AKO

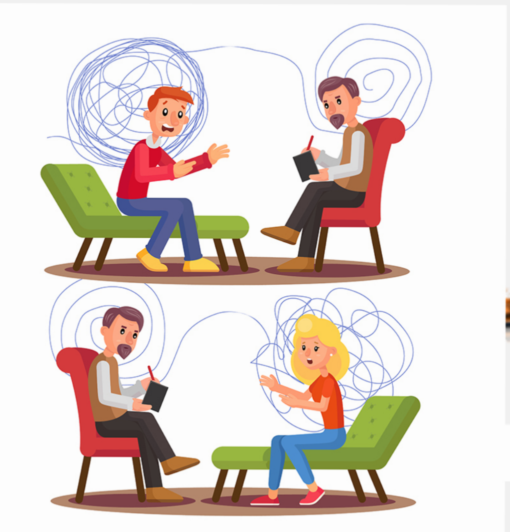
گروه مشاوره و برنامه ریزی

WWW.AKOEDU.IR

اولین و باکیفیت ترین

آکادمی کنکور در ایران

کلاس های vip کنکور



جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک هفته ای رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ عدد ۱ را ارسال کنید.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۰۰ تست گسسته فصل ۲

۱) حاصل‌ضرب درجات رئوس یک گراف از مرتبه ۸ کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱) ۰ ۲) ۶ ۳) ۶۴ ۴) ۷۲۹

۲) گراف G با رأس‌های $V(G)=\{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$ و یال‌های $E(G)=\{ab, af, ai, bc, bh, cd, de, ef, fg, gh, hi\}$ مفروض می‌باشد. کدام گزینه در مورد گراف G نادرست است؟

۱) دورهایی به طول ۶ و ۸ و ۹ دارد. ۲) دورهایی به طول ۵ و ۶ دارد.
۳) دورهایی به طول ۶ و ۷ و ۹ دارد. ۴) دورهایی به طول ۴ و ۵ و ۶ دارد.

۳) در گراف G از مرتبه ۱۱ و $\delta = ۲$، بیشترین مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۵

۴) اگر در گرافی از مرتبه ۷ و فاقد رأس درجه یک، حاصلضرب درجه رئوس ۸۰۰ باشد و رئوس از درجه Δ مجاور نباشند، چند دور به طول ۴ وجود دارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۵) یال‌های گراف K_p با ۲ رنگ متفاوت رنگ شده است. حداقل p برای آنکه دوری از مرتبه ۳ با اضلاع هم رنگ وجود داشته باشد، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۶) اگر x و y، حداقل و حداکثر $\gamma(G)$ در گراف‌های ۲- منتظم مرتبه ۱۱ باشد، (x,y) کدام است؟

۱) (۵,۵) ۲) (۴,۴) ۳) (۴,۶) ۴) (۴,۵)

۷) اگر $V(G)=\{a, b, c, d, e, f\}$، $N_G(e)=N_G(d)=N_G(c)=N_G(b)=\{a, f\}$ و $N_G(f)=N_G(a)=\{b, c, d, e\}$ باشد، G چند دور به طول ۴ دارد؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۸) با داشتن ۸ رأس و ۲۵ یال، چند گراف مختلف می‌توان رسم کرد؟

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۵

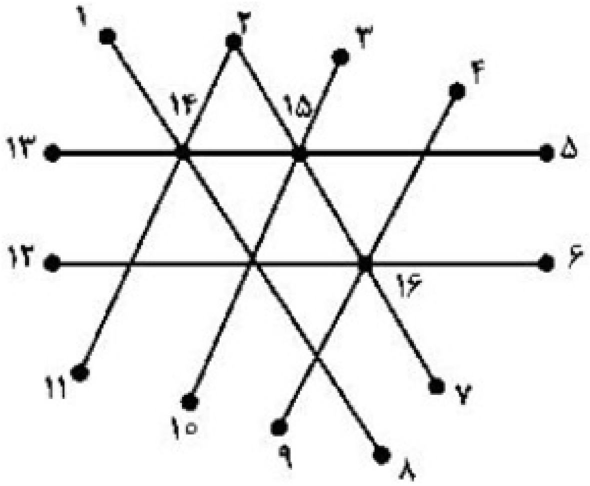
۹) در بین انواع گراف‌های ۲- منتظم از مرتبه‌ی ۸ مجموع کم‌ترین و بیش‌ترین عدد احاطه‌گری کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۰) برای تبدیل یک گراف C_n به گراف ۵- منتظم، ۱۲ یال باید اضافه کنیم، مکمل گراف P_n دارای چند یال است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۱ ۳) ۲۸ ۴) ۳۵

۱۱) برای گراف زیر، عدد احاطه‌گری مینیمال کدام است؟



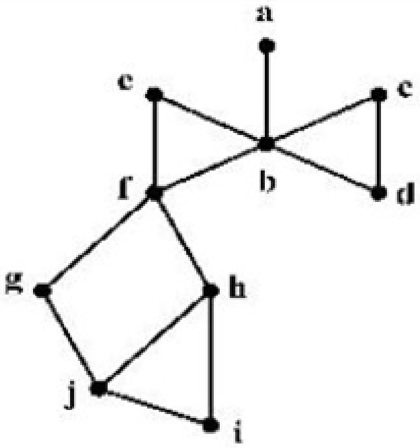
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۱۲) در گراف زیر، مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟



۱) $\{b , h\}$

۲) $\{b , g , i\}$

۳) $\{a , c , h\}$

۴) $\{a , c , f , j\}$

۱۳) کوچک‌ترین اندازه‌ی گراف ساده همبند از مرتبه‌ی ۷ که بزرگ‌ترین درجه‌ی رئوس آن ۳ باشد، کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۴) با چهار رأس a، b، c و d چند گراف ساده می‌توان ساخت به طوری‌که در هریک از آن گراف‌ها نه رأس a تنها باشد و نه رأس b؟

۱) ۴۶ ۲) ۴۸ ۳) ۵۰ ۴) ۵۲

۱۵) در گرافی از مرتبه‌ی ۸ و اندازه‌ی ۴ مجموعه‌ی A مجموعه‌ای احاطه‌گر مینیمال است. حداکثر تعداد اعضاء A کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۶) با اضافه کردن m یال به گراف C_8 گرافی به‌دست آمده است که در آن $\gamma = ۲$. حداقل مقدار m کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۷) گراف ساده‌ای از مرتبه‌ی ۱۰، دارای دو رأس با درجه‌های ۳ و ۷ می‌باشد. این گراف حداکثر چند یال دارد؟

۱) ۳۷ ۲) ۱۰ ۳) ۳۸ ۴) ۱۱

۱۸) در گراف K_5 با رئوس a، b، c، d و e مجموعه یال‌های مجاور ab را A و مجموع یال‌های مجاور cd را B می‌نامیم. $A \cup B$ چندعضوی است؟

۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۷

۱۹) گراف ساده‌ی G ازمرتبه‌ی ۵ مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال چهارعضوی دارد. حداکثر مقدار ممکن برای اندازه‌ی آن کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰) گراف (G) از مرتبه‌ی ۶، ۳ - منتظم است. اگر این گراف دوری به طول ۳ داشته باشد آنگاه چند دور به طول پنج دارد؟

۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۱) گراف کامل G دارای t یال است. حاصل $\delta(G) + \Delta(G)$ کدام است؟ $(t > ۰)$

۱) $t + ۱$ ۲) $\sqrt{۱ + ۸t} + ۱$ ۳) $\sqrt{۱ + ۸t} - ۱$ ۴) $۲\left\lfloor \frac{t+۱}{۲} \right\rfloor$

۲۲) با رئوس a، b، c، d و e چند گراف با اندازه‌ی ۵ می‌توان ساخت که در آن مجموعه همسایگی باز رأس a دارای ۳ عضو باشد؟

۱) ۴۵ ۲) ۶۰ ۳) ۳۰ ۴) ۹۰

۲۳) اگر رئوس گراف C_5، $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ باشند آن‌گاه این گراف چند زیرگراف همبند دارد؟

۱) ۲۵ ۲) ۲۶ ۳) ۳۰ ۴) ۳۶

۲۴) گراف G با رئوس $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ به گونه‌ای است که مجموعه همسایگی باز هر یک از رئوس a و b دارای ۵ عضو و مجموعه‌ی همسایگی باز هر یک از رئوس c، d، e، f و g دارای ۶ عضو است. در این گراف چند دور به طول ۳ وجود دارد؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۵ ۴) ۳۰

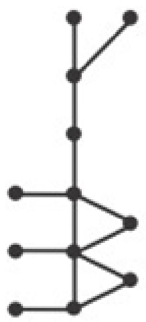
۲۵) در یک گراف ۵ رأسی K- منتظم با بیش‌ترین مقدار ممکن K، تعداد دورها با طول ۴، کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۲۶) به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین سه نفر توزیع کرد به شرط آن‌که به هر نفر حداقل ۱ خودکار داده باشیم؟

۱) ۳۶ ۲) ۳۲ ۳) ۸۱ ۴) ۶۴

۲۷) در گراف روبه‌رو اختلاف تعداد اعضای کوچکترین و بزرگترین مجموعه‌ی مینیمال کدام است؟



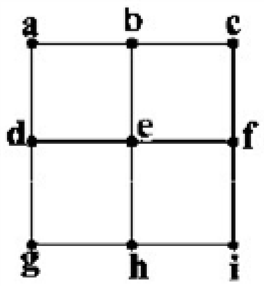
۱) ۰

۲) ۴

۳) ۳

۴) ۱

۲۸) کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است؟



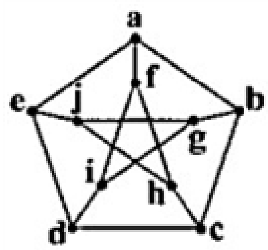
۱) $\{b, d, e, f\}$

۲) $\{a, c, i, g\}$

۳) $\{b, f, h, d\}$

۴) $\{a, b, e, h\}$

۲۹) گراف مقابل چند مجموعه‌ی احاطه‌گر می‌نیمم دارد که شامل رأس b باشد؟



۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

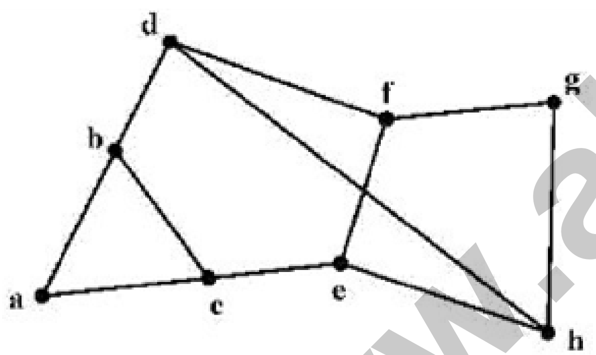
۳۰) در یک گراف r- منتظم از مرتبه‌ی ۱۰ رابطه‌ی $q = 2r^2 - 3$ برقرار هست. حاصل $q^2 + r^2$ کدام است؟

۱) ۲۳۴ ۲) ۲۳۰ ۳) ۲۳۲ ۴) ۲۲۳

۳۱) در یک گراف از مرتبه ۶ و اندازه ۱۴، چند دور به طول ۳ وجود دارد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۷ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

۳۲) در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال، نیست؟



۱) $\{a, e, g\}$

۲) $\{a, f, g\}$

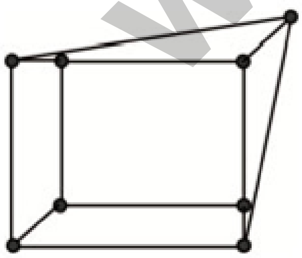
۳) $\{b, c, g\}$

۴) $\{c, f, h\}$

۳۳) اگر درجه‌ی رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲، ۲، و ۲ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۴) در گراف زیر $\gamma(G)$ کدام است؟



۱) ۵

۲) ۴

۳) ۳

۴) ۲

۳۵) در بین درجات گراف زیر، مکمل کدام گراف قطعاً دوری به طول ۵ دارد؟

۱) ۱ و ۱ و ۱ و۱ و ۲

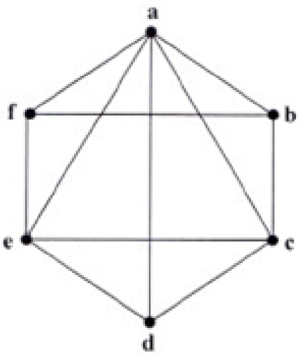
۲) ۱ و ۱ و ۱ و ۱ و ۱ و ۱ و ۴

۳) ۲ و ۲ و ۲ و ۲ و ۲ و ۲ و ۲

۴) ۱ و ۱ و ۱ و ۱ و ۱ و ۲ و ۲

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۶ گراف شکل زیر، چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دوعضوی دارد؟



۱) ۶
۲) ۵
۳) ۴
۴) ۳

۳۷ گراف ساده G، ۷ منتظم است و بین p (مرتبه) و q (اندازه گراف) آن رابطه‌ی $3p = q - 7$ برقرار است. عدد $q(\overline{G})$ برای مکمل گراف G کدام است؟

۱) ۳۵ ۲) ۴۲ ۳) ۴۹ ۴) ۵۶

۳۸ در چند گراف ساده با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$، هیچ یک از رأس‌های a و b و c تنها <u>نیستند</u>؟

۱) ۵۰۴ ۲) ۷۸۴ ۳) ۸۳۴ ۴) ۸۵۴

۳۹ در گراف ساده‌ای از مرتبه‌ی ۷، اگر $\gamma(G) = 1$ باشد، این گراف حداکثر m و حداقل n یال می‌تواند داشته باشد. $m + n$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۵ ۳) ۲۶ ۴) ۲۷

۴۰ در گراف G از مرتبه‌ی ۱۲ و $\Delta = 6$ اگر حداکثر و حداقل مقدار $\gamma(G)$ را m و n بنامیم، حاصل $m^2 + n^2$ کدام است؟

۱) ۲۹ ۲) ۳۴ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

۴۱ گراف C_{15} چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۲ اگر G گرافی ۳- منتظم از مرتبه‌ی ۶ باشد، آن‌گاه تعداد کل مسیرها در گراف $\overline{G}$ کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) ۳۶ ۳) ۴۰ ۴) ۴۲

۴۳ گراف ساده و همبند G که $|V(G)| = 7$ است، با حذف یک یال، ناهمبند می‌شود. این گراف حداکثر چند یال دارد؟

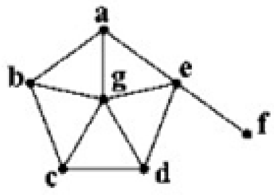
۱) ۱۵ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

۴۴ در یک گراف ساده ۶ رأسی، $\Delta = 5$ و $\delta = 3$ است. اگر این گراف حداقل تعداد یال‌ها را داشته باشد، آن‌گاه این گراف چند دور به طول حداکثر ۴ دارد؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۵) گراف G به صورت زیر است، چند زیرگراف هم مرتبه با G وجود دارد که دو رأس از درجه ۴ داشته باشد؟



۱) ۴۰
۲) ۳۶
۳) ۳۲
۴) ۲۸

۴۶) چند گراف ساده با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_8\}$ می‌توان رسم کرد به طوری‌که $|E(G)| = 5$ و $N_G[v_1] = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ باشد؟

۱) ۲۱۰ ۲) ۲۱۲ ۳) ۲۲۵ ۴) ۲۳۰

۴۷) اگر گراف همبند فاقد دوری از مرتبه ۱۱ با دو رأس از درجه ۳ داشته باشیم، آن‌گاه عدد احاطه‌گری کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۸) هرگاه گرافی با اندازه ۲۴، کمترین مرتبه را داشته باشد، کمترین حالت δ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۹) فرض کنید $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ رئوس گراف G و $N_G(a) = N_G(b) = N_G(c)$، $N_G(d) = N_G(e) = N_G(f)$ و $\deg(a) = 3$ باشد، در گراف G چند دور به طول ۶ داریم؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

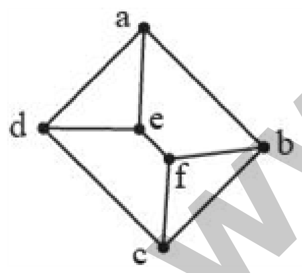
۵۰) چند گراف ساده و همبند وجود دارد که مجموع مرتبه و اندازهٔ آن ۶ باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۱) چند گراف از مرتبهٔ ۸ و اندازهٔ ۳ می‌توان رسم کرد؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۵

۵۲) کدام مجموعه برای گراف مقابل، مجموعهٔ احاطه‌گر <u>نیست</u>؟



۱) $\{e, f\}$
۲) $\{a, c\}$
۳) $\{d, f\}$
۴) $\{a, d\}$

۵۳) گراف ناهمبند ۳-منتظم دارای ۱۲ یال است. این گراف چند دور به طول ۴ دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۵۴) تعداد یال‌های یک گراف، ثلث تعداد یال‌های مکمل آن است. مرتبهٔ این گراف کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۳ ۳) ۲۵ ۴) ۲۶

۵۵) گرافی دارای ۸ رأس و ۲۳ یال است. بیش‌ترین مقدار $\Delta - \delta$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۶

۵۶) چند گراف منتظم وجود دارد که ۶ یال داشته باشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

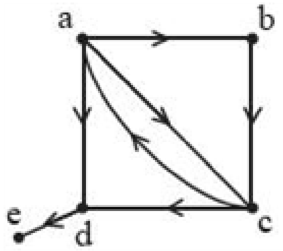
۵۷) اندازهٔ گراف G، ۴ برابر اندازهٔ گراف مکمل آن است. حداقل مرتبهٔ گراف G چه‌قدر است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۵۸) در گراف سادهٔ $G=(V,E)$ که $\Delta=\delta=3$ بین مرتبه و اندازهٔ رابطهٔ $q=2P-3$ برقرار است. مقدار $P+q$ کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۸

۵۹) گراف جهت‌دار G در شکل مقابل رسم شده است. کدام گزینه درست است؟



۱) $(a,c)\in E(G)$

۲) $(b,a)\in E(G)$

۳) $(e,d)\in E(G)$

۴) $(d,a)\in E(G)$

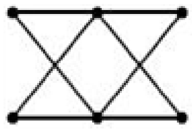
۶۰) در یک گراف از مرتبهٔ ۹ اگر $\delta=4$ باشد، حداکثر اندازهٔ گراف چه‌قدر است؟

۱) ۲۸ ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

۶۱) در یک گراف از مرتبهٔ ۹ و اندازهٔ ۱۴، حداکثر مقدار $\delta(G)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۲) گراف مقابل چند دور دارد؟



۱) ۴ ۲) ۵

۳) ۶ ۴) ۸

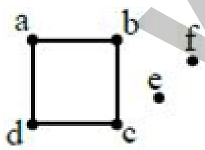
۶۳) چند گراف ۳ منتظم مرتبهٔ ۶ وجود دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۶۴) در گراف G از مرتبهٔ ۷ بزرگ‌ترین درجه ۵ است. این گراف حداقل چند یال دارد؟

۱) ۵ ۲) ۱۸ ۳) ۱۷ ۴) ۷

۶۵) گراف مقابل چند زیرگراف دارد به طوری که در همهٔ آن‌ها $q=4$ باشد؟



۱) ۲ ۲) ۴

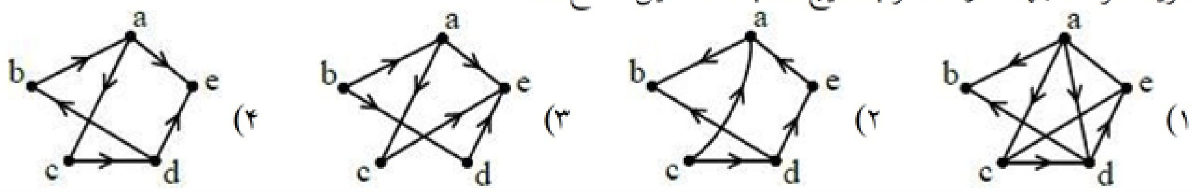
۳) ۵ ۴) ۶

۶۶) در گراف $G=(V,E)$ که $V=\{a,b,c,d\}$، اگر $N_G(a)\cap N_G(b)\cap N_G(c)=\{d\}$، آن‌گاه $N_G(d)\cup N_G(a)$ کدام است؟

۱) $\{a,b,c,d\}$ ۲) $\{b,c,d\}$ ۳) $\{d,a\}$ ۴) $\{a,b,c\}$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

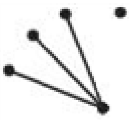
۶۷) در یک تورنمنت ۵ تیم فوتبال a، b، c، d و e حضور دارند. پس از چندی a با b، c و d مسابقه داده و بر همگی پیروز می‌شود. b با d نیز روبه‌رو شده و شکست می‌خورد. c نیز بر e و d پیروز شده، d نیز e را شکست می‌دهد. اگر گراف جهت‌داری تعریف کنیم که جهت هر یال از رأس متناظر با تیم برنده به رأس متناظر با تیم بازنده باشد، کدام گزینه گراف جهت‌دار متناظر با نتایج مسابقات تا این مقطع است؟



۶۸) گراف G با کدام شرایط ممکن است همبند نباشد؟

۱) $\Delta(G)=۹\ ,\ P(G)=۱۰$
۲) $q(G)=۲۲\ ,\ P(G)=۸$
۳) $\delta(G)=\Delta(G)=۴\ ,\ P(G)=۹$
۴) $\delta(G)=\Delta(G)=۳\ ,\ P(G)=۸$

۶۹) در مکمل گراف روبه‌رو چه تعداد دور وجود دارد؟



۱) صفر
۲) ۷
۳) ۶
۴) ۵

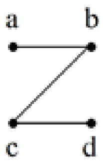
۷۰) کدام عدد می‌تواند مجموع مرتبه و اندازهٔ یک گراف کامل باشد؟

۱) ۱۲۵
۲) ۱۴۴
۳) ۱۵۳
۴) ۲۲۵

۷۱) چند گراف ساده با رئوس $V=\{v_1,v_2,\dots,v_{10}\}$ می‌توان تعریف کرد که $|E|=۵$ و $N(v_1)=\{v_2,v_3,v_4\}$ باشد؟

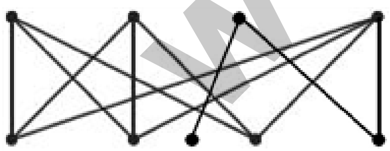
۱) $۲^{۳۶}$
۲) ۹۹۰
۳) ۶۳۰
۴) ۴۵۰۰

۷۲) با رئوس $V=\{a,b,c,d,e\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت که $\deg a=۳$ باشد و گراف G در شکل، زیر گراف آن باشد؟

G: 

۱) ۶۵
۲) ۶۴
۳) ۴۵
۴) ۴۸

۷۳) در گراف مقابل چند دور به طول ۴ وجود دارد؟



۱) ۹
۲) ۶
۳) ۱۰
۴) ۱۱

۷۴) چند گراف منتظم از مرتبهٔ ۶ داریم؟

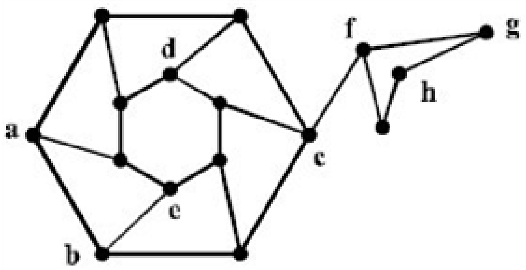
۱) ۶
۲) ۸
۳) ۴
۴) ۱۰

۷۵) در گراف G با ۹ رأس و فاقد دور، بیشترین طول مسیر ممکن کدام است؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۷۶) کدام مجموعه، برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟



۱) $\{a, b, c, d, h\}$

۲) $\{b, c, e, d, g\}$

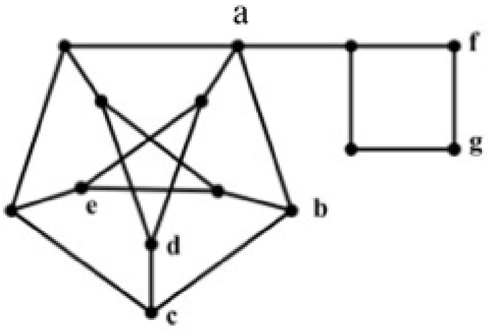
۳) $\{a, c, e, d, h\}$

۴) $\{a, c, e, d, g\}$

۷۷) در یک گراف با درجه‌ی رأس‌های ۱ , ۲ , ۳ , ۳ , ۴ , ۵، تعداد دورها با طول ۳، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۷۸) کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است؟



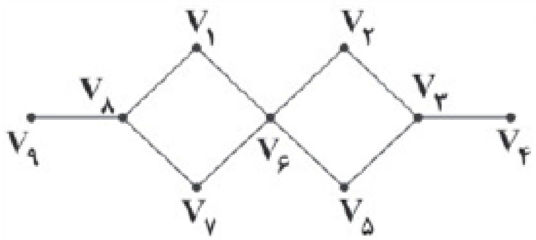
۱) $\{a, c, e, g\}$

۲) $\{a, d, e, g\}$

۳) $\{a, b, d, e\}$

۴) $\{a, d, e, f\}$

۷۹) اندازه‌ی بزرگ‌ترین مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال گراف زیر کدام است؟



۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۹

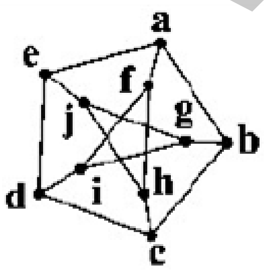
۸۰) در گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ داریم: $N_G[a] = \{a, b, c\}$، $N_G[b] = \{a, d, c\}$، $N_G[c] = \{e, d, b\}$، $N_G[e] = \{a, c, d, e\}$ و $N_G[d] = \{e, b, c, d\}$. این گراف چند دور دارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۸۱) اگر گراف $G = K_7$، تعداد یال‌های این گراف کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۹ ۴) ۲۱

۸۲) در گراف زیر، کدام گزینه نادرست است؟



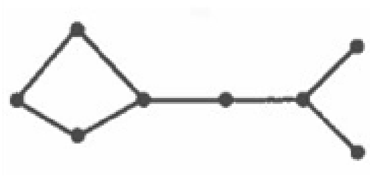
۱) گراف فقط دارای ۵ مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم است.

۲) مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال گراف فقط دارای ۳ یا ۴ یا ۵ عضو هستند.

۳) $\gamma(G) = ۳$

۴) گراف فقط دارای ۱۲ مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است که با حذف ۲ عضو به مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم تبدیل می‌شود.

۸۳ عدد احاطه‌گری گراف روبه‌رو کدام است؟

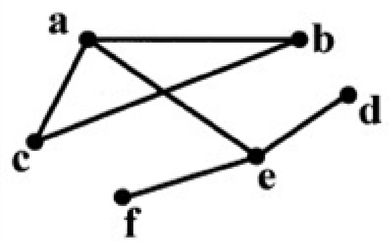


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۸۴ بین هر دو رأس از گراف همبند G دقیقاً یک مسیر وجود دارد که ۷ رأس آن از درجه ۱ و ۵ رأس از درجه ۲ و K رأس از درجه ۳ است. K کدام است؟

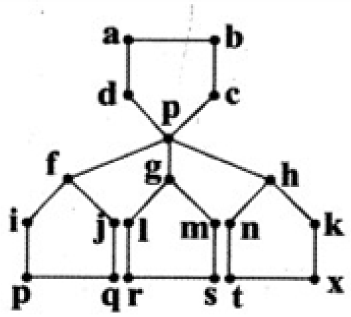
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۸۵ گراف G رسم شده است. تعداد یال‌های گراف $\overline{G}$ کدام است؟



۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

۸۶ عدد احاطه‌گری گراف زیر کدام است؟



۱) ۴
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۷

۸۷ گراف ۳- منتظم ناهمبند از مرتبه‌ی ۸ چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۸۸ تعداد یال‌های یک گراف ساده از مرتبه‌ی ۱۰ برابر ۱۵ است. تعداد یال‌های مکمل آن کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۴۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۵

۸۹ کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) گرافی ساده با ۴ رأس از درجه‌های ۱، ۱، ۲ و ۳ وجود ندارد.
۲) گراف ساده‌ای با ۴ رأس از درجه‌های ۱، ۱، ۳ و ۳ وجود ندارد.
۳) گرافی با ۴ رأس از درجه‌های ۱، ۱، ۳ و ۳ وجود دارد.
۴) گرافی ساده با ۱۰ رأس از درجه‌های ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۴، ۴، ۴ و ۸ وجود دارد.

۹۰ درجه‌ی رئوس گرافی به صورت x، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۵ است. x چند مقدار مختلف می‌تواند اختیار کند؟

۱) یک ۲) دو ۳) چهار ۴) هیچ

۹۱ گراف K_9 چند زیرگراف دارد که هریک از این زیرگراف‌ها، گراف کامل باشند؟

۱) ۲۵۶ ۲) ۵۱۲ ۳) ۵۱۱ ۴) ۱۰۲۴

۹۲) در گرافی با ۱۰ رأس و ۴۰ یال، بیش‌ترین مقدار $\Delta - \delta$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

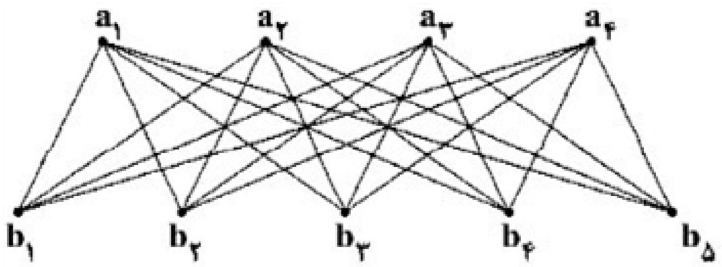
۹۳) فرض کنید G، گرافی ۶- منتظم و اندازه‌ی گراف $\overline{G}$ برابر ۱۵ باشد. اندازه‌ی گراف G کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) ۱۰ ۳) ۴۵ ۴) ۴۷

۹۴) با رئوس a، b، c، d، e و f، چند گراف ساده می‌توان ساخت که اندازه ی آن ۶ و درجه رأس a برابر ۲ باشد؟

۱) ۱۸۰۰ ۲) ۱۹۰۰ ۳) ۲۰۰۰ ۴) ۲۱۰۰

۹۵) گراف زیر چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال با کم‌ترین تعداد عضو را دارد؟



۱) ۱۶

۲) ۲۰

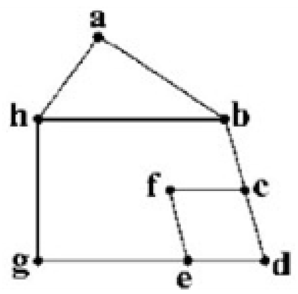
۳) ۲۴

۴) ۲۸

۹۶) اگر G گراف همبندی از مرتبه‌ی ۱۶ باشد که کم‌ترین تعداد یال را دارد و رابطه‌ی $\Delta + \delta = 3$ در آن برقرار باشد، آن‌گاه مجموعه‌ی احاطه‌گری مینیمم G، چند عضو دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۹۷) در گراف زیر کدام مجموعه احاطه‌گر است؟



۱) $\{h , f\}$

۲) $\{h , d\}$

۳) $\{a , d , g\}$

۴) $\{b , e\}$

۹۸) عدد احاطه‌گری مکمل گراف C_{100} کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳۳ ۳) ۳۴ ۴) ۱

۹۹) تعداد دورهای گراف ۲- منتظم بازه‌ای از مرتبه‌ی ۹ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

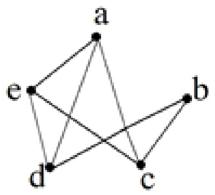
۱۰۰) در گراف k_{11} چند دور به‌طول ۴ شامل یال ab داریم؟

۱) ۷۲ ۲) ۱۴۴ ۳) ۱۸۰ ۴) ۳۶۰

۱۰۱) در گراف ۳- منتظم مرتبه ۶ که دور به‌طول ۳ ندارد، چند دور به‌طول ۴ داریم؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۹

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴



۱۰۲) در گراف زیر فاصله بین ۲ رأس a و b برابر است با:
۱) ۱
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲

۱۰۳) در گراف K_9 چند مسیر به‌طور ۴ بین دو رأس a و b داریم؟
۱) ۲۱۰   ۲) ۳۳۶   ۳) ۱۲۰   ۴) $\frac{۹!}{۶!}$

۱۰۴) چند نوع گراف ۷ منتظم مرتبه ۱۰ داریم؟
۱) ۲   ۲) ۴   ۳) ۵   ۴) چنین گرافی نداریم.

۱۰۵) در گراف از مرتبه‌ی ۱۱ و اندازه‌ی ۵۳ ، حداکثر چند رأس درجه ۹ داریم؟
۱) ۲   ۲) ۳   ۳) ۴   ۴) ۵

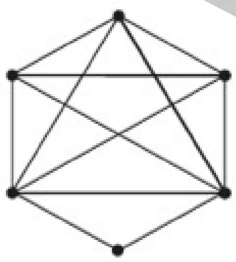
۱۰۶) در گرافی مرتبه ۷ که دنباله درجات تشکیل تصاعد هندسی می‌دهد، بیش‌ترین اندازه‌ی گراف اگر گراف کامل نباشد برابر است با:
۱) ۱۴   ۲) ۱۵   ۳) ۱۶   ۴) ۱۸

۱۰۷) اگر G یک گراف شش رأسی ۳- منتظم باشد آنگاه $\overline{G}$ چند یال دارد؟
۱) ۵   ۲) ۶   ۳) ۷   ۴) ۹

۱۰۸) چند نوع گراف ساده و ناهمبند وجود دارد که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن‌ها ۸ باشد؟
۱) ۶   ۲) ۷   ۳) ۸   ۴) ۹

۱۰۹) در گراف K_p بین دو رأس مشخص a و b، ۸ مسیر به طول ۲ وجود دارد. در این گراف چند دور به طول ۴ وجود دارد که از رأس a عبور می‌کند؟
۱) ۲۵۲   ۲) ۳۶۰   ۳) ۲۱۰   ۴) ۱۶۸

۱۱۰) در گرافی از مرتبه‌ی ۱۲ و اندازه‌ی ۵۸ ، اختلاف حداقل و حداکثر مقدار $\Delta - \delta$ کدام است؟
۱) ۶   ۲) ۷   ۳) ۸   ۴) ۹



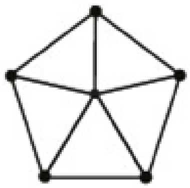
۱۱۱) در گراف روبه‌رو چند دور به طول ۴ داریم؟
۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۱۸
۴) ۲۱

۱۱۲) در گرافی از مرتبه ۱۱، رابطه وجود مسیر بین راس‌ها، ۴ کلاس هم‌ارزی متمایز ایجاد کرده است. اگر این گراف راس ایزوله نداشته باشد، حداکثر تعداد یال‌های آن کدام است؟
۱) ۲۸   ۲) ۲۵   ۳) ۱۳   ۴) ۱۰

۱۱۳) درگرافی از مرتبه ۸ با ۲۷ یال، چند دور به طول ۳ داریم؟

۱) ۴۱ ۲) ۵۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۲۳

۱۱۴) در گراف زیر، چند دور به طول ۵ یا ۶ وجود دارد؟



۱) ۶
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۴

۱۱۵) چند گراف ساده و همبند وجود دارد که حاصل‌ضرب مرتبه و اندازه آن برابر ۲۰ باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۶) برای اینکه گرافی از مرتبه ۷ همواره همبند باشد، حداقل چند یال نیاز داریم؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۱۱۷) در گرافی ساده که دنباله‌ی درجات رئوس آن به صورت (۱ , ۲ , ۲ , ۲ , ۲ , ۴ , ۵) است. دو رأس با درجه‌ی بزرگ‌تر، مجاور نیستند. تعداد دور به طول ۴ در این گراف کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۱۸) در گراف K_5 چند دور همیلتنی داریم؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

۱۱۹) در گراف کامل K_6 چند دور به طول ۴ داریم که شامل رأس مشخص a باشد؟

۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۵ ۴) ۹۰

۱۲۰) در درختی چهار رأس درجه ۳، دو رأس درجه ۲، ده رأس از درجه ۱ و یک رأس از درجه Δ وجود دارد، Δ چند است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۲۱) مجموع مرتبه و اندازه گراف منتظمی برابر ۱۰ است. در این گراف حداکثر چند دور به طول ۳ وجود دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۲۲) در گرافی از مرتبه ۱۰، $\Delta = 6$ است. چند مقدار متمایز برای اندازه گراف می‌توان به‌دست آورد؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۸ ۳) ۲۵ ۴) ۲۴

۱۲۳) اگر درجه رأس‌های گرافی به‌صورت ۵,۵,۲,۲,a,b باشد، بیش‌ترین مقدار $a + b$ کدام است؟

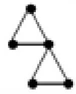
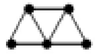
۱) ۸ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۲۴) گراف ناهمبند و منتظمی دارای ۱۲ رأس و ۱۸ یال است. این گراف از چند مؤلفه همبند تشکیل شده است؟

۱) ۲ یا ۳ ۲) ۳ ۳) ۱ یا ۲ یا ۳ ۴) ۲

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

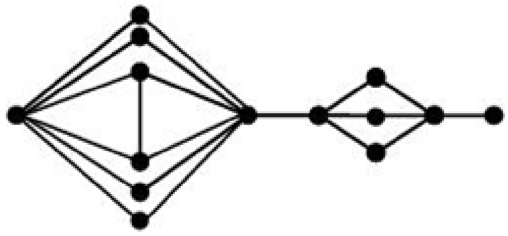
۱۲۵ کدام گزینه همواره معرف یک گراف اویلری است؟

۱) (۲,۲,۲,۲,۲,۲)
۲) 
۳) 
۴) K_8

۱۲۶ در یک گراف کامل رابطه $3q = 5\Delta + 7\delta$ برقرار است. مرتبه گراف کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

۱۲۷ در گراف مقابل چند مسیر از a به b وجود دارد؟



۱) ۳۲
۲) ۲۱
۳) ۲۴
۴) ۲۸

۱۲۸ در گراف G با مجموعه رئوس $V = \{2,3,5,7,8,12\}$ دو رأس a و b مجاورند. هرگاه $a + b$ بر ۵ بخش‌پذیر باشد، در این صورت گراف G چند دور دارد؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) این گراف دوری ندارد.

