

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک هفته ای رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ عدد ۱ را ارسال کنید.

۶۰۰ تست حسابان ۲ - فصل ۴ - مشتق

۱) آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = ax + \sqrt{2x+1}$ در بازه $[0, 4]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در کدام نقطه زیر است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۲) اگر $f(x) = x^2 g\left(\frac{1}{x}\right)$ به طوری که $f(1) = f'(1) = 1$ باشد، حاصل $(f'' - g'')(1)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴) -۱

۳) اگر f یک تابع مشتق پذیر و $g(x) = f\left(\frac{2}{\sin x}\right)$ و $g'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ باشد، مقدار $f'(4)$ چقدر است؟

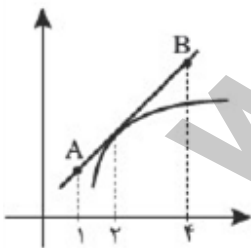
(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

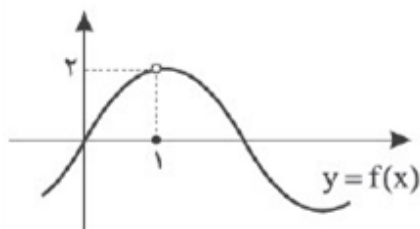
۴) مشتق تابع $f(x) = \frac{9x-2}{\sqrt[3]{x^2}}$ به ازای $x=1$ چقدر است؟

(۱) $\frac{13}{3}$ (۲) $\frac{11}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۵) در شکل مقابل خط d در نقطه‌ی $x=2$ بر نمودار f مماس است. اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - 7}{h} = -3$ باشد، طول پاره خط AB کدام است؟

(۱) $2\sqrt{7}$ (۲) $3\sqrt{7}$ (۳) $3\sqrt{10}$ (۴) $2\sqrt{10}$





شکل مقابل نمودار تابع $y=f(x)$ است. اگر $g(x)=(x^2-1)[f(x)]$ باشد، $g'(1)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۲
(۲) ۴
(۳) موجود نیست
(۴) صفر

۶

اگر $f(x) = (x^2 - 4) \text{Log}_3(x^2 + x - 4)$ باشد، نسبت آهنگ متوسط تابع $f(x)$ در بازه $[2, 4]$ به آهنگ لحظه‌ای این تابع در ابتدای این بازه کدام است؟

(۱) ۴
(۲) ۶
(۳) $\frac{3}{2} \text{Log}_3 4$
(۴) $\frac{3}{2} \text{Log}_3 5$

۷

تابع $y = \sqrt[3]{|x| - 3}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

(۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۸

اگر f در $x=1$ مشتق پذیر باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 5$ باشد، مشتق تابع $y = f(x - f(x))$ در $x=1$ کدام است؟

(۱) صفر
(۲) -۴
(۳) -۱۰
(۴) -۲۰

۹

اگر $f(x) = |x-1|[x^2+1]$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) ۲
(۴) -۲

۱۰

نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^3 + 3}{2x - 1}$ در نقطه‌ای به طول $x=1$ بر خط $y = 3x - b$ مماس است، $a + b$ کدام است؟

(۱) صفر
(۲) ۹
(۳) ۱۸
(۴) -۶

۱۱

اگر $f(x) = \text{Log}(\sqrt{x^2 + 2} - x)$ و $g(x) = \text{Log}(\sqrt{x^2 + 2} + x)$ باشند، آنگاه حاصل $\frac{f'(2)}{g'(2)}$ کدام است؟

(۱) ۱
(۲) -۱
(۳) $\text{Log} 2$
(۴) $-\text{Log} 2$

۱۲

۱۳

مشتق تابع $f(x) = \left(\frac{\sqrt{x^3 - 3x}}{x^2 + 1} \right)^3$ در $x = -1$ کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{2}}{4} \quad (4)$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{27} \quad (3)$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{8} \quad (2)$$

$$\frac{9\sqrt{2}}{4} \quad (1)$$

۱۴

اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 2x^2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{f(x) - f(2)}$ کدام است؟

