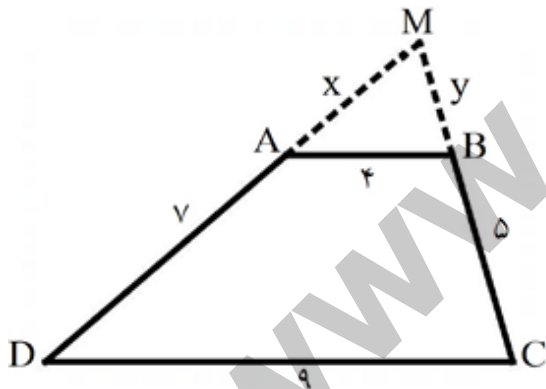
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۳
روش اول: مثلث قائم‌الزاویه است.

$$\widehat{BHH'} \sim \widehat{ABC} \Rightarrow \frac{x}{AC} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow x = \frac{3 \times 1/4}{5} \Rightarrow x = \frac{3 \times 1/4}{5} = 1/44$$

روش دوم:

$$AH = \frac{3 \times 4}{5} = 12/5; \widehat{ABC} \sim \widehat{ABH}; \frac{x}{AH} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow x = \frac{3 \times 2/4}{5} = 1/44$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۴



$$\frac{x}{x+y} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9x = 4x + 28$$

$$\Rightarrow 5x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{5} = 5/6$$

$$\frac{y}{5+y} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9y = 4y + 20 \Rightarrow 5y = 20 \Rightarrow y = 4$$

$$MAB \text{ محیط مثلث } p = 4 + 5/6 + 4 = 13/6$$

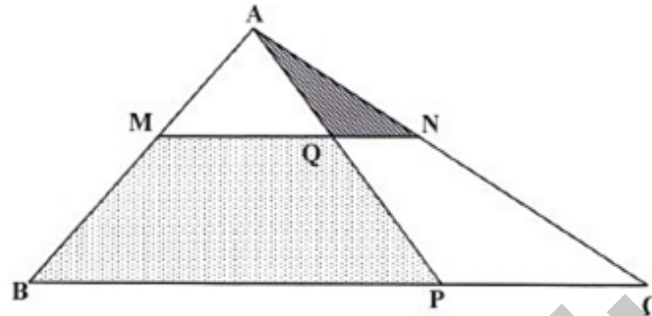
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۵

$$\triangle AMC: NE \parallel AM \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{CM} \quad (1)$$

$$\triangle BND: AM \parallel ND \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{MN}{BM} \xrightarrow{BM=CM} \frac{AD}{AB} = \frac{MN}{CM} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{2}{3} \Rightarrow AE = \frac{3}{2} = 1.5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۶



$$\frac{PC}{PB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{PC}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle APC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \quad (1) \quad \text{چون ارتفاعشان یکی است.}$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle APC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (2)$$

$$(1) \times (2) \Rightarrow \frac{S_{\triangle APC}}{S_{\triangle ABC}} \times \frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle APC}} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{9}$$

$$\frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{36} \quad (3)$$

$$\frac{PC}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{BP}{BC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle APB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{4} \quad (4) \quad \text{چون ارتفاعشان یکی است}$$

$$\frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle APB}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{S_{\triangle MQPB}}{S_{\triangle APB}} = \frac{8}{9} \quad (5)$$

$$4 \times 5 \Rightarrow \frac{S_{\triangle MQPB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{2}{3} \quad (6)$$

$$S_{\triangle MQPB} = 24 S_{\triangle AQN}$$

با تقسیم رابطه ۶ بر رابطه ۳:

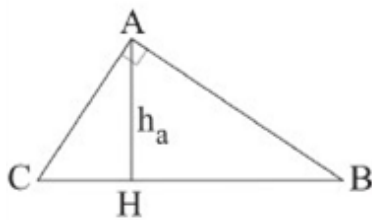
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۷)

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle MNCB}} = \frac{12/5}{100} = \frac{1}{8} \Rightarrow S_{\triangle AMN} = 1S' \\ S_{\triangle ABC} = 9S' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{1}{3}$$

ارتفاع مثلث AMN و متوازی الاضلاع MNFB یکسان است. $\Rightarrow \left. \begin{aligned} AM = 1X \\ MB = 2X \end{aligned} \right\}$

$$\frac{S_{\triangle MNFB}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{MB \times h}{\frac{1}{2} AM \times h} = \frac{2X \times h}{\frac{1}{2} \times X \times h} = 4 \Rightarrow S_{\triangle MNFB} = 4S'$$

$$\frac{S_{\triangle MNFB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4S'}{9S'} \times 100 = \%44/44$$

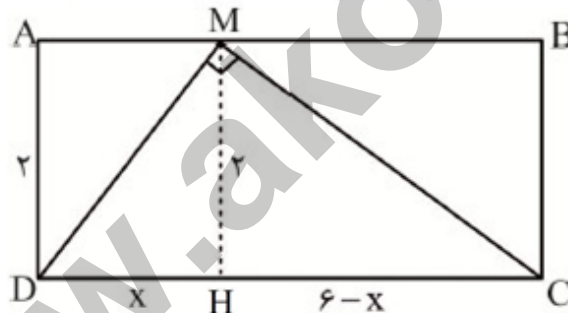


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) داریم:

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{16} = \frac{16+9}{9 \times 16} = \frac{25}{9 \times 16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{5}{3 \times 4} \Rightarrow h_a = \frac{12}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عمود MH را رسم می کنیم. با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم: (۱۰۸)



$$x(6-x) = 2^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow x = 3 - \sqrt{5}$$

$$\text{نسبت دو قطعه} = \frac{6-x}{x} = \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \frac{14+6\sqrt{5}}{4} = \frac{7+3\sqrt{5}}{2}$$

110

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ باشد، رابطه‌ی $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{h^2}$ برقرار است.

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{25}{144} \\ \frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2} = \frac{7}{144} \end{cases} \rightarrow \frac{2}{b^2} = \frac{32}{144} \Rightarrow b^2 = \frac{144}{16} \Rightarrow b = 3$$

$$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{25}{144} \xrightarrow{b^2=9} \frac{1}{c^2} = \frac{25}{144} - \frac{1}{9} = \frac{25-16}{144} = \frac{9}{144} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow c = 4, a^2 = b^2 + c^2 = 25 \Rightarrow a = 5$$

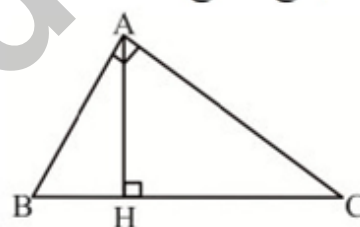
111

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$HC = x \Rightarrow BH = \sqrt{5} - x, AH^2 = BH \times HC$$

$$\Rightarrow 3/6^2 = (\sqrt{5} - x) \times x \Rightarrow x = 4/8$$

$$AC = \sqrt{3/6^2 + 4/8^2} = 1/2 \sqrt{3^2 + 4^2} = 1/2 \times 5 = 6$$



112

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون $\frac{3}{6} = \frac{2}{4}$ و دو مثلث زاویه بین برابر دارند، پس متشابه هستند و $\frac{x}{6} = \frac{1}{2}$ و $x = 3$ است.

113

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

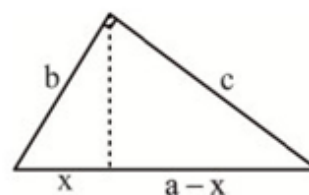
$$\frac{a-x}{x} = 2/25 \Rightarrow a-x = 2/25 x$$

$$x(a-x) = 64 \Rightarrow 2/25 x^2 = 64$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{1/5} = \frac{16}{3} \Rightarrow a - \frac{16}{3} = 12 \Rightarrow a = \frac{52}{3}$$

$$b^2 = \frac{16}{3} \times \frac{52}{3} \Rightarrow b = \frac{8}{3} \sqrt{13}$$

$$c^2 = 12 \times \frac{52}{3} \Rightarrow c = 4 \sqrt{13}$$

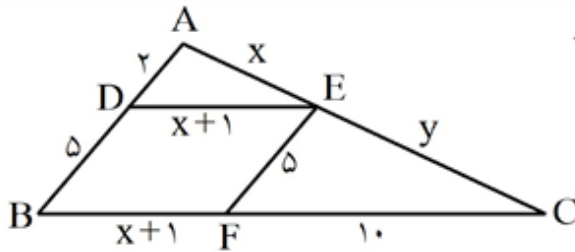


$$AB \parallel MN \parallel DC \xrightarrow{\text{نتیجه تالس}} \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow x = \frac{45}{4} \Rightarrow \begin{cases} BC = 13 \\ AD = 5 + \frac{45}{4} = \frac{65}{4} = 16\frac{1}{4} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر مثلث قائم الزاویه به رأس قائم $A = 90^\circ$ داریم:

$$S = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} AB \times AC \Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در موازی الاضلاع، اضلاع روبه‌رو موازی و مساوی هستند، پس:

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{7} = \frac{x+1}{(x+1)+10}$$

$$\Rightarrow 2x + 22 = 7x + 7 \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3$$

هم‌چنین طبق تالس داریم:

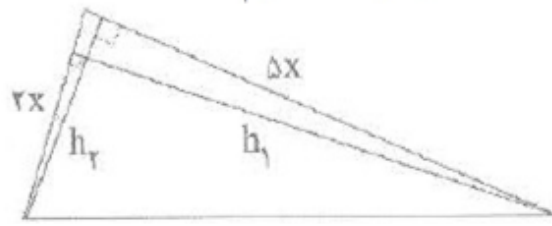
$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x}{y} \xrightarrow{x=3} 2y = 15 \Rightarrow y = 7\frac{1}{2}$$

$$x + y = 3 + 7\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$$

۱۱۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

روش اول: اگر ارتفاع وارد بر ضلع کوچک تر و h_2 ارتفاع وارد بر ضلع بزرگ تر باشد، آن گاه چون نسبت دو ارتفاع هر مثلث مساوی عکس نسبت قاعده‌های آنهاست، داریم:



$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{5x}{2x} = \frac{5}{2} \Rightarrow h_1 = \frac{5}{2}h_2 \quad (*)$$

$$h_1 + h_2 = 28 \xrightarrow{(*)} \frac{5}{2}h_2 + h_2 = 28 \Rightarrow \frac{7}{2}h_2 = 28$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{2 \times 28}{7} = 8 \text{ و } h_1 = \frac{5}{2} \times 8 = 20$$

روش دوم:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{h_1}{h_1 + h_2} = \frac{5}{7} \xrightarrow{h_1 + h_2 = 28} \frac{h_1}{28} = \frac{5}{7} \Rightarrow h_1 = 20$$

$$h_2 = \frac{2}{5}h_1 = \frac{2}{5} \times 20 = 8$$

۱۱۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون M و N وسط دو قاعده می‌باشد، پس بنابر قضیه‌ی میان خط در ذوزنقه $MN = \frac{3+5}{2} = 4$ در ضمن ارتفاع دو ذوزنقه برابر است.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2}h(3+4)}{\frac{1}{2}h(5+4)} = \frac{7}{9}$$

۱۱۹

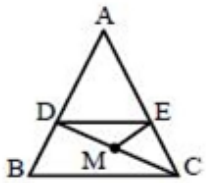
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE} \\ \widehat{BAC} = \widehat{DAE} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{BC}{8} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = \frac{8}{3}$$

$$\text{محیط } ABC = 1 + 2 + \frac{8}{3} = \frac{17}{3}$$

بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون M میانه $\triangle DEC$ است پس: (۱۲۰)



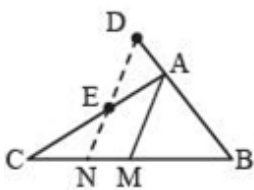
$$S_{\triangle DEM} = S_{\triangle EMC} = \frac{1}{2} S_{\triangle DEC} \Rightarrow S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADE}$$

چون ارتفاع مثلث‌های ADE و DEC برابر است، پس نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌های نظیر یعنی $\frac{EC}{AE}$ است، بنابراین $\frac{EC}{AE} = \frac{1}{2}$ حال چون $DE \parallel BC$ ، پس طبق قضیه تالس $\triangle ABC$ و $\triangle ADE$ متشابه هستند، پس داریم:

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{S_{\triangle ADE} + S_{\triangle DECB}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle DECB}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{5}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۱)



$$\begin{aligned} AM \parallel DN &\xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MN} \\ AM \parallel EN &\xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AE}{AC} = \frac{MM}{MC} \end{aligned} \Rightarrow \frac{AB}{AD} \times \frac{AE}{AC} = \frac{BM}{MN} \times \frac{MN}{MC}$$

از طرفی چون AM پاره خط AM میانه است داریم:

$$BM = MC$$

$$\frac{AB}{AD} \times \frac{AE}{AC} = \frac{BM}{MC} = 1 \Rightarrow AB \times AE = AD \times AC$$

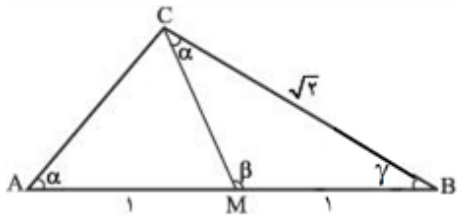
$$\frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\frac{AB}{AC}} = \frac{1}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲۲)

$$DC = AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, MD^2 = DC \times AM \Rightarrow AM = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲۳)

$$\frac{6}{x} = \frac{4x+1}{3} \Rightarrow 4x^2 + x - 18 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

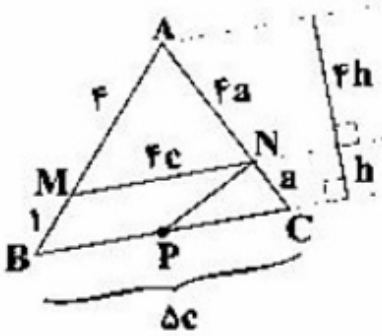


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم: $\frac{AB}{BC} = \sqrt{2} = \frac{BC}{BM}$ (۱۲۴)

$\triangle ABC \sim \triangle CBM$ در نتیجه:

بنابراین: $\widehat{MCB} = \widehat{MAC} = \alpha$ در نتیجه: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۵)



$$\frac{S(\widehat{NPC})}{S(\widehat{ABC})} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times \frac{5}{2} c}{\frac{1}{2} \times \Delta h \times \Delta c} = \frac{\frac{5}{2}}{5 \times 5} = \frac{1}{10}$$

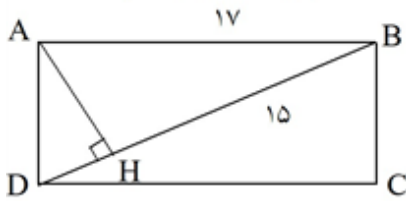
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲۶)

$$\frac{DM}{DB} = \frac{DO}{AB} \Rightarrow \frac{BM}{BD} = \frac{BO}{BA}$$

دو مثلث ABD و OMD متشابه‌اند.

در نتیجه $BM \cdot BA = BO \cdot BD$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABD بنابر رابطه‌ی طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم: (۱۲۷)



$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 17^2 = 15 \times BD \Rightarrow BD = \frac{17 \times 17}{15}$$

$$BD - 19 = \frac{17 \times 17}{15} - 19 = \frac{17 \times 17 - 15 \times 19}{15} = \frac{4}{15}$$

بنابراین:

۱۲۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل می توان نوشت:

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}$$

$$= \left(\frac{x}{3x}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (1)$$

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{2x}{3x}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

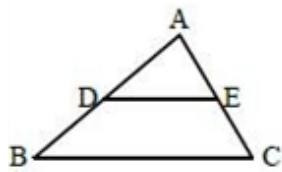
$$\xrightarrow{\text{تفضیل از صورت}} \frac{S_{BEFC}}{S_{ABC}} = \frac{5}{9} \quad (2)$$

از تقسیم تساوی های ۱ و ۲ نتیجه می گیریم:

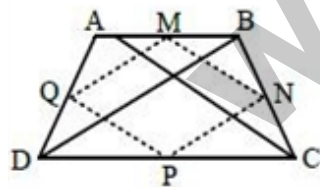
$$\frac{\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}}{\frac{S_{BEFC}}{S_{ABC}}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{5}{9}} \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{BEFC}} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم اگر اوساط اضلاع AB و AC از مثلث ABC را به هم وصل کنیم، پاره خطبه دست آمده موازی ضلع سوم و اندازه آن نصف طول ضلع سوم است یعنی اگر E و D وسطهای اضلاع AC و AB باشند، آن گاه $DE \parallel BC$ و $DE = \frac{1}{2}BC$. هم چنین می توان نتیجه گرفت که اگر اوساط اضلاع یک چهارضلعی

را متوالیاً به هم وصل کنیم، شکل حال همواره متوازی الاضلاع خواهد بود.



بنابراین در مثال بالا چهارضلعی به دست آمده یک متوازی الاضلاع است. حال برای آن که لوزی شود، لازم است دو

ضلع مجاور آن برابر باشند یعنی $MN = NP$ و چون $MN = \frac{1}{2}AC$ و $NP = \frac{1}{2}BD$ ، بنابراین لازم است شرط $AC = BD$ برقرار باشد.