۱۲۹ در گرافی از مرتبه ۱۰ و اندازه ۴۲، حداکثر چند رأس از درجه ۹ وجود دارد؟

۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۶

۱۳۰ با رئوس a,b,c,d,e چند گراف ۴ یالی می‌توان رسم کرد که $\deg a = 0$ ؟

۱) ۱۵
۲) ۳۰
۳) ۲۱۰
۴) ۶۰

۱۳۱ تعداد گراف‌های همبند که مجموع مرتبه و اندازه آن ۸ باشد، کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۳۲ حداقل چند یال از گراف K_{12} حذف کنیم تا گرافی منتظم و ناهمبند حاصل شود؟

۱) ۱۱
۲) ۲۴
۳) ۳۰
۴) ۳۶

۱۳۳ با مجموعه رئوس $\{a , b , c , d , e , f\}$، چند گراف ۲- منتظم بازه‌ای می‌توان ساخت؟

۱) صفر
۲) ۲۰
۳) ۱۰
۴) ۵

۱۳۴ حداکثر تعداد یال‌های گرافی ناهم‌بند از مرتبه‌ی ۱۱ با $\delta = 2$ و $\Delta = 4$، کدام است؟

۱) ۱۹
۲) ۲۰
۳) ۲۱
۴) ۲۲

۱۳۵ در گرافی ساده از مرتبه‌ی ۸ و اندازه‌ی ۲۴، تفاضل حداقل و حداکثر تعداد رأس‌های درجه‌ی ۷ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۳۶ در گراف کاملی که حاصل‌ضرب مرتبه و اندازه برابر ۵۰ است، چند مسیر به طول ۳ شامل رأس a و فاقد رأس b وجود دارد؟ (رئوس a و b از رأس‌های این گراف هستند.)

۱) ۳
۲) ۱۲
۳) ۲۴
۴) ۴۸

۱۳۷) در یک گراف همبند و بدون دور از مرتبه‌ی ۶ که $\Delta - \delta = 1$ است، چند رأس از درجه‌ی ماکسیمم داریم؟
۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۱۳۸) در گرافی از مرتبه‌ی p و اندازه‌ی ۶ ، ماکسیمم درجه‌ی رئوس برابر ۳ است. اگر این گراف یک بخش داشته باشد، تفاوت حداکثر و حداقل مقدار p کدام است؟
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۳۹) در گرافی از مرتبه‌ی ۱۰ و اندازه‌ی ۳۳، حداقل مقدار $\Delta - \delta$ کدام است؟
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۴۰) در گرافی که $q = 11$ و $\Delta = 4$ است، ۲ رأس درجه ۴ و ۳ رأس درجه ۲ وجود دارد. این گراف حداکثر چند رأس درجه ۳ دارد؟
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۴۱) با رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف می‌توان ساخت که ۳ یال داشته باشد و درجه‌ی رأس a ، برابر ۲ باشد؟
۱) ۶ ۲) ۳۶ ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

۱۴۲) در گرافی از مرتبه‌ی ۱۰ که ۴۰ یال دارد، δ چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟
۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

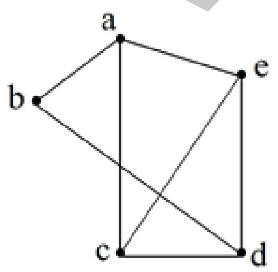
۱۴۳) در گراف کامل K_p با حذف ۳ یال، یک گراف ۴- منتظم به دست آمده است. p کدام است؟
۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۴۴) گرافی ۲- منتظم و بازه‌ای از مرتبه‌ی ۹، از چند بخش جدا از هم تشکیل شده است؟
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۵) در گرافی از مرتبه‌ی p که $q = 15$ و $\delta = 3$ است، حداقل مقدار p کدام است؟
۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

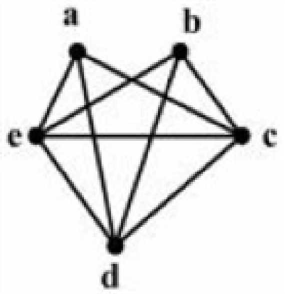
۱۴۶) اگر نمودار C_2H_6 (اتان) را به صورت یک گراف درنظر بگیریم، مقدار $q - p$ در این گراف کدام است؟
۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۴ ۴) ۴-

۱۴۷) در گراف شکل زیر، چند مسیر به طول ۳ از a به e وجود دارد؟
۱) ۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲



۱۴۸) درجه رأس‌های یک گراف دنباله اعداد ۲ , ۳ , ۳ , ۴ , ۴ می‌باشند. تعداد دورها با طول ۴ در این گراف کدام است؟
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۴۹) در گراف کامل از مرتبه‌ی ۵ ، یال ab حذف شده است. چند دور با طول ۴ در این گراف موجود است؟



۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

۱۵۰) در گراف K_8 چند مسیر به طول ۳ وجود دارد؟

۱) ۱۶۸۰ ۲) ۸۴۰ ۳) ۴۲۰ ۴) ۲۱۰

۱۵۱) در گرافی همبند با مرتبه‌ی ۸ و اندازه‌ی ۱۷ , $\delta = ۳$ است. می‌نیمم مقدار Δ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۵۲) گراف متناظر با بازه‌های (۰, ۳), (۱, ۴), (۳, ۶), (۴, ۸), (۵, ۷), (۶, ۹) چند یال از گراف کامل هم‌مرتبه‌اش کم‌تر دارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۶

۱۵۳) در گرافی ساده از مرتبه‌ی ۱۰ و اندازه‌ی ۲۰، Δ چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۵۴) در گرافی ساده از مرتبه‌ی ۸ و اندازه‌ی ۲۵، حداکثر چند رأس از درجه‌ی ۷ وجود دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۵۵) گرافی از مرتبه‌ی ۸ ، دقیقاً ۲ رأس درجه‌ی ۲ دارد. حداکثر تعداد یال‌های این گراف کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۹ ۳) ۳۰ ۴) ۳۲

۱۵۶) در یک گراف از مرتبه‌ی ۱۴ و اندازه‌ی ۲۵، فقط رئوس درجه‌ی ۳ یا ۵ وجود دارد. این گراف چند رأس درجه‌ی ۳ دارد؟

۱) ۱۰ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۶

۱۵۷) کدام گزینه می‌تواند دنباله‌ی درجات رئوس یک گراف ساده باشد؟

۱) ۵,۵,۳,۲,۲,۱ ۲) ۵,۴,۴,۳,۲,۰ ۳) ۵,۴,۳,۲,۱,۱ ۴) ۵,۴,۲,۲,۲,۱

۱۵۸) اگر $V = \{a, b, c, d, e\}$ باشد، چند گراف با مجموعه‌ی رئوس V می‌توان ساخت که سه یال داشته باشد و درجه‌ی رأس a ، برابر ۲ باشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۶ ۳) ۴۸ ۴) ۶۰

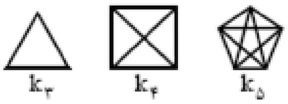
۱۵۹) کدام‌یک از گزینه‌های زیر یک دنباله‌ی گرافی را نشان می‌دهد؟

۱) ۷, ۶ , ۵ , ۵ , ۴ , ۴ , ۳
۲) ۵ , ۵ , ۴ , ۴ , ۳ , ۲
۳) ۸ , ۱ , ۱ , ۱, ۱, ۱, ۱ , ۱, ۱
۴) ۵, ۴ , ۳ , ۲ , ۱ , ۱ , ۱

۱۶۰) اگر ۱ , ۲ , ۲ , y , x و ۴ دنباله‌ی گراف G باشد، حداقل و حداکثر xy برابر است با:

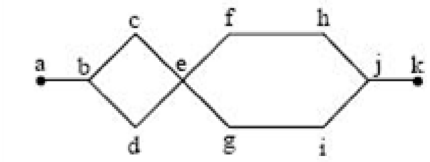
۱) ۱۲ - ۶ ۲) ۱۲ - ۴ ۳) ۶ - ۳ ۴) ۶ - ۴

۱۶۱) اگر گراف ناهمبند G از ۳ زیر گراف k_3 ، k_4 و k_5 تشکیل شده باشد، حداقل چند یال به صورت دلخواه به آن اضافه کنیم تا مطمئن شویم که گراف حاصل همبند می‌شود؟



۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۱۶۲) چند مسیر به طول ۸ از a به k در گراف مقابل وجود دارد؟



۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۵

۱۶۳) چند مسیر با بلندترین طول در گراف k_7 وجود دارد؟

۱) $۲۱ \times ۵!$ ۲) $۲۱ \times ۶!$ ۳) $۱۵ \times ۵!$ ۴) $۱۵ \times ۶!$

۱۶۴) در گرافی $P = ۹$ ، $\delta = ۳$ و $\Delta = ۷$ است، q کدام مقدار می‌تواند باشد؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۲ ۳) ۳۰ ۴) ۳۱

۱۶۵) اگر حاصل جمع اندازه‌های گراف G و مکمل آن $\overline{G}$ برابر با ۶۶ باشد، آن‌گاه مرتبه‌ی گراف G برابر است با:

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

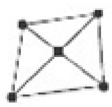
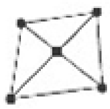
۱۶۶) با شش رأس a ، b ، c ، d ، e و f چند گراف ساده می‌توان ساخت، به طوری که ab عضوی از آن بوده و رأس c دارای درجه ۵ باشد؟

۱) $۲^{۸} - ۱$ ۲) $۲^{۹}$ ۳) $۲^{۱۰} - ۱$ ۴) $۲^{۱۱}$

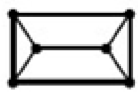
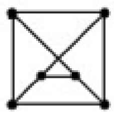
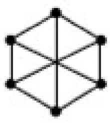
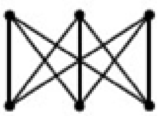
۱۶۷) گراف G از مرتبه‌ی ۱۰ دارای سه رأس درجه‌ی ۲ است. اندازه‌ی G حداکثر کدام است؟

۱) ۲۳ ۲) ۲۵ ۳) ۲۴ ۴) ۲۷

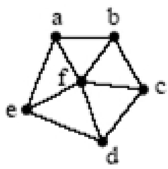
۱۶۸) کدام گراف زیر بازه‌ای است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

۱۶۹) کدام گراف با بقیه متفاوت است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

۱۷۰) در شکل مقابل چند دور به طول ۶ وجود دارد؟



۱) صفر ۲) ۵
۳) ۱ ۴) ۶

۱۷۱) در گرافی $q=23$ است. این گراف حداقل چند رأس دارد؟

۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۷۲) چند گراف ساده با مجموعه‌ی رئوس $V=\{a,b,c,d,e,f\}$ شامل ۳ یال وجود دارد که $\Delta-\delta=3$ ؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

۱۷۳) در یک گراف ساده از مرتبه‌ی ۷، اگر $\Delta+\delta$ بیش‌ترین مقدار را اختیار کند، اندازه‌ی گراف چه‌قدر است؟

۱) ۱۳ ۲) ۲۱ ۳) ۲۸ ۴) ۱۵

۱۷۴) گراف ساده دارای ۸ رأس و ۲۶ یال است اگر $\Delta-\delta=1$ آن‌گاه چند رأس دارای می‌نیمم درجه است؟

۱) ۲ یا ۴ ۲) ۱ یا ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۷۵) اگر در یک گراف ساده، ۲ رأس درجه ۵ $\Delta=5$ ، ۳ رأس درجه ۴ و ۳ رأس درجه‌ی ۲ وجود داشته باشد، تعداد رأس‌های درجه‌ی ۱ کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۹

۱۷۶) اگر p و q مرتبه و اندازه‌ی یک گراف ۸- منتظم باشند، و رابطه‌ی $25p^2-q^2=900$ بین مرتبه و اندازه‌ی آن برقرار باشد، این گراف چند رأس دارد؟

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

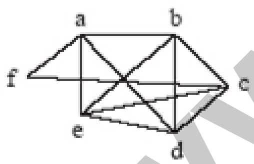
۱۷۷) اگر یک گراف مرتبه‌ی ۱۱، دارای ۵۴ یال باشد، درجه‌ی چند رأس آن ماکزیمم است؟

۱) ۱۰ ۲) ۷ ۳) ۹ ۴) ۸

۱۷۸) چند گراف به اندازه‌ی ۳ با مجموعه رئوس $V=\{a,b,c,d,e,d,f\}$ قابل تعریف است که در آن $\deg(a)=1$ باشد؟

۱) ۱۰ ۲) ۴۷۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۲۲۵

۱۷۹) در گراف شکل مقابل چند مسیر به طول ۳ از a به b وجود دارد؟



۱) ۵ ۲) ۱

۳) ۳ ۴) ۶

۱۸۰) گرافی از مرتبه‌ی ۸ همبند است، اندازه‌ی آن چند مقدار می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۲۱ ۴) ۲۲

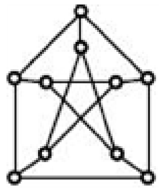
۱۸۱) در گرافی با دنباله‌ی $6,5,4,1,1,\ldots,1$ بین هر دو رأس دقیقاً یک مسیر وجود دارد. در این گراف مجموعاً چند مسیر به طول صفر و یک داریم؟

۱) ۹۱ ۲) ۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۲۷

۱۸۲) درجه‌ی رأس‌های یک گراف ساده‌ی اعداد $4,3,1,a,b,c$ هستند، اگر P تعداد رأس‌های گراف و $q=9$ تعداد یال‌های گراف باشد. (a,b,c) چند دسته جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴



۱۸۳) گراف روبه‌رو چند دور به طول ۱۰ دارد؟

۱) صفر ۲) ۱
۳) ۲ ۴) ۳

۱۸۴) در گرافی با درجه رأس ۲,۲,۳,۳,۴، چند دور وجود دارد؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۱۸۵) ۹ نفر به مسافرت می‌روند، قرار است هر نفر به سه نفر دیگر نامه بفرستد، به چند طریق ممکن است؟

۱) ۸۴ ۲) ۴۲ ۳) ۱۲ ۴) نشدنی

۱۸۶) گرافی با درجه رأس‌های ۲ , ۲ , ۲ , ۴ , ۴ دارای چند دور است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۱۸۷) در یک گراف ۳- منتظم، $q = 2p - 3$، در حالتی‌که فاقد دور با طول ۳ باشد تعداد، دورها با طول ۴ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

۱۸۸) چند گراف مرتبه ۸ با رئوس $a_8 , \dots , a_2 , a_1$ و اندازه ۴ وجود دارد به طوری‌که درجه راس a_1 حداقل ۲ باشد؟

۱) ۵۲۲۰ ۲) ۵۱۸۰ ۳) ۵۳۴۰ ۴) ۵۱۴۰

۱۸۹) در یک گراف از مرتبه ۴ با درجه هر رأس ۲، حداکثر چند مسیر با طول ۳ موجود است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۷

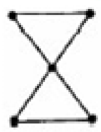
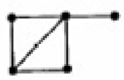
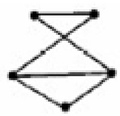
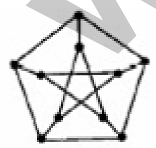
۱۹۰) در گرافی از مرتبه‌ی ۸ که رابطه‌ی «وجود مسیر بین رأس‌ها»، آن را به ۳ کلاس هم‌ارزی متمایز تقسیم می‌کند. حداکثر تعداد یال‌ها کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۲۱ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

۱۹۱) دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌های یک گراف همبند و بدون دور به صورت $(4,3,3,2,1,\dots,1)$ است. تعداد صفرهای ماتریس مجاورت آن کدام است؟

۱) ۸۶ ۲) ۸۲ ۳) ۱۸ ۴) ۱۴

۱۹۲) کدام‌یک از گراف‌های زیر همیلتنی است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

۱۹۳) در یک گراف ساده $\Delta = 4$ و $q = 16$ است. حداقل تعداد رأس‌های این گراف کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۹۴) اگر $V = \{a,b,c,d,e\}$ باشد، چند گراف می‌توان ساخت که در آن درجه‌ی رأس a ، ۱ باشد؟

۱) 2^9 ۲) 2^5 ۳) 2^4 ۴) 2^8

۱۹۵ در نمایش گرافی C_4H_{10}، مجموع مرتبه و اندازه کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۲۷ ۴) ۲۹

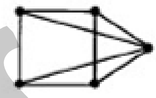
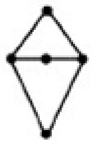
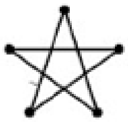
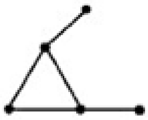
۱۹۶ چند نوع گراف ۵- منتظم از مرتبه ی ۸ داریم؟ (رأس‌ها نام‌گذاری نشده‌اند.)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

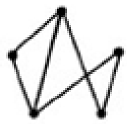
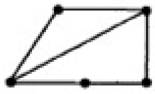
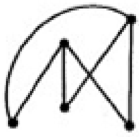
۱۹۷ چند نوع گراف ساده‌ی یک بخشی داریم که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن برابر ۶ باشد؟ (رأس‌ها نام‌گذاری نشده‌اند.)

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۹۸ کدام گزینه، گراف بازه‌ای است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

۱۹۹ کدام گراف با بقیه متفاوت است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

۲۰۰ در گرافی از مرتبه‌ی ۱۰ و اندازه‌ی ۱۷، $\Delta = 4$ و $\delta = 3$ است. تعداد رئوس درجه‌ی ۳ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۲۰۱ کدام گزینه می‌تواند دنباله‌ی درجات رئوس گراف ساده باشد؟

۱) (۵,۵,۴,۳,۲,۲) ۲) (۵,۵,۴,۳,۲,۱) ۳) (۵,۴,۳,۳,۱,۰) ۴) (۵,۴,۲,۲,۲,۱)

۲۰۲ گراف بازه‌های (۲ , ۱) و (۴ , ۲) و (۴ , ۰) و (۵ , ۱) و (۶ , ۳) و (۷ , ۵)، از اعداد حقیقی، چند دور با طول ۴ دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۰۳ در گرافی با دنباله‌ی درجه رأس‌ها به صورت ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۴ و ۴، تعداد دورها با طول ۵، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۲۰۴ در گرافی با ۷ رأس و ۱۹ یال، حداقل مقدار $\delta + \Delta$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۹

۲۰۵ یک گراف ساده با ۲۳ یال، حداقل چند رأس دارد؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۲۰۶ اگر گراف ۲- منتظم مرتبه‌ی p بازه‌ای باشد، p کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۰۷) گرافی ۵- منتظم از مرتبه‌ی p داریم که در آن تعداد یال‌ها ۶ واحد از تعداد رأس‌ها بیش‌تر است. مقدار p کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۱۰ ۴) چنین گرافی وجود ندارد.

۲۰۸) حداقل و حداکثر تعداد رأس‌های گراف ساده‌ای با اندازه‌ی ۱۷ و ۳ = δ به ترتیب کدام است؟

۱) ۷ و ۱۱ ۲) ۸ و ۱۱ ۳) ۷ و ۱۲ ۴) ۸ و ۱۲

۲۰۹) در گرافی از مرتبه‌ی ۱۱، ۳۵ = q است. این گراف حداکثر چند رأس درجه‌ی ۱۰ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۱۰) در گرافی از مرتبه‌ی ۱۰ یک رأس از درجه‌ی ۵ و یک رأس از درجه‌ی ۳ وجود دارد. حداقل و حداکثر اندازه‌ی این گراف به ترتیب کدام اعداد است؟

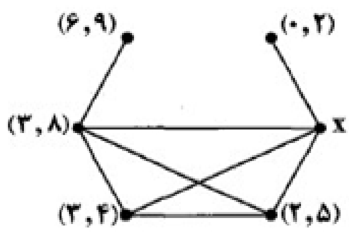
۱) ۸ و ۳۶ ۲) ۷ و ۳۶ ۳) ۸ و ۳۵ ۴) ۷ و ۳۵

۲۱۱) با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ چند گراف ساده با شرایط ۴ = $\deg(a)$ و ۶ = q می‌توان ساخت؟

۱) ۱۲۵ ۲) ۱۷۰ ۳) ۲۲۵ ۴) ۲۷۰

۲۱۲) در گراف بازه‌ای مقابل، رأس x کدام بازه می‌تواند باشد؟

۱) (۱ و ۸)
۲) (۲ و ۹)
۳) (۱ و ۴)
۴) (۰ و ۷)



۲۱۳) در گراف کامل K_4 چند دور وجود دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۲۱۴) گرافی با ۱۲ رأس دارای دو رأس درجه‌ی ۵ و دو رأس درجه‌ی ۳ است. حداکثر تعداد یال‌های این گراف کدام است؟

۱) ۵۰ ۲) ۴۴ ۳) ۶۰ ۴) ۴۲

۲۱۵) با رئوس $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ چند گراف ۲- منتظم ناهمبند می‌توان رسم کرد؟

۱) ۳۵ ۲) ۷۰ ۳) ۱۰۵ ۴) ۲۱۰

۲۱۶) درختی از مرتبه‌ی ۶ که فاصله‌ی هر دو رأس غیرمجاور آن برابر ۲ است، با اضافه کردن حداقل چند یال، همیلتنی می‌شود؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۱۷) حداقل تعداد یال گرافی همبند از مرتبه‌ی ۷، کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۲۱۸) در گرافی با درجه‌ی رأس‌های ۱, ۲, ۲, ۳, ۴ چند دوره با طول ۴ وجود دارد؟

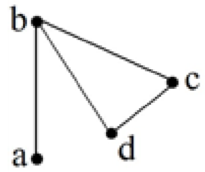
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۱۹) گراف G ، ۱۰ رأس و سه بخش دارد. ماکسیمم درجه G کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۲۲۰) شکل مقابل گراف بازه‌ها است که در آن $a = (0, 2)$ ، $b = (1, 3)$ بازه‌های متناظر با c و d کدام می‌تواند باشد؟



۱) $c = (0, 2)$ ، $d = (2, 3)$ ۲) $c = (1, 3)$ ، $d = (2, 3)$

۳) $c = (3, 4)$ ، $d = (2, 5)$ ۴) $c = (2, 3)$ ، $d = (2, 4)$

۲۲۱) پنج نفر به سفر می‌روند و قرار می‌گذارند هرکس به ۳ نفر دیگر نامه بفرستد. به چند طریق ممکن است هرکس به سه نفری نامه بفرستد که از آن‌ها نامه دریافت کرده است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) نشدنی

۲۲۲) مجموع درجه رأس‌های گراف کامل از مرتبه ۷ کدام است؟

۱) ۴۲ ۲) ۳۵ ۳) ۲۱ ۴) ۳۶

۲۲۳) در گراف $G(V, E)$ با $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ و $E = \{ab, bc, ac, ng, eg\}$ مجموع درجه رأس‌های آن کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

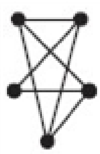
۲۲۴) گراف $G = (V, E)$ با $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ و $E = \{ab, ad, bc, bd, cd, ef\}$ از چند بخش جدا از هم تشکیل شده است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۲۵) با پنج بازه‌ی $(2,9)$ و $(3,8)$ و $(4,7)$ و $(5,6)$ از اعداد حقیقی یک گراف بازه‌ای می‌سازیم، در گراف حاصل چند دور به طول ۴ موجود است؟

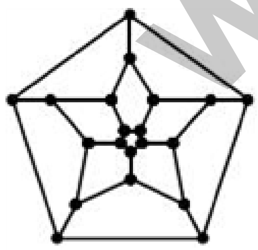
۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۲۲۶) دو رأس متناظر با بازه‌های (a , b) و (c , d) از اعداد حقیقی مجاورند به شرط آن که اشتراک این دو بازه تهی نباشد، گراف مقابل به چند طریق می‌تواند گراف بازه‌ها باشد؟



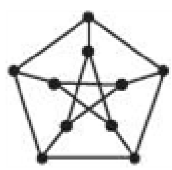
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) نشدنی

۲۲۷) در گراف شکل مقابل چند دور به طول ۵ وجود دارد؟



۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۴

۲۲۸) گراف مقابل چند دور به طول ۶ دارد؟



۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) ۱۲ ۴) ۱۵

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۲۹ گراف ساده‌ی G از مرتبه‌ی ۶ موجود است. بیش‌ترین مقدار $P\delta^{2} + q\Delta^{2}$ کدام است؟

۱) ۴۲۵ ۲) ۴۳۵ ۳) ۵۲۵ ۴) ۵۳۵

۲۳۰ چند ریخت گراف ۶ منتظم مرتبه‌ی ۹ وجود دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۳۱ اندازه‌ی گراف ساده‌ی G برابر ۱۹ و مینیمم درجه‌ی رئوس ۴ است بیش‌ترین مقدار Δ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۲۳۲ تعداد صفرهای موجود در ماتریس مجاورت درختی برابر ۶۵ است. این درخت چند مسیر به طول حداقل ۲ دارد؟

۱) ۲۸ ۲) ۳۶ ۳) ۴۵ ۴) ۵۵

۲۳۳ گراف از مرتبه‌ی ۸ و ناهمبند، حداکثر دارای چه اندازه‌ای می‌تواند باشد؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۲ ۳) ۶ ۴) ۷

۲۳۴ دنباله‌ی نزولی درجات رئوس یک گراف ساده به صورت δ,۵,۵,۵,۴,۴ است. مقدار δ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۳۵ گراف همبند فاقد دوری دارای ۸ رأس از درجه‌ی می‌نیمم و ۲ رأس از درجه‌ی ۲ و تعدادی رأس از درجه‌ی ۴ می‌باشد. مرتبه‌ی این گراف کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۲۳۶ درجات رئوس گراف G به صورت a, b, c,۶,۴,۳,۳ است. کم‌ترین مقدار $a + b + c$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۳۷ دنباله‌ی نزولی درجات رئوس گراف ساده‌ی G عبارت است از ۲ و ۳ و ۴ و ۴ و ۴ و ۵ و ۵ و ۷ به گراف مکمل این گراف چند یال افزوده شود تا گرافی ۵ منتظم بدست آید؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۲۳۸ گراف ساده‌ی G یک یال کم‌تر از گراف کامل ۲ - P منتظم دارد و $q + \delta = 25$ در این صورت میانگین درجات رئوس این گراف تقریباً کدام است؟

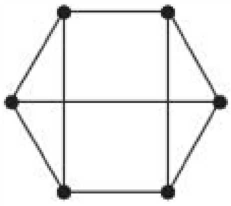
۱) ۴ ۲) ۴/۷ ۳) ۵ ۴) ۵/۷

۲۳۹ با مجموعه رئوس $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ چند گراف ساده می‌توان ایجاد کرد که در آن مسیر v_1, v_4, v_5, v_2, v_3 وجود نداشته باشد؟

۱) ۹۰۰ ۲) ۹۴۰ ۳) ۹۶۰ ۴) ۹۸۰

۲۴۰ چند گراف دو منتظم مرتبه‌ی ۹ وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

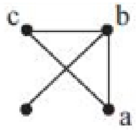


۲۴۱) در گراف شکل مقابل چند دور به طول ۵ وجود دارد؟
۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۲۴۲) در گرافی با دنباله‌ی درجات ۴,۴,۴,۴,۴ چند دور به طول ۵ وجود دارد؟
۱) ۶۰ ۲) ۲۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

۲۴۳) در گرافی از مرتبه‌ی ۲۴ و اندازه‌ی ۲۹، یک رأس از درجه‌ی ۱ $= \delta$ و دو رأس از درجه‌ی ۴ $= \Delta$ وجود دارد. این گراف چند رأس فرد دارد؟
۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۲۴۴) بازه‌های $a(۴,۶)$، $b(۰,۵)$، $c(۳,۷)$ و $(-۱,x)$ از اعداد حقیقی متناظر با رئوس گراف بازه‌ای به‌صورت



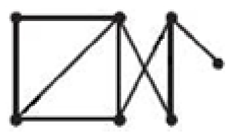
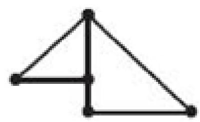
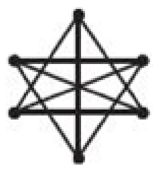
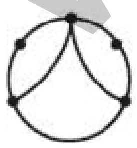
است. x چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟
۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) هیچ مقدار

۲۴۵) گرافی را با یک‌بار قلم گذاشتن بر روی کاغذ رسم کرده و بدون تکرار یال به نقطه‌ی شروع بازمی‌گردیم. اگر مرتبه‌ی گراف ۱۰ باشد، حداکثر تعداد یال کدام است؟
۱) ۵۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۲۰

۲۴۶) در گراف $K_۷$ چه تعداد دور به طول ۴ شامل یال ab وجود دارد؟
۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۲۴۷) در یک گراف همبند دنباله‌ی درجات رئوس به‌صورت S:۵,۵,۵,۵,۵,۱,۱,۱,۱,۱ است. تعداد دورهای متمایز این گراف کدام است؟
۱) ۳۷ ۲) ۱۲ ۳) ۲۷ ۴) ۵

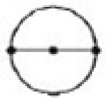
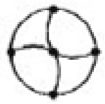
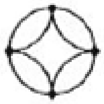
۲۴۸) کدام‌یک از گراف‌های زیر بازه‌ای می‌باشد؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۲۴۹) در یک گراف کامل از مرتبه ۵ چند دور با طول ۵، وجود دارد؟
۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۵۰ کدام گراف، گرافی ساده است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

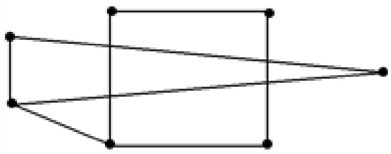
۲۵۱ با پنج بازه‌ی (۲ , ۵) , (۱ , ۹) , (۳ , ۷) , (۰ , ۴) , (۷ , ۹) از اعداد حقیقی یک گراف بازه‌ای می‌سازیم. در گراف حاصل رأس نظیر بازه‌ی (۷ , ۹) با چند رأس غیرمجاور است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۵۲ دنباله‌ی درجه رئوس گرافی ۱ , ۱ , ۲ , ۲ , ۳ , ۳ , ۳ , ۴ است. اگر فاصله‌ی دو رأس درجه‌ی یک برابر ۳ باشد این گراف چند دور دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۵۳ در گراف مقابل چند دور وجود دارد؟

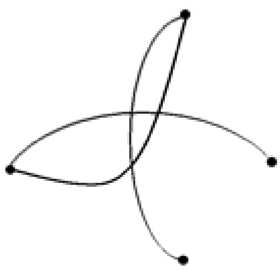


۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

۲۵۴ کدام اعداد دنباله درجه‌های رأس‌های یک گراف است؟

۱) ۱،۳،۳،۴،۵ ۲) ۰،۱،۳،۴،۴ ۳) ۱،۲،۳،۲،۴ ۴) ۱،۲،۳،۴،۵

۲۵۵ گراف مقابل چگونه است؟



۱) دارای دور
۲) منتظم
۳) ناهمبند
۴) همبند

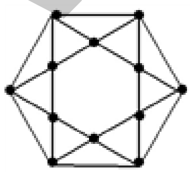
۲۵۶ در یک گراف ساده‌ی ناهمبند و ۳- منتظم که دارای ۸ راس باشد، چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۵۷ گراف ناهمبند ۳- منتظم دارای ۱۲ یال است. این گراف چند دور با طول ۴ دارد؟

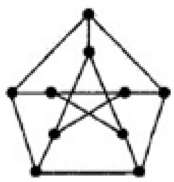
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۲۵۸ گراف شکل مقابل، چند دور با طول ۵ دارد؟



۱) ۴ ۲) ۶
۳) ۸ ۴) ۱۲

۲۵۹ گراف مقابل، چند دور به طول ۶ دارد؟



۱) ۵ ۲) ۱۰
۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۲۶۰) در گرافی با دنباله‌ی درجه‌ی رئوس ۲، ۴، ۴، ۴، ۵ ، ۵ چند دور به طول ۳ داریم؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۲۶۱) گرافی از مرتبه‌ی ۱۰ که هم به صورت همبند و هم به صورت ناهمبند قابل رسم است، حداکثر چند یال دارد؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۸ ۳) ۳۶ ۴) ۴۵

۲۶۲) در گراف k_6 چند مسیر به طول ۴ که شامل رئوس a و b باشد، وجود دارد؟

۱) ۴۲ ۲) ۶۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۲۴۰

۲۶۳) چند نوع گراف ۴- منتظم از مرتبه‌ی ۶ داریم؟ (رأس‌ها برچسب ندارند.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۶۴) در گراف ساده‌ای از مرتبه‌ی ۱۰ که $\delta = ۴$ است، حداقل و حداکثر تعداد یال‌ها به ترتیب کدام است؟

۱) ۲۰ و ۴۰ ۲) ۲۰ و ۴۵ ۳) ۴ و ۴۰ ۴) ۴ و ۴۵

۲۶۵) چند نوع گراف ساده وجود دارد که جمع مرتبه و اندازه‌ی آن ۷ باشد؟ (رئوس نام‌گذاری نشده است.)