(4) صفر

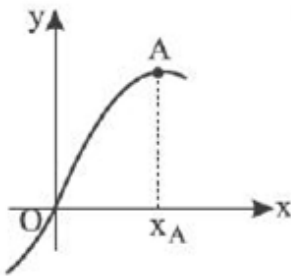
(3) -1

(2) $\frac{1}{2}$

(1) 1

۱۵

نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. اگر شیب پاره‌خط OA برابر m_1 باشد، کدام رابطه درست است؟



$$m_1 > f'(x_A) > f'(\cdot) \quad (1)$$

$$f'(\cdot) > m_1 > f'(x_A) \quad (2)$$

$$m_1 > f'(\cdot) > f'(x_A) \quad (3)$$

$$f'(x_A) > m_1 > f'(\cdot) \quad (4)$$

۱۶

اگر $f(x) = \frac{3x - [x]}{\sqrt[3]{x}}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-h) - 2}{h}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$-\frac{7}{3} \quad (4)$$

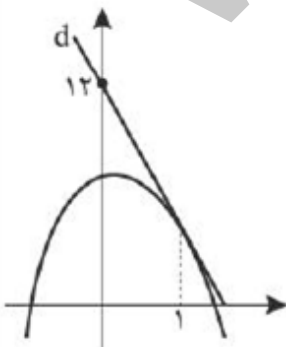
$$\frac{7}{3} \quad (3)$$

(2) 2

(1) -2

۱۷

در شکل زیر خط d در نقطه $x = 1$ بر نمودار تابع $y = ax^2 + 9$ مماس است. مقدار a کدام است؟



(1) -6

(2) -2

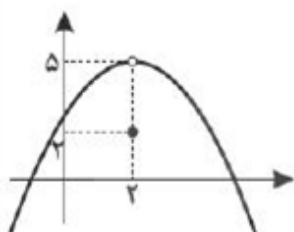
(3) -3

(4) -4

۱۸ خطوط مماس قائم تابع $y = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$ نیمساز ناحیه دوم و چهارم را در نقاط A و B قطع می‌کنند. طول پاره خط AB چه قدر است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{5}$

۱۹ نمودار تابع f به صورت زیر است. مشتق تابع $y = (x^2 - 4)[f(x)]$ در نقطه $x = 2$ چه قدر است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



- (۱) ۲۰
(۲) ۱۶
(۳) ۸
(۴) ۴

۲۰ خط $y - 2x + 1 = 0$ بر نمودار $y = f(x)$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ مماس است. مقدار

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 3f(x) + 2}{x^3 - 1}$$

چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۱ اگر f تابعی مشتق‌پذیر باشد به طوری که $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1 - kh)}{h}$ مقدار k چه عددی است؟

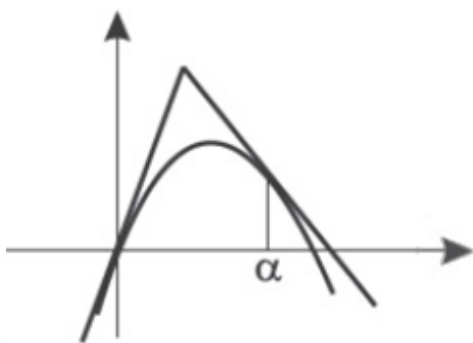
- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۲ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ در بازه $[4, b]$ برابر $\frac{7}{6}$ است. در این صورت مقدار b کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۲۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۲۳ اگر $f(x) = 3x + \frac{4}{x}$ مشتق f' of f در $x = 1$ چه عددی است؟

- (۱) -۱۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۱۲ (۴) -۱۶



نمودار $f(x) = 4x - x^2$ و خط مماس بر تابع در $x = 0$ رسم شده است. اگر مماس در نقطه‌ای به طول α رسم کنیم، امتداد دو مماس با هم زاویه‌ی 45° می‌سازد. α چه عددی است؟

- ۲۴
- (۱) $\frac{17}{6}$ (۲) $\frac{19}{6}$
 (۳) $\frac{17}{3}$ (۴) $\frac{19}{3}$

آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \frac{3x-6}{x+5}$ در بازه‌ی $[-a, a]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = -2$ برابر است. a کدام

- ۲۵
- است؟
 (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۳ (۴) ۴

اگر $f(x) = 2x^2 - \sqrt{x}$ و $g(x) = f(\sqrt{f(x)})$ باشد، مقدار $g'(1)$ کدام است؟

- ۲۶
- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{49}{4}$ (۴) $\frac{49}{8}$

مقدار مشتق تابع $f(x) = \sin^2 x \cos x$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ چقدر است؟

- ۲۷
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

آهنگ متوسط تغییرات تابع $f(x) = 3x^2 + a\sqrt{x} + 1$ وقتی x از ۱ تا ۴ تغییر می‌کند، $\frac{2}{3}$ برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای

تابع در نقطه‌ی $x = \frac{1}{4}$ است. a کدام است؟

- ۲۸
- (۱) ۴۲ (۲) -۴۲ (۳) ۶ (۴) -۶

فاصله‌ی دو خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ که به موازات محور x هستند، کدام

- ۲۹
- است؟
 (۱) ۱۱ (۲) ۲۷ (۳) ۲۵ (۴) ۳۱

هرگاه $f(\sqrt{x}) = g\left(\frac{2}{x}\right)$ به طوری که $g'\left(\frac{1}{2}\right) = 4$ مقدار $f'(2)$ چه عددی است؟

- ۳۰
- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

۳۱ اگر $f(x) = |x^2 - 3x + 2| \sqrt{x^2 + 7x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

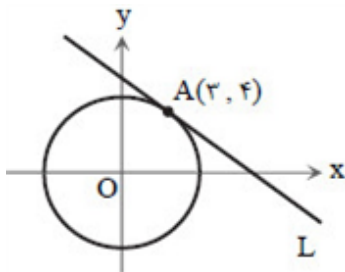
(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۳۲ با فرض $y = 3x^4 + 2x^2 - 1$ تابع $f(x) = ay' - xy''$ خطی است. مقدار $f(2)$ چقدر است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۹ (۴) ۱۸

۳۳ نیم‌مماس راست و نیم‌مماس چپ تابع $f(x) = (a + |x|)(2 - x)$ در نقطه‌ی گوشه‌ای آن بر هم عمودند. مقدار a کدام است؟

(۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) $\pm \sqrt{3}$ (۴) $\pm \sqrt{2}$



۳۴ خط L در نقطه‌ی $A(3, 4)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. معادله‌ی خط مماس کدام است؟

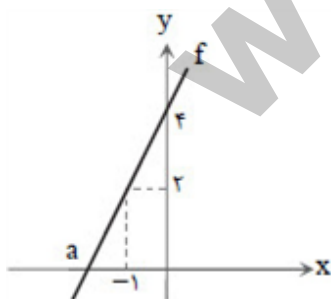
(۱) $3y + 4x = 24$
 (۲) $4y + 3x = 25$
 (۳) $3y - 4x = 0$
 (۴) $4y - 3x = 7$

۳۵ معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t - 10$ برحسب متر در بازه‌ی $[0, 5]$ (برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $2/5$ (۴) ۲

۳۶ کدام تابع در $x = 0$ دارای مماس قائم است؟

(۱) $y = |x|$ (۲) $y = x^2$ (۳) $y = \sqrt[3]{x}$ (۴) $y = \sqrt[3]{x^2}$



۳۷ نمودار تابع f به صورت مقابل است. با فرض $g(x) = (x^2 - 4)f(x)$ حاصل $g''(a)$ چه قدر است؟

(۱) -۱۶ (۲) ۱۶ (۳) -۸ (۴) ۸

۳۸

تابع f خطی و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(2x) - 3}{x - 1} = 4$ است. مقدار $(f - f')(2)$ چه قدر است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۳۹

اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ باشد، عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی f در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) -۱۱ (۲) -۱۰ (۳) -۹ (۴) -۱۲

۴۰

نقطه‌ی A روی منحنی $f(x) = \sqrt{x}$ قرار دارد. فاصله‌ی نقطه‌ی A از نقطه‌ی $B(2, 0)$ تابعی از طول نقطه‌ی A است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این فاصله وقتی طول نقطه‌ی A برابر ۳ است، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $0/25$ (۳) $0/75$ (۴) $0/5$

۴۱

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 4} = 2$ و در $x = 2$ مشتق‌پذیر باشد، مقدار مشتق تابع $y = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$ به ازای $x = \frac{1}{4}$ چقدر است؟

