

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک **هفته ای**
رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ **عدد ۱**
را ارسال کنید.

۵۰۰ تست حسابان ۱ - کل کتاب

۱ در معادله درجه دوم $x^2 - (a-2)x - (a+1) = 0$ ، کمترین مقدار مجموع مربعات ریشه‌ها کدام است؟
 ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

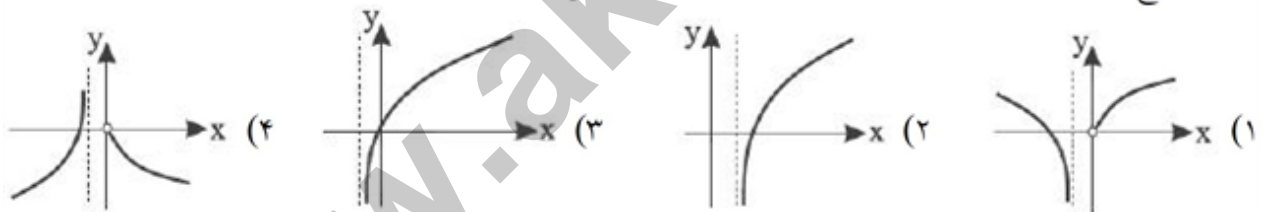
۲ اگر $f(x) = x^2 + 2x$ با شرط $x \leq -1$ و $g^{-1}(x) = \frac{2x-1}{3}$ باشد، آنگاه ضابطه‌ی تابع $y = (g \circ f^{-1})(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{2}{3}\sqrt{x+1} + 2$ ۲ (۲) $\frac{2}{3}\sqrt{x+1} - 1$ ۳ (۳) $-\frac{2}{3}\sqrt{x+1} - 1$ ۴ (۴) $\frac{2}{3}\sqrt{x+1} + 2$

۳ اگر $f(x) = \sqrt{x}$ باشد، دامنه‌ی تابع $f\left(\frac{1}{f} - 1\right)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $(0, +\infty)$ ۲ (۲) $(0, 1)$ ۳ (۳) $[1, +\infty)$ ۴ (۴) $(0, 1]$

۴ نمودار تابع $y = \text{Log}(x^2 + x) - \text{Log}|x|$ به چه شکلی است؟



۵ مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2^{2-x}}{2^x - 2}$ چه عددی است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۶ اگر $A(0, -2)$ ، $B(1, 3)$ و $C(2, 1)$ سه رأس متوازی‌الاضلاع ABCD باشند، آنگاه خط AD محور xها را با

چه طولی قطع می‌کند؟ $(\hat{A} = \hat{C})$

- ۱ (۱) ۲ ۲ (۲) -۱ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) -۴



۷ اگر جملات سوم و پنجم و هشتم یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت، با همین ترتیب، ۳ جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مجموع پنج جمله‌ی اول این دنباله‌ی هندسی چند برابر جمله‌ی اول آن است؟

(۱) $\frac{65}{32}$ (۲) $\frac{65}{8}$ (۳) $\frac{211}{16}$ (۴) $\frac{211}{64}$

۸ در یک دنباله‌ی هندسی مجموع شش جمله‌ی اول ۹ برابر مجموع سه جمله‌ی اول این دنباله است. مجموع ۸ جمله‌ی اول این دنباله چند برابر جمله‌ی پنجم دنباله است؟

(۱) $\frac{241}{8}$ (۲) $\frac{255}{16}$ (۳) $\frac{571}{27}$ (۴) $\frac{241}{27}$

۹ دو نقطه بر روی نیمساز ربع دوم و چهارم وجود دارد که فاصله‌ی این نقاط از نقطه‌ی $M(2, 1)$ برابر ۳ است. مجموع طول این دو نقطه کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۰ خطوط $d: 3x - 4y + 1 = 0$ و $d': 2x + y = 3$ در نقطه‌ی A یکدیگر را قطع می‌کنند. فاصله‌ی نقطه‌ی A تا مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۱ به ازای کدام مقادیر a، معادله‌ی $\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1$ دارای جواب $x = 3$ است؟

(۱) $\frac{1}{3}, -2$ (۲) $-\frac{1}{3}, 2$ (۳) $-\frac{2}{3}, 1$ (۴) $\frac{2}{3}, 1$

۱۲ نمودار تابع $y = |x - 1| - |2x + 3| + |x + 1|$ بر بازه‌ی $[-1, 1]$ چگونه است؟

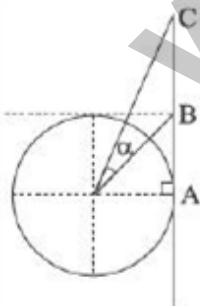
- (۱) خطی با شیب مثبت
(۲) ثابت
(۳) خطی با شیب منفی
(۴) خطی با عرض از مبدأ مثبت

۱۳ اگر $\text{Log}_2 a = 0.8$ و $\text{Log}_4 a = 1/25$ باشد، حاصل $\text{Log}_{2a} b$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۱۴ در دایره‌ی مثلثاتی شکل مقابل $\text{tg } \alpha = \frac{2}{5}$ است، طول BC چه قدر است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{7}{3}$



۱۵ اگر $f(x) = \frac{\sin 2x}{|x|}$ اختلاف حد چپ و حد راست تابع $y = [f(x)]$ در $x = 0$ چه عددی است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۶ اگر $|3a - 2| = 3|a + 1|$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $|x - 6a| < 3$ کدام است؟

(۱) $(-4, 2)$ (۲) $(-2, 4)$ (۳) $(-2, 2)$ (۴) $(-4, 4)$

۱۷ نقاط $A(-1, 3)$ و $B(2, 7)$ دو سر قطر دایره‌ای هستند به طوری که دایره بر خط $3x - 4y + k = 0$ مماس است. جمع مقادیر k کدام است؟

(۱) ۳۴ (۲) ۳۷ (۳) ۲۵ (۴) $17/5$

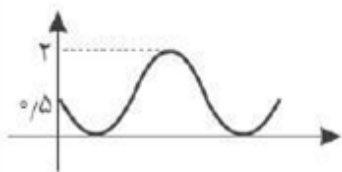
۱۸ به ازای یک مقدار m ، ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$ معکوس یک‌دیگرند. مجموع این دو ریشه در این حالت کدام است؟

(۱) $-1/5$ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹ اگر $a = \log_2 10$ ، $b = \log_5 6$ و $c = \log_7 5$ باشند، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

(۱) $a < b < c$ (۲) $c < b < a$ (۳) $b < c < a$ (۴) $c < a < b$

۲۰ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \cos(x - \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. مقدار $f(\frac{5\pi}{3})$ کدام است؟



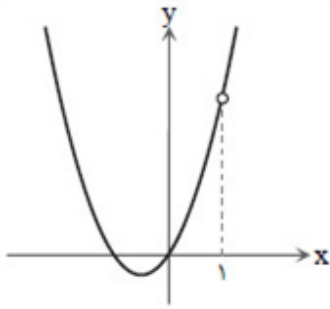
- (۱) $0/5$
 (۲) ۱
 (۳) $1/5$
 (۴) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۱ هرگاه $A = \frac{2 \cos 110^\circ - \cos 160^\circ}{3(3 \sin 250^\circ + 6 \sin 20^\circ)}$ ، ساده شده عبارت A کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۲۲ اگر $x = -2$ ریشه‌ای از معادله‌ی $x^2 + 3x + k + 1 = 0$ باشد، ریشه‌ی دیگر کدام است؟

(۱) $-k$ (۲) k (۳) $2k$ (۴) $-2k$



شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{3x^3 + ax + b}{x-1}$ حاصل است. حاصل

۲۳

$a^2 + b^2$ کدام است؟

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۵ (۳)

۱۳ (۴)

اگر $\cos 4x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\sin x \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ کدام است؟

۲۴

 $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{24}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۱)

مجموع جواب‌های معادله‌ی $|x^2 - 2x| = x$ کدام است؟

۲۵

صفر (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

معادله‌ی $\log_2(x+1) + \log_2(x+4) = 2$ چند جواب دارد؟

۲۶

۳ (۴)

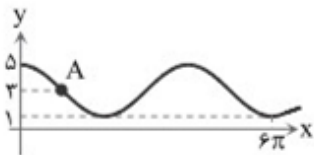
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

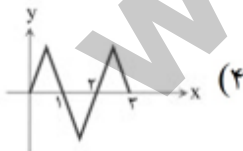
قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت مقابل است. طول نقطه‌ی A کدام است؟

۲۷

 π (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$ (۳)

برای هر x ، تابع $f(x)$ در تساوی $f(x) = |f(x)|^{[x]}$ صدق می‌کند. بخشی از نمودار f کدام می‌تواند باشد؟

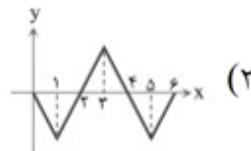
۲۸



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

اگر $f(x) = f^{-1}(3) - 2x + 1$ آن‌گاه مقدار $f^{-1}(-3)$ کدام است؟

۲۹

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۳۰

به ازای کدام مقدار $a + b$ تابع $f(x) = \begin{cases} \left[\frac{x}{x} \right] + ax & ; x < -2 \\ 3 & ; x = -2 \\ a \frac{\sin \pi x}{x\pi + 2\pi} + bx & ; x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ پیوسته است؟

(۱) ۰ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

۳۱

حاصل $\frac{1}{\cos 18^\circ \sin 9^\circ} + \frac{1}{\cos 18^\circ \cos 9^\circ}$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2} \cot 36^\circ$ (۲) $2\sqrt{2} \cot 36^\circ$ (۳) $\frac{\cos 54^\circ}{\cos 36^\circ}$ (۴) $\frac{\sin 54^\circ}{\sin 36^\circ}$

۳۲

در دامنه $f(x) = \sqrt{\log x - \frac{x}{5} + \frac{1}{5}}$ چند عدد صحیح وجود دارد؟ ($\log 2 = 0.3010$)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۳

تابع $g(x) = 2^{-x} + 1$ با دامنه $(2, 3)$ و $f(x) = \log(ax + b)$ مفروض اند. اگر $R_{f \circ g} = (-\infty, 0)$ و $a > 0$ باشد، $a + b$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۰/۵ (۳) -۰/۲۵ (۴) ۰/۲۵

۳۴

ضابطه‌ی تابع $y = [-2x + |x|] + x$ در دامنه $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $-2x$ (۲) $x + 1$ (۳) $x - 2$ (۴) $2x + \frac{1}{3}$

۳۵

اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب‌های معادله‌ی $2 = \frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{v}{x}$ ، کدام است؟

(۱) -۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{v}{3}$

۳۶

فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$. چند معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می‌توان نوشت که فاصله‌ی حاصل ضرب ریشه‌های هر معادله با جمع ریشه‌های آن معادله، دو واحد باشد؟

(۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۳۷ فرض کنید $f(x) = x(1 - x^2)$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$. تعداد نقاط ناپوستگی تابع $(f \circ g) \circ g$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۸ اگر $f = \{(4, 2), (1, -1), (2, 3), (3, 0)\}$ داشته باشیم $f(f(4) + 1) = f(a) - 2$ ، آنگاه حاصل $f\left(f\left(\frac{a}{2}\right)\right)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۳

۳۹ فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$. ماکزیمم مقدار تابع $g \circ f - f \circ g$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۴۰ نقطه‌ی $H(2, 1)$ را روی خط $3x - y = 5$ در نظر بگیرید. مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را با ارتفاع AH می‌سازیم. به طوری که محیط مثلث $\sqrt{270}$ واحد باشد. مختصات یک رأس A ، کدام است؟

- (۱) $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (۲) $\left(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (۳) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ (۴) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{11}{6}\right)$

۴۱ حاصل عبارت $\left(\log_{21} 3\right)^2 + \log_{21} 147 \cdot \log_{21} 1323$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۲ فرض کنید $\left| \frac{\log 5}{\log 2} \log \frac{(3x-2)}{2} \right| = 1$ ، مقدار x ، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) $\frac{17}{3}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{7}{3}$

۴۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}}$ کدام است؟

- ۲۴ (۴) ۱۶ (۳) $x \rightarrow -1$ ۱۲ (۲) ۸ (۱)

۴۴ از معادله‌ی لگاریتمی $\text{Log}(x^2 - x - 6) - \text{Log}(x - 3) = \text{Log}(2x - 5)$ مقدار لگاریتم $\sqrt[3]{x+1}$ در پایه‌ی ۴

- کدام است؟
۱ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)

۴۵ مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای تابع $y = |x|$ و $y = 5 - |x - 1|$ کدام است؟

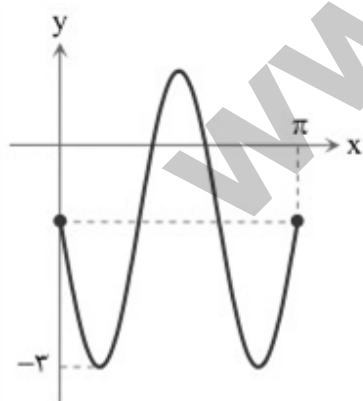
- ۱۲ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)

۴۶ حاصل $\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ}$ کدام است؟

- $2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۲) ۲ (۱)

۴۷ اگر $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 2}$ و $g(x) = x + 4$ باشند، مجموع جواب‌های معادله‌ی $(f^{-1} \circ g)(x) = (g \circ f^{-1})(x)$

- کدام است؟
صفر (۴) -۶ (۳) -۸ (۲) ۲ (۱)



۴۸ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + 2 \sin bx$ به صورت مقابل است.

مقدار $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ چقدر است؟

- ۱ (۱)
-۲ (۲)
۳ (۳)
-۳ (۴)

۴۹ اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ از دو نقطه‌ی $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ و $B(1, 11)$ بگذرد، $f(-1)$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۱)

۵۰ حد عبارت $\frac{1}{x} \left(1 - x^2 \left[\frac{1}{x} \right] \right)$ وقتی $x \rightarrow 0$ ، کدام است؟ (نماد [] به مفهوم جزء صحیح است.)
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ∞ (۴) حد ندارد.

۵۱ نمودارهای دو تابع $f(x) = 3^{ax+b}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ ، در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند. اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $f^{-1}(27)$ کدام است؟
 (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۵۲ دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به ترتیب $[2, 5]$ و $[-1, 2]$ است. اشتراک دامنه و برد تابع $y = 2f(3 - 2x) + 1$ کدام است؟
 (۱) $\left[-2, \frac{1}{2}\right]$ (۲) $[-1, 5]$ (۳) $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$ (۴) $\{-1\}$

۵۳ تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \left[2x - \frac{1}{4}\right] + \left[2x + \frac{3}{4}\right]$ در بازه $\left[-\frac{3}{8}, \frac{13}{8}\right]$ کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۵۴ حاصل $\sqrt{3} \cos 20^\circ - \sin 20^\circ$ چند برابر $\sin 40^\circ$ است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{2}$

۵۵ چند عدد صحیح در دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{16 - x^2}}{\left[\frac{1}{2}x - 1\right]}$ قرار دارند؟ ([] نماد جزء صحیح است.)
 (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۷

۵۶ خطی که از نقطه $A(-2, 1)$ گذشته و بر خط به معادله $2x + 3y - 4 = 0$ عمود است. محورهای مختصات را در نقاط B و C قطع کرده است. مساحت مثلث OBC کدام است؟ (O مبدأ مختصات می‌باشد.)
 (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) $\frac{16}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۵۷ اگر معادله $ax = 2a + \sqrt{x-2}$ دارای ۲ جواب باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $a \neq 0$ (۲) $a \in \mathbb{R}$ (۳) $0 < a < 2$ (۴) $a > 0$

۵۸ اگر $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$ مقدار $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{Cotg} \alpha$ چه عددی است؟

- (۱) ± 2 (۲) ± 4 (۳) $\pm \frac{1}{2}$ (۴) $\pm \frac{1}{4}$

۵۹ در یک زلزله انرژی آزاد شده $10^{22/9}$ ارگ است، زلزله چند ریشتر است؟

- (۱) $\sqrt{1}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{4}$

۶۰ اگر $f = \{(-3, 5), (-2, 1), (0, 0), (1, 2), (2, 3), (4, -2)\}$ و $g = \frac{1}{\sqrt{5-x^2}}$ باشد، مجموع مقادیر تابع $\frac{f \cdot g}{3-f}$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۱

۶۱ اگر $f(x) = x^3 + 3x - 12$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{x - f^{-1}(x)}$ شامل چند عدد طبیعی نیست؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۶۲ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 2x} & x^3 \geq x \\ \frac{x+4}{x^2 - 3x} & x^3 < x \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۶۳ اگر $f(x) = |x+2|$ ، آنگاه مساحت سطح بین f و $f(x-k)$ و محور x ها، یک مثلث با مساحت ۱۶ می‌سازد. مقدار مثبت k چه عددی است؟

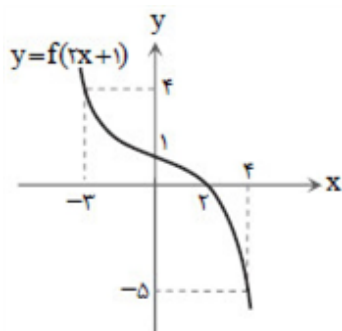
- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۱۶

هرگاه $\frac{a^9 + a^6 + a^3 + 1}{a^{11} + a^{10} + \dots + a + 1} = \frac{4}{5}$ مقدار مثبت a چه عددی است؟ ۶۴

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

فاصله‌ی دو خط موازی $3x + 4y = b$ و $ax - 8y = 6$ برابر ۲ است. مقدار b کدام است؟ ۶۵

- (۱) 13 یا -7 (۲) 7 یا -13 (۳) -7 یا -13 (۴) 7 یا 13



نمودار تابع $y = f(2x+1)$ در شکل مقابل رسم شده است. ۶۶

مقدار $\frac{f^{-1}(4) + f^{-1}(-5)}{1 - f^{-1}(0)}$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) -2 (۴) 2

معادله‌ی $\frac{1}{x^2 - 2x + 2} + \frac{2}{x^2 - 2x + 3} = \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$ چند جواب حقیقی دارد؟ ۶۷

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) صفر (۴) 4

اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} + \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}$ چه قدر است؟ ۶۸

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $5\sqrt{2}$

حاصل $P = (1 + x + x^2 + \dots + x^{10})(1 - x + x^2 - x^3 + \dots + x^{10})$ به ازای $x = \sqrt{2}$ چه قدر است؟ ۶۹

- (۱) 1.023 (۲) 1.025 (۳) 2.047 (۴) 2.049

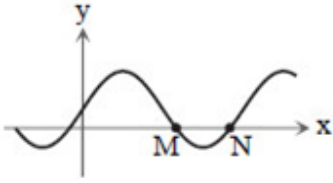
اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2 - 4\sqrt{x} & x \geq 1 \\ 4a - 2x & x < 1 \end{cases}$ تابعی یک به یک باشد. حدود a کدام است؟ ۷۰

- (۱) $a > \frac{1}{2}$ (۲) $a > -2$ (۳) $a > -\frac{1}{2}$ (۴) $a > 2$

۷۱ اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ به طوری که $f^{-1} \circ g(x) = 4x$ ، ضابطه $g^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2x-1}{4x+8}$ (۲) $\frac{2x+1}{4x+8}$ (۳) $\frac{2x-1}{4x-8}$ (۴) $\frac{2x+1}{8-4x}$

۷۲ قسمتی از نمودار تابع $y = 1 + 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ به صورت مقابل است. طول پاره خط MN چه قدر است؟



- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{4\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$

۷۳ در بازه (a, b) نمودار تابع $y = \sqrt{x+2}$ بالاتر نمودار تابع $y = |x-1| - 3$ است. حداکثر $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۷۴ فاصله‌ی دو خط موازی $ax - 2y = 2$ و $y + 3x = b$ برابر $\frac{3}{\sqrt{10}}$ است. مقدار مثبت b کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۵ مربع ABCD در ناحیه اول صفحات مختصات واقع است به طوری که $A(5, 1)$ و $B(10, 4)$ دو رأس مجاور آن و نقطه‌ی $C(7, 9)$ رأس سوم مربع است. مختصات رأس D کدام است؟

- (۱) $D(2, 7)$ (۲) $D(3, 6)$ (۳) $D(2, 6)$ (۴) $D(3, 7)$

۷۶ هرگاه $f(x) = \frac{\cos^2 x - \cos x}{x^2}$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} f(2x)$ چه عددی است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۷۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 11x + 10}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $-\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $-\frac{1}{10}$

۷۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 9x + 14}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{5}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $-\frac{14}{5}$ (۴) $\frac{14}{5}$

۷۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x - 2|}{x - 2}$ کدام است؟

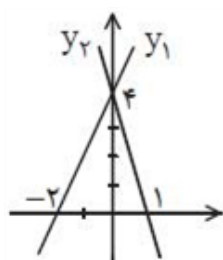
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) حد ندارد (۴) صفر

۸۰ حاصل \log_{49}^7 کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۷ (۴) $\frac{1}{7}$

۸۱ در تابع $f(x) = 5 + k \times 2^x$ اگر $f(2) = 33$ باشد k کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۲۸ (۳) ۷ (۴) ۶



۸۲ نمودار توابع $y_1 = x - f(x)$ و $y_2 = x + g(x - 1)$ به صورت مقابل است. ضابطه $f \circ g(x)$ کدام است؟

- (۱) $5x - 7$ (۲) $5x - 3$ (۳) $3x - 5$ (۴) $3x - 7$

۸۳ اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, -1), (4, 1)\}$ و $g = \{(-1, 4), (1, -1), (2, 0), (3, 2)\}$ برد تابع $(f + g) \circ (f - g)$ چندعضوی است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

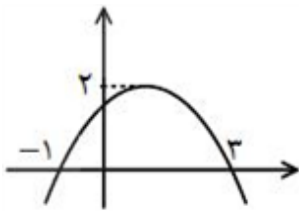
۸۴ اگر α و β ریشه‌های $2x^2 - x - 1 = 0$ باشند، معادله درجه دوم با ریشه‌های $\frac{\beta}{\alpha + 1}$ و $\frac{\alpha}{\beta + 1}$ به صورت

$4x^2 + kx - 2 = 0$ است. مقدار k کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۱۴ (۴) -۱۴

۸۵ معادله $|x^2 - x| = [x]$ چند جواب در مجموعه اعداد حقیقی دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۸۶ نمودار تابع درجه دوم $y = f(x)$ به شکل مقابل است، $f(4)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$
 (۲) $-\frac{9}{2}$
 (۳) $-\frac{5}{2}$
 (۴) $-\frac{7}{2}$

۸۷ تابع $y = f(x)$ یک تابع خطی و دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{f^{-1}(2x) - x^2}$ بازه‌ی $[-1, 3]$ است. طول نقطه‌ی تلاقی

- تابع $y = f(x)$ با نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم کدام است؟
 (۱) $0/5$
 (۲) 1
 (۳) $1/5$
 (۴) 2

۸۸ اگر $\frac{\pi}{18} < \alpha < \frac{7\pi}{18}$ و $\sin 3\alpha = \frac{-2m+1}{m+2}$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $-\frac{16}{3} < m < \frac{4}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{3} \leq m < \frac{4}{3}$
 (۳) $-\frac{1}{3} \leq m \leq 3$
 (۴) $-\frac{16}{3} < m \leq 3$

۸۹ در دایره مثلثاتی از انتهای کمان $\frac{5\pi}{12}$ مماسی رسم کنیم. نقطه تماس خط مماس و دایره، قسمتی از مماس بین دو محور

- را تقریباً به چه نسبتی قطع می‌کند؟
 (۱) $12/5$
 (۲) 14
 (۳) $15/5$
 (۴) 17

۹۰ حاصل $\log_{128} 16$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{7}{4}$
 (۲) $\frac{4}{7}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{3}{2}$

۹۱ در یک دایره اگر زاویه مرکزی 60° و شعاع آن 6 واحد باشد طول کمان رویه‌ی آن کدام است؟

- (۱) 360
 (۲) $\frac{1}{360}$
 (۳) 2π
 (۴) $\frac{\pi}{2}$

۹۲ $\cotg\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۳) 1
 (۴) -1

۹۳ $\frac{5\pi}{6}$ رادیان چند درجه است؟

- (۱) 120°
 (۲) 135°
 (۳) 150°
 (۴) 170°

۹۴ اگر دامنه $f(x) = \frac{x+5}{x^2+ax+b}$ برابر $R - \{2, 7\}$ باشد $a + b$ کدام است؟

- ۹ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

۹۵ فاصله نقطه $A(-1, 7)$ تا خط $3x + 4y + 1 = 0$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{26}{25}$ (۳) $\frac{26}{5}$ (۴)

۹۶ ریشه معادله $\sqrt{x} + x = 6$ کدام است؟

- ۴ (۱) -۲ (۲) ۹ (۳) ۴, ۹ (۴)

۹۷ در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس

از چند روز غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود؟ ($\text{Log } 2 = 0.3$, $\text{Log } 3 = 0.48$)

- ۲۰ (۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴)

۹۸ اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y + 2x = 16$, $y - x = 2$ و $y = 0$ هستند. اندازه میانه‌ی نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحه‌ی مختصات کدام است؟

- $2\sqrt{5}$ (۱) ۵ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) ۶ (۴)

۹۹ فرض کنید $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ باشد. حاصل $g(3) + g(15)$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴)

۱۰۰ ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = x^2|x| - 8$ در بازه‌ای که صعودی اکید است، در کدام مورد درست بیان شده است؟

$f^{-1}(x) = -\sqrt[3]{x-8}; x \leq -8$ (۱) $f^{-1}(x) = -\sqrt[3]{x+8}; x \leq -8$ (۲)

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-8}; x \geq -8$ (۳) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+8}; x \geq -8$ (۴)

۱۰۱ حاصل ضرب طول‌های دو نقطه از خط $y = x - 1$ که فاصله‌ی هریک از آنها از نقطه‌ی $A(0, 6)$ سه واحد بیش‌تر از فاصله‌ی همان نقطه از نقطه $B(3, 0)$ باشد، کدام است؟

- ۱۵ (۱) -۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)

۱۰۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos x - \sqrt{\cos x}}$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) صفر (۳) $-\infty$ (۴) -1

۱۰۳ اگر $f(x) = \begin{cases} [x] & x > -1 \\ 1 - [x] & x < -1 \end{cases}$ ، آن‌گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x - 1)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -1 (۳) 3 (۴) وجود ندارد

۱۰۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} - 1}{\sqrt{x^2 - x}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۰۵ در یک دنباله‌ی حسابی صعودی با جمله‌ی اول ۵، اگر ۶ واحد به جمله‌ی اول و ۴ واحد به جمله‌ی دوم و ۳ واحد به جمله‌ی سوم اضافه کنیم، اعداد حاصل سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی خواهند بود. قدرنسبت دنباله‌ی حسابی کدام است؟

(۱) $1 + \sqrt{11}$ (۲) $2 + \sqrt{11}$ (۳) $1 + 2\sqrt{2}$ (۴) $2 + 2\sqrt{2}$

۱۰۶ اگر $\log_{18} 24 = a$ باشد، حاصل $\log_{18} \frac{576}{18} - 1$ کدام است؟

(۱) 3 (۲) 3^a (۳) 9 (۴) 9^a

۱۰۷

حاصل $\left(2 \sin^2\left(\frac{\pi}{16}\right) - 1\right)^2 \left(\cos^4\left(\frac{\pi}{16}\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{16}\right)\right)$ کدام است؟

(۱) $\left(-\frac{1}{2}\right)^6$ (۲) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ (۳) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ (۴) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

۱۰۸

فاصله بین دو شهر ۲۴۰ کیلومتر است. راننده‌ای این مسیر را در رفت و برگشت با سرعت ثابت طی می‌کند. اگر در مسیر برگشت سرعت را ۱۰ کیلومتر بر ساعت بیشتر کند ۲۰ دقیقه زودتر به مقصد می‌رسد، سرعت مسیر رفت چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

(۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰

۱۰۹

اگر $\frac{11\pi}{10} = \frac{3}{4} \text{tg}$ باشد، حاصل $\frac{\sin^4\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{9\pi}{10}\right)}{\cos^2\left(\frac{7\pi}{5}\right) + \sin\left(-\frac{11\pi}{10}\right)}$ کدام است؟

(۱) $1/24$ (۲) $1/25$ (۳) $1/26$ (۴) $1/27$

۱۱۰

اگر $10 = 4^{-x} - 3 \times 2^{-x}$ باشد، $[x]$ کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) ۲

۱۱۱

نمودارهای دو تابع $f(x) = 2^{ax+b}$ و $g(x) = 4^x$ در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند. اگر $f(2) = 128$ باشد، مقدار $f^{-1}(1024)$ کدام است؟

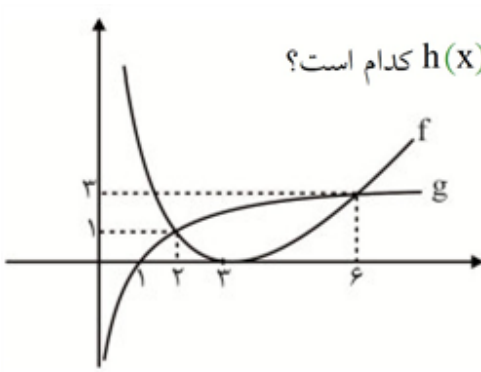
(۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۳ (۴) ۱۰

۱۱۲

اگر در حالت $a > 1$ نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + a$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول a قطع کند، کدام تابع زیر را در دو نقطه روی محور x ها قطع می‌کند؟

(۱) $y = x^2 + 2x - 1$ (۲) $y = x^2 + 3x - 1$
 (۳) $y = x^2 - x - 1$ (۴) $y = x^2 - 4x - 1$

113



نمودار توابع f و g به شکل زیر است. دامنه تابع $h(x) = \sqrt{\frac{f(x) \times g(x)}{2f(x) - x}}$ کدام است؟

- (1) $[1, +\infty)$
 (2) $(0, 3) \cup (3, +\infty)$
 (3) $[1, +\infty) - \{2, 3, 6\}$
 (4) $[1, 2) \cup (6, +\infty)$

114

اگر $120^\circ < x < 150^\circ$ باشد، حاصل عبارت $\cos(570^\circ + x)$ در چه فاصله‌ای قرار می‌گیرد؟

- (1) $(-1, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ (2) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$ (3) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ (4) $(0, \frac{\sqrt{3}}{2})$

115

تابع پیوسته $f(x)$ را نسبت به محور y قرینه کرده و سپس یک واحد بالا می‌بریم و در نهایت نسبت به محور x قرینه می‌کنیم. اگر تابع حاصل محور طول‌ها را در $x = 2$ قطع کند، $\lim_{x \rightarrow -2} f(\frac{x}{2})$ چه قدر است؟

- (1) 1 (2) -1 (3) 2 (4) -2

116

دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{100 - x^2}}{|3x - 1| - 5}$ شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟

- (1) 18 (2) 19 (3) 21 (4) 20

117

جواب نامعادله $\frac{-x^2 + 4x}{3(x-2)^2} > \frac{1}{|x-2|}$ کدام است؟

- (1) $x \in (0, 3) - \{2\}$
 (2) $0 < |x-2| < 1$
 (3) $x \in (1, 4) - \{2\}$
 (4) $0 < |x-2| < 4$

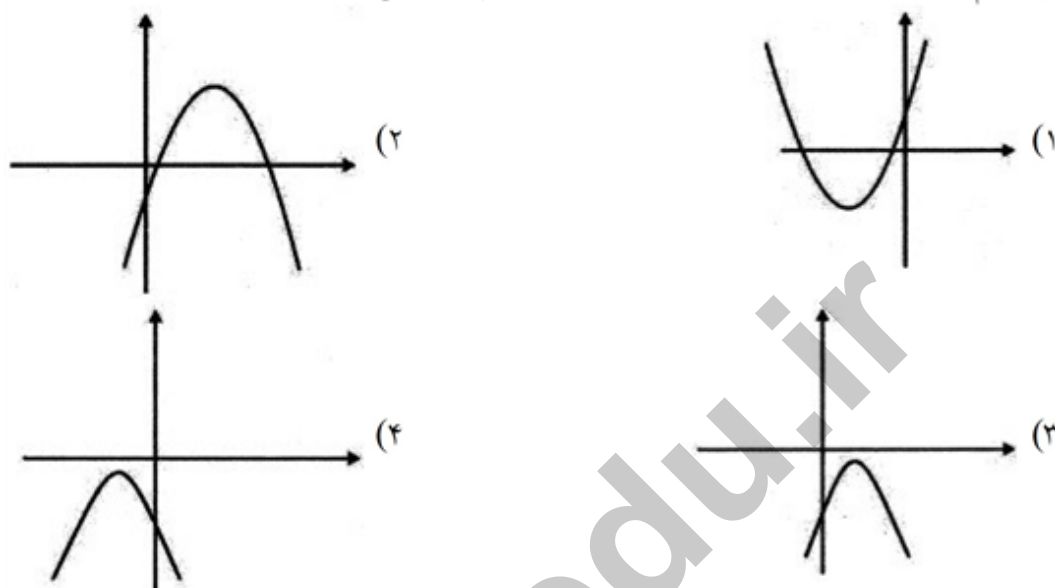
118

اگر $f(x) = 2 - \sqrt{x-3}$ باشد، دامنه $g(x) = f \circ f^{-1}(x)$ کدام است؟

- (1) $[3, +\infty)$ (2) $(-\infty, 2]$ (3) $(-\infty, 3]$ (4) \mathbb{R}

- ۱۱۹ با کدام انتقال، برد تابع $f(x) = a^{|x|}$ ($a > 1$) برابر $[-2, -\infty)$ می‌گردد؟
 (۱) قرینه نسبت به محور x و یک واحد به بالا
 (۲) قرینه نسبت به محور x و ۳ واحد به بالا
 (۳) قرینه نسبت به محور y و یک واحد به راست
 (۴) قرینه نسبت به محور x و ۲ واحد به بالا

۱۲۰ در کدام نمودار $y = ax^2 + bx + c$ ، a و b هر دو منفی است؟



۱۲۱ اگر $\alpha = (3/75)^\circ$ باشد، حاصل $A = \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{32}$ (۴) $\frac{1}{64}$

۱۲۲ نقاط $A(2,3)$ ، $B(-1,0)$ و $C(1,-2)$ سه رأس از مستطیل $ABCD$ هستند. فاصله‌ی رأس چهارم این مستطیل تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\sqrt{19}$

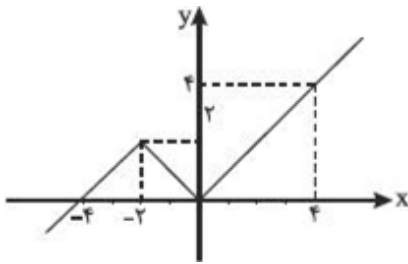
۱۲۳ به‌ازای چند مقدار a فاصله‌ی نقطه‌ی $A(a,5)$ از خط $4x + 3y = 18$ برابر ۵ است؟
 (۱) هیچ مقدار a (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۲۴ در مستطیل $WASH$ ، نقطه E روی SH قرار دارد و $\widehat{AWS} = \widehat{HWE}$. نقطه D روی WS چنان است که: $ED \perp WS$. هرگاه مساحت مستطیل ۱۰۰ و مساحت مثلث \widehat{SED} برابر ۳۲ باشد و $25 \sin \widehat{SWE} = a + b\sqrt{c}$

که a و b و c عددهای صحیح و مثبت هستند. حاصل $a + b + c$ چند است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۴ (۴) ۲۰ (۵) ۱۲

- ۱۲۵ هرگاه بدانیم: $|20x^3 - 15x| = 3$ و $x^2 + y^2 = 1$ حاصل $|20y^3 - 15y|$ چند است؟
- | | | |
|-------|-------|-------|
| ۲ (۳) | ۳ (۲) | ۴ (۱) |
| | ۹ (۵) | ۷ (۴) |



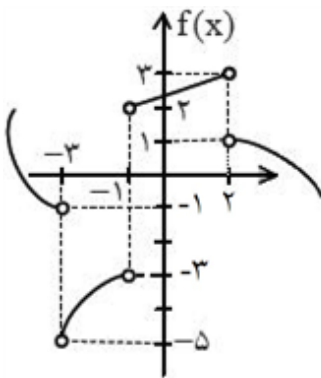
- ۱۲۶ نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. معادله $f(f(f(x))) = 0$ چند جواب دارد؟
- | | | |
|-------|-------|---------|
| ۲ (۳) | ۱ (۲) | ۱ (صفر) |
| | ۴ (۵) | ۳ (۴) |

- ۱۲۷ فرض کنید $[x]$ بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر یا مساوی x باشد. درباره تابع f که روی عددهای صحیح نامنفی تعریف شده است می‌دانیم:

$$f(0) = 0, f(n) = f\left(\left[\frac{n}{10}\right]\right) + n - 10 \cdot \left[\frac{n}{10}\right]$$

کوچک‌ترین جواب معادله $f(x) = \frac{2}{15}$ چند رقمی است؟

- | | | |
|---------|---------|---------|
| ۲۲۲ (۳) | ۲۰۲ (۲) | ۲۰۱ (۱) |
| | ۲۲۴ (۵) | ۲۲۳ (۴) |



- ۱۲۸ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(f(1 - 2x))$ کدام است؟

- | |
|--------|
| ۱ (۱) |
| -۱ (۲) |
| ۳ (۳) |
| -۵ (۴) |

- ۱۲۹ نقطه‌ی $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ روی دایره‌ی مثلثاتی به اندازه‌ی $\frac{4\pi}{3}$ در جهت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند تا به نقطه‌ی

B برسد. عرض نقطه‌ی B کدام است؟

- | | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|-------------------|
| $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) | $-\frac{1}{2}$ (۲) | $\frac{1}{2}$ (۱) |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|-------------------|

- ۱۳۰ در دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر، توسط زاویه‌ی θ کمانی به طول ۲ برابر شعاع، بریده می‌شود. مقدار θ برحسب درجه کدام است؟

- | | | | |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\frac{540}{\pi}$ (۴) | $\frac{90}{\pi}$ (۳) | $\frac{360}{\pi}$ (۲) | $\frac{180}{\pi}$ (۱) |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|

۱۳۱ تابع $f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & ; x \leq -2 \\ x^2 + 2 & ; x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$:

- (۱) پیوسته است.
 (۲) فقط از راست پیوسته است.
 (۳) فقط از چپ پیوسته است.
 (۴) ناپیوسته است.

۱۳۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x - |x|}{x^2 + |x|}$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) ۵ (۳) -۳ (۴) ۳

۱۳۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + \sqrt{3 + x^2}}{x^3 - 1}$ برابر عدد حقیقی b است. b کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

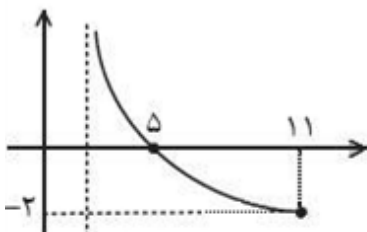
۱۳۴ حاصل عبارت $\text{tg} \frac{17\pi}{6} \text{Sin} \frac{11\pi}{3} + \text{Cos} \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) $\sqrt{3}$

۱۳۵ با توجه به دنباله‌ی حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ کدام است؟

- (۱) $0/15$ (۲) $0/18$ (۳) $0/24$ (۴) $0/25$

۱۳۶ نمودار تابع $f(x) = a - \text{Log}_p(x - b)$ به شکل زیر است، در این صورت $f(19)$ کدام است؟



- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۵ (۴) -۶

۱۳۷ اگر $f(x) = \sqrt{x}$ باشد، $g(x)$ کدام باشد تا تابع $y = (f \circ g)(x)$ در فاصله $[0, +\infty)$ پیوسته باشد؟

$g(x) = \frac{1}{x}$ (۴) $g(x) = x^3$ (۳) $g(x) = |\lg x|$ (۲) $g(x) = \sin(x)$ (۱)

۱۳۸ مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

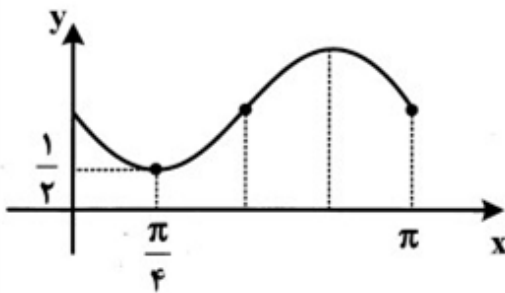
۷۴۲ (۴) ۷۳۵ (۳) ۷۲۸ (۲) ۷۲۱ (۱)

۱۳۹ مختصات مرکز دایره‌ای $O(2, -1)$ است. اگر خط $3x - 4y + m = 0$ بر این دایره مماس و مساحت دایره $\frac{\pi}{25}$

باشد، مجموع مقادیر m کدام است؟

۲۰ (۴) -۲۰ (۳) -۹ (۲) -۱۱ (۱)

۱۴۰ شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx$ است. $a + b$ کدام است؟



-۱ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۴)

۱۴۱ برد تابع $f(x) = \frac{4 - x^2}{1 + 4x}$ ، کدام است؟

$(-\frac{1}{4}, 2]$ (۴)

$(-\frac{1}{4}, 4]$ (۳)

$[-\frac{1}{4}, 4]$ (۲)

$(\frac{1}{4}, 2]$ (۱)

۱۴۲ حاصل $A = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{\sin^2 x (1 - \cos x)}$ کدام است؟

صفر (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۱۴۳ اگر $A = \frac{1}{1 + \cot^2\left(\frac{\pi}{14}\right)} + \frac{1}{1 + \cot^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)} + \frac{1}{1 + \cot^2\left(\frac{5\pi}{14}\right)}$ و

$B = \frac{1}{1 + \cot^2\left(\frac{\pi}{7}\right)} + \frac{1}{1 + \cot^2\left(\frac{2\pi}{7}\right)} + \frac{1}{1 + \cot^2\left(\frac{3\pi}{7}\right)}$ چه رابطه‌ای بین A و B برقرار است؟

(۱) $A = B + 1$ (۲) $3 - A = B$ (۳) $A = B$ (۴) $A = 3 + B$

۱۴۴ مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{4x^2 - x - 3}{x - 1} - 2 \right| < 4$ کدام است؟

(۱) $\left(-\frac{5}{4}, 1\right)$ (۲) $\left(-\frac{5}{4}, 2\right)$ (۳) $\left(-\frac{5}{4}, \frac{3}{4}\right)$ (۴) $\left(-\frac{3}{4}, \frac{5}{6}\right)$

۱۴۵ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 4x + 5 & x \geq 1 \\ 3x + a & x < 1 \end{cases}$ یک‌به‌یک باشد، حدود a کدام است؟

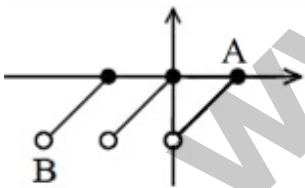
(۱) R (۲) \emptyset (۳) $a < 6$ (۴) $a > 6$

۱۴۶ حاصل عبارت $A = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{12}]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

۱۴۷ دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر ۶ است. دوره تناوب کدام تابع زیر برابر ۴ است؟

(۱) $\frac{3}{4}f(x)$ (۲) $\frac{2}{3}f(x)$ (۳) $f\left(\frac{2}{3}x\right)$ (۴) $f\left(\frac{3}{2}x\right)$



۱۴۸ بخشی از نمودار تابع $y = x + [-x]$ به صورت مقابل است. فاصله A از B چه قدر است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۴۹ جواب نامعادله $\sqrt{x+1} < |x-1|$ یک بازه به صورت (a, b) است. مقدار $\frac{b-a}{2}$ چه عددی است؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۵۰ اگر $x = 2$ یک ریشه معادله $\frac{a}{x+1} = \frac{1-2x}{1+x^3} + \frac{3-a}{x^2-x+1}$ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟

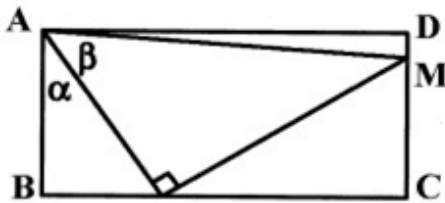
- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) ریشه دیگری ندارد.

۱۵۱ برای اعداد حقیقی x و y ، اگر $|x+y| < |x| + |y|$ و $|x| = -x$ باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

- $A = \sqrt{x^2 - 2xy + y^2 - 2|2y - x| + |y|}$
 (۱) $x - 2y$ (۲) $3x - 4y$ (۳) $2y - x$ (۴) $6y - 3x$

۱۵۲ مجموع ریشه‌های کدام یک از معادلات زیر با حاصل ضرب ریشه‌های معادله $2x^2 - 9x - 4 = 0$ برابر است؟

(۱) $x^2 + 2x - 7 = 0$ (۲) $x^2 - 2x - 7 = 0$ (۳) $2x^2 + 9x - 1 = 0$ (۴) $2x^2 - 9x - 1 = 0$



۱۵۳ اگر در شکل مستطیل مقابل $AM = 1$ باشد، اندازه DM کدام است؟

- (۱) $\cos \alpha \cos \beta$
 (۲) $\sin \alpha \sin \beta$
 (۳) $\cos(\alpha + \beta)$
 (۴) $\sin(\alpha + \beta)$

(۴) ۷۰۷۵۶

(۳) ۷۰۲۳۱

۱۵۴ مجموع اعداد سه رقمی مضرب ۷، کدام است؟

- (۱) ۷۰۱۱۶ (۲) ۷۰۳۳۶ (۳) ۷۰۲۳۱ (۴) ۷۰۷۵۶

۱۵۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos 2x}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{2}$

۱۵۶ حاصل $\left[\log_{\frac{60}{5}}\right]$ چقدر است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) -۵ (۴) ۵

۱۵۷ جواب کامل نامعادله $2^x > \log_2 x$ کدام است؟

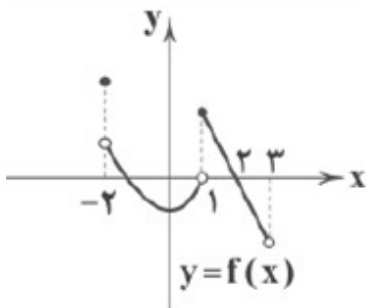
- (۱) $x > 0$ (۲) $x > -1$ (۳) $x \in \mathbb{R}$ (۴) $x > 2$

۱۵۸ اگر $f(x) = \begin{cases} [x] - x & ; x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x^2 - x & ; x < 0 \end{cases}$ باشد، $f(\sqrt{2}) \cdot f(-\sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{2}$ (۲) -1 (۳) 1 (۴) $\sqrt{2}$

۱۵۹ اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 6x & x < -3 \\ b+1 & x = -3 \\ 2x & x > -3 \end{cases}$ در $x = -3$ حد داشته باشد، a و b کدام است؟

- (۱) $\begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b \in \mathbb{R} \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} a = \frac{4}{3} \\ b \in \mathbb{R} \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} a = \frac{4}{3} \\ b = -7 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -7 \end{cases}$



۱۶۰ اگر تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، آن گاه کدام جمله‌ی زیر صحیح است؟

- (۱) تابع $f(x)$ در $x = 1$ مقدار و حد ندارد.
 (۲) تابع $f(x)$ در $x = 2$ حد دارد، ولی مقدار ندارد.
 (۳) تابع $f(x)$ در $x = 3$ مقدار ندارد، ولی حد دارد.
 (۴) تابع $f(x)$ در $x = -2$ مقدار دارد، ولی حد ندارد.

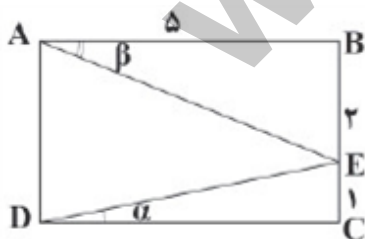
۱۶۱ جملات پنجم، هشتم و شانزدهم یک دنباله‌ی حسابی، به ترتیب سه جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی هندسی هستند. اگر

قدرنسبت دنباله‌ی حسابی برابر ۱۰ باشد، مجموع ده جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۲۳۰ (۳) ۲۵۶ (۴) ۳۲۰

۱۶۲ اگر عبارت $\sin^4 \alpha + 3 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ را به صورت $\frac{(A + B \cos 2\alpha)^2}{4}$ تبدیل کنیم، در این صورت

- $A + B$ چه قدر است؟ ($B < 0$)
 (۱) -1 (۲) 3 (۳) 2 (۴) -2



۱۶۳ با توجه به مستطیل زیر حاصل $\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta)$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{75}{754}$ (۲) $-\frac{75}{754}$ (۳) $\frac{75}{745}$ (۴) $-\frac{75}{745}$

۱۶۴ کدام گزینه نادرست است؟

$$[a + 3] = 3 + [a] \quad (۱)$$

$$\left[\frac{-۱۳}{۴۵}\right] = ۰ \quad (۳)$$

$$[x] = -۱ \Rightarrow -۱ \leq x < ۰ \quad (۲)$$

$$\left[\frac{x^2}{1+x^2}\right] = ۰ \quad (۴)$$

۱۶۵ معادله $||4^x - 3| - 2| = 1$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶

۱۶۶ نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 + px + q$ محور x ها و محور y ها را در سه نقطه مختلف قطع می‌کند، و دایره محیطی این سه نقطه هم نمودار f را در نقطه دیگری قطع می‌کند. مختصات این نقطه چیست؟

- (۱) $(۰, -q)$ (۲) (p, q) (۳) $(-p, q)$ (۴) $\left(-\frac{q}{p}, \frac{q^2}{p^2}\right)$ (۵) $(۱, p + q + ۱)$

۱۶۷ فرض کنید f تابعی است که به ازای هر دو عدد صحیح مانند x و y می‌دانیم: $f(x + y) = f(x)f(y)$ و $f(۱) = \frac{1}{2}$

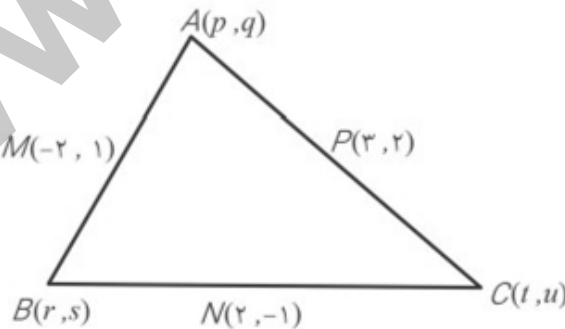
مقدار $f(۰) + f(۱) + f(۲) + f(۳)$ چیست؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{۱۵}{8}$ (۵) ۶

۱۶۸ فرض کنید m و n ریشه‌های معادله $x^2 - x - ۲۰۱۸ = ۰$ هستند. مقدار $n^2 + m$ چیست؟

- (۱) ۲۰۱۶ (۲) ۲۰۱۷ (۳) ۲۰۱۸ (۴) ۲۰۱۹ (۵) ۲۰۲۰

۱۶۹ مطابق شکل، نقطه‌های $A(p, q)$ ، $B(r, s)$ و $C(t, u)$ رأس‌های مثلث هستند و نقطه‌های $M(-۲, ۱)$ ، $N(۲, -۱)$ و $P(۳, ۲)$ وسط‌های سه ضلع مثلث هستند. مقدار $p + q + r + s + t + u$ چیست؟



- (۱) ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۵ (۵) هیچ کدام

۱۷۰ اگر $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{3}$ ، حاصل $\cotg\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۷۱ محیط یک زمین ورزشی ۳۲۰ متر است. اگر اضلاع آن با نسبت طلایی باشد، طول زمین حدوداً چند متر است؟

- (۱) ۹۸ (۲) ۱۰۲ (۳) ۱۰۴ (۴) ۹۶

۱۷۲ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + b}{x^2 - 3x + 2} = L$ مقدار $b + L$ کدام است؟ ($L \in \mathbb{R}$)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۴

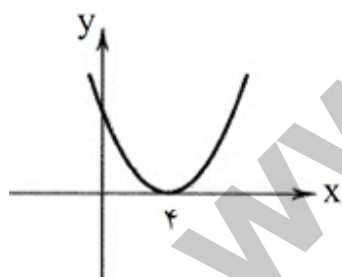
۱۷۳ توابع $f(x)$ و $g(x)$ در نقطه‌ی $x = 1$ حد دارند. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} (2f(x) + 3g(x)) = 7$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ ، حاصل

$\lim_{x \rightarrow 1} ((3x - 1)g(x))$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۷۴ نمودار تابع $y = \sqrt{x - 3} - 2$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) از همه‌ی ناحیه‌ها می‌گذرد.
(۲) دوم
(۳) دوم و سوم
(۴) چهارم



۱۷۵ اگر معادله‌ی $y = x^2 - ax + b$ مربوط به سهمی زیر باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۲۴
(۳) ۸
(۴) ۳۲

۱۷۶ معادله‌ی سهمی که محور طول‌ها را در طول‌های ۲ و -۲ و محور عرض‌ها را در عرض ۲ قطع می‌کند، کدام است؟

- (۱) $y = -\frac{1}{4}(x - 2)(x + 2)$
(۲) $y = \frac{1}{4}(x - 2)(x + 2)$
(۳) $y = 2(x - 2)(x + 2)$
(۴) $y = -2(x - 2)(x + 2)$

۱۷۷ اگر $A(2, 5)$ و $B(\alpha, \beta)$ و بدانیم مختصات وسط پاره خط AB برابر $(4, 1)$ است، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۹ (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

۱۷۸ اگر $f(x) = \begin{cases} x - x^2 & ; x \geq 1 \\ 1 - 2x & ; x < 1 \end{cases}$ مقدار $f(f(-1)) + f(f(2))$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴)

۱۷۹ در مثلث ABC ، $A(-1, 1)$ ، $B(0, 3)$ و $C(2, -1)$ می باشد. طول ارتفاع AH کدام است؟

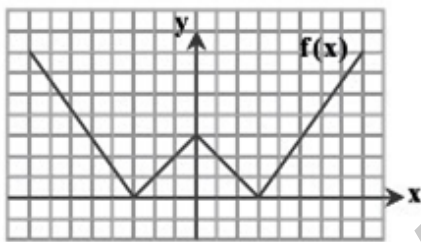
- $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (۱) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ (۳) صفر (۴)

۱۸۰ تمام نقاطی که از دو خط $3y - 4x + 2 = 0$ و $x + 1 = \frac{3}{4}y$ به یک فاصله اند، روی کدام خط قرار دارند؟

- $3y = 4x + 1$ (۱) $3y = 4x - 1$ (۲) $3y = 4x + 2$ (۳) $3y = 4x$ (۴)

۱۸۱ اگر f یک تابع خطی با شیب مثبت باشد، $(f + g)(x) = 4$ و $fog(x) = 1 - 4x$ حاصل $(f - g)(2)$ چقدر است؟

- ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)



۱۸۲ اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت شکل مقابل باشد، معادله $f(x) = 3$ چند جواب دارد؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۳ به ازای کدام مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (m + 3)x^2 + 4x + m$ همواره در زیر محور x ها است؟

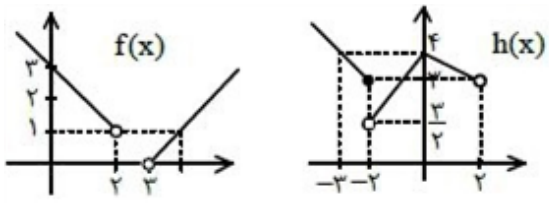
- $m < -4$ (۱) $m < -3$ (۲) $m < -2$ (۳) $m < 0$ (۴)

۱۸۴ حد چپ تابع $y = \frac{2 - \sqrt{x+1}}{|x-3|}$ در نقطه $x = 3$ کدام است؟

- $-\frac{1}{4}$ (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۸۵ نقطه M به طول ۴ واحد بر روی دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۵ واحد قرار دارد. عرض این نقطه کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ± 4 (۳) ± 3 (۴)