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۸

۲۶۶) گرافی فقط رأس‌هایی از درجه‌ی ۲ و ۸ دارد. اختلاف مرتبه و اندازه‌ی این گراف کدام‌یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۴۴ ۲) ۳۸ ۳) ۴۰ ۴) ۴۲

۲۶۷) در یک گراف بازه‌ای، اگر $\Delta = \delta = ۲$ باشد اندازه‌ی گراف کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۲۶ ۲) ۲۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۲

۲۶۸) چند نوع گراف همبند و نامنتظم وجود دارد که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن‌ها ۸ باشد؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۲۶۹) گراف ۳- منتظم ناهمبند با حداقل رأس، چند دور به طول ۳ دارد؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۲۷۰) در یک گراف از مرتبه‌ی ۸ اگر $\Delta = ۳$ باشد، آن‌گاه کدام درست است؟

۱) $۰ \le q \le ۲۸$ ۲) $۰ \le q \le ۱۲$ ۳) $۳ \le q \le ۱۲$ ۴) $۳ \le q \le ۲۸$

۲۷۱) درجه رأس‌های یک گراف ساده و همبند اعداد a, b, c ،۱، ۳، ۴، هستند. اگر p تعداد رأس‌های گراف، q تعداد یال‌های گراف و $q = \frac{۳}{۲} p$ باشد، تعداد جواب‌های مجموعه $\{a, b, c\}$، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۷۲) در یک گراف کامل حاصل‌ضرب اندازه و مرتبه‌ی آن ۵۰ می‌باشد، در این گراف چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۷۳) در یک گراف r- منتظم تعداد یال‌ها برابر ۱۰ است برای r چند جواب وجود دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۲۷۴) حداکثر تعداد دور در گرافی همبند از مرتبه‌ی ۱۰ و اندازه‌ی ۱۱ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۲۷۵) گراف مفروض G از مرتبه‌ی ۶ = P دارای ۱۵ یال است. تعداد دورهای همیلتنی در گراف G کدام است؟

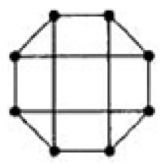
۱) ۶۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۹۰

۲۷۶) در گرافی از مرتبه‌ی ۶، مسیر به طول ۲ وجود ندارد. در ماتریس مجاورت این گراف حداکثر چند درایه‌ی ۱ وجود دارد؟

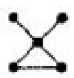
۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۲۰

۲۷۷) تعداد دورهای به طول ۴ و بیش‌ترین فاصله دو رأس در گراف مقابل به‌ترتیب چند است؟

۱) ۸ و ۴
۲) ۶ و ۳
۳) ۷ و ۳
۴) ۶ و ۴



۲۷۸) با پنج بازه (۷,۸) و (۶,۱۰) و (۱,۹) و (۰,۲) و (a,b)، از اعداد حقیقی یک گراف بازه‌ها به شکل زیر می‌سازیم. بیش‌ترین مقدار ممکن برای b-a کدام است؟



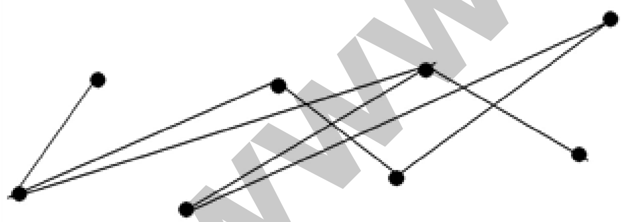
۱) ۲ ۲) ۴
۳) ۶ ۴) بی‌نهایت

۲۷۹) اندازه یک گراف ۴- منتظم از مرتبه‌ی آن ۶ واحد بیش‌تر است. این گراف حداکثر چند دور از مرتبه ۵ دارد؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۲۸۰) تعداد دورها در گراف شکل روبه‌رو، کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵



۲۸۱) چند نوع گراف ساده، ناهمبند و منتظم که مجموع مرتبه و اندازه‌ی آن ۱۲ باشد، وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۸۲) کدام‌یک از دنباله‌های زیر می‌تواند معرف گراف بازه‌ها باشد؟

۱) ۲ , ۲ , ۲ , ۲ , ۲
۲) ۳ , ۳ , ۳ , ۳ , ۳ , ۳
۳) ۳ , ۲ , ۲ , ۲ , ۱ , ۱ , ۱
۴) ۳ , ۳ , ۲ , ۲ , ۲

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۸۳) ۷ نفر به گردش علمی می‌روند در وقت بازگشت قرار گذاشته‌اند که هر یک از آنان به سه نفر دیگر نامه به فرستد. چند روش موجود است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۲۱ ۴) نشدنی

۲۸۴) در گراف k_9 حداقل چند یال داشته باشیم تا مطمئن شویم گراف همیلتنی است؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۹ ۳) ۳۱ ۴) ۳۲

۲۸۵) اگر مجموع درجات رئوس یک گراف ساده از مرتبه‌ی ۵ برابر ۲۰ باشد، این گراف چند دور دارد؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۳ ۳) ۳۵ ۴) ۳۷

۲۸۶) یک گراف نا تُهی از مرتبه‌ی ۹، r- منتظم است به طوری که اگر همه‌ی اعداد دنباله‌ی درجات گراف را در عدد ۲ ضرب کنیم، باز هم یک گراف ناکامل از مرتبه‌ی ۹ و ۲r- منتظم خواهیم داشت. r کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۲ یا ۴

۲۸۷) گرافی با ۱۳ رأس و ۱۴ یال فقط رأس‌هایی از درجه‌های ۱ و ۲ و ۵ دارد. اگر تعداد رئوس درجه‌ی ۱ گراف ۲ تا بیش‌تر از تعداد رئوس درجه‌ی ۵ آن باشد، تعداد رئوس درجه‌ی ۵ گراف کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۶ ۴) ۵

۲۸۸) در گرافی از مرتبه‌ی ۸ درجه‌ی ۵ رأس بیش‌ترین مقدار ممکن است. حداکثر q کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۲۶

۲۸۹) G گرافی ساده از مرتبه‌ی ۵۳ و اندازه‌ی ۱۳ است. G حداقل چند رأس درجه‌ی صفر دارد؟

۱) ۴۰ ۲) ۲۷ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

۲۹۰) در یک گراف همبند G درجه رأس‌ها به صورت ۱ و ۲ و ۲ و ۲ و ۳ و ۴ می‌باشند دو رأس با درجه‌های بزرگتر غیر مجاورند. تعداد دورها با طول ۳ در این گراف کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۹۱) گراف متناظر با بازه‌های (۶,۹),(۳,۸),(۳,۴),(۲,۵),(۱,۴),(۰,۲)، چند دور به طول ۴ دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۹

۲۹۲) در یک گراف همبند که مجموع مرتبه و اندازه آن ۸ باشد، با افزودن چند یال گراف کامل می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۹۳) در یک گراف ساده با درجه رأس‌های ۴,۴,۳,۳,۲,۲ که دو رأس با می‌نیمم درجه مجاورند، تعداد دورها با طول ۶ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

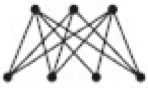
۲۹۴) گرافی از مرتبه‌ی ۸ دارای ۲۵ یال است. این گراف حداکثر چند رأس با درجه‌ی ماکسیمم دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۲۹۵ گرافی از مرتبه‌ی ۹ و اندازه‌ی ۱۳ است. این گراف حداکثر چند رأس از درجه‌ی صفر دارد؟
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۹۶ در گراف ناهمبند و r - منتظم $G = (V , E)$ اگر مرتبه و اندازه را به ترتیب با p و q نشان دهیم، رابطه‌ی $q = p + r + 1$ برقرار است. r کدام است؟
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۹۷ در گراف شکل مقابل چند دور با طول ۵ وجود دارد؟
۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱



۲۹۸ حاصل ضرب درجه‌ی رأس‌های گراف ساده‌ی G از مرتبه‌ی ۵ برابر ۶۴ است. این گراف .... است.
۱) کامل ۲) همیلتنی ۳) ناهمبند ۴) دارای دور

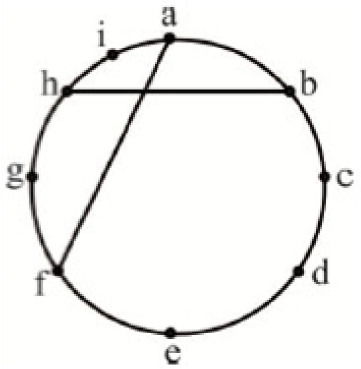
۲۹۹ گرافی ساده با دنباله‌ی درجات رئوس ۱ , ۱ , ۱ , ۳ , ۳ , ۳ به چند طریق متناظر با بازه‌هاست؟
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ

۳۰۰ کدام‌یک از گزینه‌های زیر دنباله‌ی درجات رئوس یک گراف ساده است؟
۱) ۱ , ۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۵
۲) ۱ , ۲ , ۳ , ۳ , ۴ , ۵
۳) ۱ , ۳ , ۳ , ۴ , ۵ , ۶ , ۶
۴) ۲ , ۵ , ۶ , ۶ , ۶ , ۷ , ۷ , ۷

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. امکان حالت‌های ۱ × ۱ × ۱ × ۱ × ۱ × ۱ × ۶ یا ۱ × ۱ × ۱ × ۱ × ۱ × ۱ × ۲ × ۳ وجود ندارد، چون در این صورت تعداد رأس فرد عددی فرد می‌شود، اما ۱ × ۱ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ = ۶۴ یا ۱ × ۱ × ۳ × ۳ × ۳ × ۳ × ۳ × ۳ = ۷۲۹ امکان دارد و هم‌چنین ممکن است همه رأس‌ها از درجه صفر باشند، پس حاصل‌ضرب درجات می‌تواند صفر باشد.

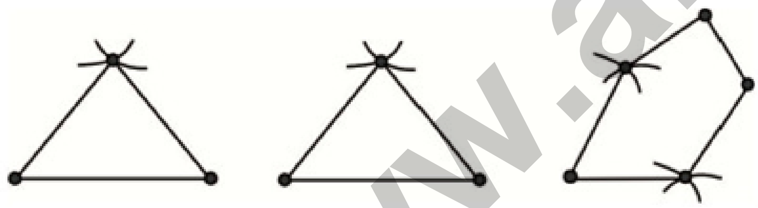
۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گراف را رسم می‌کنیم با توجه به نمودار گراف دورهای زیر وجود دارد.



a b h i a طول ۴
a f g h i a طول ۵
a f e d c b a طول ۶
a f e d c b h i a طول ۸
a b c d e f g h i a طول ۹

پس دوری به طول ۷ ندارد.

۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



بیشترین حالت γ هنگامی است که $\Delta = \delta = ۲$.

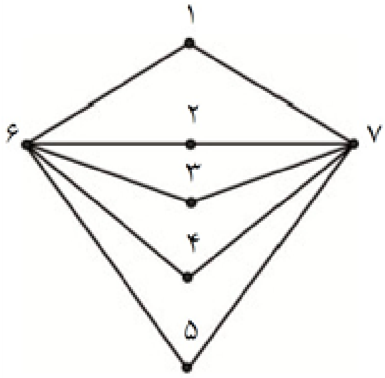
می‌دانیم در C_n ها اگر $n = \begin{cases} ۳k \\ ۳k-۱ \\ ۳k-۲ \end{cases}$ باشد، $k = \gamma$ می‌باشد.

تلفن تماس: ۰۲٦۳۳٤۰۸۹٤٤

۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۵ = ۸۰۰$ با توجه به شکل گراف ۱۰ دور به طول ۴ دارد.

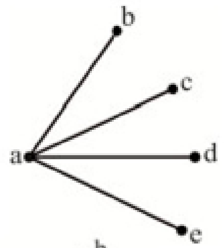
کافی است از رئوس ۱ تا ۵، ۲ رأس انتخاب کنیم که با رئوس ۶ و ۷ دور ۴ می‌سازند.

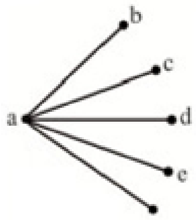


$\binom{۵}{۲} = ۱۰$

۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

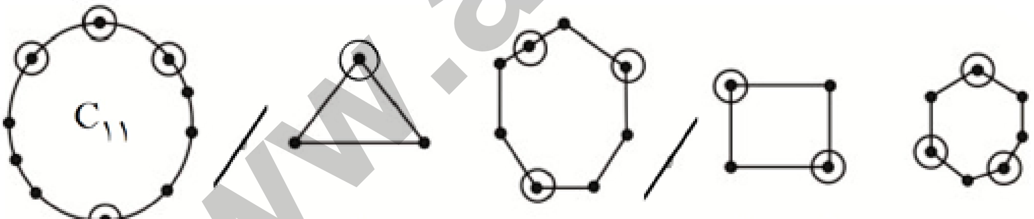
در گراف $k_۵$، از هر رأس ۴ یال گذشته و حداقل ۲ یال آنها هم رنگ بوده و می‌تواند یال سومی که رسم نشده از رنگ دیگر باشد پس امکان‌پذیر نیست ولی در گراف $k_۶$، حداقل ۳ یال مثلاً ab، ac و ad هم رنگ هستند و حتی اگر bc، cd از رنگ دیگر باشد با bc دوری به طول ۳ داریم:





پس p حداقل ۶ است.

۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم ۲ منتظم‌ها از C_n ها ساخته می‌شوند:



$\gamma = ۴$

$C_۳$ و $C_۸$

$\gamma = \gamma_۱ + \gamma_۲ = ۱ + ۳ = ۴$

$C_۴$ و $C_۷$

$\gamma = \gamma_۱ + \gamma_۲ = ۲ + ۳ = ۵$

$C_۵$ و $C_۶$

$\gamma = \gamma_۱ + \gamma_۲ = ۲ + ۲ = ۴$

$C_۳$ و $C_۳$ و $C_۵$

$\gamma = \gamma_۱ + \gamma_۲ + \gamma_۳ = ۱ + ۱ + ۲ = ۴$

$C_۳$ و $C_۴$ و $C_۴$

$\gamma = \gamma_۱ + \gamma_۲ + \gamma_۳ = ۱ + ۲ + ۲ = ۵$

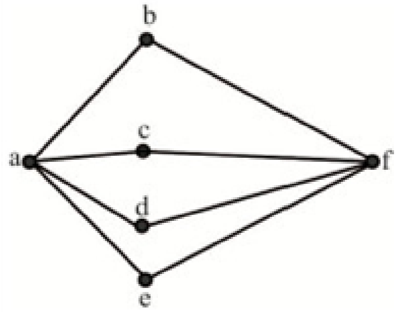
از طرفی می‌دانیم در $C_{۳k}$ و $C_{۳k-۱}$ و $C_{۳k-۲}$ عدد γ برابر k می‌شود. پس:

$$\begin{cases}\gamma_{min} = ۴ = x \\ \gamma_{max} = ۵ = y\end{cases}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

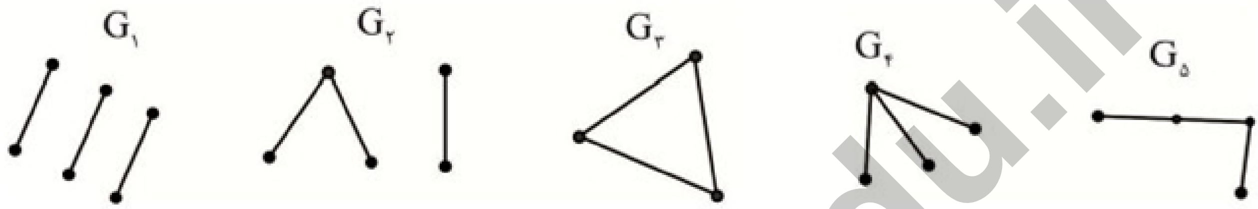
۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
۶ دور به طول ۴ دارد.
کافی است از بین رئوس b و c و d و e دوتا برداریم که با a و f دور ۴ می‌سازند.

$\binom{۴}{۲} = ۶$

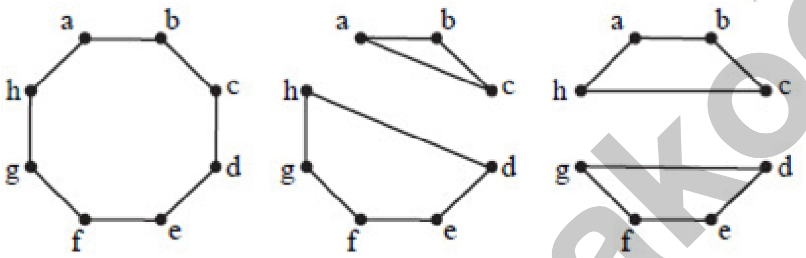


۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مکمل گراف موردنظر دارای $\begin{cases} \binom{۸}{۲} - ۲۵ = ۳ \\ q_{کامل} - q_G = q_{\overline{G}} \end{cases}$ یال و ۸ رأس است. ۵ گراف برای گراف‌های مکمل زیر وجود دارد.



۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سه نوع گراف ۲-منتظم از مرتبه‌ی ۸ به صورت زیر موجود است:



$(G_۱)$ $(G_۲)$ $(G_۳)$

در گراف‌های $G_۱$ و $G_۲$ عدد احاطه‌گری برابر ۳ است زیرا در $G_۱$ مجموعه‌ی $\{a , d , f\}$ و در $G_۲$ مجموعه‌ی $\{a , d , f\}$ احاطه‌گر مینیمم است.
در گراف $G_۳$ عدد احاطه‌گری برابر ۴ است. زیرا مجموعه‌ی $\{a , c , g , e\}$ احاطه‌گر مینیمم است. پس پاسخ برابر $۴ + ۳ = ۷$ است.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گراف C_n در واقع یک گراف ۲- منتظم از مرتبه‌ی n است و دارای $\frac{۲n}{۲}=n$ یال است و گراف ۵- منتظم مرتبه‌ی n دارای $\frac{۵n}{۲}$ یال است. بنابراین داریم:

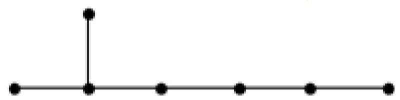
$$\frac{۵n}{۲}-\frac{۲n}{۲}=۱۲\Rightarrow\frac{۳n}{۲}=۱۲\Rightarrow ۳n=۲۴\Rightarrow n=۸$$

گراف $P_۸$ به‌صورت  است و دارای ۷ یال است و گراف مکمل آن دارای $\left(\frac{۸\times ۷}{۲}-۷=۲۸-۷=۲۱\right)$ یال است.

۱۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سه رأس ۱۴، ۱۵ و ۱۶، تمام رئوس گراف را احاطه می‌کنند، پس مجموعه‌ی $\{۱۶\,,\,۱۵\,,\,۱۴\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم برای گراف بوده و عدد احاطه‌گری گراف برابر ۳ است.

۱۲ گزینه ۲ و ۴ پاسخ صحیح است.
گزینه‌ی ۱: مجموعه‌ی $\{b\,,\,h\}$ قادر به احاطه‌ی رأس g نیست.
گزینه‌ی ۲: مجموعه‌ی $\{b\,,\,g\,,\,i\}$ قادر به احاطه‌ی تمام رئوس گراف است.
گزینه‌ی ۳: مجموعه‌ی $\{a\,,\,c\,,\,h\}$ قادر به احاطه‌ی رئوس e و g نیست.
گزینه‌ی ۴: مجموعه‌ی موردنظر تمام رئوس را احاطه می‌کند و با حذف هرکدام از اعضای آن احاطه‌گری از بین می‌رود پس این گزینه هم احاطه‌گر مینیمال است.

۱۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل کوچک‌ترین اندازه‌ی گراف ساده‌ی همبندی از مرتبه‌ی ۷ که در آن $\Delta=۳$ باشد، برابر ۶ است.



۱۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در حل سؤال به موارد زیر توجه شود:

نکته: گراف کامل از مرتبه‌ی p به تعداد $\binom{p}{۲}$ یال دارد. بنابراین با p رأس $v_۱$، $v_۲$، ... ، v_p به تعداد $۲^{\binom{p}{۲}}$ گراف ساده می‌توان ساخت.
طبق اصل شمول و عدم شمول رابطه‌ی زیر برقرار است:

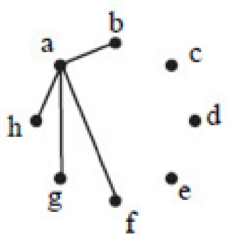
$$n(\overline{A}\cap\overline{B})=n(\text{کل})-n(A)-n(B)+n(A\cap B)$$

$$\text{تعداد حالات}=(\overline{a}\cap\overline{b})=(\text{کل})-n(\text{منفرد باشد } a)-n(\text{منفرد باشد } b)+n(\text{هم } a \text{ منفرد باشد و هم } b)$$

$$=۲^۶-۲^۳-۲^۳+۲^۱=۵۰$$

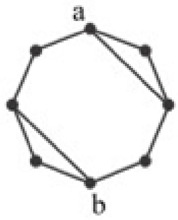
۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
اگر گراف را به صورت مقابل درنظر بگیریم مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمالی به شکل زیر خواهد داشت:

$$A=\{b\,,\,c\,,\,d\,,\,e\,,\,f\,,\,g\,,\,h\}$$



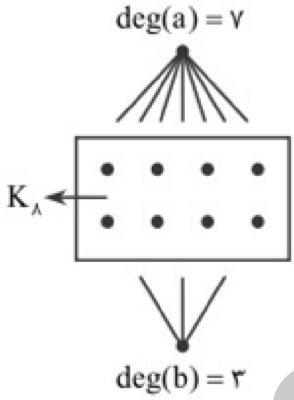
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر یک یال اضافه کنیم دو رأس از درجه‌ی ۳ که با هم مجاورند تولید می‌شود و هر یک از این دو رأس در بین رئوس بیش‌ترین احاطه را دارند که برابر ۴ است و چون در بین رئوس احاطه شده رأس مشترک وجود دارد. (هر یک از خود آن دو رأس)، بنابراین اجتماع رئوس احاطه شده از ۸ کم‌تر است، بنابراین اضافه کردن حداقل دو یال الزام است. اگر دو یال را به‌صورت مقابل اضافه کنیم به ۲ = γ خواهیم رسید: (مجموعه‌ی $A = \{a, b\}$ احاطه‌گر است.)



۱۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا این دو رأس را کناری گذاشته و با ۸ رأس دیگر گراف کامل می‌سازیم: $\binom{۸}{۲} = ۲۸$

و سپس این دو رأس را به مجموعه اضافه کرده که حداکثر ۱۰ یال به مجموعه اضافه خواهد شد:

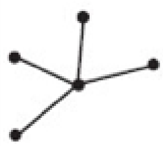


$q_{max} = ۲۸ + ۷ + ۳ = ۳۸$

۱۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از بین ۱۰ یال موجود در $K_۵$ فقط دو یال ab و cd در آن اجتماع ظاهر نمی‌شوند.

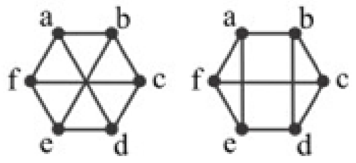
۱۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گراف موردنظر به شکل مقابل است:



تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو نوع گراف ۳- منتظم از مرتبه‌ی ۶ به‌صورت مقابل موجود است که مورد «ب» شرط مسئله را دارد. در این گراف ۶ دور به طول ۵ موجود است:



(الف) (ب)

۱) a , f , c , d , e , a
۲) f , e , a , b , c , f
۳) d , c , f , a , b , d
۴) c , b , d , e , f , c
۵) a , b , c , d , e , a
۶) f , a , b , d , e , f

۲۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گرافِ کاملِ G از مرتبه‌ی p دارای $\frac{p(p-1)}{2}$ یال است و می‌دانیم:

$$\delta(G) = \Delta(G) = p - 1$$

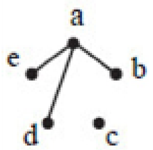
بنابراین:

$$\frac{p(p-1)}{2} = t \Rightarrow p^2 - p - 2t = 0 \Rightarrow p = \frac{1 + \sqrt{1 + 8t}}{2}$$

$$\delta(G) + \Delta(G) = (p-1) + (p-1) = 2p - 2 = \left(1 + \sqrt{1 + 8t}\right) - 2 = \sqrt{1 + 8t} - 1$$

روش تستی: اگر $p = 4$ آنگاه $t = 6$ و $\delta(G) + \Delta(G) = 6$ و فقط گزینه‌ی «۳» درست است.

۲۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



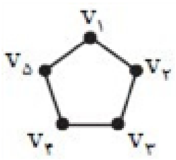
$$|N(a)| = 3 \Rightarrow \deg(a) = 3$$

پس ابتدا سه رأس از بین b، c، d و e انتخاب کرده و به رأس a وصل می‌کنیم.
پس تا این‌جا اندازه‌ی گراف برابر ۳ است. از بین یال‌های گراف کامل با رئوس b، c، d و e نیز ۲ یال انتخاب می‌کنیم:

$$\text{تعداد گراف‌های موردنظر} = \binom{4}{3} \times \binom{6}{2} = 60$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



 : یک رأسی به صورت $\binom{۵}{۱} = ۵$

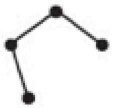
انتخاب یک یال از ۵ یال

 : دو رأسی به صورت $\binom{۵}{۱}$

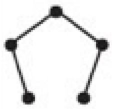
 : سه رأسی به صورت $\binom{۵}{۱} \times ۱ \rightarrow$ انتخاب دوراس مجاور آن راس

$\downarrow$ انتخاب یک راس از ۵ راس

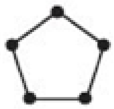
انتخاب یک رأس از ۵ رأس برای حذف شدن

 : چهار رأسی به صورت $\binom{۵}{۱}$

انتخاب یک یال از ۵ یال برای حذف شدن

 : پنج رأسی به صورت $\binom{۵}{۱}$

خودگراف

 : پنج رأسی به صورت $\binom{۵}{۵}$

پس در مجموع ۲۶ زیر گراف با شرط داده شده داریم.

۲۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در گراف $K_۷$ درجه‌ی تمام رئوس ۶ است ولی چون رئوس a و b به ۵ رأس متصل هستند پس گراف G نسبت به گراف $K_۷$ یال ab را ندارد.

تعداد دورهای به طول ۳ در گراف $K_۷$ $= \binom{۷}{۳} \frac{(۳-۱)!}{۲} = ۳۵$

تعداد دورهای به طول ۳ در گراف $K_۷$ شامل یال ab $= \binom{۵}{۱} = ۵$

(چون رئوس a و b انتخاب شده‌اند فقط کافی است که یک رأس دیگر را انتخاب کنیم.)

تعداد دور به طول ۳ در گراف G $= ۳۵ - ۵ = ۳۰$

۲۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$p = \underset{}{\overset{\text{فرد}}{۵}} \xrightarrow{r\text{منتظم}} \begin{cases} r = \text{زوج} \\ ۰ \leq r \leq ۴ \end{cases} \Rightarrow r_{Max} = ۴ \Rightarrow$ ۵ منتظم مرتبه ۴ $= K_۵$

تعداد دور به طول m در K_p : $\binom{p}{m} \times \frac{(m-۱)!}{۲}$

$\xrightarrow{K_۵}$ دور به طول ۴ $\longrightarrow \binom{۵}{۴} \times \frac{۳!}{۲} = ۵ \times ۳ = ۱۵$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به یک نفر دو خودکار و به هریک از دو نفر دیگر دقیقاً یک خودکار می‌رسد. بنابراین ابتدا ۴ خودکار را به سه دسته‌ی، دو، یک و یک‌تایی بسته‌بندی کرده و آن‌ها را به !۳ طریق بین سه نفر توزیع می‌کنیم:

$$\text{تعداد حالات} = \binom{۴}{۲} \times ۳! = ۳۶$$

۲۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

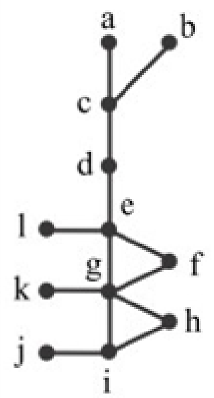
بزرگترین مجموعه‌ی مینیمال:

$$A = \{a, b, d, l, k, j, f, h\}$$

کوچک‌ترین مجموعه‌ی مینیمال:

$$B = \{c, e, g, i\}$$

$$n(A) - n(B) = ۸ - ۴ = ۴$$



۲۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

۱) مینیمال نیست، زیرا رأس b را حذف کنیم گراف همچنان احاطه‌گر است.

۲) مینیمال نیست، زیرا احاطه‌گر نیست.

۳) مینیمال است، زیرا هر رأس آن را که حذف کنیم دیگر احاطه‌گر نخواهد بود.

۴) مینیمال نیست، زیرا رأس a را که حذف کنیم گراف همچنان احاطه‌گر است.

۲۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مجموعه‌ی احاطه‌گری‌های می‌نیمم که شامل رأس b باشد، به صورت زیر است:

$$\{b, d, h\}, \{b, i, j\}, \{b, f, e\}$$

۳۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

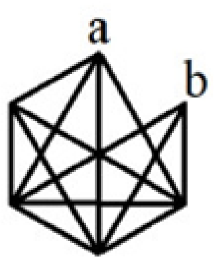
$$p = ۱۰ , pr = ۲q$$

$$۱۰r = ۲ \times q \Rightarrow ۱۰r = ۲(۲r^۲ - ۳) \Rightarrow ۴r^۲ - ۱۰r - ۶ = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = ۳ \Rightarrow q = ۱۵ \Rightarrow q^۲ + r^۲ = ۲۲۵ + ۹ = ۲۳۴ \\ r = -\frac{۱}{۲} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

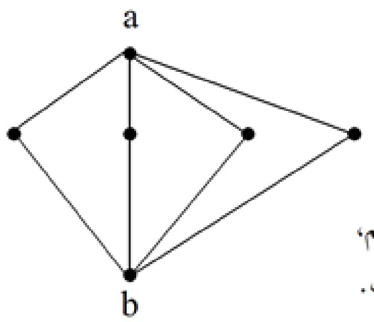
۳۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گراف از مرتبه ۶ و اندازه ۱۴ به شکل زیر می‌باشد در صورتی که یال ab وجود داشته باشد به تعداد $\binom{۶}{۳}$ دور به طول ۳ دارد که ۴ دور آن شامل یال ab است.

$$\binom{۶}{۳} - \binom{۴}{۱} = ۲۰ - ۴ = ۱۵$$



۳۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا این مجموعه اصلاً احاطه‌گر نیست. هیچ‌کدام به d وصل نیستند.

۳۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه دورهای این گراف دور به طول ۴ هستند.

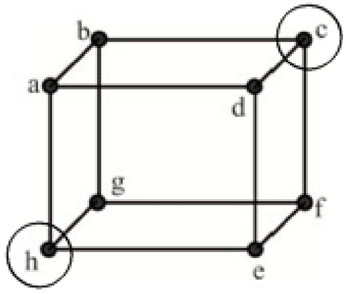


$\Rightarrow \binom{۴}{۲} = ۶$

هر دو راس که از وسط برداریم،
با a و b دور ۴ خواهیم داشت.

کلاً ۶ دور داریم.

۳۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در این گراف مجموعه ۲ عضوی $\{h, c\}$ یک γ مجموعه است.



۳۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مکمل هر چهار گراف وجود دارد و می‌بایست $\delta\ (g') \geq ۵$ باشد، در گراف ۴ درجات رئوس گراف مکمل ۶ و ۶ و ۶ و ۶ و ۶ و ۶ و ۵ بوده، $\delta = ۵$ و در نتیجه قطعاً دوری به طول ۵ وجود دارد.

۳۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون a با همه‌ی رأس‌های گراف مجاور است، پس a عضو هیچ مجموع احاطه‌گر مینیمال ۲ عضوی نیست. زیرا اگر $\{a , x\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر ۲ عضوی باشد، با حذف رأس x، مجموعه‌ی باقی‌مانده یعنی $\{a\}$ همچنان یک احاطه‌گر است. پس مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال ۲ عضوی بدون a هستند و عبارتند از:

$\{f , c\}, \{f , d\}, \{e , b\}, \{d , b\}, \{b , c\}, \{e , f\}$

پس ۶ مجموعه احاطه‌گر مینیمال دوعضوی داریم.

۳۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sum \deg(V_i) = ۲q \Rightarrow p \times ۷ = ۲q$$

$$\begin{cases} ۳p = q - ۷ \\ p \times ۷ = ۲q \end{cases} \Rightarrow p = ۱۴ , q = ۴۹$$

مجموع تعداد یال‌های هر گراف و مکمل آن، برابر تعداد یال‌های گراف کامل هم‌مرتبه آن است:

$$q(G) + q(\overline{G}) = \frac{P(P-۱)}{۲}$$

$$۴۹ + q(\overline{G}) = \frac{۱۴ \times ۱۳}{۲} \Rightarrow ۴۹ + q(\overline{G}) = ۹۱ \Rightarrow q(\overline{G}) = ۴۲$$

۳۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$A_1 =$ تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس a تنها بماند

$A_2 =$ تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس b تنها بماند

$A_3 =$ تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس c تنها بماند

$|S| = 2^{\binom{5}{2}} = 2^{10} = 1024$ تعداد کل گراف

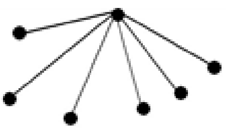
$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 2^{\binom{4}{2}} = 2^6 = 64$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 2^{\binom{3}{2}} = 8$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 2$$

$$|\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 1024 - (3 \times 64 - 3 \times 8 + 2) = 854$$

۳۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون $\gamma(G) = 1$ است پس حداقل یک رأس وجود دارد که همه رئوس دیگر را احاطه می‌کند و به همه‌ی آن‌ها وصل است:



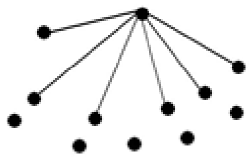
چنین گرافی حداقل ۶ یال دارد و $(n = 6)$ با همین $\gamma(G) = 1$ برای ۷ رأس با حداکثر یال ممکن در یک گراف ساده، باید گراف کامل K_7 داشته باشیم که تعداد یال‌های آن:

$$\frac{P(P-1)}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21 = m$$

پس $m + n = 27$

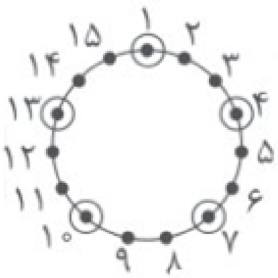
۴۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کران پایین $\gamma(G)$ از رابطه $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{12}{6+1} \right\rceil$ برابر ۲ می‌شود. $(n = 2)$ از طرف دیگر رأس با درجه $\Delta = 6$ خودش و ۶ رأس دیگر را یعنی دقیقاً ۷ رأس را احاطه می‌کند. در بدترین شرایط (که ۵ رأس دیگر ایزوله باشند) با ۶ رأس $(\Delta + 5$ رأس تنها) احاطه می‌شود. بنابراین حداکثر $\gamma(G) = 6 = m$ می‌شود.

$\Delta = 6$

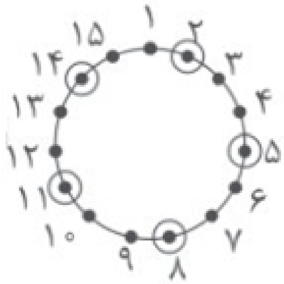


$$m^2 + n^2 = 6^2 + 2^2 = 40$$

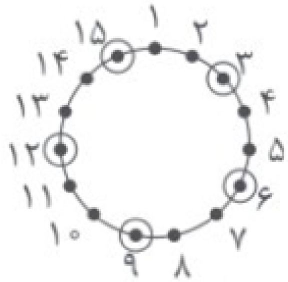
۴۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعه‌های احاطه‌گر می‌نیمم $C_{۱۵}$ به صورت زیر است:



{۱, ۴, ۷, ۱۰, ۱۳}



{۲, ۵, ۸, ۱۱, ۱۴}



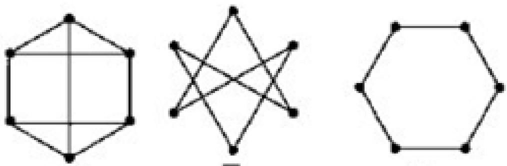
{۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵}

بنابراین سه مجموعه‌ی احاطه‌گر می‌نیمم داریم.

توجه: عدد احاطه‌گری برابر K و تعداد γ مجموعه برابر ۳ می‌باشد. $\longrightarrow C_{۳K}$

تلفن تماس: ٠٢٦٣٣٤٠٨٩٤٤

۴۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مکمل گراف ۳- منتظم از مرتبه ۶، گراف C_6 است.



G $\quad \bar{G} = C_6$

نکته: در گراف G_n تعداد کل مسیرها برابر n^2 است. زیرا در گراف C_n هر دو رأس را که انتخاب کنیم بین‌شان فقط دو مسیر وجود دارد و همچنین مسیرهای با طول صفر که به تعداد رأس‌های گراف است.