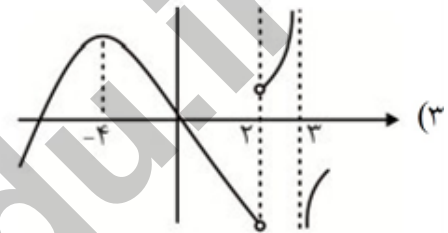
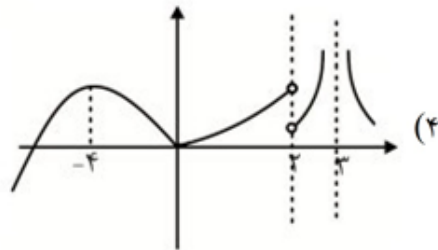
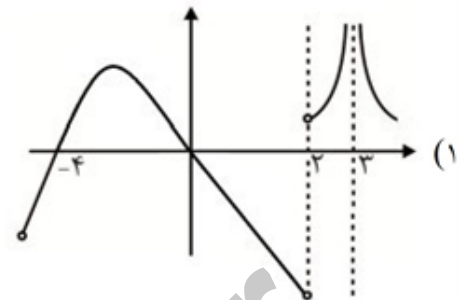
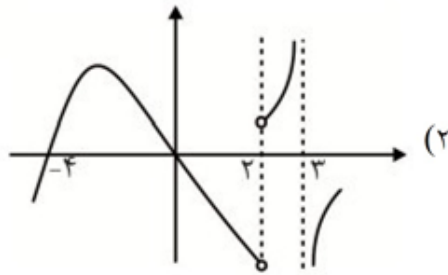
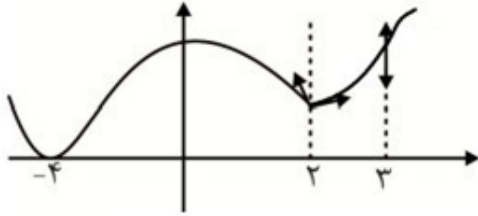
- (۱) ۸ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) -۵ (۴) -۳

۴۲

خط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 3$ در نقطه‌ی $x = 4$ ، بر خط مماس بر f در نقطه‌ی $x = a$ عمود است. مقدار $f(a)$ چقدر است؟

- (۱) $2/75$ (۲) $2/25$ (۳) $3/25$ (۴) $3/75$

۴۳ اگر نمودار $y = f(x)$ به شکل زیر باشد، نمودار $f'(x)$ چگونه است؟



۴۴ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{3} - \frac{3}{\sqrt{x}}$ در بازه $[4, 9]$ چه قدر بیشتر از آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در انتهای بازه است؟

$$\frac{1}{15} \quad (4)$$

$$\frac{1}{12} \quad (3)$$

$$\frac{1}{21} \quad (2)$$

$$\frac{1}{18} \quad (1)$$

۴۵ خط مماس بر نمودار تابع $y = f(x)$ در نقطه $(1, 2)$ روی آن، محور x ها را به طول -2 قطع می‌کند. اگر

$g(x) = (x^2 + ax)f(x)$ و $g'(1) = 10$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۴۶

فرض کنید $f(x) = (x[x])^3$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$. مقدار مشتق چپ تابع $f \circ g$ در $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ چند برابر $(-48\sqrt{5})$ است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۷

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ را در نظر بگیرید. شیب خط مماس بر منحنی $f^{-1}(x)$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، کدام است؟

۱۲ (۴)

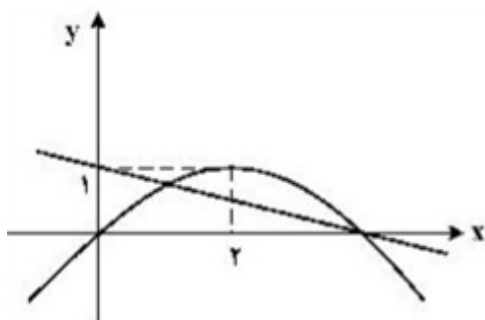
۸ (۳)

-۸ (۲)

-۱۲ (۱)

۴۸

نمودار تابع سهمی f و خط راست g در شکل زیر داده شده است.



مقدار $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x) + g(x)}{4 - x}$ ، کدام است؟

 $x \rightarrow 4^-$ $-\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$ (۳)

۴۹

از محل تقاطع نمودار منحنی $f(x) = \sqrt{x} + 2$ با وارون آن دو خط مماس یکی بر f و دیگری بر f^{-1} رسم می‌کنیم.

اگر α زاویه‌ی حاده‌ی بین دو خط مماس باشد، مقدار $\sin(2\alpha)$ ، کدام است؟

 $\frac{240}{289}$ (۴) $\frac{225}{289}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{7}{15}$ (۱)

۵۰

فرض کنید $f(x) = \sin^n(x^2)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{(1 - \cos(x))^m} = 32\sqrt{2}$. مقدار $2m + n$ ، کدام است؟

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

۵۱ باقیمانده و خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x^2 + 2x + 1$ به ترتیب $3x + 1$ و $Q(x)$ است. اگر $Q(-2) = 3$ ،
آن‌گاه مقدار باقیمانده‌ی تقسیم $P'(x)$ بر $x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۵ (۳) -۴ (۴) -۳