با توجه به نمودار $f(x)$ و $h(x)$ که به صورت مقابل داده شده‌اند،

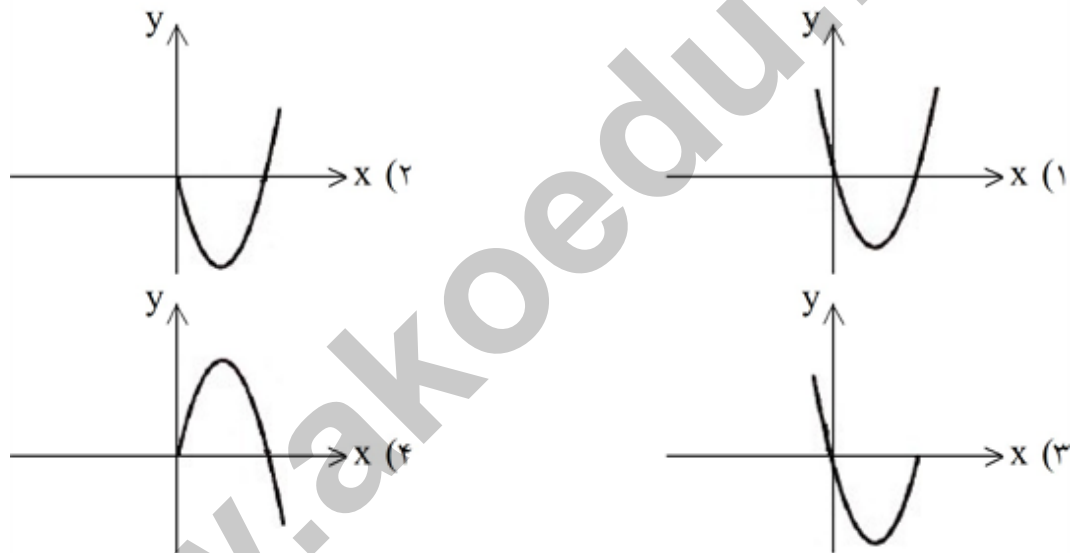
حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - 1}{h(-x) - 3}$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{2}{5}$

اگر $a, b, c, m \in \mathbb{R}$ و داشته باشیم $|a| = |b - m|$ ، $|b| = |c - m|$ و $|c| = |a - m|$ ، آن‌گاه مقدار $a + b + c$ کدام است؟ ($m \neq 0$)

- (۱) $\frac{m}{2}$ (۲) $3m$ (۳) $\frac{3m}{2}$ (۴) m

اگر $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$ و $g(x) = 4x + \sqrt{x}$ باشد، نمودار تابع $(f - g)(x)$ کدام است؟



اگر $f(x) = a - |a - x|$ ، مقدار a چه قدر باشد تا $f \circ f \circ f(x) = f(x)$ شود؟

- (۱) فقط $a > 0$ (۲) فقط $a < 0$ (۳) فقط $a = 0$ (۴) برای هر مقدار a

اگر از تلاقی خط $y = a$ و تابع $y = |x - 1| + |x + 2|$ دوزنقه‌ای به مساحت ۸ واحد مربع تشکیل شود، تفاضل a از مقدار مینیمم این تابع کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۵

اگر $f(x) = x + 1$ و $g \circ f(x) = x^2 + 2x$ باشد، مقدار $g(\sqrt{3})$ چه قدر است؟

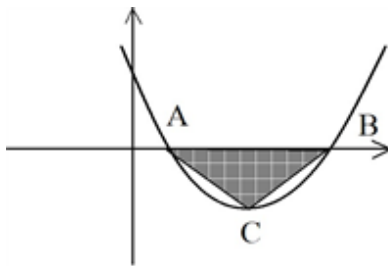
- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۹۲ اگر جملات دنباله‌ی هندسی $\dots, b, 1, a, 9$ روند کاهشی نداشته باشد، مجموع چند جمله‌ی اول این دنباله برابر $\frac{61}{9}$ است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

۱۹۳ در بازه‌ی (a, b) ، نمودار تابع $y = -x^2 + 8x - 3$ ، بالاتر از نمودار تابع $y = 5x - |x|$ است. طول نقطه وسط این بازه کدام است؟

- ۲ (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)



۱۹۴ شکل مقابل نمودار $y = x^2 - 6x + 5$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

- ۴ (۱)
۱۲ (۲)
۶ (۳)
۸ (۴)

۱۹۵ ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ اعداد α و β هستند، حاصل $\alpha^4 + 12\beta - 7$ کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۶ (۲) -۲۴ (۳) ۲۲ (۴)

۱۹۶ مجموعه جواب نامعادله قدرمطلق $| -3x + a | > 2b$ به صورت $(2, +\infty) \cup (-\infty, -1)$ است. مقدار $a + 2b$ کدام است؟

- ۳ (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۱۹۷ ریشه‌های کدام معادله از دو برابر ریشه‌های معادله درجه دوم $3x^2 - 4x = 1$ یک واحد کم‌تر است؟

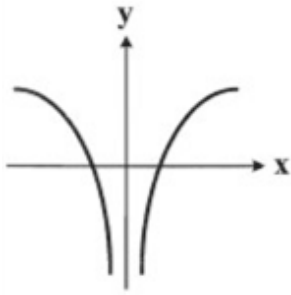
- (۱) $3x^2 - 2x - 9 = 0$
(۲) $3x^2 + 2x - 7 = 0$
(۳) $2x^2 - 3x - 5 = 0$
(۴) $2x^2 - 7x + 1 = 0$

۱۹۸ تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = [x^2]$ روی بازه $[-1, 2]$ ، کدام است؟

- ۶ (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۱۹۹ حاصل جمع جواب‌های صحیح نامعادله $|x^3 - x| \leq x$ ، کدام است؟

- ۱ (صفر) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)



۲۰۰ شکل مقابل نمودار کدام است؟

(۱) $y = |\text{Log} x|$

(۲) $y = \text{Log}|x|$

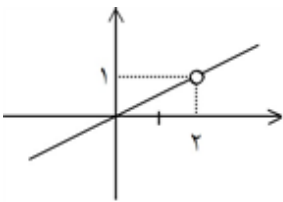
(۳) $y = \text{Log}(x^2 + 1)$

(۴) $y = \text{Log}(x^2 - 1)$

۲۰۱ اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ ، نمودارهای دو تابع $y = a^x$ و $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ نسبت به کدام گزینه قرینه هستند؟
 (۱) نیمساز ناحیه‌ی اول (۲) محور x ها (۳) محور y ها (۴) مبدأ مختصات

۲۰۲ معادله خطی با فاصله ۲ از خط $4x + 3y - 1 = 0$ ، کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) $4x + 3y - 9 = 0$
 (۲) $4x + 3y - 10 = 0$
 (۳) $4x + 3y - 11 = 0$
 (۴) $4x + 3y - 12 = 0$

۲۰۳ در یک دنباله حسابی با بیست جمله، مجموع جملات با شماره زوج از مجموع جملات با شماره فرد، ۷۰ واحد بیشتر است. اگر مجموع بیست جمله اول این دنباله برابر ۲۵۰ باشد، حاصل جمع دو جمله اول و بیستم دنباله، کدام است؟
 (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵



۲۰۴ شکل مقابل، نمودار کدام تابع نیست؟
 (۱) $y = \frac{1}{2}x$
 (۲) $y = \frac{x^2 - 2x}{2x - 4}$
 (۳) $y = \frac{1}{2}x, x \neq 2$
 (۴) $y = \frac{x^2 - 4}{2x - 4} - 1$

۲۰۵ اگر $g(x) = 4(2 - 3f(x))$ و $f(3x + 1) = 9x^2 + 6x + 2$ باشد، مقدار $f(g(0)) + g(f(1))$ کدام است؟
 (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) -۳۵ (۴) -۷۰

۲۰۶ در دایره مثلثاتی، (بازه $[0, 2\pi]$) چند درصد از زوایا در رابطه‌ی

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{3} < \text{tg} \theta < \sqrt{3} \\ \text{Sin}^2 \theta < \frac{1}{4} \end{cases}$$
 صدق می‌کنند؟
 (۱) ۸/۳% (۲) ۱۱/۱% (۳) ۱۶/۶% (۴) ۳۳/۳%

۲۰۷ تعداد جواب‌های معادله $|x - 1| + |x + 4| = 5$ در بازه $(1, +\infty)$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۲۰۸ اعداد b و $a + \frac{1}{p}$ و a سه جمله متوالی یک دنباله هندسی‌اند. اگر از جمله وسط $\frac{1}{12}$ کم کنیم، این جملات تشکیل

دنباله حسابی می‌دهند، نسبت قدرنسبت دنباله حسابی حاصل به قدرنسبت دنباله هندسی، کدام است؟

(۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۲۰۹ اگر c و d ، $(c \neq d)$ ، به ترتیب واسطه‌های حسابی و هندسی بین دو عدد a و b باشند و a, d, c, e, b یک دنباله حسابی تشکیل دهند. رابطه میان b, a کدام است؟

(۱) $b = 3a$ (۲) $b = 6a$ (۳) $b = 9a$ (۴) $b = 12a$

۲۱۰ اگر $y = ax + b$ وارون تابع خطی $y = \frac{x}{3} - 2$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) -۹ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۹

۲۱۱ اگر $f(x) = 2 - |x + 1|$ و $g(x) = x + |x|$ ، آنگاه برد تابع $(\frac{f}{g})(x)$ ، کدام است؟

(۱) $(-\infty, \frac{1}{2})$ (۲) $(-1, +\infty)$ (۳) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۴) $(0, +\infty)$

۲۱۲ اگر $9^{2a-1} = 3\sqrt[3]{9}$ ، مقدار $\text{Log}_{\sqrt{8}}(12a + 5)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۶

۲۱۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{tg}^2 x + \text{Cotg}^2 x - 2 \text{Sin}^2 x - 2 \text{Cos}^2 x}{1 - 2 \text{Sin} x \text{Cos} x}$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) ۸ (۴) صفر

۲۱۴ اعداد $2^a, 2\sqrt[3]{4}, 2^b$ جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. واسطه حسابی بین a و b کدام است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۱۵ اگر x_1 و x_2 ($x_1 < x_2$) ریشه‌های معادله $x^2 - 3mx + 4m - 2 = 0$ باشند و رابطه $S + P = 5$ بین ریشه‌ها

برقرار باشد، معادله درجه دومی که ریشه‌های آن $x_1 + 1$ و $x_2 + 2$ باشد، کدام است؟

(۱) $x^2 - 4x + 3 = 0$ (۲) $x^2 - 6x + 8 = 0$ (۳) $x^2 - 6x + 9 = 0$ (۴) $x^2 - 7x + 12 = 0$

۲۱۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x + \cos x}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۲۱۷ اگر دامنه تابع $f(x) = |x - 2|$ برابر با $(-1, 7)$ باشد، برد آن کدام است؟

(۱) $(3, 5)$ (۲) $(0, 5)$ (۳) $(0, 5)$ (۴) $(1, 5)$

۲۱۸ به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر a ، تابع $f(x) = |2x + a|$ در بازه‌ی $(-1, 2)$ یک‌به‌یک است؟

(۱) $R - (-1, \frac{1}{2})$ (۲) $(-4, 2)$ (۳) $R - (-4, 2)$ (۴) $[-1, \frac{1}{2}]$

۲۱۹ طول یکی از نقاط تلاقی نمودار توابع $y = 2^x$ و $y = x^2$ در کجا واقع شده است؟

(۱) بین صفر و -۱ (۲) بین ۱ و ۲ (۳) بین ۲ و ۳ (۴) بین (-۱) و (-۲)

۲۲۰ جمعیت یک جامعه از تابع $y = 500(1/0.1)^t$ (هزار نفر) پیروی می‌کند. پس از گذشت ۵ سال تقریباً چند هزار نفر

به جمعیت کنونی جامعه افزوده می‌گردد؟ ($\log_{1/0.1} 1/0.5 \approx 5$)

(۱) ۱۰۰ (۲) ۵۱۵ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

۲۲۱ اگر $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ موجود و $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x) - 1}{f(x) - 7} = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 5} f^2(x)$ کدام است؟

(۱) ۴۰۰ (۲) ۲۵۶ (۳) ۴۹ (۴) ۴۸۴

۲۲۲ اگر $\text{Log}(2x + 3) + \text{Log}(x + 1) = 2 \text{Log} 6$ باشد، آن‌گاه $\text{Log} \sqrt[3]{x + 1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۲۳ اگر $\text{Cotg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \text{Sin}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{2}{5}$ ، آنگاه حاصل $\text{Cos } 2x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{25}$ (۲) $\frac{21}{25}$ (۳) $-\frac{21}{25}$ (۴) $-\frac{7}{25}$

۲۲۴ اگر $f(x) = 3ax - 7$ و $g = \{(2, 4), (4, 7), (7, 5)\}$ و $\text{fog}^{-1}(4) = 11$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{6}{7}$ (۳) $\frac{18}{7}$ (۴) $\frac{11}{5}$

۲۲۵ اگر $ab = 18$ و $\text{Log}_y \sqrt{a-b} = \sqrt{\frac{1}{49 \text{Log}_6^y}}$ ، آنگاه حاصل $\text{Log}(a^2 + b^2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲۶ اگر $\text{Log}_y(x^2 - 4x - 5) - \text{Log}_y(x - 3) = 2$ ، آنگاه حاصل $\text{Log}_y(x + 1)$ کدام است؟

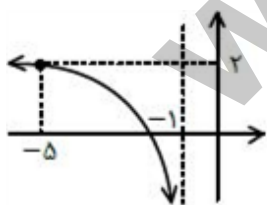
- (۱) ۷ (۲) ۱ یا ۷ (۳) ۳ (۴) ۱ یا ۳

۲۲۷ حاصل عبارت ${}^2\text{Log}_{29} \sqrt{8} + \text{Log}_v 3$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) ۱۲ (۴) $3\sqrt{32}$

۲۲۸ برد تابع $y = \text{Cos}\left(\pi \times \left(\frac{\text{Sin } x}{2} + \frac{1}{4}\right)\right)$ کدام است؟

- (۱) $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$ (۴) $\left[-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$



۲۲۹ در شکل مقابل نمودار تابع $y = \text{Log}_b(a - x)$ دیده می‌شود. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

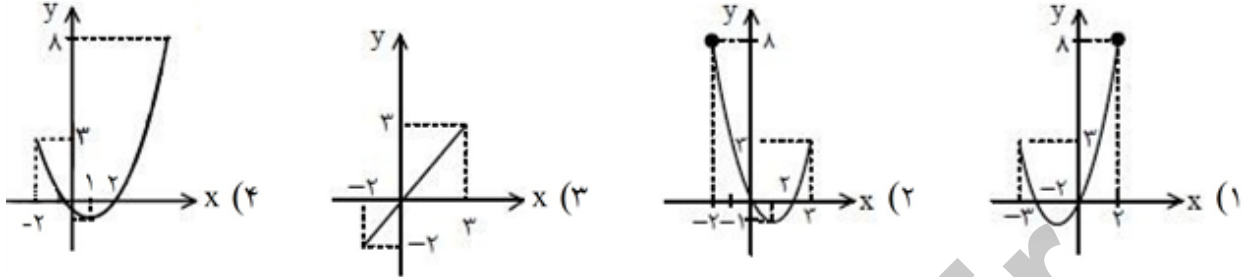
۲۳۰ در تابع $F(x) = |x^2 - 3x| + x$ اگر $1 < x < 2$ باشد، $F^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $F^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x - 4}$ (۲) $F^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x - 4}$
 (۳) $F^{-1}(x) = 2 - \sqrt{4 - x}$ (۴) $F^{-1}(x) = 2 + \sqrt{4 - x}$

۲۳۱ اگر دامنه تابع $F(x) = \sqrt{(a+1)x^2 + 3x - b}$ بازه $[2, +\infty)$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۳۲ تابع $f(x) = 3 - \sqrt{x+2}$ مفروض است. نمودار تابع $g(x) = x f \circ f^{-1}(x) - 2 f^{-1} \circ f(x)$ کدام است؟

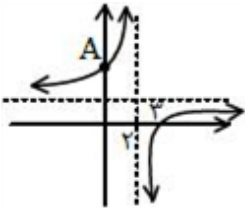


۲۳۳ حاصل $\text{Log}_r \sqrt{5}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۹ (۳) ۹ (۴) ۱

۲۳۴ اگر $f(x) \text{tg} x + f(-x) \text{Cotg} x = x$ باشد، $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{x}{\text{tg} x + \text{Cotg} x}$ (۲) $\frac{x}{\text{tg} x - \text{Cotg} x}$ (۳) $\frac{x}{\text{tg} x - \text{Cotg} x}$ (۴) $\frac{x}{\text{tg} x + \text{Cotg} x}$



۲۳۵ با توجه به نمودار تابع $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ عرض نقطه A کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۲۳۶ به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \left(\frac{2a-1}{a+1}\right)^x$ مشخص کننده یک تابع نمایی کاهشی است؟

- (۱) $\frac{1}{2} < a < 2$ (۲) $(a < -1) \cup (a > 2)$ (۳) $-1 < a < 2$ (۴) $-1 < a < \frac{1}{2}$

۲۳۷ حاصل $\sqrt{1 - 2 \sin x \cos x} - \cos x$ به ازای $0 < x < \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) $\sin x - 2 \cos x$ (۲) $-\sin x$ (۳) $\sin x$ (۴) $\cos x$

238 اگر $\text{Log}_{\frac{36}{25}} = \text{Log}_{\frac{2a-1}{2}} - \text{Log}_{\frac{2a+1}{2}}$ باشد، حاصل $\text{Log}_{\frac{4}{9}} a$ کدام است؟

- (1) 1 (2) -1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{2}$

239 مقدار X از تساوی $\text{Log}_5(\text{Log}_3(\text{Log}_2 X)) = 0$ کدام است؟

- (1) صفر (2) 1 (3) 8 (4) 6

240 اگر $\text{Log}_3^{14} = \alpha$ باشد، حاصل $9^{\alpha-2}$ کدام است؟

- (1) $\frac{14}{9}$ (2) $\frac{196}{9}$ (3) $\frac{196}{81}$ (4) $\frac{14}{81}$

241 اگر $\text{Log}_4^3 = \alpha$ باشد، حاصل $8^{\alpha-2}$ کدام است؟

- (1) $\frac{27}{64}$ (2) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ (3) $\frac{27}{8}$ (4) $\frac{3\sqrt{3}}{64}$

242 اگر $|x-3| < 4$ باشد عبارت $y = |2x-1|$ در چه بازه‌ای قرار دارد؟

- (1) $[0, 13)$ (2) $(3, 13)$ (3) $[0, 10)$ (4) $(3, 10)$

243 مقدار $A = \frac{2}{\text{Log}_5^{10}} + \frac{2}{\text{Log}_2^{10}}$ برابر کدام گزینه است؟

- (1) 2 (2) 1 (3) Log_{20} (4) 2Log_5

244 از معادله لگاریتمی $2\text{Log}_9^x = 1 + \text{Log}_9^{(2x+7)}$ حاصل $\text{Log}_{\sqrt{6}}^{(2x-6)}$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) 4 (3) -2 (4) 2

245 محدوده X در نامعادله $X^2 - 4X < |X-2| - 2$ کدام است؟

- (1) $(0, 2)$ (2) $(2, 4)$ (3) $(0, 4)$ (4) $(-2, 2)$

246 اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $3^{(x^2-5x)} \times (9\sqrt{3})^4 \times \left(\frac{1}{9}\right)^x = 1$ باشد $\alpha > \beta$ آنگاه $2\beta + \alpha$ کدام است؟

- (1) 9 (2) 12 (3) 7 (4) 14

۲۴۷ اگر $f(x) = x^2 - x + 3$ و $g(x) = mx^2 + n + 3$ و $(f + g)(1) = 10$ باشد $g(-1)$ کدام است؟
 ۴ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴)

۲۴۸ اگر $f(x) = ax + 7$ و $g(x) = bx^2 + 1$ و $(f + g)(2) = 10$ باشد، $(g - f)(-2)$ کدام است؟
 ۴ (۱) -۴ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴)

۲۴۹ اگر $f(x) = 3x - 7$ باشد مقدار $[f^{-1}(6)]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)
 ۱۱ (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۲۵۰ در تابع $f(x) = a(b)^x$ اگر $f(2) = 75$ و $f^{-1}(3) = 0$ باشد، $f(-2)$ کدام است؟ ($b > 0$)
 $\frac{5}{81}$ (۱) $\frac{3}{25}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴)

۲۵۱ مقدار $A = 2 \cos(\pi - \theta) + \cos(-\theta) + \cos(2\pi + \theta)$ برابر کدام گزینه است؟
 صفر (۱) $2 \cos \theta$ (۲) $2 \cos \theta$ (۳) $-2 \cos \theta$ (۴)

۲۵۲ مقدار $A = \sin(\alpha - \pi) + \sin(2\pi + \alpha)$ برابر کدام گزینه است؟
 صفر (۱) $2 \sin \alpha$ (۲) $\cos \alpha$ (۳) $2 \cos \alpha$ (۴)

۲۵۳ تابع خطی $f(x) = mx + 1 - m$ در ربع اول با محورهای مختصات یک مثلث به مساحت ۲ واحد می‌سازد، مقدار $f^{-1}(17)$ کدام است؟
 ۱۹ (۱) ۱۵ (۲) -۱۹ (۳) -۱۵ (۴)

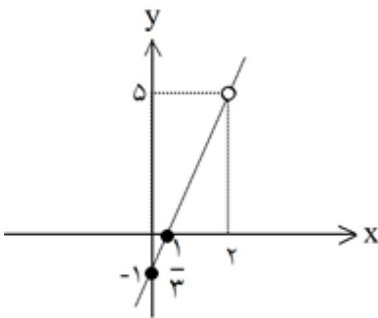
۲۵۴ نیمه عمر ماده هسته‌ای A برابر ۱۰ سال و نیمه عمر ماده هسته‌ای B برابر ۲۵ سال است. اگر جرم اولیه هر دو n باشد. پس از ۱۰۰ سال جرم باقی‌مانده‌ی B چند برابر باقی‌مانده‌ی A است؟
 ۳۲ (۱) ۶۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)

۲۵۵ انرژی آزاد شده یک زلزله 2×10^{22} Erg است. شدت این زلزله چند ریشتر می‌باشد؟ ($\text{Log } 2 = 0.3$)
 ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۲۵۶ مقدار $\text{Log}_{\sqrt{5}} \left(\text{Log}_{\frac{1}{4}}^{\sqrt{5}} \right)$ برابر کدام گزینه است؟
 ۷ (۱) ۴۹ (۲) $\sqrt{7}$ (۳) $\sqrt[4]{7}$ (۴)

مقدار $A = \text{Log}_V^5 \times \text{Log}_{11}^V \times \text{Log}_{125}^{11}$ برابر کدام گزینه است؟ (۲۵۷)

- ۲ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)



چه تعداد از ضابطه‌های زیر، مربوط به نمودار شکل زیر است؟ (۲۵۸)

الف) $f(x) = 3x - 1$

ب) $f(x) = 3x - 1$ و $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

پ) $f(x) = \frac{3x^2 - 7x + 2}{x - 2}$

ت) $f(x) = 3x - 1$ و $D_f = \mathbb{R} - \{5\}$

ث) $f(x) = \frac{(3x-1)(x-5)}{x-5}$

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (-1, 0), (0, 2)\}$ و $g = \{(1, a), (b, 1), (0, 2), (2, a^2)\}$ دامنه‌ی $f \circ g$ برابر با $\{1, 0, -1\}$ باشد، تعداد مقادیر ممکن برای a کدام است؟ (۲۵۹)

- ۴ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)

اگر $f = \{(1, -1), (2, 1), (3, -1), (4, 5)\}$ و $g = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 2), (5, 3)\}$ باشد، برد تابع $f \circ g$ چند عضو دارد؟ (۲۶۰)

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{x-1}{x^2 + mx + n}$ برابر با $\mathbb{R} - \{3, 5\}$ باشد، $m + n$ کدام است؟ (۲۶۱)

- ۲۳ (۴) ۱۵ (۳) ۷ (۲) ۸ (۱)

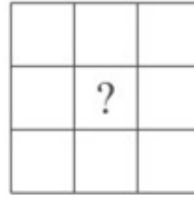
چند عدد صحیح در نامعادله $3|x| - 4 \leq x^2$ صدق می‌کنند؟ (۲۶۲)

- ۱۱ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)

فرض کنید $|x| + x + y = 5$ و $x + |y| - y = 10$. مقدار $x + y$ چه قدر است؟ (۲۶۳)

- ۵ (۵) ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۲۶۴) نه عدد صحیح را در خانه‌های جدول 3×3 نوشته‌ایم. حاصل جمع این نه عدد برابر ۵۰۰ است. می‌دانیم که اختلاف عددهای هر دو خانه که ضلع مشترک دارند برابر ۱ است. عدد خانه‌ی مرکزی چند است؟



- ۵۷ (۵) ۵۶ (۴) ۵۵ (۳) ۵۴ (۲) ۵۰ (۱)

۲۶۵) دنباله‌ی a با $a_1 = 2017$ و $a_n + 1 = \frac{a_n - 1}{a_n}$ (n عددی طبیعی است) تعریف شده است. مقدار a_{2017} کدام است؟

- ۲۰۱۷ (۵) ۱ (۴) $\frac{2016}{2017}$ (۳) $\frac{-1}{2016}$ (۲) -2017 (۱)

۲۶۶) a و b عددهایی صحیح هستند. چه عددی ممکن نیست ریشه‌ی $5x^3 + ax^2 + bx + 24$ باشد؟

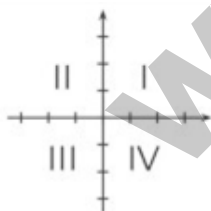
- ۶ (۵) ۵ (۴) ۳ (۳) -1 (۲) ۱ (۱)

۲۶۷) حجم دو استوانه‌ی قائم A و B برابر است. شعاع قاعده‌ی B ده درصد از شعاع قاعده‌ی A بیشتر است. ارتفاع A چه قدر از ارتفاع B بیشتر است؟

- ۲۱% (۵) ۲۰% (۴) ۱۱% (۳) ۱۰% (۲) ۵% (۱)

۲۶۸) عدد مثبت p کوچک‌تر از واحد است و q بزرگ‌تر از واحد. کدام عدد از بقیه بزرگ‌تر است؟

- q (۵) p (۴) $\frac{p}{q}$ (۳) $p + q$ (۲) $p \times q$ (۱)

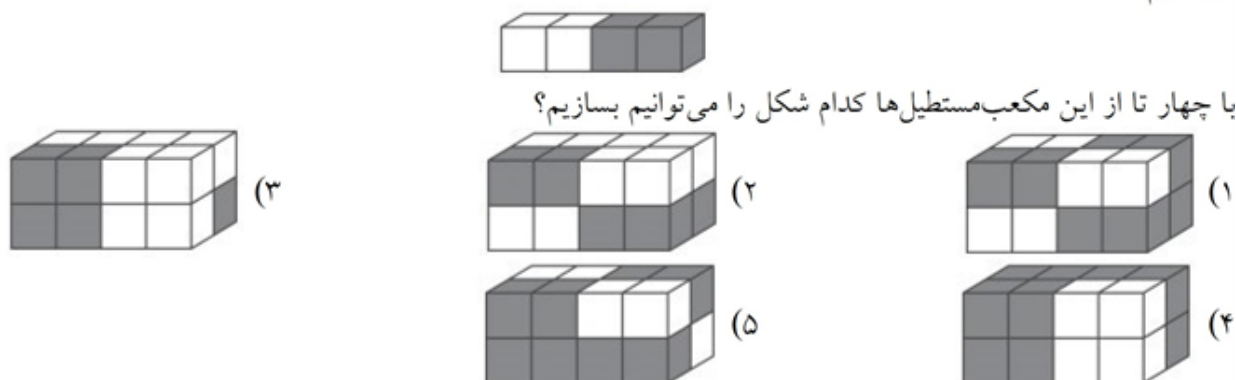


۲۶۹) نمودار $y = -\frac{3}{5}x + 7$ از کدام ربع نمی‌گذرد؟

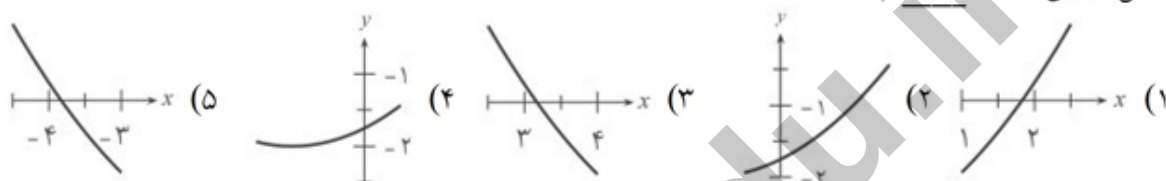
- I (۱)
II (۲)
III (۳)
IV (۴)

(۵) از هر چهار ربع می‌گذرد.

۲۷۰ دو مکعب سفید و دو مکعب خاکستری را مطابق شکل به هم چسبانده‌ایم و یک مکعب مستطیل $4 \times 1 \times 1$ به دست آورده‌ایم:



۲۷۱ نمودار یک عبارت درجه دو را تکه‌تکه کرده‌ایم، و می‌دانیم که چهار تا از شکل‌های زیر، از این تکه‌ها هستند. کدام شکل از این تکه‌ها نیست؟



۲۷۲ می‌دانیم دو عدد مثبت a و b این خاصیت را دارند که هفتاد و پنج درصد a برابر است با چهل درصد b . کدام رابطه درست است؟

۱۵a = ۸b (۱) va = ۸b (۲) ۳a = ۲b (۳) ۵a = ۱۲b (۴) ۸a = ۱۵b (۵)

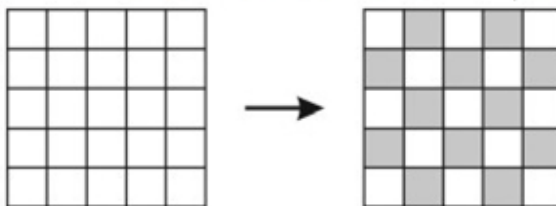
۲۷۳ مقدار عبارت $\frac{20 \times 17}{2 + 0 + 1 + 7}$ کدام است؟

۳/۴ (۱) ۱۷ (۲) ۳۴ (۳) ۲۰۱/۷ (۴) ۳۴۰ (۵)

۲۷۴ عدد طبیعی N دقیقاً شش مقسوم‌علیه طبیعی (با خود ۱ و N) دارد. حاصل ضرب پنج تا از این عددها برابر ۶۴۸ است. ششمین مقسوم‌علیه N کدام است؟

۴ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴ (۵)

۲۷۵) مربعی 5×5 را به ۲۵ خانه تقسیم کرده‌ایم. در ابتدا، همه‌ی خانه‌ها سفید هستند. در هر حرکت، می‌توانیم رنگ سه خانه‌ی متوالی در یک سطر یا یک ستون را برعکس کنیم (یعنی هر خانه‌ی سفید را سیاه کنیم و هر خانه‌ی سیاه را سفید). حداقل چند حرکت لازم داریم که شکل طرف چپ را به شکل طرف راست تبدیل کنیم؟

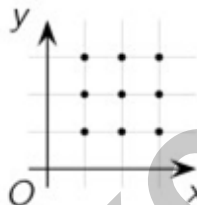


- (۱) کم‌تر از ۱۰ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) بیش‌تر از ۱۲ (۵) این کار ممکن نیست.

۲۷۶) با همه‌ی رقم‌های ۱ تا ۹، سه عدد سه‌رقمی ساخته‌ایم. کدام عدد نمی‌تواند حاصل جمع این سه عدد باشد؟

- (۱) ۱۵۰۰ (۲) ۱۵۰۳ (۳) ۱۵۱۲ (۴) ۱۵۲۱ (۵) ۱۵۷۵

۲۷۷) نمودار چند تابع درجه دو بر حسب x اقلًا از سه تا از نقطه‌های مشخص شده می‌گذرد؟

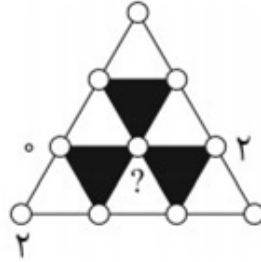


- (۱) ۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۹ (۴) ۲۲ (۵) ۲۷

۲۷۸) معادله‌ی $x^2 + x - 30 = (x^2 - 4x + 5)$ چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) بی‌شمار

۲۷۹ هر کدام از ده نقطه‌ی شکل زیر را با یکی از عددهای ۰ یا ۱ یا ۲ علامت‌گذاری کرده‌ایم. می‌دانیم که حاصل جمع سه رأس هر مثلث سفیدی بر ۳ بخش پذیر است و حاصل جمع عددهای سه رأس هیچ مثلث سیاهی بر ۳ بخش پذیر نیست. عددهای روی سه نقطه را در شکل مشخص کرده‌ایم. چه عددهایی را می‌توانیم روی نقطه‌ی مرکزی بنویسیم؟



- (۱) فقط ۰ (۲) فقط ۱ (۳) فقط ۲ (۴) فقط ۰ و ۱ (۵) هر کدام از ۰ یا ۱ یا ۲

۲۸۰ هر دو معادله‌ی $x^2 + ax + b = 0$ و $x^2 + bx + a = 0$ ریشه‌های حقیقی دارند. اگر بدانیم $a \neq b$ و حاصل جمع مربعات ریشه‌های اولی با حاصل جمع مربعات ریشه‌های دومی برابر است، مقدار $a + b$ چقدر است؟

(۱) ۰ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) ۴ (۵) نمی‌توان معین کرد.

۲۸۱ در جزیره‌ی جوانمردان و دون‌همتان، هر کدام از ساکنان یا جوانمرد است و همیشه راست می‌گوید، یا دون‌همت است و همیشه دروغ می‌گوید. در سفری به این جزیره، هفت نفر را دیدیم که دور آتش نشسته بودند و همه می‌گفتند «من بین دو دون‌همت نشسته‌ام!» چند نفرشان دون‌همت بودند؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ (۵) داده‌ها کافی نیست.

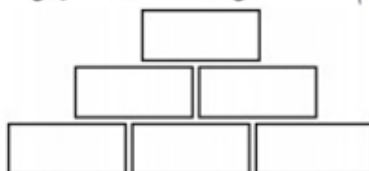
۲۸۲ حمید می‌خواهد مستطیلی به مساحت ۲۰۱۶ با اضلاع طبیعی بسازد و آن را به ۵۶ مربع هم‌اندازه با اضلاع طبیعی تقسیم کند. او چند مستطیل با این خاصیت می‌تواند بسازد؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸ (۵) ۰

۲۸۳ فرض کنید $X_1 = 2$ و به ازای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک مانند n ، $X_{n+1} = X_n^{X_n}$. مقدار X_4 کدام است؟

(۱) 2^{2^3} (۲) 2^{2^4} (۳) $2^{2^{11}}$ (۴) $2^{2^{16}}$ (۵) $2^{2^{768}}$

۲۸۴ در شکل زیر، عدد هر خانه برابر حاصل ضرب دو خانه‌ی زیرش است. اگر بدانیم عددهای سه خانه‌ی پایین‌ترین ردیف طبیعی و بزرگ‌تر از یک هستند، کدام عدد ممکن نیست در بالاترین خانه به دست بیاید؟



- ۲۲۰ (۵) ۱۰۵ (۴) ۹۰ (۳) ۸۴ (۲) ۵۶ (۱)

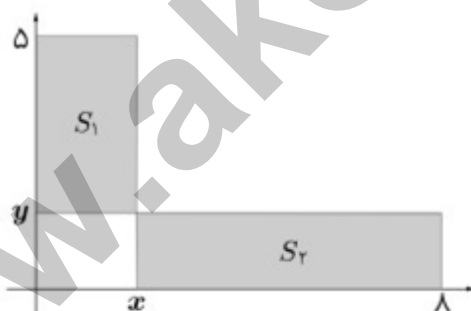
۲۸۵ عددهای طبیعی متمایز a, b, c و d در رابطه‌ی $a + 2 = b - 2 = c \times 2 = d \div 2$ صدق می‌کنند. کدام عدد از بقیه بزرگ‌تر است؟

- a (۱) b (۲) c (۳) d (۴)
 (۵) به‌طور یکتا مشخص نمی‌شود.

۲۸۶ اگر $x^2 - 4x + 2 = 0$ ، مقدار $x + \frac{2}{x}$ چقدر است؟

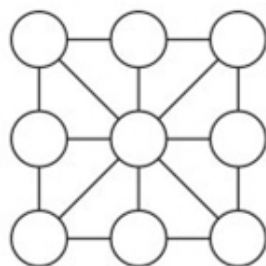
- -4 (۱) -2 (۲) 0 (۳) 2 (۴) 4 (۵)

۲۸۷ در شکل، مساحت مستطیل‌های S_1 و S_2 با هم برابر است. مقدار $\frac{x}{y}$ چقدر است؟



- $\frac{8}{5}$ (۵) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۲) 1 (۱)

دانا می‌خواهد در دایره‌های شکل طوری عددهای طبیعی را بنویسد که حاصل جمع عددهایی که در رأس‌های هشت مثلث کوچک نوشته شده‌اند با هم برابر باشند. او حداکثر چند عدد طبیعی متمایز را می‌تواند در این دایره‌ها بنویسد؟



۸ (۵)

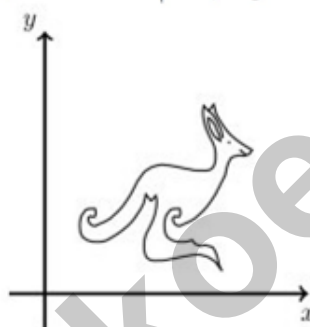
۵ (۴)

۳ (۳)

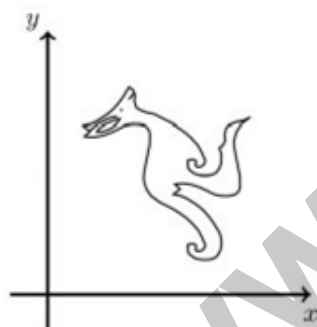
۲ (۲)

۱ (۱)

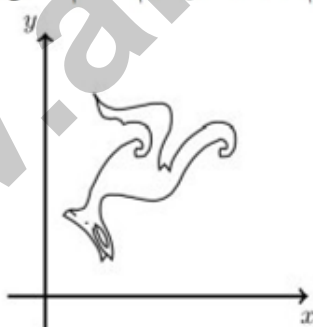
در شکل، مجموعه‌ای از نقطه‌های صفحه را مشخص کرده‌ایم که یک کانگورو تشکیل می‌دهد:



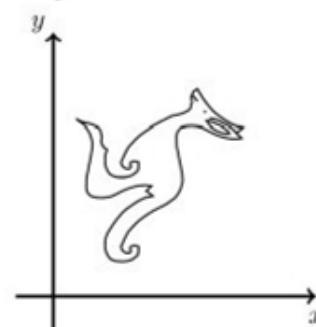
به ازای هر نقطه، طول و عرض آن نقطه را با هم جابه‌جا می‌کنیم. کدام شکل به دست می‌آید؟



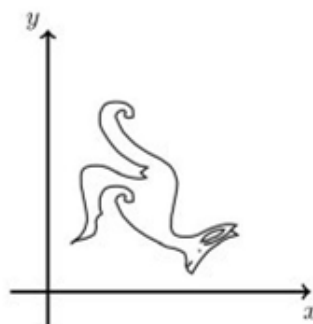
(۳)



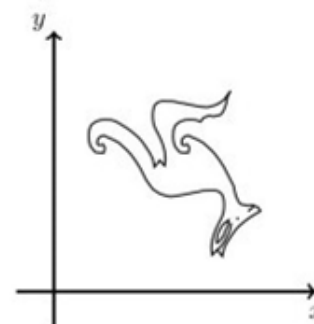
(۲)



(۱)



(۵)

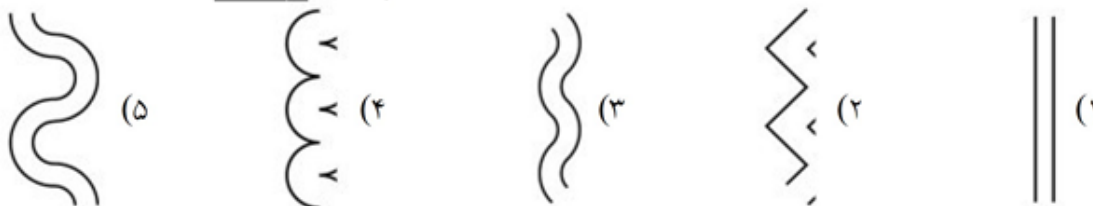


(۴)

۲۹۰ چند عدد صحیح از 2017×2015 بزرگ‌ترند ولی از 2016×2016 کوچک‌ترند؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲۰۱۵ (۴) ۲۰۱۶ (۵) ۲۰۱۷

۲۹۱ مریم می‌خواهد پلی روی یک رودخانه بسازد. او می‌داند که کوتاه‌ترین طول ممکن برای پلی که نقطه‌ای دلخواه در یک طرف رودخانه را به طرف دیگر وصل می‌کند ثابت است. کدام شکل نمی‌تواند شکل چنین رودخانه‌ای باشد؟



۲۹۲ حاصل عبارت $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{111}$ (۲) $\frac{111}{1110}$ (۳) $\frac{111}{1000}$ (۴) $\frac{3}{1000}$ (۵) $\frac{3}{1110}$

۲۹۳ حاصل جمع سن آرش و بهزاد ۲۳ است. حاصل جمع سن بهزاد و پدرام ۲۴ است و حاصل جمع سن آرش و پدرام ۲۵ است. بچه‌ای که از همه بزرگ‌تر است، چند ساله است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳ (۵) ۱۴

۲۹۴ سارا و ستاره به جای هر یک از حروف کلمه‌ی KANGAROO یک رقم می‌گذارند طوری که عدد حاصل بر ۱۱ بخش‌پذیر شود. آن‌ها حروف یکسان را با رقم‌های یکسان جایگزین می‌کنند و برای حروف متفاوت، از رقم‌های متفاوت استفاده می‌کنند. همچنین هیچ‌کدام از آن‌ها، به جای حروف K رقم، نمی‌گذارند. سارا و ستاره به ترتیب تلاش می‌کنند تا به بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد ممکن با این شرایط برسند. هم سارا و هم ستاره یک حرف را با رقم یکسانی جایگزین کرده‌اند. این رقم چیست؟

- (۱) ۰ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶

۲۹۵ ۹۶ نفر دور یک دایره‌ی بزرگ ایستاده‌اند. آن‌ها به ترتیب و پشت سر هم عددهای ۱، ۲، ۳ و ... را می‌گویند. هر کسی که در نوبت‌ش عدد زوجی را بگوید، از دایره خارج می‌شود. بعد از این که همه یک بار در نوبت‌شان عددی را گفتند، نوبت نفر اول می‌شود تا عدد ۹۷ را بگوید و بازی همچنان ادامه پیدا می‌کند تا جایی که فقط یک نفر باقی بماند. این شخص در دور اول چه عددی را گفته است؟

- (۱) ۱ (۲) ۱۷ (۳) ۳۲ (۴) ۶۵ (۵) ۹۵

۲۹۶ چند عدد سه رقمی برابر با حاصل جمع ۹ عدد به شکل توان‌های متمایز عدد ۲ هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵

۲۹۷ برای چند π ، زاویه‌ی π ضلعی‌های منتظم (بر حسب درجه) عددی طبیعی است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۲۲ (۴) ۲۵ (۵) ۶۰

۲۹۸ اگر گزینه‌های زیر را به ترتیب از بالا به پایین بخوانیم، اولین گزینه‌ی درست کدام است؟

(۱) گزینه‌ی «۳» درست است.

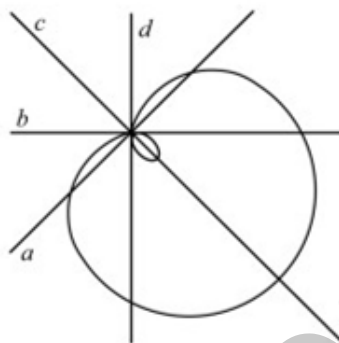
(۲) گزینه‌ی «۱» درست است.

(۳) گزینه‌ی «۵» نادرست است.

(۴) گزینه‌ی «۲» نادرست است.

(۵) $1 + 1 = 2$

۲۹۹ شکل زیر، نموداری به معادله‌ی $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$ است. کدام یک از خط‌های a, b, c, d، محور عمودی مختصات است؟



(۵) هیچ کدام

d (۴)

c (۳)

b (۲)

a (۱)

۳۰۰ شکل زیر، جدول ضرب عددهای کوچکتر از ۱۰ است. مجموع هر ۱۰۰ عدد داخل جدول کدام است؟

x	۱	۲	۳	...	۱۰
۱	۱	۲	۳	...	۱۰
۲	۲	۴	۶	...	۲۰
⋮	⋮				⋮
۱۰	۱۰	۲۰	۳۰	...	۱۰۰

۱۰۰۰ (۱) ۲۰۲۵ (۲) ۲۵۰۰ (۳) ۳۰۲۵ (۴) ۵۵۰۰ (۵)

۳۰۱ شخصی دو خودرو می‌خرد. او پس از مدتی، خودروی اول را ۴۰٪ بیش‌تر از قیمت اولیه و خودروی دوم را ۶۰٪ بیش‌تر از قیمت اولیه می‌فروشد. پولی که او بعد از فروش این دو خودرو دریافت کرد، ۵۴٪ بیش‌تر از مجموع قیمت اولیه‌ی دو خودرو بود. نسبت قیمت اولیه‌ی خودروی اول به قیمت اولیه‌ی خودروی دوم چه قدر است؟

$\frac{10}{13}$ (۱) $\frac{20}{27}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۵)

۳۰۲ میانگین هندسی Π عدد مثبت با فرجه‌ی Π حاصل ضرب آن‌ها برابر است. میانگین هندسی سه عدد مثبت برابر ۳، و میانگین هندسی سه عدد دیگر برابر ۱۲ شده است. میانگین هندسی این شش عدد با هم چند می‌شود؟

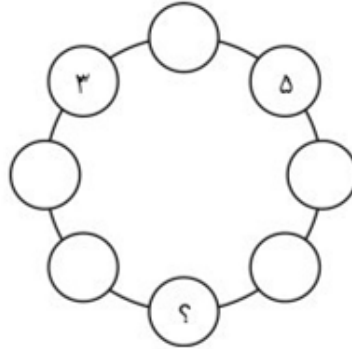
۴ (۱) ۶ (۲) $\frac{15}{2}$ (۳) $\frac{15}{6}$ (۴) ۳۶ (۵)

۳۰۳ درباره‌ی عددهای طبیعی متمایز a, b, c, d, e می‌دانیم $\frac{c}{e} = b$ ، $a + b = d$ و $e - d = a$. کدام یک از عددهای

a, b, c, d, e بزرگ‌تر از بقیه است؟

a (۱) b (۲) c (۳) d (۴) e (۵)

۳۰۴) الیکا می‌خواهد در هر یک از دایره‌های شکل زیر عددی بنویسد به طوری که هر عدد برابر با مجموع دو عدد کناری‌اش باشد. او باید چه عددی در دایره‌ای که با «؟» مشخص شده است، بنویسد؟



- ۸ (۳)

- ۱۶ (۲)

- ۵ (۱)

(۵) چنین کاری ممکن نیست.

- ۳ (۴)

۳۰۵) محور افقی و نمودارهای $y = 2 - x^2$ و $y = x^2 - 1$ ، صفحه‌ی مختصات را به چند ناحیه تقسیم می‌کنند؟

۱۱ (۵)

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۳۰۶) $\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \times 2015) + (2015 \div 2015)}$ برابر است با:

۴۰۳۰ (۵)

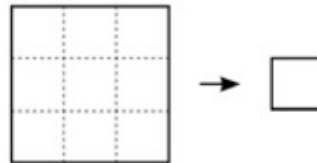
۲۰۱۷ (۴)

۲۰۱۶ (۳)

۲۰۱۵ (۲)

 $\sqrt{2015}$ (۱)

۳۰۷) کاغذی مربع‌شکل را هر بار از روی یکی از خط‌چین‌های شکل زیر، تا می‌کنیم تا به یک مربع کوچک‌تر برسیم. یکی از گوشه‌های مربع کوچک را می‌بریم، سپس کاغذ را باز می‌کنیم. چند سوراخ در مربع اصلی به وجود آمده است؟



۹ (۵)

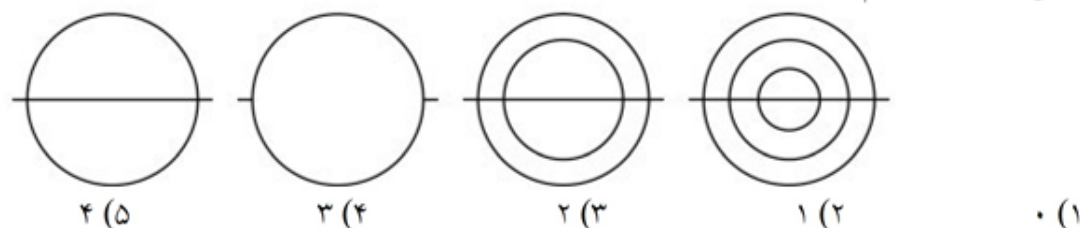
۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۳۰۸ چند تا از شکل‌های زیر را می‌توانیم بدون برداشتن قلم از روی کاغذ رسم کنیم؟ (نمی‌توانیم بعضی از قسمت‌های شکل را دوبار بکشیم).



۳۰۹ عددهای ۲۰۰۱، ۲۰۰۲، ... و ۲۰۳۱ را با هم جمع، و حاصل را بر ۳۱ تقسیم کرده‌ایم. چه عددی به دست آمده است؟

۲۰۲۱ (۱) ۲۰۱۳ (۲) ۲۰۱۵ (۳) ۲۰۱۶ (۴) ۲۴۹۶ (۵)

۳۱۰ معادله‌ی $2^{2x} = 4^{x+1}$ چند جواب دارد؟

صفر (۱) بی‌شمار (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳ (۵)

۳۱۱ $(a-b)^5 + (b-a)^5$ برابر است با:

۰ (۱) $2(a-b)^5$ (۲) $2a^5 - 2b^5$ (۳) $2a^5 + 2b^5$ (۴) $2a^2 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$ (۵)

۳۱۲ ستایش در سال ۱۹۹۷ و خواهرش، نیایش، در سال ۲۰۰۱ به دنیا آمده است. اختلاف سن دو خواهر: (۱) از ۴ سال کم‌تر است. (۲) دست‌کم ۴ سال است. (۳) دقیقاً ۴ سال است. (۴) بیش‌تر از ۴ سال است. (۵) از ۳ سال کم‌تر نیست.

۳۱۳ در جنگل‌های سرزمین عجایب، سه نوع حیوان زندگی می‌کند: شیر، گرگ و بز. شیرها، هم می‌توانند گرگ بخورند و هم بز. گرگ‌ها فقط بز می‌خورند. این جنگل‌ها، در سرزمین عجایب واقع‌اند، پس باید جنگل‌های عجیبی باشند: در این جنگل‌ها، اگر گرگی بز بخورد، به شیر تبدیل می‌شود. همچنین اگر شیری گرگ بخورد به بز، و اگر بز بخورد به گرگ تبدیل می‌شود. در یکی از این جنگل‌ها ۱۷ بز، ۵۵ گرگ و ۶ شیر زندگی می‌کردند. بعد از مدتی در این جنگل هیچ حیوانی نمی‌تواند حیوان دیگری را بخورد. در چنین زمانی حداکثر چند حیوان در جنگل زندگی می‌کنند؟

۱ (۱) ۶ (۲) ۱۷ (۳) ۲۳ (۴) ۳۵ (۵)

۳۱۴ در مورد تابع $f: Z \rightarrow Z$ می‌دانیم $f(4) = 6$ و $xf(x) = (x-3)f(x+1)$.

مقدار $f(4)f(7)f(10) \dots f(2011)f(2014)$ کدام است؟

۲۰۱۳ (۱) ۲۰۱۴ (۲) 2013×2014 (۳) $2013!$ (۴) $2014!$ (۵)

۳۱۵ در معادله‌های $k = (2014 + m)^n = 1024^n + 1$ می‌دانیم m ، n و k عددهایی طبیعی‌اند. m چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار (۵)

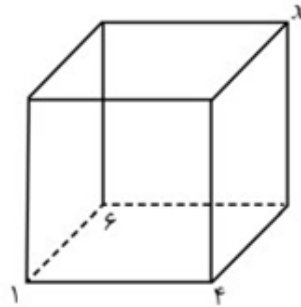
۳۱۶ تابع خطی f را با ضابطه $f(x) = ax + b$ در نظر بگیرید. اگر بدانیم $f(f(f(1))) = 29$ و $f(f(f(0))) = 2$ مقدار a را به دست آورید.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

۳۱۷ روی یک بسته پنیر خامه‌ای، این دو عبارت نوشته شده است: «۲۴٪ چربی» و «۶۴٪ چربی» در ماده‌ی خشک. چند درصد از این پنیر از آب تشکیل شده است؟

- ۱ (۱) ۸۸٪ (۲) ۶۲/۵٪ (۳) ۴۹٪ (۴) ۴۲٪ (۵) ۳۷/۵٪

۳۱۸ هر یک از عددهای ۱ تا ۸ را روی یکی از رئوس‌های یک مکعب نوشته‌ایم طوری که مجموع عددهای روی رئوس‌های هر وجه، عددی ثابت باشد. عددهای ۱، ۴ و ۶ مانند شکل زیر روی رئوس‌های مکعب قرار گرفته‌اند. X چه عددی است؟



- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷ (۵) ۸ (۶)

۳۱۹ شش هفته از $n!$ ثانیه تشکیل شده است. n برابر است با:

- ۱ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۰ (۵) ۱۲

۳۲۰ a ، b و c عددهایی حقیقی و مخالف صفر، و n عدد طبیعی است. می‌دانیم

$$(-2)^{2n+3} a^{2n+2} b^{2n-1} c^{2n+2}$$

و $(-3)^{2n+2} a^{4n+1} b^{2n+6} c^{3n-4}$ علامت یکسانی دارند. کدام یک از گزینه‌های زیر، حتماً درست است؟

- ۱ (۱) $a > 0$ (۲) $b > 0$ (۳) $c > 0$ (۴) $a < 0$ (۵) $b < 0$

۳۲۱ چند سه‌تایی مرتب مانند (a, b, c) از عددهای صحیح وجود دارند که $a > 1$ ، $b > 1$ و $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$ ؟

- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵ بی‌شمار

۳۲۲ در یک مسابقه‌ی فوتبال، تیم برنده ۳ امتیاز، و تیم بازنده، امتیاز می‌گیرد. اگر هم بازی مساوی شود، هر یک از دو تیم، ۱ امتیاز می‌گیرد. ۴ تیم A، B، C و D در یک تورنمنت فوتبال شرکت کردند. در این تورنمنت هر تیم با هر یک از سه تیم دیگر یکبار مسابقه داد. در انتهای تورنمنت، تیم A، ۷ امتیاز و هر یک از تیم‌های B و C، ۴ امتیاز داشتند. تیم D چند امتیاز کسب کرده است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴

۳۲۳ رقم‌های ۲۰۱۴ متفاوت‌اند و رقم سمت راست، از مجموع سه رقم سمت چپ بزرگ‌تر است. آخرین بار، عدد چند سال پیش این چنین بوده است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲۱۵ (۳) ۳۰۵ (۴) ۳۹۵ (۵) ۴۸۵

۳۲۴ آرش، ایمیلی دارد که فقط ۴ تا از دوستانش نشانی‌اش را دارند. امروز آرش ۸ نامه دریافت کرد. کدام یک از گزینه‌های زیر حتماً درست است؟

- (۱) آرش از هر یک از دوستانش ۲ نامه دریافت کرده است.
 (۲) امکان ندارد که آرش از یکی از دوستانش ۸ نامه دریافت کرده باشد.
 (۳) آرش از هر یک از دوستانش دست‌کم یک نامه دریافت کرده است.
 (۴) آرش از یکی از دوستانش دست‌کم دو نامه دریافت کرده است.
 (۵) آرش از هر کدام از دو نفر از دوستانش دست‌کم دو نامه دریافت کرده است.