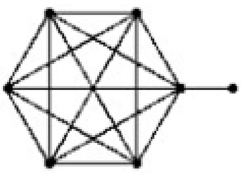
$$C_n \text{ تعداد کل مسیر } = 2\underbrace{\binom{n}{2}}_{\text{بین هر ۲ راس، ۲ مسیر داریم.}} + \underbrace{n}_{\text{مسیر به طول صفر}} = 2\times\frac{n(n-1)}{2} + n = n^2$$

بنابراین تعداد کل مسیر در گراف $\bar{G}$ برابر است با:

$$C_6 \text{ تعداد کل مسیر } = 6^2 = 36$$

۴۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

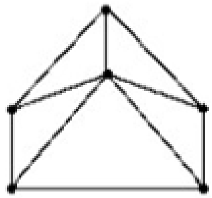
گراف مورد نظر گراف K_6 و یک یال متصل به یکی از رأس‌های آن است. (مطابق شکل)

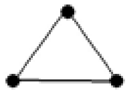


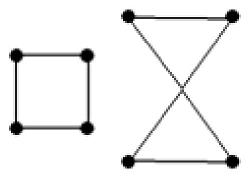
$$\text{تعداد یال } \frac{6\times 5}{2} + 1 = 15 + 1 = 16$$

۴۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

برای این‌که گراف حداقل تعداد یال‌ها را داشته باشد باید درجه رأس‌های آن حداقل مقدار ممکن را داشته باشد. (زیرا $\sum \deg v_i = ۲q$) بنابراین درجه رأس‌های گراف باید به صورت ۳، ۳، ۳، ۳، ۳، ۳، ۳، ۵ باشد. برای شمارش دور در گراف آن را رسم می‌کنیم.



۵ = تعداد دورها به طول ۳ ⟵ ()

۵ = تعداد دورها به طول ۴ ⟵ ()

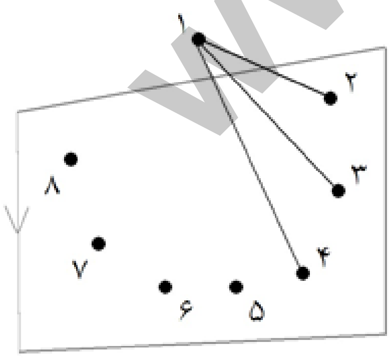
$\Rightarrow$ ۴ تعداد دورها با طول حداکثر = ۵ + ۵ = ۱۰

۴۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون قرار است در زیرگراف، ۲ رأس از درجه‌ی ۴ داشته باشیم پس هر چهار یال متصل به رأس e باید در گراف باشند (یعنی درجه‌ی رأس e باید ۴ باشد و به عبارتی یال‌های ed، ef، eg و ea حتماً باید باشند). همچنین درجه رأس g نیز باید ۴ باشد پس از میان ag، bg، cg و dg سه یال باید انتخاب کنیم که به $\binom{۴}{۳} = ۴$ طریق امکان‌پذیر است. از طرفی هر یک از سه یال ab، bc و cd می‌توانند در گراف باشند یا نباشند بنابراین برای هر یال ۲ حالت وجود دارد، بنابراین بنا به اصل ضرب داریم:

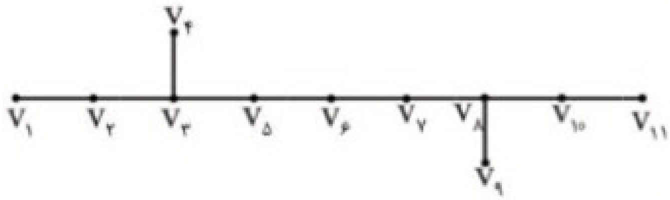
$۴ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۳۲$

۴۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون همسایگی رأس $v_۱$ شامل رئوس $v_۲$، $v_۳$ و $v_۴$ می‌باشد. پس باید $v_۱$ را به آن‌ها وصل کرد و به رئوس دیگر وصل نکرد. که این خود ۳ یال گراف را شامل می‌شود. حال باید ۲ یال دیگر را با رئوس $\{v_۲ , v_۳ , \dots , v_۸\}$ تأمین کرد.



$\Rightarrow$ کل یال جزیره $= \binom{۷}{۲} = ۲۱ \xrightarrow[\text{باید برداریم}]{\text{۲ یال}} \binom{۲۱}{۲} = ۲۱۰$

۴۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در این گراف مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم $\{v_۱ , v_۳ , v_۶ , v_۸ , v_۹\}$ و عدد احاطه‌گر برابر ۵ است.



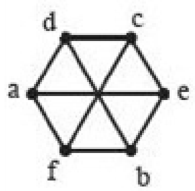
۴۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به $\binom{p}{۲}$ بیشترین یال گراف مرتبه p است.

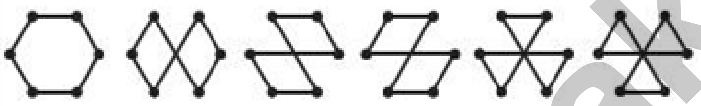
$$\binom{p}{۲} \geq ۲۴ \Rightarrow p \geq ۸$$

سپس $p = ۸$، یعنی ۴ یال کمتر از گراف کامل مرتبه ۸ کمترین حالت δ هنگامی است که یک رأس ۴ یال کمتر داشته باشد پس از درجه $\delta = ۸ - ۱ - ۴ = ۳$ و بقیه رأس‌ها از درجه بیشتر از ۳ می‌باشند.

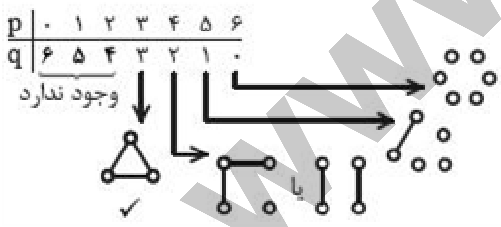
۴۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر $N_G(a) = N_G(b)$، پس a و b مجاور نمی‌باشند. طبق مطلب مذکور، شکل گراف به فرم زیر می‌باشد:



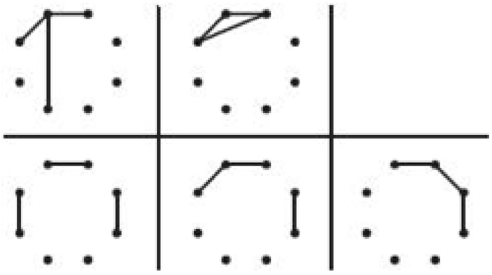
که دورهای به طول ۶ آن به فرم زیر هستند:



۵۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



۵۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ساختار مختلف آن را رسم می‌کنیم:



۵ حالت دارد.

۵۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموعه‌ای احاطه‌گر است که اجتماع همسایگی بستهٔ رئوس آن برابر با رئوس گراف باشد، مثلاً برای گزینه (۱) داریم:

$$N[e] \cup N[f] = \{e,a,d,f\} \cup \{f,b,c,e\} = \{a,b,c,d,e,f\}$$

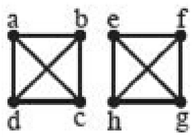
و همین‌طور برای گزینه‌های ۲ و ۳، اما برای گزینه (۴) داریم:

$$N[a] \cup N[d] = \{a,d,e,b\} \cup \{d,a,e,c\} = \{a,b,c,d,e\} \neq \{a,b,c,d,e,f\}$$

۵۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در گراف منتظم داریم:

$$kp = ۲q \Rightarrow ۳ \times p = ۲(۱۲) \Rightarrow p = ۸$$

چون ناهمبند است، پس خواهیم داشت:



$$\xrightarrow{\text{دور به طول ۴}} (abcda - acdba - adbca)$$

که هر کدام ۳ دور به طول ۴ دارند، پس مجموعهٔ ۶ دور دارند.

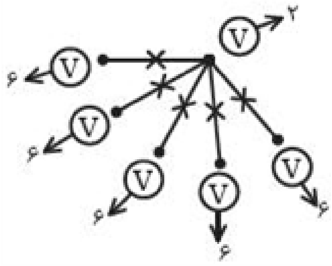
۵۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که $q + \bar{q} = \frac{p(p-۱)}{۲}$ خواهیم داشت:

$$q = \frac{۱}{۳}\bar{q} \Rightarrow \bar{q} = ۳q$$

$$q + \bar{q} = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow q + ۳q = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow p(p-۱) = ۸q \Rightarrow ۸ \mid p(p-۱)$$

اکنون گزینه‌ها را در رابطهٔ اخیر قرار داده و به گزینه (۳) می‌رسیم.

۵۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. این گراف ۵ یال از گراف k_8 کم‌تر دارد.هدف ما بیش‌ترین مقدار $\Delta - \delta$ است. اگر Δ را بزرگ‌ترین مقدار ممکن یعنی همان ۷ در نظر بگیریم، کوچک‌ترین درجه را تا حد امکان کوچک می‌کنیم، برای این منظور ۵ یال را طوری از گراف کامل حذف می‌کنیم که هر ۵ یال از یک رأس حاصل خارج شده باشند، در این‌صورت درجهٔ این رأس به ۲ کاهش پیدا می‌کند، بنابراین:

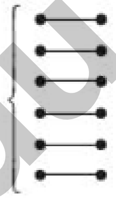


$$\begin{matrix}\Delta = ۷ \\ \delta = ۲\end{matrix} \Rightarrow (\Delta - \delta)_{max} = ۷ - ۲ = ۵$$

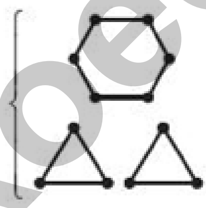
۵۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گراف صفر منتظم ۶ یالی وجود ندارد.

$$\text{می دانیم} \xrightarrow{\text{گراف r منتظم}} \begin{cases} r.P = ۲q \\ q = ۶ \end{cases} \Rightarrow r.P = ۱۲ \begin{cases} ۱ \times ۱۲ \\ ۲ \times ۶ \\ ۳ \times ۴ \end{cases}$$

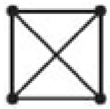
گراف ۱- منتظم ۶ یالی:



گراف ۲ منتظم ۶ یالی ۲ شکل دارد:



گراف ۳ منتظم ۶ یالی:



مطابق فرمول $kp = ۲q$، گراف ۴ منتظم که ۶ یال داشته باشد وجود ندارد چون $p = ۳$ می‌شود که امکان‌پذیر نیست و به همین ترتیب بقیهٔ kها منتظم هستند.

۵۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$q(G) = ۴q(\overline{G}) \Rightarrow q = ۴\left(\binom{p}{۲} - q\right)$$

$$\Rightarrow ۵q = \frac{۴p(p-۱)}{۲} \Rightarrow ۵q = ۲p(p-۱) \Rightarrow ۵|۲p(p-۱) \Rightarrow ۵|p \text{ یا } ۵|p-۱$$

$$\Rightarrow p = ۵k \text{ یا } p = ۵k + ۱$$

بنابراین p_{min} به ازای $k = ۱$ به‌دست می‌آید:

$$p = ۵k = ۵ \times ۱ = ۵$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۵۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گراف ۳- منتظم است، پس:

$$rp = ۲q \Rightarrow ۳p = ۲q$$

از طرفی طبق فرض $q = ۲p - ۳$، بنابراین یک دستگاه دو معادله-دو مجهول تشکیل می‌شود:

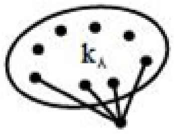
$$\begin{cases} ۳p = ۲q \\ q = ۲p - ۳ \Rightarrow ۲q = ۴p - ۶ \end{cases} \Rightarrow ۳p = ۴p - ۶ \Rightarrow p = ۶$$

$$\Rightarrow ۳p = ۲q \Rightarrow ۳ \times ۶ = ۲q \Rightarrow q = ۹$$

$$p + q = ۶ + ۹ = ۱۵$$

۵۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در گراف جهت‌دار یال‌ها به‌صورت زوج مرتب از رأس a به رأس b به شکل $a \rightarrow b$ (a, b) نوشته می‌شوند.

۶۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کافی است یک رأس را کنار گذاشته و با ۸ رأس دیگر، یک گراف کامل $k_۸$ بسازیم که $q = \binom{۸}{۲} = ۲۸$ یال دارد، سپس آن رأس تنها را با ۴ یال به گراف کامل ۸ رأسی قبل متصل کنیم.

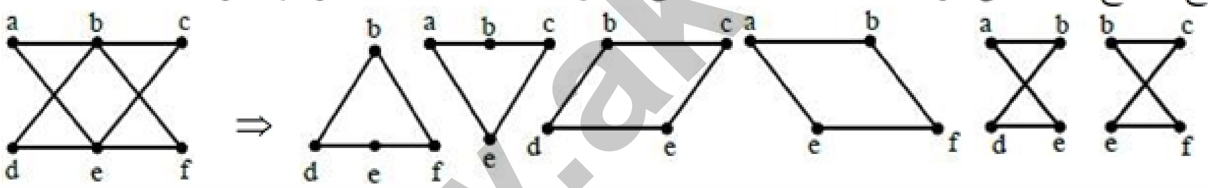


$$q_{max} = \binom{۸}{۲} + ۴ = ۳۲$$

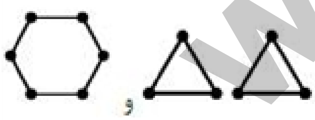
۶۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\delta \leq \frac{۲q}{P} \Rightarrow \delta \leq \frac{۲ \times ۱۴}{۹} \Rightarrow \delta \leq \frac{۲۸}{۹} \Rightarrow \delta \leq ۳$$

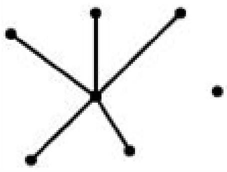
۶۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. این گراف ۶ دور دارد که همگی به طول ۴ هستند. ۶ دور به‌ترتیب زیر هستند:



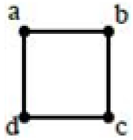
۶۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون تشخیص گراف‌های مختلف ۳ منتظم نسبتاً دشوار است، از گراف مکمل استفاده می‌کنیم. متناظر با هر گراف یک و تنها یک گراف مکمل وجود دارد، پس اگر تعداد گراف‌های مکمل را بشماریم، پاسخ را به‌دست آورده‌ایم. گراف ۲- منتظم مرتبه ۶ = مکمل گراف ۳- منتظم مرتبه ۶، اما گراف‌های ۲- منتظم مرتبه ۶، دو نوع هستند.



۶۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کافی است گراف‌ها یک رأس از درجهٔ ۵ داشته باشد. برای این منظور گراف به حداقل ۵ یال نیاز دارد.



۶۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. همهٔ زیرگراف‌هایی که در آن‌ها $q = ۴$ باشد، به شکل زیر هستند و رأس‌های e و f هر کدام ۲ حالت دارند، می‌توانند باشند یا نباشند، پس $۴ = ۲ \times ۲$ زیرگراف می‌توان رسم کرد.



۶۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

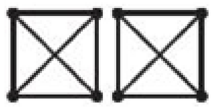
$N_G(a) \cap N_G(b) \cap N_G(c) = \{d\}$

بنابراین رأس‌ها a، b و c هر سه با d مجاور هستند، در نتیجه: $N_G(d) = \{a, b, c\}$

از طرفی چون a با d مجاور است بنابراین: $d \in N_G(a)$، در نتیجه: $N_G(d) \cup N_G(a) = \{a, b, c, d\}$

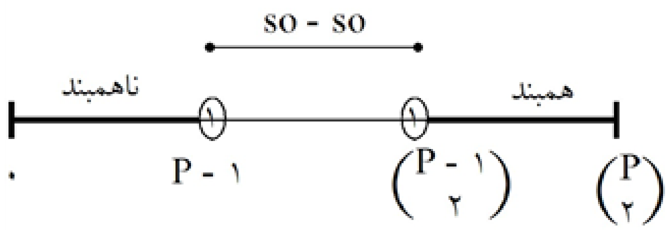
۶۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کافی است از سمت برنده به طرف بازنده، یال جهتدار بکشیم.

۶۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گراف داده شده در گزینهٔ ۴ ممکن است ناهمبند باشد:



توجه:

نمودار تعداد یال و بیان همبندی:



۶۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴ دور به طول ۳ و ۳ دور به طول ۴ در این شکل دیده نمی‌شود:

۷۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{مجموع مرتبه و اندازه گراف مکمل} = P + \binom{P}{۲} = \binom{P+۱}{۲} = \frac{(P+۱)P}{۲}$$

عددی می‌تواند با $\frac{(P+۱)P}{۲}$ برابر باشد که دو برابر آن حاصل‌ضرب دو عدد متوالی باشد.

$$۱)\ \frac{(P+۱)P}{۲} = ۱۲۵ \Rightarrow P(P+۱) = ۲۵۰ = ۲۵ \times ۱۰$$

این عدد را نمی‌توان به‌صورت حاصل‌ضرب دو عدد متوالی نوشت، پس برای P مقداری طبیعی پیدا نمی‌شود.

$$\frac{(P+۱)P}{۲} = ۱۵۳ \Rightarrow P(P+۱) = ۲ \times ۱۵۳ = ۲ \times ۹ \times ۱۷ = ۱۸ \times ۱۷$$

بنابراین: $P = ۱۷$

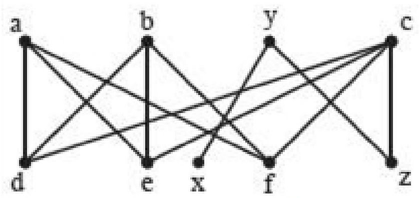
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۷۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون همسایگی ۷ شامل رئوس $v_۲$، $v_۳$ و $v_۴$ می‌باشد، پس باید $v_۱$ را به آن‌ها وصل کرد و به رئوس دیگر وصل نکرد که این خود ۳ یال گراف را تأمین می‌کند. در نهایت باید دو یال دیگر را با رئوس $\{v_۲, v_۳, \dots, v_{۱۰}\}$ تأمین کرد که به $\binom{۳۶}{۲} = \binom{\binom{۹}{۲}}{۲}$ صورت می‌گیرد.

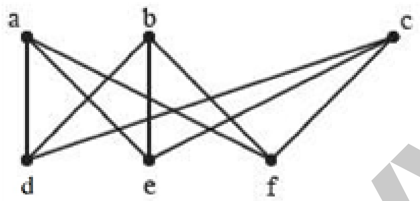
$$\binom{۳۶}{۲} = \frac{۳۶ \times ۳۵}{۲} = ۶۳۰$$

۷۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گراف ساخته شده حتماً یال‌های ab، bc و cd را دارد. برای این‌که $\deg a = ۳$ باشد باید از یال‌های ae، ac و ad دو یال برداشت که به $\binom{۳}{۲}$ روش امکان‌پذیر است و یال‌های bd، eb، ed و ec می‌توانند در گراف باشند یا نباشند که هر کدام ۲ حالته می‌شود.

۷۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

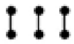


همان‌طور که در شکل دیده می‌شود راس‌های x، y و z تاثیری در تعداد دورها ندارند، آن‌ها را کنار می‌گذاریم تا راحت‌تر دورهای گراف را مشاهده کنیم. گراف باقی‌ماندهٔ گراف معروفی است (گراف کامل دوبخشی $K_{۳,۳}$) که تعداد دورهایش برابر است با $\binom{۳}{۲}\binom{۳}{۲}$ زیرا هر دو رأس از بالا در کنار هر دو رأس از پایین یک دور به طول ۴ تشکیل می‌دهند.



۷۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $0 \leq r \leq p - 1$ می‌باشد، پس $0 \leq r \leq 5$ می‌باشد. اگر گرافی r منتظم باشد، مکمل آن $p - r - 1$ منتظم می‌باشد.

$r = 0 \Rightarrow$ 

$r = 1 \Rightarrow$ 

$r = 2 \Rightarrow$ 

$r = 3 \Rightarrow$ ۲ گراف

$r = 4 \Rightarrow$ ۱ گراف

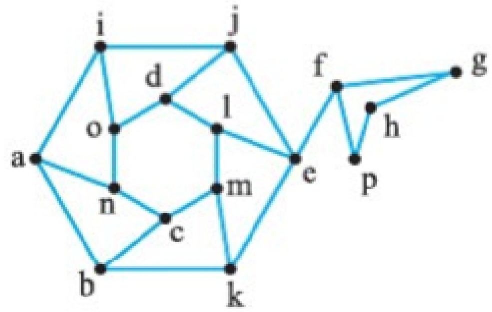
$r = 5 \Rightarrow k_6$

پس ۸ گراف منتظم از مرتبهٔ ۶ داریم.

۷۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گراف مفروض وقتی مسیری با طول بیشتر داشته باشد الزاماً P_9 می‌باشد. در نتیجه طول این مسیر برابر ۸ است.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۷۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. رأس‌های گراف را نام‌گذاری می‌کنیم.

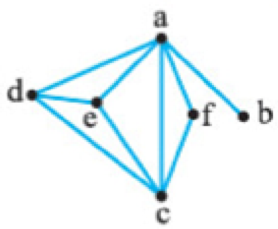


حالا گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.
گزینهٔ ۱ مجموعهٔ $\{a, b, c, d, h\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر نیست، چون در آن رأس e احاطه نمی‌شود. در گزینه‌های ۲ و ۴ مجموعهٔ داده شده احاطه‌گر نیستند، زیرا در هیچ‌کدام از آن‌ها رأس p احاطه نمی‌شود.
اما مجموعهٔ داده شده در گزینهٔ ۳ یعنی $\{a, c, e, d, h\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است. چون همهٔ رأس‌ها با این ۵ رأس احاطه می‌شوند و با حذف هر کدام از این رأس‌ها، مجموعهٔ باقی‌مانده دیگر احاطه‌گر نیست.

رأس انتخابی	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p
رأسی که آن را پوشش می‌دهد	a	a	c	d	e	e	h	h	a	d	e	d	c	a	d	h

همچنین با حذف هر کدام از رأس‌ها، دیگر خود آن رأس احاطه نمی‌شود.

۷۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل ساده شدهٔ گراف به صورت روبه‌رو است:

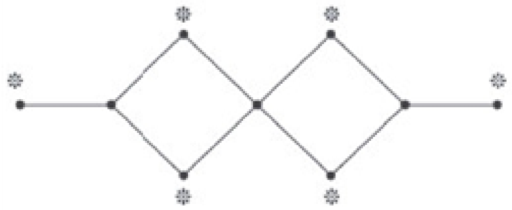


تعداد دورهای به طول ۳ در این گراف ۵ تا است: aeda , aeca , adca , decd , afca

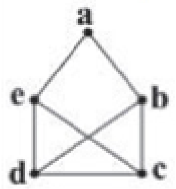
۷۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با حذف هر عضو مینیمال، مجموعه از احاطه‌گری خارج می‌شود که با بررسی گزینه‌ها به جواب می‌رسیم.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۷۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال با حداکثر تعداد عضو به صورت $\{V_۱ , V_۲ , V_۴ , V_۵ , V_۷ , V_۹\}$ است که اندازه‌ی آن برابر ۶ است.



۸۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا گراف را با این مشخصات رسم می‌کنیم، سپس تعداد دورها را می‌شماریم:

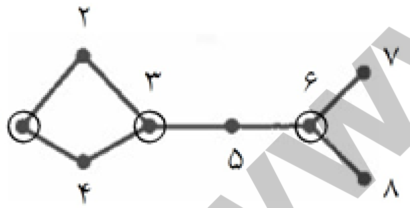


دور به طول ۳ : bdcb - edce
دور به طول ۴ : abcea - abdea - dbced
دور به طول ۵ : abcdea - bdceab

۸۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
گراف کامل $k_۷$ دارای ۷ رأس است و هر رأس با ۶ رأس دیگر مجاور است پس تعداد یال $۲۱ = \frac{۷ \times ۶}{۲}$

۸۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون احاطه‌گر مینیمال ۵ یا ۴ عضو دارد که نمی‌توان با حذف هیچکدام از رئوس γ مجموعه ساخت. مانند: $\{a , b , c , d , e\}$
درستی گزینه‌های ۱ و ۳:
مجموعه ها $\gamma = \{g , h , e\} / \{h , i , f\} / \{i , j , g\} / \{j , f , h\} / \{f , g , i\} /$
۵ تا γ مجموعه دارد و $\gamma = ۳$.

۸۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
گراف مفروض دارای ۸ رأس با ماکزیمم درجه ۳ است. پس عدد $\left[\frac{n}{\Delta + ۱}\right] = \left[\frac{۸}{۳ + ۱}\right] = ۲$ یک کران پایین برای عدد احاطه‌گری است ولی ۲ امکان احاطه‌گری ندارد پس عدد احاطه‌گری آن ۳ است.



مجموعه $\gamma = \{۱ , ۳ , ۶\}$

۸۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
تعداد رأس‌ها $۷ + ۵ + K = ۱۲ + K$ و تعداد یال‌ها $\frac{۷ + ۱۰ + ۳K}{۲} = \frac{۱۷ + ۳K}{۲}$ گراف همبند فاقد دور است.
الزاماً تعداد رأس‌ها از تعداد یال‌ها ۱ واحد بیشتر است.

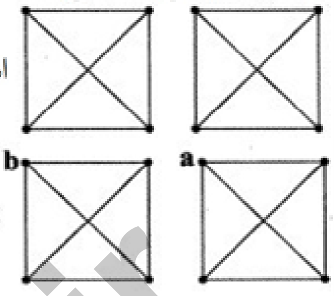
$$\frac{۱۷ + ۳K}{۲} + ۱ = ۱۲ + K \Rightarrow ۱۷ + ۳K = ۲۲ + ۲K \Rightarrow K = ۵$$

۸۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
گراف $\overline{G}$ با رأس گراف G دو رأس در $\overline{G}$ مجاورند اگر و تنها اگر در G مجاور نباشند مجموع یال‌های دو گراف G و $\overline{G}$ برابر $\binom{۶}{۲} = ۱۵$ پس تعداد یال‌های گراف $\overline{G}$ برابر $۱۵ - ۶ = ۹$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۸۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا طبق رابطه‌ی $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{P}{\Delta + 1} \right\rceil$ به دست می‌آید $\gamma \geq \left\lceil \frac{۲۰}{۵+۱} \right\rceil$، اما با ۴ رأس نمی‌توان همه‌ی رئوس را حاطه کرد، زیرا مجبوریم از هر کدام از پنج‌ضلعی‌ها حداقل ۲ رأس انتخاب کنیم تا همه‌ی رئوس احاطه شود، پس $\gamma(G) = ۸$ می‌باشد.

۸۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تنها یک گراف ۳- منتظم ناهمبند از مرتبه‌ی ۸ وجود دارد که به صورت



است. به طور مثال در این گراف اگر رئوس a و b به صورت مقابل نام‌گذاری گردند، آن‌گاه مجموعه‌ی $\{a,b\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است، یعنی یک رأس از گراف سمت راست و یک رأس از گراف سمت چپ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال می‌سازند. در نتیجه $۱۶ = \binom{۴}{۱} \times \binom{۴}{۱}$ مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال داریم.

۸۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: مجموع تعداد یال‌های یک گراف از مرتبه‌ی p و مکملش، برابر با تعداد یال‌های گراف K_p است. $q(G) + q(\overline{G}) = \binom{p}{۲} = \frac{p(p-۱)}{۲}$

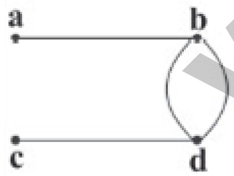
در این سؤال: $\left.\begin{array}{l} q(G) = ۱۵ \\ p = ۱۰ \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۵ + q(\overline{G}) = \frac{۱۰(۱۰-۱)}{۲} = ۴۵ \Rightarrow q(\overline{G}) = ۳۰$

۸۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

۱) مجموع درجه‌های رئوس یک گراف ساده باید زوج باشد در صورتی‌که مجموع درجه‌های رئوس این گراف $۷ = ۳ + ۲ + ۱ + ۱$ و فرد است، بنابراین درست است.

۲) رئوس گراف را با a، b، c و d نمایش می‌دهیم و فرض می‌کنیم $\deg(a) = ۱$ و $\deg(b) = ۱$. حال برای آن‌که $\deg(c) = ۳$ و $\deg(d) = ۳$ باشند، باید رأس‌های c و d شامل طوقه یا یال موازی باشند و به دلیل آن‌که گراف باید ساده باشد، لذا چنین گرافی وجود ندارد، بنابراین درست است.

۳) رئوس گراف را با a، b، c و d نمایش می‌دهیم و گراف می‌تواند به صورت زیر باشد:

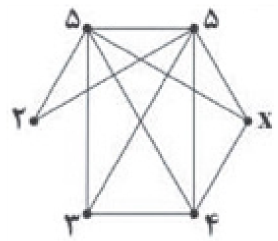


$\deg(a) = ۱$
$\deg(c) = ۱$
$\deg(b) = ۳$
$\deg(d) = ۳$

بنابراین درست است.

۴) مجموع درجه‌های رئوس گراف، ۳۱ (فرد) است و چون در گراف ساده، درجه‌ی کل گراف باید زوج باشد، لذا چنین گرافی وجود ندارد، بنابراین نادرست است.

۹۰



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گرافی با مشخصات داده شده رسم می‌کنیم:

با توجه به گراف رسم شده، مقدار x فقط می‌تواند ۳ باشد.

۹۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$K_p \text{ تعداد زیرگراف های کامل } = \binom{p}{۱} + \binom{p}{۲} + \dots + \binom{p}{p} = ۲^p - ۱$$

$$p = ۹ \Rightarrow \text{ تعداد زیرگراف های کامل } = ۲^۹ - ۱ = ۵۱۲ - ۱ = ۵۱۱$$

۹۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون تعداد یال‌های گراف مسأله نزدیک به تعداد یال‌های گراف کامل $K_{۱۰}$ است، پس آن‌را با $K_{۱۰}$ مقایسه می‌کنیم.

می‌دانیم که تعداد یال‌های گراف کامل K_p از رابطه‌ی $\binom{p}{۲}$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$p = ۱۰ \Rightarrow q_{K_{۱۰}} = \binom{۱۰}{۲} = ۴۵$$

پس باید ۵ یال را حذف کنیم تا به گراف مطلوب برسیم. برای این کار باید ۵ یال را طوری حذف کنیم تا یک رأس بیش‌ترین آسیب را ببیند. که در این‌صورت کم‌ترین مقدار δ و در نتیجه بیش‌ترین مقدار $(\Delta - \delta)$ حاصل می شود که برابر است با: $\max(\Delta - \delta) = ۹ - ۴ = ۵$

۹۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در گراف k- منتظم G داریم:

$$q_G = \frac{k \times p}{۲} = \frac{۶ \times p}{۲} = ۳p$$

$$q_G + q_{\overline{G}} = \binom{p}{۲} \Rightarrow ۳p + ۱۵ = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow ۶p + ۳۰ = p^۲ - p \Rightarrow p^۲ - ۷p - ۳۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (p - ۱۰)(p + ۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} p = ۱۰ & (\text{ق ق}) \\ p = -۳ & (\text{غ ق ق}) \end{cases}$$

پس اندازه‌ی G برابر است با: $q_G = ۳p = ۳ \times ۱۰ = ۳۰$

۹۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون درجه رأس a برابر ۲ است، پس به $\binom{۵}{۲}$ طریق می‌تواند به دو رأس دیگر متصل باشد و همچنین از ۵ رأس باقی‌مانده حداکثر $\binom{۵}{۲} = ۱۰$ یال وجود دارد که ۴ یال از این ۱۰ یال را انتخاب می‌کنیم.

بنابراین تعداد کل گراف‌ها برابر است با: $\binom{۵}{۲} \times \binom{۱۰}{۴} = ۱۰ \times ۲۱۰ = ۲۱۰۰$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۹۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال با کم‌ترین تعداد عضو همان مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم است. یک رأس از مجموعه‌ی ۴ رأس بالایی و یک رأس از مجموعه‌ی ۵ رأس پایین تشکیل یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم می‌دهند. به طور مثال مجموعه‌ی $\{a_1 , b_1\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم یا یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال با کم‌ترین تعداد عضو می‌باشد، زیرا هریک از دو رأس را که حذف کنیم آن مجموعه، دیگر احاطه‌گر نیست. پس:

تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم $= \binom{۴}{۱} \times \binom{۵}{۱} = ۲۰$

۹۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گراف همبندی که کم‌ترین یال را دارد و رابطه‌ی $\Delta + \delta = ۳$ در آن برقرار باشد، گراف P_n است، پس گراف مطلوب $P_{۱۶}$ است که عدد احاطه‌گری آن برابر است با:

$$\gamma(P_n) = \left\lceil \frac{n}{۳} \right\rceil \Rightarrow \gamma(P_{۱۶}) = \left\lceil \frac{۱۶}{۳} \right\rceil = ۶$$

۹۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم زیرمجموعه‌ی D از رئوس گراف G را مجموعه‌ی احاطه‌گر می‌نامیم، هرگاه هر رأس از گراف که در D نباشد، حداقل به یکی از رأس‌های عضو D وصل باشد. بررسی گزینه‌ها:

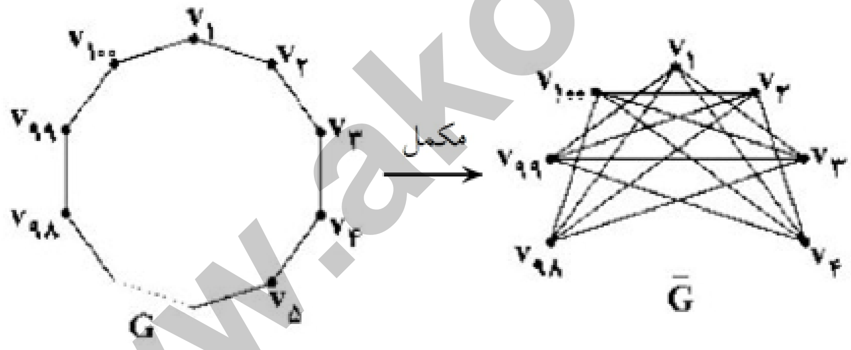
۱) احاطه‌گر نیست، چون رأس d به هیچ کدام از رئوس h و f وصل نیست.

۲) احاطه‌گر نیست.

۳) احاطه‌گر نیست، چون رأس f، نه عضو مجموعه‌ی $\{a , d , g\}$ است و نه به هیچ‌کدام از اعضای مجموعه‌ی آن وصل است.

۴) احاطه‌گر است، چون هر رأس گراف یا عضو $\{b , e\}$ است یا به حداقل یکی از دو رأس وصل است.

۹۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گراف $C_{۱۰۰}$ و مکمل آن‌را رسم می‌کنیم:



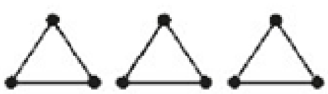
چون مجموعه‌ی $\{v_۱ , v_۲\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم است، پس عدد احاطه‌گری گراف مکمل، برابر ۲ است.

۹۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: در گراف بازه‌ای، n ضلعی $(n \geq ۴)$ بدون قطر وجود ندارد.

با توجه به نکته‌ی بالا، گراف ۲- منتظم بازه‌ای از مرتبه‌ی ۹ به صورت مقابل است:

واضح است که این گراف دارای ۳ دور است.