۵۲ فرض کنید $g(x) = ax^2 + bx + c$ ، $(a \neq 0)$ و $x \geq k$ و $x < k$ $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq k \\ g'(x) & x < k \end{cases}$ باشد. اگر f یک تابع
مشتق‌پذیر باشد، حداکثر مقدار k به شرط $b + c = a$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۳ فرض کنید $f(x) = \left(x \left[x^2 + \frac{1}{x}\right]\right)^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$. مقدار مشتق تابع $f \circ g$ در $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ ، چند
برابر $(-128\sqrt{2})$ است؟

- (۱) -۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۵۴ خطوط مماس بر منحنی تابع $f(x) = |\sin(2x)| + 1$ را در نقطه‌ای به طول $x = 0$ رسم می‌کنیم. اگر A و B
به ترتیب نقاط برخورد خطوط مماس با نیمساز ربع دوم و چهارم باشند، طول پاره‌خط AB ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۵۵ فرض کنید $f(x) = \cos^3(2x) + ax^2 + b$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$ ، مقدار $a + b$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) -۸

۵۶ فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$. تعداد عناصر مجموعه نقاطی که $f \circ g$ یا $g \circ f$

در آن‌ها مشتق‌پذیر نیست، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۵۷ به ازای کدام مقدار a ، خط به معادله‌ی $y = 5x + a$ ، بر نمودار تابع $y = 2x^2 - 3x + 6$ مماس است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۸ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{48}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $\frac{7}{24}$ (۴) $\frac{7}{16}$

۵۹ اگر تابع f در $x = -2$ مشتق‌پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) + 3}{h} = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $f(x)$ در $x = -2$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۶۰ مشتق تابع $f(x) = \text{tg}\left(\frac{\pi}{6} + \text{Sin}\sqrt{x}\right)$ در نقطه‌ی $x = \pi^2$ کدام است؟

- (۱) -2π (۲) 2π (۳) $\frac{2}{3\pi}$ (۴) $-\frac{2}{3\pi}$

۶۱ اگر θ زاویه‌ی بین دو نیم‌مماس چپ و راست در نقطه‌ی گوشه‌ای نمودار تابع $y = \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+3}}$ باشد، $\text{tg}\theta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۶۲ اگر تابع f در $x = -2$ مشتق‌پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) + 3}{h} = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $f(x)$ در $x = -2$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۶۳ اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 4 & ; x \geq -2 \\ x^3 - x & ; x < -2 \end{cases}$ همواره مشتق‌پذیر باشد، $f(1)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۶۴ نقطه‌ی $M(x, y)$ بر روی منحنی به معادله‌ی $y = x\sqrt{x}$ قرار دارد. فاصله‌ی M از مبدأ مختصات تابعی از x است.

آهنگ تغییر این تابع به ازای $x = 8$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{26}{3}$ (۲) $\frac{13}{6}$ (۳) $\frac{13}{3}$ (۴) $\frac{26}{5}$

۶۵ نقطه‌ی $M(x, 2)$ بر روی خط $y = 2$ متغیر است. تانژانت زاویه‌ی خطی که نقطه‌ی M را به مبدأ مختصات وصل کند

با جهت مثبت محور x ها، $f(x)$ است. آهنگ تغییر f در لحظه‌ی $x = 4$ کدام است؟

- (۱) -0.1 (۲) -0.125 (۳) 0.125 (۴) 0.1

۶۶ خط مماس بر نمودار $f(x) = \frac{\cos 2x}{2 - \sin x}$ ، در نقطه‌ی تلاقی منحنی با محور y ها، نیمساز ناحیه‌ی اول را با کدام طول

قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۶۷ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} - 5 & x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر است. b کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۶۸ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع از نقطه‌ی $x = 4$ تا $x = \frac{6}{25}$ از آهنگ لحظه‌ای آن در

نقطه‌ی $x = 4$ چقدر کم‌تر است؟

- (۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{5}{72}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۶۹ مقدار مشتق تابع $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \tan\left(\frac{x}{2}\right)\right)$ در نقطه‌ی $x = 2\pi$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 1 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

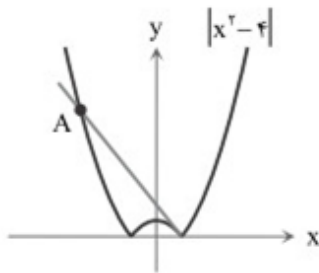
۷۰ اگر زاویه‌ی بین دو نیم‌مماس چپ و راست در نقطه‌ی گوشه‌ای نمودار تابع $y = |\sin ax|$ برابر 120° باشد، مقدار $|a|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