۳۲۵ حاصل $(222)^5 \times (555)^2$ چند رقم دارد؟

(۱) ۲۲ (۲) ۵۵ (۳) ۷۷ (۴) ۱۱۰ (۵) ۱۱۱

۳۲۶ کدام یک از عبارت‌های زیر بر $b + 1$ بخش پذیر نیست؟

(۱) $2b + 2$ (۲) $b^2 - 1$ (۳) $b^2 + b$ (۴) $-b - 1$ (۵) $b^2 + 1$

۳۲۷ $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}}$ برابر است با:

(۱) 2^{2011} (۲) 2^{2012} (۳) 2^{2013} (۴) ۱ (۵) ۲

۳۲۸ ۴۸ توپ در سه سبد با اندازه‌های مختلف وجود دارند. مجموع تعداد توپ‌های دو سبد کوچک و بزرگ، دو برابر تعداد توپ‌های سبد متوسط است. همچنین تعداد توپ‌های سبد کوچک، نصف تعداد توپ‌های داخل سبد متوسط است. چند توپ داخل سبد بزرگ وجود دارد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۳۰ (۵) ۳۲

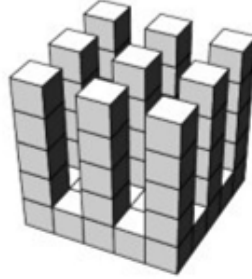
۳۲۹ اگر $b = \frac{1}{p}$ مقدار a^{-3a} چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) ۶ (۵) $\frac{1}{۶}$

۳۳۰ امروز روز تولد مریم، میترا و میناست. مجموع سن آنها ۴۴ سال شده است. دفعه‌های بعدی که مجموع سن آنها عددی دو رقمی با رقم‌های برابر شود، سن‌ها آنها روی هم چند سال خواهد بود؟

- ۵۵ (۱) ۶۶ (۲) ۷۷ (۳) ۸۸ (۴) ۹۹ (۵)

۳۳۱ از مکعبی که با ۱۲۵ مکعب $1 \times 1 \times 1$ ساخته شده است، تعدادی مکعب $1 \times 1 \times 1$ جدا می‌کنیم تا به جسم زیر برسیم. این جسم، از چند ستون هم‌ارتفاع که روی یک صفحه‌ی افقی قرار گرفته‌اند تشکیل شده است. برای ساختن این جسم، چند مکعب $1 \times 1 \times 1$ را از مکعب بزرگ جدا کرده‌ایم؟



- ۵۶ (۱) ۶۰ (۲) ۶۳ (۳) ۶۸ (۴) ۸۰ (۵)

۳۳۲ اگر $f(x) = \frac{2}{x-2} - \frac{2}{x-2}$ و $g(x) = 2 + \frac{1}{x-3}$ و دامنه تابع $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ به صورت $R - \{a, b, c\}$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

- $\frac{5}{2}$ (۱) ۲ (۲) $\frac{15}{2}$ (۳) ۴ (۴)

۳۳۳ کدام گزینه درست است؟
 (۱) لگاریتم اعداد مثبت کمتر از یک، همواره عددی منفی است.
 (۲) تابع لگاریتم $(y = \log_a x)$ یک‌به‌یک نیست.
 (۳) تابع لگاریتم $(y = \log_a x)$ محور y ها را قطع می‌کند.
 (۴) اگر نقطه (b, d) روی نمودار $y = a^x$ قرار داشته باشد، آنگاه (d, b) روی نمودار $y = \log_a x$ قرار دارد.

۳۳۴ اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای حسابی باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$ کدام است؟

- $\frac{n-1}{a_1 a_n}$ (۱) $\frac{n}{a_1 a_n}$ (۲) $\frac{2n-2}{a_1 a_n}$ (۳) $\frac{2n}{a_1 a_n}$ (۴)

۲۷√۳ (۳۳۵)

اگر $x = \text{Log} \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ باشد، مقدار $\text{Log}_8^{(2-x)}$ کدام است؟

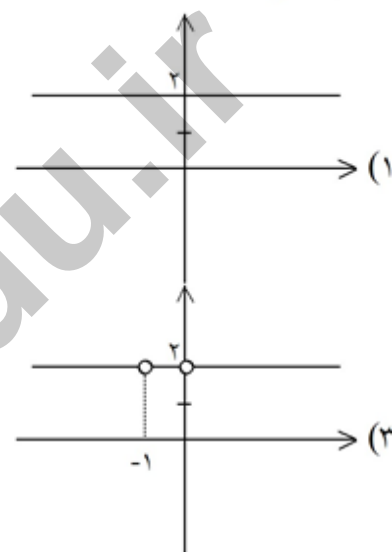
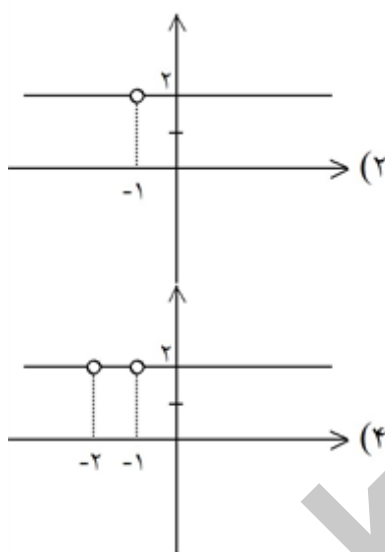
$\frac{11}{3}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{7}{3}$ (۱)

اگر $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ باشد، نمودار $f^{-1} - f$ کدام است؟ (۳۳۶)



حدود x برای معادله $4[x]^2 - 1 = 0$ برابر کدام گزینه است؟ ([] نماد جزء صحیح است.) (۳۳۷)

$[-4, 4)$ (۴)

$[-1, 1)$ (۳)

$[-2, 2)$ (۲)

\emptyset (۱)

به ازای کدام مقدار m ، معادله $(2m+3)x^2 - 6x + (2m+3) = 0$ دو ریشه در فاصله $(0, 3)$ دارد؟ (۳۳۸)

$-3 < m < 0$ (۴)

$-1 < m < 0$ (۳)

$-\frac{3}{5} < m < 0$ (۲)

$-\frac{3}{2} < m < 0$ (۱)

در یک دنباله هندسی با ۱۲ جمله، حاصل ضرب سه جمله آخر دنباله برابر $\frac{8}{27}$ است. جمله یازدهم دنباله کدام است؟ (۳۳۹)

$\frac{16}{243}$ (۴)

$\frac{8}{81}$ (۳)

$\frac{4}{27}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

در یک دنباله حسابی با ۱۷ جمله، جمله نهم دنباله برابر ۱۱ است. اگر مجموع ۱۶ جمله اول دنباله برابر ۱۶۰ باشد، مقدار $a_1 + a_{17}$ کدام است؟ (۳۴۰)

۲۵ (۴)

۲۲ (۳)

۱۹ (۲)

۱۶ (۱)

۳۴۱) بین دو عدد ۱۰ و ۱۵، ۴۹۹ واسطه حسابی درج می‌کنیم، جمله ۴۹۹ ام دنباله، کدام است؟
 (۱) ۱۴/۹۶ (۲) ۱۴/۹۷ (۳) ۱۴/۹۸ (۴) ۱۴/۹۹

۳۴۲) اگر f یک تابع معکوس‌پذیر باشد و داشته باشیم $f(x) = 2f^{-1}(3) + 3x - 7$ حاصل $f(3)$ کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) صفر

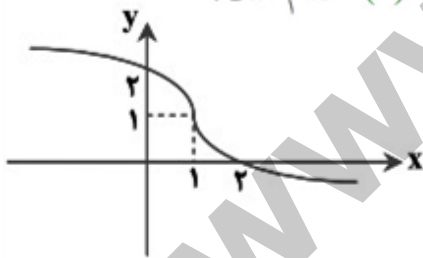
۳۴۳) اگر دامنه‌ی $f(x) = \frac{x+3}{x^2+2x+b}$ برابر $R - \{a\}$ باشد، $a+b$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۳۴۴) معادله عمود منصف پاره‌خطی که دو نقطه $A(3, -2)$ و $B(-1, 4)$ را به هم وصل می‌کند، محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟
 (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۴۵) دو نقطه بر خط به معادله $y = 2x + 3$ قرار دارند. اگر فاصله این نقاط از خط به معادله $xy = \sqrt{5}$ باشد، طول این نقاط کدام است؟
 (۱) $\frac{-1}{3}$ و $\frac{-11}{3}$ (۲) $\frac{11}{3}$ و $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{-4}{3}$ و $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$ و $\frac{-4}{3}$

۳۴۶) اگر دو خط $bx + ay = -16$ و $3x - 4y = b$ نسبت به خط $y = x$ قرینه یکدیگر باشند، مقدار $b - a$ کدام است؟
 (۱) ± 14 (۲) ± 2 (۳) ± 12 (۴) ± 4

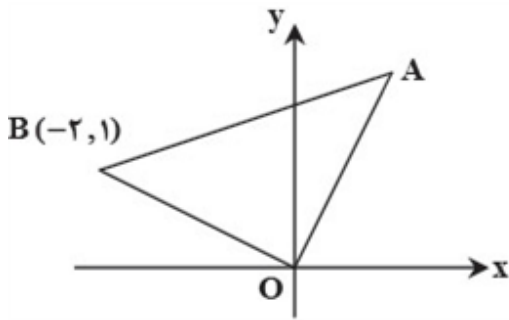
۳۴۷) نمودار تابع $f(x)$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. تعداد جواب‌های معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ کدام است؟



- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) صفر

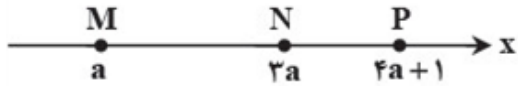
۳۴۸) تابع $y = x^2 - 2x$ با کدام دامنه، تابعی یک‌به‌یک است؟
 (۱) $D = [-1, +\infty)$ (۲) $D = (-\infty, 1]$ (۳) $D = [0, 2]$ (۴) $D = [-2, 2]$

۳۴۹) مقدار $2 \sin^4\left(\frac{\pi}{14}\right) - 2 \sin^4\left(\frac{3\pi}{7}\right) + 3 \cos^2\left(\frac{\pi}{14}\right)$ برابر کدام گزینه می‌باشد؟
 (۱) ۱ (۲) $1 + \cos^2\left(\frac{\pi}{14}\right)$ (۳) $1 + \cos^2\left(\frac{3\pi}{7}\right)$ (۴) ۲



۳۵۰ نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات و روی خط $y = 2x$ قرار دارد. اگر مثلث OAB در رأس O متساوی الساقین باشد، عرض نقطه A چقدر است؟

- (۱) ۶
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) $\frac{3}{2}$



۳۵۱ در شکل مقابل داریم: $2MN + MP = 22$. اندازه پاره خط NP کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۵
(۳) ۳
(۴) ۴

۳۵۲ یک ظرف سفالی با قدمت ۲۸ قرن از زیر خاک بیرون آمده است. انتظار دارید چند درصد از C^{14} اولیه آن باقی مانده باشد؟ (نیمه عمر کربن ۵۶۰۰ سال است.)

- (۱) ۴۱
(۲) ۵۰
(۳) ۷۱
(۴) ۹۰

۳۵۳ یک آشپز به همراه شاگردش غذایی را در ۷۲ دقیقه آماده می کند. اگر شاگرد بخواهد به تنهایی آن غذا را آماده کند، یک ساعت بیشتر از مدت زمانی طول می کشد که آشپز بخواهد آن را به تنهایی آماده کند. شاگرد آشپز آن غذا را به تنهایی در چند ساعت آماده می کند؟

- (۱) $\frac{1}{5}$
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) $\frac{2}{5}$

۳۵۴ بزرگ ترین جواب معادله $|3x - 2| = |x - 4|$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) -۱
(۴) $\frac{3}{2}$

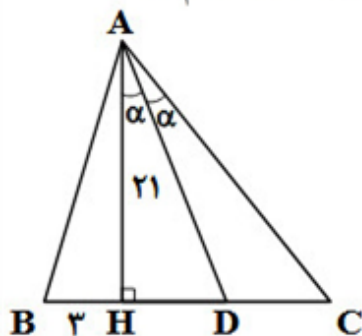
۳۵۵ استادیومی به شکل مستطیل با دو نیم دایره در دو انتهای آن در حال ساخت است. اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ باشد، در این صورت عرض مستطیل چه قدر باشد تا مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن شود؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۱۲۵
(۲) ۲۵۰
(۳) ۳۷۵
(۴) ۵۰۰

۳۵۶ اگر $x = -1$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = -3x^3 + m^2x + m^2 - m$ باشد، صفر دیگر آن کدام است؟

- (۱) -۲
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) -۳

۳۵۷ در شکل مقابل، زاویه رأس A برابر 45° است. اگر $BH = 3$ و $AH = 21$ ، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۴)

۳۵۸ محمد یک متن ادبی را در ۳ ساعت ویرایش می‌کند. اگر علی به کمک او بیاید کار ویرایش یک ساعت و چهل دقیقه به طول می‌انجامد. علی به تنهایی کار ویرایش را در چند ساعت انجام می‌دهد؟

$3/75$ (۴)

$3/5$ (۳)

$3/25$ (۲)

$4/25$ (۱)

۳۵۹ تعداد جملات یک دنباله هندسی، عددی زوج است. اگر مجموع تمام جملات این دنباله، ۵ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، جمله پنجم چند برابر جمله دوم است؟

۲۱۶ (۴)

۱۲۵ (۳)

۶۴ (۲)

۲۷ (۱)

۳۶۰ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x+6}-4}{6-3x}$ کدام است؟

$-\frac{5}{3}$ (۴)

$-\frac{5}{12}$ (۳)

$-\frac{5}{48}$ (۲)

$-\frac{5}{24}$ (۱)

۳۶۱ در یک دنباله حسابی $a_1 = -2$ و مجموع پنج جمله اول، یک سوم مجموع پنج جمله بعدی است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

-۶ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

۳۶۲ هرگاه $\text{Log}_{\sqrt{2}} X = \text{Log}_5 \sqrt[3]{125} - \text{Log}_4 X$ باشد، مقدار $\text{Log}_8 2X$ کدام است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

۳۶۳ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ باشند، حاصل $\beta - \alpha^2$ کدام است؟

$2(1+\sqrt{5})$ (۵)

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

۳۶۴ طول قطر مربعی که یک ضلع آن واقع بر خط $x + y = 5$ و مختصات یک رأس آن $(-1, 2)$ باشد، چه قدر است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$4\sqrt{2}$ (۱)

۳۶۵) به ازای کدام مقدار a ، تابع $f = \{(1, 4), (1, a+b), (4, 5), (b, 2), (3, 2)\}$ وارون پذیر است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۶۶) اگر $\text{Log}_x(x+2) = 2 + \text{Log}_x(4+x^3)$ باشد، مقدار $\text{Log}_8\sqrt{x}$ کدام است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) $\frac{1}{12}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۳۶۷) مقدار عددی عبارت $\sqrt{2 + \sqrt{2}} \left(\text{Sin} \frac{\pi}{8} \right)$ کدام است؟

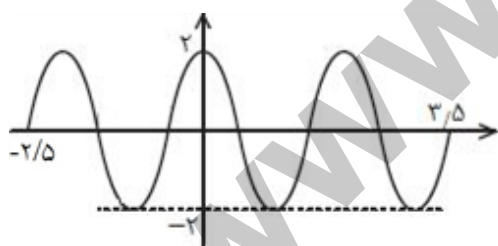
- ۱) $\frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۳۶۸) اگر $2\alpha + 1$ و $2\beta + 1$ ریشه‌های معادله‌ی $2x(x+2) = 3$ باشند، کدام معادله ریشه‌هایش $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$ است؟

- ۱) $8x^2 + x - 3 = 0$ ۲) $8x^2 - x - 3 = 0$
 ۳) $3x^2 + 16x + 8 = 0$ ۴) $3x^2 - 16x + 8 = 0$

۳۶۹) اگر $\text{Log} 2 = 0/3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\text{Log} 2500 - \text{Log} 0/000016}{\text{Log} 80000 - \text{Log} \frac{1}{128}}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{6}{5}$ ۲) $\frac{7}{5}$ ۳) $\frac{41}{35}$ ۴) $\frac{43}{35}$



۳۷۰) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \text{Sin} \left(\pi \left(\frac{1}{2} + bx \right) \right)$

است. a و b کدام است؟

- ۱) $2/5$ ۲) $3/5$ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۷۱) کدام یک از جداول زیر بیانگر یک تابع نمایی است؟

x	۲	۴	۶	۸	۱۰
y	۳	-۶	۱۲	-۲۴	۴۸

(۲)

x	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰
y	۷	۴	۱	-۲	-۵

(۴)

x	۱	۲	۳	۴	۵
y	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵

(۱)

x	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
y	۶۴	۹۶	۱۴۴	۲۱۶	۳۲۴

(۳)

۳۷۲ در یک دنباله‌ی حسابی صعودی، مجموع جملات سوم و پنجم برابر ۱۶ و ضرب جملات اول و هفتم برابر ۱۷- می‌باشد. قدرنسبت دنباله کدام است؟

- ۴ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۳۷۳ اگر $f(\operatorname{tg} x + 1) = \frac{\sin 2x + 1}{3 + \cos 2x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

- $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴)

۳۷۴ دو تابع $f = \{(1, 2), (0, -1), (3, 1)\}$ و $g = \{(0, 1), (3, 2)\}$ مفروض‌اند. تابع $\operatorname{fog}^{-1} + g^{-1}$ of کدام است؟

- $\{(1, 2)\}$ (۱) ϕ (۲) $\{(1, 4)\}$ (۳) $\{(2, 2)(5, 1)\}$ (۴)

۳۷۵ نقاط $A(-1, 2)$, $B(a+1, 2b)$, $C(b, 4)$ و $D(2b, 3a-1)$ رئوس یک متوازی‌الاضلاع می‌باشند. محل برخورد دو قطر متوازی‌الاضلاع کدام نقطه است؟

- $(7, 3)$ (۱) $(3, 7)$ (۲) $(-7, 3)$ (۳) $(-7, -3)$ (۴)

۳۷۶ اگر $\cos 20^\circ = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\sin(-250^\circ) - \cos 290^\circ + \sin 880^\circ$ کدام است؟

- $0/24$ (۱) $0/25$ (۲) $0/32$ (۳) $0/42$ (۴)

۳۷۷ حاصل ضرب عبارت $\cos \frac{\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{3\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{5\pi}{15} \cos \frac{6\pi}{15} \cos \frac{7\pi}{15}$ کدام است؟

- $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^9$ (۱) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^7$ (۲) $\left(\frac{1}{2}\right)^9$ (۳) $\left(\frac{1}{2}\right)^7$ (۴)

۳۷۸ ضابطه تابعی در نقاط $x \neq -3$ به صورت $f(x) = \frac{2x + \sqrt{21 - 5x}}{1 - \sqrt{3x + 10}}$ و در نقطه $x = -3$ برابر a تعریف شده است.

به ازای کدام مقدار a این تابع در نقطه $x = -3$ پیوسته است؟

- $\frac{14}{15}$ (۱) $\frac{15}{14}$ (۲) $-\frac{18}{19}$ (۳) $-\frac{19}{18}$ (۴)

۳۷۹ حد عبارت $(1 - \cos^6 x)(1 + \operatorname{Cotg}^2 x)$ وقتی $x \rightarrow \pi$ ، کدام است؟

- ۳ (۱) ۶ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۳۸۰ اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(f(x)) = |x| - 5$ باشد، مقدار $f(g(3)) - g(g(-2))$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۶ (۴) ۶

۳۸۱

حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{\text{Log} \sqrt{x} + 1}{2} = \frac{5}{2}$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{17}{2}$

۳۸۲

حاصل $\left[\sqrt{2n^2 + 2n + 1} \right]$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- (۱) $n + 1$ (۲) n (۳) $2n$ (۴) قابل تعیین نیست.

۳۸۳

معادله‌ی $x^4 + 2x^2 + 2 - a = 0$ چهار ریشه متمایز دارد. حدود a کدام است؟

- (۱) $a > -2$ (۲) $-8 < a < -2$ (۳) $a < 2$ (۴) $-2 < a < 2$

۳۸۴

مجموع پنج جمله‌ای اول یک دنباله‌ی حسابی غیرثابت با جمله‌ی هفتم آن برابر است. نسبت جمله‌ی چهارم این دنباله به جمله‌ی اول آن چه قدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۳۸۵

معادله‌ی $(\text{Log } x)^2 = x \text{Log}_x^2 + 2 \text{Log}_x(\text{Log } x)$ چند جواب دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) چهار

۳۸۶

اگر $f(x) = x - \frac{4}{x}$ و $gof(x) = ax^3 + 2x$ و $g(3) = 8$ مقدار a کدام است؟

- (۱) ۰ یا -۸ (۲) ۰ یا -۱۰ (۳) ۷ یا -۲ (۴) ۱۰ یا -۲

۳۸۷ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} + x$ باشد، دامنه و ضابطه $f^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}\left(x - \frac{2}{x}\right), R - \{0\}$
 (۲) $\frac{1}{2}\left(x - \frac{2}{x}\right), x > 0$
 (۳) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x} - x\right), R$
 (۴) $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{x}\right), x > 1$

۳۸۸ اگر $\operatorname{tg}(b - a) = \frac{1}{2}$ و $\operatorname{tg}(b + a) = \frac{-1}{2}$ باشد، مقدار $\operatorname{Cotg} 2a$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$
 (۲) $-\frac{3}{4}$
 (۳) $\frac{4}{5}$
 (۴) $\frac{5}{4}$

۳۸۹ اگر $\operatorname{Cosa} + \operatorname{Cos} b = \frac{3}{2}$ ، $\operatorname{Sina} + \operatorname{Sin} b = \frac{1}{2}$ باشد مقدار $\operatorname{Cos}(a - b)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$
 (۲) $\frac{1}{4}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{3}{4}$

۳۹۰ از رابطه‌ی $\operatorname{Log} x + \operatorname{Log}(x - 1) = 1 + \operatorname{Log} 3 - 3 \operatorname{Log} 2$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$
 (۲) $\frac{5}{4}$
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) $\frac{5}{2}$

۳۹۱ به‌ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{Cos} x - \sqrt{\operatorname{Cos} x}}{\operatorname{Sin}^2 x} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 0$ پیوسته

- است؟
 (۱) $-\frac{1}{4}$
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) هیچ مقدار a

۳۹۲ به‌ازای کدام مقدار m تابع $y = \frac{mx + 2}{x + 2}$ با وارون خود برابر است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) -۱
 (۴) -۲

۳۹۳ اگر $\operatorname{Cos} 18^\circ = 0.9$ باشد $\operatorname{Sin} 612^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-\sqrt{19}}{10}$
 (۲) -0.9
 (۳) 0.9
 (۴) $\frac{\sqrt{19}}{10}$

۳۹۴ اگر $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$ باشد، $\frac{\sin 285^\circ + \sin 165^\circ}{\cos 195^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{3}$ (۲) $-1 + \sqrt{3}$ (۳) $1 - \sqrt{3}$ (۴) $-1 - \sqrt{3}$

۳۹۵ اگر $f(x) = 1 - 2x^2$ حاصل $f\left(\cos \frac{\pi}{8}\right)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۹۶ ریشه‌های معادله $mx^2 - 2x + (m - 2) = 0$ برابر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ است به طوری که $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ ، مجموعه

مقادیر m کدام است؟

- (۱) \emptyset (۲) R (۳) $\{1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$ (۴) $(m - 1) < \sqrt{2}$

۳۹۷ جملات دوم و پنجم یک دنباله هندسی به ترتیب $-\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{81}$ است. حد مجموع مربع جملات دنباله هندسی چه قدر

است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۳۹۸ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ و $\frac{2\alpha}{\beta}$ و $\frac{2\beta}{\alpha}$ ریشه‌های معادله $x^2 + kx + 4 = 0$ باشند،

مقدار k کدام است؟

- (۱) $-\frac{14}{3}$ (۲) $-\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{14}{3}$

۳۹۹ اگر $f(x) = \sqrt{1-x}$ ، $D_{f \circ f}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 1]$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $[-1, 1]$ (۴) $[0, 1]$

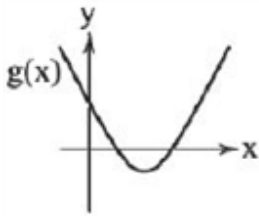
۴۰۰ یکی از رأس‌های لوزی است که یک قطر آن روی خط $2x + y = 4$ قرار دارد. قطر دیگر لوزی روی

کدام خط زیر قرار دارد؟

- (۱) $x - y = 1$ (۲) $2y + x = 5$ (۳) $x + y = 3$ (۴) $2y - x = 0$

۴۰۱ اگر $a = \frac{2 \cos 25^\circ + \cos 160^\circ}{\sin 70^\circ + 4 \cos 110^\circ}$ باشد، مقدار $\operatorname{tg} 20^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a+1}{2-a}$ (۲) $\frac{a}{3a+1}$ (۳) $\frac{a+1}{4a-2}$ (۴) $\frac{4a-2}{a+1}$



۴۰۲ اگر نمودار تابع $f(x)$ فقط در یک نقطه با طول مثبت محور x ها را قطع نماید و نمودار

تابع $g(x)$ به صورت مقابل باشد، معادله $f(g(x)) = 0$ چند جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۴۰۳ اگر $f(x) = [x + a] + [-x]$ ($a \in \mathbb{Z}$) و $g(x) = x^2 - x$ و برای $g(f(x)) = 2 \cdot x \notin \mathbb{Z}$ باشد، مجموعه‌ی

مقادیر a کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱) \emptyset ۲ (۲) $\{-1, 2\}$ ۳ (۳) $\{0, 3\}$ ۴ (۴) $\{-1, 0, 2, 3\}$

۴۰۴ اگر اضلاع مثلث قائم الزاویه تشکیل دنباله‌ی هندسی دهند، قدرنسبت این دنباله چه قدر است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$ ۲ (۲) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ۳ (۳) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$ ۴ (۴) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

۴۰۵ اگر $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g = \{(1, 2), (-1, 0), (0, 1), (3, 4)\}$ باشند، برد $f \circ g$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\{4, 2, 1, -2\}$ ۲ (۲) $\{\infty, 4, 2, -2\}$ ۳ (۳) $\{4, 2, -2, \infty\}$ ۴ (۴) $\{4, 2, -2\}$

۴۰۶ جملات دهم و نوزدهم از دنباله‌ی حسابی به ترتیب ۱۷ و ۳۵ می‌باشند جمله‌ی ششم کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۰ ۲ (۲) ۹ ۳ (۳) ۱۱ ۴ (۴) ۱۲

۴۰۷ در دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۵۸ ۲ (۲) ۵۹ ۳ (۳) ۶۰ ۴ (۴) ۶۱

۴۰۸ اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2 + x + 2}}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ باشند. دامنه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ ۲ (۲) $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ ۳ (۳) $(-2, 0)$ ۴ (۴) $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

۴۰۹ اعداد طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد،

$\dots, (1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), \dots$ ، مجموع جملات در دسته‌ی بیستم، کدام است؟

- ۱ (۱) ۴۰۱۰ ۲ (۲) ۴۰۲۰ ۳ (۳) ۴۰۳۰ ۴ (۴) ۴۰۴۰

۴۱۰ اگر $f(x) = \sin(2x)$ و $g(x) = 3x - 4$ ضابطه‌ی $(f \circ g)(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sin(6x - 4)$ ۲ (۲) $\sin(6x + 4)$ ۳ (۳) $\sin(6x - 8)$ ۴ (۴) $\sin(6x + 8)$

۴۱۱ اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ ، حاصل $|\sin x - \cos x|$ کدام است؟

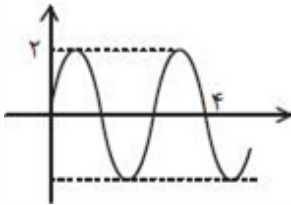
$$\frac{\sqrt{17}}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{3} \quad (۱)$$

۴۱۲ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a^2 \cos\left(\left(\frac{1}{2} + bx\right)\pi\right)$ است. حاصل $a^2 + b$ کدام است؟



$$\frac{5}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{11}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{4} \quad (۳)$$

۴۱۳ اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ، ضابطه‌ی تابع $f^{-1}(\tan x)$ کدام است؟

$$|\sin x| \quad (۴)$$

$$\tan x |\cos x| \quad (۳)$$

$$-\sin x \quad (۲)$$

$$\sin x \quad (۱)$$

۴۱۴ به ازای چه مقادیری از a معادله‌ی $|3x + a| = 3x + 1$ جواب ندارد؟

$$a > 1 \quad (۴)$$

$$a < 3 \quad (۳)$$

$$a > -1 \quad (۲)$$

$$a < 1 \quad (۱)$$

۴۱۵ محیط ناحیه‌ی محدود به $y = 4 - |x|$ و محور x ها کدام است؟

$$8(1 + \sqrt{2}) \quad (۴)$$

$$4(1 + \sqrt{2}) \quad (۳)$$

$$8(1 + \sqrt{3}) \quad (۲)$$

$$4(1 + \sqrt{3}) \quad (۱)$$

۴۱۶ کدام یک از روابط زیر تابع می‌باشند؟

$$y^3 = 2x + 3y \quad (۴)$$

$$x = y\sqrt{y} \quad (۳)$$

$$y! - x^2 - 2x = 3 \quad (۲)$$

$$y - \sqrt{y} = x \quad (۱)$$

۴۱۷ حاصل عبارت $P = \frac{4x}{[2x]}$ برابر کدام عدد زیر نمی‌تواند باشد؟

$$4 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۴۱۸ کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از $x - \frac{1}{4}$ کدام است؟

$$\left[x + \frac{1}{4}\right] \quad (۴)$$

$$-[-x] + 1 \quad (۳)$$

$$-[-x + \frac{1}{4}] \quad (۲)$$

$$[x] + 1 \quad (۱)$$

۴۱۹ دایره‌ای به مرکز $(0, 1)$ و مماس بر نیمساز ربع دوم، از محور عرض‌ها پاره‌خطی با کدام طول را جدا می‌کند؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۴۲۰ برای کدام مقدار a تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 - a^2)}{x - a} & x \neq a \\ 1 - x & x = a \end{cases}$ در $x = a$ پیوسته است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۴۲۱ معادله‌ی خطی که از نقطه‌ای به طول ۲ روی نیمساز ناحیه دوم گذشته و با خط $2x - 4y = 6$ موازی باشد، کدام است؟

- (۱) $2x - y + 6 = 0$ (۲) $2x - y = 6$ (۳) $x - 2y = 6$ (۴) $x - 2y + 6 = 0$

۴۲۲ معادله‌ی $\left[\frac{x+2}{x-2} \right] + \left[\frac{x-2}{x-2} \right] = 1$ چند جواب طبیعی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴۲۳ جواب معادله‌ی $||2x| - 4| + |1 - |x|| = ||x| - 3|$ کدام است؟

- (۱) $(-1, 1) - (-2, 2)$ (۲) $[-3, 1]$ (۳) $(1, 2) \cup (-3, -1)$ (۴) $[1, 3]$

۴۲۴ نمودار تابع $y = 2 \sin|x|$ بر خط $y = 2$ در بازه‌ی $[-\pi, \pi]$ در چند نقطه مماس است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۴۲۵ فرض کنید در توابع معکوس‌پذیر f و g ، $f^{-1}(2) = 3$ و $f(4) = -1$ ، در این صورت مقدار $f(3) + g^{-1}(-1)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱ (۴) ۵

۴۲۶ تابع وارون تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = 5^x - 2$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) ربع اول (۲) ربع دوم (۳) ربع سوم (۴) ربع چهارم

۴۲۷ فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، در این صورت حاصل $\left[\sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + 3n + 2} \right] + \left[\sqrt{4n^2 + 2n + 1} \right]$ کدام است؟

- (۱) $3n$ (۲) $3n + 1$ (۳) $3n + 2$ (۴) $4n - 1$

۴۲۸ اگر مجموع هشت جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت ۲۵۷ برابر مجموع چهار جمله‌ی اول آن باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟

- ۴ (۱) $\sqrt{8}$ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)

۴۲۹ اگر $2^{1+\log_5 \sqrt{8}} = (0.2)^{a+1}$ ، آن‌گاه مقدار لگاریتم $(1+2a^2)$ در مبنای $\sqrt{3}$ کدام است؟

- صفر (۱) ۴ (۲) ۰/۲۵ (۳) ۲ (۴)

۴۳۰ اگر $\text{tg} x = 2\sqrt{2}$ و $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ، حاصل $\sin \frac{x}{2}$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

۴۳۱ حاصل $\frac{1}{\cos \frac{2\pi}{9}} + \frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{2\pi}{9}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۳۲ توپی از هر ارتفاعی رها شود، پس از زمین خوردن ۲۰ درصد کم‌تر از ارتفاع قبلی بالا می‌آید. اگر مسافتی که توپ از لحظه‌ی رها شدن تا زمان ایستادن طی می‌کند ۱۸ متر باشد، توپ از چه ارتفاعی برحسب متر رها شده است؟

- ۱/۸ (۱) ۲ (۲) ۳/۶ (۳) ۱۲ (۴)

۴۳۳ اگر $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ باشد $\sin \left(2\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$ کدام است؟

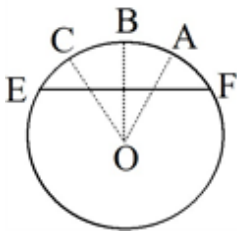
- $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ (۴)

۴۳۴ در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x < -1 \\ -x+2 & x > -1 \end{cases}$ حد تابع وقتی $x \rightarrow -1$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) حد ندارد. (۴)

۴۳۵ اگر $f\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{\frac{2x-1}{x}}$ و $g(x) = 1 - \cos 2x$ باشد ضابطه تابع fog کدام است؟

- (۱) $|\sin 2x|$ (۲) $|\cos 2x|$ (۳) $|\tan 2x|$ (۴) $|\cot 2x|$



۴۳۶ اگر $\widehat{AOB} = \alpha$ و $\widehat{BOC} = \beta$ باشد در دایره به شعاع واحد اندازه EF برابر کدام است؟

(۱) $2 \cos(\alpha + \beta)$ (۲) $2 \sin(\alpha + \beta)$ (۳) $\sin(\alpha + \beta)$ (۴) $\cos(\alpha + \beta)$

۴۳۷ اگر $\sin \theta = a - 2b$ و $\cos \theta = 2a + b$ و انتهای کمان در ناحیه دوم و $a - b = \frac{\sqrt{5}}{5}$ باشد، مقدار $\tan \theta$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۴۳۸ اگر $\log_4(\log_3(\log_2 2a)) = 1$ باشد، مقدار $\sqrt[16]{a}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

۴۳۹ نقاط $A(2, 5)$ و $B(3, -1)$ و $C(0, 2)$ سه رأس مثلثی هستند. مختصات پای ارتفاع AH کدام است؟

- (۱) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ (۲) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ (۳) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ (۴) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{7}{2}\right)$

۴۴۰ نقطه $A(3, 2)$ بر روی دایره‌ای به مرکز $(0, 2)$ قرار دارد. متحرکی از نقطه A در جهت چرخش عقربه ساعت کمان 120° درجه تا نقطه M طی کرده است. مختصات M کدام است؟

- (۱) $\left(\frac{-3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ (۲) $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ (۳) $\left(\frac{-3\sqrt{3}}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ (۴) $\left(\frac{-3}{2}, 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

۴۴۱ حاصل عبارت $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$ ، به ازای $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴۴۲

در مورد معادله‌ی $\text{Log}(x + 4) = \frac{1}{2} \text{Log}(2x + 11)$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) یک جواب مثبت دارد.
 (۲) یک جواب منفی دارد.
 (۳) دو جواب مثبت دارد.
 (۴) جواب ندارد.

۴۴۳

دوچرخه‌سواری فاصله‌ی بین تهران تا قم را با سرعت متوسط ۲۰ کیلومتر در ساعت و از قم تا تهران را با سرعت متوسط ۳۰ کیلومتر در ساعت طی می‌کند. در صورتی‌که در قم توقف نداشته باشد، سرعت متوسط او در کل مسیر چه قدر است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۳ (۴) ۲۶

۴۴۴

دو نوع کالای A و B را خریده‌ایم. مقدار B، ۳۰ کیلوگرم بیشتر از A است و برای خرید آن مبلغ ۱۲۰ تومان داده‌ایم. برای خرید A مبلغ ۱۰۰ تومان پرداخت کرده‌ایم و می‌دانیم که هر کیلوگرم از نوع A به میزان ۵ ریال گران‌تر از نوع B است. از نوع A چند کیلوگرم خریداری کرده‌ایم؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۴۴۵

در یک دانشگاه، فاصله‌ی بین دانشکده‌ی کامپیوتر و کتابخانه ۷۲۰ متر است. دنیا و شادی هر روز این مسیر را طی می‌کنند و چون دنیا بلند قدتر است، برای طی این مسیر ۱۰۰ گام کم‌تر برمی‌دارد. زیرا هر گام او ۱۰ سانتی‌متر بلندتر از گام شادی است. در این صورت طول هر گام شادی چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۶۰ (۳) ۹۰ (۴) ۸۰

۴۴۶

ژینو به همراه تعدادی از دوستانش به سینما رفت و پول بلیت همه‌ی آنها ۱۰۰ تومان شد. ولی چون ژینو شاگرد اول کلاس بود، دوستانش تصمیم گرفتند هر کدام ۵ تومان بدهند تا ژینو پول بلیت خودش را ندهد. دوستان مهربان ژینو چند نفر بودند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۴۴۷

آقای عماد چند اسباب‌بازی برای هدیه به مهدکودک خرید که در مجموع قیمت آنها ۱۲۰۰۰ تومان شد. اگر فروشنده برای هر اسباب‌بازی ۱۰۰ تومان به او تخفیف می‌داد، او ۴ اسباب‌بازی بیشتر می‌توانست بخرد. قیمت هر اسباب‌بازی بدون تخفیف چه قدر است؟

- (۱) ۳۰۰ تومان (۲) ۶۰۰ تومان (۳) ۴۰۰ تومان (۴) ۲۴۰ تومان

۴۴۸

معادله‌ی $x^3 + 2x - 5\sqrt{3} = 0$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۴۹

حاصل $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \dots$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۴۵۰ در تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 1 \\ x - a & ; x < 1 \end{cases}$ می‌باشد، مجموع مقادیر ممکن a چه قدر

است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{7}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) -2

۴۵۱ حاصل حد چپ تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1 + \sin x}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right)}$ در $x = \frac{3\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴۵۲ مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\left(\frac{x^2 + 3}{x^2 + 1}\right)^2 + \frac{6}{x^2 + 1} - 7 = 0$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۴۵۳ ضابطه‌ی تابع وارون $y = x^2 - 2x$ وقتی که $x < 1$ ، خط $y = 1 + \sqrt{2}x$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -1 (۴) $-\frac{1}{2}$

۴۵۴ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x^3 - 3x + 2} = 2$ باشد، حاصل $a + 2b - c$ کدام است؟

- (۱) 10 (۲) 20 (۳) -20 (۴) -10

۴۵۵ مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\sqrt{2x - 1} + \sqrt{5x^2 + 4} = x + 1$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) صفر

۴۵۶ اگر $\cos 4x = a \sin^4 x + b \sin^2 x + c$ باشد، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

- ۱۷ (۱) -۱۷ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)

۴۵۷ از $f = \{(2, 1), (3, 4), (0, 2)\}$ و $g = \{(3, 1), (1, 3), (4, 5)\}$ برد تابع $f+g$ شامل کدام عضو است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۴۵۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{2x}}{x^2 - x - 2}$ کدام است؟

- $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۴۵۹ تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x^3 - 5x^2 - 2x + 24} + |x^3 - 2x^2 - 5x + 6| = 0$ کدام است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۴۶۰ اگر β, α ریشه‌های معادله $x(5x+3) = 2$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های

معادله $x^2 - kx + 25 = 0$ به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta} \right\}$ است؟

- ۲۷ (۱) ۲۸ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴)

۴۶۱ اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل $[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ کدام است؟

- ۲ (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴)

۴۶۲ فاصله بین دو خط به معادلات $y = x\sqrt{3} + 2$ و $\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0$ کدام است؟

- $2 - \sqrt{3}$ (۱) $\sqrt{3} - 1$ (۲) $\sqrt{3} + 1$ (۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴)

۴۶۳ اگر مجموع مربعات دو ریشه حقیقی معادله $2x^2 + m = mx + 1$ برابر ۴ باشد m کدام است؟

- ۶ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴)

۴۶۴ بیش‌ترین مقدار تابع $f(x) = [x] - |x|$ در بازه $[-1, 1]$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴)

۴۶۵ دو نقطه $A(0, m-2)$ و $B(2m, m)$ مفروضاند اگر فاصله مبدا مختصات از وسط AB برابر $\sqrt{5}$ باشد m

کدام است؟

- (۱) ۲ و -۱ (۲) ۱ و -۲ (۳) ۲ و ۱ (۴) ۳ و -۲

۴۶۶ حاصل $\text{Log} \frac{(3+2\sqrt{2})^3}{(1+\sqrt{2})}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) $\frac{2}{3}$

۴۶۷ حاصل $f(x) = (|x| - 3) \left(\text{tg} \frac{\pi x}{2} - \text{Cotg} \frac{\pi x}{3} \right)$ وقتی $x \rightarrow 3^-$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{\pi}$ (۲) $\frac{1}{\pi}$ (۳) $-\frac{5}{\pi}$ (۴) $-\frac{1}{\pi}$

۴۶۸ اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{Sin}^2 x}{x^3 + x} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ همواره پیوسته باشد، a کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۶۹ اگر $f(x) = -x^2 - x$ باشد، حاصل $f(x-1) - f(x)$ کدام است؟

- (۱) $2x$ (۲) $-2x^2$ (۳) $2x^2$ (۴) $-2x$

۴۷۰ مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\text{Sin}(\text{Cos}^2 x)}{1 + \text{Sin}^3 x}$ در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۷۱ اگر $\text{Log}_y x^3 = A$ باشد، $\text{Log}_{\frac{1}{y}} \sqrt{x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{A}{3}$ (۲) $\frac{A}{3}$ (۳) $-\frac{A}{6}$ (۴) $\frac{A}{6}$

۴۷۲ از معادله‌ی $\text{Log} \sqrt{2x+5} = \frac{1}{y} \text{Log} 9 + \text{Log}(x-1)$ مقدار $\text{Log}_y 2x$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۷۳ اگر $f(x) = \sqrt{-x+2|x|}$ و $g(x) = 2x - 4x^2$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{f(-12)+2}{g(-\frac{1}{2})}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۴۷۴ اگر $(f \circ g)^{-1}(x) = f(x)$ آن‌گاه حاصل $f^{-1} \circ g^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) x (۲) $g(x)$ (۳) $f(x)$ (۴) $f^{-1}(x)$

۴۷۵ معادله‌ی $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = 1$ دارای چند جواب است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۷۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg } 3x - \text{tg } 2x - \text{tg } x}{x - x \text{Cos } x}$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) -۶ (۴) -۱۲

۴۷۷ به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، حد راست تابع $f(x) = [x] - [ax]$ در $x_0 = 1$ از حد چپ آن در نقطه‌ی $x = 1$ ،

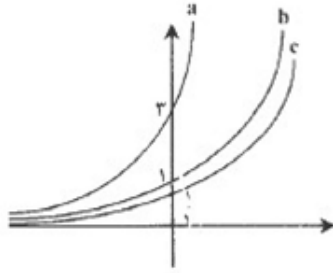
۲ واحد بیشتر است؟

- (۱) $a > 0$ (۲) $a < 0$ (۳) $a \in \mathbb{Z}^-$ (۴) $a \in \mathbb{Z}^+$

۴۷۸ مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(2, 5)$ ، $B(3, 0)$ و $C(0, 2)$ ، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) ۷ (۴) $\frac{7}{5}$

۴۷۹ در شکل زیر نمودار سه تابع نمایشی آمده است. اگر معادله‌ی منحنی b به صورت $y=2^x$ باشد، معادلات a و c به ترتیب کدام می‌توانند باشند؟



(۱) $y=2^{x-1}$, $y=3 \times 2^x$

(۲) $y=\frac{2^x}{2}$, $y=2^x+2$

(۳) $y=2^x-\frac{1}{2}$, $y=2^x+2$

(۴) $y=2^x-\frac{1}{2}$, $y=3 \times 2^x$

۴۸۰ فاصله‌ی خط $y = \sqrt{3x} - 1$ از خطی موازی آن که از مبدأ مختصات می‌گذرد، چقدر است؟

(۱) $0/5$ (۲) $0/25$ (۳) $0/2$ (۴) $0/1$

۴۸۱ مساحت مربعی که دو رأس مجاور آن نقاط $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ باشد، کدام است؟

(۱) 36 (۲) 34 (۳) 32 (۴) 30

۴۸۲ در تابع با ضابطه‌ی $x^2 \neq 1$ و $f(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{1-x^2}$ و $f(0) = 0$ ، ضابطه‌ی تابع وارون آن برابر کدام است؟

(۱) $f(x)$ (۲) $-f(x)$ (۳) $xf(x)$ (۴) $-xf(x)$

۴۸۳ به‌ازای کدام مجموعه مقادیر a ، نمودار تابع $f(x) = (a-3)x^2 + ax - 1$ از ناحیه‌ی اول محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

(۱) $a \leq 2$ (۲) $0 < a \leq 2$ (۳) $2 < a < 3$ (۴) $0 < a < 3$

۴۸۴ در تابع $f = \{(1, 2), (0, 3), (-1, 4), (2, 4), (4, 1)\}$ مقدار $\frac{3f(1) - 2f(-1)}{(f(4))^2}$ کدام است؟

(۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۴۸۵ مجموع سه جمله‌ی اول از دنباله‌ی هندسی نزولی هفت برابر جمله‌ی دوم آن است. مجموع بی‌شمار جمله‌ی آن چند برابر جمله‌ی اول این دنباله است؟

(۱) $2 + \sqrt{2}$ (۲) $1 + \sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{2}(2 + \sqrt{2})$ (۴) $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{2})$

۴۸۶ اگر $\cos 4x = a \cos^2 x + b \cos x + c$ باشد، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴)

۴۸۷ اگر $f(x) = \sqrt{2x-1}$ و $g(x) = \frac{x-1}{x}$ آنگاه ضابطه $f(g(x))$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ ۲ (۲) $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ ۳ (۳) $\sqrt{x^2-1}$ ۴ (۴) $\sqrt{1-x^2}$

۴۸۸ اگر $\text{Log}\left(x^2 - \frac{1}{5}x\right) = -2$ باشد، یکی از مقادیر لگاریتم $\sqrt[3]{x+1}$ در مبنای $\sqrt{2}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۳ ۲ (۲) ۳ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) ۶

۴۸۹ مجموع $a^7 - a^6 b + a^5 b^2 - a^4 b^3 + \dots - b^7$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{a^8 - b^8}{a - b}$ ۲ (۲) $\frac{a^8 - b^8}{a + b}$ ۳ (۳) $\frac{a^8 + b^8}{a + b}$ ۴ (۴) $\frac{a^8 + b^8}{a - b}$

۴۹۰ عدد $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{2}{3}$ ۲ (۲) $\frac{3}{4}$ ۳ (۳) $\frac{4}{3}$ ۴ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۹۱ مجموعه طول‌های نقاط ناپیوسته تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x-x^3}{x^2-1} & x \neq \pm 1 \\ 1 & x = \pm 1 \end{cases}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\{1\}$ ۲ (۲) $\{-1\}$ ۳ (۳) $\{1, -1\}$ ۴ (۴) \emptyset

۴۹۲ اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = x + |x+1|$ باشند ضابطه معکوس تابع $g \circ f$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{x+1}{2}, |x| > 1$ ۲ (۲) $\frac{x-1}{2}, |x| < 1$ ۳ (۳) $\frac{x+1}{2}, |x| < 1$ ۴ (۴) معکوس ناپذیر

۴۹۳ خطی محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر $M(-3, 2)$ وسط AB باشد، معادله‌ی این خط کدام است؟

- ۱ (۱) $2x - 3y = -12$ ۲ (۲) $2x - 3y = 12$ ۳ (۳) $3x + 2y = 12$ ۴ (۴) $3x - 2y = 12$

۴۹۴ در تابع $\{(1, a+3), (-2, b-3), (a, 5), (1, 1)\}$ مجموعه‌ی برد تابع چند عضو دارد؟
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۴۹۵ در یک دنباله حسابی $a_{15} = 28$ و $a_{20} - a_{10} = 350$ ، قدر نسبت کدام است؟
 ۱ (۱) $\frac{5}{4}$ ۲ (۲) $\frac{5}{8}$ ۳ (۳) $\frac{8}{5}$ ۴ (۴) ۲

۴۹۶ به ازای چه مقادیری از m معادله‌ی $(2\sqrt{2} + 1)x^2 - 2mx + (m^2 - 4) = 0$ دو ریشه‌ی مختلف‌العلامه دارد؟
 ۱ (۱) $-1 < m < 1$ ۲ (۲) $-2 < m < 2$ ۳ (۳) $-2 \leq m \leq 2$ ۴ (۴) $-1 \leq m \leq 1$

۴۹۷ حاصل $\frac{1 - \operatorname{tg} 18^\circ}{1 + \operatorname{tg} 18^\circ}$ کدام گزینه است؟ ($\operatorname{tg} 9^\circ = a$)
 ۱ (۱) $\frac{1 - 3a^2}{a^3 - 3a}$ ۲ (۲) $\frac{3a^2 - 1}{a^3 - 3a}$ ۳ (۳) $\frac{a^3 - 3a}{1 - 3a^2}$ ۴ (۴) $\frac{3a - a^3}{1 - 3a^2}$

۴۹۸ حاصل $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ چقدر است؟
 ۱ (۱) $\sqrt{3}$ ۲ (۲) $-\sqrt{3}$ ۳ (۳) $\pm\sqrt{3}$ ۴ (۴) ± 3

۴۹۹ اگر $f\left(\frac{1}{x}\right) - 2f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ حاصل $f(2)$ چقدر است؟
 ۱ (۱) $-\frac{45}{4}$ ۲ (۲) $\frac{15}{4}$ ۳ (۳) $-\frac{15}{4}$ ۴ (۴) $\frac{45}{4}$

۵۰۰ اگر $g(x) = 2x - 1$ و $(f \circ g)(x) = \frac{x}{x-3}$ ، مقدار $f(3)$ کدام است؟
 ۱ (۱) -4 ۲ (۲) -2 ۳ (۳) ۲ ۴ (۴) ۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱

اول از همه دقت کنید که:

همواره برقرار $a^2 + 8 > 0 \Rightarrow (a-2)^2 + 2(a+1) > 0 \Rightarrow \Delta > 0$: شرط داشتن دو ریشه

ریشه‌ها را x_1 و x_2 در نظر می‌گیریم، مجموع مربعات ریشه‌ها برابر است با:

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = (a-2)^2 + 2(a+1)$$

$$= a^2 - 2a + 4 + 2a + 2 = a^2 - 2a + 6$$

کافی است کم‌ترین مقدار تابع $f(a) = a^2 - 2a + 6$ را به ازای مقادیر مختلف a به دست آوریم. کم‌ترین مقدار به

ازای $a = -\frac{-2}{2}$ به دست می‌آید:

$$f(1) = 1 - 2 + 6 = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲

برای به دست آوردن $(g \circ f^{-1})(x)$ باید ابتدا توابع f^{-1} و g را محاسبه کنیم:

$$f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1 \quad x \leq -1$$

$$y = (x+1)^2 - 1 \Rightarrow y+1 = (x+1)^2 \Rightarrow \sqrt{y+1} = |x+1| \xrightarrow{x \leq -1}$$

$$-\sqrt{y+1} = x+1 \Rightarrow x = -\sqrt{y+1} - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x+1} - 1$$

$$g^{-1}(x) = \frac{2x-1}{3} \Rightarrow y = \frac{2x-1}{3} \Rightarrow 3y = 2x-1 \Rightarrow x = \frac{3y+1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{3x+1}{2}$$

$$(g \circ f^{-1})(x) = g(-\sqrt{x+1} - 1) = \frac{3(-\sqrt{x+1} - 1) + 1}{2} = \frac{-3\sqrt{x+1} - 2}{2}$$

$$= \frac{-3}{2}\sqrt{x+1} - 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳

$$f\left(\frac{1}{f}-1\right) = f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-1\right) = f\left(\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right) = \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}}$$

با توجه به اینکه عبارت زیر رادیکال همواره نامنفی است، داریم:

$$\sqrt{x} \Rightarrow x \geq 0 \quad (1)$$

$$\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \geq 0 \Rightarrow 1-\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

همواره مثبت

$$\sqrt{x} \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \quad (3)$$

$$(1) \cap (2) \cap (3)$$

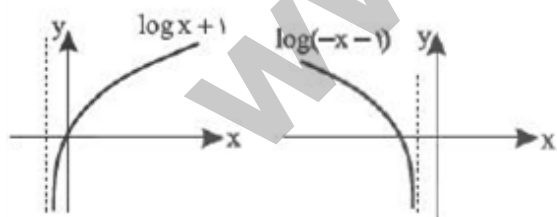
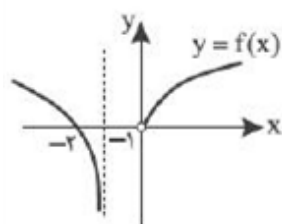
$$\rightarrow 0 < x \leq 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴
دامنه تابع را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} x^2 + x > 0 \Rightarrow x(x+1) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0 \\ |x| > 0 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow D_f: x < -1 \text{ یا } x > 0$$

$$\text{Log}(x^2 + x) - \text{Log}|x| = \text{Log}\left(\frac{x^2 + x}{|x|}\right)$$

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow \text{Log}\left(\frac{x^2 + x}{x}\right) = \text{Log}(x+1) \\ x < -1 \Rightarrow \text{Log}\left(\frac{x^2 + x}{-x}\right) = \text{Log}(-x-1) \end{cases}$$

نمودار $f(x)$ به شکل زیر است:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - \frac{4}{2^x}}{2^x - 2} \stackrel{2^x = t}{=} \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t - \frac{4}{t}}{t - 2} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^2 - 4}{t(t-2)} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{(t-2)(t+2)}{t(t-2)} = \frac{4}{2} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در متوازی‌الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند پس، در متوازی‌الاضلاع ABCD نقطه‌ی D روبه‌روی رأس B است. پس داریم: ۶

$$\begin{cases} x_D = x_A + x_C - x_B \\ y_D = y_A + y_C - y_B \end{cases} \Rightarrow D(0 + 2 - 1, -2 + 1 - 3) \Rightarrow D(1, -4)$$

پس خط AD از دو نقطه‌ی A(0, -2) و D(1, -4) می‌گذرد، پس داریم:

$$m_{AD} = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = \frac{-4 + 2}{1 - 0} = \frac{-2}{1} = -2 \Rightarrow y - (-2) = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x - 2$$

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ \rightarrow x &= -1 \end{aligned}$$

پس محل برخورد خط با محور Xها برابر $x = -1$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷

$$\left. \begin{aligned} a_3 &= a_1 + 2d \\ a_5 &= a_1 + 4d \\ a_8 &= a_1 + 7d \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_1 + 2d, a_1 + 4d, a_1 + 7d$$

چون سه جمله‌ی متوالی دنباله‌ی هندسی هستند پس رابطه‌ی زیر بین جملات آن برقرار است:

$$(a_1 + 2d)(a_1 + 7d) = (a_1 + 4d)^2 \Rightarrow a_1^2 + 9a_1d + 14d^2 = a_1^2 + 8a_1d + 16d^2$$

$$\Rightarrow a_1d = 2d^2 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = 2d \Rightarrow 2d + 2d, 2d + 4d, 2d + 7d \Rightarrow q = \frac{6d}{4d} = \frac{3}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow S_5 = \frac{a_1 \left(\left(\frac{3}{2} \right)^5 - 1 \right)}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{a_1 \times \frac{211}{32}}{\frac{1}{2}} = \frac{211}{16} a_1 \Rightarrow \frac{S_5}{a_1} = \frac{211}{16}$$

$$\frac{S_6}{S_3} = \frac{a_1 \frac{(1-q^6)}{1-q}}{a_1 \frac{(1-q^3)}{1-q}} = \frac{1-q^6}{1-q^3} = \frac{(1-q^3)(1+q^3)}{1-q^3} = 1+q^3 = 9 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$\frac{S_8}{S_5} = \frac{a_1 \frac{(1-q^8)}{1-q}}{a_1 \frac{(1-q^5)}{1-q}} = \frac{1-256}{1-2} = \frac{255}{16}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی نیمساز ربع دوم و چهارم به صورت $y = -x$ است، اگر نقطه‌ی دلخواه A را روی آن فرض کنیم، مختصات A به صورت $(a, -a)$ خواهد بود. طبق فرض داریم:

$$MA = \sqrt{(a-2)^2 + (-a-1)^2} = \sqrt{2a^2 - 2a + 5} = 3$$

توان ۲ $\rightarrow 2a^2 - 2a + 5 = 9 \Rightarrow 2a^2 - 2a - 4 = 0 \xrightarrow{\div 2} a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع طول دو نقطه} = 2 - 1 = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو خط را تلافی می‌دهیم: ۱۰

$$\begin{cases} 3x - 4y = -1 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1, 1)$$

فاصله تا مبدا $\rightarrow OA = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا با جایگذاری $x = 3$ در معادله داریم: ۱۱

$$\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1 \xrightarrow{x=3} \frac{3-2}{a \times 3 - 5} = \frac{a+2}{3-1} - 1 \Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2}{2} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2-2}{2} \Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین می‌کنیم}}$$

$$a(3a-5) = 2 \Rightarrow 3a^2 - 5a - 2 = 0 \xrightarrow{\text{حل با استفاده از روش } \Delta}$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times (3) \times (-2) = 25 + 24 = 49$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{49}}{2 \times 3} = \frac{5+7}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{49}}{2 \times 3} = \frac{5-7}{6} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$-1 \leq x < 1 \Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-1 < 0 \\ x \geq -1 > -\frac{3}{2} \Rightarrow 2x+3 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \underbrace{|x-1|}_{-} - \underbrace{|2x+3|}_{+} + \underbrace{|x+1|}_{+} = -x+1 - (2x+3) + x+1$$

$$\Rightarrow y = -2x - 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$1) \text{Log}_{\frac{1}{2}} a = \frac{8}{\frac{1}{5}} = \frac{4}{5}$$

$$2) \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{4}{b} = \frac{125}{\frac{1}{4}} = \frac{5}{4} \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{4}{b} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} a \times \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{4}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{b}{a} = \frac{1}{\text{Log}_{\frac{1}{2}} a} = \frac{1}{\text{Log}_{\frac{1}{2}} b + \text{Log}_{\frac{1}{2}} a} = \frac{1}{\frac{5}{8} + \frac{1}{2}} = \frac{8}{9}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$\text{tg}(\alpha + 45^\circ) = AC$$

$$\frac{1 + \text{tg} \alpha}{1 - \text{tg} \alpha} = BC + 1 \Rightarrow \frac{1 + \frac{2}{5}}{1 - \frac{2}{5}} = BC + 1 \Rightarrow BC = \frac{4}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: در همسایگی محذوف $x = 0$ داریم: ۱۵

$$\frac{\sin x}{x} < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{\sin x}{|x|} \right] = [2^-] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{\sin 2x}{|x|} \right] = [-1 \times 2^-] = [(-2)^+] = -2$$

اختلاف ۳ واحد است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$3a - 2 = -3(a + 1) \Rightarrow a = -\frac{1}{6}$$

$$|x - 6a| < 3 \Rightarrow |x + 1| < 3 \Rightarrow -4 < x < 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

مرکز دایره $O \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{5} \right)$ وسط AB است.

$$AB = \sqrt{9 + 16} = 5 \Rightarrow R \text{ شعاع} = \frac{5}{2}$$

چون خط بر دایره مماس است، پس فاصله مرکز دایره از خط مماس شعاع دایره است.