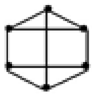
۱۰۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

یال ab باشد

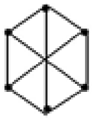
دور به طول ۴ : a b ۹ ۸ a = ۷۲

شروع از a باشد — تعداد راس های مانده

۱۰۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در تمرین کتاب درسی ۲ نوع ۳ منتظم مرتبه ۶ داریم:

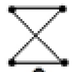


نوع ۱
غیرقابل قبول



نوع ۲
قابل قبول

اگر چهارضلعی و $\Leftarrow$ دورهای به طول ۴، فرم یا پروانه ها را تعیین کنیم ۹ تا داریم. $\xrightarrow[\text{دور به طول ۳ نداریم}]{\text{در نوع ۲}}$



پروانه

یا — دارند

چهارضلعی

۱۰۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. منظور از فاصله، طول کوتاه‌ترین مسیر است. به‌طور مثال:

مسیر به طول ۲ $\Leftarrow$ acb

۱۰۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

مسیر به طول ۴ $\underbrace{۹\ ۷\ ۶\ ۵}_{\text{۵ راس}}\ b \rightarrow ۷ \times ۶ \times ۵ = ۲۱۰$

۱۰۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم هر گراف، فقط یک مکمل دارد. از طرفی مکمل ۷ منتظم مرتبه‌ی ۱۰، ۲ منتظم مرتبه‌ی ۱۰ می‌باشد:

$d_i + d'_i = p - ۱ \Rightarrow ۷ + d'_i = ۹ \Rightarrow d'_i = ۲$

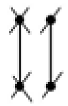
توجه: ۲ منتظم‌ها از n ضلعی ساخته می‌شود.

پس کافی است تعداد ۲ منتظم مرتبه‌ی ۱۰ را بشماریم:

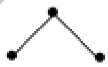
$\frac{\text{۱۰ ضلعی}}{۳}, \frac{۷}{۴}, \frac{۶}{۵}, \frac{۵}{۳}, ۳, ۴$ ۵ نوع

۱۰۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$p = ۱۱ \xrightarrow{\text{اگر کامل باشد}} \begin{cases} q = \binom{۱۱}{۲} = ۵۵ \\ \text{۱۰ - منتظم} \end{cases} \xrightarrow{q_{\text{مسئله}} = ۵۳}$ ۲ یال باید حذف کنیم



۷ تا درجه ۱۰
۴ تا درجه ۹



۸ تا درجه ۱۰
۲ تا درجه ۹
یکی درجه ۸

$\xrightarrow[\text{درجه ۹}]{\text{Max}}$ ۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۰۶) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر دنباله درجات گراف تصاعد باشد، گراف r منتظم است از طرفی چون $p = ۷$ فرد منتظم مرتبه‌ی فرد نداریم پس: $r = ۰ , ۲ , ۴ , \overset{\text{کامل}}{\overset{\uparrow}{۶}}$

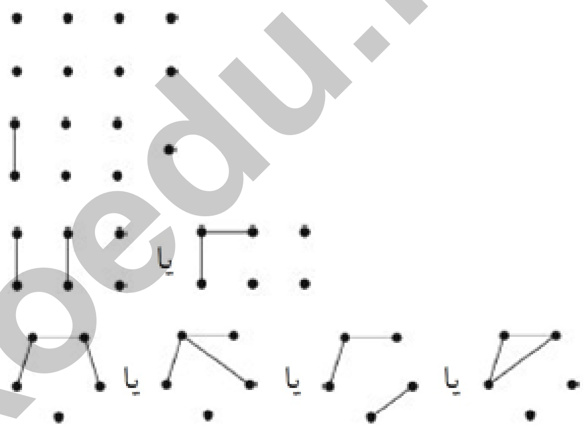
$$\text{منتظم } r : r.p = ۲q \xrightarrow[r_{max} = ۴]{q_{max}} ۴ \times ۷ = ۲q \Rightarrow q_{max} = ۱۴$$

۱۰۷) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گراف کامل شش رأسی دارای $۱۵ = \frac{۶ \times ۵}{۲}$ یال است. که ۹ یال در گراف مفروض G رسم شده است در نتیجه $۱۵ - ۹ = ۶$ یال برای گراف $\overline{G}$ می‌ماند.

۱۰۸) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

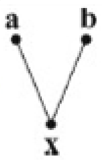
$p + q = ۸$



p	q	
۸	۰	⇒
۷	۱	⇒
۶	۲	⇒
۵	۳	⇒
۴	۴	⇒ حتما همبند می‌باشد

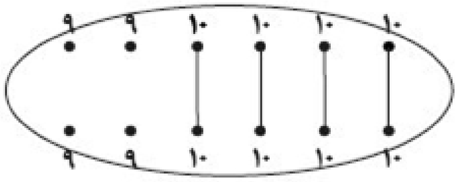
پس ۸ نوع گراف ناهمبند وجود دارد.

۳	۵	
۲	۶	⇒ گراف وجود ندارد
۱	۷	

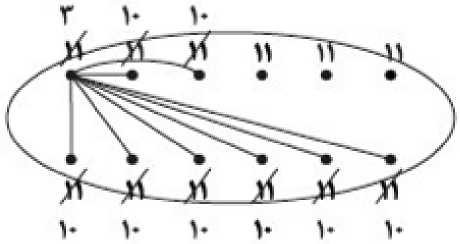
۱۰۹) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر مسیر به طول ۲ بین دو رأس a و b به  صورت می‌باشد. پس ۸ رأس مختلف به جای x می‌توانند قرار بگیرند، بنابراین گراف دارای ۱۰ رأس بوده است و داریم:

$$\text{شامل رأس } a \ K_{۱۰} \text{ تعداد دورهای به طول ۴ در گراف} = \binom{۹}{۳} \times \frac{(۴-۱)!}{۲} = ۸۴ \times ۳ = ۲۵۲$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴



۱۱۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای حداقل شدن مقدار $\Delta - \delta$، باید گراف موردنظر به گراف منتظم نزدیک باشد. گراف ۹- منتظم از مرتبه‌ی ۱۲ دارای $\frac{۱۲ \times ۹}{۲} = ۵۴$ یال است. اگر ۴ یال به صورت شکل مقابل به این گراف اضافه کنیم، گرافی از مرتبه‌ی ۱۲ و اندازه‌ی ۵۸ به دست می‌آید که در آن $\Delta - \delta = ۱۰ - ۹ = ۱$. بنابراین حداقل مقدار $\Delta - \delta$ برابر ۱ است.



برای به دست آوردن حداکثر $\Delta - \delta$، گراف موردنظر را با گراف کامل $K_{۱۲}$ مقایسه می‌کنیم. گراف موردنظر ۸ یال از گراف کامل $K_{۱۲}$ کم‌تر دارد. اگر این ۸ یال را به شکل مقابل از $K_{۱۲}$ حذف کنیم، حداکثر $\Delta - \delta$ به دست می‌آید که برابر است با: $۱۱ - ۳ = ۸$

بنابراین حداقل و حداکثر مقدار $\Delta - \delta$ به‌ترتیب برابر ۱ و ۸ و اختلاف آن‌ها برابر ۷ است.

۱۱۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تعداد دورهای به طول m در گراف کامل K_p برابراست با: $\binom{p}{m}\frac{(m-۱)!}{۲}$

گراف موردنظر، گراف کامل $K_۵$ بوده که یک رأس دیگر با دو یال به آن اضافه شده است.

تعداد دورهای به طول ۴ که فاقد رأس ششم باشد، همان تعداد دورهای به طول ۴ در $K_۵$ است که برابر است با:

$$\binom{۵}{۴}\frac{(۴-۱)!}{۲} = ۱۵$$

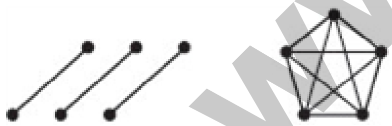
تعداد دورهای به طول ۴ در این گراف که شامل رأس ششم باشد، برابر است با:

$$\underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\text{انتخاب ۱ راس از ۳ راس باقی مانده}} \times \underbrace{۱}_{\text{تعداد دورهایی که این چهار راس می سازند}} = ۳$$

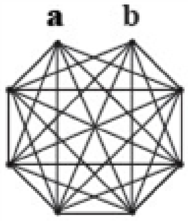
بنابراین تعداد کل دورهای به طول ۴ در این گراف برابر است با: $۱۵ + ۳ = ۱۸$

۱۱۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون رابطه وجودمسیر بین راس‌ها، ۴ کلاس هم‌ارزی متمایز ایجاد کرده است، پس گراف از ۴ بخش جدا از هم تشکیل شده است. برای حداکثر شدن تعداد یال‌ها با توجه به اینکه راس ایزوله نداریم، گراف باید به شکل زیر باشد:



بنابراین حداکثر تعداد یال‌ها برابر است با: $\binom{۵}{۲} + ۳ = ۱۳$



۱۱۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: تعداد دورهای به طول m در گراف کامل K_p برابر است با: $\binom{p}{m}\frac{(m-1)!}{2}$

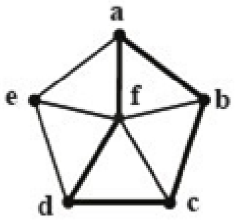
گراف مورد نظر یک یال از گراف کامل K_8 کمتر دارد، بنابراین تعداد دورهای به طول ۳ در آن برابر است با:

(تعداد دورهای به طول ۳ در K_8 که شامل یال ab است) - (تعدد دورهای به طول K_8)

$$= \binom{8}{3}\frac{(3-1)!}{2} - \binom{6}{1}\frac{(3-1)!}{2} = 56 - 6 = 50$$

۱۱۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دور به طول ۵:

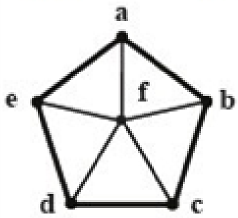
۵ دور مانند abcdfa وجود دارد (دقت کنید هر دور، دقیقاً یکی از رئوس ۵ ضلعی را ندارد، پس تعدادشان ۵ است.)

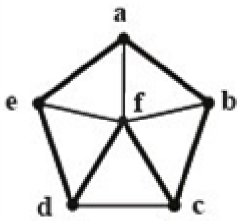


دور abcdea که یکی است. بنابراین ۶ دور به طول ۵ وجود دارد.

دور به طول ۶:

۵ دور مانند abcfdea وجود دارد (دقت کنید هر دور دقیقاً یکی از اضلاع ۵ ضلعی را ندارد، پس تعدادشان برابر ۵ است).

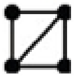
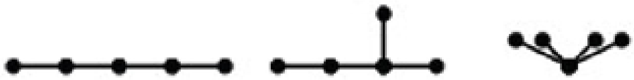




بنابراین تعداد دورهای به طول ۵ یا ۶ برابر است با: ۱۱ = ۵ + ۱ + ۵

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

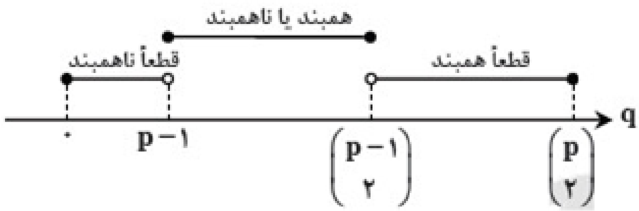
۱۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

p	q	= ۲۰	
۱	۲۰	×	غیر ساده
۲	۱۰	×	غیر ساده
۴	۵	√	
۵	۴	√	۳ درخت مرتبه ۵ : 
۱۰	۲	×	ناهمبند
۲۰	۱	×	ناهمبند

بنابراین، ۴ گراف با ویژگی‌های گفته شده وجود دارد.

۱۱۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: در گرافی از مرتبه p، وضعیت همبندی بر اساس تعداد یال‌ها (q) به صورت زیر است:



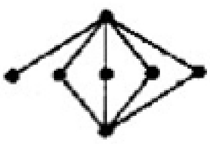
با توجه به نکته بالا، این گراف باید حداقل دارای $\binom{7-1}{2} + 1$ یال باشد، بنابراین:

$$\min(q) = \binom{6}{2} + 1 = 15 + 1 = 16$$

۱۱۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون دو رأس با درجه‌ی بزرگ‌تر مجاور نیستند، ابتدا رأس درجه‌ی ۴ را به انتها برده و سپس با استفاده از الگوریتم هاول - حکیمی، گراف را رسم می‌کنیم:

$$5, 2, 2, 2, 2, 1, 4 \xrightarrow[\text{از هر یک از ۵ راس بعدی یک واحد کم می کنیم}]{\text{راس درجه ۵ را حذف می کنیم}} 1, 1, 1, 1, 0, 4$$

حال گراف نظیر دنباله‌ی حاصل را رسم می‌کنیم: 

نهایتاً رأس درجه‌ی ۵ را اضافه می‌کنیم تا گراف اصلی حاصل شود: 

به‌ازای هر ۲ رأس درجه‌ی دو، می‌توان دور به طول ۴ ساخت، بنابراین تعداد دورهای به طول ۴ برابر است با:

$$\binom{4}{2} = 6$$

۱۱۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد دورهای به طول m در گراف K_p، برابر است با:

$$\binom{p}{m}\frac{(m-۱)!}{۲}$$

دور همیلتنی، یعنی دوری به طول تعداد رئوس گراف، طبق نکته‌ی فوق، تعداد دورهای به طول ۵ در گراف $K_۵$ برابر است با:

$$\binom{۵}{۵}\frac{(۵-۱)!}{۲}=\frac{۴!}{۲}=۱۲$$

۱۱۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا باید سه رأس دیگر دور را انتخاب کنیم و سپس تعداد دورهای ایجاد شده را به همراه a شمارش کنیم:

$$a \text{ تعداد دورها شامل } = \frac{\binom{۶-۱}{۴-۱}(۴-۱)!}{۲!}=\frac{۱۰\times ۶}{۲}=۳۰$$

۱۲۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به فرض‌های سؤال، $P=۱۷$ و چون گراف یک درخت است:

$$q=۱۷-۱=۱۶$$

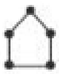
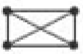
از طرفی در هر گراف ساده داریم:

$$\sum \deg v_i = ۲q \Rightarrow ۴\times ۳+۲\times ۲+۱۰\times ۱+\Delta = ۲\times ۱۶ \Rightarrow \Delta = ۶$$

۱۲۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در گراف r منتظم داریم:

$$Pr=۲q \xrightarrow{P+q=۱۰} Pr=۲(۱۰-P) \Rightarrow P(r+۲)=۲۰$$

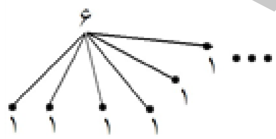
برای P و $(r+۲)$ حالت‌های زیر ایجاد می‌شود:

P	$r+۲$	
۲۰	۱	$\rightarrow r=-۱ \rightarrow$ غ ق ق
۱۰	۲	$\rightarrow r=۰ \rightarrow$ گراف تهی دوری ندارد
۵	۴	$\rightarrow r=۲ \rightarrow$ یک پنج‌ضلعی ایجاد می‌شود $\rightarrow$  دور به طول ۳ ندارد
۴	۵	$\rightarrow r=۳ \rightarrow$  $\rightarrow$ $\binom{۴}{۳}\frac{۲!}{۲}=۴$ تعداد دور به طول ۳

۱۲۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با نامساوی $\frac{۲q}{p}\leq\Delta$ داریم:

$$\frac{۲q}{p}\leq\Delta \Rightarrow \frac{۲q}{۱۰}\leq ۶ \Rightarrow q=۳۰$$

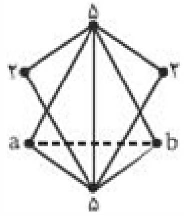
اگر $\Delta=۶$ باشد یعنی گراف حداقل ۶ یال دارد که به یک رأس متصل شده است، پس حداقل $q=۶$، بنابراین برای محدوده‌ای اندازه داریم:



$$۶\leq q\leq ۳۰$$

q دارای ۲۵ مقدار متمایز است.

۱۲۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون دو رأس با درجه کامل $(P - ۱)$ داریم پس: $a, b \geqslant ۲$. حال می‌توان شکل گراف را رسم کرد. در رسم شکل ابتدا دو رأس ماکزیمم را رسم می‌کنیم، چهار رأس درجه ۲ ایجاد می‌شود. ماکزیمم $a + b$ وقتی رخ می‌دهد که دو رأس a و b به هم متصل شوند:



$$a + b = ۳ + ۳ = ۶$$

۱۲۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در گراف r منتظم داریم:

$$pr = ۲q \Rightarrow ۱۲ \times r = ۲ \times ۱۸ \Rightarrow r = ۳$$

گراف‌های ۳ منتظم را به مؤلفه‌های کوچک‌تر می‌توان افزود (در هر بخشی باید حداقل ۴ رأس وجود داشته باشد).

$$\underset{\text{همبند است}}{۱۲} = \underbrace{۸ + ۴}_{\text{۲ مولفه}} = \underbrace{۶ + ۶}_{\text{۲ مولفه}} = \underbrace{۴ + ۴ + ۴}_{\text{۳ مولفه}}$$

۱۲۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه (۱) می‌تواند ناهمبند باشد  پس اویلری نیست.

گزینه (۳) رأس فرد دارد پس اویلری نیست.

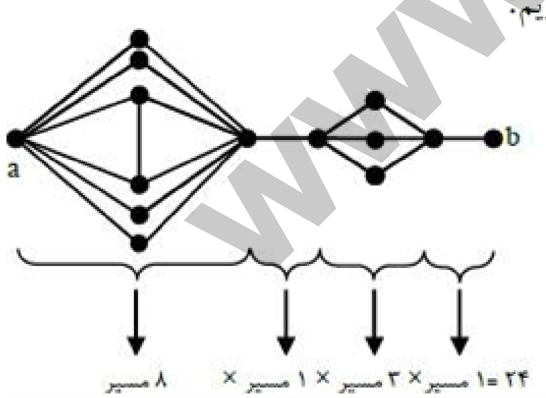
گزینه (۴) درجه رئوسش فرد است پس اویلری نیست.

۱۲۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در گراف کامل k_p داریم:

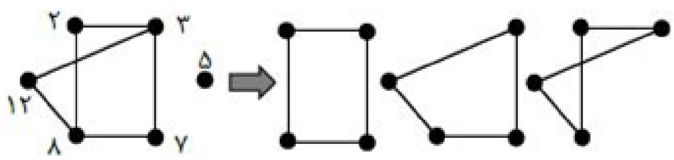
$$\begin{cases} q = \dfrac{p(p - ۱)}{۲} \\ \Delta = \delta = p - ۱ \end{cases} \Rightarrow ۳q = ۵\underset{p-۱}{\Delta} + ۷\underset{p-۱}{\delta} \Rightarrow ۳q = ۱۲(p - ۱) \Rightarrow q = ۴(p - ۱)$$

$$\Rightarrow \frac{p(p - ۱)}{۲} = ۴(p - ۱) \Rightarrow p = ۸ \text{ یا } ۱$$

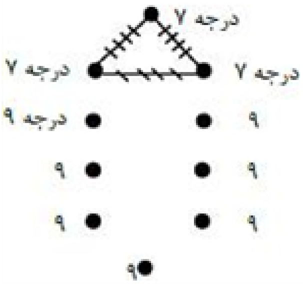
۱۲۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با شمارش تعداد مسیرها از روی شکل داریم:



۱۲۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کافی است گراف را رسم کنیم، ملاحظه می‌کنیم که این گراف دارای ۳ دور به طول ۴ است.



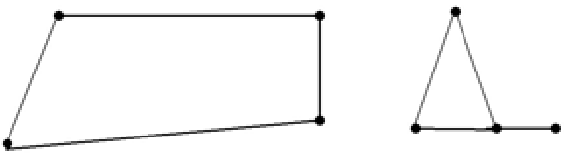
۱۲۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. این گراف ۳ یال کم‌تر از گراف $K_{۱۰}$ دارد. اگر ۳ یال را از کنار هم برداریم، سه رأس درجه ۹ را از دست می‌دهند، بنابراین حداکثر ۷ رأس از درجه ۹ دارد.



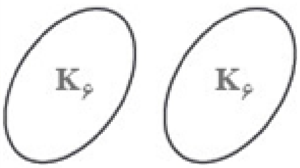
۱۳۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. رأس a را کنار می‌گذاریم، بنابراین ۴ رأس دیگر خواهیم داشت. تعداد گراف‌های با ۴ رأس متمایز و ۴ یال برابر است با:

$$\binom{\binom{۴}{۲}}{۴} = ۱۵$$

۱۳۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گراف مفروض به‌صورت $p = q = ۴$ به دو صورت است.



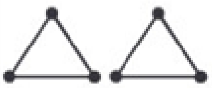
۱۳۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این‌که با حذف حداقل یال، گراف $K_{۱۲}$ به گرافی منتظم و ناهمبند تبدیل شود، باید یال‌ها را طوری حذف کنیم که گراف حاصل به صورت زیر دربیاید.



$$\begin{cases} q_{K_۶} = \binom{۶}{۲} = ۱۵ \Rightarrow ۲q_{K_۶} = ۳۰ \\ q_{K_{۱۲}} = \binom{۱۲}{۲} = ۶۶ \end{cases}$$

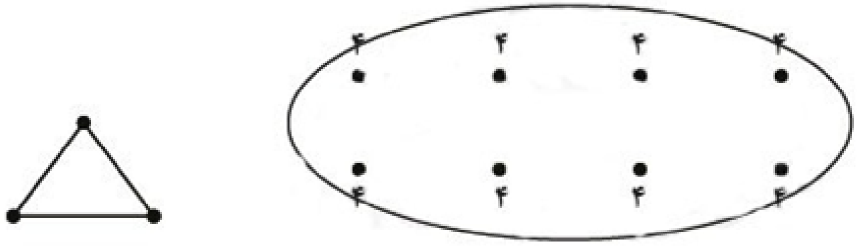
بنابراین باید حداقل ۳۶ یال حذف کنیم.

۱۳۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در گراف بازه‌ای، n ضلعی $(n \geq ۴)$ بدون قطر وجود ندارد.
با توجه به نکته‌ی بالا، برای این‌که گراف موردنظر ۲- منتظم و بازه‌ای باشد، باید به شکل زیر باشد. بنابراین کافی است تعداد راه‌های افراز مجموعه $\{a , b , c , d , e , f\}$ به دو مجموعه‌ی ۳ عضوی را به دست آوریم که برابر است با:



$$\frac{\binom{۶}{۳}\binom{۳}{۳}}{۲!} = \frac{۲۰ \times ۱}{۲} = ۱۰$$

۱۳۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون گراف ناهمبند است، پس حداقل دو بخش جدا از هم دارد. برای این‌که تعداد یال‌ها حداکثر شود و با توجه به این‌که: $\delta = ۲$ و $\Delta = ۴$، گراف را به یک گراف ۲- منتظم مرتبه‌ی ۳ و یک گراف ۴- منتظم مرتبه‌ی ۸ تقسیم می‌کنیم.

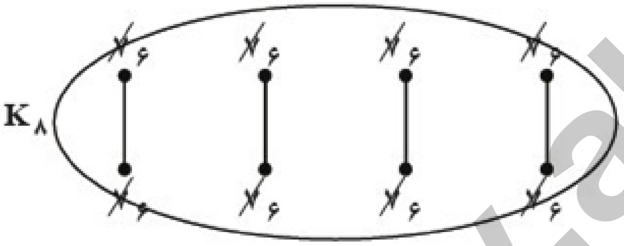


۴- منتظم مرتبهٔ ۸   ۲- منتظم مرتبهٔ ۳

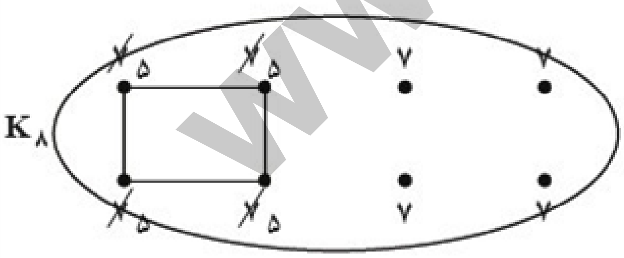
بنابراین، حداکثر تعداد یال‌ها برابر است با:

$$۳ + \frac{۴ \times ۸}{۲} = ۱۹$$

۱۳۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گراف موردنظر ۴ یال از گراف کامل $K_۸$ کم‌تر دارد. برای حداقل شدن تعداد رئوس درجه‌ی ۷، این ۴ یال را مطابق شکل زیر از ۸ رأس حذف می‌کنیم.



بنابراین، حداقل تعداد رئوس درجه‌ی ۷ برابر صفر خواهد بود.
برای حداکثر شدن تعداد رئوس درجه‌ی ۷، این ۴ یال را مطابق شکل از ۴ رأس حذف می‌کنیم. بنابراین حداکثر تعداد رئوس درجه‌ی ۷ برابر ۴ است.



در نتیجه، تفاضل حداقل و حداکثر تعداد رئوس درجه ۷ برابر $۴ = ۰ - ۴$ است.

۱۳۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: گراف کامل K_p شامل $\binom{p}{۲}=\frac{p(p-۱)}{۲}$ یال است.

$$p\times q=۵۰\Rightarrow p\times\frac{p(p-۱)}{۲}=۵۰\Rightarrow p^۲(p-۱)=۱۰۰\Rightarrow p^۲(p-۱)=۵^۲\times۴\Rightarrow p=۵$$

مسیر به طول ۳، به ۴ رأس نیاز دارد. یکی از این رئوس، a است. همچنین، مسیر فاقد رأس b است. پس باید ۳ رأس دیگر مسیر را از بین ۳ رأس باقی‌مانده‌ی گراف به $\binom{۳}{۳}$ طریق انتخاب کنیم. حال ۴ رأس باقی‌مانده را به !۴ طریق می‌توان کنار هم قرار داد. ولی با توجه به این‌که دو مسیر $x_۱x_۲x_۳x_۴$ و $x_۴x_۳x_۲x_۱$ یکی هستند، باید عدد حاصل را بر ۲ تقسیم کنیم:

$$\binom{۳}{۳}\times۴!\times\frac{۱}{۲}=۱۲$$

۱۳۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: گراف همبند و بدون دور درخت است.

نکته: هر درختی که بیش از یک رأس داشته باشد، دست‌کم دو رأس از درجه‌ی ۱ دارد.

با توجه به نکات بالا، گراف موردنظر یک درخت از مرتبه‌ی ۶ است و داریم: $\delta=۱$

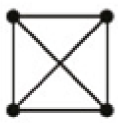
$$\Delta-\delta\xrightarrow{\text{طبق فرض}}۱\xrightarrow{\delta=۱}\Delta=۲$$

بنابراین، گراف موردنظر به شکل زیر است:

واضح است که این گراف، ۴ رأس از درجه‌ی ماکسیمم دارد.

۱۳۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

حداقل مقدار p:

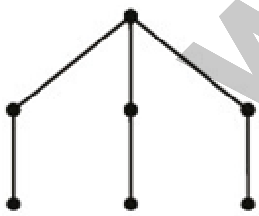


$$\frac{۲q}{p}\leq\Delta\xrightarrow[\Delta=۳]{q=۶}p\geq\frac{۱۲}{۳}=۴\Rightarrow\min(p)=۴$$

حداکثر مقدار p:

با توجه به این‌که $\Delta=۳$، باید حداقل یک رأس درجه ۳ داشته باشیم، بنابراین گراف را به صورت زیر درنظر می‌گیریم:

$\max(p)=۷$

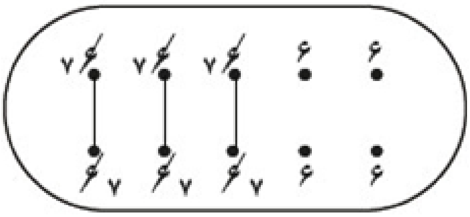


در نتیجه:

$$\max(p)-\min(p)=۷-۴=۳$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۳۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: وقتی می‌خواهیم $\Delta - \delta$ حداقل مقدار شود باید گراف را به گراف منتظم نزدیک کنیم. گراف ۶- منتظم از مرتبه‌ی ۱۰ دارای ۳۰ یال است. اگر به این گراف ۳ یال مطابق شکل اضافه کنیم، خواهیم داشت:



$\Delta = ۷ , \delta = ۶ \Rightarrow \Delta - \delta = ۱$

۱۴۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: مجموع درجات رئوس هر گراف، ۲ برابر تعداد یال‌های آن است $\left(\sum_{i=۱}^{p} \deg(v_i) = ۲q\right)$

تعداد رئوس درجه‌ی ۳ را با x و تعداد رئوس درجه‌ی ۱ را با y نمایش می‌دهیم. در این صورت با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$۴ + ۴ + ۲ + ۲ + ۲ + x \times ۳ + y \times ۱ = ۲ \times ۱۱ \Rightarrow ۳x + y = ۸ \Rightarrow \max(x) = ۲$

در این صورت دنباله‌ی درجات رئوس این گراف به صورت زیر درمی‌آید:

۴ , ۴ , ۳ , ۳ , ۲ , ۲ , ۲ , ۱ , ۱

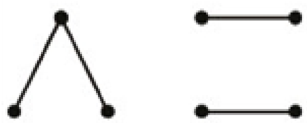
حال با استفاده از الگوریتم هاول - حکیمی وجود چنین گرافی را بررسی می‌کنیم:

$۴ , ۴ , ۳ , ۳ , ۲ , ۲ , ۲ , ۱ , ۱ \xrightarrow[\text{از هر یک از ۴ راس بعدی یک واحد کم می کنیم}]{\text{راس درجه ۴ را حذف می کنیم}}$

$۳ , ۲ , ۲ , ۱ , ۲ , ۲ , ۱ , ۱ \xrightarrow{\text{مرتب می کنیم}} ۳ , ۲ , ۲ , ۲ , ۲ , ۱ , ۱ , ۱ \xrightarrow[\text{از هر یک از ۳ راس بعدی یک واحد کم می کنیم}]{\text{راس درجه ۳ را حذف می کنیم}}$

۱ , ۱ , ۱ , ۲ , ۱ , ۱ , ۱

چون این دنباله قابل رسم است، پس دنباله‌ی اصلی هم قابل رسم است.



۱۴۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دو رأس مجاور با a را از بین رئوس b , c , d , e به $\binom{۴}{۲}$ طریق انتخاب می‌کنیم.

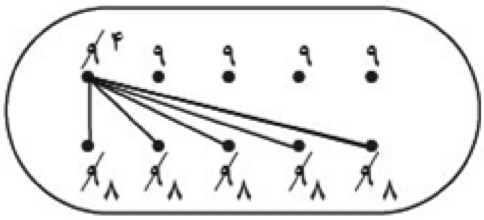
سپس از بین کل یال‌های ممکن بین رئوس b , c , d , e که برابر $\binom{۴}{۲}$ است، یک یال به $\binom{\binom{۴}{۲}}{۱}$ طریق انتخاب می‌کنیم. بنابراین تعداد کل حالات ممکن برابر است با:

$\binom{۴}{۲} \times \binom{\binom{۴}{۲}}{۱} = ۶ \times ۶ = ۳۶$

۱۴۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در گرافی از مرتبه‌ی p و اندازه‌ی q داریم: $\delta \leq \frac{۲q}{p} \leq \Delta$

$$\delta \leq \frac{۲q}{p} \xrightarrow[q=۴۰]{p=۱۰} \delta \leq \frac{۲\times ۴۰}{۱۰} \Rightarrow \delta \leq ۸ \Rightarrow \max(\delta) = ۸$$

دقت کنید گراف ۸- منتظم از مرتبه‌ی ۱۰، دارای ویژگی بالاست.
حال $\min(\delta)$ را محاسبه می‌کنیم:
این گراف ۵ یال از گراف کامل $K_{۱۰}$ کم‌تر دارد. اگر این ۵ یال را از یک رأس حذف کنیم، δ کم‌ترین مقدار خواهد بود، پس $\min(\delta) = ۴$
بنابراین $۴ \leq \delta \leq ۸$، پس δ می‌تواند ۵ مقدار متمایز داشته باشد.

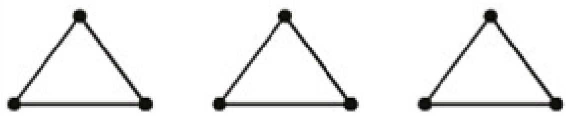


۱۴۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: در یک گراف r- منتظم از مرتبه‌ی p داریم: $rp = ۲q$

$$q_{K_p} - ۳ = q' \Rightarrow \frac{p(p-۱)}{۲} - ۳ = \frac{۴p}{۲} = ۲p$$

$$p^۲ - p - ۶ = ۴p \Rightarrow p^۲ - ۵p - ۶ = ۰ \Rightarrow (p-۶)(p+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} p = ۶ \\ p = -۱ < ۰ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۱۴۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در گراف بازه‌ای، n ضلعی $(n \geq ۴)$ بدون قطر وجود ندارد.
نکته: گراف ۲- منتظم بازه‌ای به صورت اجتماع چند گراف ۲- منتظم مرتبه ۳ (مثلث) است.
با توجه به نکات بالا، این گراف به صورت زیر است:



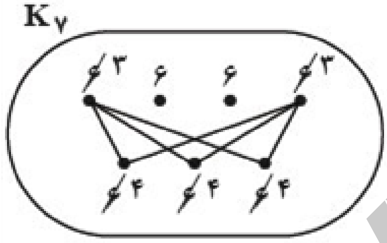
بنابراین گراف موردنظر از ۳ بخش جدا از هم تشکیل شده است.

۱۴۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: گراف کامل K_p دارای $\binom{p}{۲}$ یال است.

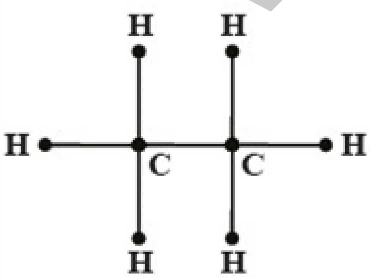
$$q_{K_۶} \leq ۱۵ < q_{K_۷}$$

گراف $K_۷$ را درنظر می‌گیریم. این گراف دارای ۲۱ یال است. پس باید ۶ یال آن حذف شود. اگر این یال‌ها مطابق شکل حذف شوند، آن‌گاه در گراف حاصل $q = ۱۵$ و $\delta = ۳$ است. پس حداقل مقدار p برابر ۷ است.
دقت کنید گراف $K_۶$ دارای ۱۵ یال است، ولی در آن $\delta = ۵$ است، پس قابل قبول نیست.

$K_۷$



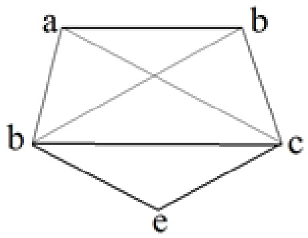
۱۴۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} p = ۸ \\ q = ۷ \end{cases} \Rightarrow p - q = ۱$$

۱۴۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از رأس a به رأس e فقط دو مسیر با طول ۳ به صورت abde و acde وجود دارد.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴



۱۴۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
با ۴ رأس abcd سه دور با طول ۴ موجود است با رأس e دورهای ecbd و ecad وجود دارند پس ۵ دور با طول ۴ در این گراف موجود است.

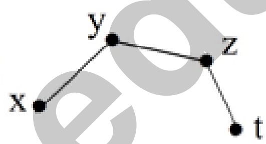
۱۴۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد دورها به طول ۴ در گراف $K_۵$ برابر است با:

$$\binom{۵}{۴}\times\frac{(۴-۱)!}{۲}=۵\times۳=۱۵$$

دورهایی به طول ۴ که شامل یال ab هستند، عبارتند از:
abcda , abdca , abcea , abeca , abdea , abeda
یعنی با حذف یال ab ، ۶ دور به طول ۴ حذف می‌شود، پس تعداد دورهای به طول ۴ در گراف باقیمانده برابر است با:

$$۱۵-۶=۹$$

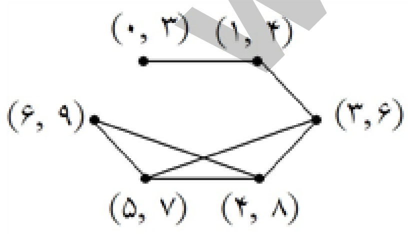
۱۵۰ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

مسیر مورد نظر به صورت 

است که برای رأس‌های x , y , z و t به ترتیب ۸ , ۷ , ۶ و ۵ انتخاب وجود دارد. فقط توجه کنید که مسیر xyzt با مسیر tzyx تفاوتی نمی‌کند، پس هر مسیر را دو بار شمارش کرده‌ایم و تعداد مسیرها برابر است با:

$$\frac{\cancel{۸}^{۴}\times۷\times۶\times۵}{\cancel{۲}}=۸۴۰$$

۱۵۱ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.
ابتدا فرض می‌کنیم درجه‌ی همه‌ی رئوس ۳ باشد، این گراف دارای $۱۲=\frac{۸\times۳}{۲}$ یال است. اکنون دو رأس درجه‌ی ۳ را نگه داشته و ۶ رأس باقی‌مانده را دوبه‌دو به هم وصل می‌کنیم، ۳ یال ایجاد و درجه‌ی این ۶ رأس ۴ می‌شود که هنوز ۲ یال باقی مانده چهار تا از این رأس‌ها را دوبه‌دو می‌کنیم که درجه‌ی آن‌ها ۵ خواهد بود، پس $\min\Delta=۵$ است.