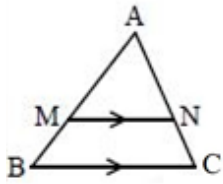
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AD}{AE} = \frac{MB}{NC} \Rightarrow \frac{AD}{MB} = \frac{AE}{NC} \Rightarrow \frac{2/5}{3} = \frac{3}{NC} \Rightarrow NC = \frac{3 \times 5}{2/5} = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مثلث های ABC و AMN دارای دو زاویه برابر هستند و متشابه اند.

$$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{5}{3+x} \Rightarrow 9 + 3x = 35 \Rightarrow 3x = 26 \Rightarrow x = \frac{26}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳۲)

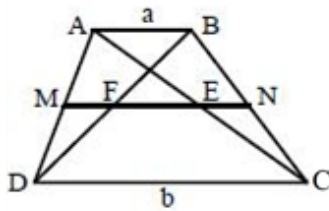


$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB - AM} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۳۳)



$$\triangle ABD: AD \text{ وسط } M \Rightarrow MF = \frac{1}{2}a \quad (1) \Rightarrow FE = MF = EN = \frac{a}{2}$$

$$\triangle ABC: BC \text{ وسط } N \Rightarrow EN = \frac{1}{2}a \quad (2)$$

$$MN = \frac{1}{2}(b + a) \quad (3)$$

$$(1) \text{ و } (2) \text{ و } (3) \Rightarrow \frac{1}{2}(b + a) = \frac{3}{2}a \Rightarrow b + a = 3a \Rightarrow b = 2a$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم با سه ضلع می‌توانیم یک مثلث ساخت اگر مجموع دو ضلع کوچک‌تر از ضلع

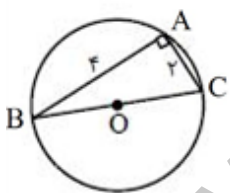
سوم باشد. اگر $0 < x < 1$ باشد، $x > x^2$ پس باید $x + x^2 > x$ باشد که همواره برقرار است. حال در حالت $x > 1$ ، بزرگ‌ترین ضلع x^2 است و باید $x + x > x^2$ باشد:

$$x > 1 \Rightarrow x^2 - 2x < 0 \Rightarrow x(x - 2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2 \xrightarrow{x > 1} 1 < x < 2$$

اجتماع دو جواب $0 < x < 1$ و $1 < x < 2$ ، همان $0 < x < 2$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول وتر همان طول قطر دایره محیطی است چون زاویه قائم رو

به قطر است: (۱۳۵)



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 16 + 4 = 20$$

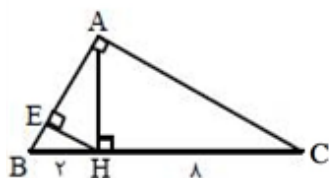
$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{5} \Rightarrow r = OC = \sqrt{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر هر ۴ رأس یک چهارضلعی روی محیط دایره قرار داشته باشند، آن چهارضلعی را

محاطی می‌گوییم و شرط آن این است که مجموع زوایای روبه‌روی هم 180° باشد. با توجه به تساوی مثلث‌های $\triangle ABC$ و $\triangle ADC$ زوایای B و D با هم برابرند و $\hat{D} + \hat{B} = 2\hat{B} = 180^\circ$ پس $\hat{B} = 90^\circ$ است.

۱۳۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow AH^2 = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow AB^2 = 2 \times 10 \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$$

$$S_{ABH} = \frac{AH \cdot BH}{2} = \frac{EH \cdot AB}{2} \Rightarrow EH = \frac{4 \times 2}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

۱۳۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه BDC با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

$$DB = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

از طرفی به حالت دو زاویه مساوی دو مثلث DMC و EBM متشابه‌اند، بنابراین داریم:

$$\triangle DMC \sim \triangle EMB \xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{MD}{MB} = \frac{DC}{EB} = 2 \Rightarrow \frac{MD}{2} = MB$$

$$\Rightarrow DB = MD + MB = MD + \frac{MD}{2} = \sqrt{17} \Rightarrow \frac{3}{2}MD = \sqrt{17} \Rightarrow MD = \frac{2\sqrt{17}}{3}$$

۱۳۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{محیط مثلث اول: } x + 2x - 7 + x - 1 = 12 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow \text{اضلاع مثلث اول: } 5, 4, 3$$

$$\text{بزرگ‌ترین ضلع مثلث دوم: } 2x + 3 = 2(5) + 3 = 13$$

$$\frac{13}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} \Rightarrow \begin{cases} y = 10/4 \\ z = 7/8 \end{cases} \Rightarrow y - z = 2/6$$

۱۴۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3}{5} = \frac{5}{x} = \frac{7}{y} \Rightarrow x = \frac{25}{3}, y = \frac{35}{3} \Rightarrow |x - y| = \frac{10}{3}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{5}{y} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = \frac{35}{3}, y = \frac{25}{3} \Rightarrow |x - y| = \frac{10}{3} \quad \text{یا}$$

۱۴۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مثلث‌های ۲ و ۴ متشابه هستند، زیرا اضلاع آنها متناسب‌اند:

$$\frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \frac{8}{16} \Rightarrow 2, 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

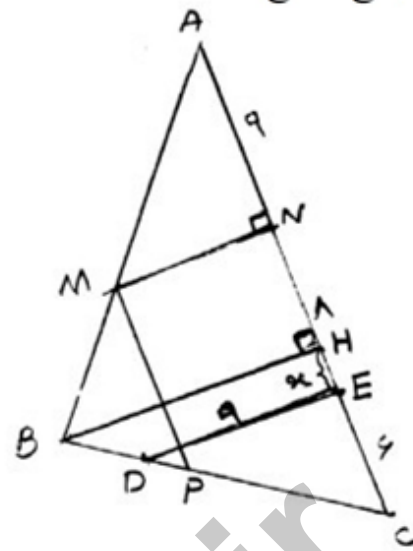
$$\triangle DCE \sim \triangle BHC \Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{CE}{CH} = \frac{DE}{BH}$$

$$\frac{۸۳}{۴} = \frac{۶}{۶+x} = \frac{۹}{BH} \Rightarrow \begin{cases} BH = ۱۲ \\ x = ۲ \end{cases}$$

$$NH = ۸ - ۲ = ۶$$

$$\triangle ABH \sim \triangle AMN \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{AB} = \frac{MN}{BH} = \frac{AN}{AH} = \frac{۹}{۱۵}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{۳}{۵} \xrightarrow{MP \parallel AC} \frac{BP}{PC} = \frac{۲}{۳}$$



www.akoedu.ir

۱۴۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

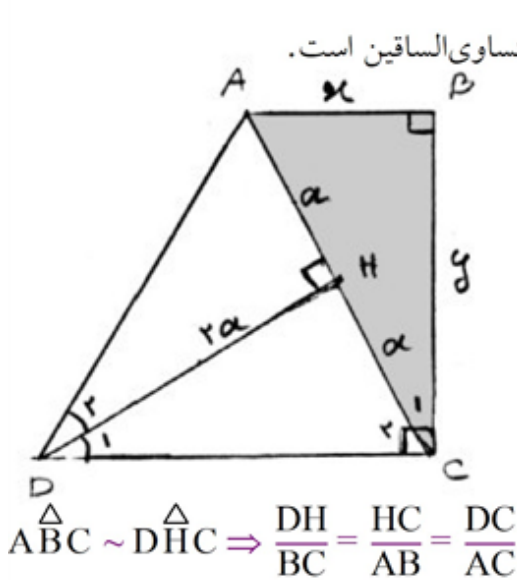
DH نیمساز از زاویه D بر AC عمود است. بنابراین مثلث ADC متساوی الساقین است.

در نتیجه: $AH = HC = a$

دو مثلث $\triangle AHD$ و $\triangle DHC$ هم‌نهشتند.

در نتیجه:

$$\begin{cases} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 90^\circ \\ \hat{C}_2 + \hat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \end{cases}$$



$$\triangle ABC \sim \triangle DHC \Rightarrow \frac{DH}{BC} = \frac{HC}{AB} = \frac{DC}{AC}$$

$$\frac{2a}{y} = \frac{a}{x} = \frac{\sqrt{5a^2}}{2a} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2a}{\sqrt{5}} \\ y = \frac{2a}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\text{مساحت ناحیه هاشورخورده} = \frac{xy}{2} = \frac{4a^2}{5} = \frac{2a^2}{5}$$

$$S_{ABCD} = \frac{2a \times 2a}{2} + \frac{2a^2}{5} = 2a^2 + \frac{2a^2}{5} = \frac{10 + 2}{5} a^2 = \frac{12}{5} a^2$$

$$\frac{\frac{2a^2}{5}}{\frac{12a^2}{5}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

بنابراین:

۱۴۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

اگر نقطه تلاقی دو ساق به وسط یک قاعده وصل شود دیگر را نصف می‌کند. یعنی خط گذرا بر وسط‌های دو

قاعده امتداد ساق‌ها را در یک نقطه قطع می‌کند پس $AB = 0$

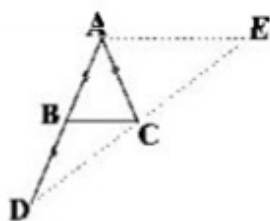
۱۴۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون دو مثلث متشابهند و نسبت مساحت‌ها برابر ۴ است، پس نسبت ارتفاع‌ها برابر ۲

خواهد بود:

$$\frac{4x + 3}{x + 2} = 2 \Rightarrow 4x + 3 = 2x + 4 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مفروضات سؤال را در شکل زیر مشاهده می‌کنید، طبق قضیه‌ی تالس داریم: ۱۴۶



$$\frac{DB}{BA} = \frac{DC}{CE} \xrightarrow{DB = AB} DC = CE$$

همچنین به راحتی معلوم می‌شود که $AE = 2BC$ است، پس:

$$\frac{BC}{AE} + \frac{EC}{ED} = \frac{BC}{2BC} + \frac{EC}{2EC} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۷

گزینه (۱): درست است زیرا در هر حالت متشابهند.

گزینه (۲): درست نیست، در حالت کلی باید اضلاع متناسب و زوایا برابر باشند.

گزینه (۳): درست است، به این ترتیب اضلاع متناسب و زوایا برابرند.

گزینه (۴): درست است، با این شرایط دو مثلث به حالت متناسب به سه ضلع متشابهند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴۸

$$AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A}BD = \hat{B}DC, \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BDC \text{ (دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع متشابه‌اند، پس کافی است $\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}}$ را حساب کنیم ۱۴۹

و سپس جذر بگیریم تا نسبت ارتفاع‌ها به دست آید. مثلث MNP متساوی‌الاضلاع است. سه مثلث کناری با هم برابرند.

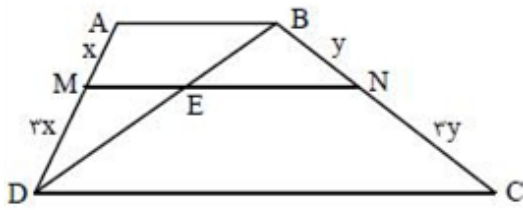
$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle MBN} &= \frac{1}{2} MB \times BN \times \sin 60^\circ = S_{\triangle AMP} = S_{\triangle NPC} \\ S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin 60^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - 3S_{MBN}}{S_{ABC}} = 1 - 3 \frac{S_{MBN}}{S_{ABC}} = 1 - 3 \frac{MB \times BN}{AB \times AC}$$

$$= 1 - 3 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{16} \Rightarrow \text{نسبت ارتفاع‌ها} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

۱۵۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به توضیحات سؤال، $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{1}{3}$ ، تالس را در دو مثلث زیر می‌نویسیم:



$$\triangle ABD: \frac{MD}{AD} = \frac{ME}{AB} = \frac{3}{4} \Rightarrow ME = \frac{3}{4}AB$$

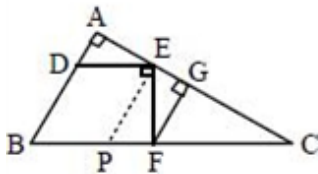
$$\triangle BDC: \frac{BN}{BC} = \frac{EN}{DC} = \frac{1}{4} \Rightarrow EN = \frac{1}{4}DC$$

$$\Rightarrow \frac{ME}{EN} = \frac{\frac{3}{4}AB}{\frac{1}{4}DC} = 3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از نقطه E به موازات AB (که موازات FG هم می‌شود)، EP را رسم می‌کنیم. با توجه

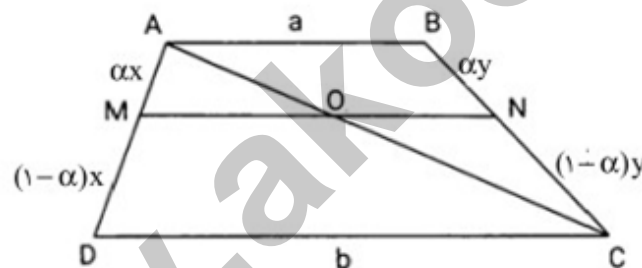
به این که $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ ، پس $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$ ، بنابراین $AD = 2$ ، $BD = 4$ ، $AE = \frac{1}{3}$ و $EC = \frac{16}{3}$.

چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است، بنابراین $EP = DB = 4$.



$$EP \parallel FG \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{GC}{EC} = \frac{FG}{EP} \Rightarrow \frac{FG}{GC} = \frac{EP}{EC} = \frac{4}{\frac{16}{3}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

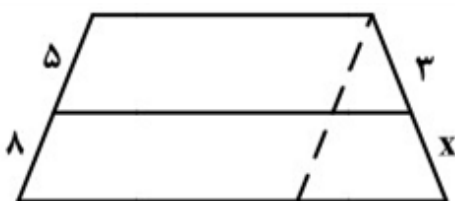
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۲



$$\frac{OM}{DC} = \frac{AM}{AD} = \frac{\alpha x}{x} = \alpha \Rightarrow OM = \alpha b \quad \text{در مثلث } \triangle ACD$$

$$\frac{ON}{AB} = \frac{CN}{CB} = \frac{(1-\alpha)y}{y} = 1-\alpha \Rightarrow ON = (1-\alpha)a \quad \text{در مثلث } \triangle CBA$$

$$OM + ON = \alpha b + (1-\alpha)a$$

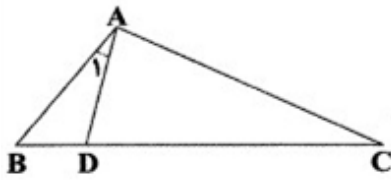


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۳

با توجه به برابری اضلاع مقابل متوازی‌الاضلاع و قضیه تالس داریم:

$$3 + \frac{4}{8} = \frac{7}{8} \text{ در نتیجه ساق کوچک تر } \frac{3}{x} = \frac{5}{8} \Rightarrow x = \frac{4}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۴



$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}}{\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۵

سه مقدار $m^2 + 1$, $m^2 - 1$ و $2m$ در رابطه‌ی فیثاغورس صدق می‌کنند زیرا:

$$(m^2 - 1)^2 + (2m)^2 = m^4 - 2m^2 + 1 + 4m^2 = m^4 + 2m^2 + 1 = (m^2 + 1)^2$$

ظاهراً برای هر عدد حقیقی m ، رابطه‌ی فوق برقرار است ولی از آنجا که طول ضلع یک مثلث نمی‌تواند عددی منفی یا صفر باشد، باید طول سه ضلع اعداد مثبتی باشند. $m^2 + 1$ عددی مثبت است ولی $2m > 0$ و $m^2 - 1 > 0$ و از آنجا $m > 0$ و $m > 1$ یا $m < -1$ که در مجموع از اشتراک این نواحی باید $m > 1$ باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۶

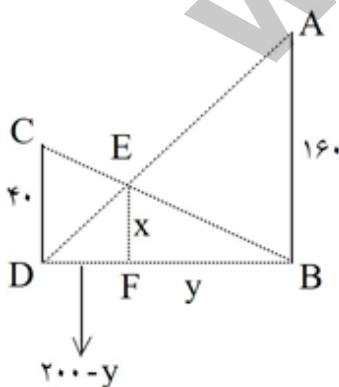
$$\begin{aligned} \widehat{AHB}: AB^2 &= AH^2 + BH^2 \\ \widehat{AHC}: AC^2 &= AH^2 + HC^2 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \widehat{AHB}: AB^2 &= AH^2 + BH^2 \\ \widehat{AHC}: AC^2 &= AH^2 + HC^2 \end{aligned}} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} AB^2 - AC^2 = BH^2 - HC^2$$

$$= (BH + HC)(BH - HC)$$

$$= BC \underbrace{(BM + MH - (MC - MH))}_{\text{مساویند}} = BC \times 2MH = 8 \times 2 \times 3 = 48$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۷

اگر در شکل مسأله $EF = x$ فاصله‌ی موردنظر باشد، با فرض $FB = y$ داریم $DF = 200 - y$ حال قضیه‌ی تالس را در دو مثلث BCD و ADB می‌نویسیم:

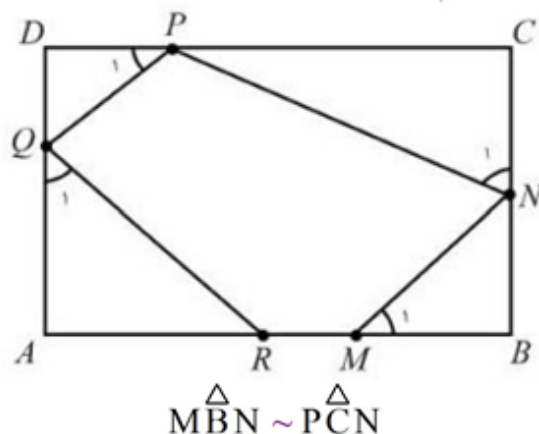


$$EF \parallel CD \Rightarrow \frac{x}{40} = \frac{y}{200} \Rightarrow y = 5x$$

$$EF \parallel AB \Rightarrow \frac{x}{160} = \frac{200 - y}{200} \Rightarrow 5x = 800 - 4y$$

$$5x = 800 - 4(5x) \Rightarrow x = \frac{800}{25} = 32 \text{ cm}$$

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. اگر مسیر توپ را ادامه دهیم، شکل زیر ساخته می‌شود. با توجه به این که توپ با همان زاویه‌ای که به میز می‌خورد، برمی‌گردد، داریم:



$$\frac{BM}{BN} = \frac{PC}{CN} \Rightarrow \frac{1/2}{\sqrt{2}} = \frac{PC}{1/2} \Rightarrow PC = 1/4 \Rightarrow DP = 1/2$$

$$\hat{P}_1 = \hat{M}_1, \hat{D} = \hat{B}, DP = BM$$

$$\triangle DPQ \cong \triangle MNB$$

$$DQ = \sqrt{2}$$

$$QA = 1/2$$

$$QA = CN, \hat{A} = \hat{C}, \hat{Q}_1 = \hat{N}_1 \Rightarrow \triangle QAR \cong \triangle CNP \Rightarrow AR = PC = 1/4$$