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\left| \frac{3}{2} - 4 \times 5 + k \right|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{3}{2} - 20 + k \right| = \frac{25}{2} \Rightarrow |2k - 37| = 25 \begin{cases} k = 31 \\ k = 6 \end{cases} \quad k_1 + k_2 = 37$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر X' و X'' جواب‌های معادله و معکوس یکدیگر باشند، داریم: ۱۸

$$x' = \frac{1}{x''} \Rightarrow x'x'' = 1$$

حال با توجه به معادله داریم:

$$2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 2 \\ b = 3m \\ c = 2m + 6 \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها: } x'x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{2m + 6}{2} = 1$$

$$\Rightarrow 2m + 6 = 2 \Rightarrow 2m = 2 - 6 = -4 \Rightarrow m = -\frac{4}{2} = -2$$

حال مجموع ریشه‌ها را می‌یابیم:

$$\text{مجموع ریشه‌ها: } x' + x'' = \frac{-b}{a} = \frac{-3m}{2} \xrightarrow{m = -2} x' + x'' = \frac{-3 \times (-2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۹)

$$a = \text{Log}_2^{10} \Rightarrow 2^3 < 10 < 2^4 \Rightarrow 3 < \text{Log}_2^{10} < 4 \Rightarrow 3 < a < 4$$

$$b = \text{Log}_5^6 \Rightarrow 5^1 < 6 < 5^2 \Rightarrow 1 < \text{Log}_5^6 < 2 \Rightarrow 1 < b < 2$$

$$c = \text{Log}_7^5 \Rightarrow 7^0 < 5 < 7^1 \Rightarrow 0 < \text{Log}_7^5 < 1 \Rightarrow 0 < c < 1$$

بنابراین $c < b < a$ می‌باشند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰)

$$\begin{cases} f(0) = 0.5 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a + b = 1 \\ \max = 2 \Rightarrow a - b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -1 \Rightarrow f(x) = 1 - \text{Cos}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1.5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۱)

$$\begin{cases} \text{Cos } 110^\circ = \text{Cos}(90^\circ + 20^\circ) = -\text{Sin } 20^\circ \\ \text{Cos } 160^\circ = \text{Cos}(180^\circ - 20^\circ) = -\text{Cos } 20^\circ \end{cases} \Rightarrow \text{صورت کسر} = -2\text{Sin } 20^\circ + \text{Cos } 20^\circ$$

$$\text{Sin } 250^\circ = \text{Sin}(270^\circ - 20^\circ) = -\text{Cos } 20^\circ \Rightarrow \text{مخرج کسر} = -3\text{Cos } 20^\circ + 6\text{Sin } 20^\circ$$

$$A = \frac{\text{Cos } 20^\circ - 2\text{Sin } 20^\circ}{3(2\text{Sin } 20^\circ - \text{Cos } 20^\circ)} = -\frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۲)

روش اول:

$$x^2 + 3x + k + 1 = 0 \xrightarrow{x = -2} 4 - 6 + k + 1 = 0$$

$$\Rightarrow k - 1 = 0 \Rightarrow k = 1$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases} \text{ ریشه ی دیگر}$$

$$\Rightarrow \text{ریشه ی دیگر } x = -1 = -k$$

روش دوم:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow (-2) + x_2 = \frac{-3}{1} \Rightarrow x_2 = -1 \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow (-2)(-1) = \frac{k+1}{1} \Rightarrow k+1 = 2 \Rightarrow k = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k = 1 = -x_2 \Rightarrow x_2 = -k$$

۲۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق شکل، نمودار تابع از مبدأ مختصات گذشته، پس $f(0) = 0$ یعنی داریم:

$$f(0) = 0 \Rightarrow \frac{0 + 0 + b}{-1} = 0 \Rightarrow b = 0$$

از طرفی وجود یک نقطه‌ی توخالی در نقطه‌ی $x = 1$ نشان می‌دهد که نقطه‌ی $x = 1$ ریشه‌ی مشترک صورت و مخارج است (زیرا تابع در این نقطه حد دارد ولی پیوسته نیست). پس باید صورت کسر به ازای $x = 1$ برابر صفر شود.

$$r(1)^3 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -r \xrightarrow{b=0} a = -r \Rightarrow a^2 + b^2 = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۴

$$\sin x \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin x \cos(-\sin x)(-\cos x)$$

$$= \sin^2 x \cos^2 x = (\sin x \cos x)^2 = \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = \frac{1}{4} \sin^2 2x = \frac{1}{4} \left(\frac{1 - \cos 4x}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{8} (1 - \cos 4x) = \frac{1}{8} \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$$

$$|x| = a \Rightarrow x = \pm a$$

$$x^2 - 2x = \pm x$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر $a \geq 0$ آن‌گاه:

بنابراین لازم است $x \geq 0$ باشد؛ در این صورت:

$$1) \quad x^2 - 2x = x \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \xrightarrow{x \geq 0} x = 0, 3$$

$$2) \quad x^2 - 2x = -x \Rightarrow x^2 - x = 0 \xrightarrow{x \geq 0} x = 0, 1$$

پس ریشه‌های معادله برابر ۰، ۱ و ۳ هستند و مجموع آن‌ها ۴ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۶

$$\log_2(x+1) + \log_2(x+4) = 2$$

$$\Rightarrow \log_2(x+1)(x+4) = 2 \Rightarrow \log_2(x^2 + 5x + 4) = 2$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 4 \Rightarrow x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x(x+5) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -5 \Rightarrow$$

با توجه به دامنه‌ی تابع لگاریتم، باید $x+1 > 1$ و $x+4 > 0$ باشد، پس $x = -5$ غیرقابل قبول است و در نتیجه فقط جواب $x = 0$ قابل قبول است. پس معادله دارای یک جواب است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار از نقطه‌ی $(0, 5)$ می‌گذرد، پس:

$$y(0) = 5 \Rightarrow a + c = 5 \quad (*)$$

با توجه به نمودار ماکزیمم و مینیمم تابع برابر ۵ و ۱ است. با توجه به ضابطه این مقادیر برابر $|a| + c$ و $-|a| + c$ هستند، پس $|a| + c = 5$ و $-|a| + c = 1$. با مقایسه این روابط و $(*)$ معلوم است که $a > 0$ است، پس:

$$\begin{cases} a + c = 5 \\ -a + c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

با توجه به شکل اگر دوره‌ی تناوب تابع T باشد، آنگاه $T = \frac{3}{4} \cdot 2\pi = 6\pi$ می‌دانیم $T = \frac{2\pi}{|b|}$ ، پس:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2\pi}{|b|} = 6\pi \Rightarrow \frac{3}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

با فرض $b = \frac{1}{2}$ ضابطه‌ی تابع به صورت $f(x) = 2 \cos \frac{1}{2}x + 3$ است.

A اولین نقطه با طول مثبت است که عرض آن برابر ۳ است، پس برای به دست آوردن طول آن باید معادله‌ی $f(x) = 3$ را حل کنیم.

$$3 = 2 \cos \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow 2 \cos \frac{1}{2}x = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_A = \pi$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر x به بازه‌هایی به شکل $[2k, 2k+1)$ متعلق باشد، مانند $[0, 1)$ ، $[2, 3)$ ،

$[-2, -1)$ و ... آنگاه $[-1, 1) \in \mathbb{R}^+$ ، در نتیجه:

$$(-1)^{[x]} f(x) = |f(x)| \Rightarrow f(x) = |f(x)| \Rightarrow f(x) \geq 0$$

و اگر x به بازه‌هایی به شکل $[2k-1, 2k)$ متعلق باشد، مانند $[1, 2)$ ، $[-1, 0)$ و ... آنگاه $[-1, 1) \in \mathbb{R}^-$ ، در نتیجه:

$$(-1)^{[x]} f(x) = |f(x)| \Rightarrow -f(x) = |f(x)| \Rightarrow f(x) \leq 0$$

پس باید نموداری را انتخاب کنیم که در بازه‌هایی مانند $[0, 1)$ و $[2, 3)$ بالای محور x هاست و در بازه‌هایی مانند $[1, 2)$ و $[3, 4)$ پایین محور x هاست. نمودار گزینه‌ی «۴» چنین است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به این که $f \circ f^{-1}(a) = a$ است، لذا در دو طرف تساوی به جای x ، $f^{-1}(3)$ را جایگزین می‌کنیم.

$$f(x) = f^{-1}(3) - 2x + 1 \Rightarrow f \circ f^{-1}(3) = f^{-1}(3) - 2f^{-1}(3) + 1 \Rightarrow 3 = -f^{-1}(3) + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(3) = -2$$

$$f(x) = -2 - 2x + 1 = -2x - 1$$

$f^{-1}(3) = -2$ را در فرض سؤال جایگزین می‌کنیم:

$$f^{-1}(-3) = a \Rightarrow f(a) = -3 \Rightarrow -2a - 1 = -3 \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۰

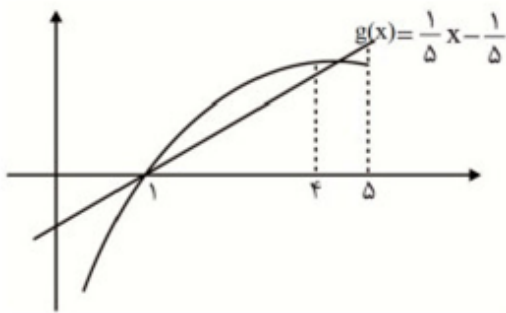
$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1 - 2a = 3 \Rightarrow a = -1 \quad x \rightarrow -2^-; [x] < x \xrightarrow{x < 0} \frac{[x]}{x} > 1$$

$$\Rightarrow a + b = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin \pi x}{\pi x + 2\pi} = \frac{0}{0} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\pi \cos \pi x}{\pi} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = a - 2b = 3 \Rightarrow b = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۱

$$2 \times 2\sqrt{2} \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 90^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 90^\circ}{2 \times 2 \cos 18^\circ \sin 90^\circ \cos 90^\circ} \right) = 4\sqrt{2} \times \frac{\cos(45 - 90)}{\sin 36^\circ} = 4\sqrt{2} \cot 36^\circ$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون زیر رادیکال می‌بایست بزرگتر یا مساوی صفر باشد،
 $\log x - \frac{x}{5} + \frac{1}{5} > 0$ پس با توجه به روش هندسی، داریم:
 $\log 4 = 0.6020 > g(4) \Rightarrow 4 \in D_f$
 $\log 5 = 1 - \log 2 = 0.6990 < g(5) \Rightarrow 5 \notin D_f$
 پس به ازاء ۴ و ۳، ۲، ۱ یعنی $x = 1, 2, 3, 4$ عدد صحیح برقرار است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۳

تابع $g(x) = 2^{-x} + 1$ اکیداً نزولی است. پس برد آن به صورت $(g(3), g(2))$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$2 < x < 3 \Rightarrow \frac{9}{8} < 2^{-x} + 1 < \frac{5}{4}$$

$$\log 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \frac{9}{8} a + b = 0 \\ \frac{5}{4} a + b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 8, b = -9 \Rightarrow a + b = -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: در بازه‌ی داده شده، درون قدرمطلق منفی است. لذا: $|x| = -x$

$$y = [-2x + |x|] + x = [-2x - x] + x \Rightarrow y = [-3x] + x$$

از طرفی چون $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، بنابراین:

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \xrightarrow{\times -3} 1 < -3x < 2 \Rightarrow [-3x] = 1 \Rightarrow y = [-3x] + x = x + 1$$

روش دوم: از بازه‌ی داده شده عددی انتخاب می‌کنیم: مثلاً: $x = -\frac{1}{4}$. حال مقدار تابع y را به ازای این x محاسبه

$$y = \left[-2\left(-\frac{1}{4}\right) + \left|-\frac{1}{4}\right|\right] - \frac{1}{4} = \left[1 + \frac{1}{4}\right] - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

می‌کنیم:

تنها گزینه‌ای که اگر به جای x مقدار $-\frac{1}{4}$ قرار بدهیم، حاصل‌اش نیز $\frac{3}{4}$ می‌شود. گزینه‌ی ۲ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{v}{x} = 2 \Rightarrow \frac{4x^2 - (x^2 - 4x + 4)}{x+2} - \frac{v}{x} = 2 \Rightarrow \frac{3x^2 + 4x - 4}{x+2} - \frac{v}{x} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{(x+2)(3x-2)}{x+2} - \frac{v}{x} = 2 \Rightarrow 3x - 2 - \frac{v}{x} = 2 \xrightarrow{\times x} 3x^2 - 4x - v = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$

$a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$ax^2 + bx - c = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} \quad P = \frac{c}{a}$$

$$|S - P| = 2 \Rightarrow \left|-\frac{b}{a} - \frac{c}{a}\right| = 2 \Rightarrow \left|\frac{b+c}{a}\right| = 2 \xrightarrow{\text{چون } a, b, c > 0} \frac{b+c}{a} = 2$$

$$\Rightarrow b+c = 2a$$

عدد وسط a اعداد اول و سوم b یا c $\Rightarrow \{1, 2, 3\} \{2, 3, 4\} \{3, 4, 5\} \{4, 5, 6\} \{5, 6, 7\} \{7, 8, 9\}$

$$\Rightarrow 7 \times 2 = 14$$

$$\{1, 3, 5\} \{2, 4, 6\} \{3, 5, 7\} \{4, 6, 8\} \{5, 7, 9\} \Rightarrow 5 \times 2 = 10$$

$$\{1, 4, 7\} \{2, 5, 8\} \{3, 6, 9\} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

$$\{1, 5, 9\} \Rightarrow 1 \times 2 = 2$$

$$\Rightarrow 14 + 10 + 6 + 2 = 32$$

$$f \circ f(x) = x(1-x^2)(1-(x(1-x^2))^2)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f \circ f \circ g(x) = \begin{cases} 1(1-1)(1-(1(1-1))^2) & x > 0 \\ 0(1-0)(1-(0(1-0))^2) & x = 0 \\ -1(1-1)(1-(-1(1-1))^2) & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

همواره پیوسته

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(4) = 2 \Rightarrow f(f(4) + 1) = f(3) = 0$$

$$f(a) - 2 = 0 \Rightarrow f(a) = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$f\left(f\left(\frac{a}{2}\right)\right) = f(f(2)) = f(3) = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ضابطه‌های fog و gof را به دست می‌آوریم:

$$f \circ g = \begin{cases} -1 & ; x < -\sqrt{2} \text{ یا } x > \sqrt{2} \\ 1-x^2 & ; -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \end{cases}$$

$$g \circ f = \begin{cases} 0 & ; x < -1 \\ 1-x^2 & ; -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & ; x > 1 \end{cases}$$

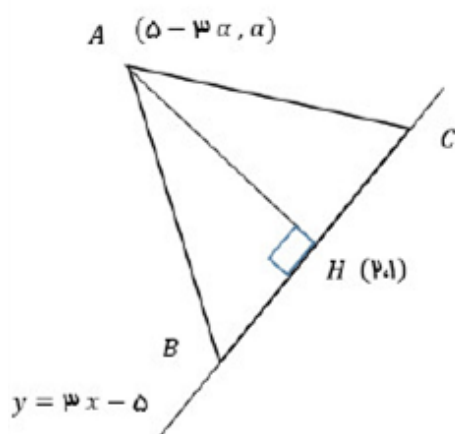
$$(g \circ f - f \circ g)(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; -\sqrt{2} \leq x \leq -1 \text{ یا } 1 \leq x \leq \sqrt{2} \\ 0 & ; \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

پس داریم:

بیشترین مقدار این تابع به ازای $x = \pm\sqrt{2}$ و برابر ۱ به دست می‌آید.

۴۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$AH: 3y + x - 5 = 0, AB = \frac{\sqrt{270}}{3} = \sqrt{30}$$

$$AH = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{|\alpha - 15 + 9\alpha + 5|}{\sqrt{10}} = \frac{3}{2}\sqrt{10} \Rightarrow |\alpha - 1| = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5}{2}, \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \rightarrow A\left(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

۴۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & \left(\log_{21}^3\right)^2 + \log_{21}^{147} \log_{21}^{1323} = \left(\log_{21}^3\right)^2 + \log_{21}^{147} \log_{21}^{9 \times 147} \\ & = \left(\log_{21}^3\right)^2 + \log_{21}^{147} \left(\log_{21}^9 + \log_{21}^{147}\right) \xrightarrow{\log_{21}^3 = x \text{ و } \log_{21}^{147} = y} \\ & = x^2 + y(2x + y) = x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 = \log_{21}^{3 \times 147} = \left(\log_{21}^{21^2}\right)^2 = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

$$\underbrace{\begin{vmatrix} \text{Log } 5 & \text{Log } 2 \\ \text{Log } 2 & \text{Log } 5 \end{vmatrix}}_{(\text{Log } 5)^2 - (\text{Log } 2)^2} \text{Log } \frac{5}{2}^{(3x-2)} = 1$$

$$\underbrace{(\text{Log } 5 + \text{Log } 2)}_{\text{Log } 10} \underbrace{(\text{Log } 5 - \text{Log } 2)}_{\text{Log } \frac{5}{2}}$$

$$\text{Log } \frac{5}{2} \times \text{Log } \frac{5}{2}^{(3x-2)} = 1 \Rightarrow \cancel{\text{Log } \frac{5}{2}} \times \frac{\text{Log } (3x-2)}{\cancel{\text{Log } \frac{5}{2}}} = \text{Log } (3x-2) = 1 \Rightarrow 3x-2 = 10 \Rightarrow x = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حد از نوع $\frac{0}{0}$ است. مزدوج مخرج را در صورت و مخرج کسر ضرب می‌کنیم: ۴۳

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}} \times \frac{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}}{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x^2 + 5x + 3)(2)}{2 - (2 + \sqrt{3-x})} \times \frac{2 + \sqrt{3-x}}{2 + \sqrt{3-x}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x^2 + 5x + 3)(16)}{2 - (3-x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x+3)(16)}{(x+1)} = 16$$

$$\text{Log}(x^2 - x - 6) - \text{Log}(x - 3) = \text{Log}(2x - 5)$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \text{Log} 2x - 5 \Rightarrow \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = 2x - 5 \Rightarrow (x^2 - x - 6) = (x - 3)(2x - 5)$$

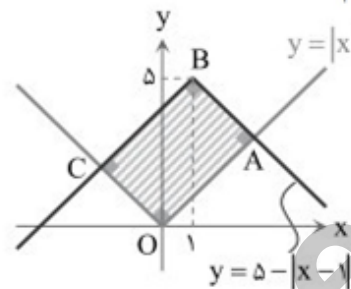
$$\Rightarrow x^2 - x - 6 = 2x^2 - 5x - 6x + 15 \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x - 7) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ یا } x = 7$$

با توجه به دامنه‌ی لگاریتم‌ها $x = 3$ قابل قبول نیست.

$$\text{Log} \sqrt[3]{x+1} = \text{Log} \sqrt[3]{8} = \text{Log} \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ناحیه‌ی به دست آمده یک مستطیل است. برای به دست آوردن مختصات رأس‌های A و C باید محل تلاقی دو نمودار را بیابیم. ۴۵



طول نقطه A بیشتر از یک است، پس:

$$A: x = 5 - (x - 1) \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow A(3, 3)$$

طول نقطه‌ی C کمتر از صفر است، پس:

$$C: -x = 5 - (-x + 1) \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow C(-2, 2)$$

طول اضلاع مستطیل را پیدا می‌کنیم:

$$OA = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \quad , \quad OC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$S = 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 12$$

مساحت مستطیل برابر است:

$$A = \frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

می‌دانیم:

$$\cos a - \sin a = \sqrt{2} \sin (45^\circ - a) \quad \text{و} \quad \sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$$

$$A = \frac{\sqrt{2} \sin (45^\circ - 15^\circ)}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{2} \sin 30^\circ}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = 2\sqrt{2}$$

پس:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ضابطه‌ی تابع $f^{-1}(x)$ را می‌یابیم. برای این کار باید در ضابطه‌ی $f(x)$ ابتدا y را برحسب x پیدا کنیم و سپس جای آن دو را عوض کنیم:

$$f(x) = y = \frac{2x - 1}{x + 2} \Rightarrow yx + 2y = 2x - 1 \Rightarrow 2y + 1 = x(-y + 2) \Rightarrow x = \frac{2y + 1}{-y + 2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x + 1}{-x + 2}$$

بنابراین:

$$f^{-1} \circ g(x) = \frac{2(x + 4) + 1}{-(x + 4) + 2} = \frac{2x + 9}{-x - 2}$$

$$g \circ f^{-1}(x) = \frac{(2x + 1)}{-x + 2} + 4 = \frac{-2x + 9}{-x + 2}$$

سپس دو معادله را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$\frac{2x + 9}{-x - 2} = \frac{-2x + 9}{-x + 2}$$

$$\Rightarrow -2x^2 + 4x - 9x + 18 = 2x^2 + 4x - 9x - 18 \Rightarrow 4x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

مجموع جواب‌های معادله صفر است.

$$a - |2| = -3 \Rightarrow a = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مینیمم تابع برابر -۳ است، پس:

$$\frac{3}{2} \times \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3$$

ضمناً $1/5$ برابر دوره‌ی تناوب برابر π است، پس:حال دقت کنید که تابع در یک همسایگی $x = 0$ اکیداً نزولی است، پس باید $f'(0) < 0$ باشد:

$$f'(x) = 2b \cos bx \Rightarrow f'(0) = 2b < 0 \Rightarrow b < 0$$

$$f(x) = -1 + 2 \sin(-3x) = -1 - 2 \sin 3x$$

بنابراین:

$$\Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -1 - 2 \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) = -1 - 2 = -3$$

۴۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون نمودار تابع f از دو نقطه‌ی $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $B(1, 11)$ می‌گذرد، پس باید مختصات این دو نقطه در معادله‌ی تابع f صدق کند. یعنی داریم:

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow ab^{-\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}\sqrt{b} \quad (1)$$

$$f(1) = 11 \Rightarrow ab - 1 = 11 \Rightarrow ab = 12 \xrightarrow{(1)} \frac{3}{2}\sqrt{b}b = 12 \Rightarrow b\sqrt{b} = 8 \Rightarrow b^3 = 64$$

$$\Rightarrow b = \sqrt[3]{64} = 4 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \times \sqrt{4} = 3 \Rightarrow f(x) = 3 \times 4^x - 1 \Rightarrow f(-1) = 3 \times 4^{-1} - 1 = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵۰

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(1 - x^2 \left[\frac{1}{x^2} \right] \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \left[\frac{1}{x^2} \right] \right)$$

با تغییر متغیر $t = \frac{1}{x}$ ، حد بالا به صورت $\lim_{x \rightarrow +\infty} (t - [t])$ است. $y = t - [t]$ یک تابع متناوب است و توابع متناوب غیرثابت در بی‌نهایت حد ندارند.

۵۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید $f(-1) = g(-1)$ باشد:

$$f(2) = 3^{2a+b} = 3^{-1} \Rightarrow 2a+b = -1 \quad \text{ضمناً باید } f(2) = \frac{1}{3} \text{ باشد:}$$

$$\begin{cases} -a+b=2 \\ 2a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 3^{-x+1} \quad \text{پس:}$$

$$f(t) = 27 \Rightarrow 3^{-t+1} = 3^3 \Rightarrow -t+1 = 3 \Rightarrow t = -2 \quad \text{اگر } f^{-1}(27) = t \text{ باشد، داریم:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع f به ازای مقادیر متعلق به بازه‌ی $[2, 5]$ تعریف شده است، پس در تابع $2f(3-2x) + 1$ باید:

$$2 \leq 3 - 2x \leq 5 \Rightarrow -2 \geq 2x - 3 \geq -5 \Rightarrow 1 \geq 2x \geq -2 \Rightarrow \frac{1}{2} \geq x \geq -1 \Rightarrow D = \left[-1, \frac{1}{2}\right]$$

ضمناً خروجی‌های تابع به‌ازای مقادیر دامنه در بازه‌ی $[-1, 2]$ است، پس:

$$-1 \leq f(3-2x) \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 2f(3-2x) \leq 4 \Rightarrow -1 \leq 2f(3-2x) + 1 \leq 5 \Rightarrow R = [-1, 5]$$

$$D \cap R = \left[-1, \frac{1}{2}\right] \cap [-1, 5] = \left[-1, \frac{1}{2}\right]$$

بنابراین:

$$f(x) = \left[2x - \frac{1}{4} \right] + \left[2x + \frac{3}{4} \right] = \left[2x - \frac{1}{4} \right] + \left[2x - \frac{1}{4} + 1 \right]$$

$$\Rightarrow f(x) = \left[2x - \frac{1}{4} \right] + \left[2x - \frac{1}{4} \right] + 1 = 2 \left[2x - \frac{1}{4} \right] + 1$$

$$-\frac{3}{8} < x < \frac{13}{8} \Rightarrow -\frac{3}{4} < 2x < \frac{13}{4} \Rightarrow -1 < 2x - \frac{1}{4} < 3$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{1}{4} = -1, 0, 1, 2, 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{9}{8}, \frac{13}{8}$$

چون نقاط $x = \frac{13}{8}$ و $x = \frac{3}{8}$ نقاط ابتدا و انتهای بازه هستند، پس کافی است پیوستگی تابع در این نقاط فقط پیوستگی

یکطرفه باشد یعنی داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{8}\right)^+} f(x) = 2 \left[\left(-\frac{3}{4}\right)^+ - \frac{1}{4} \right] + 1 = 2(-1) + 1 = -1$$

$$f\left(-\frac{3}{8}\right) = 2 \left[-\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right] + 1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{13}{8}\right)^-} f(x) = 2 \left[\left(\frac{13}{4}\right)^- - \frac{1}{4} \right] + 1 = 5$$

$$f\left(\frac{13}{8}\right) = 2[3] + 1 = 7$$

پس تابع f در نقطه $x = -\frac{3}{8}$ پیوستگی راست دارد، ولی در نقطه $x = \frac{13}{8}$ پیوستگی چپ ندارد، بنابراین تابع f در بازه داده شده دارای ۴ نقطه ناپیوستگی است.

$$\frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\sin 40^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 20^\circ - \frac{1}{2} \sin 20^\circ}{\frac{1}{2} \times \sin 40^\circ} = \frac{\sin(60^\circ - 20^\circ)}{\frac{1}{2} \sin 40^\circ} = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$f(x) = \frac{\sqrt{16 - x^2}}{\left[\frac{1}{2}x - 1\right]}, \quad 16 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 16 \Rightarrow -4 < x < 4 \quad (1)$$

$$\left[\frac{1}{2}x - 1\right] = 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{2}x - 1 < 1 \Rightarrow 1 < \frac{1}{2}x < 2 \Rightarrow 2 < x < 4 \quad (2)$$

باید محدوده (۲) را از محدوده (۱) حذف کنیم، پس داریم:

$$D_f = [-4, 4] - [2, 4) \Rightarrow D_f = [-4, 2) \cup \{4\}$$

اعداد صحیحی که در دامنه حضور دارند عبارتند از:

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۶

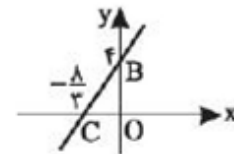
$$2x + 3y - 4 = 0 \Rightarrow 3y = -2x - 4 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3} \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{2}{3} \Rightarrow \text{شیب خط مورد نظر} = \frac{3}{2}, A(-2, 1)$$

$$\Rightarrow y - 1 = \frac{3}{2}(x + 2) \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 4$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(0, 4)$$

$$y = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}x + 4 = 0 \Rightarrow x = -\frac{8}{3} \Rightarrow C\left(-\frac{8}{3}, 0\right)$$

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۷

$$ax - 2a = \sqrt{x - 2} \Rightarrow a(\sqrt{x - 2} - \sqrt{x - 2}) = \sqrt{x - 2} \Rightarrow x = 2. \text{ یکی از جواب ها است.}$$

$$\Rightarrow a\sqrt{x - 2} = 1 \Rightarrow \sqrt{x - 2} = \frac{1}{a} \Rightarrow a > 0. \text{ برای آن که جواب دیگری داشته باشد.}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۸

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4}(\sin 2\alpha)^2 = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{2}{\pm \frac{1}{2}} = \pm 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه $\operatorname{Log} E = 11/8 + 1/5 M$ داریم:

$$E = 10^{22/9} \Rightarrow \operatorname{Log} 10^{22/9} = 11/8 + 1/5 M$$

$$\Rightarrow 22/9 = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow 1/5 M = 11/1 \Rightarrow M = 7/4$$

60

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه تابع مطلوب برابر است با:

$$D_f \cap D_g - \{x | f(x) = 3\} = \{-2, 0, 1, 2\} - \{2\} = \{-2, 0, 1\}$$

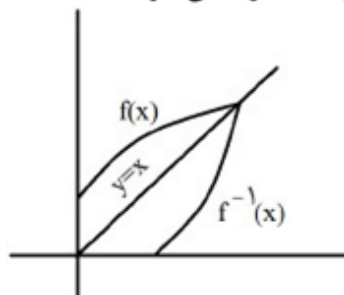
در این صورت:

$$\frac{f \cdot g}{3 - f} = \left\{ \left(-2, \frac{1}{2}\right), (0, 0), (1, 1) \right\}$$

$$1 + \frac{1}{2} + 0 = \frac{3}{2}$$

مجموع مقادیر یعنی مجموع اعضای برد تابع، بنابراین:

61

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در ناحیه‌ای که $f^{-1}(x)$ پایین $y = x$ قرار دارد، $f(x)$ بالاتر از x قرار می‌گیرد.

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) \leq x \Rightarrow x \leq f(x)$$

$$\Rightarrow x^3 + 3x - 12 \geq x \Rightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 6) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow [2, +\infty)$$

شامل یک عدد طبیعی نیست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا نامساوی $X^3 \geq X$ را در نظر می‌گیریم و جواب آن را به دست می‌آوریم:

$$X^3 \geq X \Rightarrow X^3 - X \geq 0 \Rightarrow X(X^2 - 1) \geq 0 \Rightarrow X(X-1)(X+1) \geq 0$$

چون ریشه‌ی عوامل موجود در عبارت بالا $X = 0$ و $X = 1$ و $X = -1$ است، پس خواهیم داشت:

	-1	1	0	
X	-	-	-	+
$X^2 - 1$	+	-	+	+
$X^3 - X$	-	+	-	+

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{X^2 + 2X} & -1 \leq X \leq 0 \text{ یا } X \geq 1 \\ \frac{X+4}{X^2 - 3X} & X < -1 \text{ یا } 0 < X < 1 \end{cases}$$

زیرا در دامنه‌ی این ضابطه قرار ندارد \Rightarrow غ ق ق $X = 0, X = -2$

زیرا در دامنه‌ی این ضابطه قرار ندارد \Rightarrow غ ق ق $X = 0, X = 3$

پس فقط کافی است نقاط $X = 0$ و $X = -1$ و $X = 1$ را از نظر پیوستگی بررسی کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

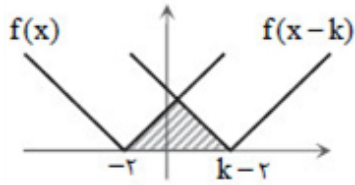
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x(x+2)} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{X+4}{x(x-3)} = -\infty \end{cases} \Rightarrow \text{تابع در } X = 0 \text{ ناپیوسته است.}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{X+4}{X^2 - 3X} = \frac{3}{4} \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{X^2 + 2X} = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع در } X = -1 \text{ ناپیوسته است.}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{X^2 + 2X} = \frac{1}{3} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{X+4}{X^2 - 3X} = \frac{5}{-2} \end{cases} \Rightarrow \text{تابع در } X = 1 \text{ ناپیوسته است.}$$

پس تابع جمعاً در ۳ حالت $X = 0$ و $X = 1$ و $X = -1$ ناپیوسته است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $f(x) = |x + 2|$ و $f(x - k) = |x + 2 - k|$ ؛ پس با توجه به شکل قاعده‌ی مثلث برابر است با:



$$|(k - 2) - (-2)| = |k|$$

محل تلاقی دو نمودار را می‌یابیم:

$$|x + 2| = |x + 2 - k| \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = x + 2 - k & \text{ریشه ندارد} \\ x + 2 = -x - 2 + k & \Rightarrow x = \frac{k}{2} - 2 \end{cases}$$

$$f\left(\frac{k}{2} - 2\right) = \left|\frac{k}{2} - 2 + 2\right| = \left|\frac{k}{2}\right|$$

عرض نقطه‌ی برخورد برابر ارتفاع مثلث است.

$$S = \frac{1}{2}|k| \left|\frac{k}{2}\right| = 16 \Rightarrow k^2 = 64 \Rightarrow k = \pm 8 \xrightarrow{k > 0} k = 8$$

پس مساحت مثلث برابر است با:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت q برابر

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

هندسی دوازده جمله‌ای با جمله‌ی اول ۱ و قدرنسبت a است؛ پس:

$$\frac{1(1 - (a^3)^4)}{1 - a^3} = \frac{4}{v} \Rightarrow \frac{1 - a^{12}}{1 - a^3} = \frac{4}{v} \Rightarrow \frac{1 + a + a^2}{1 - a} = \frac{4}{v} \Rightarrow v = 4 + 4a + 4a^2$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 4a - 3 = 0 \Rightarrow (2a - 1)(2a + 3) = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$$

۶۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دو خط با هم موازی‌اند پس باید $\frac{a}{3} = -\frac{8}{4}$ یعنی $a = -6$ پس معادله‌ی خط دوم

به صورت $6 - 6x - 8y = 6$ و یا $3x + 4y = -3$ است و فاصله‌ی دو خط برابر است با:

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow d = \frac{|b + 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|b + 3|}{5} = 2$$

$$|b + 3| = 10 \Rightarrow b + 3 = \pm 10 \Rightarrow b = 7 \text{ یا } -13$$

۶۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $f(2x+1) = g(x)$ در این صورت خواهیم داشت:

$$g(x) = f(2x+1) \Rightarrow g(-3) = 4 \Rightarrow f(-5) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = -5$$

$$g(4) = -5 \Rightarrow f(9) = -5 \Rightarrow f^{-1}(-5) = 9$$

$$g(2) = 0 \Rightarrow f(5) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = 5$$

$$\frac{f^{-1}(4) + f^{-1}(-5)}{1 - f^{-1}(0)} = \frac{-5 + 9}{1 - 5} = \frac{4}{-4} = -1$$

۶۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم $x^2 - 2x + 2 = 1$ ، در این صورت خواهیم داشت:

$$\frac{1}{t} + \frac{2}{t+1} = \frac{6}{t+2} \Rightarrow \frac{t+1+2t}{t(t+1)} = \frac{6}{t+2} \Rightarrow \frac{3t+1}{t+1} = \frac{6}{t+2} \Rightarrow 3t^2 + 6t + t + 2 = 6t^2 + 6t$$

$$\Rightarrow 3t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x^2 - 2x + 2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x^2 - 2x + \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد} \end{cases}$$

پس معادله دارای فقط یک ریشه‌ی حقیقی $x = 1$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر α و β ریشه باشند، داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$$

در این جا:

$$A = \frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} + \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}} = \frac{\alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta}$$

پس:

دو طرف را به توان دو می‌رسانیم:

$$A^2 = \alpha^3 + \beta^3 + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = \alpha^3 + \beta^3 + 2 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) + 2$$

$$= 27 - 3(1)(3) + 2 = 20 \xrightarrow{A > 0} A = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هریک از پرانتزها مجموع ۱۱ جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول ۱ هستند. قدرنسبت‌های آنها X و $-X$ است. می‌دانیم مجموع n جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول

a_1 و قدرنسبت q برابر $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$ است؛ پس:

$$S = \frac{1(1 - x^{11})}{1 - x} \times \frac{1(1 - (-x)^{11})}{1 - (-x)} = \frac{1 - x^{22}}{1 - x^2}$$

$$S = \frac{1 - 2^{11}}{1 - 2} = 2047$$

حاصل عبارت فوق به ازای $x = \sqrt{2}$ برابر است با:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. یک تابع دو ضابطه‌ای، یک به یک است، هرگاه اولاً هریک از ضابطه‌ها در دامنه‌ی خود یک به یک باشند و ثانیاً اشتراک برد آنها تهی باشد. هریک از ضابطه‌های این تابع اکیداً نزولی و در نتیجه یک به یک است.

$$x \geq 1 \Rightarrow y_1 \leq y_1(1) \Rightarrow R_1 = (-\infty, -2]$$

در تابع $y_1 = 2 - 4\sqrt{x}$ داریم:

$$x < 0 \Rightarrow y_2 > y_2(0) \Rightarrow R_2 = (4a, +\infty)$$

و در تابع $y_2 = 4a - 2x$ داریم:

$$4a \geq -2 \Rightarrow a \geq -\frac{1}{2}$$

باید $R_1 \cap R_2 = \emptyset$ ؛ پس:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(f^{-1} \circ g(x)) = f(4x) \Rightarrow g(x) = \frac{\lambda x - 1}{4x + 3}$$

$$y = \frac{\lambda x - 1}{4x + 3} \Rightarrow 4yx + 3y = \lambda x - 1 \Rightarrow x = \frac{ry + 1}{\lambda - 4y} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{3x + 1}{\lambda - 4x}$$

۷۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. M و N اولین دو نقطه‌ی برخورد متوالی نمودار تابع و محور x ها به ازای $x > 0$ هستند، پس باید اولین دو ریشه‌ی مثبت معادله‌ی زیر را بیابیم:

$$1 + 2 \sin \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \Rightarrow x_M = \frac{7\pi}{3}, x_N = \frac{11\pi}{3}$$

$$MN = x_N - x_M = \frac{4\pi}{3}$$

بنابراین:

۷۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بزرگ‌ترین بازه (a, b) جواب نامعادله‌ی $\sqrt{x+2} > |x-1| - 3$ است.

نمودار دو تابع $y = \sqrt{x+2}$ و $y = |x-1| - 3$ را رسم می‌کنیم.

با توجه به شکل، $a = -2$ است. برای یافتن b محل تلاقی نمودار رادیکالی را با بخشی از نمودار قدرمطلق که $x \geq 1$ است، می‌یابیم:

$$\sqrt{x+2} = (x-1) - 3 \Rightarrow \sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow{x \geq 4} x+2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \xrightarrow{x \geq 4} x = 7$$

پس $b = 7$ ؛ در نتیجه، بیش‌ترین مقدار $b - a$ برابر $7 - (-2) = 9$ است.

۷۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر دو خط با هم موازی باشند، شیب‌های آن‌ها با هم برابر است. شیب دو خط داده شده،

$$\frac{a}{2} = -3 \Rightarrow a = -6$$

به ترتیب $\frac{a}{2}$ و -3 است، بنابراین:

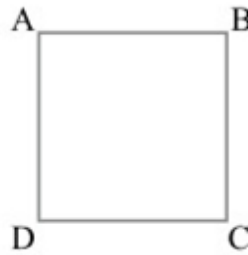
در این صورت معادله‌ی دو خط به صورت زیر است:

$$\begin{cases} L_1 : -6x - 2y = 2 \\ L_2 : y + 3x = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 : 3x + y = -1 \\ L_2 : 3x + y = b \end{cases}$$

می‌دانیم فاصله دو خط موازی $\begin{cases} ax + by = c \\ ax + by = c' \end{cases}$ برابر $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ است، پس در اینجا:

$$\frac{|b - (-1)|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow |b + 1| = 3 \Rightarrow b + 1 = \pm 3 \Rightarrow b = -4 \text{ یا } 2 \xrightarrow{b > 0} b = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون هر مربع، نوعی متوازی‌الاضلاع است و در متوازی‌الاضلاع قطرهای منصف یکدیگرند، پس انتظار می‌رود که روابط زیر برقرار باشند:



$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

یعنی همواره مجموع طول‌های دو سر یک قطر با مجموع طول‌های دو سر قطر دیگر برابر است و همین رابطه بین عرض این نقاط نیز برقرار است:

$$\Rightarrow \begin{cases} 5 + 7 = 10 + x_D \Rightarrow x_D = 2 \\ 1 + 9 = 4 + y_D \Rightarrow y_D = 6 \end{cases} \Rightarrow D(2, 6)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۶

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(2x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cos x - 1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{x^2}{2}}{x^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 11x + 10} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x-10)} = \frac{1}{-9}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۷

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x-7)(x+7)}{(x-7)(x-2)} = \frac{14}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۸

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۹

$$\log_{49}^{\sqrt{}} = \log_{\sqrt{}}^{\sqrt{}} = \frac{1}{\sqrt{}} \log_{\sqrt{}}^{\sqrt{}} = \frac{1}{\sqrt{}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۰

$$f(2) = 33 \Rightarrow 5 + k \times 2^2 = 33 \Rightarrow 4k = 28 \Rightarrow k = 7$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۲

$$\begin{cases} x - f(x) = 2x + 4 \Rightarrow f(x) = -4 - x \\ x + g(x-1) = -4x + 4 \Rightarrow g(x-1) = -5x + 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = -x - 4 \\ g(x) = -5(x+1) + 4 = -5x - 1 \end{cases}$$

$$f \circ g(x) = -(-5x - 1) - 4 = 5x - 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۳

$$f + g = \{(1,1)(2,3)(3,1)\}$$

$$f - g = \{(1,3)(2,3)(3,-3)\}$$

$$(f+g) \circ (f-g) = \{(1,1)(2,1)\}$$

$$R_{(f+g) \circ (f-g)} = \{1\}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۴

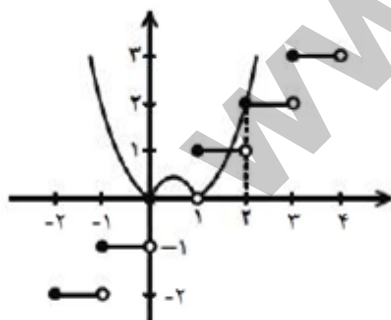
$$-\frac{k}{4} = \frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{2}}{1} = \frac{\frac{7}{4}}{1} = k = -7$$

راه دیگر:

$$\alpha = 1, \beta = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{k}{4} = \frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1} = 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4} \Rightarrow k = -7$$

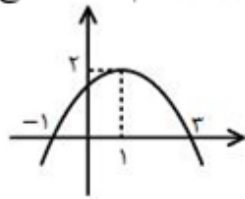
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار توابع $y = [x]$ و $y = |x^2 - x|$ را به دقت رسم می‌کنیم. مطابق شکل نمودار، دو تابع در سه نقطه متقاطع هستند که طول ۲ تا از این نقاط برابر $x = 0$ و $x = 2$ است.



۸۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اول با توجه به نمودار داده شده سعی می‌کنیم ضابطه تابع را پیدا کنیم:

$$f(x) = a(x+1)(x-3)$$



طول رأس سهمی بین ریشه‌ها برابر $1 = \frac{3-1}{2}$ است.

$$f(1) = 2 \Rightarrow a(2)(-2) = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

پس ضابطه $f(x)$ را داریم:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)(x-3) \xrightarrow{x=4} f(4) = -\frac{1}{2}(5)(1) = -\frac{5}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع $f^{-1}(2x) - x^2$ یک سهمی است. پس $\{-1, 3\}$ صفرهای آن هستند:

$$\begin{cases} f^{-1}(-2) - 1 = 0 \Rightarrow f^{-1}(-2) = 1 \Rightarrow f(1) = -2 \\ f^{-1}(6) - 9 = 0 \Rightarrow f^{-1}(6) = 9 \Rightarrow f(9) = 6 \end{cases}$$

حال تابع $y = f(x)$ را به دست می‌آوریم و تلاقی آن را با $y = -x$ پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ 9a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow 8a = 8 \Rightarrow a = 1, b = -3$$

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow x - 3 = -x \Rightarrow x = 1/5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\pi}{6} < 3\alpha < \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{-2m+1}{m+2} \leq 1$$



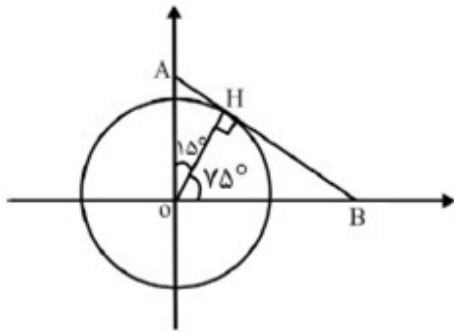
$$-\frac{1}{2} < \frac{-2m+1}{m+2} \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} < -2 + \frac{5}{m+2} \leq 1 \Rightarrow \frac{3}{2} < \frac{5}{m+2} \leq 3$$

$$\frac{5}{3} \leq m+2 < \frac{10}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq m < \frac{4}{3}$$

چون سه طرف مثبت است، داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل مقابل $AH = \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} = \operatorname{Cotg} \frac{5\pi}{12}$ و $BH = \operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}$ پس داریم:

۸۹



$$\frac{BH}{AH} = \frac{\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{5\pi}{12} \right) = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

$$7 + 4\sqrt{3} \approx 14$$

$$\operatorname{Log} \frac{16}{128} = \operatorname{Log} \frac{2^4}{2^7} = \frac{4}{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۹۰

$$\theta = 60^\circ \xrightarrow{\text{بر حسب رادیان}} \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$L = r\theta \Rightarrow L = 6 \times \frac{\pi}{3} = 2\pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹۱

$$\operatorname{Cotg} \left(\frac{5\pi}{4} \right) = \operatorname{Cotg} \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \operatorname{Cotg} \frac{\pi}{4} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹۲

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{6}{\pi} \Rightarrow D = 150^\circ$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹۳

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 7 \end{cases} \Rightarrow (x - 2)(x - 7) = 0 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -9 \\ b = 14 \end{cases} \Rightarrow a + b = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۹۴

$$d = \frac{|3(-1) + 4(7) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{26}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۹۵

$$\sqrt{x} + x = 6 \Rightarrow \sqrt{x} = 6 - x \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x = 36 - 12x + x^2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۹۶

$$\Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ ق ق} \\ x = 9 \text{ غ ق} \end{cases}$$

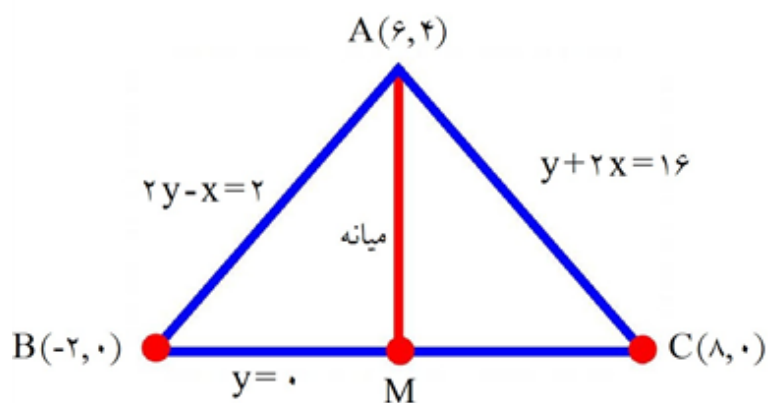
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. A_0 مقدار اولیه و هر بار ۴ درصد از آن کاسته می‌شود، بنابراین داریم:

$$f(t) = A_0 (1 - 0.04)^t \Rightarrow f(t) = A_0 (0.96)^t \xrightarrow{f(t) = \frac{1}{3}A_0} \frac{1}{3}A_0 = A_0 (0.96)^t$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم. داریم:

$$\text{Log} \frac{1}{3} = \text{Log} (0.96)^t \Rightarrow -\text{Log} 3 = (\text{Log} 96 - \text{Log} 100)t \Rightarrow t = \frac{-\text{Log} 3}{5\text{Log} 2 + \text{Log} 3 - 2} = \frac{-0.48}{-0.02} = 24$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} y + 2x = 16 \\ 2y - x = 2 \end{cases} \Rightarrow 5y = 20 \Rightarrow y = 4, x = 6 \Rightarrow A(6, 4)$$

$$M\left(\frac{-2+8}{2}, 0\right) \Rightarrow M(3, 0)$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(6-3)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$x + 2\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 1$$

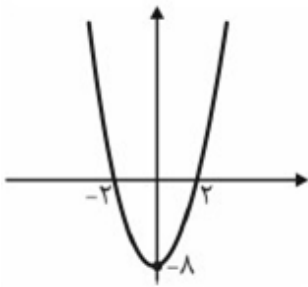
$$x + 2\sqrt{x} = 15 \Rightarrow x = 9$$

$$g(3) + g(15) = 1 + 9 = 10$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۰۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع دو ضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} x^3 - 8; & x \geq 0 \\ -x^3 - 8; & x < 0 \end{cases}$ به صورت شکل زیر است. این تابع در بازه‌ی $[0, +\infty)$ صعودی اکید است و ضابطه‌ی وارون آن:



$$x \geq 0 \xrightarrow{y \geq -8} y = x^3 - 8$$

$$y + 8 = x^3$$

$$x = \sqrt[3]{y + 8}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x + 8}; x \geq -8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه مورد نظر روی خط $y = x - 1$ را به صورت $M(\alpha, \alpha - 1)$ در نظر می‌گیریم:

$$MA = MB + 3 \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (\alpha - 1 - 6)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (\alpha - 1 - 0)^2} + 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{2\alpha^2 - 14\alpha + 49} = \sqrt{2\alpha^2 - 8\alpha + 10} + 3 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}}$$

$$2\alpha^2 - 14\alpha + 49 = 2\alpha^2 - 8\alpha + 10 + 9 + 6\sqrt{2\alpha^2 - 8\alpha + 10}$$

$$\Rightarrow 5 - \alpha = \sqrt{2\alpha^2 - 8\alpha + 10} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 25 - 10\alpha + \alpha^2 = 2\alpha^2 - 8\alpha + 10$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 2\alpha - 15 = 0 \Rightarrow (\alpha + 5)(\alpha - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -5 \\ \alpha = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{حاصل ضرب طول‌ها} = -15$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از هم‌ارزی، حاصل حد را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos x - \sqrt{\cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sqrt[3]{\sin x}}{\left(1 - \frac{1}{2}x^2\right) - \left(1 - \frac{1}{4}x^2\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sqrt[3]{x}}{\left(-\frac{1}{4}x^2\right)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sqrt[3]{x}}{x \sqrt[3]{x^2}} = \frac{-1}{1} = -1$$

۱۰۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. توجه شود که اگر $x \rightarrow 0^-$ ، آن‌گاه $(x - 1) \rightarrow -1^-$ ، از این رو خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x - 1) = \lim_{t \rightarrow (-1)^-} f(t)$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ همان $\lim_{t \rightarrow (-1)^-} f(t)$ است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (1 - [x]) = 1 - (-2) = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۴)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} - 1}{\sqrt{x^2 - x}} &\xrightarrow{\text{کم توان}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} - 1}{\sqrt{-x}} \times \frac{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1}{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 + \sqrt{-x} - 1}{\sqrt{-x} (\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{-x}}{\sqrt{-x} (\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{-x}} + 1} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1} + 1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دنباله‌ی حسابی را a_n فرض می‌کنیم: (۱۰۵)

$$a_1 = 5$$

$$\text{جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی} = 5 + 6 = 11$$

$$\text{جمله‌ی دوم دنباله‌ی هندسی} = a_2 + 4 = a_1 + d + 4 = 5 + d = 5 + d + 4 = d + 9$$

$$\text{جمله‌ی سوم دنباله‌ی هندسی} = a_3 + 3 = a_1 + 2d + 3 = 5 + 2d + 3 = 2d + 8$$

در دنباله‌ی هندسی جمله‌ی وسط و واسطه‌ی هندسی بین جمله‌ی قبل و بعد از خود است، پس:

$$(d + 9)^2 = 11(2d + 8) \Rightarrow d^2 + 18d + 81 = 22d + 88$$

$$\Rightarrow d^2 - 4d - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 2 - \sqrt{11} \\ d = 2 + \sqrt{11} \end{cases}$$

 $d = 2 + \sqrt{11}$ قابل قبول است، زیرا در دنباله‌ی صعودی $d > 0$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۶)

$$\text{Log}_{18}^{24} = a \Rightarrow 24 = 18^a \Rightarrow 2^3 \times 3 = 2^a \times 3^{2a} \Rightarrow \frac{2^3}{2^a} = \frac{3^{2a}}{3} \Rightarrow 2^{3-a} = 3^{2a-1} \Rightarrow 2^{\frac{3-a}{2a-1}} = 3$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{3 - \text{Log}_{18}^{24}}{2 \text{Log}_{18}^{24} - 1}} = 3 \Rightarrow 2^{\frac{6 - 2 \text{Log}_{18}^{24}}{2 \text{Log}_{18}^{24} - 1}} = 2^{\frac{6 - \text{Log}_{18}^{576}}{2 \text{Log}_{18}^{576} - 1}} = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۰۷)

$$\left(2 \sin^2\left(\frac{\pi}{16}\right) - 1\right)^2 \times \cos^2\left(\frac{\pi}{16}\right) \left(\cos^2\left(\frac{\pi}{16}\right) - 1\right) = -\frac{1}{4} \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$$

$$= -\frac{1}{16} \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۸)

$$v \cdot t = 240 \text{ رفت}$$

$$240 \text{ برگشت} = (v+10) \left(t - \frac{1}{3}\right) \Rightarrow \left(\frac{240}{v} = \frac{240}{v+10} + \frac{1}{3}\right) \times 3v(v+10)$$

$$\Rightarrow v^2 + 10v - 7200 = 0 \Rightarrow (v+90)(v-80) = 0$$

$$v = -90 \text{ غ ق ق} \quad v \text{ رفت} = 80 \text{ km/h}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۰۹)

$$\operatorname{tg} \frac{11\pi}{10} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{10} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{10} = \frac{3}{5}, \cos \frac{\pi}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\sin^4\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \cos^4\left(\frac{\pi}{10}\right) = \frac{256}{625}, \cos^2\left(\frac{7\pi}{5}\right) = \frac{9}{25}, \cos \frac{9\pi}{10} = -\cos \frac{\pi}{10} = -\frac{4}{5}$$

$$\sin\left(-\frac{11\pi}{10}\right) = \sin \frac{\pi}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{256 + 4 \times 125}{25(9+15)} = \frac{756}{600} = \frac{1}{26}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با فرض $2^{-x} = T$ داریم: (۱۱۰)

$$T^2 - 3T - 1 = 0 \Rightarrow (T-5)(T+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} T=5 \\ T=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^{-x} = 5 \Rightarrow -x = \log_2 5 \Rightarrow x = -\log_2 5 \\ 2^{-x} = -2 \Rightarrow \text{جواب حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

$$[x] = \left[-\log_2 5\right]$$

چون $2^2 < 5 < 2^3$ است، پس $2 < \log_2 5 < 3$ و در نتیجه $-3 < -\log_2 5 < -2$ می‌باشد و نهایتاً

$$\left[-\log_2 5\right] = -3 \text{ است.}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون دو تابع در $x = -1$ متقاطع هستند بنابراین به جای x عدد -1 قرار داده و برابر هم می‌گذاریم.