نیروی اصطکاک هوا وارد بر یک اتومبیل بر حسب سرعت آن از رابطه‌ی $F = 4V^2 - \frac{V}{10}$ پیروی می‌کند. آهنگ تغییر

متوسط تابع نیروی اصطکاک در بازه‌ی $[3, 5]$ کدام است؟

- ۳۲/۱ (۱) ۳۳/۹ (۲) ۳۱/۹ (۳) ۳۰/۹ (۴)



با توجه به شکل مقابل طول نقطه‌ی A کدام است؟

- ۴ (۱)
-۶ (۲)
-۸ (۳)
-۱۲ (۴)

آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = 3x^2 - x + 1$ در بازه‌ی $[3, 3 + 2a]$ چهار برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای در نقطه‌ی $x = 1$ است. مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

اگر $f(x) = 9x - 6|x|$ و $g(x) = 2x + |x|$ باشد، اختلاف مشتق چپ و راست تابع $g \circ f$ در $x = 0$ چقدر است؟

- ۴۸ (۱) ۴۲ (۲) ۳۶ (۳) صفر (۴)

تابع f در $x = 3$ مشتق‌پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - 4}{h} = 2$ است. مشتق تابع $y = x \sqrt{f(x)}$ در نقطه‌ی $x = 3$ چقدر است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴)

تابع f در $x = 2$ مشتق‌پذیر است. اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 9}{h} = \frac{3}{4}$ باشد، مشتق تابع $g(x) = x \sqrt{f(x)}$ در $x = 2$ کدام است؟

- ۲/۵ (۱) ۳ (۲) ۳/۵ (۳) ۴ (۴)

خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x$ با بیش‌ترین شیب ممکن محور yها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- $-\frac{4}{3}$ (۱) $-\frac{5}{3}$ (۲) $-\frac{7}{3}$ (۳) $-\frac{8}{3}$ (۴)

در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^3$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ کدام است؟

(۱) -۲۱ (۲) -۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{3}{2} - x^2$ در نقطه‌ی $x = a$ با خطی که این نقطه‌ی تماس را به مبدأ مختصات وصل کند، زاویه‌ی 90° می‌سازد. a کدام است؟ ($a \neq 0$)

(۱) ± 1 (۲) $\pm \frac{1}{2}$ (۳) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

به ازای کدام مقادیر m ، خط به معادله‌ی $(m+2)y = mx$ موازی یکی از خطوط مماس بر منحنی $y = \sqrt{1+x^2}$ است؟

(۱) $m > -1$ (۲) $m < -1$ (۳) $m > 1$ (۴) $m < 1$

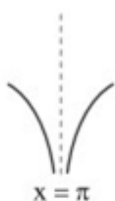
خط به معادله‌ی $y = 3x - 2$ در نقطه‌ی $x = 2$ بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 4f(x)}{x - 2}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

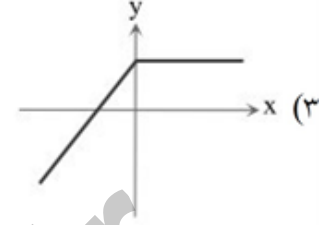
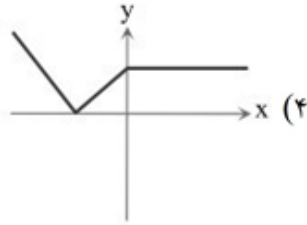
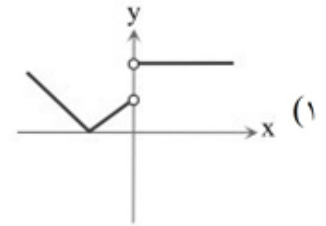
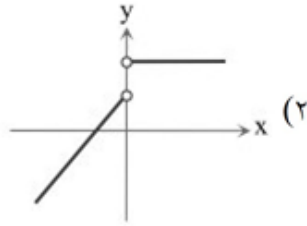
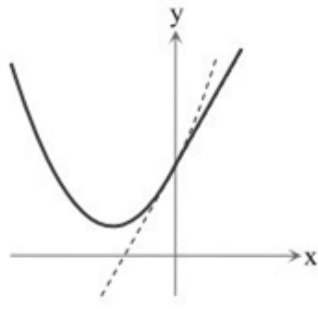
اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{x-4}{g(x)}$ حوالی نقطه‌ی $x = \pi$ مشابه شکل مقابل باشد، $g(x)$ کدام