پس:

بنابراین:

در نتیجه:

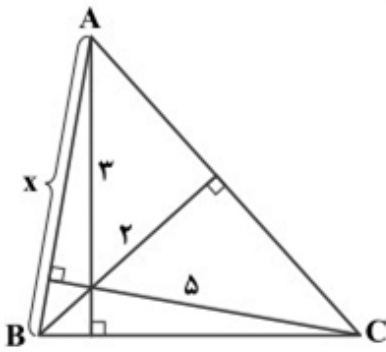
پس:

در نتیجه:

پس داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در هر مثلث نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها برابر است. طول ضلع AB را x در نظر می‌گیریم. با استفاده از نکته ی بالا در شکل مقابل داریم:



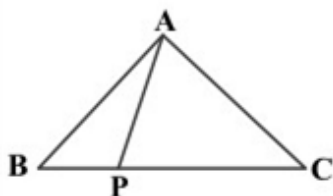
$$\begin{cases} \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow BC = \frac{5}{3}x \\ \frac{AB}{AC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x}{AC} = \frac{2}{5} \Rightarrow AC = \frac{5}{2}x \end{cases}$$

با توجه به اندازه‌های به دست آمده، مشخص می‌شود که بزرگ‌ترین ضلع مثلث، ضلع AC است، پس:

$$\frac{AC}{AB + BC} = \frac{\frac{5}{2}x}{x + \frac{5}{3}x} = \frac{\frac{5}{2}x}{\frac{8}{3}x} = \frac{15}{16}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده‌ی مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه‌ی قاعده‌های آن‌هاست.



$$\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACP}} = \frac{BP}{CP}$$

$$BP = \frac{1}{2} BN = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{2} BM \right) + 2 \left(\frac{1}{2} BC \right)} = \frac{1}{8} BC$$

ابتدا داریم:

$$CM = \frac{1}{2} BC$$

اکنون با توجه به نکته داریم:

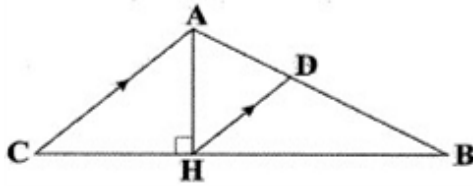
$$\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACM}} = \frac{BP}{CM} = \frac{\frac{1}{8} BC}{\frac{1}{2} BC} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۱

$$CH = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$BC = BH + CH = 6 + 4 = 10$$

$$DH \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{DH}{AC} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{3}{AC} = \frac{6}{10} \Rightarrow AC = \frac{3 \times 10}{6} = 5$$



$$\begin{aligned} \Delta ACH \text{ در فیثاغورس: } AH^2 &= AC^2 - CH^2 = 5^2 - 4^2 \\ &= 25 - 16 = 9 \Rightarrow AH = \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۲

بزرگ ترین ضلع مثلث کوچک تر

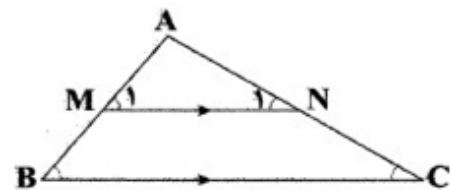
محیط مثلث کوچک تر

$$\frac{a}{a'} = \frac{P}{P'} = k \xrightarrow{k = \frac{3}{5}} \frac{1/5}{a'} = \frac{3}{5} \Rightarrow a' = \frac{5 \times 1/5}{3} = 12/5$$

بزرگ ترین ضلع مثلث بزرگ تر

محیط مثلث بزرگ تر

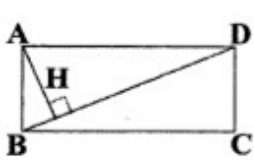
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۳



$$S_{\Delta AMN} = S_{BMNC} \Rightarrow S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} (*)$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{خطوط موازی مورب}} \begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{B} \\ \hat{N}_1 = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = k$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = k^2 \xrightarrow{(*)} k^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC = \sqrt{2} MN$$



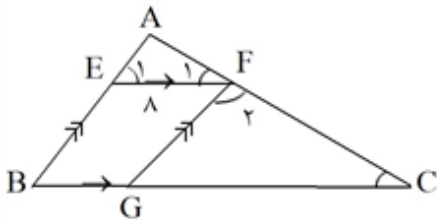
$$\frac{S(ABCD)}{S(\triangle ABH)} = \frac{2 \times \frac{1}{2} \times AH \times BD}{\frac{1}{2} \times AH \times BH} = \frac{2BD}{BH}$$

$$\triangle ABD: BD = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

$$\triangle ABD: AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 25 = BH \times 13 \Rightarrow BH = \frac{25}{13} \Rightarrow \frac{2BD}{BH} = \frac{2 \times 13}{\frac{25}{13}} = \frac{2 \times 169}{25}$$

$$= \frac{338}{25} \times \frac{2}{2} = \frac{1352}{100} = 13/52$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چهارضلعی EFGB متوازی الاضلاع است، پس: ۱۶۵



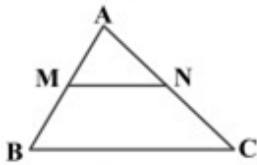
$$EF \parallel BG \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{5}$$

مثلث‌های AEF و FGC متشابهند، زیرا:

$$\begin{cases} \hat{F}_1 = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{F}_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{AE}{FG} = \frac{EF}{GC} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{EF}{GC} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{8}{GC} = \frac{1}{5} \Rightarrow GC = 40$$

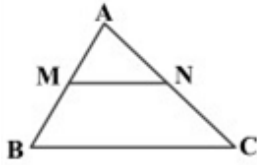
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته (قضیه تالس): در مثلث ABC ، اگر پاره خط MN به موازات BC دو ضلع دیگر را قطع کند، داریم:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

نکته (تعمیم قضیه تالس): در مثلث ABC ، اگر پاره خط MN به موازات BC دو ضلع دیگر را قطع کند، داریم:



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

طبق فرض $MN \parallel BC$ ، پس با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x+2}{2x} \Rightarrow 6x + 8 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

اکنون با استفاده از تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{y+1}{3y-1} \Rightarrow 9y - 3 = 7y + 7 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow y = 5$$

بنابراین: $x + y = 4 + 5 = 9$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۷

$$\left. \begin{aligned} BC = EC &\Rightarrow BE = \sqrt{2}BC \\ FC = 2BC &\Rightarrow BF = \sqrt{5}BC \\ DC = 3BC &\Rightarrow BD = \sqrt{10}BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{BF}{BE} = \frac{BE}{DE} = \frac{BE}{BD} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

در نتیجه:

$$k = \sqrt{2} \text{ یا } \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ و } \triangle BEF \sim \triangle BED$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۸

$$\triangle ABC \text{ در مثلث: } \frac{MN}{AC} = \frac{BM}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2} AC$$

$$\triangle ABD \text{ در مثلث: } \frac{QM}{BD} = \frac{AQ}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow QM = \frac{1}{2} BD$$

$$\triangle ADC \text{ در مثلث: } \frac{QP}{AC} = \frac{DP}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow QP = \frac{1}{2} AC$$

$$\triangle BCD \text{ در مثلث: } \frac{NP}{BD} = \frac{CN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow NP = \frac{1}{2} BD$$

$$MN + QM + PQ + NP = AC + BD$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۶۹)

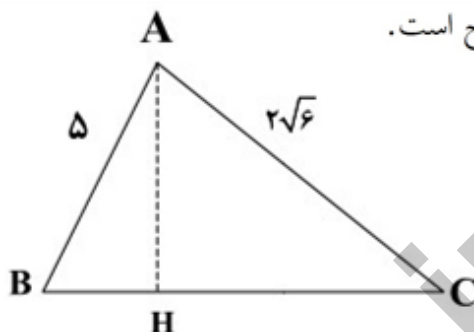
در مثلث قائم‌الزاویه ABD ارتفاع AH رسم شده است $AB^2 = BH \cdot BD$ پس $BD = \frac{100}{9}$ همچنین $AD^2 = BD^2 - AB^2 = \frac{10000}{81} - 100$ یا $AD^2 = \frac{100}{81}(100 - 81)$

$$BC = AD = \frac{10}{9}\sqrt{19}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۷۰)

$$BC = \sqrt{25 + 24} = 7$$

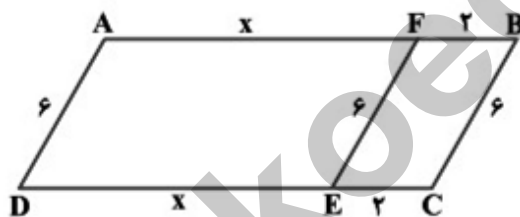
$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۷۱)

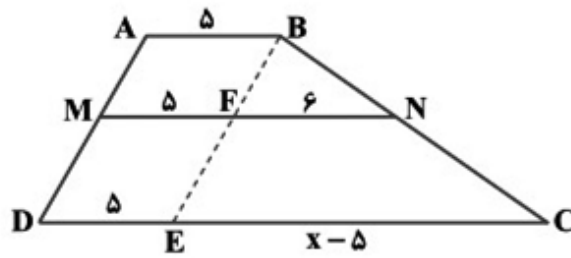
نکته: در دو ضلعی متشابه، اضلاع متناظر، متناسب‌اند.

با توجه به نکته‌ی بالا در شکل زیر داریم:



$$ABCD \sim BFEC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BF}{EC} \Rightarrow \frac{x+2}{6} = \frac{6}{2} \Rightarrow \frac{x+2}{6} = 3 \Rightarrow x+2 = 18 \Rightarrow x = 16$$



$$MF = DE = AB = 5$$

$$\begin{cases} FN = MN - MF = 11 - 5 = 6 \\ EC = DC - DE = x - 5 \end{cases}$$

از B خطی موازی AD رسم می‌کنیم. در این صورت داریم:

بنابراین:

اکنون با استفاده از تعمیم قضیه تالس در مثلث BEC داریم:

$$\frac{FN}{EC} = \frac{BF}{BE} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{6}{x-5} = \frac{3}{7} \Rightarrow 42 = 3x - 15 \Rightarrow 3x = 67 \Rightarrow x = 19$$

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ABC، اگر ارتفاع وارد بر وتر باشد، داریم:

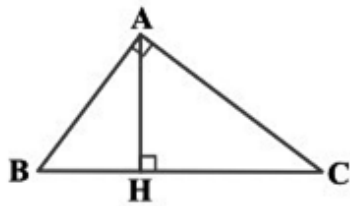
$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$

$$AH^2 = BH \times CH$$

$$AB \times AC = AH \times BC$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

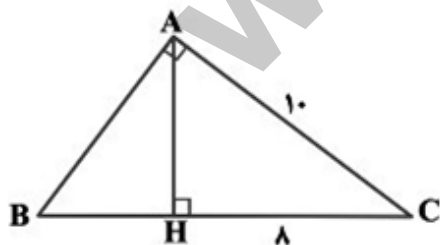


با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$\widehat{ACH}: AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$$

$$\widehat{ABC}: AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 36 = BH \times 8 \Rightarrow BH = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$$

بنابراین طول وتر مثلث قائم‌الزاویه ABC برابر است با:

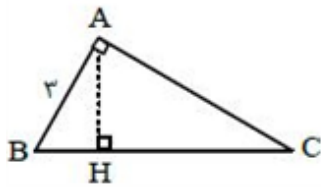


$$BC = BH + CH = \frac{9}{2} + 8 = \frac{4}{2} + 8 = \frac{12}{2}$$

۱۷۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که دو مثلث ABH و ACH متشابهند. اگر نسبت مساحت‌های آن‌ها $\frac{1}{4}$ باشد،

پس نسبت تشابه آن‌ها برابر با $\frac{1}{2}$ می‌باشد. داریم:

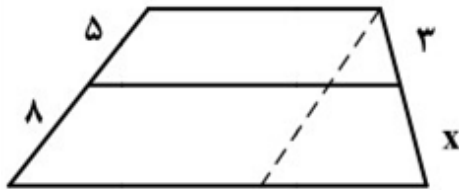


$$K = \frac{1}{4} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{AC} \Rightarrow AC = 6$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 3^2 + 6^2 = 45 \Rightarrow BC = 3\sqrt{5}$$

۱۷۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

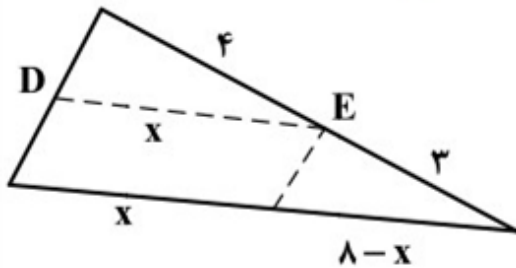


با توجه به متوازی‌الاضلاع‌ها داریم $x = \frac{4}{8}$ یا $\frac{5}{8} = \frac{3}{x}$

در نتیجه ساق کوچکتر $3 + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$

۱۷۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چهار ضلعی متوازی‌الاضلاع است. اضلاع روبه‌رو برابرند.



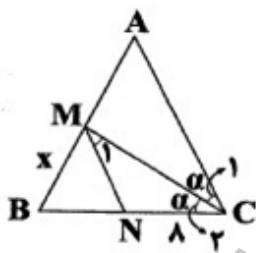
$$\frac{3}{4} = \frac{8-x}{x} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{32}{3} = \frac{4}{3}$$

۱۷۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۷۸

$\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 = \alpha \Rightarrow MC$ نیم سازه است.



$\left. \begin{matrix} MN \parallel AC \\ MC \text{ موزب} \end{matrix} \right\} \Rightarrow M_1 = C_1 = \alpha$

پس مثلث MNC متساوی‌الساقین بوده و در نتیجه $MN = NC = 8$ است.

$\triangle ABC : MN \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{MN}{AC} = \frac{BM}{BA} \xrightarrow{AB=AC} MN = BM \Rightarrow x = 8$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. BM و DN هر دو بر AC عمودند، پس این دو پاره‌خط هم موازی هستند، لذا:

$$\triangle ADN : BM \parallel DN \Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AD} \quad (1)$$

$$\triangle ADC : BN \parallel DC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{AB}{AD} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{AM}{AN} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AM \times AC = AN^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۸۰)

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{3x+1}{3x+9} = \frac{7x-5}{6y-3}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{3x+1}{3x+9} \Rightarrow \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{3x+1}{3(x+3)} \Rightarrow 2 = \frac{3x+1}{x+3} \Rightarrow 2x+6 = 3x+1 \Rightarrow x=5$$

$$\frac{8}{12} = \frac{7x-5}{6y-3} \xrightarrow{x=5} \frac{2}{3} = \frac{35-5}{6y-3} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{30}{6y-3} \Rightarrow 2y-2 = 30 \Rightarrow 2y = 32 \Rightarrow y=16$$

$$\Rightarrow x+y = 5+8 = 13$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۸۱)

$$\frac{a+2}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow a+2=3 \Rightarrow a=1$$

$$\frac{b-3}{5} = \frac{3}{4} \Rightarrow b-3 = \frac{15}{4} \Rightarrow b = 3 + \frac{15}{4} = \frac{12+15}{4} = \frac{27}{4}$$

$$\frac{c+1}{7} = \frac{3}{4} \Rightarrow c+1 = \frac{21}{4} \Rightarrow c = \frac{21}{4} - 1 = \frac{17}{4} \Rightarrow a+b+c = 1 + \frac{27}{4} + \frac{17}{4} = \frac{48}{4} = 12$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق قضیه‌ی تالس جزء‌به‌جزء داریم:

$$IJ \parallel BC \Rightarrow \frac{AI}{IB} = \frac{AJ}{JC} \Rightarrow \frac{2x}{5} = \frac{x+4}{7/5} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 15x = 5x + 20 \Rightarrow 10x = 20 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow AB = 5 + 2x = 5 + 4 = 9$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق قوانین نسبت و تناسب داریم: (۱۸۳)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{3}{a} = \frac{2}{b} = \frac{4}{c} \Rightarrow \frac{3+2+4}{a+b+c} = \frac{3}{a} \Rightarrow \frac{9}{a+b+c} = \frac{3}{a} \quad (1)$$

پس:

$$\text{فرض مسئله: } \frac{x}{a+b+c} = \frac{y}{a} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \div (2)} \frac{9}{x} = \frac{3}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{9}{3} = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۸۴)

$$\frac{x-1}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2(x-1) = 3 \times 3 \Rightarrow x-1 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = 1 + \frac{9}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2y = 3x \xrightarrow{x = \frac{11}{2}} 2y = 3\left(\frac{11}{2}\right) = \frac{33}{2} \Rightarrow y = \frac{33}{2} = \frac{33}{2}$$

$$\frac{z}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2z = 2 \times 2 \Rightarrow z = \frac{4}{2}$$

$$2x + 4y + 3z = 2\left(\frac{11}{2}\right) + 4\left(\frac{33}{2}\right) + 3\left(\frac{4}{2}\right) = 11 + 33 + 4 = 48$$

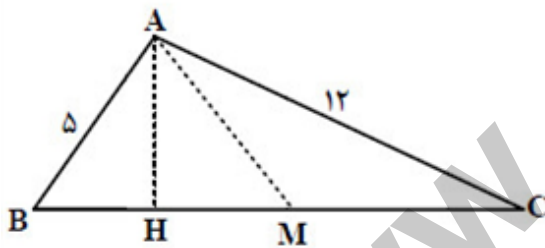
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۸۵)

$$\begin{cases} \hat{D}_1 + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{D}_1 + \hat{B} = \hat{D}_1 + \hat{D}_2 \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}_2$$