۱۵۲ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. بین دو رأس، یال رسم می‌کنیم به‌شرطی که بازه‌ی متناظر با این دو رأس دارای اشتراک باشد، بنابراین گراف متناظر با این بازه‌ها به‌صورت روبه‌رو است. این گراف دارای ۷ یال است و با توجه به این‌که گراف $K_۶$ دارای $۱۵=\frac{۶\times۵}{۲}$ یال است، پس $۱۵-۷=۸$ یال از گراف کامل هم‌مرتبه‌اش کم‌تر دارد.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۵۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: در گرافی از مرتبه‌ی p و اندازه‌ی q داریم: $\delta \le \frac{2q}{p} \le \Delta$

همچنین داریم:

$$\begin{cases} q \ge p-1 \Rightarrow \max(\Delta) = p-1 \\ q < p-1 \Rightarrow \max(\Delta) = q \end{cases}$$

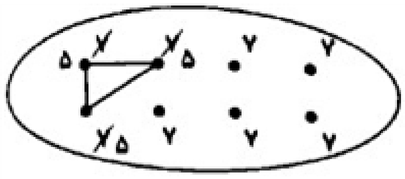
طبق بند اول نکته‌ی فوق، داریم: $\frac{2q}{p} \le \Delta \Rightarrow \frac{2\times 20}{10} \le \Delta \Rightarrow \min(\Delta) = 4 \quad (*)$

همچنین طبق بند دوم، داریم: $\max(\Delta) = 10 - 1 = 9 \quad (**)$

از $(*)$ و $(**)$ نتیجه می‌گیریم: $4 \le \Delta \le 9$

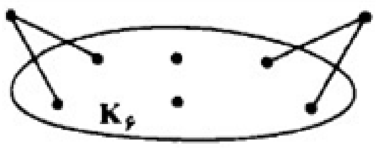
بنابراین Δ می‌تواند ۶ مقدار متمایز داشته باشد.

۱۵۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که این گراف، ۳ یال از گراف کامل K_8 کمتر دارد، باید با حداقل رئوس ممکن، ۳ یال از گراف K_8 حذف کنیم تا تعداد رئوس از درجه‌ی ۷ حداکثر شود.



با توجه به شکل، این گراف حداکثر ۵ رأس از درجه‌ی ۷ دارد.

۱۵۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای حداکثر شدن تعداد یال‌های این گراف، ابتدا گراف کاملی با ۶ رأس (K_6) رسم می‌کنیم. سپس ۲ رأس درجه‌ی ۲ را با ۴ یال به این گراف اضافه می‌کنیم:



$$q = q_{K_6} + 4 = 15 + 4 = 19$$

۱۵۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: در یک گراف ساده از اندازه‌ی q ، مجموع درجات رئوس گراف برابر 2q است.

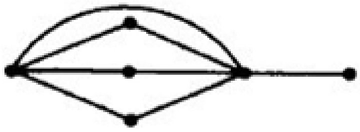
n: تعداد رئوس از درجه ی ۳   m: تعداد رئوس از درجه ی ۵

$$\begin{cases} n + m = 14 \\ 3n + 5m = 2\times 25 = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5n + 5m = 70 \\ 3 + 5m = 50 \end{cases} \Rightarrow n = 10$$

۱۵۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته (ویژگی‌های دنباله‌ی درجات رئوس یک گراف ساده از مرتبه‌ی p):
تعداد رئوس فرد، همیشه زوج است.
هیچ رأسی نمی‌تواند درجه‌ی بزرگ‌تر از $p-1$ داشته باشد، بنابراین حداقل دو جمله‌ی دنباله با هم مساوی‌اند.
تعداد رئوس از درجه‌ی $p-1$ ، حداکثر به اندازه‌ی δ است.
درجات صفر (رئوس ایزوله) در تشخیص بی‌تأثیرند، یعنی می‌توان آن‌ها را نادیده گرفت.
نکته (الگوریتم هاول- حکیمی):
ابتدا دنباله را به‌صورت نزولی مرتب می‌کنیم، سپس بزرگ‌ترین عدد دنباله (Δ) را حذف می‌کنیم. از هریک از Δ رأس بعدی یک واحد حذف می‌کنیم (در واقع Δ یال از گراف حذف می‌کنیم). این فرآیند را می‌توان مجدداً روی دنباله‌ی حاصل تکرار کرد.
اگر دنباله‌ای که نهایتاً حاصل می‌شود، قابل رسم بود، دنباله‌ی اولیه هم قابل رسم است. در غیر این‌صورت قابل رسم نیست.
گزینه‌ی ۱: قابل رسم نیست، زیرا وقتی ۲ رأس از درجه‌ی $p-1$ داریم، δ باید حداقل ۲ باشد.
گزینه‌ی ۲: قابل رسم نیست، زیرا وقتی ۶ رأس داریم و یکی از آن‌ها از درجه‌ی صفر است، حداکثر درجه برابر ۴ است.
گزینه‌ی ۳ و ۴: با استفاده از الگوریتم هاول- حکیمی داریم:

۵,۴,۳,۲,۱,۱ $\xrightarrow{\text{حذف راس درجه ی ۵}}$ ۳,۲,۱,۰,۰ غیر قابل رسم ✗

۵,۴,۲,۲,۲,۱ $\xrightarrow{\text{حذف راس درجه ی ۵}}$ ۳,۱,۱,۱,۰ قابل رسم ✓



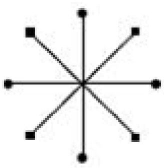
۱۵۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مجموعه ی یال های گراف موردنظر: $E \subseteq \{\underbrace{\{a,b\},\{a,c\},\{a,d\},\{a,e\}}_{\binom{۴}{۲}},\underbrace{\{b,c\},\dots,\{d,e\}}_{\binom{۶}{۱}}\}$

$\binom{۴}{۲} \times \binom{۶}{۱} = ۳۶$

برای درجه ی ۲ شدن a — برای یال سوم

۱۵۹ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. مجموع اعداد دنباله در گزینه‌های ۲ و ۴ فرد است، بنابراین گراف متناظر آن‌ها موجود نمی‌باشد. در گزینه‌ی ۱ رأس اول دارای درجه ۷ است، ولی مرتبه‌ی گراف ۷ بوده و حداکثر درجه‌ی هر رأس می‌تواند ۶ باشد. بنابراین گزینه‌ی ۱ نیز دنباله‌ی گرافی معتبر نیست. گزینه‌ی ۳ صحیح است. گراف متناظر برابر است با:



۱۶۰ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. $x+y$ بایستی فرد باشد (چرا؟) بنابراین حالات زیر وجود دارند:

$x,y \begin{cases} \text{(I)} & ۳ \text{ و } ۴ \\ \text{(II)} & ۲ \text{ و } ۳ \end{cases}$

بررسی (I)
۴ ۴ ۳ ۲ ۲ ۱
۰ ۳ ۲ ۱ ۱ ۱
۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۱
۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰

بررسی (II)
۴ ۳ ۲ ۲ ۲ ۱
۰ ۲ ۱ ۱ ۱ ۱
۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱
۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰

بنابراین حداقل و حداکثر برابر است با ۲ × ۳ و ۳ × ۴

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۶۱) گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در بدترین حالت تمامی رئوس $k_۴$ و $k_۵$ با ۵×۴ به هم وصل می‌شوند. حال با افزودن یک یال دیگر تضمین می‌کنیم که گراف همبند خواهد شد.

۱۶۲) گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$a \xrightarrow{\text{یک حالت}} b \xrightarrow{\text{دو حالت}} e \xrightarrow{\text{دو حالت}} j \xrightarrow{\text{یک حالت}} k \Rightarrow \underbrace{۱ \times ۲ \times ۲ \times ۱ = ۴}_{\text{مسیر}}$$

۱۶۳) گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. بنابراین طول مسیر در گراف $k_۷$ برابر است با ۶ ، بنابراین طبق فرمول مسیر به طول i در گراف k_p داریم:

$$\text{تعداد مسیر} : \underbrace{\binom{p-۲}{i-۱}(i-۱)!}_{\text{فرمول}} \times \underbrace{\binom{p}{۲}}_{\text{انتخاب دو سر مسیر}}$$

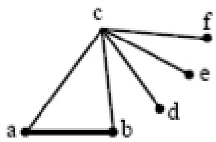
$$\Rightarrow \binom{۷-۲}{۶-۱} \times (۶-۱)! \times \binom{۷}{۲} = \binom{۵}{۵} \times ۵! \times \frac{۷ \times ۶}{۲} = ۲۱ \times ۵!$$

۱۶۴) گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به درجات می‌توان کران بالا و پایین برای q پیدا کرد.

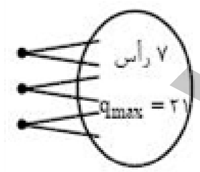
$$q_{Max} = \frac{۳+۴+۷\times۷}{۲} = ۲۸ \qquad q_{min} = \frac{۷+۶+۷\times۳}{۲} = ۱۷$$

$$\Rightarrow ۱۷ \leqslant q \leqslant ۲۸ \Rightarrow \underbrace{q = ۲۲}_{\text{می تواند باشد}}$$

۱۶۵) گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر گراف G با p راس با $\overline{G}$ جمع شود، حاصل گراف k_p خواهد بود که اندازه‌ی آن برابر است با: $\binom{p}{۲} = ۶۶ \Rightarrow \frac{p(p-۱)}{۲} = ۶۶ \Rightarrow p = ۱۲$



۱۶۶) گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر درجه c پنج و ab عضوی از گراف باشد: تعداد کل یال‌ها برابر است با $\binom{۶}{۲}$ یا ۱۵ که ۶ تای آن اجباری ست، بنابراین تعداد گراف‌های مورد نظر برابر است با $۲^۹$.



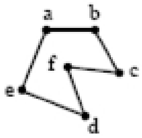
۱۶۷) گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۳ رأس درجه‌ی ۲ را کنار می‌گذاریم. با ۷ رأس باقیمانده حداکثر $\binom{۷}{۲} = ۲۱$ یال خواهیم داشت. حال هر کدام از ۳ رأس کنار گذاشته شده را با ۲ یال به بقیه رئوس متصل می‌کنیم. در نتیجه داریم:

$$\text{حداکثر یال‌ها} = ۲۱ + ۲ + ۲ + ۲ = ۲۷$$

۱۶۸) گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: گراف اگر حفره یا  یا  داشته باشد، بازه‌ای نیست. گزینه‌های ۱ و ۲ حفره دارند. پس فقط گزینه‌ی ۴ می‌تواند بازه‌ای باشد.

۱۶۹ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. گراف گزینه‌ی ۱، دو مثلث (دور به طول ۳) وجود دارد که در گزینه‌های دیگر دیده نمی‌شود.

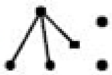
۱۷۰ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. الگوی دورهای به طول ۶ در این گراف به صورت 

است، که با کمی دقت با حذف هر کدام از یال‌های بیرونی یک دور به طول ۶ ایجاد می‌شود. پس تعداد این دورها ۵ است.

۱۷۱ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\binom{۷}{۲} < ۲۳ < \binom{۸}{۲} \Rightarrow P_{min} = ۸$$

دقت کنید که با ۷ رأس حداکثر $\binom{۷}{۲} = ۲۱$ یال می‌توان رسم کرد.

۱۷۲ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شکل کلی این گراف به صورت  است پس داریم:

$$\underbrace{\binom{۶}{۱}}_{\text{رأس درجه ۳}} \times \overbrace{\binom{۵}{۳}}^{\text{۳ رأس درجه ۱}} \times \underbrace{۱}_{\text{رئوس درجه صفر}} = ۶ \times ۱۰ = ۶۰$$

۱۷۳ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون $\Delta + \delta$ بیش‌ترین مقدار خودش را اختیار می‌کند پس $\delta = \Delta = ۶$ پس گراف باید گراف $K_۷$ باشد لذا: $q = \binom{۷}{۲} = ۲۱$

۱۷۴ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون $q(k_۸) = ۲۸$ پس باید از گراف کامل $k_۸$، ۲ یال حذف کنیم تا گراف مورد نظر به دست آید. بدیهی است که در این صورت داریم $\Delta = ۷$ و چون $\Delta - \delta = ۱$ است پس $\delta = ۶$ یعنی باید یال‌های حذف شده دارای رأس مشترک نباشند (به عبارت دیگر، نباید دو یال مورد نظر را از ۱ رأس حذف کنیم) لذا ۲ یال مورد نظر از ۴ رأس متمایز حذف می‌شوند پس گراف مورد نظر ۴ رأس از درجه‌ی می‌نیمم دارد.

نکته: تعداد یال‌های گراف کامل k_p برابر $\binom{p}{۲}$ است. در بعضی مسائل می‌توان برای تشخیص وضعیت یک گراف آن را با گراف کامل هم مرتبه با خودش مقایسه کرد.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۷۵ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. نکته: مجموع درجات رئوس یک گراف ساده برابر است با: $۲q$

در هر گراف ساده داریم:

$$\sum_{i=۱}^{n} \deg(V_i) = ۲q$$

اگر مقدار رأس‌ها با درجه‌ی ۱ را x فرض کنیم داریم:

$$\Rightarrow ۲\times ۵ + ۳\times ۴ + x\times ۱ = ۲q \Rightarrow x = ۲q - ۲۸ = ۲k$$

لذا x باید عدد زوجی باشد که تنها گزینه‌ی قابل قبول گزینه‌ی ۲ می‌باشد.
روش دوم: تعداد رئوس فرد هر گراف، همواره عددی زوج است. در این گراف ۲ رأس از درجه‌ی ۵ و x رأس از درجه‌ی ۱ داریم. پس هم باید عددی زوج باشد تا در مجموع، تعداد رئوس فرد عددی زوج شود.

۱۷۶ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. دیدیم در هر گراف r منتظم از مرتبه‌ی p و اندازه‌ی q داریم: $pr = ۲q$ لذا داریم:

$$۸p = ۲q \Rightarrow q = ۴p$$

با جای‌گذاری در رابطه‌ی داده شده داریم:

$$۲۵p^۲ - q^۲ = ۹۰۰ \Rightarrow ۲۵p^۲ = ۹۰۰ \Rightarrow p^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow p = ۱۰$$

۱۷۷ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. نکته: حداکثر تعداد یال‌های یک گراف ساده با p رأس مربوط به حالتی است که گراف کامل باشد که در این حالت خواهیم داشت:

$$q(k_p) = \frac{p(p-۱)}{۲}$$

چون گراف کامل مرتبه‌ی ۱۱، دارای $۵۵ = \frac{۱۱ \times ۱۰}{۲}$ یال می‌باشد، لذا این گراف یک یال کم‌تر از گراف کامل دارد و ۲ رأس از ماکزیمم بودن خارج شده است. پس این گراف دارای ۹ رأس از درجه‌ی ماکزیمم خواهد بود. زیرا هر یال از دو رأس تشکیل شده است که در شمارش مجموع درجات رئوس، این یال به ازای هر دو رأس شمرده می‌شود، لذا هر یال دو بار شمرده شده است، پس خواهیم داشت:

$$\sum_{i=۱}^{n} \deg(V_i) = ۲q$$

۱۷۸ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. رأس a را کنار می‌گذاریم، کل تعداد یال‌های ممکن قابل رسم بین رئوس باقی مانده (۵ رأس) برابر است با:

$$\binom{۵}{۲} = ۱۰$$

می‌خواهیم ۲ یال را از بین این ۱۰ یال انتخاب کرده و رأس a نیز می‌تواند به هر یک از ۵ رأس b یا c یا d یا e یا f متصل باشد که چون این دو انتخاب مستقل از هم می‌باشند، لذا تعداد کل حالات ممکن براساس اصل ضرب برابر است با:

$$\binom{۵}{۱}\binom{۱۰}{۲} = ۵ \times \frac{۱۰ \times ۹}{۲} = ۲۲۵$$

۱۷۹ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. مسیرهای به طول ۳ از a به e در گراف داده شده مسیرهای زیر هستند که تعداد آن‌ها ۵ است:

۱) a, b, c, e ۲) a, b, d, e ۳) a, d, b, e ۴) a, f, c, e
۵) a, d, c, e

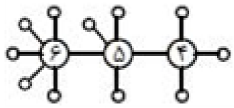
نکته: یک مسیر به طول m دنباله‌ای از رئوس به تعداد $m+۱$ رأس متمایز است که رئوس کنار هم با هم مجاورند.

۱۸۰ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای آن که همبند شود باید $p-1 \leq q \leq \binom{p}{2}$ باشد، بنابراین:

$7 \leq q \leq 28 \Rightarrow$ ۲۲ مقدار

۱۸۱ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$P = 14 \Rightarrow \begin{cases} q = \text{تعداد مسیر به طول یک} \\ p = \text{تعداد مسیر به طول صفر} \end{cases} \Rightarrow p + q = 14 + 13 = 27$



۱۸۲ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$4 + 3 + 1 + a + b + c = 9 \times 2 \Rightarrow a + b + c = 10 \quad , \quad a, b, c \leq 5$

$5 + 3 + 2 \checkmark \rightarrow \cancel{5}, 4, 3, 3, 2, 1$

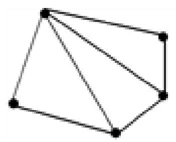
$4 + 4 + 2 \checkmark \quad \cancel{4}, 2, 2, 1, 0$

$4 + 3 + 3 \checkmark \quad \cancel{3}, 1, 0, 0$

$5 + 4 + 1 \times \quad 0, 0, 0$

۱۸۳ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. گراف مقابل گراف پترسن است که همیلتنی نیست، بنابراین دوری به طول ۱۰ ندارد.

۱۸۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



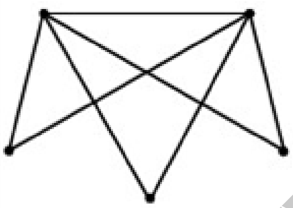
۳ دور با طول ۳ و ۲ دور با طول ۴ و ۱ دور با طول ۵ می‌باشد، پس تعداد دورهای آن: $1 + 2 + 3 = 6$.

۱۸۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

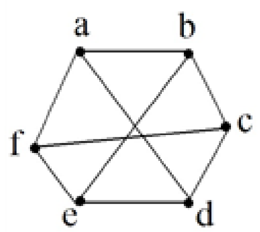
تعداد نامه‌های ارسالی $9 \times 3 = 27$ باید باشد. اگر با نمودار گراف نشان دهیم، گراف G از مرتبه ۹ و ۳- منتظم موجود نیست یعنی نشدنی است.

۱۸۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گراف مفروض دارای ۳ دور با طول ۳ و ۳ دور با طول ۴ است.

جمعاً دارای ۶ دور است.



۱۸۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در گراف ۳- منتظم به مرتبه p و اندازه q داریم $2q = 3p$ بنابه فرض $q = 2p - 3$ پس $p = 6$ و $q = 9$ می‌باشد، پیدا است که در این گراف ۹ دور با طول ۴ موجود است که عبارتند از: abcda، abcfa، bcdeb، cdefc، defad، efabe، abeda، bcfeb و cdafc.

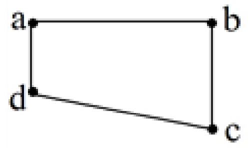


۱۸۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\binom{7}{2}\binom{\binom{7}{2}}{2} + \binom{7}{3}\binom{\binom{7}{2}}{1} + \binom{7}{4} = 5180$$

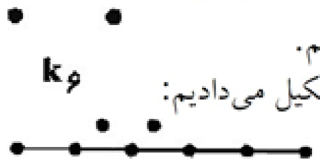
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۸۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



شروع مسیر از هر رأس ۴ حالت دارد و مسیر وارون آن نیز ۴ حالت دارد مثلاً مسیر abc و برعکس مسیر cba پس کلاً ۸ مسیر موجود است.

۱۹۰ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. رابطه‌ی «وجود مسیر بین رأس‌ها» گراف را به ۳ کلاس هم‌ارزی متمایز تقسیم می‌کند. یعنی گراف از ۳ بخش جدا از هم تشکیل شده است. برای حداکثر کردن تعداد یال‌ها باید دو بخش یک رأسی و یک بخش ۶ رأسی داشته باشیم. بنابراین حداکثر تعداد یال‌ها برابر است با: $\max(q) = q(k_۶) = \frac{۶\times ۵}{۲} = ۱۵$



نکته: برای حداکثر کردن تعداد یال‌ها، باید تا جایی که می‌توانیم به گراف کامل نزدیک شویم.

تذکر: اگر صورت سؤال از ما کم‌ترین تعداد یال را می‌خواست، گراف را به صورت زیر تشکیل می‌دادیم:

$\Rightarrow \min(q) = ۵$

دقت کنید در این حالت ممکن است گراف به شکل‌های دیگری هم قابل رسم باشد، ولی در هر صورت حداقل تعداد یال‌ها برابر ۵ است.

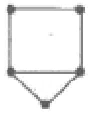
۱۹۱ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. تعداد رئوس درجه‌ی ۱ را برابر x در نظر می‌گیریم:

$$\left.\begin{array}{l} ۴+۳+۳+۲+\overset{\substack{\text{تعداد رئوس درجه ی ۱} \\ \uparrow}}{x}\times ۱ = ۲q \\ \text{درخت } q = p - ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۲ + x = ۲(p-۱) \Rightarrow ۱۴ + x = ۲p$$

$$\xrightarrow{p = ۴ + x} ۱۴ + x = ۸ + ۲x \Rightarrow x = ۶$$

$$\Rightarrow p = ۱۰ \Rightarrow q = ۹$$

$$\text{تعداد صفرها} = p^۲ - ۲q = ۱۰^۲ - ۲\times ۹ = ۸۲$$

۱۹۲ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.
گزینه‌ی ۱: دوره‌ای که از همه‌ی رأس‌ها بگذرد، وجود ندارد. (دور به جز رأسی که آغاز می‌کنیم، از بقیه‌ی رئوس حداکثر یک بار می‌گذرد.)
گزینه ی ۲: گرافی که رأس درجه‌ی ۱ دارد هیچ‌گاه همیلتنی نیست.
گزینه‌ی ۳: شکل ساده شده‌ی آن به صورت  است.
گزینه‌ی ۴: گراف پترسن است که همیلتنی نیست.

۱۹۳ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. نکته: $\frac{2q}{p} < \Delta$

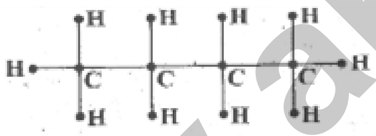
$$\frac{2q}{p} < \Delta \xrightarrow[\Delta = 4]{q = 16} \frac{2 \times 16}{p} < 4 \Rightarrow 32 < 4p \Rightarrow p > 8$$

دقت کنید، گراف ۴- منتظم مرتبه‌ی ۸ ، گرافی با حداقل رئوس ممکن است که در شرط سوال صدق می‌کند.

۱۹۴ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا یکی از ۴ رأس دیگر را انتخاب کرده و به a وصل می‌کنیم. حال چون درجه‌ی رأس a برابر ۱ است، پس کافی است تعداد گراف‌های قابل ساخت توسط ۴ رأس دیگر را بیابیم:

$$\binom{4}{1} \times 2^{\frac{4 \times 3}{2}} = 4 \times 2^6 = 2^8$$

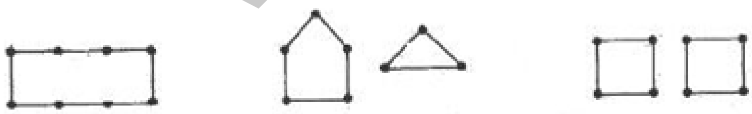
نکته: تعداد گراف‌های قابل ساخت با n رأس نام‌گذاری شده برابر است با: $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$

۱۹۵ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. شکل C_4H_{10} به صورت  می‌باشد، بنابراین:

$$\begin{cases} p = 14 \\ q = 13 \end{cases}$$

۱۹۶ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.
نکته: تعداد گراف‌های ۲- منتظم ((۳ - p) - منتظم) از مرتبه‌ی p برابر است با تعداد حالاتی که می‌توان عدد p را به صورت جمع یک یا چند عدد بزرگ‌تر از ۲ نوشت.

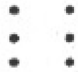
$8 = 5 + 3 = 4 + 4$

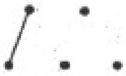


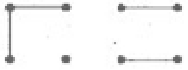
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

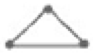
۱۹۷ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$p + q = ۶$

۶ ۰  یک بخشی نیست.

۵ ۱  یک بخشی نیست.

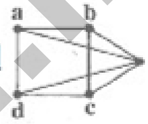
۴ ۲  یک بخشی نیست.

۳ ۳ 

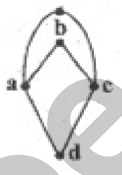
۱۹۸ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای تشخیص بازه‌ای بودن دو راه‌حل وجود دارد:

۱) نگاه به شکل گراف کرده، اگر داخل آن یک چهارضلعی یا چندضلعی یافت شود که هیچ قطری از آن رسم نشده باشد، بازه‌ای نیست.

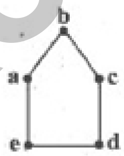
۲) چنان‌چه بعد از اعمال روش (۱)، باز هم دو یا چند گزینه باقی ماند، از روش ترسیم استفاده می‌کنیم.

گزینه‌ی ۱: 

abcd یک چهارضلعی است که هیچ قطری از آن رسم نشده است، لذا بازه‌ای نیست.

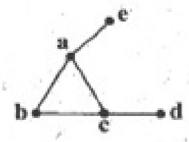
گزینه‌ی ۲: شکل گزینه‌ی (۲) به صورت 

قابل تغییر است که در آن abcd یک چهارضلعی است که هیچ قطری از آن رسم نشده است.

گزینه‌ی ۳: شکل گزینه‌ی (۳) به صورت 

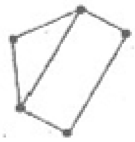
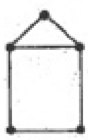
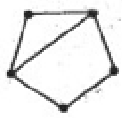
قابل تبدیل است که در آن abcde یک پنج ضلعی است که قطر آن رسم نشده است.

اما گزینه‌ی ۴: این گراف، گراف بازه‌ای است. به عنوان مثال می‌توان بازه‌های زیر را به عنوان رئوس آن در نظر گرفت.



$a = (۱,۴)$ $b = (۲,۵)$ $c = (۳,۶)$ $d = (۵,۷)$ $e = (۰,۲)$

۱۹۹ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شکل ساده شده‌ی گزینه‌ها به صورت زیر است:

گزینه‌ی ۱:  گزینه‌ی ۲:  گزینه‌ی ۳:  گزینه‌ی ۴: 

۲۰۰ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x : \text{تعداد رئوس درجه ی ۳} \\ y : \text{تعداد رئوس درجه ی ۴} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = ۱۰ \\ ۳x + ۴y = ۲ \times ۱۷ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۶ \\ y = ۴ \end{cases}$$

تذکر: وقتی $\Delta = ۴$ و $\delta = ۳$ است، به این معنی است که گراف غیر از رئوس درجه‌ی ۴ و درجه‌ی ۳ رأس دیگری ندارد.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۰۱ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱: تعداد رئوس درجه‌ی فرد باید زوج باشد، لذا این گزینه رد می‌شود.

نکته: اگر در گرافی غیرکامل از مرتبه‌ی p ، k رأس از درجه‌ی p - ۱ داشته باشیم، حداقل درجه‌ی رئوس k خواهد بود.

گزینه‌ی ۲: در این گراف ۲ رأس از درجه‌ی p - ۱ داریم، لذا حداقل درجه باید ۲ باشد.

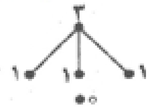
گزینه‌ی ۳ : در این گراف هم یک رأس از درجه‌ی p - ۱ داریم، لذا حداقل درجه باید یک باشد.

حال قابل رسم بودن دنباله‌ی گزینه‌ی (۴) را با کمک الگوریتم هاول - حکیمی بررسی می‌کنیم:

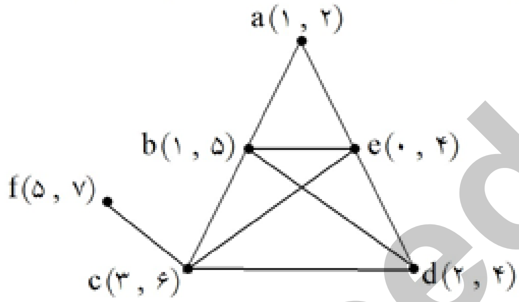
۵,۴,۲,۲,۲,۱

بزرگ‌ترین درجه (۵) را حذف کرده و از هر یک از ۵ رأس بعدی یک واحد کم می‌کنیم: ۳,۱,۱,۱,۰

چون این دنباله قابل رسم است، پس دنباله‌ی اول هم قابل رسم است:

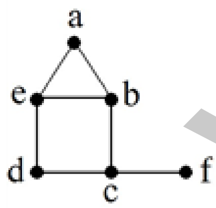


۲۰۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گراف موردنظر بازه‌های داده شده به صورت زیر است:



روی رئوس e,d,c,b یک گراف K_4 وجود دارد که در آن ۳ دور به طول ۴ وجود دارد. از رأس a نیز دو دور به طول ۴ عبور می‌کند که عبارتند از abdea و abcea ، پس در کل ۵ دور به طول ۴ وجود دارد.

۲۰۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید شکل گراف را رسم کنیم:



$\xrightarrow{\text{دور ۵}}$ abcdea / abdcea /

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

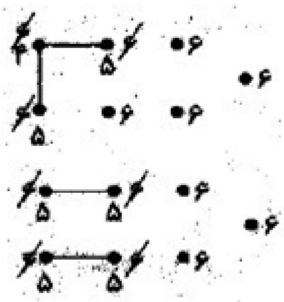
۲۰۴ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در این‌گونه تست‌ها باید گراف را با گراف کامل هم‌مرتبه‌اش مقایسه کنیم.

$$q(k_{۷}) = \binom{۷}{۲} = ۲۱$$

بنابراین گراف موردنظر، ۷ یال کم‌تر از گراف کامل دارد. یعنی باید ۲ یال از گراف کامل مرتبه‌ی ۷ حذف کنیم. این کار به دو طریق امکان‌پذیر است:

الف) هر دو یال از یک رأس حذف شوند.

در این صورت $\delta = ۴$ و $\Delta = ۶$، در نتیجه $\Delta + \delta = ۱۰$



ب) هر دو یال از یک رأس حذف نشوند.

در این صورت $\delta = ۵$ و $\Delta = ۶$، در نتیجه $\Delta + \delta = ۱۱$

بنابراین حداقل مقدار $\Delta + \delta$ برابر ۱۰ می‌باشد.

۲۰۵ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد یال‌های گراف کامل از مرتبه‌ی p برابر است با:

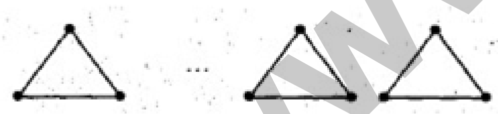
$$q(k_p) = \binom{p}{۲}$$

در این تست داریم:

$$\left.\begin{array}{l} q(k_{۷}) = \binom{۷}{۲} = ۲۱ \\ q(k_{۸}) = \binom{۸}{۲} = ۲۸ \end{array}\right\} \Rightarrow q(k_{۷}) < ۲۳ < q(k_{۸})$$

بنابراین گرافی ساده با ۲۳ یال حداقل ۸ رأس دارد.

۲۰۶ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر n ضلعی $(n \geqslant ۴)$ بدون قطر داخل گرافی وجود داشته باشد، آن گراف نمی‌تواند گراف بازه‌ها باشد بنابراین گراف ۲- منتظم مرتبه‌ی p برای این که بتواند بازه‌ای باشد باید به صورت اجتماعی از گراف‌های $k_۳$ مانند مقابل در آید.



یعنی باید $p = ۳k$ باشد، زیرا اگر $p \neq ۳k$ ، آن‌گاه در آخر یا چهارضلعی یا پنج ضلعی بدون قطر می‌ماند که در این صورت گراف حاصل نمی‌تواند بازه‌ای باشد.

۲۰۷ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در گراف r- منتظم، $pr = ۲q$ است.

$$\left.\begin{array}{l} ۵p = ۲q \\ q = p + ۶ \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} p = ۴ \\ q = ۱۰ \end{array}\right.$$

اما چون $p = ۴$ و گراف ما ۵- منتظم است. لذا چنین گرافی وجود ندارد. یعنی شرایط مسأله غیرقابل تحقق است.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۰۸ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در هر گراف رابطه‌ی زیر بین p و q و Δ و δ برقرار است:

$$\begin{cases} \delta < \frac{۲q}{p} < \Delta & \Delta \neq \delta \\ \delta = \frac{۲q}{p} = \Delta & \Delta = \delta \end{cases}$$

البته رابطه‌ی فوق فقط شرط لازم تشکیل گراف است و شرط کافی آن است که گرافی با شرایط فوق قابل رسم نیز باشد:

$$\delta < \frac{۲q}{p} \Rightarrow ۳ < \frac{۳۴}{p} \Rightarrow p < \frac{۳۴}{۳} = ۱۱/۳ \Rightarrow p \leqslant ۱۱$$

که حتماً می‌توان گرافی با $p = ۱۱$ و $q = ۱۷$ و $\delta = ۳$ تولید کرد. مانند: ۴,۳,۳,۳,۳,۳,۳,۳,۳,۳,۳

از طرفی برای تولید ۱۷ یال حداقل به تعدادی رأس لازم است که از نامساوی زیر به دست می‌آید:

$$\binom{p}{۲} \geqslant ۱۷ \Rightarrow p \geqslant ۷$$

سعی می‌کنیم گراف مورد نظر را از روی گراف کامل $k_۷$ بسازیم: $(q = ۲۱)$

$\boxed{۶},۶,۶,۶,۶,۶,۶$

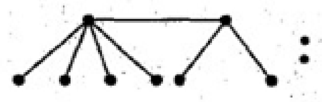
با پاک کردن ۳ یال از سر یک رأس، $\delta = ۳$ تولید می‌شود. حال یک یال دیگر به دلخواه از رأسی دیگر حذف می‌کنیم تا $q = ۱۷$ باشد

۲۰۹ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون $k_{۱۱}$ دارای $۵۵ = \frac{۱۱ \times ۱۰}{۲}$ یال است، بنابراین باید ۲۰ یال را حذف کنیم و اگر این ۲۰ یال را با کم‌ترین رأس ممکن حذف کنیم، بیش‌ترین رأس دست نخورده در $k_{۱۱}$ (یا همان رأس درجه‌ی ۱۰) باقی می‌ماند.

چون می‌خواهیم $\binom{p}{۲} \geqslant ۲۰$ باشد پس: $p \geqslant ۷$ است. یعنی حداقل با ۷ رأس می‌توان ۲۰ یال ساخت. پس حداکثر ۴ رأس درجه‌ی ۱۰ باقی می‌ماند. (در واقع ۲۰ سال از این ۷ رأس را حذف می‌کنیم)

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۱۰ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. وقتی دو رأس یکی درجه‌ی ۵ و یکی درجه‌ی ۳ می‌باشد با ۸ رأس دیگر می‌توان یک گراف کامل k_8 رسم کرد سپس این دو رأس را با $(5+3)$ یال به رئوس k_8 وصل کرد، یعنی:



$$q_{max} = \binom{8}{2} + 5 + 3 = 36$$

برای این‌که تعداد یال‌ها حداقل شود و یک رأس درجه‌ی ۳ و یک رأس درجه‌ی ۵ باشد کافی است این دو رأس را مجاور قرار داده و درجات آن‌ها را ۵ و ۳ بسازیم. پس $q_{min} = 5 + 3 - 1 = 7$ بنابراین گزینه ی ۲ صحیح است.