تابع می‌تواند باشد؟

(۱) $\sin x$ (۲) $-\sin x$
(۳) $1 + \cos x$ (۴) $-1 - \cos x$



۸۳ نمودار تابع f در بازه $(-\infty, 0)$ یک سهمی و در بازه $[0, +\infty)$ یک خط است. نمودار f' به کدام صورت زیر است؟



۸۴ اگر $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x-1}} \tan \frac{2\pi}{\sqrt{x}}$ ، حاصل $f'(4)$ کدام است؟

- (۱) π (۲) $\frac{3\pi}{4}$ (۳) $-\frac{3\pi}{4}$ (۴) $-\pi$

۸۵ خط مماس بر منحنی $y = \frac{4}{x}$ در نقطه $x = 2$ در ادامه نمودار تابع را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -2 (۴) $-\frac{3}{2}$

۸۶ تابع $f(x) = \frac{x-a}{\sqrt{x^2+x}}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x+2} = 0$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۸۷ اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x > 1 \\ -\sqrt{1-x} & x \leq 1 \end{cases}$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ در نقطه برخورد با محور y ها چه وضعیتی دارد؟

- (۱) مشتق‌پذیر (۲) گوشه‌ای (۳) مماس قائم (۴) ناپیوسته

۸۸ اگر $f(1) = f'(2) = 3$ و $f(2) = -f'(1) = -2$ باشد، مشتق تابع $y = \frac{f(x)}{xf(x-1)}$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{11}{12}$

۸۹ خط $y = 2x - 5$ در نقطه‌ی $x = 2$ بر نمودار تابع $y = f(x)$ و در نقطه‌ی $x = 0$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $h(x) = f(x+1)g(1-x)$ باشد، مقدار $h'(1)$ کدام است؟

- (۱) -12 (۲) -10 (۳) -8 (۴) -6

۹۰ مشتق راست تابع $y = (x^2 - 3x + 2) |x^2 - 5x + 6|$ در نقطه‌ی گوشه‌ای کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 0 (۳) 2 (۴) 3

۹۱ بر منحنی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{3x}}{2(1+x)}$ دو خط مماس که با جهت مثبت محور x زاویه 60° می‌سازند، رسم می‌کنیم. اختلاف طول دو نقطه تماس کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 1 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۹۲ در نقطه M با طول α واقع بر نمودار $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ خط مماس رسم کرده‌ایم. امتداد خط مماس از نقطه $A \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ گذشته است، مقدار α کدام است؟

- (۱) -1 یا -3 (۲) 3 یا -1 (۳) 1 یا -3 (۴) 1 یا 3

۹۳ اگر $f(x) = 2 \cos^3 \frac{\pi}{4x+2}$ ، مقدار $f'(1)$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $-\frac{\pi}{12}$ (۳) $\frac{\pi}{9}$ (۴) $-\frac{\pi}{18}$

۹۴ اگر $f(x) = [2x+1]x^2 - |x-2|$ باشد، حاصل $f'_+(1)$ کدام است؟

- (۱) 5 (۲) 6 (۳) 7 (۴) 4

۹۵ اگر $f'(x) = \frac{x-1}{x-2}$ و $g(x) = f(2-x^3)$ ، مقدار $g''(1)$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 6 (۳) -9 (۴) -12

۹۶

مقدار مشتق تابع $y = \sin^2\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{4}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{6}$ چند برابر $\frac{\sqrt{2}}{8}$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۹۷

اگر $g(x) = \sqrt{8x}$ و $f(x) = x^3 - \sqrt[3]{4x}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)g(2+h) - f(2)g(2)}{h}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۷۴ (۲) $\frac{88}{3}$ (۳) ۵۲ (۴) $\frac{۱۵۸}{۳}$

۹۸

اگر $f'(x) = \frac{1}{1+x}$ و $g(x) = f(\cos 2x)$ باشد، حاصل $g''\left(\frac{\pi}{3}\right)$ چه قدر است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۸ (۴) -۸

۹۹

مشتق عبارت $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ به ازای $x = \frac{\pi}{16}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۰۰

اگر $f(x) = |x^2 - 1|$ ، مشتق تابع $y = f\left(\frac{3x}{f(x)}\right)$ به ازای $x = \frac{1}{3}$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{۱۶}{۳}$ (۲) $-\frac{۱۶}{۳}$ (۳) $\frac{۸۰}{۳}$ (۴) $-\frac{۸۰}{۳}$