دو مثلث ABC و DEC متشابه‌اند:

$$\begin{cases} \hat{D}_2 = \hat{B} \\ \hat{C} \text{ (مشترک)} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEC \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC} \Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{AC}{EC} \Rightarrow AC = 2EC$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول وتر مثلث برابر ۱۳ (۱۸۶)



$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{25}{13}$$

$$MH = \frac{13}{2} - \frac{25}{13} = \frac{119}{26} = 4\frac{15}{26}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل پرسش بنا به قضیه‌ی تالس داریم: (۱۸۷)

$$\frac{x}{3x-4} = \frac{3}{x+1/6}$$

$$x^2 + 1/6x = 9x - 12 \Rightarrow x^2 - 7/4x + 12 = 0 \Rightarrow (x-5)(x-2/4) = 0$$

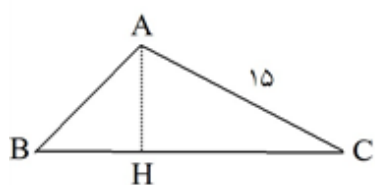
پس $x = 5, 2/4$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۸۸)

$$(a-4)(2b+6) = (a+8)(2b-3) \Rightarrow 2ab + 6a - 8b - 24 = 2ab - 3a + 16b - 24$$

$$\frac{a}{b} = \frac{8}{3} \text{ یا } 9a = 24b$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۸۹

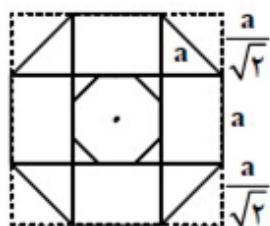


$$AB = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$$

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{64}{17}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آنها یکسان نباشد، دو مثلث متشابه نیستند. ۱۹۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نسبت مساحت دو هشت‌ضلعی منتظم برابر نسبت مساحت مربع وسط به مربع بزرگ است. ۱۹۱



$$\left. \begin{aligned} \text{طول ضلع مربع وسط} &= a \\ \text{طول ضلع مربع بزرگ} &= a + \frac{2a}{\sqrt{2}} = a + a\sqrt{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left[\frac{a}{a(1 + \sqrt{2})} \right]^2$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = 3 - 2\sqrt{2}$$

در نتیجه:

$$\frac{6\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

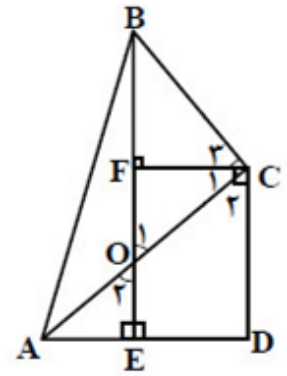
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نسبت تشابه ۱۹۲

$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{3}{2} \right)^2 = \frac{9}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹۳

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} \Rightarrow \frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2} = \alpha^2 \\ \frac{a}{b} &= \frac{c}{d} = \alpha \Rightarrow ad = bc \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{ad(a^2 - c^2)}{bc(b^2 - d^2)} = \alpha^2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹۴



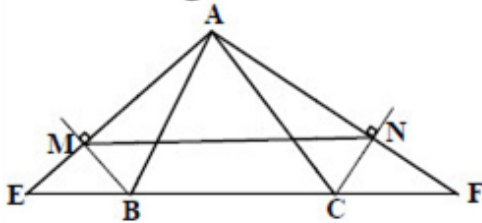
بنابراین:

$$\begin{cases} \hat{C}_1 + \hat{C}_3 = 90^\circ \\ \hat{B} + \hat{C}_3 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B}$$

$$\begin{cases} \hat{C}_1 + \hat{O}_1 = 90^\circ \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 90^\circ \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_3 = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{O}_1 = \hat{C}_3 \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = \hat{B}$$

$$\triangle ADC \sim \triangle AEO \sim \triangle FCO \sim \triangle FBC \sim \triangle OBC$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. AM و AN را امتداد می‌دهیم تا امتداد ضلع BC را در نقاط E و F قطع کند. ۱۹۵



$$\triangle ABE \text{ در مثلث } \hat{B} : \text{ارتفاع} = \text{نیمساز زاویه } \hat{B} = BM \Rightarrow AB = BE$$

$$\triangle ACF \text{ در مثلث } \hat{C} : \text{ارتفاع} = \text{نیمساز زاویه } \hat{C} = CN \Rightarrow AC = CF$$

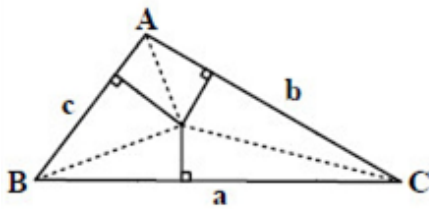
$$\triangle ABC \text{ محیط مثلث } = 16 = AB + AC + BC$$

$$EF = BE + BC + CF = AB + BC + AC = 16$$

$$\triangle AMN \sim \triangle AEF \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{1}{2}$$

$$MN = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

در نتیجه:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr = \frac{1}{2}r(a + b + c) = \frac{1}{2}r(p)$$

$$r = \frac{2s}{p}$$

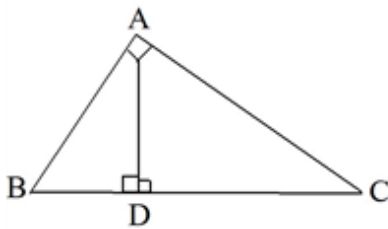
در نتیجه:

$$BC \text{ ارتفاع وارد بر ضلع } = h \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{ah}{2} \Rightarrow h = \frac{2s}{a}$$

$$\triangle ABC \text{ و } \triangle AMN \text{ تشابه دو مثلث} = \frac{h-r}{h} = 1 - \frac{r}{h}$$

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(1 - \frac{r}{h}\right)^2 = \left(1 - \frac{\frac{2s}{p}}{\frac{2s}{a}}\right)^2 = \left(1 - \frac{a}{p}\right)^2 = \left(1 - \frac{7}{15}\right)^2 = \left(\frac{8}{15}\right)^2 = \frac{64}{225}$$

بنابراین:



$$\triangle ABC \sim \triangle ABD \sim \triangle ADC$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{aa'}{a'^2} = \frac{bb'}{b'^2} = \frac{cc'}{c'^2}$$

$$\frac{aa'}{a'^2} = \frac{bb' + cc'}{b'^2 + c'^2} = \frac{bb' + cc'}{a'^2} \Rightarrow aa' = bb' + cc'$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{2} \\ \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

مشترک در هر دو مثلث

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\triangle MNCB} = \frac{3}{4} S_{\triangle ABC}$$

در نتیجه:

$$\frac{3}{4} \times 100 = \%75$$

بنابراین:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۰۰)

$$\triangle AMB \text{ مثلث} \Rightarrow AM = MB = ۱۲$$

$$\hat{A} = \hat{ABM} \Rightarrow \hat{MBC} = \hat{C}$$

در نتیجه:

$$BN^2 = ۱۲^2 + ۵^2 = ۱۶۹ \Rightarrow BN = ۱۳$$

$$\triangle BMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AC}{BN} = \frac{AB}{MN} = \frac{BC}{MB}$$

$$\frac{AC}{۱۳} = \frac{۱۰}{۵} = \frac{BC}{۱۲} \Rightarrow BC = ۲۴, AC = ۲۶$$

در نتیجه:

$$MC = ۲۶ - ۱۲ = ۱۴, NC = ۲۴ - ۱۳ = ۱۱$$

بنابراین:

$$\triangle MNC \text{ محیط مثلث} = ۱۴ + ۵ + ۱۱ = ۳۰$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۱)

$$MB + MN + NC + BC = ۲۱ \Rightarrow BM + ۷ + NC + ۱۱ = ۲۱$$

$$MB + NC = ۲۱ - ۱۸ = ۳$$

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$\frac{۷}{۱۱} = \frac{AM + AN}{AB + AC} = \frac{AM + AN}{AM + AN + ۳}$$

در نتیجه:

$$AM + AN = K$$

فرض:

$$\frac{۷}{۱۱} = \frac{K}{K + ۳} \Rightarrow ۷K + ۲۱ = ۱۱K \Rightarrow ۴K = ۲۱ \Rightarrow K = \frac{۲۱}{۴} = ۵/۲۵$$

بنابراین:

$$AM + AN = ۵/۲۵$$

در نتیجه:

$$\triangle ABC \text{ محیط مثلث} = ۵/۲۵ + ۳ + ۱۱ = ۱۹/۲۵$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۲)

$$\begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B} \\ \hat{A} \text{ در هر دو مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{۴}{۱۱}$$

در نتیجه:

$$EF \parallel BC \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

از طرفی:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{۷}{۱۱}$$

در نتیجه:

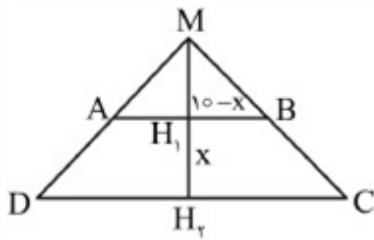
$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{۴}{۱۱} = \frac{۴}{۷} = \frac{DE}{EF}$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۰۳)

$$\triangle ABD : AB \parallel ME \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MD}{MA} = \frac{ED}{EB} \Rightarrow \frac{x+2}{x} = \frac{10}{5} \Rightarrow x = 4$$

$$\triangle BDC : DC \parallel EN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BN}{NC} = \frac{BE}{DE} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{3}{y} \Rightarrow 5y = 30 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow x+y = 10$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $H_1 H_2 = x$ باشد، چون MAB و MDC متشابه هستند داریم:

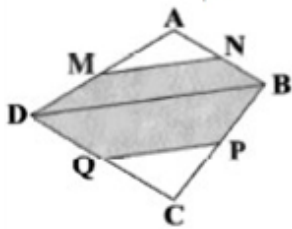
$$\frac{MH_1}{MH_2} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{10-x}{10} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow 40 - 4x = 10$$

$$\Rightarrow 4x = 30 \Rightarrow x = 7.5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۰۵)

$$\frac{10a}{2b} = \frac{4}{3}, \frac{6c}{3d} = \frac{4}{3}, \frac{2f}{2e} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{10a + 6c + 2f}{2b + 3d + 2e} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. M و N به ترتیب وسط AB و AD می‌باشند، بنابراین در $\triangle ABD$ داریم: (۲۰۶)



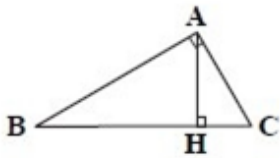
$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABD} \Rightarrow S_{MNBD} = \frac{3}{4} S_{\triangle ABD} \quad (1)$$

به طور مشابه داریم:

$$S_{BPQD} = \frac{3}{4} S_{\triangle BCD} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow S_{MNBD} + S_{BPQD} = \frac{3}{4} S_{\triangle ABD} + \frac{3}{4} S_{\triangle BCD} \Rightarrow S_{MNPQD} = \frac{3}{4} ABCD = \frac{3}{4} S$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۷)



$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$

$$AB \times AC = AH \times BC$$

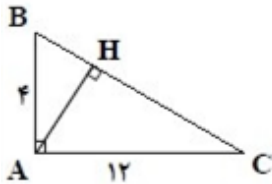
$$AH^2 = BH \times CH$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

نکته (روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه):

راه‌حل اول:

ابتدا طول BC را محاسبه می‌کنیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 12^2 = 16 + 144 = 160 \Rightarrow BC = 4\sqrt{10}$$

اکنون داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 4^2 = BH \times 4\sqrt{10} \Rightarrow BH = \frac{16}{4\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 12^2 = CH \times 4\sqrt{10} \Rightarrow CH = \frac{144}{4\sqrt{10}} = \frac{36}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{CH}{BH} = \frac{\frac{36}{\sqrt{10}}}{\frac{4}{\sqrt{10}}} = 9$$

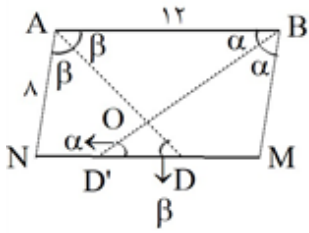
بنابراین:

راه‌حل دوم: با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} AC^2 = CH \times BC \\ AB^2 = BH \times BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{CH \times BC}{BH \times BC} \Rightarrow \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = \frac{CH}{BH} \Rightarrow \frac{CH}{BH} = \left(\frac{12}{4}\right)^2 = 9$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم ارتفاع وارد بر وتر، دو مثلث ایجاد می‌کند که با هم و در ضمن با مثلث اصلی متشابه هستند. پس (AHC و AHB)، (BHK و AHK) و (ABH و AHK) متشابه هستند.

(۲۰۸)

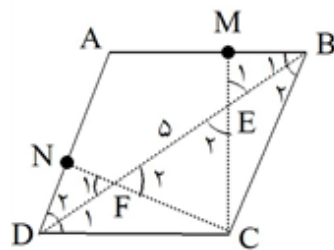


$$\begin{aligned} \triangle AND : \hat{A} = \hat{D} = \beta &\Rightarrow ND = AN = 8 \\ DD' = x &\longrightarrow ND' = 8 - x \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle BMD' : \hat{B} = \hat{D}' = \alpha &\Rightarrow MB = MD' = 8 \xrightarrow{NM = 12} ND' = 12 - 8 = 4 \quad (2) \\ (1), (2) &\Rightarrow 8 - x = 4 \Rightarrow x = DD' = 4 \end{aligned}$$

از طرفی:

$$\triangle ODD' \sim \triangle OAB \Rightarrow \frac{OA}{OD} = \frac{AB}{DD'} = \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow \frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle ODD'}} = 3^2 = 9$$



$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \end{cases} \Rightarrow \triangle EMB \sim \triangle ECD \Rightarrow \frac{EB}{DE} = \frac{MB}{CD} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow DE = 2EB \quad (1)$$

$$\begin{cases} \hat{D}_2 = \hat{B}_2 \\ \hat{F}_1 = \hat{F}_2 \end{cases} \Rightarrow \triangle DNF \sim \triangle FBC \Rightarrow \frac{DF}{FB} = \frac{DN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow FB = 2DF \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} 5 + DF = 2EB \Rightarrow DF = 2EB - 5 \\ 5 + EB = 2DF \end{cases} \Rightarrow 5 + EB = 2(2EB - 5)$$

$$\Rightarrow 5 + EB = 4EB - 10 \Rightarrow 3EB = 15 \Rightarrow EB = \frac{15}{3} = 5 \Rightarrow DF = 2(5) - 5 = 10 - 5 = 5$$

$$\Rightarrow EB \times DF = 5 \times 5 = 25$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \frac{1}{5}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{5}x \xrightarrow{x = \frac{2}{5}} y = \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$$

$$(3) \Rightarrow \frac{z}{y} = \frac{1}{5} \Rightarrow z = \frac{1}{5}y \xrightarrow{y = \frac{2}{25}} z = \frac{1}{5} \times \frac{2}{25} = \frac{2}{125} \Rightarrow x + y + z = \frac{2}{5} + \frac{2}{25} + \frac{2}{125} = \frac{50 + 10 + 2}{125} = \frac{62}{125}$$

نکته: در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k ، نسبت اضلاع متناظر برابر k و نسبت مساحت‌ها برابر k^2 است. فرض کنیم نسبت برابر k باشد، در این صورت طبق فرض و با توجه به نکته بالا داریم:

$$k^2 = \frac{2}{3} \times k \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

پس نسبت مساحت مثلث بزرگ‌تر به مساحت مثلث کوچک‌تر برابر است با:

$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

و نسبت تشابه مثلث AHC به ABH برابر $\frac{AC}{AB} = \frac{5}{3}$ است. بنابراین نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با:

$$\frac{S_{\triangle AHC}}{S_{\triangle ABH}} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$$\text{اگر } \begin{cases} S_{\triangle ABH} = 9x \\ S_{\triangle AHC} = 25x \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle AHC} + S_{\triangle ABH} = S_{\triangle ABC} = 34x \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AHC}} = \frac{34x}{25x} = \frac{34}{25}$$

۲۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای محاسبه‌ی نسبت مساحت‌های مثلث $\triangle AEF$ به $\triangle ABC$ ، ابتدا نسبت مساحت $\triangle AEF$ به مساحت $\triangle ABD$ سپس نسبت مساحت $\triangle ABD$ به مساحت $\triangle ABC$ را به دست می‌آوریم و سپس با ترکیب آنها به پاسخ می‌رسیم:

$$EF \parallel BD \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABD \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABD}} = \left(\frac{AE}{AD}\right)^2 = \left(\frac{3}{3+2}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

از طرفی در دو مثلث ABC و ABD ، ارتفاع وارد از رأس B مشترک است. پس:

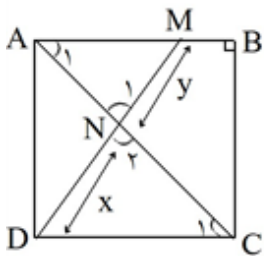
$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD}{AC} \xrightarrow{DF \parallel BC} \frac{AF}{AB} \xrightarrow{EF \parallel BD} \frac{AE}{AD} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABD}} \times \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{9}{25} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{125}$$

بنابراین:

۲۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} \hat{N}_1 = \hat{N}_2 \text{ متقابل به راس} \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 45^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle ANM \sim \triangle DNC$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{DC} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{2k}{3k} = \frac{y}{x} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x \quad (*)$$

$$\triangle AMD: DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{2}{3}AD\right)^2 + AD^2 = \frac{4}{9}AD^2 + AD^2$$

$$\Rightarrow DM^2 = \frac{13}{9}AD^2 \Rightarrow DM = \frac{\sqrt{13}}{3}AD = \frac{\sqrt{13}}{3} \times \sqrt{13} = \frac{13}{3}$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{13}{3} \xrightarrow{(*)} x + \frac{2}{3}x = \frac{13}{3} \Rightarrow \frac{5}{3}x = \frac{13}{3} \Rightarrow 5x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{5}$$

$$\Rightarrow x - y = x - \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x = \frac{1}{3} \times \frac{13}{5} = \frac{13}{15}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۱۶)