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow 2^{-a+b} = 4^{-1} \Rightarrow -a + b = -2$$

$$f(2) = 128 \Rightarrow 2^{2a+b} = 2^7 \Rightarrow 2a + b = 7$$

$$\begin{cases} -a + b = -2 \\ 2a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = 1 \Rightarrow f(x) = 2^{3x+1}$$

$$f^{-1}(1024) = k \Rightarrow f(k) = 1024 \Rightarrow 2^{3k+1} = 2^{10} \Rightarrow 3k + 1 = 10 \Rightarrow 3k = 9 \Rightarrow k = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
 $f(a) = 0$ می‌شود پس داریم:

$$a^3 - 3a^2 + a + a = 0 \Rightarrow a^3 - 3a^2 + 2a = 0 \Rightarrow a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$a = 0 \Rightarrow f(x) = x(x^2 - 3x + 1)$$

$$a = 1 \Rightarrow f(x) = (x-1)(x^2 - 2x - 1)$$

$$a = 2 \Rightarrow f(x) = (x-2)(x^2 - x - 1)$$

سپس به شرط $a > 1$ تابع $g(x) = x^2 - x - 1$ ریشه مشترک با $f(x)$ دارد و با هم روی محور x ها برخورد می‌کند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

دامنه h زیرمجموعه‌ای از $(0, +\infty)$ می‌باشد که به ازاء این مقادیر همواره $f \geq 0$ است. خط $y = \frac{x}{2}$ از نقاط $(1, 2)$ و $(3, 6)$ می‌گذرد.

$$f(x) \geq \frac{x}{2} \Rightarrow x \leq 2 \text{ یا } x \geq 6$$

$$f(x) < \frac{x}{2} \Rightarrow 2 < x < 6$$

$$\Rightarrow D_h = [1, 2) \cup (6, +\infty)$$

	0	1	2	3	6	$+\infty$
$f \times g$	-	+	+	+	+	+
$f(x) - \frac{x}{2}$	+	+	-	-	-	+
	-	+	-	-	-	+

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cos(54^\circ + 30^\circ + x) = -\cos(30^\circ + x)$$

$$120^\circ < x < 150^\circ \Rightarrow 150^\circ < x + 30^\circ < 180^\circ$$

از روی دایره مثلثاتی $\rightarrow -1 < \cos(x + 30^\circ) < -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} < -\cos(30^\circ + x) < 1$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به مراحل تغییر تابع توجه کنید: (۱۱۵)

$$f(x) \xrightarrow[\text{محور } y \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} f(-x) \xrightarrow{\text{یک واحد بالا}} f(-x) + 1 \xrightarrow[\text{محور } x \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} -f(-x) - 1$$

$$y = -f(-x) - 1 \xrightarrow{(2,0)} 0 = -f(-2) - 1 \Rightarrow f(-1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} f\left(\frac{x}{2}\right) = f(-2) = -1$$

$$x \rightarrow -4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۱۶)

$$f(x) = \frac{\sqrt{100 - x^2}}{|3x - 1| - 5}, 100 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 100 \Rightarrow |x| \leq 10$$

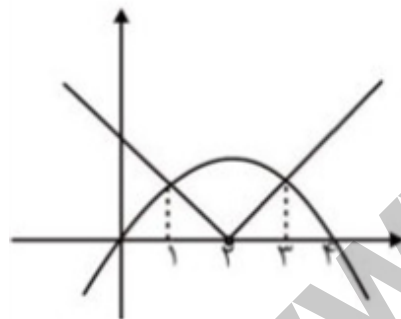
$$\Rightarrow -10 < x < 10, |3x - 1| - 5 = 0 \Rightarrow |3x - 1| = 5 \Rightarrow 3x - 1 = \pm 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$D_f = [-10, 10] - \left\{2, -\frac{4}{3}\right\}$$

$$= 20 \text{ تعداد} \Rightarrow -10, -9, \dots, -1, 0, 1, 3, 4, \dots, 10$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به شرط $x \neq 2$ داریم: (۱۱۷)

$$\frac{-x^2 + 4x}{3} > |x - 2|$$



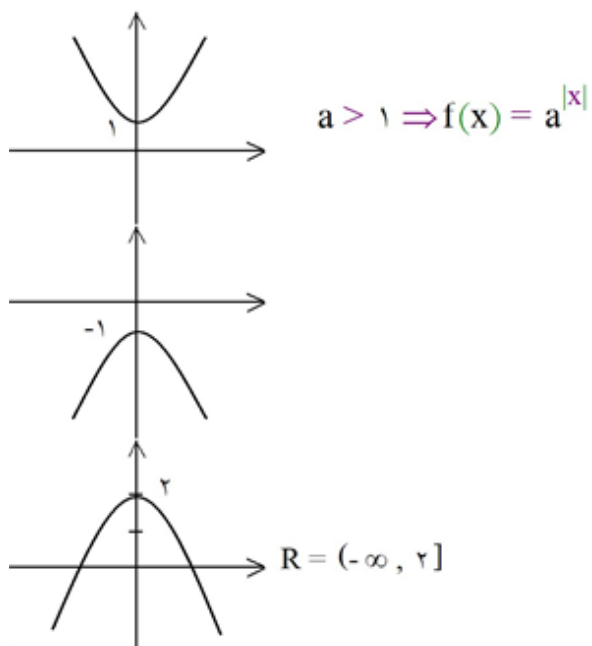
که جواب $\{2\} - (1, 3)$ یا $1 < |x - 2| < 3$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۱۸)

چون $2 - \sqrt{x - 3} \leq 2$ پس $R_f = (-\infty, 2]$ است و داریم:

$$D_g = D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, 2]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار $f(x)$ را رسم می‌کنیم. (۱۱۹)



پس نمودار تابع را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.

در نهایت نمودار را سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۲۰)

با توجه به اینکه با داشتن ماکزیمم $a < 0$ و می‌نیمم $a > 0$ و طول نقطه رأسی $-\frac{b}{2a}$ است، در گزینه‌ها داریم:

$$۱) a > 0, -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$$

$$۲) a < 0, -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0$$

$$۳) a < 0, -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0$$

$$۴) a < 0, -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b < 0$$

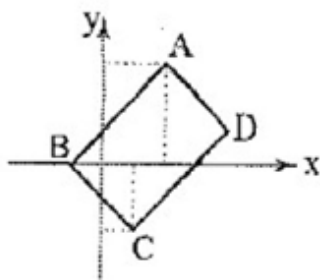
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲۱)

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 4\alpha \cos 4\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 8\alpha$$

$$\alpha = (3/75)^\circ$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(8 \times 3/75^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 30^\circ = \frac{1}{16}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، مشخص است که رئوس A و C روبه‌روی هم قرار دارند، بنابراین داریم:



$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 2 + 1 = -1 + x_D \Rightarrow x_D = 4 \\ y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow 3 + (-2) = 0 + y_D \Rightarrow y_D = 1 \end{cases}$$

$$D(4, 1) \Rightarrow OD = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$

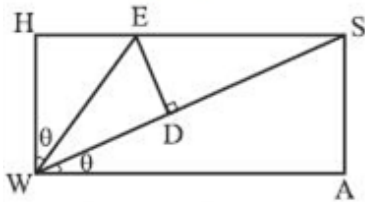
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} A(a, 5) \\ 4x + 3y - 18 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{فاصله ی نقطه از خط}} \frac{|4a + 3 \times 5 - 18|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{|4a - 3|}{5} = 5 \Rightarrow |4a - 3| = 25 \Rightarrow 4a - 3 = \pm 25$$

$$\Rightarrow a = \frac{3 \pm 25}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ a = -\frac{22}{4} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنید $\widehat{HWE} = \theta$ و $HW = a$ و $WA = a \cot \theta$ و $HE = a \tan \theta$ بنا بر این



$$\sin \widehat{SWE} = \cos 2\theta$$

می‌دانیم مساحت $\triangle WSA$ نصف مساحت مستطیل است، در نتیجه نسبت مساحت ۲ مثلث $\triangle SED$ و $\triangle WSA$ را حساب می‌کنیم:

$$\text{نسبت مساحت} = \frac{SE^2}{WS^2} = \frac{(a \tan \theta - a \cot \theta)^2}{a^2 + (a \cot \theta)^2} = \frac{\cos^2 2\theta}{\cos^2 \theta} = \frac{32}{50}$$

در نتیجه از آنجا که θ حاده است و $\theta < 45^\circ$ ، می‌توان دید:

$$\cos 2\theta = \frac{4 + 6\sqrt{6}}{25}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\frac{3}{5} = |4x^3 - 3x|$ ، فرض کنید: $x = \sin \alpha$ و $y = \cos \alpha$ ، در نتیجه:

$$\sin(3\alpha) = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha = 3x - 4x^3 = \pm \frac{3}{5}$$

حال می‌توان دید:

$$|20y^3 - 15y| = |5\cos 3\alpha| = 5\sqrt{1 - \sin^2 3\alpha} = 4$$

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. ریشه‌های f ، عددهای ۰ و -۴ هستند، در نتیجه $f(f(x_1))$ باید مقادیر بالایی را به خود نزدیک‌تر؟

می‌دانیم: $f(-8) = -4$ ، در نتیجه جواب‌های $f(f(x)) = \{0, -4\}$ معادله‌های $f(x) = 0$ ، $f(x) = -4$ ، $f(x) = -8$ هستند. معادله‌های $f(x) = -8, -4$ هرکدام یک جواب و معادله $f(x) = 0$ ، دو جواب دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کوچک‌ترین جواب معادله $m = \underbrace{8999\dots 9}_{223 \text{ رقم}}$ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(f(1 - 2x)) = f(f(-1^+)) = f(2^+) = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در دایره‌ی مثلثاتی، طول هر نقطه‌ی واقع بر این دایره نشان‌دهنده‌ی کسینوس زاویه‌ای،

مانند α و عرض آن نیز معادل $\sin \alpha$ است، پس نقطه‌ی $A \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ در ربع چهارم قرار داشته و در نتیجه

$\cos \alpha = \frac{1}{2}$ ، پس $\alpha = -\frac{\pi}{3}$ است. اگر انتهای کمانی را که نشان‌دهنده‌ی نقطه‌ی B است θ بنامیم، داریم:

$$\theta = \alpha - \frac{4\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} = \frac{-5\pi}{3} = -2\pi + \frac{\pi}{3}$$

خلاف جهت مثلثاتی

$$\Rightarrow B (\cos \theta, \sin \theta) = \left(\cos \left(-2\pi + \frac{\pi}{3} \right), \sin \left(-2\pi + \frac{\pi}{3} \right) \right)$$

$$= \left(\cos \frac{\pi}{3}, \sin \frac{\pi}{3} \right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \Rightarrow y_B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

رادیان $\theta = \frac{L}{r} = \frac{2r}{r} = 2$ (برحسب رادیان)

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{2}{\pi}$$

$$\Rightarrow D = \frac{2 \times 180}{\pi} = \frac{360}{\pi}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۱

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} x^2 + 2 = 4 + 2 = 6 \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} -2x + 2 = -2(-2) + 2 = 4 + 2 = 6 \\ f(-2) = -2(2) + 2 = 4 + 2 = 6 \end{array} \right.$$

بنابراین تابع در $x = -2$ پیوسته است $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = f(-2)$

$$x \rightarrow (-2)^- \quad x \rightarrow (-2)^+$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم وقتی $x \rightarrow 0^-$ ، $|x| = -x$ ، پس داریم: ۱۳۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x - |x|}{x^2 + |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x - (-x)}{x^2 + (-x)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5}{x-1} = -5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 1) = 0$ است، پس برای این‌که حاصل حد برابر عددی حقیقی

۱۳۳

شود باید حالت مبهم $\frac{0}{0}$ را داشته باشیم، پس حد صورت کسر هم باید صفر شود.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (ax + \sqrt{3 + x^2}) = 0 \Rightarrow a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$x \rightarrow 1$

حال برویم سراغ محاسبه‌ی حد!

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x + \sqrt{3 + x^2}}{x^3 - 1} \times \frac{\sqrt{3 + x^2} + 2x}{\sqrt{3 + x^2} + 2x}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3 + x^2) - 4x^2}{(x^3 - 1)(\sqrt{3 + x^2} + 2x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - 3x^2}{4(x^3 - 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(1-x)(1+x)}{4(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۳۴

$$\operatorname{tg} \frac{17\pi}{6} \operatorname{Sin} \frac{11\pi}{3} + \operatorname{Cos} \frac{10\pi}{3} = \operatorname{tg} \left(3\pi - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \operatorname{Sin} \left(4\pi - \frac{\pi}{3} \right) + \operatorname{Cos} \left(3\pi + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \left(-\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \right) \left(-\operatorname{Sin} \frac{\pi}{3} \right) - \operatorname{Cos} \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{1}{2} = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۳۵

$$\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20} = \frac{1}{3} \left(\frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \dots + \frac{20-17}{17 \times 20} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20} = 0.15$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $f(5) = 0$ و $f(11) = -2$ است: (۱۳۶)

$$f(5) = a - \text{Log}_r(5 - b) = 0 \Rightarrow \text{Log}_r(5 - b) = a \Rightarrow 5 - b = r^a \Rightarrow r^a + b = 5$$

$$f(11) = a - \text{Log}_r(11 - b) = -2 \Rightarrow \text{Log}_r(11 - b) = a + 2$$

$$\Rightarrow 11 - b = r^{a+2} \Rightarrow 4 \times r^a + b = 11$$

$$\begin{cases} 4 \times r^a + b = 11 \\ r^a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow (4 - 1) \times r^a = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r^a = 2 \Rightarrow a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow f(19) = 1 - \text{Log}_r(19 - 3) = 1 - 4 = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: (۱۳۷)

(۱) $\sqrt{\text{Sin } x}$ در فاصله‌هایی که $\text{Sin } x < 0$ است، ناپیوسته است.

(۲) $\sqrt{|\text{tg } x|}$ در $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ، $\frac{3\pi}{4}$ و ... ناپیوسته است.

(۳) $\sqrt{x^3}$ در فاصله $[0, +\infty)$ پیوسته است.

(۴) $\sqrt{\frac{1}{x}}$ در $x = 0$ ناپیوسته است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳۸)

$$7 \times 2 + 7 \times 3 + \dots + 7 \times 14 = 7(2 + 3 + \dots + 14) = 7((1 + 2 + \dots + 14) - 1)$$

$$= 7\left(\frac{14 \times 15}{2} - 1\right) = 7 \times 104 = 728$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس بر آن، برابر شعاع دایره است. (۱۳۹)

$$r = \frac{|3(2) - 4(-1) + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|m + 10|}{5}$$

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi}{25} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow r = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{|m + 10|}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow |m + 10| = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m + 10 = 1 \Rightarrow m = -9 \\ m + 10 = -1 \Rightarrow m = -11 \end{cases}$$

مجموع مقادیر m برابر -20 است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کمترین مقدار تابع $\frac{1}{4}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ است $a = -\frac{1}{4}$ تابع (۱۴۰)

مفروض در بازه $[0, \pi]$ در سه نقطه مقدار ۱ را داشته است پس $b = 2$ در نتیجه $a + b = \frac{3}{4}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۴۱)

$$y = \frac{4 - x^2}{1 + 4x^2} \Rightarrow x^2(4y + 1) = 4 - y \Rightarrow x^2 = \frac{4 - y}{1 + 4y} \Rightarrow -\frac{1}{4} < y \leq 4$$

دامنه تابع $[-\frac{1}{4}, 4]$ است.گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت $1 + \cos^3 x$ را به کمک اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم: (۱۴۲)

$$A = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}{\sin^2 x(1 - \cos x)} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} \times \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos x + \cos^2 x}{1 - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} \times \frac{1 + 1 + 1}{1 + 1} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر α و β متمم هم باشند، $\cot \alpha = \cot \beta$ و از طرفی همواره داریم: (۱۴۳)

$$\frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} = \sin^2 \alpha, \quad \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \cos^2 \alpha$$

زوج کمان‌های $(\frac{\pi}{14}, \frac{3\pi}{14})$ ، $(\frac{3\pi}{14}, \frac{5\pi}{14})$ و $(\frac{5\pi}{14}, \frac{7\pi}{14})$ متمم یکدیگرند، پس داریم:

$$A = \sin^2\left(\frac{\pi}{14}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{14}\right), \quad B = \cos^2\left(\frac{5\pi}{14}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{14}\right)$$

پس $A + B = 3$ یا $3 - A = B$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۴۴)

$$\left| \frac{4x^2 - x - 3}{x - 1} - 2 \right| < 4 \Rightarrow \left| \frac{(x - 1)(4x + 3)}{x - 1} - 2 \right| < 4$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} |4x + 3 - 2| < 4 \Rightarrow |4x + 1| < 4$$

$$\Rightarrow -4 < 4x + 1 < 4 \Rightarrow -5 < 4x < 3 \Rightarrow -\frac{5}{4} < x < \frac{3}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای این که تابع f یک به یک باشد باید اولاً: تک تک ضابطه‌ها یک به یک باشند که چون ضابطه‌های تابع f از درجه یک هستند، پس نمودار آن‌ها خط راست است و هر خط راست با شیب مخالف صفر، قطعاً یک به یک است، ثانیاً: باید اشتراک برد دو ضابطه برابر \emptyset باشد یعنی داریم:

$$x \geq 1 \Rightarrow 2x \geq 2 \Rightarrow 2x + 5 \geq 7 \Rightarrow R_1 = [7, +\infty)$$

$$x < 1 \Rightarrow 3x < 3 \Rightarrow 3x + a < 3 + a \Rightarrow R_2 = (-\infty, 3+a)$$

برای این که $R_1 \cap R_2 = \emptyset$ باشد باید داشته باشیم:

$$3 + a < 7 \Rightarrow a < 4$$

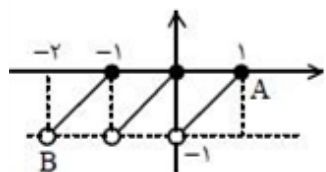
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 = 25$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوره تناوب توابع گزینه (۱ و ۲) همان ۶ است. دوره تناوب تابع گزینه (۳) برابر $\frac{6}{2} = 3$

و دوره تناوب تابع گزینه (۴) برابر $\frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار جزء صحیح $x + [-x]$ به صورت یک واحد یک واحد به سمت چپ یا راست حرکت می‌کند.



$$AB = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 0$ یک ریشه است و البته $a = 0$.

$$\sqrt{x+1} = |x-1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 1: \sqrt{x+1} = x-1 \Rightarrow x+1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x = 3 \\ x < 1: \sqrt{x+1} = 1-x \Rightarrow x+1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$



$$x \in (0, 3) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{b-a}{2} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 2$ باید در معادله صدق کند: (۱۵۰)

$$\frac{a}{3} = \frac{-3}{9} + \frac{3-a}{3} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{-1}{3} + \frac{3-a}{3} \xrightarrow{\times 3} a = 2 - a \Rightarrow a = 1$$

حالا a را برابر ۱ قرار می‌دهیم و معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{1}{x+1} = \frac{1-2x}{1+x^3} + \frac{2}{x^2-x+1}$$

طرفین را در $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$ ضرب می‌کنیم:

$$x^2-x+1 = 1-2x+2(x+1) \Rightarrow x^2-x+1 = 3 \Rightarrow x^2-x-2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

توجه کنید که ریشه دیگر معادله -۱ نیست چون مخرج را صفر می‌کند، پس معادله فقط یک ریشه $x = 2$ را دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۵۱)

$$|x+y| < |x| + |y| \Rightarrow x, y \text{ مختلف‌العلامت هستند. (۱)}$$

$$|x| = -x \Rightarrow x < 0 \xrightarrow{(۱)} y > 0$$

$$A = \sqrt{(x-y)^2 - 2|2y-x| + |y|} = \underbrace{|x-y|}_{\text{منفی}} - \underbrace{2|2y-x|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|y|}_{\text{مثبت}}$$

$$= -x + y - 2(2y-x) + y = -x + y - 4y + 2x + y = x - 2y$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۵۲)

$$2x^2 - 9x - 4 = 0 \Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x^2 + 2x - 7 = 0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-2}{1} = -2 \quad \text{گزینه (۱):}$$

معادله گزینه (۱) دارای دو جواب متمایز است. مجموع ریشه‌ها در سایر گزینه‌ها به ترتیب عبارت است از: ۲، $-\frac{9}{2}$ و $\frac{9}{2}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل پرسش در مثلث قائم‌الزاویه ADM زاویه $\widehat{M} = \alpha + \beta$ و $AM = 1$ (۱۵۳)

$$DM = \cos(\alpha + \beta) \text{ پس } \cos(\alpha + \beta) = \frac{DM}{AM} = \frac{DM}{1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۵۴)

$$105, 112, 119, \dots, 994 \Rightarrow 994 = 105 + 7(n-1) \Rightarrow n = 128$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{128} = 64(1099) = 70336$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۵

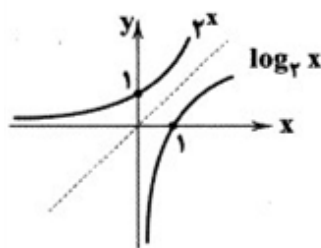
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}}{2(\cos x + \sin x)} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۶

$$\log_{\frac{60}{5}} 60 = \log_{\frac{60}{2}} 60 = -\log_{\frac{60}{2}} 60$$

$$2^5 < 60 < 2^6 \Rightarrow 5 < \log_{\frac{60}{2}} 60 < 6 \Rightarrow -6 < -\log_{\frac{60}{2}} 60 < -5 \Rightarrow \left[-\log_{\frac{60}{2}} 60\right] = -6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق نمودار و با احتساب دامنه‌های مشترک، بازه‌ای که نمودار تابع 2^x بالاتر از نمودار $\log_2 x$ قرار می‌گیرد، بازه $(0, +\infty)$ است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵۷

$$f(\sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2}, f(-\sqrt{2}) = \frac{1}{2}(-\sqrt{2})^2 - (-\sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2}$$

حاصل ضرب دو مقدار $(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = -1$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این مسئله ارتباطی به مقدار تابع در $x = -3$ ندارد، پس $b \in \mathbb{R}$ است، اما حد چپ و راست باید برابر باشند.

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} (ax^2 + 6x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} (2x) \Rightarrow 9a - 18 = -6 \Rightarrow a = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $f(1)$ وجود دارد، اما $f(x)$ در $x = 1$ حد ندارد، زیرا حد چپ و راست نابرابرند.

$f(2) = 0$ و هم‌چنین $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ است، پس تابع $f(x)$ در $x = 2$ هم مقدار دارد و هم حد.

تابع در $x = 3$ نه مقدار دارد و نه حد.

تابع در $x = -2$ مقدار دارد، اما حد ندارد، زیرا حد چپ در $x = -2$ موجود نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جملات پنجم، هشتم و شانزدهم دنباله‌ی حسابی به صورت $a_5 = a_1 + 4d$ (۱۶۱)

$a_8 = a_1 + 7d$ و $a_{16} = a_1 + 15d$ می‌باشند، که به ترتیب سه جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی‌اند، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} a_8^2 &= (a_5)(a_{16}) \Rightarrow (a_1 + 7d)^2 = (a_1 + 4d)(a_1 + 15d) \Rightarrow a_1^2 + 14a_1d + 49d^2 \\ &= a_1^2 + 19a_1d + 60d^2 \Rightarrow 5a_1d = -11d^2 \xrightarrow{d \neq 0} 5a_1 = -11d \xrightarrow{d=10} \\ 5a_1 &= -110 \Rightarrow a_1 = -22 \end{aligned}$$

مجموع ده جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی را حساب می‌کنیم:

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times (-22) + 9 \times 10) = 5(-44 + 90) = 5 \times 46 = 230$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ و همچنین $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ پس: (۱۶۲)

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + 2\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= (\sin^2 \alpha + 1)^2 = \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2} + 1\right)^2 \\ &= \frac{(3 - \cos 2\alpha)^2}{4} \end{aligned}$$

با مقایسه، $A = 3$ و $B = -1$ به دست می‌آید، پس $A + B = 2$ خواهد بود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: (۱۶۳)

$$\sin(\alpha - \beta)\sin(\alpha + \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

با توجه به رابطه‌ی بالا کافی است $\sin \alpha$ و $\sin \beta$ را به دست آوریم. بنابراین:

$$DE = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}, \quad AE = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$$

$$\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \left(\frac{CE}{DE}\right)^2 - \left(\frac{BE}{AE}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{26}}\right)^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{29}}\right)^2 = \frac{1}{26} - \frac{4}{29}$$

$$= \frac{29 - 4 \times 26}{26 \times 29} = \frac{-75}{754}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۶۴)

از ویژگی‌های جزء صحیح آن است که اگر $k \in \mathbb{Z}$ آن‌گاه $[x + k] = [x] + k$ پس گزینه‌ی (۱) صحیح است. طبق تعریف جزء صحیح، گزینه‌ی (۲) درست است.

گزینه‌ی (۳) نادرست است، زیرا $0 < \frac{-13}{45} < -1$ پس -1 (۳)

گزینه‌ی (۴) درست است، زیرا $0 \leq x^2 + 1$ پس $0 \leq \frac{x^2}{x^2 + 1}$ در نتیجه

$$\left[\frac{x^2}{1 + x^2} \right]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۵

$$||4^x - 3| - 2| = 1 \Rightarrow |4^x - 3| - 2 = \pm 1$$

$$\Rightarrow |4^x - 3| = 3 \text{ یا } |4^x - 3| = 1$$

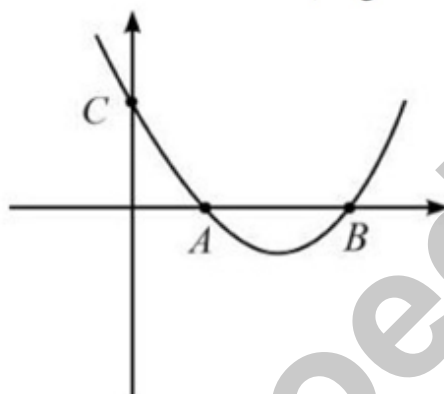
$$|4^x - 3| = 3 \Rightarrow 4^x - 3 = \pm 3 \Rightarrow 4^x = 0 \text{ یا } 4^x = 6$$

ممکن نیست 4^x برابر صفر شود. از $4^x = 6$ نتیجه می شود $x = \text{Log}_4 6$.

$$|4^x - 3| = 1 \Rightarrow 4^x - 3 = \pm 1 \Rightarrow 4^x = 4 \text{ یا } 4^x = 2 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = \frac{1}{2}$$

پس معادله ۳ جواب دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار f مانند شکل زیر است: ۱۶۶



اگر دایره محیطی مثلث ABC را رسم کنیم، نمودار را در نقطه D قطع می کند. مرکز دایره محیطی، روی عمودمنصف AB است. از طرفی عمودمنصف AB، محور تقارن سهمی است. پس اگر C را نسبت به عمودمنصف AB قرینه کنیم، روی نمودار سهمی می افتد. از طرفی عمودمنصف AB یکی از قطرهای دایره محیطی مثلث ABC است و اگر C را نسبت به قطر دایره قرینه کنیم، روی دایره می افتد. اگر قرینه C را نسبت به عمودمنصف AB قرینه کنیم، هم روی دایره قرار می گیرد و هم روی سهمی. پس قرینه C نسبت به عمودمنصف AB، همان D است. بنابراین:

$$\frac{x_D + x_C}{2} = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{s}{2} = \frac{-p}{2}, y_D = y_C = q$$

$$\Rightarrow x_D = -p, y_D = q$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۶۷)

$$x = 0, y = 1 \Rightarrow f(1) = f(0) \times f(1) \xrightarrow{f(1) \neq 0} f(0) = 1$$

$$x = 1, y = 1 \Rightarrow f(2) = f(1) \times f(1) = \frac{1}{4}$$

$$x = 2, y = 1 \Rightarrow f(3) = f(2) \times f(1) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{15}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۶۸)

n ریشه معادله است، پس $n^2 - n - 2018 = 0$ ، یعنی $n^2 = n + 2018$. بنابراین:

$$n^2 + m = n + 2018 + m = S + 2018 = 1 + 2018 = 2019$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۶۹)

$$\frac{p+t}{2} = 3, \frac{q+u}{2} = 2$$

$$\frac{p+r}{2} = -2, \frac{q+s}{2} = 1$$

$$\frac{r+t}{2} = 2, \frac{s+u}{2} = -1$$

می‌دانیم:

با جمع کردن رابطه‌های بالا با هم، داریم:

$$\frac{p+t}{2} + \frac{q+u}{2} + \frac{p+r}{2} + \frac{q+s}{2} + \frac{r+t}{2} + \frac{s+u}{2} = 3 + 2 + (-2) + 1 + 2 + (-1)$$

$$p + q + r + s + t + u = 5$$

یعنی:

$$\text{نکته: } \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \pm \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\text{نکته: } \tan 2\alpha = \tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\text{نکته: } \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan x}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3 - 3 \tan x = 1 + \tan x \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$$

$$\cot\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = -\tan 2x = \frac{-2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{-2\left(\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{4}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر طول یک مستطیل را L و عرض آن را W باشد، هرگاه نسبت عرض مستطیل به طول آن برابر نسبت طول آن به مجموع طول و عرض آن باشد، گوئیم در این مستطیل نسبت طلایی بین طول و عرض آن برقرار است. ۱۷۱

$$\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L}$$

چون محیط ۳۲۰ است. $2(W+L) = 320$

$$W+L = 160$$

$$\frac{W}{L} = \frac{L}{160} \Rightarrow \frac{320-L}{L} = \frac{L}{160}$$

پس رابطه بین طول و عرض $W = 320 - L$ است. با جایگذاری ←

$$\Rightarrow (160)^2 - 160L = L^2$$

$$L^2 + 160L - 160^2 = 0 \Rightarrow L = -80 \pm \sqrt{6400 + 25600}$$

$$L \simeq -80 + 178/00 \simeq 98/00$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۷۲)

ابتدا توجه کنید که $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 3x + 2 = 0$ ، پس برای آنکه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + b}{x^2 - 3x + 2}$ برابر عدد حقیقی L باشد، باید

حد صورت این کسر نیز در نقطه‌ی $x = 2$ برابر صفر باشد، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 5x + b) = 0 \Rightarrow 4 - 10 + b = 0 \Rightarrow b = 6$$

اکنون با جای‌گذاری مقدار $b = 6$ خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x-1} = -1 \Rightarrow L = -1$$

بنابراین: $b + L = 6 + (-1) = 5$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۷۳)

نکته: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

نکته: $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2f(x) + 3g(x) = 7 \Rightarrow 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 3 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 7$$

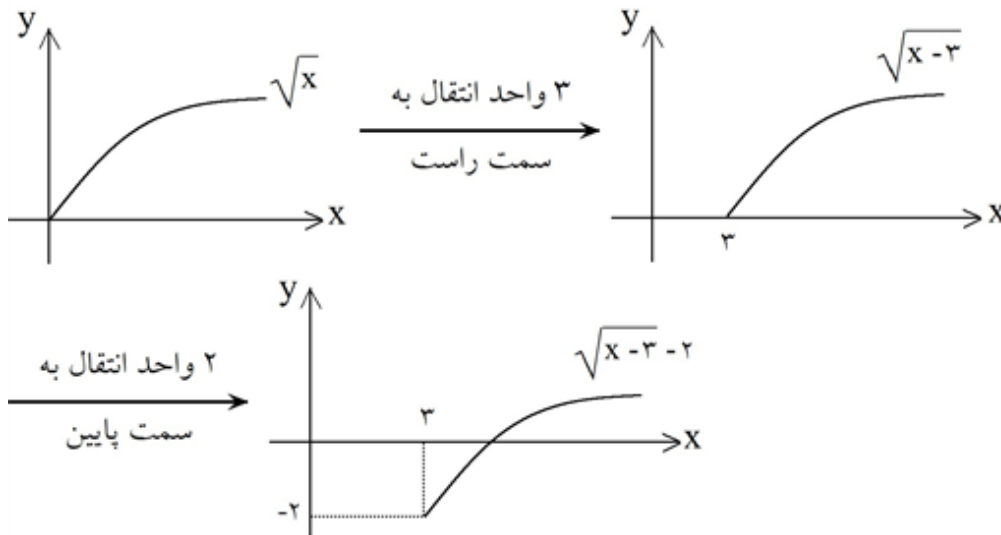
$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow 1} 2 \times 5 + 3 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 7 \Rightarrow 3 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -1$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1)g(x) = (3 - 1)(-1) = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار \sqrt{x} و انتقال نمودارها داریم:



پس نمودار تابع، از ربع اول و چهارم می‌گذرد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل مشخص است که این معادله دارای یک ریشه‌ی مضاعف است، پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4b = 0 \Rightarrow a^2 = 4b \quad (*)$$

از طرفی مقدار ریشه‌ی مضاعف برابر ۴ می‌باشد، بنابراین:

$$x = \frac{a}{2} = 4 \Rightarrow a = 8 \quad (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow 64 = 4b \Rightarrow b = 16 \Rightarrow a + b = 8 + 16 = 24$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

چون سهمی محور x ها را در ۲ و -۲ قطع می‌کند، پس معادله‌ی آن به صورت زیر است:

$$y = a(x - 2)(x + 2)$$

از طرفی چون سهمی محور عرض‌ها را در عرض ۲ قطع می‌کند، پس نقطه‌ی $(0, 2)$ در معادله‌ی این سهمی صدق

$$2 = a(0 - 2)(0 + 2) \Rightarrow 2 = -4a \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

می‌کند.

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2)(x + 2)$$

بنابراین معادله‌ی سهمی عبارت است از:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۷۷)

نکته: اگر A و B دو نقطه در صفحه مختصات و M وسط پاره خط AB باشد، مختصات نقطه‌ی M برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$\frac{x_A + x_B}{2} = 4 \Rightarrow \frac{\alpha + 2}{2} = 4 \Rightarrow \alpha + 2 = 8 \Rightarrow \alpha = 6$$

$$\frac{y_A + y_B}{2} = 1 \Rightarrow \frac{\beta + 5}{2} = 1 \Rightarrow \beta = -3$$

$$\alpha + \beta = 6 - 3 = 3 \text{ بنابراین:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۷۸)

$$f(-1) = 1 + 2 = 3 \Rightarrow f(f(-1)) = f(3) = 3 - 9 = -6$$

$$f(2) = 2 - 4 = -2 \Rightarrow f(f(2)) = f(-2) = 1 + 4 = 5$$

مجموع دو جمله برابر $-6 + 5 = -1$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول ارتفاع AH برابر با فاصله‌ی نقطه‌ی A از ضلع BC است: (۱۷۹)

$$m_{BC} = \frac{3 - (-1)}{0 - 2} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$BC = y - 3 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 3$$

$$BC: y + 2x - 3 = 0, A = (-1, 1) \Rightarrow AH: \frac{|1 + 2(-1) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۸۰)

نکته: معادله‌ی خطی که از دو خط موازی $ax + by = c$ و $ax + by = c'$ به یک فاصله باشد برابر است با:

$$ax + by = \frac{c + c'}{2}$$

$$\begin{cases} 3y - 4x = -2 \\ 3y - 4x = 4 \end{cases} \Rightarrow 3y - 4x = \frac{-2 + 4}{2}$$

$$\Rightarrow 3y - 4x = 1 \Rightarrow 3y = 4x + 1$$

بنابراین داریم:

۱۸۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: هر تابع که بتوان آن را به شکل $y = ax + b$ نمایش داد، یک تابع خطی نامیده می‌شود.

نکته: اگر f و g دو تابع باشند، توابع $f + g$ و $f - g$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x), D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

نکته: اگر f و g دو تابع باشند، ترکیب f با g را با $f \circ g$ نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

مطابق صورت سؤال، $f(x)$ یک تابع خطی است. پس آن را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم. از طرفی داریم:

$$(f + g)(x) = 4 \Rightarrow f(x) + g(x) = 4 \Rightarrow ax + b + g(x) = 4 \Rightarrow g(x) = 4 - ax - b$$

و همچنین:

$$(f \circ g)(x) = 1 - 4x \Rightarrow f(g(x)) = 1 - 4x \Rightarrow f(4 - ax - b) = 1 - 4x \Rightarrow a(4 - ax - b) + b = 1 - 4x$$

$$\Rightarrow 4a - a^2x - ab + b = 1 - 4x$$

$$-a^2x = -4x \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

از تساوی بالا می‌توان نتیجه گرفت:

در فرض سؤال گفته شده شیب خط یعنی a مثبت است، پس مقدار $a = -2$ قابل قبول نیست. با جای‌گذاری مقدار

$$8 - 4x - 2b + b = 1 - 4x \Rightarrow 8 - b = 1 \Rightarrow b = 7$$

داریم:

$$(f - g)(2) = f(2) = g(2) = 11 - (-7) = 18 \quad \text{پس } f(x) = 2x + 7 \text{ و } g(x) = -2x - 3 \text{ بنابراین:}$$

۱۸۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع باشند، طول نقاط تلاقی نمودارهای این دو

تابع جواب‌های معادله‌ی $f(x) = g(x)$ است و برعکس.

کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ و $y = 3$ را روی یک محور مختصات

رسم کنیم.

مطابق شکل، تلاقی دو نمودار در سه نقطه اتفاق می‌افتد که طبق نکته،

معادله‌ی $f(x) = 3$ ، ۳ جواب دارد.

۱۸۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

منحنی محور x ها را قطع نمی‌کند و ضریب x^2 منفی است. $(m+3)x^2 + 4x + m = 0$

$$\Delta' = 4 - m^2 - 3m < 0 \Rightarrow m^2 + 3m - 4 > 0 \Rightarrow m < -4 \text{ یا } m > 1$$

با در نظر گرفتن $m + 3 < 0$ مقادیر $m < -4$ مورد قبول است.

۱۸۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{صورت کسر را گویا می‌کنیم} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4 - x - 1}{(2 + \sqrt{x+1})|x-3|} = \frac{-1}{4} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-3}{|x-3|}$$

$$\text{حاصل به صورت } -\frac{1}{4}(-1) = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فاصله $M(4, y)$ از مبدأ مختصات برابر ۵ واحد است.

$$\sqrt{16 + y^2} = 5 \Rightarrow y^2 = 25 - 16 \Rightarrow y = \pm 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

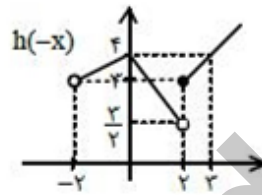
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - 1}{2h(-x) - 3} = \frac{1 - 1}{2\left(\frac{3}{2}\right) - 3} = \frac{0}{0}$$

حالا برای رفع ابهام باید ضابطه‌های $f(x)$ و $h(-x)$ را در محدوده مورد نظر پیدا کنیم. وقتی $x < 2$ ، ضابطه f چنین است:

$$y - 1 = \left(\frac{3 - 1}{2 - 2}\right)(x - 2) \Rightarrow y = -x + 3 \Rightarrow f(x) = -x + 3$$

وقتی $x < 2$ ، ضابطه $h(-x)$ چنین است:

$$y - 4 = \left(\frac{4 - \frac{3}{2}}{2 - 2}\right)(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{5}{4}x + 4$$



حال این ضابطه‌ها در حد اصلی قرار می‌گیرند:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-x + 3) - 1}{2\left(-\frac{5}{4}x + 4\right) - 3} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x + 2}{-\frac{5}{2}x + 5} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{-\frac{5}{2}(x - 2)} = \frac{2}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به تساوی‌های داده شده، دو طرف تساوی‌ها را به توان دو می‌رسانیم تا بتوانیم قدرمطلق را حذف کنیم:

$$\begin{aligned} |a| &= |b - m| \xrightarrow{\text{به توان 2}} a^2 = b^2 - 2mb + m^2 \\ |b| &= |c - m| \xrightarrow{\text{به توان 2}} b^2 = c^2 - 2mc + m^2 \\ |c| &= |a - m| \xrightarrow{\text{به توان 2}} c^2 = a^2 - 2ma + m^2 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} a^2 = b^2 - 2mb + m^2 \\ b^2 = c^2 - 2mc + m^2 \\ c^2 = a^2 - 2ma + m^2 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{طرفین تساوی‌ها را با هم جمع می‌کنیم}}$$

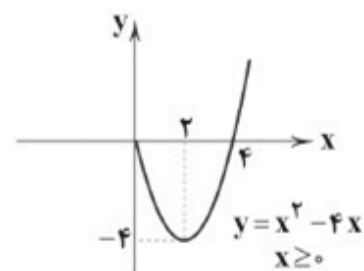
$$\cancel{a^2} + \cancel{b^2} + \cancel{c^2} = \cancel{b^2} + \cancel{c^2} + \cancel{a^2} - 2m(a + b + c) + 3m^2 \Rightarrow 2m(a + b + c) = 3m^2$$

$$\Rightarrow a + b + c = \frac{3m^2}{2m} = \frac{3m}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه‌ها را محاسبه می‌کنیم و اشتراک می‌گیریم. چون دامنه‌ی هر دو تابع $(0, +\infty)$ است، پس دامنه‌ی $f - g$ نیز $(0, +\infty)$ است. حال ضابطه‌ی $f - g$ را محاسبه می‌کنیم.

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = x^2 + \sqrt{x} - 4x - \sqrt{x} = x^2 - 4x = x(x - 4)$$

نمودار تابع $x^2 - 4x$ به صورت است که باید دامنه‌ی آن را محدود به $(0, +\infty)$ نماییم.

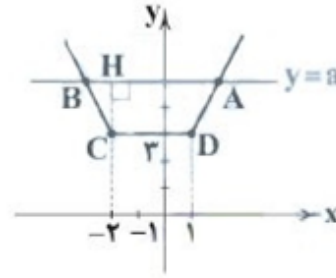


نمودار $f - g$ به شکل زیر است:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $f(f(x)) = a - |a - (a - |a - x||) = a - |a - a + |a - x|| = a - |a - x| = f(x)$ پس برای هر $a \in \mathbb{R}$ ، $f \circ f(x) = f(x)$ است، در نتیجه همواره تساوی $f \circ f \circ f(x) = f(x)$ برقرار خواهد بود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع $y = |x - 1| + |x + 2|$ را به صورت چند ضابطه‌ای نوشته و نمودار آنرا رسم می‌کنیم:

$$y = \begin{cases} -2x - 1 & x < -2 \\ 3 & -2 \leq x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$$



با توجه به این که قرار است از تلاقی $y = a$ و تابع موردنظر، یک ذوزنقه حاصل شود، باید $a > 3$ و داریم:

$$A \begin{cases} y = a \\ y = 2x_1 + 1 \Rightarrow a = 2x_1 + 1 \Rightarrow x_1 = \frac{a-1}{2} \end{cases}$$

$$B \begin{cases} y = a \\ y = -2x_2 - 1 \Rightarrow a = -2x_2 - 1 \Rightarrow x_2 = \frac{a+1}{-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD) \times CH \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{a-1}{2} - \frac{a+1}{-2} \right) + 3 \right] \times (a-3)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{(a+3)(a-3)}{2} \Rightarrow a^2 - 9 = 16 \Rightarrow a^2 = 25 \xrightarrow{a > 3} a = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_{\min} = 3 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow 3 - 5 = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در عبارت $\text{gof}(x)$ یک واحد اضافه و کم می‌کنیم تا مربع کامل بسازیم.

$$\text{gof}(x) = g(x+1) = x^2 + 2x + 1 - 1 \Rightarrow g(x+1) = (x+1)^2 - 1$$

اگر $x+1$ را به x تبدیل کنیم، $g(x) = x^2 - 1$ خواهد بود.

$$g(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

192

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به جملات دنباله هندسی، a واسطه هندسی بین ۱ و ۹ است. بنابراین:

$$a^2 = 9 \times 1 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \xrightarrow[\text{کاهشی نیست}]{\text{روند دنباله}} a = -3$$

پس جمله‌های دنباله به صورت $\dots, -\frac{1}{3}, 1, -3, 9$ و قدرنسبت دنباله برابر $-\frac{1}{3}$ است (توجه کنید که اگر $a = 3$

باشد، قدرنسبت $\frac{1}{3}$ شده و دنباله روند کاهشی خواهد داشت). با توجه به رابطه‌ی مجموع جمله‌های دنباله‌ی هندسی

داریم:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow \frac{61}{9} = \frac{9 \left(\left(-\frac{1}{3} \right)^n - 1 \right)}{-\frac{1}{3} - 1} \Rightarrow \frac{61}{9} = \frac{9 \left(\left(-\frac{1}{3} \right)^n - 1 \right)}{-\frac{4}{3}} \Rightarrow \frac{61}{9} \times \left(-\frac{4}{3} \right) = \left(-\frac{1}{3} \right)^n - 1 \Rightarrow -\frac{244}{243} = \left(-\frac{1}{3} \right)^n - 1 \Rightarrow -\frac{244}{243} + 1 = \left(-\frac{1}{3} \right)^n \Rightarrow -\frac{1}{243} = \left(-\frac{1}{3} \right)^n \Rightarrow n = 5$$

193

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید تابع اول را بزرگ‌تر از تابع دوم قرار دهیم.

$$-x^2 + 8x - 3 > 5x - |x|$$

$$x \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 8x - 3 > 4x \Rightarrow -x^2 + 4x - 3 > 0 \Rightarrow 1 < x < 3 \xrightarrow{x \geq 0} 1 < x < 3 \quad (1)$$

$$x < 0 \Rightarrow -x^2 + 8x - 3 > 6x \Rightarrow -x^2 + 2x - 3 > 0 \Rightarrow \emptyset \quad (2)$$

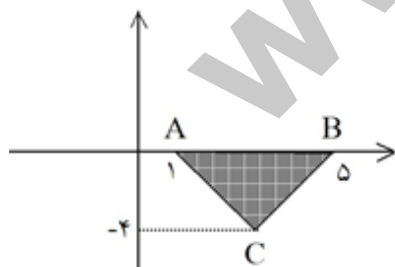
$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} \text{مجموعه جواب} = (1, 3) \Rightarrow \text{مرکز بازه} = \frac{1+3}{2} = 2$$

194

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=5 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow y_1 = 9 - 18 + 5 = -4$$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹۵

$$\begin{aligned}
 x = \alpha &\rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 2\alpha + 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} \alpha^4 = (2\alpha + 1)^2 \\
 \Rightarrow \alpha^4 &= 4\alpha^2 + 4\alpha + 1 \xrightarrow{\alpha^2 = 2\alpha + 1} \alpha^4 = 4(2\alpha + 1) + 4\alpha + 1 = 8\alpha + 4 + 4\alpha + 1 \\
 \Rightarrow \alpha^4 &= 12\alpha + 5 \\
 \alpha^4 + 12\beta - 7 &\xrightarrow{\alpha^4 = 12\alpha + 5} 12\alpha + 5 + 12\beta - 7 = 12(\alpha + \beta) - 2 \\
 \alpha + \beta &= \frac{-b}{a} = 2 \\
 &\xrightarrow{} 12(2) - 2 = 22
 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹۶

$$\begin{cases} -3x + a > 2b \\ -3x + a < -2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{a - 2b}{3} \\ x > \frac{a + 2b}{3} \end{cases}$$

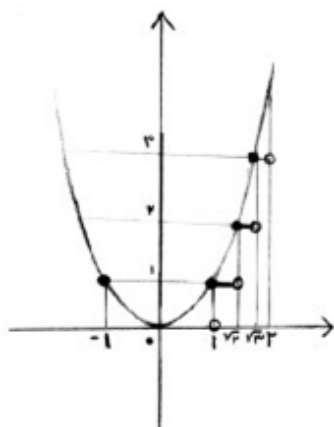
$$\begin{cases} x < -1 \text{ و } x < \frac{a - 2b}{3} \Rightarrow \frac{a - 2b}{3} = -1 \\ x > 2 \text{ و } x > \frac{a + 2b}{3} \Rightarrow \frac{a + 2b}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 2b = -3 \\ a + 2b = 6 \end{cases}$$

$$a = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{9}{4} \Rightarrow a + 2b = \frac{3}{2} + 2\left(\frac{9}{4}\right) = 6$$

در نتیجه:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ریشه‌های معادله مطلوب به صورت $\{2\alpha - 1, 2\beta - 1\}$ است. ۱۹۷

$$\begin{aligned}
 S &= 2(\alpha + \beta) - 2 = 2\left(\frac{4}{3}\right) - 2 = \frac{2}{3} \\
 P &= (2\alpha - 1)(2\beta - 1) = 2(\alpha\beta) - 2(\alpha + \beta) + 1 = 2\left(-\frac{1}{3}\right) - 2\left(\frac{4}{3}\right) + 1 = -3 \\
 &\text{معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت } 3x^2 - 2x - 9 = 0 \text{ یا } x^2 - \frac{2}{3}x - 3 = 0.
 \end{aligned}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع $f(x) = [g(x)]$ در نقاطی که $g(x) \in \mathbb{Z}$ باشد ناپیوسته است، به جز نقاطی که در آن نقاط $g(x)$ دارای مینیمم نسبی باشد.

نقاط ناپیوستگی عبارتند از:

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

$$x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

در $x = 0$ پیوسته است.

بنابراین نقاط ناپیوستگی تابع روی بازه $[-1, 2]$ عبارتند از: $-1, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|x(x^2 - 1)| \leq x \Rightarrow |x||x^2 - 1| \leq x \Rightarrow |x^2 - 1| \leq \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

قابل قبول
غیر قابل قبول

$$|x^2 - 1| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x^2 - 1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 2$$

$$\begin{cases} x^2 \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \\ x^2 \geq 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار} \end{cases} \Rightarrow \text{جواب های صحیح قابل قبول} = \{-1, 1, 0\}$$

$$-1 + 1 + 0 = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای $x > 0$ شاخه سمت راست $y = \text{Log } x$ است و برای $x < 0$ شاخه سمت چپ $y = \text{Log } -x$ است پس به طور کل $y = \text{Log } |x|$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم $\left(\frac{1}{a}\right)^x = a^{-x}$ تابع های a^x و a^{-x} قرینه نسبت به محور y ها هستند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Delta H = \frac{|4x_1 + 3y_1 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = 2 \Rightarrow |4x_1 + 3y_1 - 1| = 10$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3y_1 - 1 = 10 \\ 4x_1 + 3y_1 - 1 = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x_1 + 3y_1 - 11 = 0 \\ 4x_1 + 3y_1 + 9 = 0 \end{cases}$$

با توجه به گزینه ها، گزینه ی ۳ درست است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۰۳)

$$a_2 + a_4 + \dots + a_{2n} = a_1 + a_3 + \dots + a_{2n-1} + 70$$

$$a_2 - a_1 + a_4 - a_3 + \dots + a_{2n} - a_{2n-1} = 70 \Rightarrow 10d = 70 \Rightarrow d = 7$$

در نتیجه:

$$S_{2n} = \frac{2n}{2} [2a_1 + (2n-1)d] = 10 [2a_1 + 19 \times 7] = 20a_1 + 1330 = 250$$

$$20a_1 = 250 - 1330 = -1080 \Rightarrow a_1 = -\frac{1080}{20} = -54$$

بنابراین:

$$a_{2n} = a_1 + (2n-1)d = -54 + 19 \times 7 = -54 + 133 = 79$$

$$a_1 + a_{2n} = -54 + 79 = 25$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد ۲ جزء دامنه تابع شکل داده شده نیست پس با تابع $y = \frac{1}{2}x$ مساوی نمی تواند باشد. (۲۰۴)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰۵)

$$f(3x+1) = 9x^2 + 6x + 1 + 1 = (3x+1)^2 + 1$$

$$f(t) = t^2 + 1 \quad \text{یا} \quad f(x) = x^2 + 1$$

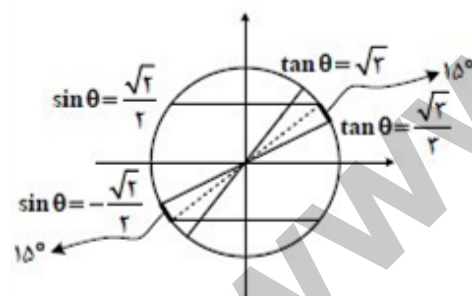
$$g(x) = 4(2 - 3(x^2 + 1)) = -12x^2 - 4$$

$$g(0) = -4 \Rightarrow f(g(0)) = f(-4) = (-4)^2 + 1 = 17$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow g(f(1)) = g(2) = -12(2)^2 - 4 = -52$$

$$f(g(0)) + g(f(1)) = 17 - 52 = -35$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۰۶)



$$\sin^2 \theta < \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin \theta < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} < \tan \theta < \sqrt{3}$$

$$15^\circ + 15^\circ = 30^\circ \Rightarrow \frac{30}{360} \times 100 = \frac{25}{3} \approx 8.3\%$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۰۷)

	-۴	۱	
$ x - ۱ + x + ۴ $	$-x + ۱ - x - ۴ = ۵$	$-x + ۱ + x + ۴ = ۵$	$x - ۱ + x + ۴ = ۵$
	$-۲x - ۵ = ۵$	$۵ = ۵$	$۲x + ۳ = ۵$
	$-۲x = ۱۰$	قابل قبول	$۲x = ۲$
	$x = -۵$		$x = ۱$
	قابل قبول		قابل قبول
	$ -۴ - ۱ = ۵$		$ ۱ + ۴ = ۵$
	قابل قبول		قابل قبول

در بازه $(۱, +\infty)$ جواب $x = ۱$ قابل قبول است.

$$\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 = ab \Rightarrow a^2 + a + \frac{1}{4} = ab \quad \text{دنباله هندسی}$$

$$a, a + \frac{1}{2}, \frac{1}{12}, b \Rightarrow a, a + \frac{5}{12}, b \quad \text{دنباله حسابی}$$

$$2\left(a + \frac{5}{12}\right) = a + b \Rightarrow 2a + \frac{5}{6} = a + b \Rightarrow b - a = \frac{5}{6}, b = a + \frac{5}{6}$$

$$a^2 + a + \frac{1}{4} = a\left(a + \frac{5}{6}\right) = a^2 + \frac{5}{6}a \Rightarrow a - \frac{5}{6}a = -\frac{1}{4}$$

در نتیجه:

$$\frac{1}{6}a = -\frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{6} = -\frac{2}{3}$$

در نتیجه:

$$-\frac{3}{2}, -1, -\frac{2}{3} \quad \text{دنباله هندسی} \quad q = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$-\frac{3}{2}, -1 - \frac{1}{12}, -\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{3}{2}, -\frac{13}{12}, -\frac{2}{3} \quad \text{دنباله حسابی}$$

$$-\frac{13}{12} - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{-13 + 18}{12} = \frac{5}{12} = d$$

در نتیجه:

$$\frac{d}{q} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{8}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۰۹)

$$\left. \begin{aligned} c &= \frac{a+b}{2} \\ d &= \sqrt{ab} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a, \sqrt{ab}, \frac{a+b}{2}, e, b: \text{ دنباله حسابی}$$

$$\frac{a+b}{2}, e, b \text{ دنباله حسابی} \Rightarrow 2e = \frac{a+b}{2} + b = \frac{a+3b}{2} \Rightarrow e = \frac{a+3b}{4}$$

بنابراین:

$$\text{قدرنسبت دنباله حسابی} = \frac{a+3b}{4} - \frac{a+b}{2} = \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}$$

در نتیجه:

$$a+b - \frac{a+3b}{4} = \sqrt{ab} \Rightarrow \frac{3a+b}{4} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{9a^2 + 6ab + b^2}{16} = ab \Rightarrow 9a^2 - 10ab + b^2 = 0$$

بنابراین:

$$a = \frac{5b \pm \sqrt{25b^2 - 9b^2}}{9} = \frac{5b \pm 4b}{9} = \begin{cases} b \text{ غیرقابل قبول} \\ \frac{b}{9} \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

$$b = 9a$$

در نتیجه:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۱۰)

$$f^{-1}(x) = 3x + 6 \Rightarrow a+b = 9 \quad (0/5)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۱۱)

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{2 - |x+1|}{x + |x|} = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & x \leq 0 \\ \frac{2-x-1}{2x} & x > 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{1-x}{2x} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2}, \quad x > 0$$

$$x > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{2x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{2x} - \frac{1}{2} > -\frac{1}{2} \Rightarrow R_f = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۱۲)

$$9^{2a-1} = 3 \times 3^{\frac{2}{3}} \Rightarrow (3^2)^{2a-1} = 3^{\frac{5}{3}} \Rightarrow 2a-1 = \frac{5}{3} \Rightarrow 2a = \frac{5}{3} + 1 \Rightarrow 2a = \frac{8}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$\text{Log} \sqrt[12]{12a+5} \xrightarrow{a=\frac{4}{3}} \text{Log} \sqrt[12]{12 \times \frac{4}{3} + 5} = \text{Log} \sqrt[12]{16} = \text{Log} \sqrt[2^4]{2^4} = \frac{4}{2} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۱۳)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{tg}^2 x + \text{Cotg}^2 x - (\text{Sin}^2 x + \text{Cos}^2 x)}{\text{Sin}^2 x + \text{Cos}^2 x - 2 \text{Sin} x \text{Cos} x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{tg}^2 x + \text{Cotg}^2 x - 2 \text{tg} x \text{Cotg} x}{(\text{Sin} x - \text{Cos} x)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\text{tg} x - \text{Cotg} x)^2}{(\text{Sin} x - \text{Cos} x)^2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\left(\frac{\text{Sin} x}{\text{Cos} x} - \frac{\text{Cos} x}{\text{Sin} x}\right)^2}{(\text{Sin} x - \text{Cos} x)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\text{Sin}^2 x - \text{Cos}^2 x)^2}{\text{Sin}^2 x \text{Cos}^2 x (\text{Sin} x - \text{Cos} x)^2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\text{Sin} x - \text{Cos} x)^2 (\text{Sin} x + \text{Cos} x)^2}{\text{Sin}^2 x \text{Cos}^2 x (\text{Sin} x - \text{Cos} x)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\text{Sin} x + \text{Cos} x)^2}{\text{Sin}^2 x \text{Cos}^2 x} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{2}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = 8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۱۴)

$$2^a, 2 \times 2^{\frac{2}{3}}, 2^b \Rightarrow 2^a, 2^{\frac{5}{3}}, 2^b \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} 2^a \times 2^b = \left(2^{\frac{5}{3}}\right)^2 \Rightarrow a + b = \frac{10}{3}$$

$$\text{دنباله حسابی: } a, k, b \Rightarrow 2k = a + b \Rightarrow 2k = \frac{10}{3} \Rightarrow k = \frac{5}{3}$$

۲۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، مجموع ریشه‌ها برابر $S = \frac{-b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $P = \frac{c}{a}$ است.