راه حل دیگر: ابتدا یک گراف کامل مرتبه‌ی ۱۰ در نظر می‌گیریم. سپس از یک سر رأس آن ۶ یال و از ۳ رأس دیگری با درجه‌ی ۸ ۳ یال پاک می‌کنیم، به دنباله‌ی درجات زیر دقت کنید.

$$\boxed{9},9,9,9,9,9,9,9,9,9 \rightarrow 3,\boxed{8},8,8,8,8,8,9,9,9 \rightarrow 3,5,7,7,7,8,8,9,9,9$$

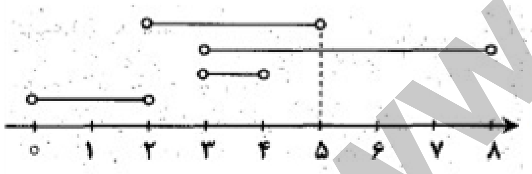
یعنی کافی است ۶ + ۳ یال از گراف کامل پاک کنیم.

$$\binom{10}{2} - 9 = 45 - 9 = 36$$

۲۱۱ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. برای آن‌که $\deg(a) = 4$ باشد، باید از بین ۵ رأس دیگر ۴ تا را انتخاب کنیم و به a وصل کنیم $\left(\binom{5}{4}\right)$ و حالا از بین ۱۰ یالی که می‌توان بین ۵ رأس دیگر ساخت باید ۲ تا را انتخاب کنیم که با ۴ تا یالی که از a می‌گذرد داشته باشیم: $q = 6$، لذا چون این دو عمل مستقل از هم است بنابر اصل ضرب خواهیم داشت:

$\Rightarrow$ جواب نهایی : $\binom{5}{4}\binom{10}{2} = 225$

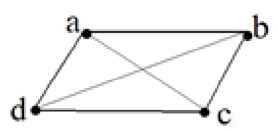
نکته: اگر هم برای اندازه‌ی گراف و هم برای درجه‌ی رئوس شرط تعیین شده بود، ابتدا درجه‌ی رئوس را انتخاب می‌کنیم و سپس شرط اندازه را بر گراف اعمال می‌کنیم.



۲۱۲ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. x بازه‌ای است که با $(0,2)$ و $(3,8)$ و $(3,4)$ و $(2,5)$ اشتراک دارد. اگر x بخواهد با این ۴ بازه اشتراک داشته باشد، حداقل باید بازه‌ی $[2,3]$ را در خودش جای دهد و با بازه‌ی $(6,9)$ اشتراک نداشته باشد که فقط در گزینه‌ی ۳ این گونه است.

اگر $x = (1,8)$ باشد، این رأس باید با $(6,9)$ مجاور باشد در حالی که مجاور نیستند. اگر $x = (2,9)$ باشد، باید با $(6,9)$ مجاور باشد که با توجه به شکل مجاور نیستند. همچنین در مورد $x = (0,7)$ که باید با $(6,9)$ مجاور باشد که نیست.

۲۱۳ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. گراف کامل k_4 به صورت زیر است ۴ دور با طول ۳ abca ،abda ،acda ،bcdb و ۳ دور با طول ۴ abcda ،acdba ،adbca جمعاً ۷ دور وجود دارد.



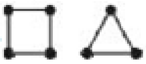
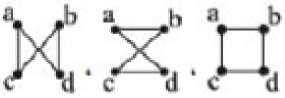
روش دوم:

$$k_p \text{ تعداد کل دورها در گراف } = \sum_{m=3}^{p} \binom{p}{m} \times \frac{(m-1)!}{2} \xrightarrow{k_4} \binom{4}{3} \times \frac{2!}{2} + \binom{4}{4} \times \frac{3!}{2} = 7$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

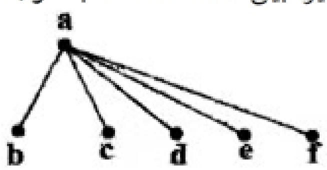
۲۱۴) گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دو رأس درجه‌ی ۵ و دو رأس درجه‌ی ۳ را کنار گذاشته و ۸ رأس باقی‌مانده را تبدیل به گراف کامل می‌کنیم، که تعداد یال‌های آن $۲۸ = \binom{۸}{۲}$ است. اکنون دو رأس درجه‌ی ۵ و دو رأس درجه‌ی ۳ را به رئوس این گراف $k_۸$ وصل می‌کنیم تا بیش‌ترین تعداد یال به دست آید، بنابراین:

$$\max(q) = ۲۸ + ۵ + ۵ + ۳ + ۳ = ۴۴$$

۲۱۵) گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با هفت رأس، گراف ۲- منتظم ناهمبند به‌صورت  رسم می‌شود که رئوس مثلث به $\binom{۷}{۳}$ حالت انتخاب می‌شوند و ۴ضلعی به ۳ حالت () می‌تواند رسم شود. پس تعداد این گرف‌ها برابر است با:

$$\binom{۷}{۳} \times ۳ = ۱۰۵$$

۲۱۶) گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی بین دو رأس در گراف، طول کوتاه‌ترین مسیر بین آن‌ها است. با توجه به‌صورت سؤال، شکل گراف به‌صورت روبه‌روست:



همان‌طور که از شکل گراف مشهود است، با اضافه کردن ۴ یال یعنی یال‌های he ، ed ، de و ef ، دوری به طول ۶ در گراف ایجاد می‌شود.

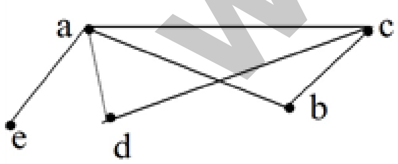
نکته: اگر گراف G از مرتبه‌ی $p \geq ۳$، دوری از مرتبه‌ی p داشته باشد، آن‌گاه G را گراف همیلتنی می‌نامیم.

۲۱۷) گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم تعداد یال‌های گراف همبند از مرتبه‌ی p در محدوده‌ی $\underbrace{p - ۱}_{\text{درخت}} \leq q \leq \underbrace{\binom{p}{۲}}_{\text{گراف کامل}}$ قرار دارد، بنابراین:

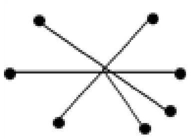
$$\min(q) = p - ۱ = ۶$$

۲۱۸) گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. گراف از مرتبه ی ۵ با درجه راس ۱ و ۲ و ۲ و ۳ و ۴ را رسم می‌کنیم فقط یک دور abcda با طول ۴ موجود است.



۲۱۹) گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. گراف G دارای ۱۰ رأس و سه بخش است برای ماکسیمم درجه G دو بخش را با درجه صفر در نظر می‌گیریم در نتیجه بخش سوم دارای ۸ رأس است که ماکسیمم درجه‌ی آن ۷ می‌باشد.

۲۲۰) گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف گراف بازه‌ها از روی نمودار خواهیم داشت:



$c \cap a = \varnothing \ , \ d \cap a = \varnothing \ , \ c \cap b \neq \varnothing \ , \ d \cap b \neq \varnothing \ , \ c \cap b \neq \varnothing$

در نتیجه $c = (۲, ۳)$ ، $d = (۲, ۴)$ مورد قبول است.

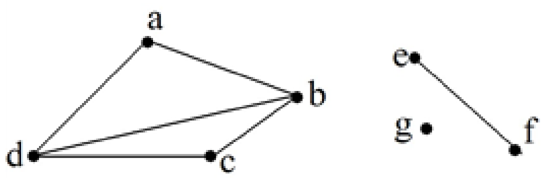
تلفن تماس: ٠٢٦٣٣٤٠٨٩٤٤

۲۲۱ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. مجموع نامه‌های ارسالی ۱۵ = ۳ × ۵ می‌باشد، درصورتی‌که مجموع درجه رأس‌های هر گراف عدد زوج است لذا این عمل نشدنی است.

۲۲۲ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در گراف کامل از مرتبه P از رأس به P - ۱ رأس دیگر وصل می‌شود یعنی هر رأس از درجه P - ۱ است لذا مجموع رأس‌های گراف کامل از مرتبه ۷ برابر ۴۲ = ۶ × ۷

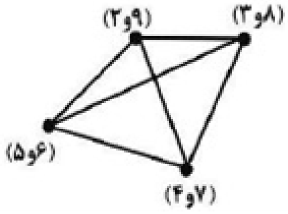
۲۲۳ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. گراف مفروض دارای ۵ یال است. مجموع درجه‌ها دو برابر تعداد یال‌ها است، یعنی مجموع درجه‌ها ۱۰ می‌باشد.

۲۲۴ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. شکل گراف رسم شود از ۳ بخش جداگانه از هم تشکیل شده است.



۲۲۵ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار گراف را رسم می‌کنیم.

کافی است تعداد دورهای گراف k_4 را محاسبه کنیم:



$$\binom{4}{4}\frac{3!}{2}=3$$

۲۲۶ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به این که بخشی از شکل  یک چهارضلعی فاقد قطر ایجاد شده است. پس گراف قطعاً بازه‌ای نیست.

۲۲۷ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. به راحتی می‌توان با شمارش به جواب ۱۲ رسید.

۲۲۸ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

دو نوع دور به طول ۶ قابل رسم است. دورهایی که یکی از رأس‌های بیرونی را نپوشاند مانند دور abcgfea که به ازای هر رأس بیرونی یک دور به این‌صورت داریم لذا جمعاً ۵ دور به این صورت داریم. دورهایی که یکی از رأس‌های درونی را نپوشاند مانند دور abcdefa که به ازای هر رأس درونی یک دور به این‌صورت داریم لذا جمعاً ۵ دور نیز به این‌صورت داریم. پس جمعاً ۱۰ دور به طول ۶ داریم. البته اگر کمی زیرک باشید متوجه می‌شوید الگوی بالایی و پایینی در واقع یکی است و این که سه یال متوالی از بیرون و یک یال از درون انتخاب شود یا بالعکس، سرانجام تفاوتی ندارد، می‌توان گفت از الگوی بالایی ۱۰ دور داریم.

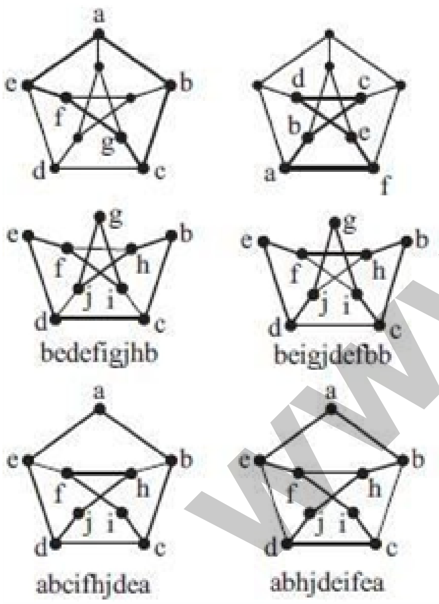
نکته: گراف پترسن دارای ۱۲ دور به طول ۵، ۱۰ دور به طول ۶، ۱۵ دور به طول ۸ و ۲۰ دور به طول ۹ است و دورهای به طول ۳، ۴، ۷ و ۱۰ را ندارد. مثلاً دورهای به طول ۹ در گراف پترسن به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

گراف پترسن ۳- نظم مرتبه‌ی ۱۰ است. دوری به طول ۹، شامل ۹ رأس متمایز است لذا دور موردنظر باید از یکی از رئوس نگذرد، این کار به یکی از دو صورت زیر امکان‌پذیر است:

۱) رأس موردنظر از بیرون گراف انتخاب شود. حال دورهای به طول ۹ این گراف را می‌شماریم که کاری آسان‌تر است. ابتدا رأس a و یال‌هایش را حذف می‌کنیم، در این حالت ۲ دور مقابل قابل تولید است (برای رسم دورهای همیلتنی این گراف، رأس‌های درجه‌ی ۲ هر دو یالشان را پررنگ می‌کنیم چون حتماً باید در دور حضور داشته باشند.) حال این رأس خارجی هرکدام از ۵ رأس می‌تواند باشد، پس جمعاً ۱۰ دور به این‌صورت موجود است.

۲) رأس موردنظر از درون گراف انتخاب شود، باز هم ۲ دور قابل تولید است. حال این رأس داخلی هرکدام از رئوس می‌تواند باشد. ابتدا رأس g و یال‌هایش را حذف می‌کنیم، پس ۱۰ دور نیز به این‌صورت قابل رسم است لذا جمعاً ۲۰ درو به طول ۹ داریم.

در واقع در این‌جا هم می توان گفت که هر دو الگوی سمت راست و هر دو الگوی سمت چپ نیز سرانجام یکی هستند و از الگوی یکسانی پیروی می‌کنند و از هرکدام نیز ۱۰ دور داریم.



bedefigjhb — beigjdefbb — abcifhjdea — abhjdeifea

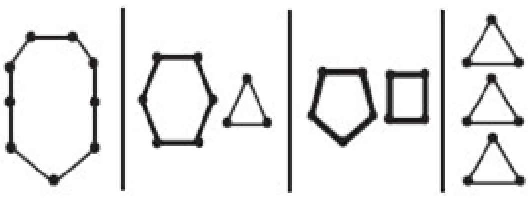
۲۲۹ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. گراف ساده‌ی G در حالتی‌که گراف کامل $k_۶$ باشد، عبارت $p\delta^۲ + q\Delta^۲$ بیش‌ترین مقدار خود را دارد بنابراین:

$$q_{max} = \binom{p}{۲} = \binom{۶}{۲} = ۱۵$$

$$\Delta_{max} = \delta_{max} = p - ۱ = ۵$$

$$p\delta^۲ + q\Delta^۲ = ۶\times ۵^۲ ۱۵\times ۵^۲ = ۲۱\times ۵^۲ = ۵۲۵$$

۲۳۰ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. تعداد ریخت‌های گراف G و $\vec{G}$ یکسان است. گراف ۶ منتظم مرتبه‌ی ۹ مکمل گراف ۲ منتظم مرتبه‌ی ۹ است و برعکس لذا داریم.
چهار ریخت گراف ۲ منتظم مرتبه‌ی ۹ موجود است.



۲۳۱ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} ۱\times\Delta+(p-۱)\,\delta\leqslant ۲q \\ \Delta\leqslant p-۱ \end{array}\right\}\rightarrow ۱\times\Delta+\Delta\times\delta\leqslant ۲q$$

$$(۱+\delta)\,\Delta\leqslant ۲q\rightarrow ۵\Delta\leqslant ۳۸\rightarrow\Delta\leqslant\frac{۳۸}{۵}=۷/۶$$

$$\rightarrow \text{Max }\Delta=۷$$

۲۳۲ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$p^{۲}-۲(p-۱)=۶۵\rightarrow p^{۲}-۲p=۶۳$$

$$p\,(p-۲)=۹\times۷\rightarrow p=۹$$

تعداد مسیرهای به طول حداقل ۲ $\binom{p-۱}{۲}=\binom{۸}{۲}=۲۸$

۲۳۳ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{q_{max}}_{\text{ناهم بند}}=\binom{p-۱}{۲}=\binom{۷}{۲}=۲۱$$

۲۳۴ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون $p=۶$ پس رأس از درجه‌ی ۵ فول است و چون گراف دارای ۳ رأس از درجه‌ی فول است لذا داریم: $\delta\geqslant ۳$
اما تعداد رئوس فرد نمی‌تواند فرد باشد پس $\delta=۴$ نمی‌تواند باشد همچنین چون دنباله‌ی نزولی است $\delta=۵$ نیز نادرست است.

۲۳۵ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$۲q=۲\,(P-۱)\rightarrow ۸\times۱+۲\times۲+x\times۴=۲\,(۸+۲+x-۱)$$

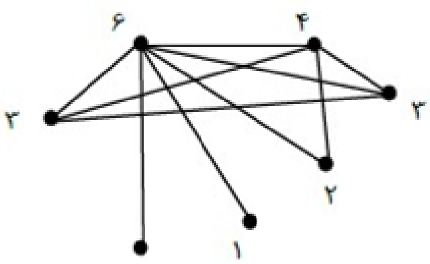
$$۴x+۱۲=۱۸+۲x\rightarrow ۲x=۶\rightarrow x=۳$$

$$P=۸+۲+۳=۱۳$$

۲۳۶ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. چون $P=۷$ دنباله نمی‌تواند نزولی باشد زیرا در این صورت $a=b=c=۶$ و گراف دارای ۴ رأس فول از درجه‌ی ۶ خواهد بود در صورتی که $\delta=۳$ و این قابل قبول نیست. همچنین چون گراف دارای رأس فول از درجه‌ی ۶ است نمی‌تواند رأس ایزوله داشته باشد پس: $a\,,\,b\,,\,c\neq ۰$ چون تعداد رئوس فرد نمی‌تواند فرد باشد حالت $a=b=c=۱$ نیز قابل قبول نیست. بنابراین داریم:

$$a=۲\,,\,b=c=۱\rightarrow a+b+c=۴$$

۶,۴,۳,۳,۲,۱,۱



تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۳۷ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$۷,۵,۵,۴,۴,۴,۳,۲ \qquad P = ۸$

دنباله‌ی نزولی درجات رئوس گراف مکمل

$۰,۲,۲,۳,۳,۳,۴,۵ \rightarrow ۵,۴,۳,۳,۳,۲,۲,۰$

$۲q = ۲۲ \rightarrow q = ۱۱$

$r_{\circ}\ P = ۲q \rightarrow ۵ \times ۸ = ۲q \rightarrow q = ۲۰$

$۲۰ - ۱۱ = ۹$

۲۳۸ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$\Delta = P - ۲$

$\delta = P - ۳$

گراف کامل ۲ - P منتظم، گراف $K_{P-۱}$ است.

$$q + \delta = ۲۵ \rightarrow \binom{P-۱}{۲} - ۱ + (P+۳) = ۲۵ \rightarrow P^۲ - P - ۵۶ = ۰$$

$$(P-۸)(P+۷) = ۰ \rightarrow P = ۸$$

میانگین درجات رئوس گرافی که یک یال کم‌تر از گراف $K_۷$ دارد عبارت است از:

$$q_۱ = \binom{۷}{۲} - ۱ = ۲۰$$

$$\rightarrow \frac{۲q_۱}{P_۱} = \frac{۴۰}{۷} = ۵/۷$$

$$P_۱ = ۷$$

۲۳۹ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. محاسبه‌ی تعداد گراف‌هایی که مسیر $v_۱, v_۴, v_۵, v_۲, v_۳$ در آن موجود باشد راحت‌تر است، به همین دلیل تعداد کل گراف‌هایی را که می‌توان ایجاد کرد را محاسبه کرده و تعداد گراف‌هایی را که در آن مسیر فوق وجود دارد را از آن کم می‌کنیم:

$$p = ۵ \Rightarrow q_{max} = \binom{۵}{۲} = ۱۰$$

هرکدام از یال‌ها ۲ حالت دارند، می‌توانند در گراف باشند و یا نباشند، پس طبق اصل ضرب تعداد کل گراف‌هایی که می‌توان ایجاد کرد برابر است با:

$$\text{تعداد کل گراف‌ها} = \underbrace{\underset{\text{حالت}}{۲} \times \underset{\text{حالت}}{۲} \times \ldots \times \underset{\text{حالت}}{۲}}_{\text{۱۰تا}} = ۲^{۱۰} = ۱۰۲۴$$

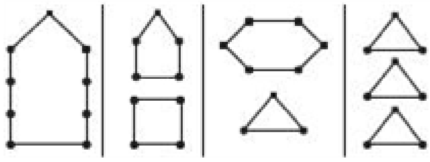
اما در گراف‌هایی که مسیر فوق موجود است ۴ یال $v_۱v_۴$ ، $v_۴v_۵$ ، $v_۵v_۲$ ، $v_۲v_۳$ الزاماً وجود خواهند داشت، پس این ۴ یال یک حالت داشته و ۶ یال دیگر می‌توانند ۲ حالت داشته باشند:

$$\text{تعداد گراف‌هایی که مسیر به طول ۴ در آن هست} = \underbrace{\underset{\text{حالت}}{۲} \times \ldots \times \underset{\text{حالت}}{۲}}_{\text{۶تا}} = ۲^۶ = ۶۴$$

پس جواب نهایی عبارت است از:

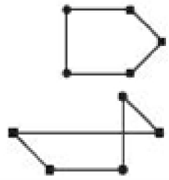
$$۱۰۲۴ - ۶۴ = ۹۶۰$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴



۲۴۰ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.
چون یکی از مقادیر زوج است حتماً گراف منتظمی وجود دارد ولی می‌توان به مؤلفه‌های کوچک‌تر هم تقسیم کرد.

۲۴۱ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. دورهای به طول ۵ به دو شکل پنج‌ضلعی و پروانه‌ای است.



$\to$ ۲ تا
$\to$ ۴ تا
$\Rightarrow$ ۶ دور به طول ۵

۲۴۲ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

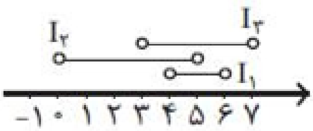
$$K_۵ \text{ تعداد دور در گراف } = \binom{۵}{۵} \times \frac{(۵-۱)!}{۲} = ۱۲$$

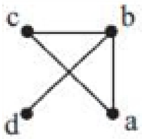
۲۴۳ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. از این‌که مجموع درجات در گراف ساده برابر با $۲q$ است استفاده می‌کنیم. اگر تعداد رئوس با درجه‌ی ۳ را x فرض کنیم، تعداد رئوس با درجه‌ی ۲ برابر با $۲۱ - x$ است و داریم:

$$\sum di = ۲q \Rightarrow ۱ \times ۱ + (۲۱ - x) \times ۲ + x \times ۳ + ۲ \times ۴ = ۵۸$$
$$\Rightarrow ۱ + ۴۲ - ۲x + ۳x + ۸ = ۵۸ \Rightarrow x = ۷$$

پس ۷ رأس با درجه‌ی ۳ و یک رأس با درجه‌ی ۱ وجود دارد و جمعاً ۸ رأس فرد خواهیم داشت.

۲۴۴ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا سه بازه‌ی نخست را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهیم. بازه‌ی $(-۱,x)$ مربوط به رأس d خواهد بود و باید تنها با بازه‌ی $(۰,۵)$ اشتراک داشته باشد، پس x می‌تواند مقادیر صحیح ۱، ۲ و ۳ به خود بگیرد.





۲۴۵ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. در متن کتاب گسسته از گراف اویلری نام برده نشده است ولی می‌دانیم گرافی که با یک‌بار قلم گذاشتن روی کاغذ قابل رسم بوده (بدون تکرار یال) به نقطه‌ی شروع بازمی‌گردیم یک گراف اویلری است که باید درجه‌ی تمام رأس‌ها زوج باشد. چون قرار است حداکثر q را به‌دست آوریم پس:

$$\sum degV_i = ۲q \Rightarrow \underbrace{۸ + ۸ + \ldots + ۸}_{\text{۱۰ تا}} = ۲q \Rightarrow q = ۴۰$$

۲۴۶ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

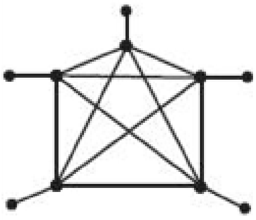
$$\binom{۵}{۲} \times \underline{a}\ \underline{b}\ \underline{۲}\ \underline{۱}\ \underline{a} = ۲۰$$

در دور به‌طول ۴، ۴ رأس می‌خواهیم a و b هستند، پس ۲ رأس از ۵ رأس برمی‌داریم و جایگشت این ۴ رأس را طوری که شامل ab باشد انجام می‌دهیم.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۴۷ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

گراف موردنظر به‌صورت یک گراف $K_{۵}$ بوده که هر رأس آن یک شاخه دارد یعنی:



در نتیجه دورهایی به طول‌های ۳ و ۴ و ۵ دارد.

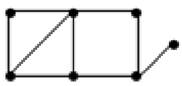
دور به طول ۳ $= \binom{۵}{۳} \times \frac{(۳-۱)!}{۲} = ۱۰$

دور به طول ۴ $= \binom{۵}{۴} \times \frac{(۴-۱)!}{۲} = ۱۵$

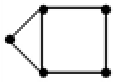
دور به طول ۵ $= \binom{۵}{۵} \times \frac{(۵-۱)!}{۲} = ۱۲$

۲۴۸ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم شکل ظاهری گراف اهمیتی ندارد پس سعی می‌کنیم تا جایی که امکان دارد پیچ و قالب گراف را باز کنیم.

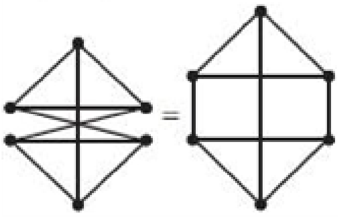
گزینه‌ی (۱): حفره داریم بازه‌ای نیست.



گزینه‌ی (۲): حفره داریم بازه‌ای نیست.



گزینه‌ی (۳): حفره داریم بازه‌ای نیست.



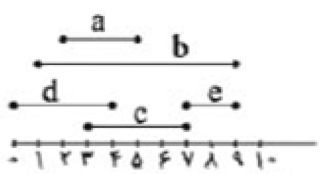
۲۴۹ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

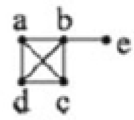
$$\binom{۵}{۵} \times \frac{(۵-۱)!}{۲} = ۱۲$$

نکته: تعداد دور به طول m در گراف کامل از مرتبه‌ی P برابر است با $\binom{P}{m} \times \frac{(m-۱)!}{۲}$

۲۵۰ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. در گزینه‌های (۱) و (۳) رأس‌هایی وجود دارند که بین آن‌ها ۲ یال وجود دارد. گزینه‌ی (۴) نیز در یک رأس طوقه دارد.

۲۵۱ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.



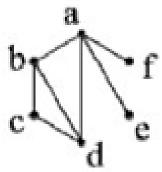


$a = (۲ , ۵)$ $\quad b = (۱ , ۹)$

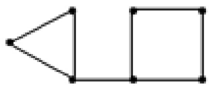
$c = (۳ , ۷)$ $\quad d = (۰ , ۴)$

$e = (۷ , ۹)$

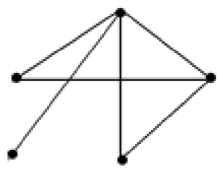
چنان‌چه ملاحظه می‌شود رأس نظیر $e = (۷ , ۹)$ با سه رأس a، c و d غیرمجاور است.

۲۵۲ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. شکل گراف  است که دارای ۳ دور abda ، bcdb و abcda است.

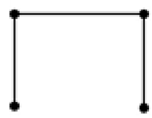
۲۵۳ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

شکل اصلی گراف چنین است :  پس : ۲ دور ⇐ یک دور با طول ۳ / یک دور با طول ۴

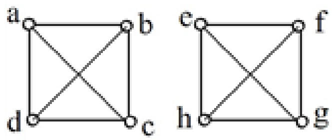
۲۵۴ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.



شرایط دنباله درجات:
الف: درجه هر رأس کمتر از مرتبه گراف است.
ب: تعداد رأس‌های فرد هر گراف زوج است. ۴,۴,۳,۲,۱
ج: اگر k رأس از درجه‌ی p-۱ داشتیم، حداقل درجه‌ی رئوس k می‌باشد.

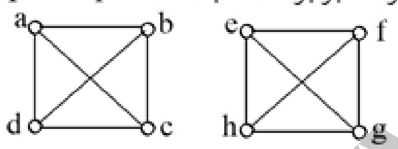
۲۵۵ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. فقط همبند 

۲۵۶ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. گراف ۳- منتظم باید حداقل ۴ راس داشته باشد، در نتیجه اگر یک گراف ۸ راسی ناهمبند قرار باشد ۳- منتظم هم باشد، الزاما باید به دو بخش ۴ راسی افراز شود. یعنی مطابق شکل دو گراف کامل K_4 داریم. در هر یک از بندها ۳ دور به طول چهار و در مجموع ۶ دور به طول چهار وجود دارد:



abcda و abdca و acbda و efghe و efhge و egfhe

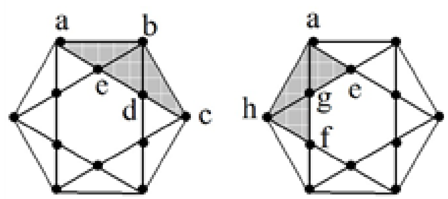
۲۵۷ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که مجموع درجات رئوس در این گراف برابر است با: $3p = 2q = 24$، پس $p = 8$ و در نتیجه شکل این گراف ناهمبند به صورت مقابل است:

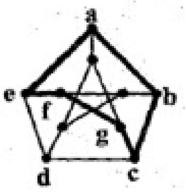


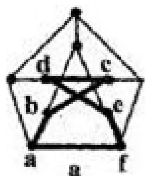
$$\text{تعداد دورها} = 2 \times \left[\binom{4}{4} \times \frac{(4-1)!}{2}\right] = 6$$

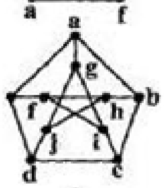
البته با شمارش تعداد دورهای به طول ۴ هم می‌توانستیم تست را حل کنیم: acbda و abdca و abcda و به همین ترتیب egfhe و efhge و efghe، بنابراین در مجموع ۶ دور به طول ۴ وجود دارد.

۲۵۸ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. یک نمونه از دورهای به طول ۵، در شکل هاشورخورده است: aegfha، که ۶ دور به طول ۵ هم به این صورت وجود دارد abcdea. پس در مجموع ۱۲ دور به طول ۵ وجود دارد.









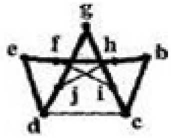
۲۵۹ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. دو نوع دور به طول ۶ قابل رسم است. دورهایی ک یکی از رأس‌های بیرونی را نپوشاند مانند دور abegfea که به ازای هر رأس بیرونی یک دور به این صورت داریم. لذا جمعاً ۵ دور به این صورت داریم.

دورهایی که یکی از رأس‌های درونی را نپوشاند مانند دور abcdefa که به ازای هر رأس درونی یک دور به این صورت داریم. لذا جمعاً ۵ دور نیز به این صورت داریم. پس جمعاً ۱۰ دور به طول ۶ داریم. البته اگر کمی زیرک باشید متوجه می‌شوید الگوی بالایی و پایینی در واقع یکی است و اینکه سه یال متوالی از بیرون و یک یال از درون انتخاب شود یا بالعکس سرانجام تفاوتی ندارد. می‌توان گفت از الگوی بالایی ۱۰ دور داریم.

نکته: گراف پترسن دارای ۱۲ دور به طول ۶، ۱۵ دور به طول ۸ و ۲۰ دور به طول ۹ است و دورهای به طول ۳، ۴ و ۷ و ۱۰ را ندارد.

مثلاً دورهای به طول ۹ در گراف پترسن به صورت زیر قابل محاسبه است:

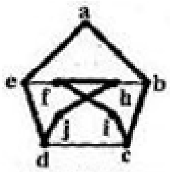
bcdefigjhb



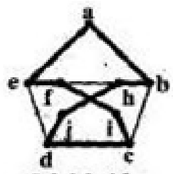
bcigjdefhb

گراف پترسن ۳- منتظم مرتبه‌ی ۱۰ است. دوری به طول ۹ شامل ۹ رأس متمایز است. لذا دور مورد نظر باید از یکی از رئوس نگذرد. این کار به یکی از دو صورت زیرامکان‌پذیر است:

۱) رأس مورد نظر از بیرون از گراف انتخاب شود.



abcifhjdea



abhjdcifea

حال دورهای به طول ۹ این گراف را می‌شماریم که کاری آسان‌تر است. ابتدا رأس a و یال‌هایش را حذف می‌کنیم. در این حالت ۲ دور مقابل قابل تولید است (برای رسم دورهای همیلتنی این گراف، رأس‌های درجه‌ی ۲، هر دو یالشان را پررنگ می‌کنیم چون حتماً باید در دور حضور داشته باشند).

حال این رأس خارجی هر کدام از ۵ رأس می‌تواند باشد. پس جمعاً ۱۰ دور به این صورت موجود است.

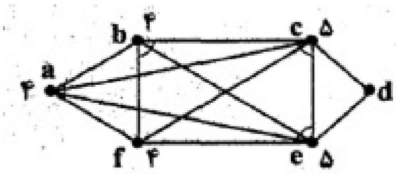
۲) رأس مورد نظر از درون گراف انتخاب شود.

باز هم ۲ دور قابل تولید است.

حال این رأس داخلی هر کدام از رئوس می‌تواند باشد. ابتدا رأس g و یال‌هایش را حذف می‌کنیم. پس ۱۰ دور نیز به این صورت قابل رسم است. لذا جمعاً ۲۰ دور به طول ۹ داریم.

در واقع در اینجا هم می‌توان گفت که هر دو الگوی سمت راست و هر دو الگوی سمت چپ نیز سرانجام یکی هستند و از الگوی یکسانی پیروی می‌کنند و از هر کدام نیز ۱۰ تا دور داریم.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴



۲۶۰ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. در مسائلی که دنباله‌ی درجه‌ی گراف را داده و تعداد دورهای آن را می‌خواهد، ابتدا باید شکل گراف را رسم کنیم. این گراف گراف $k_۶$ است که از یکی از رأس‌های آن سه یال پاک کرده‌ایم. قسمتی از شکل گراف کامل $k_۵$ است. دورهای به طول ۳ در آن عبارتند از:

$$\binom{۵}{۳} \times \frac{۲!}{۲} = ۱۰$$

و یک دور به طول ۳ هم c , d , e , c است. لذا در کل ۱۱ دور داریم.

نکته‌ی ۱: در چنین سؤالاتی سعی می‌کنیم گراف را به صورت مسطح رسم کنیم (یعنی حتی‌الامکان باید یال‌ها از روی هم رد نشوند).

نکته‌ی ۲: تعداد دورها به طول m $(m \geqslant ۳)$ در گراف کامل k_p $(p \geqslant ۳)$ برابر است با:

$$\binom{p}{m} \times \frac{(m-۱)!}{۲}$$

دقت کنید که جایگشت رئوس در دور، دایره‌ای قابل وارونه‌سازی است یعنی اولاً نقطه‌ی شروع اهمیت ندارد، ثانیاً قابل وارونه‌سازی است. مثلاً دورهای زیر مشابه‌اند:

abcda ≡ bcdab ≡ cdabc ≡ dabcd (نقطه‌ی شروع مهم نیست.)

abcda ≡ adcba .(جهت چرخش مهم نیست)

نکته‌ی ۳: تعداد کل دورها در k_p برابر است با:

$$\sum_{m=۳}^{p} \binom{p}{m} \times \frac{(m-۱)!}{۲}$$

مثلاً داریم:

$k_۳$ در: $\binom{۳}{۳} \times \frac{۲!}{۲} = ۱$

$k_۴$ در: $\binom{۴}{۳} \times \frac{۲!}{۲} + \binom{۴}{۴} \times \frac{۳!}{۲} = ۷$

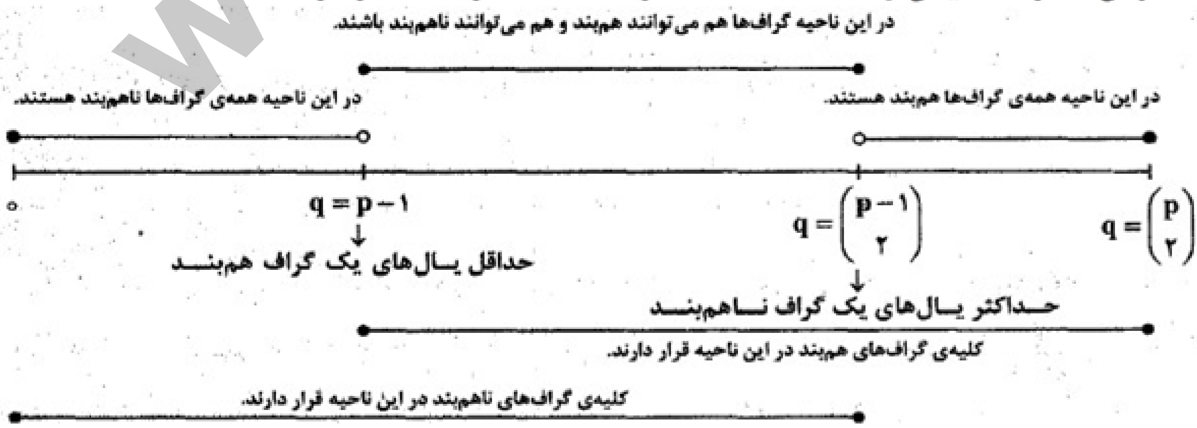
$k_۵$ در: $\binom{۵}{۳} \times \frac{۲!}{۲} + \binom{۵}{۴} \times \frac{۳!}{۲} + \binom{۵}{۵} \times \frac{۴!}{۲} = ۳۷$

$k_۶$ در: $\binom{۶}{۳} \times \frac{۲!}{۲} + \binom{۶}{۴} \times \frac{۳!}{۲} + \binom{۶}{۵} \times \frac{۴!}{۲} + \binom{۶}{۶} \times \frac{۵!}{۲} = ۱۹۷$

۲۶۱ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. حداکثر یال‌های یک گراف ناهمبند مرتبه‌ی p هنگامی است که از یک رأس ایزوله $k_{p-۱}$ تشکیل شده باشد.

$$q = \binom{p-۱}{۲} = \binom{۹}{۲} = ۳۶$$

در مورد گرافی از مرتبه‌ی p می‌توان بسته به اندازه‌ی گراف حالات زیر را در نظر گرفت.



تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۶۲ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. مسیر به طول ۴، دنباله‌ای شامل ۵ رأس گراف است. حال چون می‌خواهیم رئوس a و b در مسیر باشند. باید ابتدا از بین ۴ رأس باقی‌مانده ۳ رأس را انتخاب کنیم سپس این ۵ رأس را با در نظر گرفتن ترتیب در کنار هم می‌چینیم. دقت کنید که چون مسیر جهت ندارد، جایگشت‌های هر مسیر را نباید ۲ بار نوشت:

$$\binom{۴}{۳} \times \frac{۵!}{۲} = ۲۴۰$$

یادآوری: برای کنار هم قرار دادن n شیء متمایز دو روش وجود دارد:

۱) صف: یعنی ابتدا و انتهای جایگشت اهمیت دارد و مشخص است که در این صورت جایگشت اشیاء n! می‌باشد.

۲) دایره‌ای: ابتدا و انتهای جایگشت معلوم نیست. در این صورت جایگشت اشیاء $(n-۱)!$ است. (ابتدا یکی از اشیاء را به صورت دلخواه در یکی از جایگاه‌ها قرار داده و سپس بقیه‌ی اشیاء را نسبت به آن شیء می‌چینیم.)

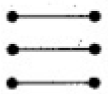
هم‌چنین جایگشت‌ها را می‌توان به دو نوع زیر دسته‌بندی کرد:

۱) قابل وارونه‌سازی، در این حالت جهت حرکت روی جایگشت اهمیت دارد و abcd یا dcha یکسان است. لذا باید کل حالات را بر ۲ تقسیم کنیم.

۲) غیرقابل وارونه‌سازی: در این حالت جهت حرکت مهم است و کل حالات متمایزند مانند ساختن کلمه یا عدد.

با توجه به تقسیم‌بندی فوق، مسیر، صف قابل وارونه‌سازی است.

۲۶۳ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. هنگامی که تعداد یال‌ها زیاد باشند و مکمل گراف، گراف ساده‌تری باشد، مناسب‌تر است از رسم گراف مکمل استفاده کنیم. مکمل گراف ۴- منتظم مرتبه‌ی ۶، گراف ۱- منتظم مرتبه‌ی ۶ است که فقط به شکل مقابل قابل رسم است:



نکته: مکمل گراف r- منتظم مرتبه‌ی p ، $(p-r-۱)$- منتظم است.

اصولاً گراف‌های ۰ - منتظم، $(p-۲)$ - منتظم و $(p-۱)$ - منتظم از مرتبه‌ی p در صورت وجود منحصر به فردند (در صورتی که p و r همزمان فرد نباشند).

۲۶۴ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\delta \leq \frac{۲q}{p} \Rightarrow ۲۰ \leq q \Rightarrow \min(q) = ۲۰$$

این گراف واقعی و قابل رسم است. کافی است گراف ۴- منتظم مرتبه‌ی ۱۰ را رسم کنیم. برای به دست آوردن حداکثر یال‌ها، گراف کامل $k_{۱۰}$ را در نظر گرفته و از یکی از رأس‌های آن ۵ یال کم می‌کنیم تا آن رأس درجه‌ی $\delta = ۴$ شود. لذا: $q_{max} = \binom{۱۰}{۲} - ۵ = ۴۰$

۹,۹,۹,۹,۹,۹,۹,۹,۹,۹ → ۴,۸,۸,۸,۸,۸,۹,۹,۹,۹

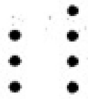
نکته: در هر گراف ساده داریم:

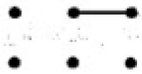
$$\begin{cases} \delta < \frac{۲q}{p} < \Delta & \Delta \neq \delta \\ \delta = \frac{۲q}{p} = \Delta & \Delta = \delta \end{cases}$$

باید توجه داشت که اگر در مورد یکی از Δ یا δ چیزی ندانیم می‌توانیم نامساوی فوق را به صورت یک‌جا بنویسیم:

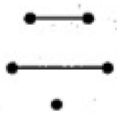
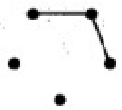
$$\delta \leq \frac{۲q}{q} \leq \Delta$$

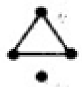
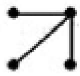
۲۶۵ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

اگر $p = ۷$ و $q = ۰$ باشد، گراف به صورت صفر منتظم رسم می‌شود (۱ حالت). 

اگر $p = ۶$ و $q = ۱$ باشد، گراف تنها به صورت  رسم می‌شود (۱ حالت).

اگر $p = ۵$ و $q = ۲$ باشد، ممکن است گراف رأس درجه‌ی ۲ داشته باشد یا نداشته باشد (۲ حالت).

اگر $p = ۴$ و $q = ۳$ باشد، گراف‌های    قابل رسم می‌باشد (۳ حالت).

از $p = ۳$ و $q = ۴$ به بعد گراف قابل رسم نیست، پس به ۷ صورت رسم می‌شود. دقت کنید که اگر کلمه‌ی «نوع» در سؤالی به کار رفته بود، منظور ریخت گراف‌ها یعنی نام‌گذاری نشدن رئوس است که باید با آزمون و خطا این گراف‌ها را به دست آورد.

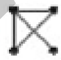
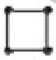
۲۶۶ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون این گراف فقط رأس‌هایی از درجه‌ی ۲ و ۸ دارد، بنابراین اگر فرض کنیم مرتبه‌ی گراف برابر p بوده و دارای x رأس از درجه‌ی ۸ باشد، در نتیجه تعداد رأس‌های از درجه‌ی ۲ برابر است با $(p - x)$، بنابراین:

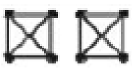
$$\sum_{i=۱}^{p} \deg x_i = ۲q \Rightarrow ۸ \times x + ۲(p - x) = ۲q \Rightarrow ۸x + ۲p - ۲x = ۲q \Rightarrow ۶x = ۲(q - p)$$

$$\Rightarrow q - p = ۳x$$

واضح است که اختلاف مرتبه و اندازه‌ی گراف باید مضرب ۳ باشد و در گزینه‌ها تنها ۴۲ مضرب ۳ می‌باشد.

۲۶۷ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در گراف دو منتظم، $p = q$ است و گراف‌های ۲ منتظم به شرطی بازه‌ای هستند که مرتبه یا اندازه‌ی آن‌ها مضرب ۳ باشد (آن‌ها را به صورت یک گراف ۲ منتظم مرتبه‌ی ۳ ناهمبند در نظر می‌گیریم یعنی از تعدادی مثلث جدا از هم تشکیل شده‌اند زیرا در غیر این‌صورت چندضلعی بدون قطر در آن به وجود می‌آید که گراف بازه‌ای نیست.) پس جواب می‌تواند ۱۲ باشد.

۲۶۸ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. مقادیر p و q را برابر ۴ در نظر می‌گیریم زیرا در صورت انتخاب مقادیر دیگری برای p و q، گرافی وجود ندارد یا گراف ناهمبند می‌شود. برای این حالت نیز دو نوع شکل  یا  را می‌توان رسم کرد که دومی به علت منتظم بودن غیرقابل قبول است. پس فقط یک نوع گراف با این مشخصات وجود دارد.

۲۶۹ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. گراف موردنظر که با حداقل رأس رسم می‌شود، ۳- منتظم مرتبه‌ی ۸ است. 

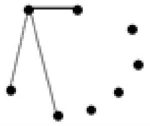
چنان‌چه ملاحظه می‌شود این گراف از دو گراف $k_۴$ تشکیل شده است و دارای $۸ = ۲ \times \binom{۴}{۳}\frac{(۳-۱)!}{۲}$ دور به طول ۳ است.

نکته: تعداد دورهای به طول m گراف کامل (k_p) برابراست با: $\binom{p}{m}\frac{(m-۱)!}{۲}$ و $۳ \le m \le p$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۷۰ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۲q}{p} \leq \Delta \Rightarrow \frac{۲q}{۸} \leq ۳ \Rightarrow q_{max} = ۱۲$$

ساده‌ترین گراف  $\Rightarrow q_{min} = ۳$

۲۷۱ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. درجات رئوس گراف ساده و همبند اعداد $۴,۳,۱,a,b,c$ است.

پس تعداد رئوس $p = ۶$ است. از طرفی $q = \frac{۳}{۲}p$ پس $q = ۹$ بوده و بنابراین $\sum deg = ۲q = ۱۸$ می‌باشد. پس:

$$۴ + ۳ + ۱ + a + b + c = ۱۸ \Rightarrow a + b + c = ۱۰$$

با توجه به این که $p = ۶$ است، حداکثر درجه‌ی یک رأس برابر $p - ۱ = ۵$ می‌باشد. حالات زیر متصور است:

حالت اول حذف: $۵ + ۴ + ۱ = ۱۰ \Rightarrow$ دنباله درجات: $۵ , ۴ , ۴ , ۳ , ۱ , ۱$

با توجه به قانون هاول حکیمی: $۵ , ۴ , ۴ , ۳ , ۱ , ۱ \Rightarrow ۳ , ۳ , ۲ , ۰ , ۰ \Rightarrow$ این گراف قابل رسم نیست.

حالت دوم: $۵ + ۳ + ۲ = ۱۰$ دنباله درجات: $۵ , ۴ , ۳ , ۳ , ۲ , ۱ \Rightarrow$

حالت سوم: $۴ + ۳ + ۳ = ۱۰ \Rightarrow \{a,b,c\} = \{۴,۳,۳\}$

می‌دانیم در یک مجموعه تکرار عضو جایز نیست و عضوی که چند بار تکرار شده باشد را باید فقط یک بار بنویسیم. بنابراین مجموعه‌ی $\{۴,۳,۳\}$ را به عنوان جواب نمی‌پذیریم.

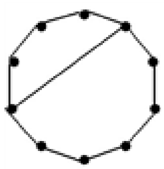
۲۷۲ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$p \times q = ۵۰ = ۵ \times ۱۰ = ۵ \times \binom{۵}{۲} \Rightarrow P = ۵$$

$$k_p \text{ تعداد دور به طول } r \text{ در } = \binom{p}{r}\frac{(r-۱)!}{۲} \Rightarrow \binom{۵}{۴} \times \frac{۳!}{۲} = ۱۵$$

۲۷۳ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. در هر گراف r - منتظم از مرتبه‌ی p همواره داریم: $۲q = rp$ بنابراین داریم:

$$۲q = rp \Rightarrow rp = ۲۰ \xrightarrow{r < p} \begin{cases} r = ۱ \\ p = ۲۰ \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} r = ۲ \\ p = ۱۰ \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} r = ۴ \\ p = ۵ \end{cases}$$



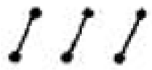
۲۷۴ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر گرافی از مرتبه ی ۱۰ بخواهد همبند باشد باید حداقل دارای ۹ یال باشد. بنابراین ۹ یال از ۱۱ یال مصرف ایجاد شرط همبندی می‌شود. حال بار سم ۲ یال دیگر مطابق شکل حداکثر ۳ دور پدید می‌آید.

۲۷۵ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. چون گراف از مرتبه ی $P = ۶$ دارای ۱۵ یال است و گراف کامل مرتبه‌ی $P = ۶$ نیز دارای $\binom{۶}{۲} = ۱۵$ یال است. پس گراف G گرافی کامل است و بنابراین از آن‌جا که تعداد دورهای همیلتنی گراف کامل مرتبه‌ی P یعنی دورهای به طول P برابر $\frac{(P-۱)!}{۲}$ است. پس داریم:

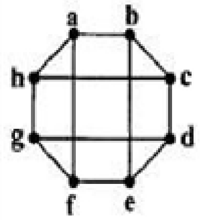
$$\text{تعداد دورهای همیلتنی گراف کامل مرتبه‌ی ۶} \ \frac{۵!}{۲} = ۶۰$$

نکته: تعداد دورهای به‌طول m در گراف K_p برابر است با: $\binom{p}{m} \times \frac{(m-۱)!}{۲}$

۲۷۶ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر ۲ یال در یک رأس مشترک باشند، مسیر به طول ۲ به وجود می‌آید. پس همه‌ی رأس‌های این گراف از درجه‌ی صفر یا یک هستند. حداکثر یال‌ها در این گراف به شکل روبه‌رو، ۳ تاست و در نتیجه ماتریس مجاورت آن دارای ۲q=۶ درایه ۱ است. دقت کنید که اگر گرافی مسیری با طول بزرگ‌تر از ۲ داشته باشد، حتماً مسیری به طول ۲ هم خواهد داشت.

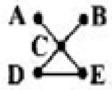


۲۷۷ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. این گراف سه دور افقی و سه دور عمودی به طول ۴ دارد. (چهارضلعی‌ها) پس مجموعاً ۶ دور به طول ۴ دارد. هم‌چنین بیش‌ترین فاصله بین دو رأس (مثلاً بین g و b) برابر است با ۳. (فاصله = طول کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس). دقت کنید که فاصله‌ی b از f برابر ۲ است. برای تصور بهتر بازه‌ها می‌توانیم آن‌ها را به صورت زیر رسم کنیم:



پس بازه‌ای که می‌خواهد فقط اشتراک داشته باشد، باید در فاصله‌ی ۲ تا ۶ قرار گرفته باشد.

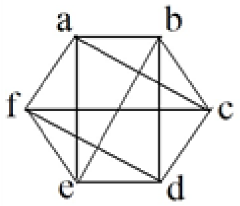
۲۷۸ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر رأس‌ها را به‌صورت مقابل نام‌گذاری کنیم:
$A(a,b)$ و $B(۰,۲)$ و $C(۱,۹)$ و $D(۶,۱۰)$ و $E(۷,۸)$ واضح است که رأس‌های C، D و E دوبه‌دو با هم اشتراک دارند و در نتیجه مجاورند و البته رأس C با B هم مجاور است پس گراف داده شده به‌صورت مقابل نام گذاری می‌شود:



پس رأس A تنها با C مجاور است و نباید با رئوس دیگر اشتراک داشته باشد. بدین ترتیب بزرگ‌ترین بازی ممکن برای A، عبارت است از $(۲,۶)$ که در این صورت $b-a=۴$ خواهد بود.

۲۷۹ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در گراف با مرتبه‌ی P و اندازه‌ی q داریم:

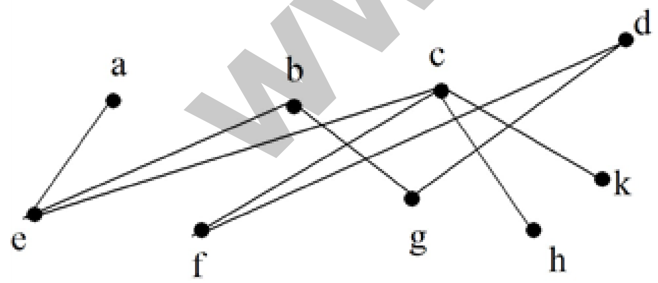
$$\begin{cases} ۲q=۴p \\ q=p+۶ \end{cases} \Rightarrow p=۶,\ q=۱۲$$



برای هر ۵ رأس اختیاری دو دور با طول ۵ وجود دارد، مثلاً a c d e b a , a b c d e a
پس کلاً ۱۲ دور با طول ۵ وجود دارد.

۲۸۰ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به گراف یک دور e b g d f c e به طول ۶ یک دور e b g c e به طول ۴ یک دور f c g d f به طول ۴ کلاً سه دور موجود است.



تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۸۱ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

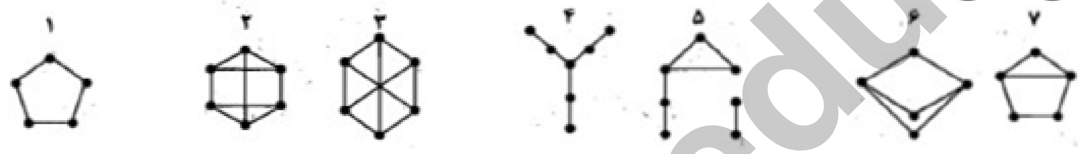
$$\begin{cases} p+q=۱۲ \\ q=\frac{rp}{۲} \quad \text{گراف منتظم} \end{cases} \Rightarrow p+\frac{rp}{۲}=۱۲ \Rightarrow (r+۲)\times p=۲۴=۱\times ۲۴=۲\times ۱۲$$

$$=۳\times ۸=۴\times ۶$$

بنابراین حالات ممکن برای r و p عبارت است از $\left|\begin{matrix} p=۶ \\ r=۲ \end{matrix}\right.$ و $\left|\begin{matrix} p=۸ \\ r=۱ \end{matrix}\right.$ و $\left|\begin{matrix} p=۱۲ \\ r=۰ \end{matrix}\right.$ که برای هرکدام از آن‌ها دقیقاً یک گراف ناهمبند وجود دارد.

۲- منتظم مرتبه‌ی ۶ ۱- منتظم مرتبه‌ی ۸ ۰- منتظم مرتبه‌ی ۱۲

۲۸۲ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. شکل گراف برای هر یک از گزینه‌ها به صورت مقابل است:



گزینه‌ی ۱ گزینه‌ی ۲ گزینه‌ی ۳ گزینه‌ی ۴

گراف‌های شکل ۱، ۲، ۳، ۶ و ۷ همگی دارای چندضلعی بدون قطر هستند، پس بازه‌ای نیستند.
شکل ۴ تنها درخت مرتبه ۷ است که بازه‌ای نیست.
فقط شکل ۵ می‌تواند بازه‌ای باشد، بنابراین گزینه‌ی ۳ جواب درست است.

۲۸۳ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. تعداد نامه‌های $۲۱=۷\times ۳$ یک عدد فرد است در صورتی‌که مجموع درجه‌های هر گراف عدد زوج است لذا نشدنی است .

۲۸۴ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اولاً باید گراف همبند باشد که تعداد حداقل یال برای آن‌که مطمئن باشیم گراف همبند است برابر است با: $\binom{p-۱}{۲}+۱$ که اگر یک یال دیگر بدهیم، حتماً گراف همیلتنی می‌شود:

$$\Rightarrow \binom{p-۱}{۲}+۲=\binom{۸}{۲}+۲=۳۰$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۸۵ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر مجموع درجات رئوس گراف ساده از مرتبه‌ی ۵ برابر با ۲۰ باشد یعنی این‌که، گراف کامل K_5 است. گراف کامل K_5 دارای سه نوع دور است.

$$\left.\begin{array}{l} \text{تعداد دورهای به طول ۳} = \binom{۵}{۳} \times \frac{(۳-۱)!}{۲} = ۱۰ \\ \text{تعداد دورهای به طول ۴} = \binom{۵}{۴} \times \frac{(۴-۱)!}{۲} = ۱۵ \\ \text{تعداد دورهای به طول ۵} = \binom{۵}{۵} \times \frac{(۵-۱)!}{۲} = ۱۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{تعداد دورها} = ۱۰ + ۱۵ + ۱۲ = ۳۷$$

توجه: تعداد دور به طول m در K_p برابر است با: $\binom{p}{m} \times \frac{(m-۱)!}{۲}$.

۲۸۶ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. تعداد رئوس فردِ هر گراف، باید زوج باشد. پس در گراف r- منتظم مرتبه‌ی ۹، مقدار r باید زوج باشد امّا گراف ناتهی و ناکامل است و از طرفی گراف $۲r$- منتظم هم وجود دارد و ناکامل است. یعنی $۲r < ۸$ است. اگر $r = ۰$ باشد، گراف‌مان یک گراف «تهی» می‌شود، پس قابل قبول نیست و بدین ترتیب اگر $r = ۲$ باشد، مشکلی نیست و اگر $r = ۴$ باشد، گراف کامل می‌شود که قابل قبول نیست.

۲۸۷ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

درجه	۱	۲	۵
تعداد	$x + ۲$	y	x

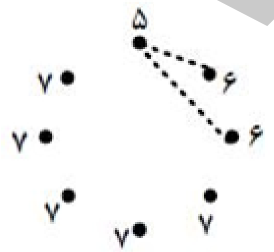
$$\xrightarrow{\text{مجموع}} P = ۲x + y + ۲ = ۱۳ : ۲x + y = ۱۱ \quad \text{(I)}$$

از طرفی $\sum \deg(v_i) = ۲q$ پس:

$$۱ \times (x + ۲) + ۲y + ۵x = ۲۸ \Rightarrow ۶x + ۲y = ۲۶ \quad \text{(II)}$$

$$\text{(I)}, \text{(II)} \Rightarrow \begin{cases} ۲x + y = ۱۱ \\ ۶x + ۲y = ۲۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ y = ۷ \end{cases}$$

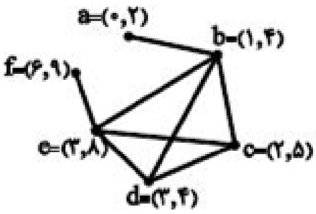
۲۸۸ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. گراف $K_۸$ را در نظر بگیرید. ۸ رأس از درجه‌ی ماکسیمم ۷ دارد. اگر یک یال از آن برداریم درجه‌ی ۲ رأس برابر ۶ می‌شود ولی هنوز درجه‌ی ۶ رأس دیگر ماکسیمم است. بنابراین لازم است یک یال دیگر نیز برداریم. پس جواب $۲۸ - ۲ = ۲۶$ می‌شود.



۲۸۹ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون هر یال بین دو رأس قرار دارد، لذا در گراف از اندازه‌ی ۱۳ حداکثر ۲۶ رأس، درجه‌ی ناصفر دارند. پس حداقل $۵۳ - ۲۶ = ۲۷$ رأس از درجه صفر می‌باشد.

۲۹۰ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. گراف همبند با درجه رأس‌ها به صورت ۱ و ۲ و ۲ و ۲ و ۳ و ۴ را رسم می‌کنیم. به طوری که دو رأس با درجه‌های ۳ و ۴ غیر مجاورند پیداست که در این شکل دوری با طول سه موجود نیست یا تعداد دورها با طول ۳ صفر است.

۲۹۱ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا گراف متناظر با بازه‌ها را برای بازه‌های (۶,۹)، (۳,۸)، (۳,۴)، (۲,۵)، (۱,۴) و (۰,۲) رسم می‌کنیم. داریم:

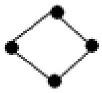


با توجه به شکل رسم شده واضح است دو یال ab و ef تأثیری در دور ندارد. لذا تنها لازم است که تعداد دور به طول ۴ را در گراف با رئوس b, c, d, e به‌دست آوریم. با دقت کردن در شکل، متوجه می‌شویم که گراف موجود، گراف کامل k_4 است.

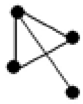
می‌دانیم تعداد دور به طول n در گراف کامل k_p از رابطه‌ی $\binom{p}{n}\frac{(n-1)!}{2}$ به‌دست می‌آید. داریم:

$$\binom{4}{4}\frac{(4-1)!}{2}=3$$

۲۹۲ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.



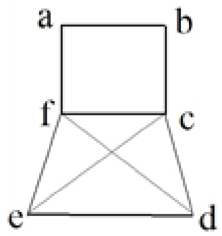
یا



$$P+q=8 \to \begin{cases} p=4 \\ q=4 \end{cases}$$

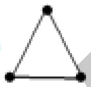
k_4 تعداد یال $=\binom{4}{2}=6 \Rightarrow 6-4=2$

۲۹۳ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.
نمودار این گراف به صورت مقابل است که دارای دو دور به طول ۶ است.



a-b-c-d-e-f-a

a-b-c-e-d-f-a

۲۹۴ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. گراف کامل مرتبه‌ی ۸ دارای $\binom{8}{2}=28$ یال است. باید ۳ یال از این گراف حذف کنیم، به‌طوری که کم‌ترین تعداد رأس را شامل شود. گراف ۳ یالی با حداقل رأس  است. بنابراین با حذف ۳ یال، دست‌کم درجه‌ی ۳ رأس دچار تغییر می‌شود و ۵ رأس از درجه‌ی ماکسیمم $(p-1=7)$ باقی می‌مانند.

۲۹۵ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. برای رسم یک گراف ۱۳ یالی حداقل ۶ رأس لازم است، زیرا:

$$q \le \binom{p}{2} \Rightarrow 13 \le \binom{p}{2} \Rightarrow 13 \le \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p(p-1) \ge 26 \Rightarrow p_{min}=6$$

بنابراین حداکثر ۳ = ۶ - ۹ رأس از درجه‌ی صفر داریم.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۹۶ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} q = p + r + ۱ \\ ۲q = p.r \end{cases} \Rightarrow \frac{p.r}{۲} = p + r + ۱ \Rightarrow p.r = ۲p + ۲r + ۲$$

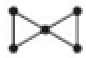
$$\Rightarrow p.r - ۲p - ۲r = ۲ \Rightarrow p(r - ۲) - ۲r = ۲ \xrightarrow{+۴} p(r - ۲) - ۲r + ۴ = ۶$$

$$\Rightarrow p(r - ۲) - ۲(r - ۲) = ۶ \Rightarrow (r - ۲)(p - ۲) = ۶ \times ۱ = ۳ \times ۲$$

$$\begin{cases} r - ۲ = ۲ \\ p - ۲ = ۳ \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} r - ۲ = ۱ \\ p - ۲ = ۶ \end{cases} \Rightarrow r = ۴ \text{ یا } ۳ \xrightarrow[\text{ناهمبند باشد}]{\text{گراف باید}} r = ۳ \text{ ، } p = ۸$$

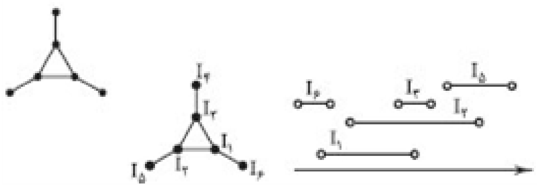
۲۹۷ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. گراف‌های مشاغل دور به طول فرد ندارند.

۲۹۸ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. $۶۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \rightarrow S: ۴, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲$

 دارای دور است.

۲۹۹ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. باید گراف را رسم کنیم: این گراف متناظر با بازه‌ها نیست، زیرا اگر فرض کنیم ۶ بازه یافت شود که این گراف متناظر با آن‌ها باشد، خواهیم داشت:

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید بازه‌ی $I_۴$ باید طوری رسم شود که فقط با بازه‌ی $I_۳$ دارای اشتراک باشد که چنین چیزی غیرممکن است.



۳۰۰ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $S: ۵, \overrightarrow{۴, ۳, ۲, ۱, ۱}$

$S': ۳, ۲, ۱, ۰, ۰$ گرافی ساده نیست.

۳) $\underline{۶, ۶}, ۵, ۴, ۳, ۳, ۱$ ✗

$۲\,\text{full} \rightarrow \delta \geq ۲$

۴) $\underline{۷, ۷, ۷}, ۶, ۶, ۶, ۶, ۵, ۲$ ✗

$۳\,\text{full} \rightarrow \delta \geq ۳$

* می‌توانیم از الگوریتم هاول استفاده کنیم.

توجه: اگر در گراف مرتبه‌ی p ، k راس از درجه‌ی $p - ۱$ داشته باشیم، آن‌گاه $\delta \geq k$.

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱	۲
۲	۳
۳	۳
۴	۳
۵	۳
۶	۴
۷	۳
۸	۴
۹	۳
۱۰	۲
۱۱	۲
۱۲	۲
۱۳	۲
۱۴	۳
۱۵	۴
۱۶	۲
۱۷	۳
۱۸	۳
۱۹	۴
۲۰	۲
۲۱	۳
۲۲	۲
۲۳	۲
۲۴	۴
۲۵	۴
۲۶	۱
۲۷	۲
۲۸	۳
۲۹	۲
۳۰	۱
۳۱	۱
۳۲	۱
۳۳	۴
۳۴	۴
۳۵	۴
۳۶	۱
۳۷	۲
۳۸	۴
۳۹	۴
۴۰	۳
۴۱	۱
۴۲	۲
۴۳	۳
۴۴	۳
۴۵	۳
۴۶	۱
۴۷	۳
۴۸	۲
۴۹	۴
۵۰	۱
۵۱	۴
۵۲	۴
۵۳	۳
۵۴	۳
۵۵	۱
۵۶	۳
۵۷	۲
۵۸	۳
۵۹	۱
۶۰	۳
۶۱	۳
۶۲	۳
۶۳	۳
۶۴	۱
۶۵	۲
۶۶	۱
۶۷	۱
۶۸	۴
۶۹	۲
۷۰	۳
۷۱	۳
۷۲	۴
۷۳	۱
۷۴	۲
۷۵	۴
۷۶	۳
۷۷	۳
۷۸	۲
۷۹	۲
۸۰	۱
۸۱	۴
۸۲	۴
۸۳	۳
۸۴	۳
۸۵	۳
۸۶	۲
۸۷	۴
۸۸	۳
۸۹	۴
۹۰	۱
۹۱	۳
۹۲	۲
۹۳	۱
۹۴	۴
۹۵	۲
۹۶	۲
۹۷	۴
۹۸	۱
۹۹	۳
۱۰۰	۱
۱۰۱	۴
۱۰۲	۴
۱۰۳	۱
۱۰۴	۳
۱۰۵	۳
۱۰۶	۱
۱۰۷	۲
۱۰۸	۳
۱۰۹	۱
۱۱۰	۲
۱۱۱	۳
۱۱۲	۳
۱۱۳	۲
۱۱۴	۲
۱۱۵	۴
۱۱۶	۴
۱۱۷	۳
۱۱۸	۱
۱۱۹	۱
۱۲۰	۳
۱۲۱	۳
۱۲۲	۳
۱۲۳	۴
۱۲۴	۱
۱۲۵	۲
۱۲۶	۲
۱۲۷	۳
۱۲۸	۲

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۲۹	۱	۱۶۱	۴	۱۹۳	۳	۲۲۵	۱
۱۳۰	۱	۱۶۲	۳	۱۹۴	۴	۲۲۶	۴
۱۳۱	۲	۱۶۳	۱	۱۹۵	۳	۲۲۷	۳
۱۳۲	۴	۱۶۴	۲	۱۹۶	۲	۲۲۸	۲
۱۳۳	۳	۱۶۵	۴	۱۹۷	۴	۲۲۹	۳
۱۳۴	۱	۱۶۶	۲	۱۹۸	۴	۲۳۰	۳
۱۳۵	۴	۱۶۷	۴	۱۹۹	۴	۲۳۱	۴
۱۳۶	۲	۱۶۸	۴	۲۰۰	۳	۲۳۲	۱
۱۳۷	۲	۱۶۹	۱	۲۰۱	۴	۲۳۳	۱
۱۳۸	۱	۱۷۰	۲	۲۰۲	۴	۲۳۴	۲
۱۳۹	۲	۱۷۱	۳	۲۰۳	۲	۲۳۵	۴
۱۴۰	۳	۱۷۲	۴	۲۰۴	۳	۲۳۶	۳
۱۴۱	۲	۱۷۳	۲	۲۰۵	۳	۲۳۷	۳
۱۴۲	۳	۱۷۴	۴	۲۰۶	۳	۲۳۸	۴
۱۴۳	۲	۱۷۵	۲	۲۰۷	۴	۲۳۹	۳
۱۴۴	۳	۱۷۶	۴	۲۰۸	۱	۲۴۰	۴
۱۴۵	۲	۱۷۷	۳	۲۰۹	۴	۲۴۱	۲
۱۴۶	۱	۱۷۸	۴	۲۱۰	۲	۲۴۲	۳
۱۴۷	۴	۱۷۹	۱	۲۱۱	۳	۲۴۳	۲
۱۴۸	۳	۱۸۰	۴	۲۱۲	۳	۲۴۴	۱
۱۴۹	۳	۱۸۱	۴	۲۱۳	۳	۲۴۵	۲
۱۵۰	۲	۱۸۲	۳	۲۱۴	۲	۲۴۶	۲
۱۵۱	۳	۱۸۳	۱	۲۱۵	۳	۲۴۷	۱
۱۵۲	۲	۱۸۴	۱	۲۱۶	۲	۲۴۸	۴
۱۵۳	۴	۱۸۵	۴	۲۱۷	۱	۲۴۹	۱
۱۵۴	۳	۱۸۶	۱	۲۱۸	۱	۲۵۰	۲
۱۵۵	۲	۱۸۷	۱	۲۱۹	۳	۲۵۱	۳
۱۵۶	۱	۱۸۸	۲	۲۲۰	۴	۲۵۲	۳
۱۵۷	۴	۱۸۹	۱	۲۲۱	۴	۲۵۳	۲
۱۵۸	۲	۱۹۰	۳	۲۲۲	۱	۲۵۴	۳
۱۵۹	۳	۱۹۱	۲	۲۲۳	۳	۲۵۵	۴
۱۶۰	۱	۱۹۲	۳	۲۲۴	۲	۲۵۶	۴

تلفن تماس: ٠٢٦٣٣٤٠٨٩٤٤

۲۵۷	۱	۲	**۳**	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	**۴**
۲۵۹	۱	**۲**	۳	۴
۲۶۰	۱	**۲**	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	**۳**	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	**۴**
۲۶۳	**۱**	۲	۳	۴
۲۶۴	**۱**	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	**۳**	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	**۴**
۲۶۷	۱	۲	۳	**۴**
۲۶۸	۱	**۲**	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	**۳**	۴
۲۷۰	۱	۲	**۳**	۴
۲۷۱	**۱**	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	**۳**	۴
۲۷۳	۱	**۲**	۳	۴
۲۷۴	۱	**۲**	۳	۴
۲۷۵	**۱**	۲	۳	۴
۲۷۶	**۱**	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	**۲**	۳	۴
۲۷۸	۱	**۲**	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	**۳**	۴
۲۸۰	۱	**۲**	۳	۴
۲۸۱	۱	۲	**۳**	۴
۲۸۲	۱	۲	**۳**	۴
۲۸۳	۱	۲	۳	**۴**
۲۸۴	**۱**	۲	۳	۴
۲۸۵	۱	۲	۳	**۴**
۲۸۶	**۱**	۲	۳	۴
۲۸۷	۱	**۲**	۳	۴
۲۸۸	۱	۲	۳	**۴**
۲۸۹	۱	**۲**	۳	۴
۲۹۰	**۱**	۲	۳	۴
۲۹۱	**۱**	۲	۳	۴
۲۹۲	۱	**۲**	۳	۴
۲۹۳	۱	**۲**	۳	۴
۲۹۴	۱	**۲**	۳	۴
۲۹۵	**۱**	۲	۳	۴
۲۹۶	۱	**۲**	۳	۴
۲۹۷	**۱**	۲	۳	۴
۲۹۸	۱	۲	۳	**۴**
۲۹۹	۱	۲	۳	**۴**
۳۰۰	۱	**۲**	۳	۴

تلفن تماس: ٠٢٦٣٣٤٠٨٩٤٤