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC : EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \\ \triangle AEC : MF \parallel EC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{ME} = \frac{AF}{FC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AM}{ME} \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$EM = \frac{5}{6}EB = 5 \Rightarrow \begin{cases} ME = 5 \\ EB = 6 \end{cases} \quad (2)$$

بنابراین با فرض $AM = x$ داریم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(1), (2)} \frac{5+x}{6} &= \frac{x}{5} \Rightarrow 6x = 5(5+x) \Rightarrow 6x = 25 + 5x \Rightarrow 6x - 5x = 25 \Rightarrow x = 25 \\ \Rightarrow AB &= x + 5 + 6 = 25 + 11 = 36 \end{aligned}$$

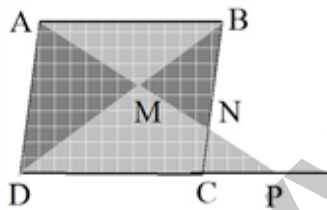
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۱۷)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{ACB} = \hat{BDC} \text{ (هر دو متمم } \hat{OBC} \text{)} \end{array} \right\} \triangle ABC \Rightarrow \sim \triangle BCD \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BC}{CD} = \frac{1}{4}$$

$$CD = 4BC, \quad BC = 4AB \Rightarrow CD = 16AB$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{16}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به دو پروانه‌ی اسیر بین دو خط موازی دقت کنید. مثلث‌های AMD و MNB متشابه‌اند، بنابراین: (۲۱۸)



$$\frac{AM}{MN} = \frac{MD}{MB} \quad (1)$$

$$\frac{MP}{AM} = \frac{MD}{MB} \quad (2)$$

هم‌چنین مثلث‌های AMB و DMB متشابه‌اند، پس:

سمت راست تساوی‌های ۱ و ۲ یکسان است، لذا $\frac{AM}{MN} = \frac{MP}{AM}$ می‌باشد و داریم:

$$\frac{AM}{MN} = \frac{MP}{AM} \Rightarrow MN \times MP = AM^2$$

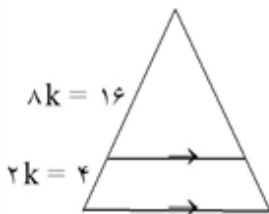
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید برای نوشتن تناسب، a را با ۹ متناظر بگیریم، چون بیشترین مقدار a را می‌خواهیم: (۲۱۹)

$$\begin{cases} \frac{a}{9} = \frac{5}{b} = \frac{4}{v} \Rightarrow a = \frac{36}{v} \\ \frac{a}{9} = \frac{5}{v} = \frac{4}{b} \Rightarrow a = \frac{45}{v} \end{cases} \Rightarrow \text{Max}(a) = \frac{45}{v}$$

توجه کنید که اگر a و ۹ را متناظر نمی‌گرفتیم، حالت‌های زیر را نیز باید بررسی می‌کردیم که در هر صورت مقداری کوچک‌تر از $\frac{45}{v}$ برای a به دست می‌آمد:

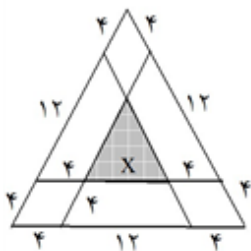
$$\frac{a}{v} = \frac{4}{9} = \frac{5}{b} \Rightarrow a = \frac{28}{9}, \quad \frac{a}{v} = \frac{4}{b} = \frac{5}{9} \Rightarrow a = \frac{35}{9}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. پاره‌خط‌های ایجاد شده روی ضلع مثلث $2k$ و $8k$ هستند، بنابراین طول قطعات ایجاد شده به صورت زیر است: (۲۲۰)



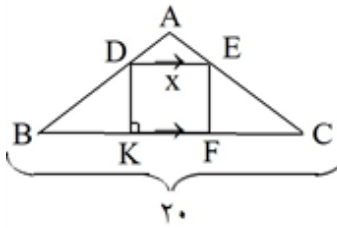
$$2k + 8k = 20 \Rightarrow 10k = 20 \Rightarrow k = 2$$

حال شکل مسئله را کامل می‌کنیم، طول ضلع مثلث رنگی، یعنی x مدنظر سؤال است، به کمک قضیه‌ی تالس در مثلث بزرگ‌تر داریم:



$$\frac{16}{20} = \frac{x+8}{20} \Rightarrow x = 8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون DEFK مربع می‌باشد. پس $DE \parallel BC$ است. با فرض $DE = x$ به کمک تالس جزء به کل در مثلث ABC داریم:




$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{AD}{AB} \quad (1)$$

از طرفی چون مساحت مثلث برابر ۵۰ می‌باشد، داریم:

$$50 = \frac{1}{2} \times BC \times h \Rightarrow 50 = \frac{1}{2} \times 20 \times h \Rightarrow h = 5$$

حال به کمک تالس جزء به کل در مثلث رنگ شده داریم:



$$\frac{BD}{AB} = \frac{DK}{h} \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{x}{5}$$

به کمک خواص تناسب می‌توان گفت:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{AB - BD}{AB} = \frac{5 - x}{5} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{5 - x}{5}$$

در تناسب (۱) مقدار $\frac{AD}{AB} = \frac{x}{20}$ به دست آمده بود، پس:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{5 - x}{5} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{5 - x}{5} \Rightarrow 5x = 20(5 - x) \Rightarrow x = 100 - 20x \Rightarrow 25x = 100 \Rightarrow x = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

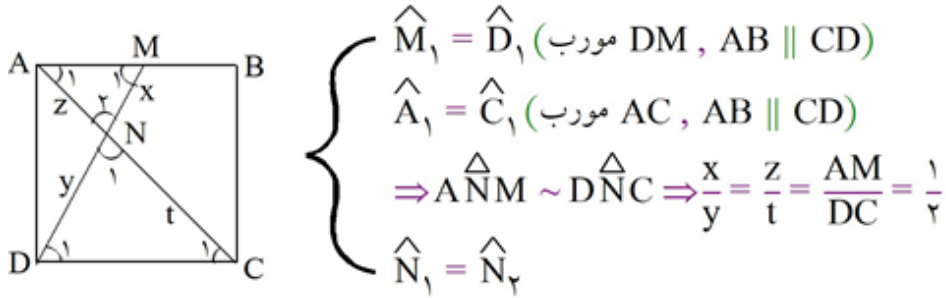
$$\begin{cases} \hat{H} = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{(زز)} M \hat{H} C \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MH}{AB} = \frac{MC}{BC} = \frac{CH}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{AC}{2BC} \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{3}}{2} BC \quad (*)$$

از طرفی بنا به قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 16 + \frac{3}{4} BC^2 \Rightarrow \frac{1}{4} BC^2 = 16$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{BC}{2} = 4 \Rightarrow BC = 8 \xrightarrow{(*)} AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{M}_1 = \hat{D}_1 \text{ (مورب } DM, AB \parallel CD) \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \text{ (مورب } AC, AB \parallel CD) \\ \Rightarrow \triangle ANM \sim \triangle DNC \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{t} = \frac{AM}{DC} = \frac{1}{2} \\ \hat{N}_1 = \hat{N}_2 \end{array} \right.$$

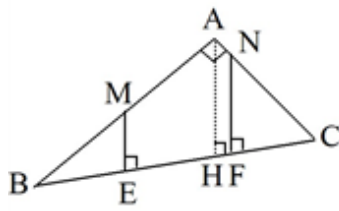
$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x & (*) \\ t = 2z & (**) \end{cases}$$

از طرفی بنا به روابط فیثاغورس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = \sqrt{AM^2 + AD^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{18 + 72} = \sqrt{90} \\ = 3\sqrt{10} \xrightarrow{(*)} 3x = 3\sqrt{10} \Rightarrow x = \sqrt{10} \\ t + z = \sqrt{2} AD = \sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 12 \xrightarrow{(**)} 3z = 12 \Rightarrow z = 4 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{محیط } AMN = AM + AN + MN = 3\sqrt{2} + 4 + \sqrt{10}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عمود AH را بر وتر BC رسم می‌کنیم داریم:



$$\triangle ABH \text{ در تالس: } \frac{ME}{AH} = \frac{BE}{BH} \Rightarrow AH \times BE = ME \times BH \quad (۱)$$

$$\triangle ACH \text{ در تالس } \frac{NF}{AH} = \frac{FC}{CH} \xrightarrow{BE=FC}$$

$$\frac{NF}{AH} = \frac{BE}{CH} \Rightarrow AH \times BE = NF \times CH \quad (۲)$$

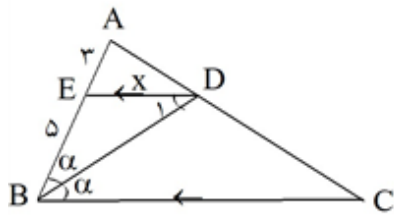
$$(۱), (۲) \Rightarrow ME \times BH = NF \times CH \Rightarrow \frac{ME}{NF} = \frac{CH}{BH} \quad (*)$$

$$\triangle ABH \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{AC}{AB} \quad (۳)$$

$$\triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow CH = \frac{AH^2}{BH} \quad (۴)$$

$$(*), (۳), (۴) \Rightarrow \frac{ME}{NF} = \frac{CH}{BH} \xrightarrow{(۴)} \frac{AH^2}{BH^2} = \left(\frac{AH}{BH}\right)^2 = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۲۵



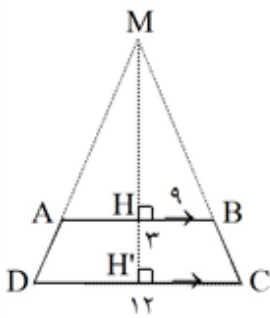
$$ED \parallel BC \text{ و } BD \text{ مورب } \Rightarrow \hat{D}_1 = \alpha$$

$$\Rightarrow \triangle BED: \hat{B} = \hat{D} = \alpha \Rightarrow DE = BE = 5$$

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{5}{BC} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

از طرفی داریم:



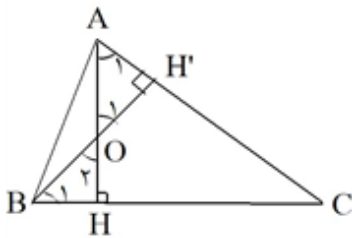
$$\triangle MH'C : BH \parallel CH' \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{MH}{MH'} = \frac{BM}{MC} \quad (1)$$

$$\triangle MDC : AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{BM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{9}{12} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{MH}{MH'} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4MH = 3MH'$$

$$4MH = 3(3 + MH) \Rightarrow 4MH = 9 + 3MH \Rightarrow MH = 9$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مثلث‌های OAH' و OAH بنابر تساوی زوایا، با هم متشابه‌اند: ۲۲۷



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (متقابل به راس)}$$

$$\hat{H}' = \hat{H} \text{ (قائم)}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1$$

بنابراین، طبق تناسب اضلاع داریم:

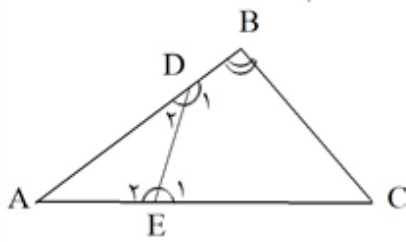
$$\frac{OH'}{OH} = \frac{OA}{OB} = \frac{AH'}{BH} \Rightarrow \frac{OH'}{3} = \frac{\sqrt{13}}{OB} = \frac{3}{BH} \quad (*)$$

از طرفی در مثلث AOH' ، می‌توان ضلع OH' را از قضیه فیثاغورس حساب کرد:

$$OH' = \sqrt{OA^2 - AH'^2} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 3^2} = \sqrt{4} = 2 \xrightarrow{(*)} \frac{2}{3} = \frac{3}{BH}$$

$$\Rightarrow BH = \frac{9}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون زاویه‌های روبه‌رو در چهارضلعی مکمل‌اند، در نتیجه داریم:



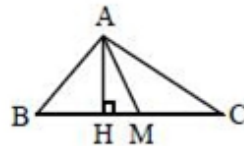
$$\begin{aligned} \hat{E}_1 + \hat{E}_2 &= 180 \\ \hat{E}_1 + \hat{B} &= 180 \end{aligned} \Rightarrow \hat{E}_2 = \hat{B}$$

در نتیجه دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ADE$ بنا بر برابری دو زاویه (و در نتیجه سه زاویه) متشابه‌اند ($\hat{A} = \hat{A}$, $\hat{E}_2 = \hat{B}$) و در نتیجه طبق تناسب اضلاع داریم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{2}{3+1} = \frac{3}{2+EC} \Rightarrow 2+EC = 6 \Rightarrow EC = 4 \Rightarrow AC = 4+2 = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{3} \\ AC = 2 \end{cases}$$



$$\triangle ABC: BC = \sqrt{3+4} = \sqrt{7} \Rightarrow AM = BM = CM = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

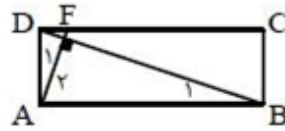
$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow \triangle AHM: MH^2 = AM^2 - AH^2 \Rightarrow MH = \frac{1}{2\sqrt{7}}$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMH}} = \frac{\frac{1}{2}AB \times AC}{\frac{1}{2}AH \times MH} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{2\sqrt{7}}} = 14$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۳۰)

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 90 \\ B_1 + A_2 = 90 \end{cases} \Rightarrow A_1 = B_1$$



$$\triangle ABD, \triangle ADF: \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{A} = \hat{D} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ADF$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{DA}{DF} = 3 \Rightarrow DA = 3DF$$

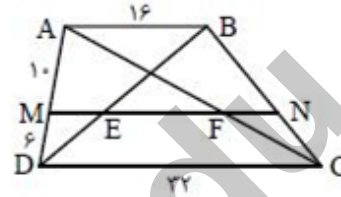
$$AB = 3DA = 3(3DF) = 9DF \Rightarrow CD = 9DF$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از قضیه تالس در دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle ACD$ استفاده می‌کنیم: (۲۳۱)

$$\triangle ABD: \frac{ME}{AB} = \frac{MD}{AD} \Rightarrow \frac{ME}{16} = \frac{6}{16} \Rightarrow ME = 6$$

$$\triangle ACD: \frac{MF}{CD} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{MF}{32} = \frac{10}{16} \Rightarrow MF = 20$$

$$EF = 20 - 6 = 14$$

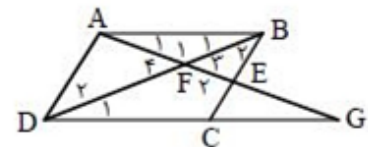


حال با توجه به شکل می‌توان نوشت:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۳۲)

$$\left. \begin{matrix} \hat{A}_1 = \hat{G} \\ \hat{F}_1 = \hat{F}_2 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ZZ}} \triangle ABF \sim \triangle FDG \Rightarrow \frac{AB}{DG} = \frac{AF}{FG} = \frac{BF}{DF} \quad (1)$$

$$\left. \begin{matrix} \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \\ \hat{F}_3 = \hat{F}_4 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ZZ}} \triangle BFE \sim \triangle ADF \Rightarrow \frac{BE}{AD} = \frac{FE}{AF} = \frac{BF}{DF} \quad (2)$$



با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{AF}{FG} = \frac{FE}{AF} \Rightarrow AF^2 = FE \times FG = 2 \times 4 = 8 \Rightarrow AF = 2\sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۳۳)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{H} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زز}} \triangle CMH \sim \triangle ABC$$

$$BH = 3CH \Rightarrow CH = \frac{1}{4}BC \Rightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow BC = 10 \Rightarrow CH = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{CH}{AC} = \frac{MH}{AB} = \frac{MC}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{5}{2}}{8} = \frac{MH}{6} \Rightarrow MH = \frac{\frac{5}{2} \times 6}{8} = \frac{15}{8}$$

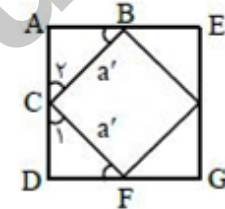
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که دو مربع در هر حالتی متشابه‌اند، بنابراین: (۲۳۴)

$$\frac{S'}{S} = \frac{49}{25} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 \Rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{7}{5}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4}(S - S') = \frac{1}{4}(14^2 - 10^2) = \frac{1}{4}96 \Rightarrow S_{\triangle SBC} = 24$$

مثلث قائم‌الزاویه $\triangle CDF$ با $\triangle ACE$ هم‌نهشت‌اند. از طرفی:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle CDF: \hat{C}_1 = 90 - F \\ C_1 + C_2 + 90 = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow C_1 = 90 - C_2 \Rightarrow C_2 = F \Rightarrow C_1 = E$$

پس دو مثلث $\triangle ACE$ و $\triangle CDF$ به حالت (ض‌ض‌ض) با هم هم‌نهشت‌اند.