نکته: اگر x_1 و x_2 دو عدد حقیقی باشند، $S = x_1 + x_2$ و $P = x_1 x_2$. آنگاه معادله درجه دومی که ریشه‌های آن x_1 و x_2 باشد عبارت است از: $x^2 - Sx + P = 0$

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 - 3mx + 4m - 2 = 0$ برابر است با: $S = 3m$ ، $P = 4m - 2$. با جایگذاری این مقدار در رابطه $S + P = 5$ ، داریم:

با جای گذاری $m = 1$ در معادله، به معادله $x^2 - 3x + 2 = 0$ خواهیم رسید.

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 1, 2 \xrightarrow{x_1 < x_2} x_1 = 1, x_2 = 2$$

معادله درجه دومی که ریشه‌های آن $x_1 + 1 = 2$ و $x_2 + 2 = 4$ باشد عبارت است از: $x^2 - 6x + 8 = 0$

۲۱۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: برای هر عدد حقیقی a داریم: $\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$ ، $\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$

با استفاده از نکته بالا داریم:

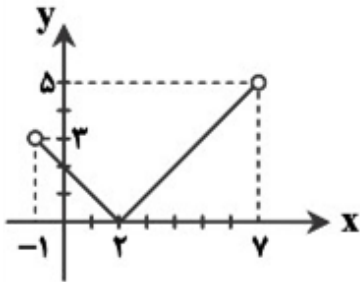
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x + \cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x}{\lim_{x \rightarrow 0^+} (x + \cos x)} = \frac{\sin 0}{0 + \cos 0} = \frac{0}{1} = 0$$

۲۱۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(x + k)$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را k واحد در امتداد محور x ها انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ ، انتقال در جهت مثبت است.

ابتدا $f(x)$ را در دامنه داده شده رسم می‌کنیم. مطابق نکته برای رسم نمودار تابع $f(x) = |x - 2|$ ، نمودار $y = |x|$ را روی محور x ها، ۲ واحد به سمت مثبت انتقال می‌دهیم.



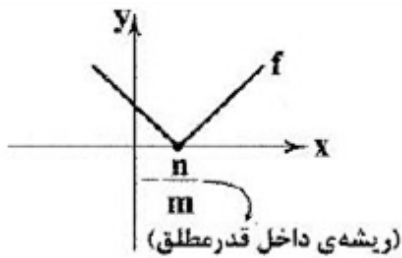
$$f(-1) = |-1 - 2| = 3$$

$$f(7) = |7 - 2| = 5$$

مطابق شکل برد تابع، بازه $[0, 5)$ است.

۲۱۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید که نقطه‌ی شکستگی نمودار تابع $f(x) = |mx + n|$ ، ریشه‌ی عبارت داخل قدرمطلق است. پس برای این که f تابعی یک به یک باشد، باید ریشه‌ی داخل قدرمطلق در بازه‌ی $(-1, 2)$ نباشد. بنابراین ابتدا حدود a را طوری می‌یابیم که ریشه‌ی عبارت داخل قدرمطلق در بازه‌ی $(-1, 2)$ باشد و بعد مجموعه جواب به دست آمده را از R حذف می‌کنیم.



$$2x + a = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{2} \xrightarrow{x \in (-1, 2)} -1 < -\frac{a}{2} < 2 \xrightarrow{\times (-2)} -4 < a < 2$$

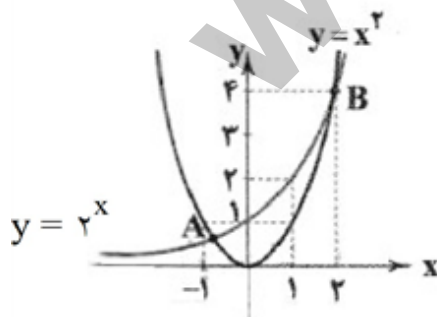
$$\Rightarrow a \in (-4, 2)$$

$$a \in R - (-4, 2)$$

بنابراین جواب نهایی برابر است با:

۲۱۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\Rightarrow \begin{cases} -1 < x_A < 0 \\ x_B = 2 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۲۰)

$$\text{Log}_{1/0.1} 1/0.5 = 5 \Rightarrow (1/0.1)^5 = 1/0.5$$

هزار نفر $t = 0 \Rightarrow y = 500 \cdot (1/0.1)^0 = 500$ جمعیت کنونی

هزار نفر $t = 5 \Rightarrow y = 500 \cdot (1/0.1)^5 = 500 \times (1/0.5) = 525$ پس از ۵ سال

بنابراین پس از گذشته ۵ سال، تقریباً ۲۵ هزار نفر به جمعیت جامعه افزوده می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۲۱)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2f(x) - 1}{f(x) - 7} = \frac{2 \lim_{x \rightarrow 5} f(x) - \lim_{x \rightarrow 5} 1}{\lim_{x \rightarrow 5} f(x) - \lim_{x \rightarrow 5} 7} = 3 \xrightarrow{\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = k} \frac{2k - 1}{k - 7} = 3$$

$$\Rightarrow 2k - 21 = 2k - 1 \Rightarrow k = 20$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} f^2(x) = \left(\lim_{x \rightarrow 5} f(x) \right)^2 = 20^2 = 400$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۲۲)

$$\text{Log}(2x + 3) + \text{Log}(x + 1) = \text{Log} 36 \Rightarrow \text{Log}(2x + 3)(x + 1) = \text{Log} 36$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x + 3x + 3 = 36 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 33 = 0 \Rightarrow \frac{(2x - 6)(2x + 11)}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 & \text{ق ق} \\ x = -\frac{11}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases} \xrightarrow{x=3} \text{Log} \sqrt[2]{4} = \text{Log} \frac{2}{2} = \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۲۳)

$$\text{Cotg} \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) \text{Sin} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \frac{2}{5} \Rightarrow -\text{tg} x \times \text{Cos} x = \frac{2}{5} \Rightarrow -\frac{\text{Sin} x}{\text{Cos} x} \times \text{Cos} x = \frac{2}{5} \Rightarrow \text{Sin} x = -\frac{2}{5}$$

$$\text{Cos} 2x = 1 - 2 \text{Sin}^2 x = 1 - 2 \left(\frac{4}{25} \right) = \frac{25 - 8}{25} = \frac{17}{25}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۲۴)

$$g^{-1} = \{(4, 2), (7, 4), (5, 7)\}$$

$$\text{fog}^{-1}(4) = 11 \Rightarrow f(g^{-1}(4)) = 11 \Rightarrow f(2) = 11 \Rightarrow 3a(2) - 7 = 11 \Rightarrow 6a = 18 \Rightarrow a = 3$$

۲۲۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$${}^4\text{Log} \sqrt{a-b} = \sqrt[4]{\text{Log}_v^6} \Rightarrow \text{Log}(\sqrt{a-b})^4 = \sqrt[4]{\text{Log}_v^{36}} \Rightarrow \text{Log}(a-b)^2 = \sqrt{36}$$

$$\Rightarrow \text{Log}(a-b)^2 = 6 \Rightarrow (a-b)^2 = 64 \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 64 \xrightarrow{ab=18} a^2 + b^2 = 100$$

$$\text{Log}(a^2 + b^2) = \text{Log} 100 = 2$$

۲۲۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_r(x^2 - 4x - 5) - \text{Log}_r(x - 3) = 2 \Rightarrow \text{Log}_r \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 3} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 3} = r^2 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = rx - 3r \Rightarrow x^2 - (4+r)x + (3r-5) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = 7$$

x = 1 غیر قابل قبول است.

$$x = 7 \Rightarrow \text{Log}_r(x + 1) = \text{Log}_r 8 = 3$$

۲۲۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

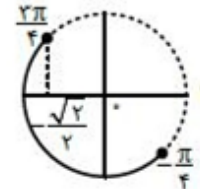
$${}^v\text{Log}_{r^3} \sqrt{8} + \text{Log}_v r = \text{Log}_v \sqrt{8} + \text{Log}_v r = \text{Log}_v(\sqrt{8} \times r) = \sqrt{8} \times r = 6\sqrt{2}$$

۲۲۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-1 < \sin x < 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{\sin x}{2} < \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{4} < \frac{\sin x}{2} + \frac{1}{4} < \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{4} < \pi \times \left(\frac{\sin x}{2} + \frac{1}{4} \right) < \frac{3\pi}{4}$$



با توجه به دایره مثلثاتی اگر $-\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ باشد، آنگاه $-\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos \alpha < 1$ خواهد بود، بنابراین برد تابع

$$\text{است.} \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right]$$

۲۲۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به دامنه $(-\infty, -1)$ ، عدد -1 ریشه عبارت $a - x$ است.

$$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow y = \text{Log}_b(-1 - x)$$

نقطه $(-5, 2)$ عضو نمودار تابع است یعنی:

$$2 = \text{Log}_b(-1 + 5) \Rightarrow \text{Log}_b 4 = 2 \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$a + b = -1 + 2 = 1$$

۲۳۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 < x < 2 \Rightarrow F(x) = -x^2 + 3x + x = -x^2 + 4x$$

$$\Rightarrow y = -(x - 2)^2 + 4 \Rightarrow (x + 2)^2 = 4 - y$$

از طرفین جذر می گیریم

$$\xrightarrow{|x - 2| = \sqrt{4 - y}} \xrightarrow{1 < x < 2} -x + 2 = \sqrt{4 - y}$$

$$\Rightarrow x = 2 - \sqrt{4 - y} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} F^{-1}(x) = 2 - \sqrt{4 - x}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به دامنه، زیر رادیکال حتماً باید درجه یک باشد، پس $a = -1$. ضمناً $x = 2$ هم باید ریشه زیر رادیکال باشد، پس $b = 6$. بنابراین: $a + b = 5$.

۲۳۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = 3 - \sqrt{x + 2}$$

$$x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow D_f = [-2, +\infty)$$

$$\sqrt{x + 2} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{x + 2} \leq 0 \Rightarrow 3 - \sqrt{x + 2} \leq 3 \Rightarrow y \leq 3 \Rightarrow R_f = (-\infty, 3]$$

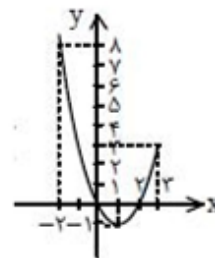
$$f \circ f^{-1}(x) = x, x \in (-\infty, 3], f^{-1} \circ f(x) = x, x \in [-2, +\infty)$$

$$g(x) = x f \circ f^{-1}(x) - 2 f^{-1} \circ f(x) = x \times x - 2x = x^2 - 2x$$

$$D_g = D_{f \circ f^{-1}} \cap D_{f^{-1} \circ f} \Rightarrow D_g = [-2, 3] \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x, -2 \leq x \leq 3$$

$$\text{راس } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow y = -1 \Rightarrow \text{راس } \begin{cases} x = -2 \\ y = 8 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$



۲۳۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{5^{-1}} 5^4 + \sqrt{5} \text{Log}_{3^9} = \frac{4}{-1} + (\sqrt{5})^2 = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. X را به -X تبدیل کرده و در رابطه قرار می‌دهیم: ۲۳۴

$$\left. \begin{aligned} f(x) \operatorname{tg} x + f(-x) \operatorname{Cotg} x &= x \xrightarrow{\times \operatorname{tg}^2 x} \\ f(-x) \operatorname{tg}(-x) + f(x) \operatorname{Cotg}(-x) &= -x \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow f(x) \left(\frac{\operatorname{tg}^2 x + 1}{\operatorname{tg} x} \right) = x \Rightarrow f(x) = \frac{x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. X = ۲ عضو دامنه تابع نیست، پس ریشه مخرج است، در نتیجه b = -۲ ۲۳۵

$$f(x) = \frac{x+a}{x-2}$$

نمودار از نقطه (۳, ۰) می‌گذرد یعنی $f(3) = 0$

$$\frac{3+a}{3-2} = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(x) = \frac{x-3}{x-2} \Rightarrow y_{\Delta} = \frac{0-3}{0-2} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تابع $f(x) = a^x$ به ازای $0 < a < 1$ کاهشی است. در نتیجه باید پایه بین صفر و یک باشد، یعنی: ۲۳۶

$$0 < \frac{2a-1}{a+1} < 1$$

$$(1) \frac{2a-1}{a+1} < 1 \Rightarrow \frac{2a-1}{a+1} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{a-2}{a+1} < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$$

$$a \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline & -1 & 2 \\ \hline & + & - \\ \hline \end{array} \Rightarrow -1 < a < 2$$

ت ن

$$(2) \frac{2a-1}{a+1} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} a \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline & -1 & \frac{1}{2} \\ \hline & + & - \\ \hline \end{array} \Rightarrow (a < -1) \cup \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

ت ن

$$\xrightarrow{\text{اشتراک بین جواب ها}} \frac{1}{2} < a < 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم: ۲۳۷

$$1 - 2 \sin x \cos x = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = (\sin x - \cos x)^2$$

در نتیجه:

$$\sqrt{1 - 2 \sin x \cos x} - \cos x = \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} - \cos x = |\sin x - \cos x| - \cos x$$

به ازای $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ، $\sin x < \cos x$ است، در نتیجه درون قدرمطلق منفی خواهد شد و می‌دانیم به ازای x منفی،در نتیجه: $|x| = -x$

$$\text{حاصل عبارت} = |\sin x - \cos x| - \cos x = -\sin x + \cos x - \cos x = -\sin x$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳۸

$$\log_{\frac{2a-1}{2}} \frac{2a-1}{2} = \log_{\frac{2a-1}{2}} \frac{2a-1}{2} \Rightarrow \log_{\frac{2a-1}{2}} \frac{2a-1}{2} = -\frac{1}{2} \log_{\frac{2a-1}{2}} \frac{2a-1}{2} \Rightarrow \log_{\frac{2a-1}{2}} \frac{2a-1}{2} = \log_{\sqrt{\frac{2a-1}{2}}} \frac{2a-1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2a-1}{2a+1} = \frac{1}{6} \Rightarrow 2a+1 = 6(2a-1) \Rightarrow 2a+1 = 12a-6 \Rightarrow 12a-2a = 1+6$$

$$\Rightarrow 10a = 7 \Rightarrow a = \frac{7}{10} \Rightarrow \log_{\frac{7}{10}} \frac{7}{10} = \log_{\frac{7}{10}} \frac{7}{10} = \log_{\left(\frac{7}{10}\right)^2} \frac{7}{10} = \frac{1}{2} \log_{\frac{7}{10}} \frac{7}{10} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳۹

$$\log_5 (\log_3 (\log_2 x)) = 0 \Rightarrow \log_3 (\log_2 x) = 5^0 = 1 \Rightarrow \log_3 (\log_2 x) = 1 \Rightarrow \log_2 x = 3$$

$$= 3^1 = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۴۰

$$9^{\alpha-2} \xrightarrow{\alpha = \log_3 14} \log_3^{14-2} = \frac{\log_3^{14}}{9^2} = \frac{2 \log_3^{14}}{81} = \frac{14^2}{81} = \frac{196}{81}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۴۱

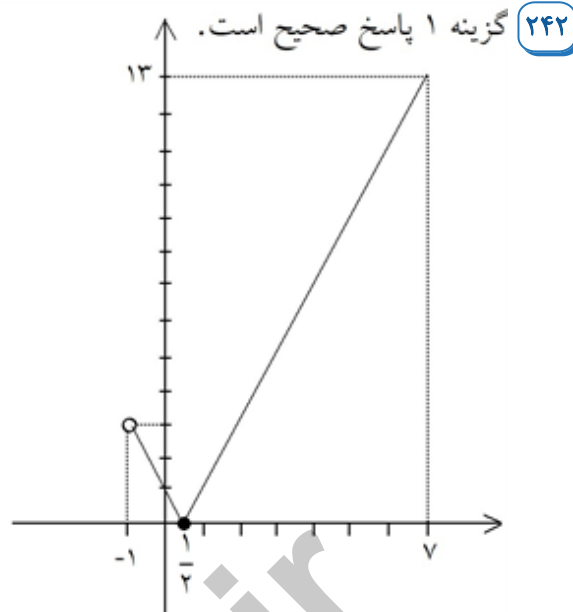
$$8^{\alpha-2} \xrightarrow{\alpha = \log_4 27} \log_4^{27-2} = \frac{\log_4^{27}}{8^2} = \frac{2 \log_4^{27}}{64} = \frac{3}{64} = \frac{\sqrt{27}}{64} = \frac{3\sqrt{3}}{64}$$

۲۴۲

$$|x - 3| < 4 \Rightarrow -4 < x - 3 < 4 \xrightarrow{+3} -1 < x < 7$$

x	-1	$\frac{1}{2}$	7
y	3	0	13

با توجه به نمودار حدود y برابر است با (0, 13)



۲۴۳

$$A = \frac{2}{\log_{10} 5} + \frac{2}{\log_{10} 2} = 2 \log_{10} 5 + 2 \log_{10} 2 = \log_{10} 25 + \log_{10} 4 = \log_{10} 100 = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲۴۴

$$2 \log_9 x = 1 + \log_9 (2x + 7) \Rightarrow \log_9 x^2 = \log_9 9 + \log_9 (2x + 7)$$

$$\Rightarrow \log_9 x^2 = \log_9 (18x + 63) \Rightarrow x^2 = 18x + 63 \Rightarrow x^2 - 18x - 63 = 0 \Rightarrow (x - 21)(x + 3) = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

غ ق ق $x = -3$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 21 \text{ ق ق} \Rightarrow \log_{\sqrt{6}} (2x - 6) \xrightarrow{x=21} \log_{\sqrt{6}} 36 = \log_{\frac{1}{\sqrt{6}}} 36 = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{6}}} \log_{\frac{1}{\sqrt{6}}} 36 = 4 \end{array} \right.$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲۴۵

$$x^2 - 4x - |x - 2| + 2 < 0 \xrightarrow{+2} x^2 - 4x + 4 - |x - 2| < 2 \Rightarrow (x - 2)^2 - |x - 2| - 2 < 0$$

$$\xrightarrow{(x - 2)^2 = |x - 2|^2} |x - 2|^2 - |x - 2| - 2 < 0 \Rightarrow \underbrace{(|x - 2| + 1)}_{\text{همواره مثبت}} (|x - 2| - 2) < 0$$

$$\Rightarrow |x - 2| < 2 \Rightarrow -2 < x - 2 < 2 \xrightarrow{+2} 0 < x < 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۴۶)

$$r^{(x^2-5x)} \times \left(r^2 \times r^{\frac{1}{r}}\right)^4 \times \left(\frac{1}{r^2}\right)^x = 1 \Rightarrow r^{(x^2-5x)} \times \left(r^{\frac{5}{r}}\right)^4 \times r^{-2x} = r^0$$

$$\Rightarrow r^{x^2-5x} \times r^{10} \times r^{-2x} = r^0 \Rightarrow r^{x^2-7x+10} = r^0 \Rightarrow x^2-7x+10=0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha=5 \\ \beta=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\beta + \alpha = 4 + 5 = 9$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۴۷)

$$(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 3 + m + n + 3 = 10 \Rightarrow m + n = 4$$

$$g(-1) = m + n + 3 = 4 + 3 = 7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۴۸)

$$(g+f)(2) = f(2) + g(2) = 2a + 7 + 2b + 1 = 10 \Rightarrow 2a + 2b = 2$$

$$(g-f)(-2) = g(-2) - f(-2) = 4b + 1 - (-2a + 7) = 4b + 2a - 6 = 2 - 6 = -4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۴۹)

$$f^{-1}(6) = a \Rightarrow f(a) = 6 \Rightarrow 3a - 7 = 6 \Rightarrow a = \frac{13}{3}$$

$$[f^{-1}(6)] = \left[\frac{13}{3}\right] = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۵۰)

$$f^{-1}(3) = 0 \Rightarrow f(0) = 3 \Rightarrow a(b)^0 = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$f(2) = 75 \Rightarrow a(b)^2 = 75 \xrightarrow{a=3} 3(b)^2 = 75 \Rightarrow b^2 = 25 \Rightarrow b = 5$$

$$f(x) = 3(5)^x \xrightarrow{x=-2} f(-2) = 3 \times 5^{-2} = \frac{3}{25}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۵۱)

$$A = 2\cos(\pi - \theta) + \cos(-\theta) + \cos(\pi + \theta) = -2\cos\theta + \cos\theta + \cos\theta = 0$$

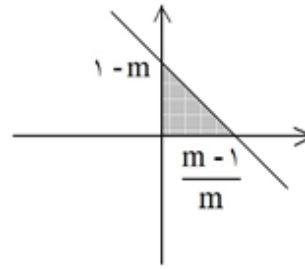
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۲۵۲)

$$A = \sin(\alpha - \pi) + \sin(2\pi + \alpha) = -\sin\alpha + \sin\alpha = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۵۳

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 - m$$

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{m-1}{m}$$



$$S = \frac{(1-m) \times \left(\frac{m-1}{m}\right)}{2} = 2 \Rightarrow \frac{-(m-1)^2}{2m} = 2 \Rightarrow -m^2 + 2m - 1 = 4m \Rightarrow m^2 + 2m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (m+1)^2 = 0 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow f(x) = -x + 2$$

$$f^{-1}(17) = a \Rightarrow f(a) = 17 \Rightarrow -a + 2 = 17 \Rightarrow -a = 15 \Rightarrow a = -15$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۵۴

$$(A \text{ برای}) m_1(t) = n \times \frac{1}{t^{1.0}} \Rightarrow \frac{m_2(t)}{m_1(t)} = \frac{m \times \frac{1}{t^{2.5}}}{n \times \frac{1}{t^{1.0}}} = \frac{m}{n} \times \frac{t^{1.0}}{t^{2.5}} = \frac{m}{n} \times \frac{1}{t^{1.5}}$$

$$(B \text{ برای}) m_2(t) = n \times \frac{1}{t^{2.5}} \Rightarrow \frac{m_1(t)}{m_2(t)} = \frac{m \times \frac{1}{t^{1.0}}}{n \times \frac{1}{t^{2.5}}} = \frac{m}{n} \times \frac{t^{2.5}}{t^{1.0}} = \frac{m}{n} \times t^{1.5}$$

$$\frac{2^{1.0}}{2^{2.5}} = 2^{-1.5} = 0.3535$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۵۵

$$E = 2 \times 10^{22} \text{ Erg}$$

$$M = ?$$

$$\text{Log} E = 11/8 + 1/5(M) \Rightarrow \text{Log} 2 \times 10^{22} = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \text{Log} 2 + \text{Log} 10^{22}$$

$$= 11/8 + 1/5(M) \Rightarrow 0.3 + 22 = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow 22.3 = 11/8 + 1/5 M$$

$$\Rightarrow 10.5 = 1/5 M \Rightarrow M = \frac{10.5 \times 5}{1} = 52.5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۵۶

$$\log_5^2 \times \log_{\frac{1}{5}}^2 = \frac{1}{2} \log_5^2 \times 2 \log_5^2 = \log_5^2 \times \log_5^2 = \log_5^4 = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۵۷

$$A = \log_5^2 \times \log_{11}^2 \times \log_{\frac{1}{5}}^2 = \log_5^2 \times \log_{11}^2 = \log_5^4 = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ضابطه‌ی نمودار داده شده، یک خط است که نقطه‌ی (۵, ۲) از آن حذف شده، یعنی دامنه‌ی آن $R - \{2\}$ می‌باشد. ۲۵۸

برای معادله‌ی خط، با استفاده از نقاط (۰, -۱) و (۱/۳, ۰)، داریم:

$$\text{شیب} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 0}{0 - \frac{1}{3}} = 3$$

$$\text{معادله خط: } y - (-1) = 3(x - 0) \Rightarrow y = 3x - 1$$

پس خط داده شده، نمودار تابع $f(x) = 3x - 1$ با دامنه‌ی $R - \{2\}$ می‌باشد. بررسی موارد:
 الف) دامنه را لحاظ نکرده، پس غلط است.
 ب) درست است.

پ) اگر صورت را تجزیه کنیم، $f(x) = \frac{(3x-1)(x-2)}{x-2}$ که با فرض $x \neq 2$ ، می‌توان (x-2) ها را ساده کرده، پس $f(x) = 3x - 1$ و دامنه‌ی آن $R - \{2\}$ است که این مورد هم درست است.
 ت) دامنه‌ی آن ایراد دارد.
 ث) دامنه، $R - \{5\}$ است که با تابع مسأله جور در نمی‌آید.
 پس ۲ مورد درست داشتیم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۵۹

$$f = \{(1, 2), (2, 3), (-1, 0), (0, 2)\} \Rightarrow D_f = \{-1, 0, 1, 2\}$$

$$g = \{(1, a), (b, 1), (0, 2), (2, a^2)\} \Rightarrow D_g = \{1, 0, 2, b\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$1 \in D_{f \circ g} \Rightarrow g(1) \in D_f \Rightarrow a \in D_f \Rightarrow a \in \{1, 2, -1, 0\}$$

$$(-1) \in D_{f \circ g} \Rightarrow (-1) \in D_g, g(-1) \in D_f \Rightarrow b = -1, g(-1) = g(b) = 1 \in D_f \checkmark$$

اما چون $2 \notin D_{f \circ g}$ و $2 \in D_g$ پس باید $g(2) \notin D_f$ ، بنابراین:

$$g(2) \notin D_f \Rightarrow a^2 \notin D_f \xrightarrow{a \in D_f} a = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۶۰)

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{-1, 1, 2, 5\}$$

$$fog = \{(-1, -1), (1, 1), (2, 1), (5, -1)\} \Rightarrow fog \text{ برد} = \{1, -1\}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دامنه‌ی تابع کسری، {ریشه‌های مخرج} - R است، پس باید مخرج، ریشه‌های ۳ و ۵ داشته باشد. در نتیجه باید مخرج به شکل زیر باشد:

$$1 \times (x - 3)(x - 5) = x^2 - 8x + 15 = x^2 + mx + n \Rightarrow m = -8, n = 15 \Rightarrow m + n = 7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۶۲)

$$x^2 - 3|x| - 4 \leq 0 \Rightarrow (|x| - 4)(|x| + 1) \leq 0$$

همواره مثبت

$$|x| - 4 \leq 0 \Rightarrow |x| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4$$

یعنی اعداد صحیح $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ و ۰ در نامعادله صدق می‌کنند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $x < 0$ آنگاه $|x| = -x$ و در نتیجه $y = 5$ که نتیجه می‌دهد $x = 10$ که ممکن نیست؛ پس $x \geq 0$. اگر $y \geq 0$ آنگاه $|y| = y$ که نتیجه می‌دهد $x = 10$ و در نتیجه، باید $y = -15$ که ممکن نیست. به این ترتیب، باید

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 2y = 10 \end{cases}$$

که یعنی $x = 4$ و $y = -3$.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید عدد خانگی وسط X است. در این صورت، حاصل جمع از $9X + 4 + 8$ بیشتر نیست و از $9X - 4 - 8$ کم‌تر نیست، و X و حاصل جمع یا هر دو زوج هستند و یا هر دو فرد. به این ترتیب، باید X زوج باشد و $9X + 12 \leq 500 \leq 9X - 12$ که یعنی $\frac{488}{9} \leq X \leq \frac{512}{9}$ و در نتیجه $X = 55$ یا $X = 56$ ، و چون حاصل جمع زوج است، $X = 56$.

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. فرض کنید $f(x) = \frac{x-1}{x}$ ؛ در این صورت $f(a_n) + 1 = a_n + 1$ می‌توانیم بنویسیم

$$f(f(x)) = \frac{-1}{x-1}, f(f(f(x))) = x$$

پس

$$a_{2,17} = a_{2,14} = a_{2,11} = \dots = a_1 = 2017$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر ۵ ریشه‌ی چندجمله‌ای باشد، باید

$$0 = 5 \times 5^3 + a \times 5^2 + b \times 5 + 24 = 5k + 24$$

که ممکن نیست.

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. فرض کنید r_1 و h_1 شعاع قاعده و ارتفاع A و r_2 و h_2 شعاع قاعده و ارتفاع B

$$r_1^2 h_1 = (1/r_1)^2 h_2 \quad \text{پس: } \pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2 \quad \text{و } r_2 = 1/r_1$$

$$h_1 = 1/21 h_2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $\frac{p}{q} < p < p \times q < q < p + q$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر $0 < y < 2$ آنگاه $x > 2$ ؛ پس نمودار از ربع سوم نمی‌گذرد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای ساختن هر کدام از مکعب‌مستطیل‌های (۲)، (۳)، (۴) یا (۵) اقلای یک مکعب‌مستطیل $1 \times 1 \times 4$ تک‌رنگ لازم داریم.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تقعر خم به بالا است، پس حداکثر یکی از (۳) و (۵) می‌توانند بخشی از خم باشند. طول رأس منفی است؛ پس ریشه‌ای که روی شاخه‌ی نزولی قرار دارد نمی‌تواند مثبت باشد و در نتیجه، (۳) بخشی از خم نیست.

$$\frac{75}{100} a = \frac{40}{100} b \Rightarrow 15a = 8b$$

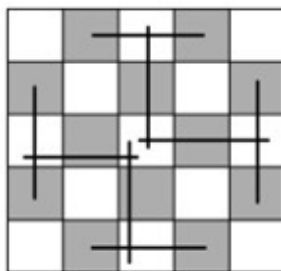
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{20 \times 17}{2 + 0 + 1 + 7} = \frac{20 \times 17}{10} = 2 \times 17$$

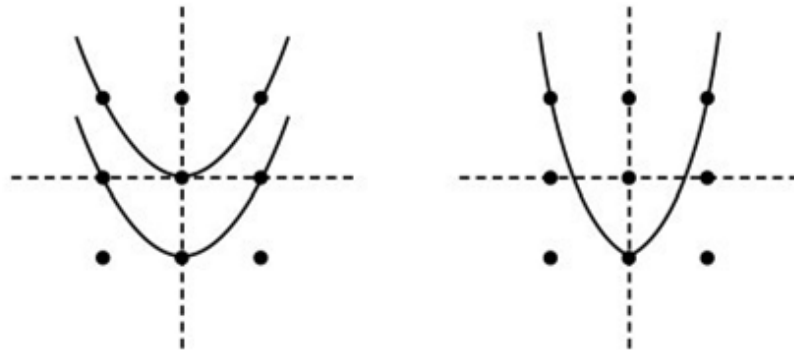
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر عددی شش مقسوم‌علیه داشته باشد، یا به صورت p^5 است و یا به صورت pq^2 (p و q اول هستند). چون ۶۴۸ هم بر ۲ بخشپذیر است و هم بر ۳، N به صورت pq^2 است و حاصل ضرب همه‌ی مقسوم‌علیه‌هایش باید به صورت $p^3 q^6$ باشد. چون $648 = 2^3 3^4$ ، ششمین مقسوم‌علیه 3^2 است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸ حرکت برای رسیدن به شکل سمت راست کافی است. نمونه‌ای از آن در اینجا آمده است. (هر حرکت با یک علامت روی سه خانه‌ی همسایه نمایش داده شده است.)

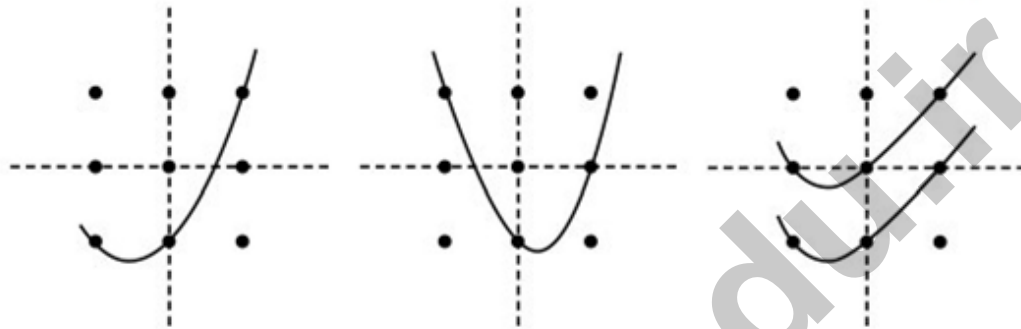


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حاصل جمع همه‌ی رقم‌های ۱ تا ۹ برابر ۴۵ است که بر ۹ بخشپذیر است؛ پس حاصل جمع این سه عدد باید بر ۹ بخشپذیر باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. این نمودارها و قرینه آنها نسبت به خط افقی؛ $3 \times 2 = 6$.



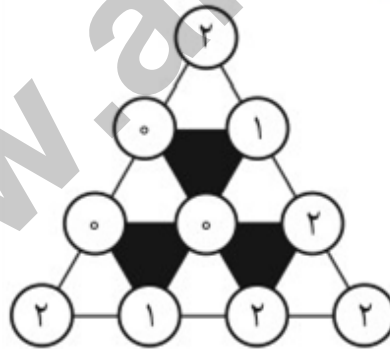
این نمودارها و قرینه آنها نسبت به خط افقی، خط عمودی و محل برخورد دو خط تقارن: $4 \times 4 = 16$. روی هم $16 + 6 = 22$ نمودار.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید جوابهای $x^2 - 4x + 5 = 1$ را و جوابهای $x^2 + x - 30 = 0$ (به شرط

$$x^2 - 4x + 5 \neq 0) \text{ را پیدا کنیم، که عبارتند از } x = 2, x = 5, x = -6.$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها پاسخ ممکن در اینجا آمده است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حاصل جمع مربعات ریشه‌های این دو معادله عبارتند از $a^2 - 2b$ و $b^2 - 2a$ می‌توانیم

بنویسیم

$$\begin{aligned} a^2 - 2b &= b^2 - 2a \\ a^2 - b^2 &= 2(b - a) \\ (a - b)(a + b) &= 2(b - a) \\ a + b &= -2 \quad (a \neq b) \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هیچ دو جوانمردی کنار هم نیستند، پس حداکثر سه جوانمرد داریم. هیچ سه دون همتی هم کنار هم نیستند، پس تعداد جوانمردها نمی‌تواند یک یا دو باشد. پس تعداد جوانمردها سه تا و تعداد دون همتان چهار تاست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $\frac{2016}{56} = 36$ ، طول ضلع هر کدام از مربع‌ها برابر ۶ است و مسئله به این تبدیل می‌شود که چند مستطیل به مساحت ۵۶ با طول و عرض طبیعی می‌توان ساخت و پاسخ 1×56 ، 2×28 ، 4×14 و 7×8 یعنی چهار مستطیل است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 2^2 = 4, \quad x_3 = 4^2 = 2^4$$

$$x_4 = (2^4)^2 = 2^8 \times 2^8 = 2^3 \times 2^8 = 2^{11}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید عددهای ردیف پایین a و b و c هستند. در این صورت عدد خانه‌ی بالایی ab^2c است؛ پس ۱۰۵ که هیچ شمارنده‌ی مربع کاملی ندارد نمی‌تواند در خانه‌ی بالایی باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. d برابر ۴c است، پس از c بزرگ‌تر است و مضرب ۴. d برابر $2a + 4$ است، پس از a و از ۴ بزرگ‌تر است. b برابر $2 + \frac{d}{2}$ و چون d از ۴ بزرگ‌تر است، پس $\frac{d}{2}$ از ۲ بزرگ‌تر است. پس d از $\frac{d}{2} + 2$ بزرگ‌تر است.

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. چون $x^2 - 4x + 2 = 0$ ، $x \neq 0$ و می‌توانیم طرفین را بر x تقسیم کنیم:

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x - 4 + \frac{2}{x} = 0$$

$$x + \frac{2}{x} = 4$$

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. می‌توانیم بنویسیم

$$x(5 - y) = y(8 - x)$$

$$5x = 8y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{8}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی n ضلعی منتظم برابر است با $\frac{180(n-2)}{n}$.

فقط در دو حالت زیر، حاصل این کسر عددی طبیعی می‌شود:

$$\text{حالت اول: } n | 180 \Rightarrow n | 2^2 \times 3^2 \times 5$$

پس تعداد مقسوم‌علیه‌های ۱۸۰ برابر است با $2 \times 3 \times 3 = 18$. البته $n = 1$ و $n = 2$ قابل قبول نیستند. پس ۱۶ چند ضلعی در این حالت وجود دارد.

حالت دوم: ولی n و $n - 2$ عامل مشترکی داشته باشند $n \nmid 180$ داریم $(n, n - 2) = 2$. پس حالت دوم فقط در حالتی اتفاق می‌افتد که n عددی زوج باشد به طوری که $n \nmid 180$ ولی $\frac{n}{2} | 180$. پس n را می‌توان به شکل

$2^x \times 3^y \times 5^n$ نوشت که $0 \leq x \leq 2$ و $0 \leq y \leq 6$ در کل ۶ عدد به این شکل وجود دارد. پس روی هم ۲۲ عدد n با شرایط مسئله وجود دارند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۹۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار با معادله‌ی داده شده محور عمودی را در سه نقطه به عرض‌های 0 ، $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ قطع می‌کند. زیرا ۲۹۹

$$x = 0 \Rightarrow (y^2)^2 = 2y^2 \Rightarrow y^4 - 2y^2 = 0$$

$$\Rightarrow y^2(y - \sqrt{2})(y + \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ یا } y = \sqrt{2} \text{ یا } y = -\sqrt{2}$$

و خط a تنها خطی است که نمودار را در سه نقطه قطع می‌کند و یکی از نقطه‌های تقاطع دقیقاً وسط دوتای دیگر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموع عددهای داخل جدول برابر است با ۳۰۰

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + \dots + 10 \\ & + 2 + 4 + \dots + 20 \\ & \vdots \\ & + 10 + 20 + \dots + 100 \\ & = (1 + 2 + \dots + 10) + 2(1 + 2 + \dots + 10) \\ & + 3(1 + 2 + \dots + 10) + \dots + 10(1 + 2 + \dots + 10) \\ & = (1 + 2 + \dots + 10)(1 + 2 + \dots + 10) = 55 \times 55 = 3025 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر قیمت اولیه‌ی خودروی اول و دوم را به ترتیب با X و Y نمایش دهیم، داریم ۳۰۱

$$1/4x + 1/6y = 1/54(x + y) \Rightarrow 0.06y = 0.14x \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{0.06}{0.14} = \frac{3}{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر این ۶ عدد را a, b, c, d, e, f بنامیم، داریم ۳۰۲

$$\sqrt[3]{abc} = 12, \sqrt[3]{def} = 3 \Rightarrow abc = 12^3, def = 3^3$$

$$\Rightarrow \sqrt[6]{abcdef} = \sqrt[6]{12^3 \times 3^3} = \sqrt[6]{36^3} = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. داریم:

$$c - d = a \Rightarrow c = a + d \Rightarrow c > a, c > d$$

همین طور:

$$\frac{c}{e} = b \Rightarrow c = eb \Rightarrow c > e, c > b$$

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. عددهای داخل دایره‌ها را مانند شکل زیر نام‌گذاری می‌کنیم: داریم

$$a = 3 + 5 = 8$$

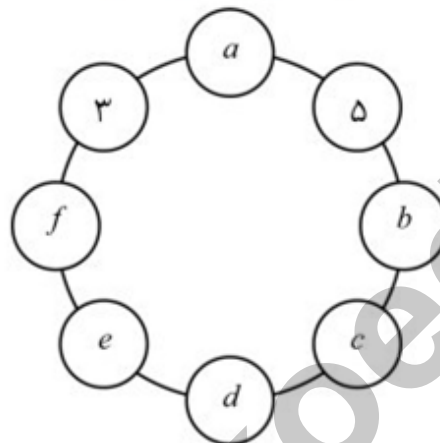
$$a + b = 5 \Rightarrow b = 5 - 8 = -3$$

$$5 + c = b \Rightarrow c = b - 5 = -8$$

$$a + f = 3 \Rightarrow f = 3 - 8 = -5$$

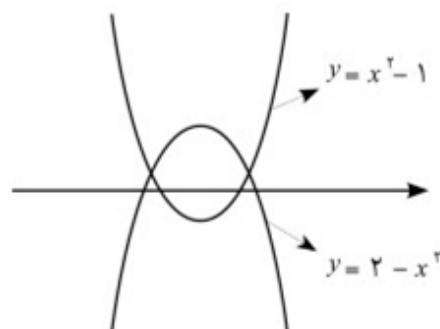
$$3 + e = f \Rightarrow e = f - 3 = -8$$

$$d = -8 + (8) = -16$$



اما از طرفی باید داشته باشیم $c = b + d$ ولی $-8 \neq -3 + (-16)$. پس چنین کاری ممکن نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به شکل زیر دقت کنید:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۳۰۶**

$$\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \div 2015) + (2015 \times 2015)}$$

$$= \sqrt{2015^2 + 2 \times 2015 + 1} = \sqrt{(2015 + 1)^2} = 2016$$

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. وقتی کاغذ را تا می‌کنیم هر قسمت آن، ۹ لایه کاغذ دارد. پس هر سوراخ بعد از باز شدن به ۹ سوراخ تبدیل می‌شود. **۳۰۷**

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر شکل، محل تقاطع دو خم را رأس گراف و خم‌ها را یال‌های گراف در نظر بگیرید. یک گراف، ویژگی ذکر شده را دارد اگر درجه‌ی تمام رأس‌های آن زوج باشد. در شکل‌های A، C و D درجه‌ی تمام رأس‌ها برابر ۴ است. **۳۰۸**

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. داریم **۳۰۹**

$$2001 + 2031 = 2002 + 2020 = \dots = 2016 + 2017 = 2 \times 2015$$

پس

$$\frac{2001 + \dots + 2031}{31} = \frac{15 \times 2 \times 2015 + 2015}{31} = \frac{31 \times 2015}{31} = 2015$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. داریم **۳۱۰**

$$2^{2x} = 4^{x+1} \Rightarrow 4^x = 4^{x+1} \Rightarrow x = x + 1$$

ولی معادله‌ی $x = x + 1$ هیچ جوابی ندارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. توجه کنید که **۳۱۱**

$$(a - b)^5 = -(b - a)^5 \Rightarrow (a - b)^5 + (b - a)^5 = 0$$

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. **۳۱۲**

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بیش‌ترین تعداد حیوانات زمانی اتفاق می‌افتد که تمام حیوانات از یک نوع باشند. فرض کنید m شیر، گرگ خورده باشند، n شیر، بز خورده باشند و k گرگ بز خورده باشند. داریم: **۳۱۳**

$$\text{تعداد شیرها} = 6 - m - n + k$$

$$\text{تعداد گرگ‌ها} = 55 - m - k + n$$

$$\text{تعداد بزها} = 17 - n - k + m$$

تعداد دو نوع از حیوانات باید صفر شود. ممکن نیست تعداد شیرها و تعداد گرگ‌ها یا تعداد شیرها و تعداد بزها هم‌زمان صفر شود. تنها حالتی ممکن است که تعداد گرگ‌ها = تعداد بزها = ۰. پس:

$$\begin{cases} 17 - n - k + m = 0 \\ 55 - m - k + n = 0 \end{cases} \Rightarrow 72 - 2k = 0 \Rightarrow k = 36$$

$$\Rightarrow 55 - m + n - 36 = 0 \Rightarrow -n + m = 19$$

$$\text{تعداد شیرها} = 6 - m - n + 36 = 42 - (m + n) = 42 - (m - n) - 2n = 42 - 19 - 2n = 23 - 2n$$

این مقدار در حالتی بیش‌ترین اندازه است که $n = 0$.

۳۱۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x+1) = \frac{xf(x)}{x-3}$$

$$\Rightarrow f(5) = 4!, f(6) = \frac{5!}{2}, f(7) = 5!, f(8) = \frac{7!}{4!}$$

با استفاده از استقرای ریاضی می‌توان نشان داد که برای $x \geq 8$ داریم $f(x) = \frac{(x-1)!}{(x-4)!}$. پایه‌ی استقرا برای $x = 8$ درست است. فرض کنیم حکم برای x درست باشد. داریم

$$f(x+1) = \frac{xf(x)}{x-3} = \frac{x \frac{(x-1)!}{(x-4)!}}{x-3} = \frac{x!}{(x-3)(x-4)!} = \frac{x!}{(x-3)!}$$

پس حکم استقرا برای $x+1$ هم ثابت شد. پس داریم

$$f(4)f(7)f(10)f(13) \dots f(2011)f(2014) = 6 \times 5! \times \frac{9!}{6!} \times \frac{12!}{9!} \times \dots \times \frac{2013!}{2010!} = 2013!$$

۳۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای این که $k = 1024^{\frac{1}{n}} + 1$ عددی طبیعی باشد، لازم است n برابر یکی از عددها ۲، ۵ یا ۱۰ باشد. داریم

$$n = 1 \Rightarrow 2014 + m = 1025 \Rightarrow m = 1025 - 2014 \notin \mathbb{N}$$

$$n = 2 \Rightarrow (2014 + m)^{\frac{1}{2}} = 33 \Rightarrow 2014 + m = 1089$$

$$\Rightarrow m = 1089 - 2014 \notin \mathbb{N}$$

$$n = 5 \Rightarrow (2014 + m)^{\frac{1}{5}} = 5 \Rightarrow 2014 + m = 5^5$$

$$\Rightarrow m = 5^5 - 2014$$

$$n = 10 \Rightarrow (2014 + m)^{\frac{1}{10}} = 3 \Rightarrow 2014 + m = 3^{10}$$

$$\Rightarrow m = 3^{10} - 2014$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. داریم

۳۱۶

$$f(f(f(0))) = f(f(b)) = f(ab + b)$$

$$= a(ab + b) + b = 2 \Rightarrow ab(a + 1) + b = 2$$

همچنین

$$f(f(f(1)))f(f(a + b)) = f(a(a + b) + b)$$

$$= f(a^2 + ab + b) = a(a^2 + ab + b) + b$$

$$= a^3 + ab(a + 1) + b = 29$$

$$\Rightarrow a^3 + 2 = 29 \Rightarrow a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر وزن کل پنیر و وزن آب داخل آن را به ترتیب با a و b نمایش دهیم، می‌دانیم وزن

چربی داخل پنیر برابر است با $\frac{24}{100}a$. پس داریم

$$\frac{\frac{24}{100}a}{a-b} = \frac{64}{100} \Rightarrow \frac{24a}{100(a-b)} = \frac{64}{100} \Rightarrow \frac{3a}{a-b} = 8$$

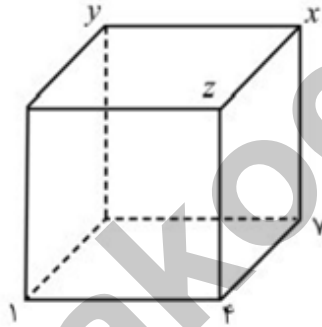
$$\Rightarrow 3a = 8a - 8b \Rightarrow 5a = 8b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{8}{5} = \frac{62.5}{100}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموع عددهای روی تمام رأس‌ها برابر است با $\frac{8 \times 9}{2} = 36$ از

طرفی مجموع رأس‌های روی وجه پایینی = مجموع رأس‌های روی وجه بالایی = ۱۸. پس عدد رأس چهارم از وجه پایینی برابر ۶ است. اگر عددهای روی رأس بالایی را مانند شکل نام‌گذاری کنیم، داریم

$$7 + 4 + x + z - 7 + 6 + x + y = 18$$

پس $x + z = 7$ و $x = y = 5$ می‌دانیم x ، y و z هر کدام یکی از عددهای ۲، ۳، ۵ و ۸ اند. بنابراین یا $x = 3$ و $y = 2$ یا $x = 2$ و $y = 3$ و همچنین یا $x = 2$ و $z = 5$ یا $x = 5$ و $z = 2$. پس تنها حالتی که هر دو شرط $x + z = 7$ و $x + y = 5$ برقرار باشند، حالتی است که $x = 2$.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$6 \times 7 \times 24 \times 3600 = 7 \times 6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 2^4 \times 5^2 \times 3^2$$

$$= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 10!$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو عبارت علامت یکسان دارند، پس حاصل تقسیم آن‌ها عددی مثبت است، یعنی

$$\frac{(-2)^{2n+3} a^{2n+2} b^{2n-1} c^{2n+2}}{(-3)^{2n+2} a^{2n+1} b^{2n+5} c^{2n-2}} = \frac{-2^{2n+3} c^6}{3^{2n+2} a^{2n-1} b^6} > 0$$

از طرفی c^6 ، b^6 و 2^{2n+2} همگی عددهایی مثبت‌اند و علامت a^{2n-1} هم با علامت a یکی است. پس $-a > 0$ ، بنابراین $a < 0$.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها جواب‌های نامعادله در مجموعه‌ی عددهای طبیعی سه‌تایی‌های مرتب (۲، ۳، ۵) و (۲، ۳، ۴) است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روی هم ۶ بازی انجام شده است. A در ۲ بازی برنده شده است و یک بازی را مساوی کرده است. هر یک از B و C یک برد، یک باخت و یک تساوی داشته‌اند. پس D هیچ بردی نداشته است و تنها در یک بازی تساوی داشته است.

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. سال ۱۵۲۹ آخرین باری است که عدد یک سال این ویژگی را داشته است. (۳۲۳)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق اصل لانه کبوتری، یکی از دوستان ارش دست کم ۲ نامه برای او فرستاده است. (۳۲۴)

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. توجه کنید (۳۲۵)

$$(2^{22})^5 \times (5^{55})^2 = 2^{110} \times 5^{110} = 10^{110}$$

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. توجه کنید که (۳۲۶)

$$2b + 2 = 2(b + 1)$$

$$b^2 - 1 = (b + 1)(b - 1)$$

$$b^2 + b = b(b + 1)$$

$$-b - 1 = -(b + 1)$$

گزینه ۵ پاسخ صحیح است. داریم: (۳۲۷)

$$\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}} = \frac{2^{2013}(2 - 1)}{2^{2012}(2 - 1)} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر n تعداد توپ‌های سبد کوچک باشد، تعداد توپ‌های سبد متوسط $2n$ است. اگر y تعداد توپ‌های سبد بزرگ باشد، داریم (۳۲۸)

$$\frac{x + y}{2} = 2x \Rightarrow x + y = 4x \Rightarrow y = 3x$$

همچنین

$$x + 2n + y = 48 \Rightarrow 6x = 48 \Rightarrow x = 8$$

پس سبد بزرگ ۲۴ توپ دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. توجه کنید که (۳۲۹)

$$a^{-rb} = (a^b)^{-r} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر سال به مجموع سن این سه نفر ۳ تا اضافه می‌شود. اگر قرار باشد مجموع سن آنها به صورت عددی دو رقمی با رقم‌های برابر باشد، لازم است این عدد بر ۱۱ بخش پذیر باشد. پس اگر n سال بعد این اتفاق بیفتد، باید $44 + 3n$ بر ۱۱ بخش پذیر باشد. پس اگر n سال بعد این اتفاق بیفتد، باید $44 + 3n$ بر ۱۱ بخش پذیر باشد. کوچک‌ترین n با این خاصیت ۱۱ است. بعد از ۱۱ سال سن این سه نفر روی هم ۷۷ سال سن خواهد بود. (۳۳۰)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل از ۶۱ مکعب $1 \times 1 \times 1$ تشکیل شده است. پس $61 - 61 = 125$ مکعب را از شکل جدا کرده‌ایم. (۳۳۱)

نکته: $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2}{x-2} - \frac{2}{x-2} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$g(x) = 2 + \frac{1}{x-3} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow 2 + \frac{1}{x-3} = 0 \Rightarrow \frac{1}{x-3} = -2 \Rightarrow x-3 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

اکنون با استفاده از نکته بالا داریم:

$$D_{\frac{f}{g}} = (\mathbb{R} - \{2\}) \cap (\mathbb{R} - \{3\}) - \left\{\frac{5}{2}\right\} = \mathbb{R} - \left\{2, 3, \frac{5}{2}\right\}$$

طبق فرض، این مجموعه برابر $\mathbb{R} - \{a, b, c\}$ است، پس: $a + b + c = 2 + 3 + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$

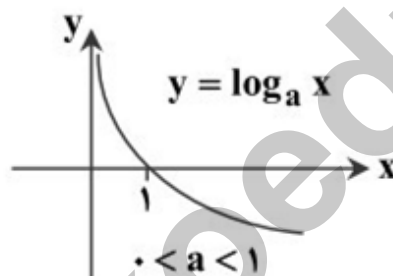
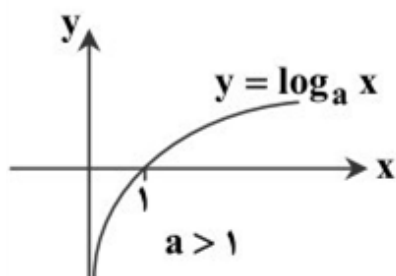
نکته: $(x, a > 0, a \neq 1) \quad y = \text{Log}_a x \Leftrightarrow a^y = x$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۲: نادرست است. تابع لگاریتم یک تابع یک‌به‌یک است.