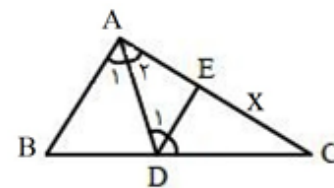
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۳۵)

$$AB = 12, AC = 20$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ DE \parallel AB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow DE = AE$$

$$AB \parallel DE \Rightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{DE}{AB} \Rightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{CA - CE}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{20 - x}{12} \Rightarrow 12x = 400 - 20x \Rightarrow x = \frac{400}{32} = 12.5$$

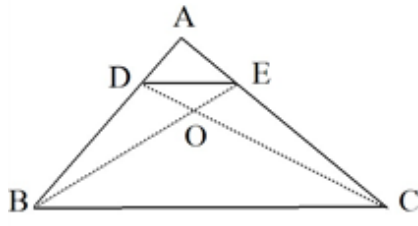


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از قضیه تالس در دو مثلث $\triangle ACF$ و $\triangle ADF$ استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ACF: BE \parallel CF \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AB}{BC} \\ \triangle ADF: CE \parallel DF \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AC}{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{10}{CD} \Rightarrow CD = \frac{30}{7}$$

www.akoedu.ir

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\triangle ABC : DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{1}{4}$$

از طرفی:

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{\frac{1}{2} \times DH \times AE}{\frac{1}{2} \times DH \times EC} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S_{\triangle DEO}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{\frac{1}{2} \times EH' \times OD}{\frac{1}{2} \times EH' \times CD} = \frac{OD}{CD} \\ \triangle ODE \sim \triangle OBC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{OE}{OB} = \frac{OD}{OC} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{OD}{CD} = \frac{1}{6} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle DEO}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEO}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{4} = 1/5$$

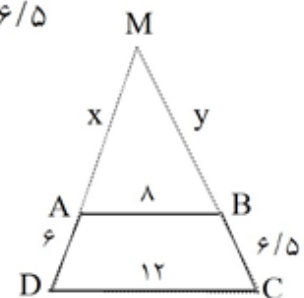
توجه: H و H' پای عمودهای رسم شده از رئوس D و E هستند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

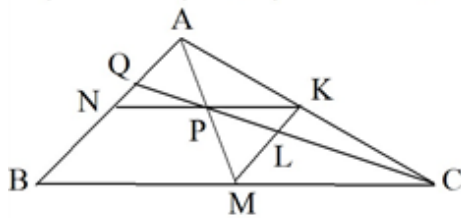
$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AM}{MD} = \frac{BM}{MC} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{x}{x+6} = \frac{8}{12} = \frac{y}{y+6/5}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{x+6} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2x + 12 \Rightarrow x = 12 \\ \frac{y}{y+6/5} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3y = 2y + 12 \Rightarrow y = 12 \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع}} x + y = 12 + 12 = 24$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا پاره خط MK و میانه AM که از نقطه P می‌گذرد را رسم می‌کنیم. حال داریم:



$$\frac{AN}{AB} = \frac{AK}{AC} = \frac{1}{2} \quad \text{عکس قضیه تالس} \quad NK \parallel BC$$

$$\frac{PK}{MC} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} PK = PN \\ \hat{KPL} = \hat{QPN} \\ MK \parallel AB \Rightarrow \hat{PKL} = \hat{PNQ} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \triangle NQP \simeq \triangle PKL \Rightarrow KL = NQ \quad (2)$$

$$\text{هم چنین: } \begin{cases} \hat{PKL} = \hat{LMC} \\ \hat{KPL} = \hat{LCM} \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle PKL \sim \triangle MCL \Rightarrow \frac{KL}{LM} = \frac{PK}{MC} \xrightarrow{1}$$

$$\frac{1}{2} \Rightarrow KL = \frac{1}{2} LM \Rightarrow KL = \frac{1}{3} KM \quad (3)$$

$$\text{بالاخره: } \begin{cases} KP = PN \\ \hat{PKM} = \hat{ANP} \\ \hat{KPM} = \hat{APN} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \triangle KPM \sim \triangle ANP \Rightarrow KM = AN \quad (4)$$

$$\xrightarrow{(2), (3), (4)} NQ = \frac{1}{3} AN \xrightarrow{AN=6} \frac{1}{3} \times 6 = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون بین اضلاع رابطه فیثاغورس برقرار است $(4^2 + 6^2 = (2\sqrt{13})^2)$ ، پس این مثلث، قائم‌الزاویه است و اضلاع قائم، ۴ و ۶ واحد هستند.

$$\text{مساحت} = \frac{\text{حاصل ضرب اضلاع قائم}}{2} = \frac{4 \times 6}{2} = 12$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید دو بار، تعمیم قضیه تالس را اعمال کنیم. اگر طول AF را هم X فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$BC \parallel DE \xrightarrow[\text{تعمیم قضیه تالس}]{\text{با استفاده از}} \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{x+2}{x+5} = \frac{AB}{AD} \quad (1)$$

$$FB \parallel CD \xrightarrow[\text{تعمیم قضیه تالس}]{\text{با استفاده از}} \frac{AF}{AC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{AB}{AD} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \frac{x+2}{x+5} = \frac{x}{x+2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x^2 + 2x + 4 = x^2 + 5x \Rightarrow x = 4$$

$$\text{طول AE} = x + 2 + 3 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌توان از راه‌های مختلفی تناسب را ساده کرد، اما ساده‌تر از همه، همان طرفین وسطین است. (۲۴۵)

$$\frac{5a + 10}{a + 5} = \frac{5b + 6}{b + 3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5ab + 15a + 10b + 30 = 5ab + 25b + 6a + 30$$

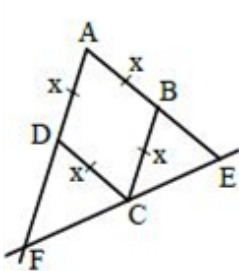
$$15a - 6a = 25b - 10b \Rightarrow 9a = 15b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{15}{9} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه تالس می‌نویسیم: (۲۴۶)

$$\left. \begin{array}{l} MB \parallel NC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AN} \\ MC \parallel ND \Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{AC}{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$$

$$\Rightarrow AC^2 = AB \times AD = 3 \times 12 = 36 \Rightarrow AC = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۴۷)

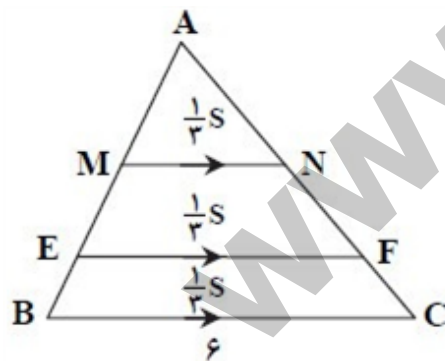


$$\left. \begin{array}{l} \frac{AB}{AE} = \frac{CF}{EF} \\ \frac{AD}{AF} = \frac{CE}{EF} \end{array} \right\} \xrightarrow{\oplus} \frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = \frac{CF + CE}{EF} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{x}{8} = 1 \Rightarrow 8x + 6x = 48 \Rightarrow 14x = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = \frac{24}{7} \times 4 = \frac{96}{7}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۴۸)



نکته (قضیه اساسی تشابه): اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلث، دو ضلع دیگر را قطع کند، مثلثی ایجاد می‌شود که با مثلث اصلی متشابه است.

نکته: نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، مربع نسبت تشابه آن‌هاست. با توجه به اینکه در صورت سؤال گفته شده مساحت سه شکل ایجاد شده برابر است، داریم:

$$\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \frac{2}{3}$$

برابر است، داریم:

از طرفی طبق قضیه اساسی تشابه می‌دانیم این دو مثلث متشابه‌اند. اگر نسبت تشابه آن‌ها را k بنامیم، داریم:

$$k^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \frac{EF}{BC} = k = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \frac{EF}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow EF = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}$$

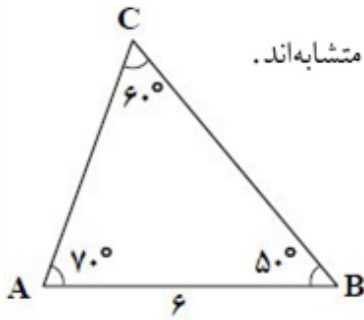
۲۴۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشد، آنگاه آن دو مثلث متشابه‌اند.

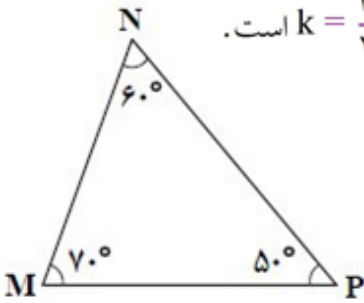
نکته: نسبت مساحت دو مثلث متشابه، مربع نسبت تشابه آنهاست.

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال داریم:



$$\hat{C} = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{N} = 60^\circ \\ \hat{A} = \hat{M} = 70^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

با توجه به اینکه نسبت مساحت‌ها $d^2 = \frac{9}{4}$ می‌باشد، پس نسبت تشابه این دو مثلث $k = \frac{3}{2}$ است.

حال دو حالت امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases} \frac{AB}{MP} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6}{MP} = \frac{3}{2} \Rightarrow MP = 4 \\ \frac{MP}{AB} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{MP}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow MP = 9 \end{cases}$$

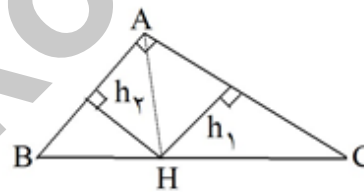
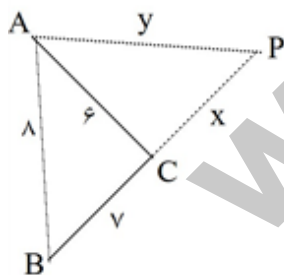
با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۴ پاسخ است.

۲۵۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مثلث‌های ABH، ACH و ABC متشابه‌اند، بنابراین:

$$\frac{S_{ABH}}{S_{ABC}} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{S_{ABH}}{S_{ABC} - S_{ABH}} = \frac{1}{10 - 1} = \frac{1}{9} = k^2$$

$$\text{نسبت تشابه} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنید $PA = y$ و $PC = x$ در این صورت دو مثلث PAB و PCA متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{x+7} = \frac{6}{8}$$

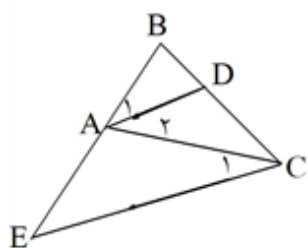
$$\Rightarrow \begin{cases} 4x = 3y \\ 4x + 21 = 4y \end{cases} \Rightarrow x = 9, y = 12$$

۲۵۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۵۲)

$$\hat{E} = \hat{A}_1, \hat{A}_2 = \hat{C}_1, \hat{A}_2 = \hat{A}_1 \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{E}$$

$$AC = AE$$



$$AD \parallel CE \Rightarrow \frac{BA}{BE} = \frac{AD}{CE}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AB}{BE} = \frac{2}{5}$$

$$AD = \frac{2}{5}CE = 2$$

پس مثلث ACE متساوی الساقین است و داریم:

قضیه تالس:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۵۳)

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \Rightarrow \frac{a+8}{b+20} = \frac{2}{5}$$

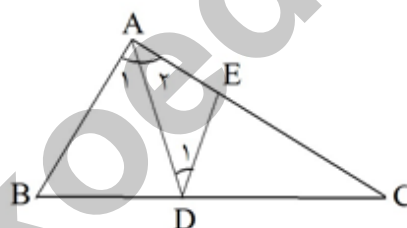
$$DE \parallel AB \Rightarrow \begin{cases} \frac{CE}{AC} = \frac{DE}{AB} \\ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \end{cases}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{D}_1 \Rightarrow AE = DE$$

$$\frac{CE}{AC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{CE}{35} = \frac{35 - CE}{15}$$

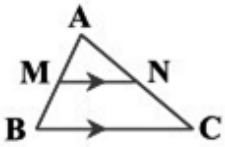
$$\frac{CE}{7} = \frac{35 - CE}{3} \Rightarrow 3CE = 245 - 7CE$$

$$10 \cdot CE = 245 \Rightarrow CE = 24.5$$



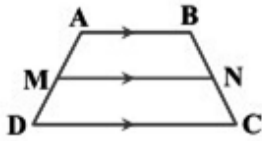
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۵۴)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته (تعمیم قضیه تالس): در مثلث ABC ، اگر $MN \parallel BC$ ، آنگاه:



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

نکته (قضیه تالس در دوزنقه): در دوزنقه $ABCD$ ، اگر $MN \parallel AB$ ، آنگاه:



$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

طبق فرض $EF \parallel AB$ ، با استفاده از قضیه تالس در دوزنقه داریم:

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$$

حال با استفاده از ترکیب در مخرج، نتیجه می‌شود:

$$\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC}$$

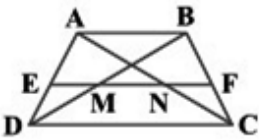
اکنون با استفاده از قضیه تالس در مثلث‌های ADC و BCD داریم:

$$\begin{cases} \triangle ADC: OE \parallel DC \Rightarrow \frac{OE}{DC} = \frac{AE}{AD} & (۱) \\ \triangle BCD: OF \parallel DC \Rightarrow \frac{OF}{DC} = \frac{BF}{BC} & (۲) \end{cases}$$

حال با توجه به اینکه $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC}$ ، از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{OE}{DC} = \frac{OF}{DC} \Rightarrow OE = OF \Rightarrow \frac{OE}{OF} = ۱$$

تذکر: در دوزنقه شکل روبه‌رو اگر $EF \parallel AB$ ، آنگاه:



$$EM = NF$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 نکته (قضیه اساسی تشابه): اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلث، دو ضلع دیگر را قطع کند، مثلثی ایجاد می‌شود که با مثلث اصلی متشابه است.

نکته (قضیه تالس): در مثلث ABC ، اگر $MN \parallel BC$ ، آن‌گاه: $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

نکته: نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، مربع نسبت تشابه آن‌هاست.
 طبق فرض $MNPB$ متوازی‌الاضلاع است، پس $MN \parallel BC$. بنابراین از قضیه اساسی تشابه نتیجه می‌گیریم:

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC$$

طبق فرض $MNPB$ متوازی‌الاضلاع است، پس $MN \parallel BC$. بنابراین از قضیه اساسی تشابه نتیجه می‌گیریم:

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC$$

اگر نسبت تشابه این دو مثلث را k بنامیم، داریم:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{2}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{MA}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow k = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{4}{9} \quad (1)$$

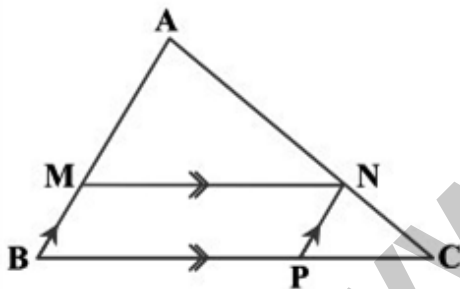
$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{تفضیل صورت از مخرج در صورت}} \frac{AC - AN}{AC} = \frac{3 - 2}{3} \Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{1}{3}$$

طبق فرض $MNPC$ متوازی‌الاضلاع است، پس $NP \parallel AC$. حال از قضیه اساسی تشابه نتیجه می‌گیریم:

$$\triangle NPC \sim \triangle ABC$$

اگر نسبت تشابه این دو مثلث را k' بنامیم، داریم:

$$k' = \frac{NC}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{NPC}}{S_{ABC}} = k'^2 = \frac{1}{9} \quad (2)$$



با جمع کردن دو طرف تساوی‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{S_{AMN} + S_{NPC}}{S_{ABC}} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{S_{MNPB}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BHE، طول وتر BH را محاسبه می‌کنیم.

$$BH^2 = EH^2 + BE^2 \Rightarrow BH^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BH = 5$$

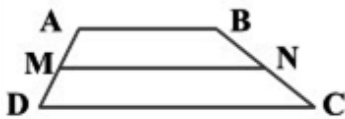
$$\begin{cases} \hat{D} = \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{EHB} = \hat{DHC} \text{ (متقابل به راس)} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \triangle BHE \sim \triangle CHD$$

$$\Rightarrow \text{نسبت تشابه } k = \frac{EH}{DH} = \frac{BH}{CH} \Rightarrow k = \frac{3}{6} = \frac{5}{CH} \Rightarrow CH = 10$$

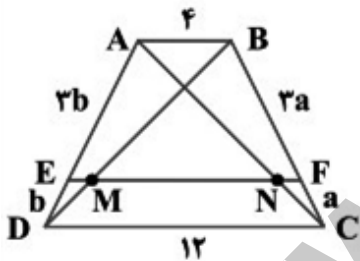
حال با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BEC داریم:

$$BC^2 = BE^2 + CE^2 \Rightarrow BC^2 = 4^2 + 13^2 = 185 \Rightarrow BC = \sqrt{185}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته (قضیه تالس در ذوزنقه): در ذوزنقه ABCD، اگر $MN \parallel AB \parallel CD$ ، آن‌گاه: $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$ و برعکس.

نکته (تعمیم قضیه تالس): اگر در مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، آن‌گاه مثلثی ایجاد می‌شود که اضلاع آن با اضلاع مثلث اصلی متناسب است.