به نمودارهای مقابل دقت کنید:



گزینه ۳: نادرست است. مطابق تعریف $y = \text{Log}_a x$ ، باید x عددی مثبت باشد و نمی‌تواند صفر باشد. بنابراین این تابع محور y ها را قطع نمی‌کند.

گزینه ۴: درست است. نقطه (b, d) روی نمودار $y = a^x$ قرار دارد، پس $d = a^b$. طبق نکته $b = \text{Log}_a d$ ، پس (d, b) روی نمودار $y = \text{Log}_a x$ قرار دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۳۴

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = d$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{d}(a_2 - a_1) + \frac{1}{d}(a_3 - a_2) + \dots + \frac{1}{d}(a_n - a_{n-1}) \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} + \frac{a_3 - a_2}{a_2 a_3} + \dots + \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n-1} a_n} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n} \right) \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{a_n - a_1}{a_1 a_n} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{a_1 + (n-1)d - a_1}{a_1 a_n} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{(n-1)d}{a_1 a_n} \right) = \frac{n-1}{a_1 a_n} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۳۵

$$\begin{aligned} x &= \text{Log} \frac{1}{\sqrt[27]{3}} = \text{Log} \frac{1}{3^{\frac{27}{27}}} = \text{Log} \frac{1}{3^1} = \text{Log} 3^{-1} = -1 \\ &= \text{Log} \frac{1}{3^1} = \text{Log} 3^{-1} = -1 \end{aligned}$$

$x = -14 \rightarrow \text{Log} (2+14)$

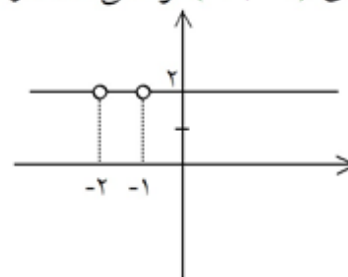
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۳۶

$$f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} \Rightarrow f(x) = x-1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$y = x-1 \Rightarrow y+1 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x+1 \Rightarrow f^{-1}(x) = x+1$$

در تابع f نقطه‌ی $(-1, -2)$ توخالی است و در تابع f^{-1} نقطه‌ی $(-2, -1)$ توخالی است. بنابراین:

$$\begin{aligned} D_f &= \mathbb{R} - \{-1\} \\ D_{f^{-1}} &= \mathbb{R} - \{-2\} \Rightarrow D_{f^{-1} \circ f} = D_f \cap D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{-2, -1\} \\ (f^{-1} \circ f)(x) &= f^{-1}(f(x)) = x+1 - (x-1) = 2 \end{aligned}$$

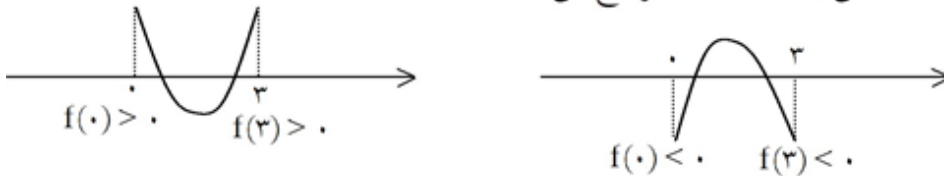
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۳۷

$$4[x]^2 - 1 = 0 \Rightarrow [x]^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow [x] = \pm \frac{1}{2}$$

$$[x] = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

$$[x] = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای معادله یکی از دو حالت زیر رخ می دهد.



در هر دو حالت $f(0)f(3) > 0$ از طرفی $f(0) = 2m + 3$ و $f(3) = 20m + 12$

$$\Rightarrow (2m + 3)(20m + 12) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < -\frac{3}{2} \text{ یا } m > -\frac{3}{5} \quad (1)$$

برای این که معادله دو ریشه داشته باشد، باید:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 36 - 4(2m + 3)^2 > 0 \Rightarrow 9 - (2m + 3)^2 > 0 \Rightarrow -3 < m < 0 \quad (2)$$

همچنین باید محور تقارن سهمی یعنی $x = \frac{3}{2m + 3}$ بین $x = 0$ و $x = 3$ قرار بگیرد. پس اشتراک با ۱ و ۲

$$0 < \frac{3}{2m + 3} < 3 \Rightarrow -\frac{3}{5} < m < 0 \text{ است.}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_{10} \times a_{11} \times a_{12} = \frac{8}{27}$$

در نتیجه:

$$a_1 q^9 \times a_1 q^{10} \times a_1 q^{11} = \frac{8}{27} \Rightarrow a_1^3 \cdot q^{30} = \frac{8}{27}$$

بنابراین:

$$(a_1 q^{10})^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow a_1 q^{10} = \frac{2}{3} = a_{11}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در یک دنباله حسابی با تعداد جملات فرد، اگر n تعداد جملات و k جمله وسط باشد، آن گاه: $S_n = n \cdot k$

$$S_{17} = 17 \times 11 = 187$$

$$S_{16} = 160$$

$$a_{17} = S_{17} - S_{16} = 187 - 160 = 27$$

$$\begin{cases} a_9 = a_1 + 8d = 11 \\ a_{17} = a_1 + 16d = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a_1 - 16d = -22 \\ a_1 + 16d = 27 \end{cases} \Rightarrow -a_1 = 5 \Rightarrow a_1 = -5$$

$$a_1 + a_{17} = -5 + 27 = 22$$

۳۴۱

$$\underbrace{10, \dots, 15}_{501} \quad \text{واسطه} \quad \underbrace{10, \dots, 15}_{499}$$

$$499 + 2 = 501$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد جملات:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 15 = 10 + (501-1)d \Rightarrow d = \frac{15-10}{500} = 0.01$$

$$a_{499} = 10 + (499-1) \times 0.01 = 10 + 498 \times 0.01 = 10 + 4.98 = 14.98$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۴۲

$$(r, f^{-1}(r)) \in f^{-1} \Rightarrow \underbrace{(f^{-1}(r), r)}_{x \quad f(x)} \in f$$

$$\Rightarrow r = 2f^{-1}(r) + 3f^{-1}(r) - 7 \Rightarrow 5f^{-1}(r) = 10 \Rightarrow f^{-1}(r) = 2 \Rightarrow f(x) = 4 + 3x - 7$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x - 3$$

$$f(3) = 9 - 3 = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۴۳

$$x = a \Rightarrow (x-a)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 = 0 \Rightarrow -2a = 2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow b = a^2 \Rightarrow b = 1$$

$$a + b = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴۴

نکته ۱: اگر خطوط d و d' به ترتیب با شیب‌های m و m' بر هم عمود باشند، آنگاه $mm' = -1$ و برعکس.نکته ۲: معادله خطی با شیب m که از نقطه (x_0, y_0) می‌گذرد، به صورت $y - y_0 = m(x - x_0)$ است.نکته ۳: اگر A و B دو نقطه در صفحه مختصات و M وسط پاره‌خط AB باشد، مختصات نقطه M برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

ابتدا مختصات نقطه M وسط پاره‌خط AB را مطابق نکته ۳ به دست می‌آوریم:

$$A(3, -2), B(-1, 2) \Rightarrow m = \frac{-2-2}{3+1} = \frac{-4}{4} = -1 \Rightarrow m' = \frac{2}{3}$$

بنابراین معادله عمود منصف AB عبارت است از:

$$y - 1 = \frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow 3y - 3 = 2x - 2 \Rightarrow 3y - 2x = 1$$

برای به دست آوردن محل تقاطع این خط با محور عرض‌ها، کافی است در معادله مقدار $x = 0$ را قرار دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow 3y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۴۵

$$y = 2x + 3 \rightarrow \Delta \begin{vmatrix} K \\ 2K + 3 \end{vmatrix}$$

$$2y - x = 0$$

$$d = \frac{|-K + 2(2K + 3)|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2}} = \sqrt{5} \Rightarrow |3K + 6| = 5 \begin{cases} 3K + 6 = 5 \rightarrow K = \frac{-1}{3} \\ 3K + 6 = -5 \rightarrow K = \frac{-11}{3} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۴۶

نکته ۱: اگر f یک تابع یک‌به‌یک باشد، برای به‌دست آوردن نمودار تابع f^{-1} کافی است، قرینه f را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) به‌دست آوریم.

نکته ۲: برای به‌دست آوردن ضابطه وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را برحسب y حساب می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم. مطابق نکته ۱، چون این دو خط نسبت به خط $y = x$ قرینه یکدیگر هستند، پس معکوس یکدیگرند. لذا به کمک نکته ۲، معکوس خط $3x - 4y = b$ را به‌دست می‌آوریم:

$$3x - 4y = b \Rightarrow 3x = b + 4y \Rightarrow x = \frac{b + 4y}{3} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{b + 4x}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{b}{3}$$

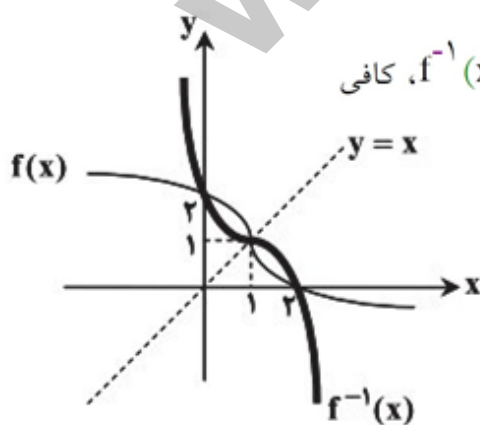
$$bx + ay = -16 \Rightarrow y = \frac{-bx - 16}{a} \Rightarrow y = -\frac{b}{a}x - \frac{16}{a} \quad \text{از طرفی:}$$

از مقایسه دو معادله خط نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} \frac{4}{3} = -\frac{b}{a} \Rightarrow b = -\frac{4}{3}a \quad (1) \\ -\frac{16}{a} = \frac{b}{3} \Rightarrow ab = -48 \xrightarrow{(1)} -\frac{4}{3}a^2 = -48 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6 \xrightarrow{(1)} b = \pm 8 \end{cases}$$

بنابراین: $b - a = \pm 14$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ ، طول نقاط برخورد نمودارهای دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ است. ۳۴۷



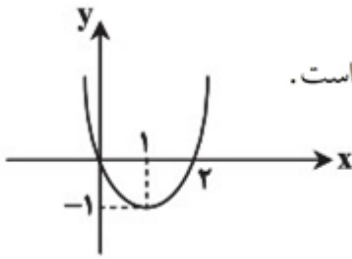
نکته: اگر $f(x)$ تابعی یک‌به‌یک باشد، برای به‌دست آوردن نمودار تابع $f^{-1}(x)$ ، کافی است قرینه $f(x)$ را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) به‌دست بیاوریم.

با استفاده از نکته بالا، نمودار $f^{-1}(x)$ را رسم می‌کنیم:

با توجه به شکل، واضح است که توابع $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ هر دو از سه نقطه $(0, 2)$ ، $(2, 0)$ و $(1, 1)$ می‌گذرند.

بنابراین معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ دارای سه جواب است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: یک تابع در صورتی یک‌به‌یک است که هر خط موازی محور x ها، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.



با توجه به نمودار واضح است که تابع موردنظر در $(-\infty, 1]$ و $[1, +\infty)$ یک‌به‌یک است. (زیرا هر خط افقی نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\frac{\pi}{14} + \frac{3\pi}{7} = \frac{\pi}{2}$ می‌باشد، پس زوایای $\frac{3\pi}{7}$ و $\frac{\pi}{14}$ متمم هستند، بنابراین

گزینه ۳۴۸ $\sin \frac{3\pi}{7} = \cos \frac{\pi}{14}$ در نتیجه:

$$\begin{aligned} & 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) - 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) + 3 \cos^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) \\ &= 2 \left(\sin^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) \right) \left(\sin^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) - \cos^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) \right) + 3 \cos^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) \\ &= 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) - 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) + 3 \cos^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) \\ &= 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) + 1 - \sin^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) = 1 + \sin^2 \left(\frac{\pi}{14} \right) = 1 + \cos^2 \left(\frac{3\pi}{7} \right) \end{aligned}$$

گزینه ۲۵۰ پاسخ صحیح است.

$$OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

نکته: فاصله نقطه $A(x_1, y_1)$ از مبدأ مختصات برابر است با:

چون A روی خط $y = 2x$ است، پس مختصات آن به صورت $A(a, 2a)$ می‌باشد، از طرفی طبق فرض $\triangle OAB$ در رأس O متساوی‌الساقین است، پس $OA = OB$.

$$\begin{cases} OA = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5a^2} \\ OB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5} \end{cases} \xrightarrow{OA = OB} \sqrt{5a^2} = \sqrt{5} \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

چون A در ناحیه اول دستگاه مختصات قرار دارد، پس فقط $a = 1$ قابل قبول است، بنابراین:

$$y_A = 2a = 2 \times 1 = 2$$

۳۵۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته ۱: اگر A و B دو نقطه هم‌عرض در صفحه باشند، آن‌گاه: $AB = |x_B - x_A|$ نکته ۲: اگر A و B دو نقطه هم‌طول در صفحه باشند، آن‌گاه: $AB = |y_B - y_A|$

با توجه به اینکه هر سه نقطه روی محور Xها واقع‌اند، پس هم‌عرض هستند، بنابراین با استفاده از نکته بالا می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{c} \text{M} \qquad \qquad \text{N} \qquad \qquad \text{P} \\ \bullet \qquad \qquad \bullet \qquad \qquad \bullet \\ \xrightarrow{\hspace{10em}} x \\ \text{a} \qquad \qquad 3a \qquad \qquad 4a+1 \end{array} \quad \begin{cases} MN = x_N - x_M = 3a - a = 2a \\ MP = x_P - x_M = 4a + 1 - a = 3a + 1 \end{cases}$$

حال با جایگذاری مقادیر بالا در معادله $2MN + MP = 22$ خواهیم داشت:

$$2(2a) + 3a + 1 = 22 \Rightarrow 7a + 1 = 22 \Rightarrow a = 3$$

پس اندازه پاره‌خط NP برابر است با:

$$NP = x_P - x_N = 4a + 1 - 3a = a + 1 = 3 + 1 = 4$$

۳۵۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸ قرن برابر ۲۸۰۰ سال است. اگر r درصد از آن باقی مانده باشد، آن‌گاه داریم:

$$m(t) = B \times 2^{\frac{-t}{A}} \xrightarrow[t = 2800]{A = 5600} m(t) = B \times 2^{\frac{-2800}{5600}} = B \times 2^{\frac{-1}{2}} \xrightarrow{m(t) = \frac{r}{100} B}$$

$$\frac{r}{100} B = B \times 2^{\frac{-1}{2}} \Rightarrow r = 100 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\sqrt{2} = 1/4} r = \frac{100}{1/4} = 400/100 \approx 400$$

۳۵۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر آشپز غذا را در X ساعت درست کند، شاگرد آن غذا را در X + ۱ ساعت درست

می‌کند. پس در یک ساعت، آشپز $\frac{1}{X}$ و شاگرد $\frac{1}{X+1}$ از آن غذا را درست می‌کنند. بنابراین اگر در یک ساعت با هم

کار کنند، $\frac{1}{X} + \frac{1}{X+1}$ از غذا را درست می‌کنند. از طرفی با توجه به اینکه کل غذا را در $\frac{6}{5}$ ساعت (۷۲ دقیقه) درست

می‌کنند، در یک ساعت $\frac{5}{6}$ غذا را درست خواهند کرد. بنابراین به معادله زیر می‌رسیم:

حال با ضرب دو طرف این معادله در $6X(X+1)$ آن را حل می‌کنیم:

$$6(X+1) + 6X = 5X(X+1) \Rightarrow 6X + 6 + 6X = 5X^2 + 5X \Rightarrow 5X^2 - 7X - 6 = 0$$

$$\Rightarrow X = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{10} = \frac{7 \pm 13}{10} \Rightarrow \begin{cases} X = 2 \\ X = -\frac{3}{5} < 0 \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

بنابراین آشپز غذا را در ۲ ساعت آماده می‌کند. پس شاگرد آشپز این غذا را در ۳ ساعت آماده خواهد کرد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول: نکته: جواب‌های معادله $|f(x)| = |g(x)|$ همان جواب‌های دو معادله $f(x) = g(x)$ و $f(x) = -g(x)$ هستند.

مطابق نکته داریم:

$$|3x - 2| = |x - 4| \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 = x - 4 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1 \\ 3x - 2 = -(x - 4) \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

پس بزرگ‌ترین جواب معادله داده شده $x = \frac{3}{2}$ است.

راه حل دوم: نکته: $|u|^2 = u^2$

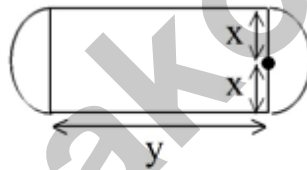
طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$|3x - 2|^2 = |x - 4|^2 \Rightarrow 9x^2 - 12x + 4 = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow 8x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{25}}{4} = \frac{3}{2} \text{ یا } x = \frac{1 - \sqrt{25}}{4} = -1$$

پس بزرگ‌ترین جواب معادله داده شده $x = \frac{3}{2}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$S = 2xy \text{ مساحت}$$

$$\text{محیط استادیوم} = \frac{2\pi x}{2} + \frac{2\pi x}{2} + 2y = 1500 \Rightarrow 2\pi x + 2y = 1500 \xrightarrow{\div 2} \pi x + y = 750$$

$$\Rightarrow y = 750 - \pi x$$

$$S = 2xy \Rightarrow 2x(750 - \pi x) = -2\pi x^2 + 1500x$$

تابع مساحت مستطیل، تابع درجه ۲ است و حداکثر آن از رابطه

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1500}{2 \times (-2\pi)} = 125 \Rightarrow y = 750 - \pi x \Rightarrow y = 750 - \pi(125) = 375$$

پس عرض مستطیل باید $2x = 250$ باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر x_1 صفر تابع $f(x)$ باشد، در تجزیه $f(x)$ عامل $x - x_1$ وجود دارد. به عبارت دیگر $f(x)$ بر $x - x_1$ بخش پذیر است.
 $x = -1$ یک صفر f است، پس در آن صدق می کند.

$$f(-1) = 0 \Rightarrow 3 - m^2 + m^2 - m = 0 \Rightarrow m = 3$$

با جایگذاری مقدار m ، تابع به صورت $f(x) = -3x^3 + 9x + 6$ درمی آید. با توجه به نکته این تابع یک عامل $x = 1$ دارد. پس برای به دست آوردن عوامل دیگر با تقسیم $f(x)$ بر $x + 1$ داریم:

$$\begin{array}{r|l} -3x^3 + 9x + 6 & x + 1 \\ -3x^3 - 3x^2 & \\ \hline 3x^2 + 9x + 6 & \\ -3x^2 + 3x & \\ \hline 6x + 6 & \\ -6x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

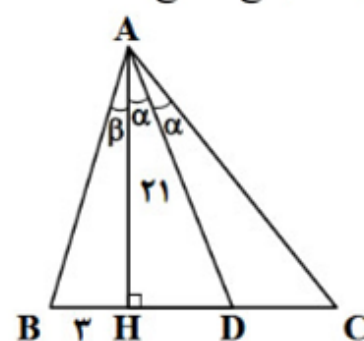
بنابراین $f(x) = (x + 1)(-3x^2 + 3x + 6)$ برای به دست آوردن صفر دیگر داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 3(x + 1)(-x^2 + x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ -x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = -1 \end{cases}$$

بنابراین صفر دیگر این تابع $x = 2$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\text{نکته: } \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow \tan(45^\circ - \beta) = \frac{1 - \tan \beta}{1 + \tan \beta}$$

$$\text{نکته: } \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\beta + 2\alpha = 45^\circ \Rightarrow 2\alpha = 45^\circ - \beta$$

$$\tan \beta = \frac{BH}{AH} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

$$\tan 2\alpha = \tan(45^\circ - \beta) = \frac{1 - \tan \beta}{1 + \tan \beta} = \frac{1 - \frac{1}{7}}{1 + \frac{1}{7}} = \frac{3}{4}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{3}{4} \Rightarrow 3 \tan^2 \alpha + 8 \tan \alpha - 3 = 0 \quad \tan \alpha > 0$$

$$\tan \alpha = \frac{-8 + \sqrt{64 + 36}}{6} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{میزان کار در هر دقیقه توسط محمد} = \frac{1}{180} \\ \text{میزان کار انجام شده در هر دقیقه توسط علی} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{180} + \frac{1}{x} = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{100} - \frac{1}{180} \\ \text{میزان کار در هر دقیقه توسط علی و محمد} = \frac{1}{100} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x = \frac{900}{4} = 225 \text{ دقیقه}$$

$$\Rightarrow \frac{225}{60} = 3/75$$

$$\text{نکته: } a_1 + a_1 q + \dots + a_1 q^{n-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2n} = 5(a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1})$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1 q + \dots + a_1 q^{2n-1} = 5(a_1 + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^{2n-2})$$

$$\Rightarrow \frac{q_1(1-q^{2n})}{1-q} = 5 \times \frac{a_1(1-(q^2)^n)}{1-q} \Rightarrow \frac{1}{1-q} = \frac{5}{1-q^2}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{5}{1+q} \Rightarrow 1+q = 5 \Rightarrow q = 4$$

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 q^4}{a_1 q} = q^3 = 64 \quad \text{بنابراین}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر عبارت مورد نظر را در مزدوج صورت ضرب و تقسیم کنیم، خواهیم داشت: ۳۶۰

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x+6}-4}{-3(x-2)} \times \frac{\sqrt{5x+6}+4}{\sqrt{5x+6}+4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x+6-16}{-3(x-2)(\sqrt{5x+6}+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(x-2)}{-3(x-2)(\sqrt{5x+6}+4)} = \frac{5}{-3 \times 8} = -\frac{5}{24}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d برابر است با: ۳۶۱

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

طبق فرض داریم:

$$a_1 + \dots + a_5 = \frac{1}{3}(a_6 + \dots + a_{10}) \Rightarrow \frac{5}{2}(a_1 + a_5) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}(a_6 + a_{10}) \Rightarrow 3(a_1 + a_1 + 4d)$$

$$= (a_1 + 5d + a_1 + 9d) \Rightarrow 6a_1 + 12d = 2a_1 + 14d \Rightarrow d = 2a_1$$

اکنون با جای‌گذاری $a_1 = -2$ داریم: $d = -4$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۶۲)

نکات: $\text{Log}_a a = 1$, $\text{Log}_b a^m = \frac{m}{n} \text{Log}_b a$

$$\text{Log}_r x - \text{Log}_5 \sqrt[3]{125} = \text{Log}_{\sqrt[3]{r}} x \Rightarrow \text{Log}_r x - \text{Log}_5 5 = \text{Log}_{\sqrt[3]{r}} x$$

$$\Rightarrow \text{Log}_r x - 1 - \text{Log}_{\frac{1}{r}} x = 0 \Rightarrow (\text{Log}_r x) \left(\frac{1}{r} - r \right) = 1 \Rightarrow -\frac{5}{r} \text{Log}_r x = 1 \Rightarrow \text{Log}_r x = -\frac{r}{5}$$

$$\Rightarrow x = r^{-\frac{r}{5}}$$

$$\text{Log}_8 2x = \text{Log}_{r^2} 2 \times r^{-\frac{r}{5}} = \text{Log}_{r^2} r^{\frac{r}{5}} = \frac{r}{5} \text{Log}_r r = \frac{1}{5}$$

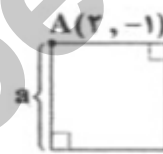
بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۶۳)

$$\alpha^2 + \alpha - 1 = 0 \Rightarrow -\alpha^2 = \alpha - 1 \Rightarrow \beta - \alpha^2 = \beta + \alpha - 1 \Rightarrow \beta - \alpha^2 = S - 1 = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی $(2, -1)$ روی خط $x + y = 5$ قرار ندارد، زیرا مختصات نقطه در معادله‌ی خط صدق نمی‌کند. بنابراین فاصله‌ی نقطه‌ی $(2, -1)$ از خط $x + y - 5 = 0$ برابر طول ضلع مربع است.

$$a = \text{طول ضلع مربع} = \frac{|2 - 1 - 5|}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$



$$a = \text{طول قطر مربع به ضلع} = a\sqrt{2} = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 4$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۳۶۵)

چون f تابع است و $(1, 4) \in f$ و $(1, a+b) \in f$ ، پس $a+b=4$ است.
چون f تابع یک‌به‌یک است و $(3, 2) \in f$ و $(b, 2) \in f$ ، پس $b=3$ و در نتیجه $a=1$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۶۶)

$$\text{Log}_x (4 + x^3) - \text{Log}_x (x + 2) = 2 \Rightarrow \text{Log}_x \left(\frac{4 + x^3}{x + 2} \right) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{4 + x^3}{x + 2} = x^2 \Rightarrow 4 + x^3 = (x + 2)x^2 \Rightarrow 4 + x^3 = 2x^2 + x^3 \Rightarrow 2x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 = 2 \xrightarrow{x > 0} x = \sqrt{2} \Rightarrow \text{Log}_8 \sqrt{x} = \text{Log}_8 \sqrt[4]{2} = \text{Log}_8 2^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \text{Log}_8 2 = \frac{1}{12}$$

نکته: $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{8}} \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) \Rightarrow -2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$$

$$= \frac{\sqrt{2} - 2}{2} \Rightarrow \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \xrightarrow{\sin \frac{\pi}{8} > 0} \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

حال با جای‌گذاری مقدار $\sin \frac{\pi}{8}$ داریم:

$$\sqrt{2 + \sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{8} = \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt{2^2 - \sqrt{2}^2}}{2} = \frac{\sqrt{4 - 2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر α و β دو عدد حقیقی، $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشد، آن‌گاه معادله‌ای که α و β ریشه‌های آن باشند، عبارتست از:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$2\alpha + 1$ و $2\beta + 1$ ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 + 4x - 3 = 0$ می‌باشند، پس:

$$\begin{cases} (2\alpha + 1) + (2\beta + 1) = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow \alpha + \beta = -2 \\ (2\alpha + 1)(2\beta + 1) = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \Rightarrow 4\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 1 = -\frac{3}{2} \xrightarrow{\alpha + \beta = -2} \alpha\beta = \frac{3}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{\frac{3}{8}} = \frac{-16}{3} \\ P = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

با استفاده از نکته‌ی بالا، معادله عبارتست از:

$$x^2 - \left(-\frac{16}{3}\right)x + \frac{8}{3} = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 + 16x + 8 = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۶۹)

$$\text{Log } 2500 = \text{Log } 5^2 \times 10^2 = \text{Log } 5^2 + \text{Log } 10^2 = 2 \text{Log } 5 + 2 \text{Log } 10 = 2 \text{Log } \frac{10}{2} + 2$$

$$= 2(\text{Log } 10 - \text{Log } 2) + 2 = 2(1 - 0.3) + 2 = 1.4 + 2 = 3.4$$

$$\text{Log } 0.000016 = \text{Log } 16 \times 10^{-6} = \text{Log } 2^4 + \text{Log } 10^{-6} = 4 \text{Log } 2 - 6 \text{Log } 10$$

$$= 4(0.3) - 6 = 1.2 - 6 = -4.8$$

$$\text{Log } 80000 = \text{Log } 2^3 \times 10^4 = \text{Log } 2^3 + 4 \text{Log } 10 = 3 \text{Log } 2 + 4 = 3(0.3) + 4 = 4.9$$

$$\text{Log } \frac{1}{128} = \text{Log } 2^{-7} = -7 \text{Log } 2 = -7(0.3) = -2.1$$

$$\frac{\text{Log } 2500 - \text{Log } 0.000016}{\text{Log } 80000 - \text{Log } \frac{1}{128}} = \frac{3.4 - (-4.8)}{4.9 - (-2.1)} = \frac{3.4 + 4.8}{4.9 + 2.1} = \frac{8.2}{7} = \frac{82}{70} = \frac{41}{35}$$

در نتیجه:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۷۰)

$$y = a \text{Sin}\left(\frac{\pi}{2} + \pi b x\right) \Rightarrow y = a \text{Cos}(\pi b x)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow a \text{Cos}(0) = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$2T = 3/5 - (-2/5) = 6 \Rightarrow T = 2 = \frac{2\pi}{\pi b} \Rightarrow b = 1 \Rightarrow ab = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع نمایی $y = a^x$ اگر طول نقاط دنباله حسابی تشکیل دهند، عرض نقاط دنباله هندسی با $q > 0$ ایجاد می کنند که تنها گزینه، گزینه ۳ خواهد بود. (۳۷۱)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۷۲)

$$\begin{cases} a_3 + a_5 = 16 \\ a_1 \cdot a_7 = -17 \end{cases} \xrightarrow{\text{طبق قاعده اندیس ها}} \begin{cases} a_1 + a_7 = 16 \\ a_1 \cdot a_7 = -17 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{دنباله صعودی}} \begin{cases} a_1 = -1 \\ a_7 = 17 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{a_7 - a_1}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۷۳)

$$\text{tg } x + 1 = 2 \Rightarrow \text{tg } x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(\text{tg } x + 1) = \frac{\text{Sin } 2\left(\frac{\pi}{4}\right) + 1}{3 + \text{Cos } 2\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{2}{3}$$

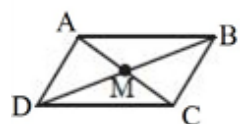
$$f = \{(1, 2)(0, -1)(3, 1)\} \Rightarrow f^{-1} = \{(2, 1)(-1, 0)(1, 3)\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۷۴

$$g = \{(0, 1)(3, 2)\} \Rightarrow g^{-1} = \{(1, 0)(2, 3)\} \Rightarrow \begin{cases} fog^{-1} = \{(1, -1)(2, 1)\} \\ g^{-1}of = \{(1, 3)(3, 0)\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow fog^{-1} + g^{-1}of = \{(1, 2)\}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۷۵



$$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow -1 + b = a + 1 + 2b \Rightarrow a + b = -2 \quad (I)$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow 2 + 4 = 2b + 3a - 1 \Rightarrow 2b + 3a = 7 \quad (II)$$

$$(I) \text{ و } (II) \Rightarrow a = 11 \text{ و } b = -13$$

$$\Rightarrow A(-1, 2), B(12, -26), C(-13, 4), D(-26, 32)$$

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1 - 13}{2} = -7$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \Rightarrow M(-7, 3)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تمام زاویه‌ها را به 20° تبدیل می‌کنیم، با در نظر گرفتن $\sin(-250^\circ) = -\sin 250^\circ$ خواهیم داشت: ۳۷۶

$$\begin{aligned} & \sin(270^\circ - 20^\circ) - \cos(270^\circ + 20^\circ) + \sin(90^\circ - 20^\circ) \\ &= \cos 20^\circ - \sin 20^\circ = \cos 20^\circ = 0.9397 \end{aligned}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{15}\right) = \cos\left(\pi - \frac{8\pi}{15}\right) = -\cos\frac{8\pi}{15}$$

$$\cos\frac{\pi}{15}\cos\frac{2\pi}{15}\cos\frac{4\pi}{15}\cos\frac{7\pi}{15} \xrightarrow{\cos\frac{7\pi}{15} = -\cos\frac{8\pi}{15}}$$

$$-\cos\frac{\pi}{15}\cos\frac{2\pi}{15}\cos\frac{4\pi}{15}\cos\frac{8\pi}{15} \xrightarrow{\text{در } \sin\frac{\pi}{15} \text{ ضرب و تقسیم می کنیم}}$$

$$\frac{-\sin\frac{\pi}{15}\cos\frac{\pi}{15}\cos\frac{2\pi}{15}\cos\frac{4\pi}{15}\cos\frac{8\pi}{15}}{\sin\frac{\pi}{15}} = \frac{-\frac{1}{2}\sin\frac{2\pi}{15}\cos\frac{2\pi}{15}\cos\frac{4\pi}{15}\cos\frac{8\pi}{15}}{\sin\frac{\pi}{15}}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}\sin\frac{4\pi}{15}\cos\frac{4\pi}{15}\cos\frac{8\pi}{15}}{\sin\frac{\pi}{15}} = \frac{-\frac{1}{8}\sin\frac{8\pi}{15}\cos\frac{8\pi}{15}}{\sin\frac{\pi}{15}}$$

$$= \frac{-\frac{1}{16}\sin\frac{16\pi}{15}}{\sin\frac{\pi}{15}} = \frac{-\frac{1}{16}\sin\left(\pi + \frac{\pi}{15}\right)}{\sin\frac{\pi}{15}} = \frac{\frac{1}{16}\sin\frac{\pi}{15}}{\sin\frac{\pi}{15}} = \frac{1}{16}$$

$$\cos\frac{3\pi}{15}\cos\frac{6\pi}{15} = \cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5} \xrightarrow{\text{در } \sin\frac{\pi}{5} \text{ ضرب و تقسیم می کنیم}}$$

$$\frac{\sin\frac{\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5}}{\sin\frac{\pi}{5}} = \frac{\frac{1}{2}\sin\frac{2\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5}}{\sin\frac{\pi}{5}} = \frac{\frac{1}{4}\sin\frac{4\pi}{5}}{\sin\frac{\pi}{5}} = \frac{\frac{1}{4}\sin\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right)}{\sin\frac{\pi}{5}} = \frac{\frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{5}}{\sin\frac{\pi}{5}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{جواب نهایی} = \frac{1}{16} \times \frac{1}{4} \times \cos\frac{5\pi}{15} = \frac{1}{16} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عدد a برابر حد تابع در نقطه $x = -3$ است. صورت و مخرج کسر را در مزدوج قسمت رادیکالی ضرب می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(4x^2 + 5x - 21)(1 + \sqrt{3x + 10})}{(1 - 3x - 10)(2x - \sqrt{21 - 5x})} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(4x-7)(2)}{-3(x+3)(-12)} = \frac{-14}{18}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت مثلثاتی ساده می‌شود:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi} (1 - \cos^2 x)(1 + \cot^2 x) &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 - \cos^2 x)(1 + \cos^2 x)}{\sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = 2 \times \frac{2}{2} = 2 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۸۰

$$f(x) = \sqrt{x}, g(f(x)) = |x| - 5$$

$$g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = |x| - 5$$

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^2$$

$$g(t) = |t^2| - 5 = t^2 - 5 \Rightarrow g(x) = x^2 - 5$$

$$g(3) = 3^2 - 5 = 9 - 5 = 4 \Rightarrow f(g(3)) = f(4) = \sqrt{4} = 2$$

$$g(-2) = (-2)^2 - 5 = 4 - 5 = -1 \Rightarrow g(g(-2)) = g(-1) = (-1)^2 - 5 = -4$$

$$f(g(3)) - g(g(-2)) = 2 - (-4) = 6$$

در نتیجه:

بنابراین:

در نتیجه:

$$\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ \text{Log} \sqrt{x} > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 1 \Rightarrow x > 1 \end{cases} \cup \Rightarrow x > 1$$

می‌توان با قرار دادن ریشه‌ها در معادله، جواب‌های قابل قبول را تعیین کرد.

$$\frac{\text{Log} \sqrt{x} + 1}{\sqrt{\text{Log} \sqrt{x}}} = \frac{5}{2} \Rightarrow 5 \sqrt{\text{Log} \sqrt{x}} = 2 \text{Log} \sqrt{x} + 2$$

$$\sqrt{\text{Log} \sqrt{x}} = A$$

$$5A = 2A^2 + 2 \Rightarrow 2A^2 - 5A + 2 = 0$$

$$A = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} 2 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\sqrt{\text{Log} \sqrt{x}} = 2 \Rightarrow \text{Log} \sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 2^4 \Rightarrow x = 2^8 \quad \text{قابل قبول}$$

$$\sqrt{\text{Log} \sqrt{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log} \sqrt{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{x} = 2^{\frac{1}{4}} \Rightarrow x = 2^{\frac{1}{2}} \quad \text{قابل قبول}$$

$$2^8 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{17}{2}}$$

$$2n^2 < 2n^2 + 2n + 1 < 2n^2 + 2n + 1$$

$$\Rightarrow 2n < \sqrt{2n^2 + 2n + 1} < 2n + 1 \Rightarrow \left[\sqrt{2n^2 + 2n + 1} \right] = 2n$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید $x^2 = t$ ، پس باید معادله $t^2 + 4t + 2 - a = 0$ دو ریشه‌ی متمایز مثبت داشته باشد. ۳۸۳

$$\begin{cases} 2 - a > 0 \Rightarrow 2 > a \\ \Delta > 0 \Rightarrow 16 - 8 + 4a > 0 \Rightarrow -2 < a < 2 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۸۴)

$$S_5 = a_v \Rightarrow \frac{5}{2}(2a + 2d) = a + 5d \Rightarrow a = -d$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a + 2d}{a} = \frac{a + 2(-a)}{a} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به $\text{Log}_a^x = x$ داریم: (۳۸۵)

$$(\text{Log } x)^2 = 2 + \text{Log } x \Rightarrow (\text{Log } x)^2 - (\text{Log } x) - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Log } x = -1 \\ \text{Log } x = 2 \end{cases}$$

دقت کنید $\text{Log } x$ در این سوال نمی تواند منفی باشد.

$$f(x) = 3 \Rightarrow x - \frac{4}{x} = 3 \Rightarrow x = -1 \text{ یا } 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۸۶)

$$g(3) = 8 \Rightarrow g(f(x)) = 8$$

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow g(3) = -a - 2 = 8 \Rightarrow a = -10 \\ x = 4 \Rightarrow g(4) = 6a + 8 = 8 \Rightarrow a = 0 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا برد تابع f را پیدا می کنیم در این صورت دامنه f^{-1} محاسبه می شود. (۳۸۷)

$$\sqrt{x^2 + 2} > \sqrt{x^2} = |x| \xrightarrow{|x| \geq -x} \sqrt{x^2 + 2} > -x \Rightarrow f(x) = \sqrt{x^2 + 2} + x > 0$$

$$\Rightarrow R_f = (0, +\infty) \Rightarrow D_{f^{-1}} = (0, +\infty)$$

برای به دست آوردن ضابطه f^{-1} به صورت زیر عمل می کنیم:

$$y = \sqrt{x^2 + 2} + x \Rightarrow (y - x = \sqrt{x^2 + 2})^2 \Rightarrow y^2 - 2xy + x^2 = x^2 + 2$$

$$\Rightarrow y^2 - 2 = 2yx \Rightarrow x = \frac{y^2 - 2}{2y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 2}{2x} = \frac{1}{2} \left(x - \frac{2}{x} \right)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم $(a + b) - (b - a) = 2a$ در نتیجه (۳۸۸)

$$\text{tg } 2a = \text{tg}((a + b) - (b - a))$$

با توجه به رابطه مثلثاتی $\text{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\text{tg } \alpha - \text{tg } \beta}{1 + \text{tg } \alpha \text{tg } \beta}$ می توان نوشت:

$$\text{tg } 2a = \frac{\text{tg}(a + b) - \text{tg}(a - b)}{1 + \text{tg}(a + b) \text{tg}(a - b)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{4}{3}$$

در نتیجه:

$$\text{Cotg } 2a = \frac{1}{\text{tg } 2a} = -\frac{3}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طرفین تساوی‌ها را به توان ۲ می‌رسانیم از جمع طرفین دو تساوی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \cos^2 a + \cos^2 b + 2 \cos a \cos b = \frac{9}{4} \\ \sin^2 a + \sin^2 b + 2 \sin a \sin b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$2(\cos a \cos b + \sin a \sin b) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(a - b) = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log x + \log(x - 1) = \log 10 + \log 3 - \log 8 \Rightarrow \log(x^2 - x) = \log \frac{30}{8} \Rightarrow x^2 - x = \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4x - 15 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 + 240 = 256$$

$$x = \frac{4 + 16}{8} = \frac{20}{8} = 2.5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{\cos x})^2 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x}(\sqrt{\cos x} - 1) \times \sqrt{\cos x + 1}}{\sin^2 x \times \sqrt{\cos x + 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x}(\sqrt{\cos x} - 1) \times (\sqrt{\cos x + 1})}{\sin^2 x (\sqrt{\cos x + 1})} = \frac{\sqrt{\cos x} \times (\cos x - 1)}{\sin^2 x \times (\sqrt{\cos x + 1})}$$

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{1} \times -2 \times \frac{1}{4}}{1 \times \frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: برای محاسبه‌ی وارون یک تابع، ابتدا x را بر حسب y به دست می‌آوریم، سپس جای x و y را عوض می‌کنیم.

وارون تابع را به دست آورده و با خودش مساوی قرار می‌دهیم:

$$f(x) = y = \frac{mx + 2}{x + 2} \Rightarrow xy + 2y = mx + 2 \Rightarrow mx - yx = 2y - 2 \Rightarrow (m - y)x = 2y - 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y - 2}{-y + m} \xrightarrow{\text{با } x, y \text{ را جابه‌جا می‌کنیم}} f^{-1}(x) = y = \frac{2x - 2}{-x + m} \Rightarrow$$

طبق فرض $f(x) = f^{-1}(x)$ ، بنابراین:

$$\frac{\overbrace{mx + 2}^{f(x)}}{x + 2} = \frac{2x - 2}{-x + m} = \frac{\overbrace{-2x + 2}^{f^{-1}(x)}}{x - m} \Rightarrow m' = -2$$

راه حل دیگر: نکته: تابع هموگرافیک $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ در حالت $a + d = 0$ ، برابر وارون خودش است.

طبق نکته‌ی فوق $m + 2 = 0$ و در نتیجه $m = -2$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۹۳)

$$\sin 612 = \sin (360^\circ + 252^\circ) = \sin 252^\circ = \sin (270^\circ - 18^\circ) = -\cos 18 = -0.9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۳۹۴)

$$\frac{\sin(270^\circ + 15^\circ) + \sin(180^\circ - 15^\circ)}{\cos(180^\circ + 15^\circ)} = \frac{-\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}{-\cos 15^\circ} = 1 - \tan 15^\circ$$

$$1 - (2 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}$$

پس حاصل به صورت

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۹۵)

$$f\left(\frac{\cos \pi}{\lambda}\right) = 1 - 2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} = -\left(2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} - 1\right) = -\cos 2\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

۳۹۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ریشه‌های معادله درجه دوم $mx^2 - 2x + m - 2 = 0$ برابر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ است پس خواهیم داشت:

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{2}{m}, \quad \tan \alpha \tan \beta = \frac{m-2}{m}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{2}{m}}{1 - \frac{m-2}{m}} = 1$$

با فرض $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ خواهیم داشت.

پس تنها شرط مورد نظر داشتن دو ریشه حقیقی معادله درجه دوم است.

$$\Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4m(m-2) > 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 < 2$$

$$\text{یا } 2 < (m-1)^2 \text{ پس } \sqrt{2} < |m-1| \text{ است.}$$

۳۹۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_2 = a_1 q = -\frac{1}{3} \\ a_5 = a_1 q^4 = \frac{1}{81} \end{cases} \Rightarrow a_5 = a_2 q^3 \Rightarrow \frac{1}{81} = -\frac{1}{3} \times q^3 \Rightarrow q^3 = -\frac{1}{27} \Rightarrow q = -\frac{1}{3} \xrightarrow{\begin{matrix} a_2 = a_1 q \\ a_2 = -\frac{1}{3} \end{matrix}}$$

$$a_1 = 1$$

وقتی جملات دنباله به توان ۲ برسند، هم جمله‌ی اول و هم قدر نسبت به توان ۲ می‌رسد، پس:

$$\begin{cases} a_1^2 = 1 \\ q^2 = \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow S_{\text{مربع جملات}} = \frac{a_1^2}{1-q^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{9}} = \frac{9}{8}$$

۳۹۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -\frac{1}{3} \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = \frac{2\beta}{\alpha} + \frac{2\alpha}{\beta} = \frac{2(\beta^2 + \alpha^2)}{\alpha\beta} = \frac{2[(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta]}{\alpha\beta} = \frac{2\left(\frac{1}{9} + \frac{2}{3}\right)}{-\frac{1}{3}} = -\frac{14}{3} \Rightarrow k = \frac{14}{3} \\ S = -\frac{k}{1} = -k \end{cases}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. (۳۹۹)

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\}$$

$$1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \Rightarrow D_f = (-\infty, 1] \quad (1)$$

$$f(x) \in D_f \Rightarrow \sqrt{1-x} \leq 1 \Rightarrow 1-x \leq 1 \Rightarrow x \geq 0 \quad (2)$$

$$D_{f \circ f} = (1) \cap (2) = [0, 1]$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. A روی خط $2x + y = 4$ قرار ندارد. لذا نقطه‌ی A روی قطر دیگر لوزی قرار دارد (۴۰۰)و چون دو قطر لوزی بر هم عمودند، لذا شیب قطر دیگر لوزی $\frac{1}{2}$ است. معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی (۲, ۱) می‌گذرد

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow 2y - 2 = x - 2 \Rightarrow 2y - x = 0$$

و شیب آن $\frac{1}{2}$ است، به صورت زیر است:

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. (۴۰۱)

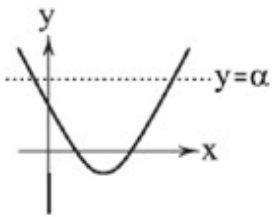
$$\cos 250^\circ = \cos(270^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ, \quad \cos 160^\circ = \cos(180^\circ - 20^\circ) = -\cos 20^\circ$$

$$\sin 70^\circ = \sin(90^\circ - 20^\circ) = \cos 20^\circ, \quad \cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ$$

$$\frac{2\cos 250^\circ + \cos 160^\circ}{\sin 70^\circ + 4\cos 110^\circ} = \frac{-2\sin 20^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ - 4\sin 20^\circ} = a$$

$$\Rightarrow -2\sin 20^\circ - \cos 20^\circ = a\cos 20^\circ - 4a\sin 20^\circ \Rightarrow 4a\sin 20^\circ - 2\sin 20^\circ = a\cos 20^\circ + \cos 20^\circ$$

$$\Rightarrow (4a - 2)\sin 20^\circ = (a + 1)\cos 20^\circ \Rightarrow \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{a + 1}{4a - 2} \Rightarrow \operatorname{tg} 20^\circ = \frac{a + 1}{4a - 2}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنید $f(\alpha) = 0$ باشد. با توجه به صورت تست (۴۰۲)، $\alpha > 0$ است. پس باید نقاطی را بیابیم که $g(x) = \alpha$ شود. با توجه به نمودار $g(x)$ این معادله حتماً دو جواب دارد، زیرا مطابق شکل، نمودار تابع $g(x)$ ، خط $y = \alpha (\alpha > 0)$ را در دو نقطه قطع می‌کند. پس معادله‌ی $f(g(x)) = 0$ دو جواب

دارد.

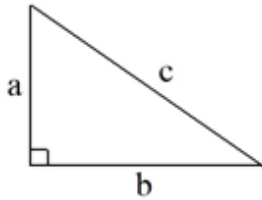
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. (۴۰۳)

$$f(x) = [x] + a + [-x] = \begin{cases} 0 + a = a & ; x \in Z \\ -1 + a & ; x \notin Z \end{cases}$$

$$g(f(x)) = 2 \Rightarrow f^2(x) - f(x) = 2 \Rightarrow f^2(x) - f(x) - 2 = 0 \Rightarrow f(x) = -1, 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 + a = -1 \Rightarrow a = 0 \\ -1 + a = 2 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۰۴)



$$\left. \begin{array}{l} \text{قائم الزاویه: } a^2 + b^2 = c^2 \\ \text{دنباله هندسی: } b^2 = ac \end{array} \right\} a^2 + ac = c^2$$

از طرفی با توجه به این که a, b, c دنباله هندسی می سازند داریم: $\frac{c}{a} = q$ بنابراین:

$$a^2 + ac = c^2 \Rightarrow \frac{a^2 + ac}{a^2} = \frac{c^2}{a^2} \Rightarrow 1 + \frac{c}{a} = \left(\frac{c}{a}\right)^2 \Rightarrow 1 + q = q^2 \Rightarrow q^2 - q - 1 = 0$$

غیر قابل قبول زیرا هیچ یک از جملات دنباله منفی نمی تواند باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ q^2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}} \\ q = -\sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}} \end{cases}$$

غ ق ق

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در ترکیب توابع داریم: (۴۰۵)

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(f \circ g)(1) = f(2) = \frac{2+2}{2-1} = 4$$

$$(f \circ g)(-1) = f(0) = \frac{0+2}{0-1} = -2$$

$$(f \circ g)(0) = f(1) = \text{تعریف نشده}$$

$$(f \circ g)(3) = f(4) = \frac{4+2}{4-1} = 2$$

برد تابع $f \circ g$ به صورت $\{4, 2, -2\}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۰۶)

$$\begin{cases} a + 9d = 17 \\ a + 18d = 35 \end{cases} \Rightarrow d = 2, a = -1$$

جمله ی ششم $a + 5d = -1 + 10 = 9$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۰۷)

$$\begin{cases} 2, 7, 12, 17, 22, \dots \Rightarrow d_1 = 5 \\ 8, 11, 14, 17, 20, \dots \Rightarrow d_2 = 3 \end{cases}$$

اولین جمله‌ی مشترک عدد ۱۷ است و کم‌ترین قدر نسبت‌ها یعنی عدد ۱۵ قدر نسبت دنباله‌ی مشترک است.

$$C_n = C_1 + (n-1)d_2$$

$$C_n = 17 + (n-1)(15) = 15n + 2$$

$$100 < 15n + 2 < 999 \xrightarrow{-2} 98 < 15n < 997 \xrightarrow{\div 15} 6/5 < n < 66/4$$

$$\Rightarrow n = 7, 8, 9, \dots, 66$$

تعداد این جملات برابر است با: $66 - 7 + 1 = 60$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۰۸)

$$-x^2 + x + 2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$-x^2 + x + 2$	-	•	+	•
$-x^2 + x + 2 > 0$			ج	

$$D_f = (-1, 2)$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < \left(\frac{1}{4}\right)^x < 2\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{مثبت است } \left(\frac{1}{4}\right)^x} \left\{x \in \mathbb{R} \mid \left(\frac{1}{4}\right)^x < 2\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 2^{-2x} < 2^1\right\}$$

$$\left\{x \in \mathbb{R} \mid -2x < 1\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{1}{2}\right\} = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۰۹)

دسته ها	۱	۲	۳	۴	۱۹	۲۰
جملات	۱	۲ و ۳	۴ و ۵ و ۶	۷ و ۸ و ۹ و ۱۰		... و ۱۹۰	۱۹۱ و ... و ۲۱۰

با توجه به جدول مشخص است که دسته ی n ام شامل n جمله است و هم چنین داریم:

$$\text{جمله آخر دسته ی } n \text{ ام} = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \begin{cases} \text{جمله آخر دسته نوزدهم} = \frac{19 \times 20}{2} = 190 \\ \text{جمله ی آخر دسته ی بیستم} = \frac{20 \times 21}{2} = 210 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{جمله ی اول دسته ی بیستم} = 191$$

$$\Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}(191 + 210) = 10 \times 401 = 4010$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۱۰)

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sin(2(3x - 4)) = \sin(6x - 8)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۱۱)

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{توان } 2} \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin 2x = -\frac{8}{9}$$

$$A = |\sin x - \cos x| \Rightarrow A^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow A^2 = 1 - \sin 2x = 1 - \left(-\frac{8}{9}\right) = \frac{17}{9} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{17}}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۱۲)

$$y = a^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + b\pi x\right) = -a^2 \sin(b\pi x) = a^2 \sin(-b\pi x)$$

اولاً: $a^2 = 2$ است، ثانیاً: نقطه ی $x = 4$ معادل زاویه ی 3π در نمودار $\sin x$ است.

$$x = 4 \Rightarrow -b\pi \times 4 = 3\pi \Rightarrow b = -\frac{3}{4}$$

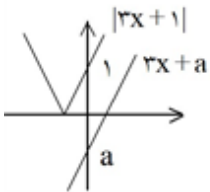
$$a^2 + b = \frac{5}{4}$$

بنابراین:

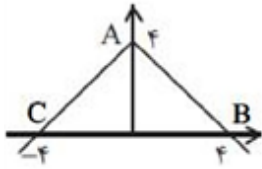
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۱۳)

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow f^{-1}(\tan x) = \frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}} = \tan x \cdot |\cos x|$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $a < 1$ معادله جواب ندارد. (۴۱۴)



گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. (۴۱۵)



$$\begin{aligned} BC &= 8 \\ AC = AB &= \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2} \\ \text{محیط} &= 8 + 8\sqrt{2} = 8(1 + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. (۴۱۶)

گزینه‌ی ۱: $x = 0, y = 0, 1$

گزینه‌ی ۳: $x = 1, y = \pm 1$

گزینه‌ی ۴: $x = 0, y = 0, \pm\sqrt{3}$

گزینه‌ی ۲: $y \geq 2, y! = (x+1)^2 + 2$ تابع می‌باشد.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. نکته: رابطه‌ی $0 < \frac{a}{[a]} < 2$ برای هر $a \in \mathbb{R} - [0, 1)$ برقرار است. (۴۱۷)

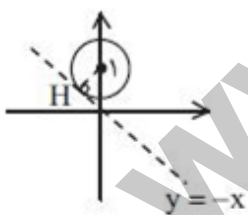
$$0 < \frac{2x}{[2x]} < 2 \Rightarrow 0 < P < 4$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از a عبارت است از $[a] + 1$ (۴۱۸)

$$\text{جواب} = \left[x - \frac{1}{2} \right] + 1 = \left[x - \frac{1}{2} + 1 \right] = \left[x + \frac{1}{2} \right]$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. به شکل دقت کنید، فاصله‌ی نقطه‌ی c از خط $x + y = 0$ برابر با شعاع دایره است (۴۱۹)

پس:



$$CH = \frac{|0 + 1 + 0|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = R$$

پس جواب برابر $2R$ یعنی $\frac{2}{\sqrt{2}}$ یا $\sqrt{2}$ است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر $u \rightarrow 0$ ، آنگاه $\sin u \approx u$ پس: (۴۲۰)

$$\text{حد} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x^2 - a^2)}{x - a} \approx \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x+a)}{x-a} = 2a$$

$$\text{مقدار} = f(a) = 1 - a \xrightarrow{\text{باید}} 2a = 1 - a \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۲۱)

$$A \begin{vmatrix} 2 \\ -2 \end{vmatrix} m = \frac{1}{2} \rightarrow y + 2 = \frac{1}{2}(x - 2) \rightarrow 2y + 4 = x - 2 \rightarrow x - 2y = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۲۲)

$$\left[\frac{4}{2-x} \right] + \left[\frac{x-2+4}{x-2} \right] = 1 \Rightarrow \left[\frac{4}{2-x} \right] + \left[1 + \frac{4}{x-2} \right] = 1$$

$$\Rightarrow \left[\frac{4}{2-x} \right] + \left[\frac{4}{x-2} \right] = 0 \Rightarrow \frac{4}{2-x} = k \Rightarrow [k] + [-k] = 0 \Rightarrow k \in \mathbb{Z}$$

عبارت $\frac{4}{x-2}$ فقط وقتی صحیح است که:

$$x - 2 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$x - 2 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{جواب های طبیعی} = \{1, 3, 4, 6\}$$

$$x - 2 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$$

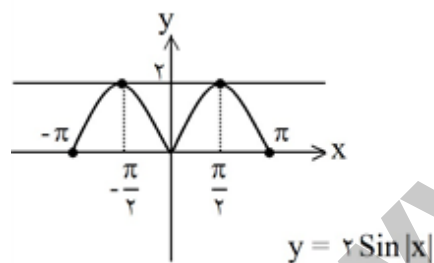
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $|x| = t$ در نظر بگیریم با توجه به نامساوی مثلث که $|a| + |b| = |a + b|$ فقط وقتی برقرار است $ab \geq 0$ که باشد داریم: (۴۲۳)

$$|2t - 4| + |1 - t| = |t - 3| \Rightarrow (2t - 4)(1 - t) \geq 0$$

$$1 < t < 2 \Rightarrow 1 < |x| < 2 \Rightarrow -2 < x < -1 \text{ یا } 1 < x < 2$$

می‌توانیم جواب فوق را به فرم $(-1, 1) - [-2, 2]$ بنویسیم.