طبق فرض: $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ ، پس از عکس قضیه تالس در ذوزنقه نتیجه می‌گیریم: $AB \parallel EF \parallel DC$ 

$$\triangle BDC: MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{MF}{DC} \Rightarrow \frac{3}{12} = \frac{MF}{12} \Rightarrow MF = 9 \quad (1)$$

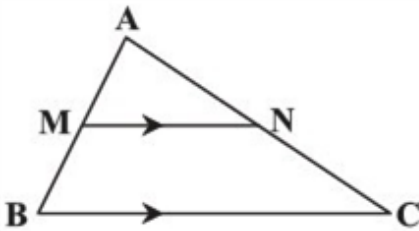
$$\triangle CAB: NF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{CF}{CB} = \frac{NF}{AB} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{NF}{4} \Rightarrow NF = 1 \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: $MN = MF - NF = 9 - 1 = 8$

۲۵۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته (قضیه تالس و تعمیم آن): اگر در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، آن گاه روابط زیر برقرار است:



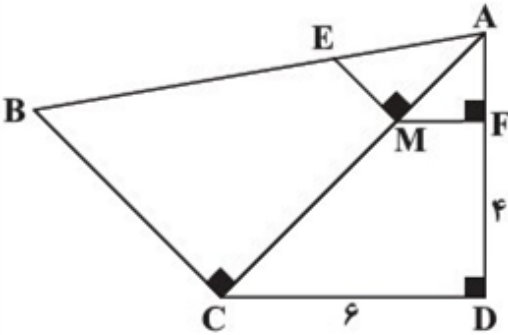
$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}, \quad \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

با استفاده از قضیه تالس در دو مثلث ABC و ACD داریم:

$$\begin{cases} \triangle ABC: EM \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AM}{MC} \\ \triangle ACD: MF \parallel CD \Rightarrow \frac{AF}{FD} = \frac{AM}{MC} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{AF}{FD} = \frac{AE}{BE} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{1}{2} \frac{FD = 4}{2} \rightarrow AF = 2$$

$$\frac{FM}{6} = \frac{2}{6} \Rightarrow FM = 2, \quad S_{AFM} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$



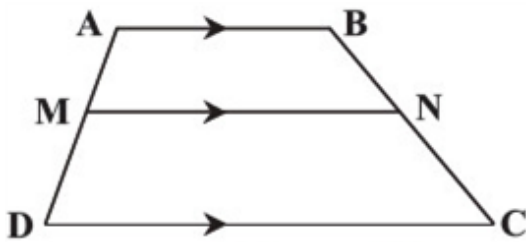
۲۶۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: (قضیه تالس در دوزنقه):

در دوزنقه ABCD، اگر $MN \parallel AB \parallel CD$ ، آن گاه:

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

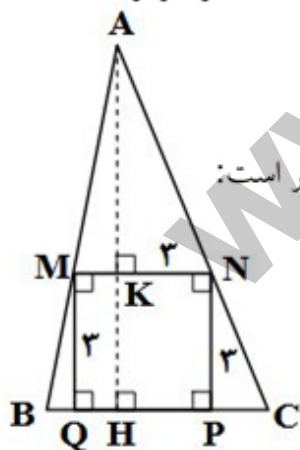
با استفاده از نکته بالا داریم:



$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \xrightarrow{AM = 2 \text{ و } BN = 3, \quad NC = 6} \frac{2}{MD} = \frac{3}{6} \Rightarrow MD = 4$$

۲۶۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاعها، نیمسازها و میانههای متناظر، برابر نسبت تشابه است.



$$AH = h \Rightarrow AK = AH - KH = h - 3$$

$$\text{مربع } MNPQ \Rightarrow MN \parallel PQ \Rightarrow MN \parallel BC$$

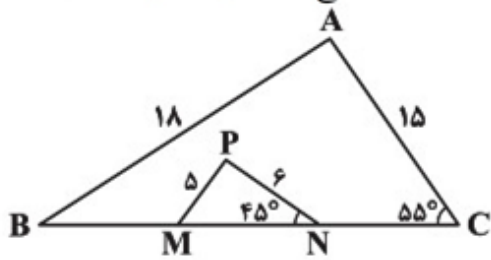
بنابراین دو مثلث AMN و ABC متشابه‌اند و نسبت ارتفاعهای آنها با نسبت تشابه برابر است:

$$\frac{AK}{AH} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{h-3}{h} = \frac{3}{4/8} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}}$$

$$\frac{h - (h - 3)}{h} = \frac{4/8 - 3}{4/8} \Rightarrow \frac{3}{h} = \frac{1/8}{4/8} \Rightarrow \frac{3}{h} = \frac{3}{8} \Rightarrow h = 8$$

۲۶۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلثی دیگر متناسب باشند، آنگاه دو مثلث متشابه‌اند.



$$\frac{MP}{AC} = \frac{NP}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

حال از تساوی زاویه‌های نظیر نتیجه می‌شود:

$$\hat{M} = \hat{C} = 55^\circ, \quad \hat{B} = \hat{N} = 45^\circ$$

بنابراین:

$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 45^\circ - 55^\circ = 80^\circ$$

۲۶۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{ME}{MP} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, \quad \frac{MF}{MN} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

نکته: اگر اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلثی دیگر متناسب و زاویه بین آن‌ها برابر باشد، آنگاه دو مثلث متشابه‌اند.

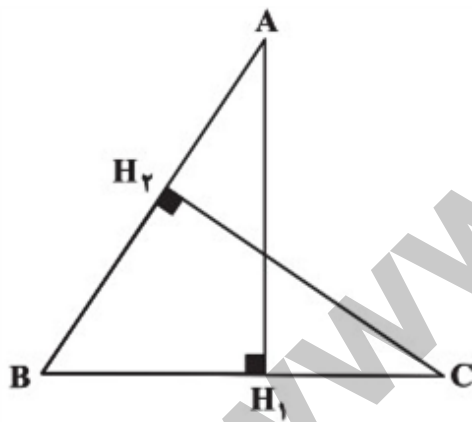
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{M} = \hat{M} \text{ (مشترک)} \\ \frac{ME}{MP} = \frac{MF}{MN} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle MNP \sim \triangle MFE \Rightarrow \frac{EF}{NP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{EF}{36} = \frac{1}{2} \Rightarrow EF = 18$$

$$ME + MF + EF = 8 + 12 + 18 = 38$$

۲۶۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته (تشابه در حالت دو زاویه): اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری هم‌اندازه باشد، آن دو مثلث متشابه‌اند.



$$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \text{ (فرض)} \quad \text{ز ز} \quad \triangle ABH_1 \sim \triangle CBH_2$$

$$\hat{B} = \hat{B} \text{ (مشترک)}$$

$$\xrightarrow{\text{تناسب اضلاع متناظر}} \frac{AB}{BC} = \frac{AH_1}{CH_2}$$

$$\frac{AB = 21}{AH_1 = 18, CH_2 = 15} \rightarrow \frac{21}{BC} = \frac{18}{15} \Rightarrow BC = \frac{15 \times 21}{18} = \frac{5 \times 7}{2} = 17/5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر اندازه های سه ضلع از مثلثی با اندازه های سه ضلع از مثلث دیگری متناسب باشند، آن گاه دو مثلث متشابه اند.

با توجه به نکته بالا باید بینیم اندازه های داده شده در کدام گزینه با اندازه های داده شده در صورت سؤال تناسب دارد.

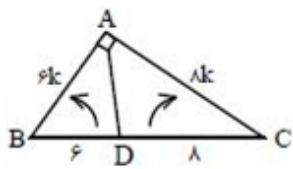
گزینه ۱: $\frac{4}{8} \neq \frac{7}{13}$ متناسب نیست

گزینه ۲: $\frac{4}{12} = \frac{7}{21} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ متناسب است

گزینه ۳: $\frac{4}{2} \neq \frac{7}{3}$ متناسب نیست

گزینه ۴: $\frac{4}{6} \neq \frac{7}{10}$ متناسب نیست

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



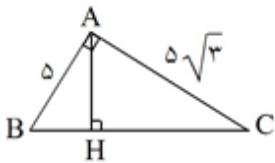
$$(6k)^2 + (8k)^2 = 12^2 \Rightarrow k = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

$$AB \times AC = \text{وتر} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{6(75) \times 8\left(\frac{7}{5}\right)}{14} = \frac{672}{100}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \frac{BM}{AB} = \frac{1}{2} = \frac{AB}{BC} \\ \hat{B} = \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle CBA \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{BM}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AM = \frac{1}{2} AC = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

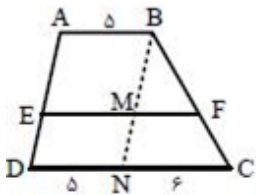


$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 25 + 75 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 25 = BH \times 10 \Rightarrow BH = \frac{2}{5}$$

$$HC = BC - BH = 10 - \frac{2}{5} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{BH}{HC} = \frac{2/5}{7/5} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از B موازی AD رسم می کنیم:



$$\frac{AE}{ED} = 2 \Rightarrow \frac{AE}{AE + ED} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{BM}{BN} = \frac{MF}{NC} = \frac{2}{3} \Rightarrow MF = 4$$

از طرفی: $EM = 5 \Rightarrow EF = 9$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا نیمساز B را رسم می‌کنیم. طبق فرض $\widehat{B} = 2\widehat{A}$ ، پس $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 = \widehat{A}$ بنابراین

$\triangle ABD$ متساوی‌الساقین است و $BD = AD = x$

$\triangle ABD$: $\widehat{D}_1 = \widehat{A} + \widehat{B}_1$ ، $\widehat{B}_1 = \widehat{A}$ $2\widehat{A} \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{B}$

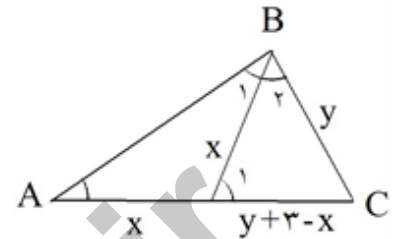
$$\begin{cases} \widehat{D}_1 = \widehat{B} \\ \widehat{B}_2 = \widehat{A} \end{cases} \xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \triangle ABC \approx \triangle BCD \xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{AC} = \frac{CD}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{v} = \frac{y}{y+2} = \frac{2+y-x}{y}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{v} = \frac{y}{y+2} \Rightarrow xy + 2x = vy & (1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{v} = \frac{2+y-x}{y} \Rightarrow xy = 2v + vy - vx & (2) \end{cases}$$

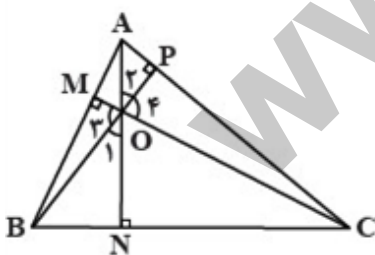
$$\xrightarrow{(2) - (1)} -2x = 2v - vx \Rightarrow 2x = 2v \Rightarrow x = v \xrightarrow{\text{جایگذاری در (1)}} y = 9$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۷۱)

$$\begin{cases} \triangle ABF: DE \parallel BF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DF} \\ \triangle ABC: EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \end{cases} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AD}{DF} = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AF}{AF+FC} = \frac{3}{3+4} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{3}{7}$$



$$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3, \quad \widehat{N} = \widehat{P} = 90^\circ$$

به همین ترتیب مثلث‌های AMC و ABP متشابه هستند، زیرا:

$$\widehat{A} = \widehat{A}, \quad \widehat{M} = \widehat{P} = 90^\circ$$

مثلث‌های OPC و OMB نیز به همین حالت با هم متشابه هستند، زیرا:

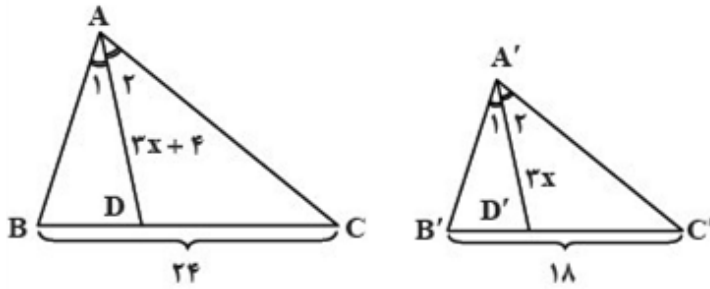
$$\widehat{O}_3 = \widehat{O}_4, \quad \widehat{M} = \widehat{P} = 90^\circ$$

ولی مثلث‌های OAM و OAP لزوماً متشابه نیستند. (۲۷۲)

۲۷۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

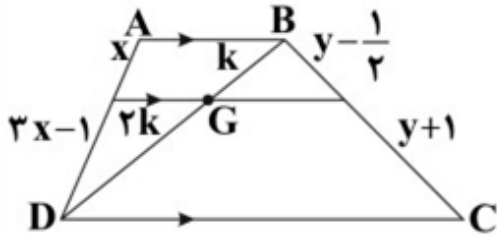
نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت طول نیمسازها، ارتفاع و میانه‌های نظیر، برابر با نسبت تشابه است.
با توجه به اینکه $\hat{A}_1 = \hat{A}'_2$ و $\hat{A}_1 = \hat{A}'_3$ پس $\hat{A}_1 = \hat{A}'_2 = \hat{A}'_3$
بنابراین $A'D'$ و AD نیمساز هستند.
بنابراین با توجه به نکته بالا داریم:



$$\frac{3x}{3x+4} = \frac{18}{24} \Rightarrow \frac{3x}{3x+4} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4x = 3x + 4 \Rightarrow x = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۷۴



$$\Delta BDC \text{ در تالس در } \frac{BG}{GD} = \frac{y - \frac{1}{2}}{y + 1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{y - \frac{1}{2}}{y + 1} \Rightarrow y + 1 = 2y - 1 \Rightarrow y = 2$$

$$\Rightarrow BC = 2y + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$$

$$\Delta ABD \text{ در تالس در } \frac{DG}{GB} = \frac{3x - 1}{x} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{3x - 1}{x} \Rightarrow 3x - 1 = 2x \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow AD = 4x - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$\text{مجموع طول ساق‌ها} = AD + BC = 3 + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

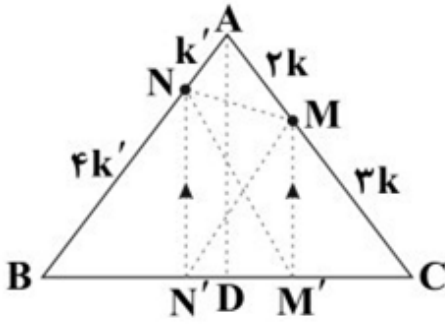
و بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. AD را موازی MM' و NN' رسم می‌کنیم و داریم:

$$MM' \parallel AD \Rightarrow \triangle ACD: \frac{MM'}{AD} = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5} \quad (1)$$

$$NN' \parallel AD \Rightarrow \triangle ABD: \frac{NN'}{AD} = \frac{4k'}{5k'} = \frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{(1)}{(2)} \frac{MM'}{AD} &= \frac{3}{5} \\ \frac{(2)}{(1)} \frac{NN'}{AD} &= \frac{4}{5} \\ \longrightarrow \frac{MM'}{NN'} &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$



چون NN' و MM' موازی‌اند، پس فاصله‌ی بین آن‌ها همواره ثابت است، در نتیجه در دو مثلث MNN' و NMM' ارتفاع وارد بر NN' و MM' برابرند و در نتیجه نسبت مساحت‌ها برابر با نسبت قاعده‌هاست:

$$\frac{S_{\triangle NMM'}}{S_{\triangle MNN'}} = \frac{MM'}{NN'} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته ۱ (قضیه خطوط موازی و مورب): اگر خطی دو خط موازی را قطع کند، هشت زاویه به وجود می‌آید که مطابق شکل چهار به چهار با هم برابرند.

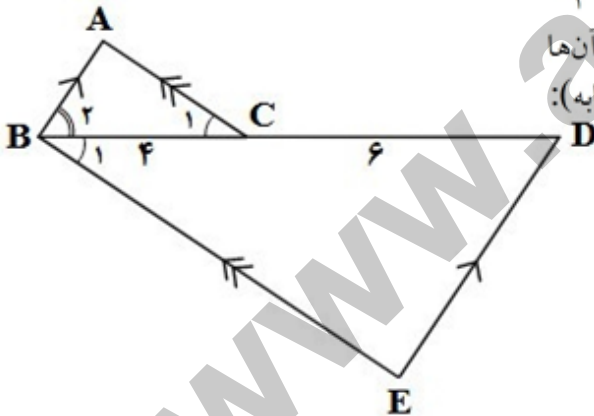
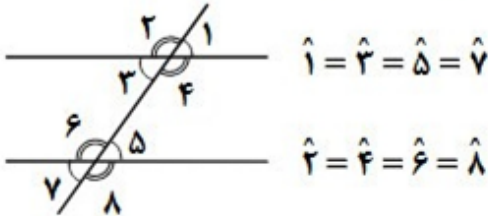
نکته ۲: هرگاه دو چند ضلعی با نسبت تشابه k متشابه باشند،

نسبت محیط‌های آن‌ها برابر k و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر k^2 است.

با توجه به نکته ۱، داریم: $\hat{B}_2 = \hat{D}$ ، $\hat{C}_1 = \hat{B}_1$

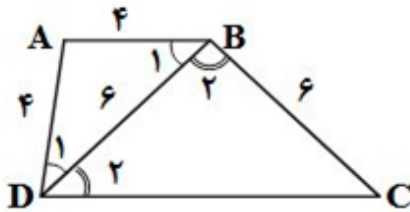
پس دو مثلث ABC و BDE متشابه‌اند و نسبت مساحت آن‌ها مطابق نکته ۲، برابر است با مربع نسبت قاعده آن‌ها (نسبت تشابه):

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BDE}} = \left(\frac{BC}{BD}\right)^2 = \left(\frac{4}{10}\right)^2 = \frac{16}{100} = 0,16$$



۲۷۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



مثلث‌های ADB و BDC متساوی‌الساقین هستند، پس:

$$\hat{D}_1 = \hat{B}_1, \hat{D}_2 = \hat{C} \quad (*)$$

حال با استفاده از قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{مورب BD}} \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \quad (**)$$

از (*) و (**) نتیجه می‌شود $\hat{B}_1 = \hat{C}$ ، $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$ پس دو مثلث ABD و BCD به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.

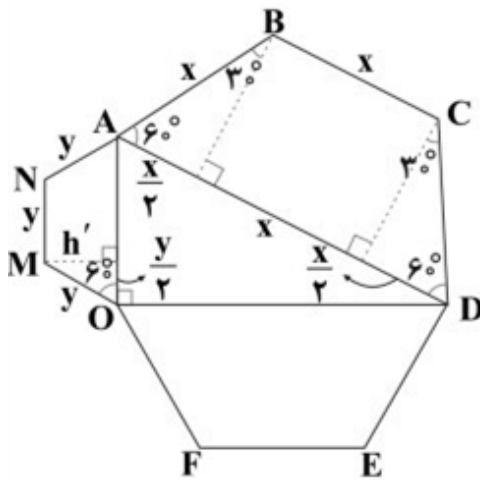
$$\frac{DC}{BD} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{DC}{6} = \frac{6}{4} \Rightarrow DC = 9 \Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{9}{4}$$

حال تناسب اضلاع متناظر را می‌نویسم:

۲۷۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. همه‌ی دوزنقه‌های متساوی‌الساقین دارای زاویه‌ی 120° و 60° متشابه‌اند.

در نتیجه مساحت دوزنقه‌ی روی وتر برابر با مجموع مساحت‌های دو دوزنقه‌ی دیگر است:



$$S_{ABCD} = S_{OMNA} + S_{ODEF} \Rightarrow 15\sqrt{3} = S_{OMNA} + 3\sqrt{3}$$

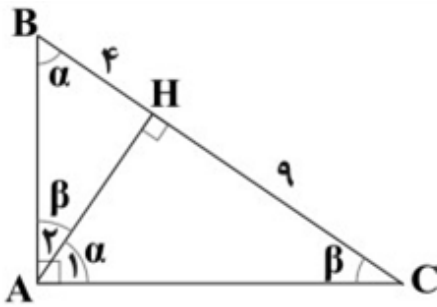
$$\Rightarrow S_{OMNA} = 15\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \quad (*)$$

$$\begin{cases} \frac{BC}{AD} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{MN}{OA} = \frac{1}{2} \Rightarrow OA = 2MN = 2y \\ h' = \frac{\sqrt{3}}{2} y \end{cases} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*) \text{ و } (**)} S_{OMNA} = \frac{1}{2} h' (MN + OA) = 12\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} y \right) (y + 2y) = 12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{4} y^2 = 12\sqrt{3} \Rightarrow y^2 = \frac{12 \times 4}{3} = 16 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow OA = 2y = 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۷۹)



$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{A} = \alpha \\ \hat{C} = \hat{A}_\gamma = \beta \end{cases} \xrightarrow{(ز ز)} \triangle ABH \sim \triangle ACH$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \times CH$$

$$\Rightarrow AH^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

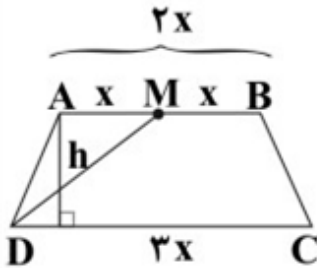
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} (6)(4 + 9) = 3 \times 13 = 39$$

بنابراین داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نسبت اضلاع یک مثلث با عکس ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها متناسب است، پس بلندترین ارتفاع بر کوچک‌ترین ضلع و کوتاه‌ترین ارتفاع بر بزرگ‌ترین ضلع وارد می‌شود و داریم:

$$S = \frac{1}{2} (2\sqrt{6})(4) = \frac{1}{2} h(v) \Rightarrow vh = 4\sqrt{6} \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{6}}{v}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۸۱)



$$\frac{S_{\triangle AMD}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times AM}{\frac{1}{2} \times h \times (AB + CD)} = \frac{x}{2x + 3x} = \frac{x}{5x} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۸۲)

$$\frac{OC}{OA} = \frac{1}{3} = \frac{1}{2}, \frac{OD}{OB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB}, \hat{COD} = \hat{AOB}$$

$$\Rightarrow \triangle OCD \sim \triangle OAB \Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اولاً بنا به قضیه‌ی تالس داریم: ۲۸۳

$$\begin{cases} \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \\ \text{و} \\ \frac{NP}{AB} = \frac{NC}{AC} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{MNPB}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{MN \times NP \times \sin \hat{B}}{\frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{B}} = 2 \frac{MN}{BC} \times \frac{NP}{AB} = 2 \frac{AN}{AC} \times \frac{NC}{AC}$$

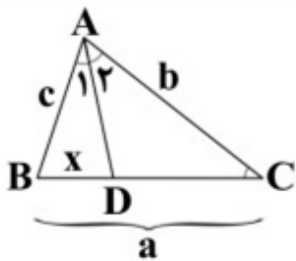
$$= 2 \times \frac{AN(AC - AN)}{AC^2} = 2 \times \frac{(AN)(AC) - (AN)^2}{(AC)^2} = 2 \times \left(\frac{AN \times AC}{AC^2} - \frac{AN^2}{AC^2} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{AN}{AC} - \left(\frac{AN}{AC} \right)^2 \right) \Rightarrow \frac{AN}{AC} - \left(\frac{AN}{AC} \right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{S_{MNPB}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$$

$$k^2 - k + \frac{3}{16} = 0 \Rightarrow 16k^2 - 16k + 3 = 0$$

با فرض $\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} = k$ داریم:

$$\Rightarrow (4k)^2 - 4(4k) + 3 = 0 \Rightarrow (4k - 1)(4k - 3) = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{4} \text{ یا } k = \frac{3}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نیمساز \hat{A} را رسم می‌کنیم، داریم: ۲۸۴

$$\begin{cases} \hat{A}_1 - \hat{A}_r = \frac{\hat{A}}{2} \\ \hat{C} = \frac{\hat{A}}{2} \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_r = \hat{C}$$

$$\Rightarrow \hat{A}_r = \hat{C} \Rightarrow AD = DC = a - x$$

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \xrightarrow{(3)} \Delta ABD \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{c} = \frac{a-x}{b} = \frac{c}{a} \Rightarrow \begin{cases} a(a-x) = bc \Rightarrow a^2 - ax = bc \\ ax = c^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 - c^2 = bc \Rightarrow BC^2 - AB^2 = (AC)(AB)$$

۲۸۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنا به تمرین کتاب درسی $DD' \parallel BC$ است و داریم:

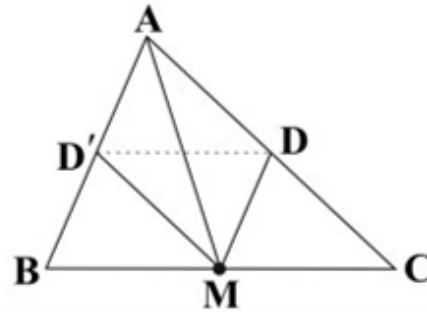
$$\frac{DD'}{BC} = \frac{AD}{AC} \quad (۱)$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{AM}{MC} = \frac{AM}{\frac{1}{2}BC} = ۲ \left(\frac{۲}{۳} \right) \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{۴}{۳}$$

MD نیمساز \widehat{AMC} است، بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{AD}{AD + CD} = \frac{۴}{۴ + ۳} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{۴}{۷} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{DD'}{BC} = \frac{۴}{۷} \Rightarrow BC = \frac{۷}{۴} DD'$$



$$۳AB = ۲AC = BC = ۱۲ \Rightarrow AB = ۴, AC = ۶, BC = ۱۲$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۸۶

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{BD}{BD + CD} = \frac{۲}{۳ + ۲} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow BD = \frac{۲}{۵} \times ۱۲ = \frac{۴}{۸}$$

$$\Rightarrow CD = BC - BD = ۱۲ - \frac{۴}{۸} = \frac{۷}{۲}$$

$$CD - BC = \frac{۷}{۲} - \frac{۴}{۸} = \frac{۲}{۴}$$

بنابراین داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با فرض $b > a$ حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم: ۲۸۷

$$۱) b > a > ۶ \Rightarrow \frac{b}{۴} = \frac{a}{۳} = \frac{۶}{۲} \Rightarrow \begin{cases} b = ۱۲ \\ a = ۹ \end{cases}$$

$$۲) b > ۶ > a \Rightarrow \frac{b}{۴} = \frac{۶}{۳} = \frac{a}{۲} \Rightarrow \begin{cases} b = ۸ \\ a = ۴ \end{cases}$$

$$۳) ۶ > b > a \Rightarrow \frac{۶}{۴} = \frac{b}{۳} = \frac{a}{۲} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{۹}{۲} \\ a = ۳ \end{cases}$$

$$\text{محیط بزرگ‌ترین مثلث} = ۱۲ + ۹ + ۶ = ۲۷$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۸۸)

$$\begin{cases} \widehat{DAC} = \widehat{DBC} \\ \widehat{AOD} = \widehat{BOC} \end{cases} \xrightarrow{(ز)} O \triangle AD \sim O \triangle BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{OD}{OC} = \frac{OA}{OB} \\ \frac{S_{\triangle OAD}}{S_{\triangle OBC}} = \left(\frac{OA}{OB}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{OD}{4} = \frac{1}{OB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} OB = \frac{4}{3} \\ OD = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$BD = OB + OD = \frac{4}{3} + \frac{8}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنا به قضیه تالس در مثلث داده شده داریم: (۲۸۹)

$$\frac{x+2}{x} = \frac{3x}{x+1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (x+2)(x+1) = 3x(x)$$

$$\rightarrow x^2 + 3x + 2 = 3x^2 \rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

(۲۹۰)

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۲۹۷

۲۹۸

۲۹۹

۳۰۰

۳۰۱

www.akoedu.ir

۳۰۲

۳۰۳

۳۰۴

۳۰۵

۳۰۶

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۳۱۶

۳۱۷

۳۱۸

۳۱۹

۳۲۰

www.akoedu.ir

۳۲۱

۳۲۲

۳۲۳

۳۲۴

۳۲۵

۳۲۶

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir



www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

۳۴۷

۳۴۸

۳۴۹

۳۵۰

www.akoedu.ir

۳۵۱

۳۵۲

۳۵۳

۳۵۴

۳۵۵

www.akoedu.ir

۳۵۶

۳۵۷

۳۵۸

۳۵۹

۳۶۰

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۳۶۴

۳۶۵

۳۶۶

۳۶۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر طول ارتفاع مثلث‌ها با هم برابر باشد، نسبت مساحت‌ها، نسبت قاعده‌ها است. در این شکل ارتفاع مثلث‌های ABC و ABE برابر است. پس داریم:

$$\frac{S_{ABE}}{S_{ABC}} = \frac{BE}{BC} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{ABE} = \frac{2}{5} S_{ABC}$$

هم‌چنین، در مثلث ABE ، ارتفاع مثلث‌های ABE و BPE برابر است. یعنی می‌توان گفت:

$$\frac{S_{BPE}}{S_{ABE}} = \frac{PE}{AE} = \frac{1}{3} \quad \left(\frac{PE}{AP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{PE}{AE} = \frac{1}{3} \right) \Rightarrow S_{BPE} = \frac{1}{3} S_{ABE}$$

بنابراین مساحت کوچک‌ترین مثلث یعنی BPE ، $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$ یا $\frac{2}{15}$ برابر بزرگ‌ترین مثلث (ABC) است.

۳۶۸

۳۶۹

۳۷۰

۳۷۱

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

۳۷۷

۳۷۸

۳۷۹

۳۸۰

۳۸۱

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۳۸۹

۳۹۰

۳۹۱

۳۹۲

www.akoedu.ir

۳۹۳

۳۹۴

۳۹۵

۳۹۶

۳۹۷

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۱	۱	۲	۳	۴	۳۳	۱	۲	۳	۴	۶۵	۱	۲	۳	۴	۹۷	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴	۳۴	۱	۲	۳	۴	۶۶	۱	۲	۳	۴	۹۸	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴	۳۵	۱	۲	۳	۴	۶۷	۱	۲	۳	۴	۹۹	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴	۳۶	۱	۲	۳	۴	۶۸	۱	۲	۳	۴	۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴	۳۷	۱	۲	۳	۴	۶۹	۱	۲	۳	۴	۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴	۳۸	۱	۲	۳	۴	۷۰	۱	۲	۳	۴	۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴	۳۹	۱	۲	۳	۴	۷۱	۱	۲	۳	۴	۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴	۴۰	۱	۲	۳	۴	۷۲	۱	۲	۳	۴	۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴	۴۱	۱	۲	۳	۴	۷۳	۱	۲	۳	۴	۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴	۴۲	۱	۲	۳	۴	۷۴	۱	۲	۳	۴	۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴	۴۳	۱	۲	۳	۴	۷۵	۱	۲	۳	۴	۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴	۴۴	۱	۲	۳	۴	۷۶	۱	۲	۳	۴	۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴	۴۵	۱	۲	۳	۴	۷۷	۱	۲	۳	۴	۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴	۴۶	۱	۲	۳	۴	۷۸	۱	۲	۳	۴	۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴	۴۷	۱	۲	۳	۴	۷۹	۱	۲	۳	۴	۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴	۴۸	۱	۲	۳	۴	۸۰	۱	۲	۳	۴	۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴	۴۹	۱	۲	۳	۴	۸۱	۱	۲	۳	۴	۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴	۵۰	۱	۲	۳	۴	۸۲	۱	۲	۳	۴	۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴	۵۱	۱	۲	۳	۴	۸۳	۱	۲	۳	۴	۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴	۵۲	۱	۲	۳	۴	۸۴	۱	۲	۳	۴	۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴	۵۳	۱	۲	۳	۴	۸۵	۱	۲	۳	۴	۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴	۵۴	۱	۲	۳	۴	۸۶	۱	۲	۳	۴	۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴	۵۵	۱	۲	۳	۴	۸۷	۱	۲	۳	۴	۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴	۵۶	۱	۲	۳	۴	۸۸	۱	۲	۳	۴	۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴	۵۷	۱	۲	۳	۴	۸۹	۱	۲	۳	۴	۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴	۵۸	۱	۲	۳	۴	۹۰	۱	۲	۳	۴	۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴	۵۹	۱	۲	۳	۴	۹۱	۱	۲	۳	۴	۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴	۶۰	۱	۲	۳	۴	۹۲	۱	۲	۳	۴	۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴	۶۱	۱	۲	۳	۴	۹۳	۱	۲	۳	۴	۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴	۶۲	۱	۲	۳	۴	۹۴	۱	۲	۳	۴	۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴	۶۳	۱	۲	۳	۴	۹۵	۱	۲	۳	۴	۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴	۶۴	۱	۲	۳	۴	۹۶	۱	۲	۳	۴	۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴

۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴
۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۵۶	۱	۲	۳	۴

۲۵۷	۱	۲	۳	۴	۲۸۹	۱	۲	۳	۴	۳۲۱	۱	۲	۳	۴	۳۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴	۲۹۰	۱	۲	۳	۴	۳۲۲	۱	۲	۳	۴	۳۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴	۲۹۱	۱	۲	۳	۴	۳۲۳	۱	۲	۳	۴	۳۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴	۲۹۲	۱	۲	۳	۴	۳۲۴	۱	۲	۳	۴	۳۵۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴	۲۹۳	۱	۲	۳	۴	۳۲۵	۱	۲	۳	۴	۳۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴	۲۹۴	۱	۲	۳	۴	۳۲۶	۱	۲	۳	۴	۳۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴	۲۹۵	۱	۲	۳	۴	۳۲۷	۱	۲	۳	۴	۳۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴	۲۹۶	۱	۲	۳	۴	۳۲۸	۱	۲	۳	۴	۳۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴	۲۹۷	۱	۲	۳	۴	۳۲۹	۱	۲	۳	۴	۳۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴	۲۹۸	۱	۲	۳	۴	۳۳۰	۱	۲	۳	۴	۳۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴	۲۹۹	۱	۲	۳	۴	۳۳۱	۱	۲	۳	۴	۳۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴	۳۰۰	۱	۲	۳	۴	۳۳۲	۱	۲	۳	۴	۳۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴	۳۰۱	۱	۲	۳	۴	۳۳۳	۱	۲	۳	۴	۳۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴	۳۰۲	۱	۲	۳	۴	۳۳۴	۱	۲	۳	۴	۳۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴	۳۰۳	۱	۲	۳	۴	۳۳۵	۱	۲	۳	۴	۳۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴	۳۰۴	۱	۲	۳	۴	۳۳۶	۱	۲	۳	۴	۳۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴	۳۰۵	۱	۲	۳	۴	۳۳۷	۱	۲	۳	۴	۳۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴	۳۰۶	۱	۲	۳	۴	۳۳۸	۱	۲	۳	۴	۳۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴	۳۰۷	۱	۲	۳	۴	۳۳۹	۱	۲	۳	۴	۳۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴	۳۰۸	۱	۲	۳	۴	۳۴۰	۱	۲	۳	۴	۳۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴	۳۰۹	۱	۲	۳	۴	۳۴۱	۱	۲	۳	۴	۳۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴	۳۱۰	۱	۲	۳	۴	۳۴۲	۱	۲	۳	۴	۳۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴	۳۱۱	۱	۲	۳	۴	۳۴۳	۱	۲	۳	۴	۳۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴	۳۱۲	۱	۲	۳	۴	۳۴۴	۱	۲	۳	۴	۳۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۸۱	۱	۲	۳	۴	۳۱۳	۱	۲	۳	۴	۳۴۵	۱	۲	۳	۴	۳۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۸۲	۱	۲	۳	۴	۳۱۴	۱	۲	۳	۴	۳۴۶	۱	۲	۳	۴	۳۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۸۳	۱	۲	۳	۴	۳۱۵	۱	۲	۳	۴	۳۴۷	۱	۲	۳	۴	۳۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۴	۱	۲	۳	۴	۳۱۶	۱	۲	۳	۴	۳۴۸	۱	۲	۳	۴	۳۸۰	۱	۲	۳	۴
۲۸۵	۱	۲	۳	۴	۳۱۷	۱	۲	۳	۴	۳۴۹	۱	۲	۳	۴	۳۸۱	۱	۲	۳	۴
۲۸۶	۱	۲	۳	۴	۳۱۸	۱	۲	۳	۴	۳۵۰	۱	۲	۳	۴	۳۸۲	۱	۲	۳	۴
۲۸۷	۱	۲	۳	۴	۳۱۹	۱	۲	۳	۴	۳۵۱	۱	۲	۳	۴	۳۸۳	۱	۲	۳	۴
۲۸۸	۱	۲	۳	۴	۳۲۰	۱	۲	۳	۴	۳۵۲	۱	۲	۳	۴	۳۸۴	۱	۲	۳	۴

۳۸۵	۱	۲	۳	۴
۳۸۶	۱	۲	۳	۴
۳۸۷	۱	۲	۳	۴
۳۸۸	۱	۲	۳	۴
۳۸۹	۱	۲	۳	۴
۳۹۰	۱	۲	۳	۴
۳۹۱	۱	۲	۳	۴
۳۹۲	۱	۲	۳	۴
۳۹۳	۱	۲	۳	۴
۳۹۴	۱	۲	۳	۴
۳۹۵	۱	۲	۳	۴
۳۹۶	۱	۲	۳	۴
۳۹۷	۱	۲	۳	۴
۳۹۸	۱	۲	۳	۴
۳۹۹	۱	۲	۳	۴
۴۰۰	۱	۲	۳	۴

www.akoedu.ir