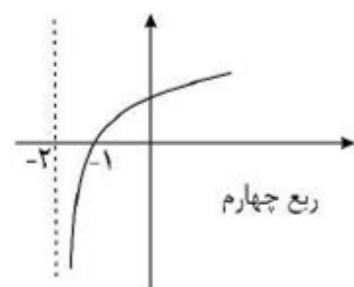
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۲۴)



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۲۵)

$$\begin{cases} f^{-1}(2) = 3 \Rightarrow f(3) = 2 \\ g(4) = -1 \Rightarrow g^{-1}(-1) = 4 \end{cases} \Rightarrow 2g^{-1}(-1) + f(3) = 2(4) + 2 = 10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۴۲۶)



$$y = 5^x - 2 \Rightarrow 5^x = y + 2 \Rightarrow x = \text{Log}_5(y + 2)$$

$$\xrightarrow{\text{معکوس}} f^{-1}(x) = y = \text{Log}_5(x + 2)$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. (۴۲۷)

$$(2n)^2 < 2n^2 + 2n + 1 < (2n + 1)^2 \Rightarrow$$

$$2n < \sqrt{2n^2 + 2n + 1} < 2n + 1$$

$$\Rightarrow \left[\sqrt{2n^2 + 2n + 1} \right] = 2n$$

$$(n + 1)^3 < n^3 + 3n^2 + 3n + 2 < (n + 2)^3 \Rightarrow$$

$$n + 1 < \sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + 3n + 2} < n + 2$$

$$\Rightarrow \left[\sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + 3n + 2} \right] = n + 1$$

$$n + 1 + 2n = 3n + 1$$

بنابراین جواب سؤال برابر است با:

$$S_A = 257 S_F$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. (۴۲۸)

$$a_1 \frac{1 - q^A}{1 - q} = 257 a_1 \frac{1 - q^F}{1 - q} \Rightarrow 1 - q^A = 257 (1 - q^F)$$

$$(1 - q^A)(1 + q^F) = 257(1 - q^F) \Rightarrow 1 + q^F = 257 \Rightarrow q^F = 256 \Rightarrow q^2 = 16 \Rightarrow q = 4$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. (۴۲۹)

$$\begin{cases} 2^{1+2} \text{Log} \sqrt[5]{8} = 2^1 \times 2^{2 \times \text{Log} \frac{2}{2^2}} = 2^1 \times 2^2 \text{Log} \frac{2}{2} = 2 \times 2 \text{Log} \frac{25}{2} = 2 \times 25 = 50 \\ (\cdot / \cdot 2)^{a+1} = 50 \Rightarrow \left(\frac{1}{50}\right)^{a+1} = 50 \Rightarrow 50^{-a-1} = 50 \Rightarrow -a - 1 = 1 \Rightarrow a = -2 \end{cases}$$

$$\text{Log} \sqrt[3]{(1+2a)^2} = \text{Log} \sqrt[3]{(1+8)} = \text{Log} \sqrt[3]{9} = \text{Log} \sqrt[3]{\frac{3^2}{3^2}} = 2 \text{Log} \sqrt[3]{3} = 2$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. (۴۳۰)

$$\left. \begin{aligned} \text{tg } x &= 2\sqrt{2} \\ \frac{1}{\text{Cos } x} &= 1 + \text{tg } x \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{\text{Cos } x} = 1 + 2 \Rightarrow \text{Cos } x = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Cos } x = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \text{Sin}^2 \left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow 2 \text{Sin}^2 \left(\frac{x}{2}\right) = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{Sin}^2 \left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Sin} \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۴۳۱)

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{2\pi}{9}} + \frac{1}{\cos \frac{2\pi}{9}} = \frac{\sqrt{3} \cos \frac{2\pi}{9} + \sin \frac{2\pi}{9}}{\sin \frac{2\pi}{9} \cos \frac{2\pi}{9}}$$

$$= \frac{2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \frac{2\pi}{9} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{9} \right)}{\frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{9}} = \frac{2 \left(\sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{9} \right) \right)}{\frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{9}} = \frac{2 \sin \frac{5\pi}{9}}{\frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{9}} = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم از ارتفاع h متری رها شده باشد، پس مسافت طی شده برابر است با:

$$S = h + 2 \left(\frac{4}{5}h + \left(\frac{4}{5} \right)^2 h + \dots \right) \Rightarrow 18 = h + 2 \left(\frac{\frac{4}{5}h}{1 - \frac{4}{5}} \right) = 9h \Rightarrow h = 2 \text{ m}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{-1}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{-4}{5}$$
 گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۳۲)

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \left(2\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = \sin 2\alpha \cos \frac{\pi}{4} + \cos 2\alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{4}{5} + \frac{3}{5} \right) = \frac{-\sqrt{2}}{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع دو ضابطه‌ای در نقطه اتصال دو دامنه وقتی حد دارد که حد چپ و حد راست برابر هم باشند. (۴۳۳)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (2x + 3) = -2 + 3 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (-x + 2) = -(-1) + 2 = 3 = -(-1) + 2 = 3 \Rightarrow \text{حد ندارد.}$$

۴۳۵

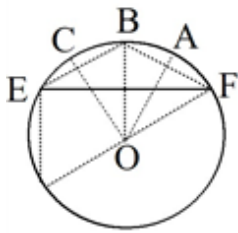
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

اگر $f\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}}$ آن‌گاه $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ است. پس خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(1 - \cos 2x) = \sqrt{(1 - \cos 2x)(1 + \cos 2x)} = \sqrt{(1 - \cos^2 2x)} \\ &= \sqrt{\sin^2 2x} = |\sin 2x| \end{aligned}$$

۴۳۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم شعاع عمود بر وتر، کمان آنرا نصف می‌کند با توجه به شکل داریم:



اگر $\widehat{AOC} = \alpha + \beta \Rightarrow EF = 2(\alpha + \beta)$ قائم‌الزاویه DEF داریم:

$$(D = \alpha + \beta, DF = r) \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \frac{EF}{2r} \Rightarrow EF = 2r \sin(\alpha + \beta)$$

۴۳۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sin \theta = a - 2b \Rightarrow \sin^2 \theta = (a - 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$\cos \theta = 2a + b \Rightarrow \cos^2 \theta = (2a + b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = a^2 - 4ab + 4b^2 + 4a^2 + 4ab + b^2 = 5a^2 + 5b^2 = 1$$

$$\begin{cases} 5(a^2 + b^2) = 1 \\ a - b = \frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = \frac{1}{5} \\ a = b + \frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases} \Rightarrow \left(b + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 + b^2 = \frac{1}{5}$$

در نتیجه:

$$2b^2 + \frac{2\sqrt{5}}{5}b + \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow b \left(2b + \frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 & \text{غیرقابل قبول} \\ b = -\frac{\sqrt{5}}{5} & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

بنابراین:

$$b = -\frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow a = -\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} = 0 \quad \text{قابل قبول}$$

$$\sin \theta = a - 2b = 0 - 2\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

در نتیجه:

$$\cos \theta = 2a + b = 0 + \frac{-\sqrt{5}}{5} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{5}}{-\frac{\sqrt{5}}{5}} = -2$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۳۸)

$$\text{Log}_r(\text{Log}_r(\text{Log}_r 2a)) = 1 \Rightarrow \text{Log}_r(\text{Log}_r 2a) = r^1 = r \Rightarrow \text{Log}_r 2a = r^r = 81 \Rightarrow$$

$$2a = r^{81} \Rightarrow a = \frac{r^{81}}{2} = 2^{80}$$

$$\text{Log}_{1/6} \sqrt{a} = \text{Log}_{1/6} \sqrt{2^{80}} = \text{Log}_{1/6} 2^{40} = \frac{40}{4} \text{Log}_{1/6} 2 = 10. \quad \text{در نتیجه:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله ضلع BC را می‌نویسیم. (۴۳۹)

$$\text{AH ارتفاع } y - 2 = \frac{-3}{3}(x - 0) \Rightarrow y + x - 2 = 0.$$

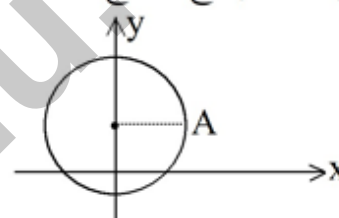
$$\text{عمود بر ضلع BC است. } y - 5 = 1(x - 2) \Rightarrow y - x - 3 = 0.$$

نقطه‌ی تلاقی دو خط مذکور از جمع طرفین حاصل می‌شود. $x = \frac{-1}{2}, y = \frac{5}{2}$. مختصات پای ارتفاع $(\frac{-1}{2}, \frac{5}{2})$ است.

$$x = 0 + 3 \cos 120^\circ = \frac{-3}{2}$$

$$y = 2 + 3 \sin 120^\circ = 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow M\left(\frac{-3}{2}, 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۴۴۰)



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۴۱)

مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی برابر $\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$, ($q \neq 1$) است.

$$\left. \begin{aligned} 1 - t + \dots - t^7 + t^8 &= \frac{1(1 - (-t)^9)}{1 - (-t)} = \frac{1+t^9}{1+t} \\ 1 - t^3 + t^6 &= \frac{1(1 - (-t^3)^3)}{1 - (-t^3)} = \frac{1+t^9}{1+t^3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1} = \frac{1+t^9}{1+t^3}$$

$$= \frac{1+t^3}{1+t} = 1 - t + t^2 = 1 - \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right) + \left(\frac{18+2\sqrt{17}}{4}\right) = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۴۲)

$$\text{Log}(x+4) = \frac{1}{2} \text{Log}(2x+11) \Rightarrow \text{Log}(x+4) = \text{Log}(2x+11)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \text{Log}(x+4)$$

$$= \text{Log} \sqrt{2x+11} \Rightarrow x+4 = \sqrt{2x+11} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین را به توان ۲}} (x+4)^2 = (\sqrt{2x+11})^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 2x + 11 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 - 2x - 11 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (x+5)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+5=0 \Rightarrow x=-5 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

جواب $x = -5$ غیر قابل قبول است، چون جلوی لگاریتم را منفی می‌کند. اما جواب $x = -1$ قابل قبول است، پس معادله یک جواب منفی دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر فاصله‌ی تهران تا قم را x کیلومتر در نظر بگیریم و مدت زمان حرکت از تهران به (۴۴۳)

قم t_1 ساعت و از قم به تهران t_2 ساعت باشد، آن‌گاه $t_1 = \frac{x}{20}$ و $t_2 = \frac{x}{30}$. بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$\frac{x+x}{t_1+t_2} = \frac{2x}{\frac{x}{20} + \frac{x}{30}} = \frac{2x}{\frac{5x}{60}} = \frac{120}{5} = 24$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر از نوع A مقدار x کیلومتر خریداری کرده باشیم، ارزش یک کیلوگرم آن برابر $\frac{100}{x}$ (۴۴۴)

تومان و ارزش یک کیلوگرم از نوع B برابر $\frac{120}{x+30}$ تومان است و چون ۵ ریال $\frac{1}{2}$ یک تومان است، داریم:

$$\frac{100}{x} = \frac{120}{x+30} + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{240+x+30}{2(x+30)} \Rightarrow 200(x+30) = 270x+x^2 \Rightarrow x^2+70x-6000=0$$

$$\frac{100}{x} = \frac{120}{x+30} + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{240+x+30}{2(x+30)} \Rightarrow 200(x+30) = 270x+x^2$$

$$\Rightarrow x^2+70x-6000=0 \Rightarrow (x+120)(x-50)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-120 \times \\ x=50 \checkmark \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر طول هر گام شادی را x متر فرض کنیم، فاصله‌ی ۷۲۰ متر را با $\frac{720}{x}$ گام طی می‌کند (۴۴۵)

و دنیا این فاصله را با $\frac{720}{x+0.1}$ گام طی می‌کند و در نهایت دنیا ۱۰۰ گام کمتر برمی‌دارد. یعنی:

$$\frac{720}{x} - \frac{720}{x+0.1} = 100 \Rightarrow \frac{720x+72-720x}{x(x+0.1)} = 100 \Rightarrow \frac{36}{x^2+0.1x} = 50$$

$$\Rightarrow 50x^2+5x-36=0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{7225}}{100} = \frac{-5 \pm 85}{100} \Rightarrow \begin{cases} x=0.8 \text{ متر} = 80 \text{ سانتی متر} \checkmark \\ x=-0.9 \times \end{cases}$$

۴۴۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر کل بچه‌ها را X نفر فرض کنیم، پول بلیت هر کدام $\frac{100}{X}$ تومان بوده است. ولی ژینو

نباید پول بدهد پس $(X-1)$ نفر دیگر هر کدام باید $\left(\frac{100}{X} + 5\right)$ تومان بدهند تا کل پول بلیت‌ها

یا همان ۱۰۰ تومان شود. پس:

$$\left(\frac{100}{X} + 5\right)(X-1) = 100 \xrightarrow{\times X} (100 + 5X)(X-1) = 100X \Rightarrow 100X - 100 + 5X^2 - 5X = 100X$$

$$\Rightarrow 5X^2 - 5X - 100 = 0 \xrightarrow{\div 5} X^2 - X - 20 = 0 \Rightarrow (X-5)(X+4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X=5 & \checkmark \\ X=-4 & \times \end{cases}$$

دقت کنید کل افراد به غیر از ژینو مورد سؤال است.

۴۴۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم n اسباب‌بازی که قیمت هر کدام X تومان است، در مرحله اول (قبل از تخفیف) خریده باشد. پس $nX = 12000$ حال اگر برای هر اسباب‌بازی ۱۰۰ تومان تخفیف بگیرد، قیمت هر

اسباب‌بازی $(X-100)$ تومان می‌شود و تعداد آن‌ها ۴ تا بیشتر می‌شود یعنی با همان ۱۲۰۰۰ تومان می‌توانست $(n+4)$ اسباب‌بازی بخرد. پس $(n+4)(X-100) = 12000$. بنابراین اگر این تساوی را ساده کنیم، داریم:

$$nX - 100n + 4X - 400 = 12000 \Rightarrow \cancel{12000} - 100n + 4X - 400 = \cancel{12000} \xrightarrow{\div 4} -25n + X = 100$$

$$\xrightarrow{*} X = \frac{12000}{n} \xrightarrow{\text{در } -25n + X = 100 \text{ جایگزین}} -25n + \frac{12000}{n} = 100 \xrightarrow{\div 25} -n + \frac{480}{n} = 4 \xrightarrow{\times n} -n^2 + 480 = 4n$$

$$\Rightarrow n^2 + 4n - 480 = 0 \Rightarrow (n+24)(n-20) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = -24 & \times \text{ (تعداد منفی نداریم!)} \\ n = 20 & * \end{cases} \Rightarrow 20 \cdot X = 12000 \Rightarrow X = 600 \checkmark$$

۴۴۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر $x = y\sqrt{3}$ داریم:

$$(y\sqrt{3})^3 + 2(y\sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 0 \Rightarrow 3\sqrt{3}y^3 + 2\sqrt{3}y - 5\sqrt{3} = 0$$

$$\xrightarrow{\div \sqrt{3}} 3y^3 + 2y - 5 = 0 \Rightarrow (3y^3 - 3) + (2y - 2) = 0 \Rightarrow 3(y^3 - 1) + 2(y - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 3(y-1)(y^2 + y + 1) + 2(y-1) = 0 \Rightarrow (y-1)(3y^2 + 3y + 3 + 2) = 0$$

$$\Rightarrow (y-1)(3y^2 + 3y + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3y^2 + 3y + 5 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ فاقد ریشه} \\ y-1 = 0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x = \sqrt{3} \checkmark \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۴۹

راه اول:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots &= \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} \right) + \left(\frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^3} \right) \\ &+ \left(\frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^4} \right) + \dots \\ &= \underbrace{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots \right)}_{a = \frac{1}{3}, q = \frac{1}{3}} + \underbrace{\left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots \right)}_{a' = \frac{1}{3^2}, q' = \frac{1}{3}} + \underbrace{\left(\frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots \right)}_{a'' = \frac{1}{3^3}, q'' = \frac{1}{3}} + \dots \\ &= \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} + \frac{\frac{1}{3^2}}{1 - \frac{1}{3}} + \frac{\frac{1}{3^3}}{1 - \frac{1}{3}} + \dots = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots \right) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $f(f(\cdot))$ را به دست می آوریم و مساوی ۴ قرار می دهیم. برای به دست آوردن $f(\cdot)$ از ضابطه $f(x) = x - a$ استفاده می کنیم. ۴۵۰

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 1 \\ x - a & ; x < 1 \end{cases} \xrightarrow{0 < 1} f(\cdot) = -a$$

برای به دست آوردن $f(-a)$ از ضابطه استفاده می کنیم:

$$f(f(\cdot)) = f(-a) = \begin{cases} 2(-a) + 1 & ; -a \geq 1 \\ -a - a & ; -a < 1 \end{cases} = \begin{cases} -2a + 1 & ; a \leq -1 \\ -2a & ; a > -1 \end{cases}$$

$$f(f(\cdot)) = 4 \Rightarrow \begin{cases} -2a + 1 = 4 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \text{ (قابل قبول است زیرا } a \leq -1) \\ -2a = 4 \Rightarrow a = -2 \text{ (غیر قابل قبول است زیرا } a > -1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مقادیر ممکن برای } a = -\frac{3}{2}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. حد به صورت $\left(\frac{\cdot}{\cdot}\right)$ است: با توجه به $\sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} \frac{\sqrt{\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} \frac{\left|\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right|}{\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)}$$

$$\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = \sqrt{2} \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^- : \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = \sqrt{2} \sin \pi > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-} \frac{\sqrt{\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)} = \sqrt{2}$$

بنابراین:

$$\frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} = \frac{(x^2 + 1) + 2}{x^2 + 1} = 1 + \frac{2}{x^2 + 1}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{x^2 + 1} = A \Rightarrow (1 + 2A)^2 + 6A - 7 = 0 \Rightarrow 4A^2 + 4A + 1 + 6A - 7 = 0$$

$$\Rightarrow 4A^2 + 10A - 6 = 0 \xrightarrow{\div 2} 2A^2 + 5A - 3 = 0$$

$$\Delta = 25 + 24 = 49 \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{1}{2} \\ A = \frac{-5 - 7}{4} = -3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + 1 = 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

تساوی $\frac{1}{x^2 + 1} = -3$ غیرممکن است، لذا معادله فقط دو ریشه دارد که مجموع آنها برابر صفر است.

۴۵۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ضابطه‌ی تابع وارون $y = x^2 - 2x$ وقتی که $x < 1$ را به دست می‌آوریم:

$$y = x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1 \Rightarrow (x - 1)^2 = y + 1 \Rightarrow x - 1 = \pm \sqrt{y + 1}$$

لذا $x < 1$ است، لذا $x - 1 < 0$ و در نتیجه:

$$x - 1 = -\sqrt{y + 1} \Rightarrow x = 1 - \sqrt{y + 1} \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x + 1}$$

محل تلاقی نمودار f^{-1} و خط $y = 1 + \sqrt{2x}$ از حل معادله‌ی $1 + \sqrt{2x} = 1 - \sqrt{x + 1}$ به دست می‌آید:

$$1 + \sqrt{2x} = 1 - \sqrt{x + 1} \Rightarrow \sqrt{2x} = -\sqrt{x + 1} \xrightarrow{\text{به توان } 2} 2x^2 = x + 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$x = -\frac{1}{2}$ قابل قبول است، به علاوه بنابر فرض $x < 1$ می‌باشد، لذا $x = 1$ غیر قابل قبول است.

۴۵۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. پاسخ حد عدد ۲ شده است، چون $x = 1$ ریشه‌ی مخرج است باید ریشه‌ی صورت هم باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 2ax + b}{3x^2 - 3} = 2$$

$$x \rightarrow 1$$

در این حالت حد $\frac{0}{0}$ می‌شود و با هوییتال داریم:

مجدداً $x = 1$ چون ریشه‌ی مخرج است باید ریشه‌ی صورت هم باشد. $3 + 2a + b = 0$ (۲) دوباره هوییتال می‌گیریم.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x + 2a}{6x} = \frac{6 + 2a}{6} = 2 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{(2)} b = -9 \xrightarrow{(1)} c = 5 \Rightarrow a + 2b - c = 3 - 18 - 5 = -20$$

$$x \rightarrow 1$$

۴۵۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با شرط $x \geq -1$ ، طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$2x - 1 + \sqrt{5x^2 + 4} = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow \sqrt{5x^2 + 4} = x^2 + 2$$

$$5x^2 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 \Rightarrow x^4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = -1, 0, 1$$

همه‌ی جواب‌ها قابل قبول‌اند، پس مجموع ریشه‌های معادله برابر صفر است.

۴۵۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1 = 2(1 - 2 \sin^2 x) - 1 = 2(1 - 4 \sin^2 x + 4 \sin^4 x) - 1$$

$$= 8 \sin^4 x - 8 \sin^2 x + 1 \Rightarrow a + b + c = 8 + (-8) + 1 = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۵۷

$$(f+g) = \{(3, 1+2)\} = \{(3, 5)\} \Rightarrow R_{f+g} = \{5\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۵۸

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{(x^2 - x - 2)(x + \sqrt{2x})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+1) \times 4} = \frac{2}{3 \times 4} = \frac{1}{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۵۹

$$\begin{cases} x^2 - 5x^2 - 2x + 24 = 0 \\ x^2 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow 3x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = -2, 3$$

$x = 1$ جواب معادله دوم است که در اول صدق نمی‌کند پس دو جواب مشترک دارند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۶۰

$$x(\Delta x + 3) = 2 \Rightarrow \Delta x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{3}{5} \\ \alpha\beta = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{\left(-\frac{3}{5}\right) - 2\left(-\frac{2}{5}\right)}{\frac{2}{25}} = \frac{29}{2}$$

$$P = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 29x + 25 = 0 \Rightarrow k = 29$$

راه حل خاص:

$$\Delta x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = -1 \Rightarrow 4(1) - k(1) + 25 = 0 \Rightarrow k = 29 \\ \beta = \frac{2}{5} \end{cases}$$

۴۶۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $x^2 + x < 0$ باشد، نتیجه می‌گیریم که $-1 < x < 0$ است. حال برای تعیین حاصل

$$[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$$

داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \\ \begin{array}{l} \text{به توان ۲ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \end{array} \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0 \\ \begin{array}{l} \text{به توان ۳ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \end{array} \Rightarrow -1 < x^3 < 0 \Rightarrow [x^3] = -1 \\ \begin{array}{l} \text{به توان ۴ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \end{array} \Rightarrow 0 < x^4 < 1 \Rightarrow [x^4] = 0 \end{array} \right. \Rightarrow [x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] = (-1) + 0 + (-1) + 0 = -2$$

۴۶۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای تعیین فاصله‌ی دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ ، کافی

است از فرمول $D = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ استفاده کنیم. داریم:

$$\begin{cases} y = x\sqrt{3} + 2 \Rightarrow \sqrt{3}y - 3x - 2\sqrt{3} = 0 \\ \sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = \frac{|6 - (-2\sqrt{3})|}{\sqrt{(-3)^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{3}(3 + \sqrt{3})}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$$

۴۶۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در معادله درجه دوم $2x^2 - mx + m - 1 = 0$ مجموع مربعات دو ریشه حقیقی برابر ۴ است از مجموع و حاصلضرب ریشه‌ها استفاده می‌کنیم.

$$x' + x'' = \frac{-b}{a} = \frac{m}{2}$$

با جایگزینی مفروضات پرسش خواهیم داشت.

$$x'x'' = \frac{c}{a} = \frac{m-1}{2}$$

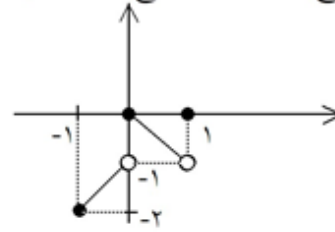
$$4 = \left(\frac{m}{2}\right)^2 - \frac{2(m-1)}{2}$$

$$\frac{m^2}{4} - m - 3 = 0 \Rightarrow m^2 - 4m - 12 = 0$$

در نتیجه $m = 6$ و $m = -2$ به ازای $m = 6$ معادله درجه دوم $2x^2 - 6x + 5 = 0$ جواب حقیقی ندارد پس $m = -2$ مورد قبول است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع را به صورت چند ضابطه‌ای بیان می‌کنیم. ۴۶۴

$$f(x) = [x] - |x| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -1 + x & -1 < x < 0 \\ -x & 0 \leq x < 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$$



با توجه به شکل نمودار تابع پیدا است که بیشترین مقدار آن صفر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مختصات نقطه C وسط AB را پیدا می‌کنیم. ۴۶۵

فاصله $O(0, 0)$ از نقطه C برابر $\sqrt{5}$ است. $C\left(\frac{(2m+0)}{2}, \frac{(m+m-2)}{2}\right) \rightarrow C(m, m-1)$

$$2m^2 - 2m - 4 = 0 \text{ دوم } \sqrt{m^2 + (m-1)^2} = \sqrt{5} \rightarrow m^2 + m^2 - 2m + 1 = 5$$

یا $m^2 - m - 2 = 0$ مقادیر m به دست می‌آیند. $m = 2, -1$. $(m-2)(m+1) = 0 \rightarrow m = 2, -1$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۶۶

$$\text{Log} \frac{(1 + \sqrt{2})^6}{(1 + \sqrt{2})} = 6$$

$$\text{تذکر: } 3 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۶۷

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{x-3}{\text{Cotg} \frac{\pi}{2}x} - \frac{x-3}{\text{tg} \frac{\pi}{3}x} \right)$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{1}{-\frac{\pi}{2} \left(1 + \text{Cotg}^2 \left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)} - \frac{1}{\frac{\pi}{3} \left(1 + \text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{3}x\right)\right)} \right) = -\frac{2}{\pi} - \frac{3}{\pi} = -\frac{5}{\pi}$$

۴۶۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این که تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x^3 + x} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ همواره پیوسته باشد،

تنها کافی است شرایط پیوستگی این تابع را در نقطه‌ی $x = 0$ برقرار کنیم. برای این منظور حد تابع را با مقدار آن در $x = 0$ برابر قرار می‌دهیم. داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^3 + x} & (\text{هم ارزی}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x} = 2 \\ f(0) = a \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Rightarrow a = 2$$

دقت کنیم تابع f در بقیه‌ی نقاط قطعاً پیوسته می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $f(x) = -x^2 - x$

$$\begin{aligned} f(x-1) &= -(x-1)^2 - (x-1) = -(x^2 - 2x + 1) - x + 1 = -x^2 + 2x - 1 - x + 1 = -x^2 + x \\ \Rightarrow f(x-1) - f(x) &= -x^2 + x - (-x^2 - x) = -x^2 + x + x^2 + x = 2x \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون کمان داخل \sin به سمت صفر میل می‌کند، لذا خواهیم داشت:

$$\sin(\cos^2 x) \approx \cos^2 x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{(1 + \sin x)(1 - \sin x + \sin^2 x)} = \frac{2}{3}$$

راه حل دوم: بدون استفاده از هم‌ارزی:

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cos^2 x)}{1 + \sin^3 x} \times \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cos^2 x)}{\cos^2 x} \times \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} 1 \times \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^3 x} = \dots$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۷۱

$$\log_r x^3 = A \Rightarrow 3 \log_r x = A \Rightarrow \log_r x = \frac{A}{3}$$

$$\log_{\frac{1}{r}} \sqrt{x} = \log_{r^{-1}} x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{-1} \log_r x \xrightarrow{\log_r x = \frac{A}{3}} = -\frac{1}{2} \left(\frac{A}{3} \right) = -\frac{A}{6}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۷۲)

$$\text{Log} \sqrt{2x+5} = \text{Log} 9^{\frac{1}{2}} + \text{Log}(x-1) \Rightarrow \text{Log} \sqrt{2x+5} = \text{Log} 3(x-1)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x+5} = 3x-3 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} (\sqrt{2x+5})^2 = (3x-3)^2$$

$$\Rightarrow 2x+5 = 9x^2 - 18x + 9 \Rightarrow 9x^2 - 18x + 9 - 2x - 5 = 0 \Rightarrow 9x^2 - 20x + 4 = 0$$

$$\Delta = (-20)^2 - 4(9)(4) = 400 - 144 = 256$$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-20) \pm \sqrt{256}}{2(9)} = \frac{20 \pm 16}{18} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{36}{18} = 2 \\ x_2 = \frac{4}{18} = \frac{2}{9} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=2} \sqrt{2(2)+5} = 3(2)-3 \Rightarrow \sqrt{9} = 6-3 \Rightarrow 3=3$$

جایگزین

تساوی صحیح است، پس جواب $x=2$ قابل قبول است.

$$\xrightarrow{x=\frac{2}{9}} \sqrt{2\left(\frac{2}{9}\right)+5} = 3\left(\frac{2}{9}\right)+3 \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{9}+5} = \frac{2}{3}+3 = \sqrt{\frac{49}{9}}$$

جایگزین

تساوی نادرست است، پس جواب $x=\frac{2}{9}$ قابل قبول نیست. $\frac{7}{3} = \frac{11}{3}$

$$\text{Log}_4 2x = \text{Log}_4 (2 \times 2) = \text{Log}_4 4 = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۴۷۳)

$$f(x) = \sqrt{-x+2|x|} \Rightarrow f(-12) = \sqrt{-(-12)+2|-12|} = \sqrt{12+24} = \sqrt{36} = 6$$

$$g(x) = 2x - 4x^2 \Rightarrow g\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right) - 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -1 - 1 = -2 \Rightarrow \frac{f(-12)+2}{g\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{6+2}{-2} = \frac{8}{-2} = -4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۷۴)

$$(f \circ g)^{-1}(x) = f(x) \Rightarrow g^{-1} \circ f^{-1}(x)$$

$$f^{-1} \circ g^{-1}(x) = (g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1}(x))^{-1} = f(x)$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(g^{-1}(f^{-1}(x))) = f^{-1}(x)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۷۵)

$$\sqrt{2x+1} = 1 + \sqrt{x} \Rightarrow 2x+1 = 1+x+2\sqrt{x} \Rightarrow x = 2\sqrt{x} \Rightarrow x^2 = 4x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \text{ هر دو جواب قابل قبول می باشد.}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به هم‌ارزی‌ها: (۴۷۶)

$$\text{tg}(U) \underset{U \rightarrow 0}{\approx} U + \frac{U^3}{3}$$

$$\text{Cos } U \underset{U \rightarrow 0}{\approx} 1 - \frac{U^2}{2}$$

$$\text{حد مورد نظر} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x) + \frac{(2x)^3}{3} - (2x) - \frac{(2x)^3}{3} - x - \frac{x^3}{3}}{x - x \left(1 - \frac{x^2}{2}\right)} = \frac{\frac{6x^3}{3}}{\frac{1}{2}x^3} = 12 \quad \text{داریم:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $a \notin \mathbb{Z}$ داریم: (۴۷۷)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 - [a]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -[a] \Rightarrow \text{غ ق ق ۱} = \text{حد چپ} - \text{حد راست}$$

$$x \rightarrow 1^-$$

پس $a \in \mathbb{Z}$ و واضح است که $a \neq 0$. پس دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$a > 0 \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 - [a^+] = 1 - a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0 - [a^-] = 0 - (a - 1) = 1 - a \end{cases}$$

f در $x = 1$ حد دارد.

$$a < 0 \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 - [a^-] = 1 - (a - 1) = 2 - a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0 - [a^+] = -a \end{cases} \Rightarrow \text{حد چپ} - \text{حد راست} = 2$$

پس $a \in \mathbb{Z}$ و $a < 0$ باید باشد.

$$\begin{cases} m_{AC} = \frac{3}{2} \\ m_{BC} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رأس داده شده مربوط به مثلث قائم الزاویه است زیرا:

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} AC \cdot BC \quad \frac{AC = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}}{BC = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}} \rightarrow S = \frac{\sqrt{13} \times \sqrt{13}}{2} = 6/5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. محل برخورد a با محور y ها در نقطه‌ای به عرض ۳ است. اما در سمت چپ نمودار، با رفتن x به سمت $-\infty$ مقدار این تابع به صفر نزدیک می‌شود. پس $y = 3 \times 2^x$ مناسب است. در مورد c هم با توجه به محل برخورد با محور y ها و مقادیر تابع در سمت $-\infty$ ، $y = 2^{x-1}$ یا $y = \frac{1}{2} \times 2^x$ مناسب است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. خط موازی $y = \sqrt{3}x - 1$ ، که از مبدأ هم بگذرد، شیب $\sqrt{3}$ دارد و معادله‌اش $y = \sqrt{3}x$ است. فاصله‌ی این دو خط برابر است با:

$$\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 - 0|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2}} = \frac{1}{2}$$

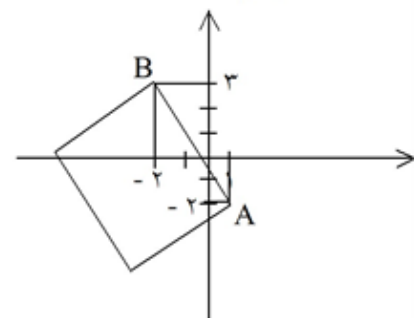
در واقع فاصله‌ی خواسته همان فاصله‌ی مبدأ از خط مذکور است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقاط $A \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} -2 \\ 3 \end{vmatrix}$ دو رأس مجاور مربع‌اند. بنابراین پاره خط AB ضلع مربع است. در نتیجه

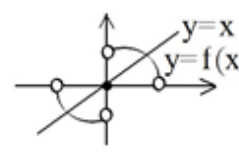
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (3 - (-2))^2}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$$

$$\text{مساحت مربع} = AB^2 = (\sqrt{34})^2 = 34$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۸۲)

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & 0 < x < 1 \\ 0 & x = 0 \\ -\sqrt{1-x^2} & -1 < x < 0 \end{cases} \Rightarrow$$


$\Rightarrow f^{-1}(x) = f(x)$ نسبت به $y = x$ متقارن است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۸۳)

$$0 > (x^2) \Rightarrow a - 3 < 0 \Rightarrow a < 3 \quad (1)$$

اگر دو ریشه داشته باشد باید هر دو منفی باشد که داریم:

$$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 + 4a - 12 > 0 \Rightarrow (a-2)(a+6) > 0 \Rightarrow a > 2 \text{ و } a < -6 \quad (2)$$

$$p = \alpha\beta > 0 \Rightarrow p = \frac{c}{a} = \frac{-1}{a-3} > 0; S = \alpha + \beta < 0 \Rightarrow s = -\frac{b}{a} = \frac{-a}{a-3} < 0 \Rightarrow -a > 0 \Rightarrow a < 0 \quad (3)$$

که اشتراک (۱) و (۲) و (۳) برابر $a < -6$ می شود.

حال فرض می کنیم فاقد ریشه یا ریشه ی مضاعف باشد، داریم:

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow a^2 + 4a - 12 \leq 0 \Rightarrow (a-2)(a+6) \leq 0 \Rightarrow -6 \leq a \leq 2 \quad (4)$$

که اشتراک (۱) و (۴) برابر $-6 \leq a \leq 2$ است و اجتماع دو بازه ی (*) و (**) برابر $a \leq 2$ می باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۸۴)

$$f = \{(1, 2), (0, 3), (-1, 4), (2, 4), (4, 1)\}$$

$$f(1) = 2, f(-1) = 4, f(4) = 1$$

$$\frac{3f(1) - 2f(-1)}{(f(4))^2} = \frac{3 \times 2 - 2 \times 4}{(1)^2} = \frac{6 - 8}{1} = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۴۸۵)

$$a + aq + aq^2 = vaq \Rightarrow q^2 - 6q + 1 = 0 \Rightarrow q = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

چون دنباله هندسی نزولی است پس $q = 3 - 2\sqrt{2}$ مورد قبول است حد مجموع جملات چنین است:

$$s = \frac{a}{1-q} \Rightarrow s = \frac{a}{1-3+2\sqrt{2}} \Rightarrow a = \frac{1}{2\sqrt{2}-2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2(\sqrt{2}-1)} = \frac{1}{2}(\sqrt{2}+1)$$

کسر حاصل بالا را گویا می کنیم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ داریم: (۴۸۶)

$$\begin{aligned}\cos 4x &= 2\cos^2 2x - 1 = 2(2\cos^2 x - 1)^2 - 1 = 2(4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1) - 1 \\ &= 8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1 \Rightarrow a = 8, b = -8, c = 1 \Rightarrow a + b + c = 1\end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $g(x) = t$ فرض شود از رابطه $t = \frac{x-1}{x}$ مقدار x بر حسب t محاسبه می‌شود: (۴۸۷)

$$f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad \text{در نتیجه } tx = x-1 \rightarrow x = \frac{1}{1-t}$$

$$f(t) = \sqrt{\frac{2}{1-t} - 1} = \sqrt{\frac{t+1}{1-t}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر تعریف لگاریتم داریم: (۴۸۸)

$$x^2 - \frac{8}{5}x = 3^{-2} \Rightarrow x^2 - \frac{8}{5}x - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}, -\frac{1}{15} \Rightarrow x = \frac{5}{3} \Rightarrow 3(x+1) = 3x + 3 = 5 + 3 = 8$$

در نتیجه $\log \sqrt[6]{2} = 6$ به ازای $x = -\frac{1}{15}$ جواب دیگری به دست می‌آید که با توجه به صورت سؤال نیازی به یافتن آن نداریم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۸۹)

عبارت مورد نظر یک دنباله هندسی با جمله اول a و قدر نسبت $\frac{-b}{a}$ است و تعداد جملات ۸ جمله است. پس:

$$\text{مجموع} = \frac{a^8 \left(\left(\frac{-b}{a} \right)^8 - 1 \right)}{\frac{-b}{a} - 1} = \frac{a^8 - b^8}{a + b}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۴۹۰)

$$\log_9 \sqrt[3]{3} = \log_{3^2} \left(3^{\frac{1}{3}} \right) = \log_{3^2} 3^{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{2} \log_3 3 = \frac{1}{6}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1 \neq f(1)$ با توجه به تعریف تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{-x(x^2-1)}{x^2-1} & x \neq \pm 1 \\ 1 & x = \pm 1 \end{cases}$ (۴۹۱)

و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1 = f(-1)$ پس تابع در ۱ ناپیوسته، در -۱ پیوسته است. مجموعه طول نقاط ناپیوسته $\{1\}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع با ضابطه $f(x) = [x] - x$ یک به یک نیست و لذا معکوس ندارد در نتیجه ترکیب دو تابع f و g یک به یک نیست و در نتیجه معکوس ندارد پس معکوس ناپذیر است. (۴۹۲)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم $A(a, 0)$, $B(0, b)$ باشد، پس وسط AB به مختصات $M\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ است یعنی: $\frac{a}{2} = -3$, $\frac{b}{2} = 2$ پس $A(-6, 0)$, $B(0, 4)$ پس معادله‌ی خط به صورت: (۴۹۳)

$$\frac{x}{-6} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow -2x + 3y = 12 \Rightarrow 2x - 3y = -12$$

$$a + 3 = 1 \Rightarrow a = -2 \quad b - 3 = 5 \Rightarrow b = 8$$

$$f = \{(1, 1)(-2, 5)\}$$

$$R_f = \{1, 5\} \text{ دو عضو دارد.}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۹۴)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۹۵)

$$a_{20}^2 - a_{10}^2 = 350 \Rightarrow (a_{20} - a_{10})(a_{20} + a_{10}) = 350 \rightarrow \begin{cases} a_m - a_n = (m - n)d \\ a_m + a_n = 2a_{\frac{m+n}{2}} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{20} - a_{10} = 10d \\ a_{20} + a_{10} = 2a_{15} \end{array} \right\} \Rightarrow 10d \times 2a_{15} = 350 \rightarrow 2 \times 28 \times d = 350 \rightarrow d = \frac{5}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۹۶)

$$\frac{C}{a} < 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 4}{2\sqrt{2+1}} < 1 \Rightarrow m^2 - 4 < 2\sqrt{3} \Rightarrow -2 < m < 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۴۹۷)

$$\frac{1 - \operatorname{tg} 18^\circ}{1 + \operatorname{tg} 18^\circ} = \operatorname{tg}(45^\circ - 18^\circ) = \operatorname{tg} 27^\circ = \frac{3 \operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg}^3 9^\circ}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 9^\circ} = \frac{3a - a^3}{1 - 3a^2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۴۹۸)

$$A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{-1}{2}} = -\sqrt{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۹۹

$$\begin{aligned} \text{اگر } x=2 \Rightarrow & \begin{cases} f\left(\frac{1}{2}\right) - 2f(2) = \frac{9}{2} \\ f(2) - 2f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2f\left(\frac{1}{2}\right) - 4f(2) = 9 \\ f(2) - 2f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow -3f(2) = \frac{45}{4} \Rightarrow f(2) = -\frac{15}{4} \\ \text{اگر } x=\frac{1}{2} \Rightarrow & \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۰۰

$$g(x) = 2x - 1, (f \circ g)(x) = \frac{x}{x-3} \Rightarrow f(g(x)) = \frac{x}{x-3}$$

$$g(x) = 3 \Rightarrow 2x - 1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

$$f(g(x)) = \frac{x}{x-3} \xrightarrow{g(x)=3 \quad x=2} f(3) = \frac{2}{2-3} = -2$$

www.akoedu.ir

۱	۱	۲	۳	۴	۳۳	۱	۲	۳	۴	۶۵	۱	۲	۳	۴	۹۷	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴	۳۴	۱	۲	۳	۴	۶۶	۱	۲	۳	۴	۹۸	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴	۳۵	۱	۲	۳	۴	۶۷	۱	۲	۳	۴	۹۹	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴	۳۶	۱	۲	۳	۴	۶۸	۱	۲	۳	۴	۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴	۳۷	۱	۲	۳	۴	۶۹	۱	۲	۳	۴	۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴	۳۸	۱	۲	۳	۴	۷۰	۱	۲	۳	۴	۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴	۳۹	۱	۲	۳	۴	۷۱	۱	۲	۳	۴	۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴	۴۰	۱	۲	۳	۴	۷۲	۱	۲	۳	۴	۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴	۴۱	۱	۲	۳	۴	۷۳	۱	۲	۳	۴	۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴	۴۲	۱	۲	۳	۴	۷۴	۱	۲	۳	۴	۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴	۴۳	۱	۲	۳	۴	۷۵	۱	۲	۳	۴	۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴	۴۴	۱	۲	۳	۴	۷۶	۱	۲	۳	۴	۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴	۴۵	۱	۲	۳	۴	۷۷	۱	۲	۳	۴	۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴	۴۶	۱	۲	۳	۴	۷۸	۱	۲	۳	۴	۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴	۴۷	۱	۲	۳	۴	۷۹	۱	۲	۳	۴	۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴	۴۸	۱	۲	۳	۴	۸۰	۱	۲	۳	۴	۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴	۴۹	۱	۲	۳	۴	۸۱	۱	۲	۳	۴	۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴	۵۰	۱	۲	۳	۴	۸۲	۱	۲	۳	۴	۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴	۵۱	۱	۲	۳	۴	۸۳	۱	۲	۳	۴	۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴	۵۲	۱	۲	۳	۴	۸۴	۱	۲	۳	۴	۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴	۵۳	۱	۲	۳	۴	۸۵	۱	۲	۳	۴	۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴	۵۴	۱	۲	۳	۴	۸۶	۱	۲	۳	۴	۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴	۵۵	۱	۲	۳	۴	۸۷	۱	۲	۳	۴	۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴	۵۶	۱	۲	۳	۴	۸۸	۱	۲	۳	۴	۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴	۵۷	۱	۲	۳	۴	۸۹	۱	۲	۳	۴	۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴	۵۸	۱	۲	۳	۴	۹۰	۱	۲	۳	۴	۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴	۵۹	۱	۲	۳	۴	۹۱	۱	۲	۳	۴	۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴	۶۰	۱	۲	۳	۴	۹۲	۱	۲	۳	۴	۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴	۶۱	۱	۲	۳	۴	۹۳	۱	۲	۳	۴	۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴	۶۲	۱	۲	۳	۴	۹۴	۱	۲	۳	۴	۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴	۶۳	۱	۲	۳	۴	۹۵	۱	۲	۳	۴	۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴	۶۴	۱	۲	۳	۴	۹۶	۱	۲	۳	۴	۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴	۱۶۱	۱	۲	۳	۴	۱۹۳	۱	۲	۳	۴	۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴	۱۶۲	۱	۲	۳	۴	۱۹۴	۱	۲	۳	۴	۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴	۱۶۳	۱	۲	۳	۴	۱۹۵	۱	۲	۳	۴	۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴	۱۶۴	۱	۲	۳	۴	۱۹۶	۱	۲	۳	۴	۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴	۱۶۵	۱	۲	۳	۴	۱۹۷	۱	۲	۳	۴	۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴	۱۶۶	۱	۲	۳	۴	۱۹۸	۱	۲	۳	۴	۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴	۱۶۷	۱	۲	۳	۴	۱۹۹	۱	۲	۳	۴	۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴	۱۶۸	۱	۲	۳	۴	۲۰۰	۱	۲	۳	۴	۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴	۱۶۹	۱	۲	۳	۴	۲۰۱	۱	۲	۳	۴	۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴	۱۷۰	۱	۲	۳	۴	۲۰۲	۱	۲	۳	۴	۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴	۱۷۱	۱	۲	۳	۴	۲۰۳	۱	۲	۳	۴	۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴	۱۷۲	۱	۲	۳	۴	۲۰۴	۱	۲	۳	۴	۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴	۱۷۳	۱	۲	۳	۴	۲۰۵	۱	۲	۳	۴	۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴	۱۷۴	۱	۲	۳	۴	۲۰۶	۱	۲	۳	۴	۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴	۱۷۵	۱	۲	۳	۴	۲۰۷	۱	۲	۳	۴	۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴	۱۷۶	۱	۲	۳	۴	۲۰۸	۱	۲	۳	۴	۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴	۱۷۷	۱	۲	۳	۴	۲۰۹	۱	۲	۳	۴	۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴	۱۷۸	۱	۲	۳	۴	۲۱۰	۱	۲	۳	۴	۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴	۱۷۹	۱	۲	۳	۴	۲۱۱	۱	۲	۳	۴	۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴	۱۸۰	۱	۲	۳	۴	۲۱۲	۱	۲	۳	۴	۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴	۱۸۱	۱	۲	۳	۴	۲۱۳	۱	۲	۳	۴	۲۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴	۱۸۲	۱	۲	۳	۴	۲۱۴	۱	۲	۳	۴	۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴	۱۸۳	۱	۲	۳	۴	۲۱۵	۱	۲	۳	۴	۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴	۱۸۴	۱	۲	۳	۴	۲۱۶	۱	۲	۳	۴	۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴	۱۸۵	۱	۲	۳	۴	۲۱۷	۱	۲	۳	۴	۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴	۱۸۶	۱	۲	۳	۴	۲۱۸	۱	۲	۳	۴	۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴	۱۸۷	۱	۲	۳	۴	۲۱۹	۱	۲	۳	۴	۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴	۱۸۸	۱	۲	۳	۴	۲۲۰	۱	۲	۳	۴	۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴	۱۸۹	۱	۲	۳	۴	۲۲۱	۱	۲	۳	۴	۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴	۱۹۰	۱	۲	۳	۴	۲۲۲	۱	۲	۳	۴	۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴	۱۹۱	۱	۲	۳	۴	۲۲۳	۱	۲	۳	۴	۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴	۱۹۲	۱	۲	۳	۴	۲۲۴	۱	۲	۳	۴	۲۵۶	۱	۲	۳	۴

۲۵۷	۱	۲	۳	۴	۲۸۹	۱	۲	۳	۴	۳۲۱	۱	۲	۳	۴	۳۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴	۲۹۰	۱	۲	۳	۴	۳۲۲	۱	۲	۳	۴	۳۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴	۲۹۱	۱	۲	۳	۴	۳۲۳	۱	۲	۳	۴	۳۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴	۲۹۲	۱	۲	۳	۴	۳۲۴	۱	۲	۳	۴	۳۵۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴	۲۹۳	۱	۲	۳	۴	۳۲۵	۱	۲	۳	۴	۳۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴	۲۹۴	۱	۲	۳	۴	۳۲۶	۱	۲	۳	۴	۳۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴	۲۹۵	۱	۲	۳	۴	۳۲۷	۱	۲	۳	۴	۳۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴	۲۹۶	۱	۲	۳	۴	۳۲۸	۱	۲	۳	۴	۳۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴	۲۹۷	۱	۲	۳	۴	۳۲۹	۱	۲	۳	۴	۳۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴	۲۹۸	۱	۲	۳	۴	۳۳۰	۱	۲	۳	۴	۳۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴	۲۹۹	۱	۲	۳	۴	۳۳۱	۱	۲	۳	۴	۳۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴	۳۰۰	۱	۲	۳	۴	۳۳۲	۱	۲	۳	۴	۳۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴	۳۰۱	۱	۲	۳	۴	۳۳۳	۱	۲	۳	۴	۳۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴	۳۰۲	۱	۲	۳	۴	۳۳۴	۱	۲	۳	۴	۳۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴	۳۰۳	۱	۲	۳	۴	۳۳۵	۱	۲	۳	۴	۳۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴	۳۰۴	۱	۲	۳	۴	۳۳۶	۱	۲	۳	۴	۳۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴	۳۰۵	۱	۲	۳	۴	۳۳۷	۱	۲	۳	۴	۳۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴	۳۰۶	۱	۲	۳	۴	۳۳۸	۱	۲	۳	۴	۳۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴	۳۰۷	۱	۲	۳	۴	۳۳۹	۱	۲	۳	۴	۳۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴	۳۰۸	۱	۲	۳	۴	۳۴۰	۱	۲	۳	۴	۳۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴	۳۰۹	۱	۲	۳	۴	۳۴۱	۱	۲	۳	۴	۳۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴	۳۱۰	۱	۲	۳	۴	۳۴۲	۱	۲	۳	۴	۳۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴	۳۱۱	۱	۲	۳	۴	۳۴۳	۱	۲	۳	۴	۳۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴	۳۱۲	۱	۲	۳	۴	۳۴۴	۱	۲	۳	۴	۳۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۸۱	۱	۲	۳	۴	۳۱۳	۱	۲	۳	۴	۳۴۵	۱	۲	۳	۴	۳۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۸۲	۱	۲	۳	۴	۳۱۴	۱	۲	۳	۴	۳۴۶	۱	۲	۳	۴	۳۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۸۳	۱	۲	۳	۴	۳۱۵	۱	۲	۳	۴	۳۴۷	۱	۲	۳	۴	۳۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۴	۱	۲	۳	۴	۳۱۶	۱	۲	۳	۴	۳۴۸	۱	۲	۳	۴	۳۸۰	۱	۲	۳	۴
۲۸۵	۱	۲	۳	۴	۳۱۷	۱	۲	۳	۴	۳۴۹	۱	۲	۳	۴	۳۸۱	۱	۲	۳	۴
۲۸۶	۱	۲	۳	۴	۳۱۸	۱	۲	۳	۴	۳۵۰	۱	۲	۳	۴	۳۸۲	۱	۲	۳	۴
۲۸۷	۱	۲	۳	۴	۳۱۹	۱	۲	۳	۴	۳۵۱	۱	۲	۳	۴	۳۸۳	۱	۲	۳	۴
۲۸۸	۱	۲	۳	۴	۳۲۰	۱	۲	۳	۴	۳۵۲	۱	۲	۳	۴	۳۸۴	۱	۲	۳	۴

۳۸۵	۱	۲	۳	۴
۳۸۶	۱	۲	۳	۴
۳۸۷	۱	۲	۳	۴
۳۸۸	۱	۲	۳	۴
۳۸۹	۱	۲	۳	۴
۳۹۰	۱	۲	۳	۴
۳۹۱	۱	۲	۳	۴
۳۹۲	۱	۲	۳	۴
۳۹۳	۱	۲	۳	۴
۳۹۴	۱	۲	۳	۴
۳۹۵	۱	۲	۳	۴
۳۹۶	۱	۲	۳	۴
۳۹۷	۱	۲	۳	۴
۳۹۸	۱	۲	۳	۴
۳۹۹	۱	۲	۳	۴
۴۰۰	۱	۲	۳	۴
۴۰۱	۱	۲	۳	۴
۴۰۲	۱	۲	۳	۴
۴۰۳	۱	۲	۳	۴
۴۰۴	۱	۲	۳	۴
۴۰۵	۱	۲	۳	۴
۴۰۶	۱	۲	۳	۴
۴۰۷	۱	۲	۳	۴
۴۰۸	۱	۲	۳	۴
۴۰۹	۱	۲	۳	۴
۴۱۰	۱	۲	۳	۴
۴۱۱	۱	۲	۳	۴
۴۱۲	۱	۲	۳	۴
۴۱۳	۱	۲	۳	۴
۴۱۴	۱	۲	۳	۴
۴۱۵	۱	۲	۳	۴
۴۱۶	۱	۲	۳	۴

۴۱۷	۱	۲	۳	۴
۴۱۸	۱	۲	۳	۴
۴۱۹	۱	۲	۳	۴
۴۲۰	۱	۲	۳	۴
۴۲۱	۱	۲	۳	۴
۴۲۲	۱	۲	۳	۴
۴۲۳	۱	۲	۳	۴
۴۲۴	۱	۲	۳	۴
۴۲۵	۱	۲	۳	۴
۴۲۶	۱	۲	۳	۴
۴۲۷	۱	۲	۳	۴
۴۲۸	۱	۲	۳	۴
۴۲۹	۱	۲	۳	۴
۴۳۰	۱	۲	۳	۴
۴۳۱	۱	۲	۳	۴
۴۳۲	۱	۲	۳	۴
۴۳۳	۱	۲	۳	۴
۴۳۴	۱	۲	۳	۴
۴۳۵	۱	۲	۳	۴
۴۳۶	۱	۲	۳	۴
۴۳۷	۱	۲	۳	۴
۴۳۸	۱	۲	۳	۴
۴۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۴۸	۱	۲	۳	۴

۴۴۹	۱	۲	۳	۴
۴۵۰	۱	۲	۳	۴
۴۵۱	۱	۲	۳	۴
۴۵۲	۱	۲	۳	۴
۴۵۳	۱	۲	۳	۴
۴۵۴	۱	۲	۳	۴
۴۵۵	۱	۲	۳	۴
۴۵۶	۱	۲	۳	۴
۴۵۷	۱	۲	۳	۴
۴۵۸	۱	۲	۳	۴
۴۵۹	۱	۲	۳	۴
۴۶۰	۱	۲	۳	۴
۴۶۱	۱	۲	۳	۴
۴۶۲	۱	۲	۳	۴
۴۶۳	۱	۲	۳	۴
۴۶۴	۱	۲	۳	۴
۴۶۵	۱	۲	۳	۴
۴۶۶	۱	۲	۳	۴
۴۶۷	۱	۲	۳	۴
۴۶۸	۱	۲	۳	۴
۴۶۹	۱	۲	۳	۴
۴۷۰	۱	۲	۳	۴
۴۷۱	۱	۲	۳	۴
۴۷۲	۱	۲	۳	۴
۴۷۳	۱	۲	۳	۴
۴۷۴	۱	۲	۳	۴
۴۷۵	۱	۲	۳	۴
۴۷۶	۱	۲	۳	۴
۴۷۷	۱	۲	۳	۴
۴۷۸	۱	۲	۳	۴
۴۷۹	۱	۲	۳	۴
۴۸۰	۱	۲	۳	۴

۴۸۱	۱	۲	۳	۴
۴۸۲	۱	۲	۳	۴
۴۸۳	۱	۲	۳	۴
۴۸۴	۱	۲	۳	۴
۴۸۵	۱	۲	۳	۴
۴۸۶	۱	۲	۳	۴
۴۸۷	۱	۲	۳	۴
۴۸۸	۱	۲	۳	۴
۴۸۹	۱	۲	۳	۴
۴۹۰	۱	۲	۳	۴
۴۹۱	۱	۲	۳	۴
۴۹۲	۱	۲	۳	۴
۴۹۳	۱	۲	۳	۴
۴۹۴	۱	۲	۳	۴
۴۹۵	۱	۲	۳	۴
۴۹۶	۱	۲	۳	۴
۴۹۷	۱	۲	۳	۴
۴۹۸	۱	۲	۳	۴
۴۹۹	۱	۲	۳	۴
۵۰۰	۱	۲	۳	۴