۱۰۱

با فرض $f(x) = ([x] - |x|)\sqrt[3]{4x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{۱۰}{۳}$ (۳) $-\frac{۱۰}{۹}$ (۴) -۴

۱۰۲

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x^2 + b} & x \geq 2 \\ x^3 - x^2 & x < 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر باشد، b کدام است؟

- (۱) $-\frac{۱۰}{۳}$ (۲) $-\frac{۵}{۳}$ (۳) $-\frac{۲۰}{۳}$ (۴) $-\frac{۲۵}{۳}$

۱۰۳

مقدار مشتق تابع $y = \frac{1 + \cos^2 x}{3 - \sin^2 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{4}{25}$ (۲) $-\frac{4}{25}$ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴) $-\frac{2}{25}$

۱۰۴

آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ در بازه $[1, 9]$ از آهنگ آنی تغییر آن در نقطه $x = 4$ چه قدر بیشتر است؟

- (۱) $0/01$ (۲) $0/005$ (۳) $-0/005$ (۴) $-0/01$

۱۰۵

اگر $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^4 + 1}$ باشد، $f'(-2) - f'(0)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{38}{17}$ (۲) $-\frac{33}{17}$ (۳) $-\frac{31}{17}$ (۴) $-\frac{36}{17}$

۱۰۶

آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & x \leq -1 \\ x^2 + 2 & x > -1 \end{cases}$ در نقاط $x = c_1$ و $x = c_2$ با آهنگ متوسط

تغییر در بازه $[-4, 2]$ برابر است. حاصل $c_1 + c_2$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) -2 (۴) -1

۱۰۷

تابع f در $x = 2$ مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - 5}{h} = 3$ است. حاصل مشتق تابع $f\left(\frac{4}{x}\right)$ به ازای $x = 2$

چه قدر است؟

- (۱) 4 (۲) 8 (۳) 16 (۴) 32

۱۰۸

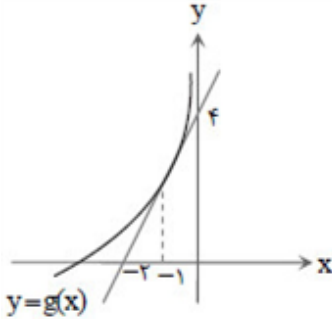
اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = 2\sqrt[3]{x}$ ، حاصل مشتق تابع $y = f\left(\frac{2}{x}\right)$ به ازای $x = \frac{1}{4}$ چه قدر است؟

- (۱) -8 (۲) 2 (۳) 32 (۴) -64

۱۰۹ کدام یک از توابع زیر در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق پذیر است؟

$$f(x) = |x^2 - 3x + 2| \quad (2) \qquad f(x) = \sqrt[3]{x-2} \quad (1)$$

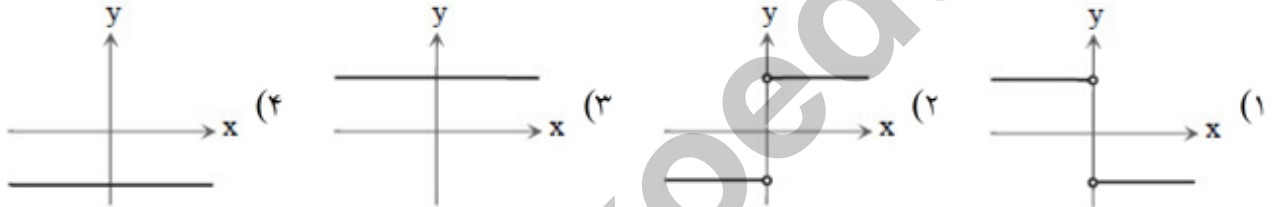
$$f(x) = (x^2 - 4)|x - 2| \quad (4) \qquad f(x) = \begin{cases} x^3 - x & x \geq 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + 2x & x < 2 \end{cases} \quad (3)$$



۱۱۰ در شکل مقابل نمودار تابع f ، خط راستی است که بر نمودار تابع $y = g(x)$ در نقطه‌ای به طول -1 مماس است. در این صورت مقدار $(f \circ g)'(-1)$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۱۱ اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشد، نمودار مشتق تابع $f \circ g$ کدام است؟



۱۱۲ نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع $f(x) = (ax - a)[x] + x^2$ در نقطه‌ی $x = 1$ بر هم عمودند. مقدار a کدام است؟

(۱) -1 (۲) $-1/5$ (۳) -2 (۴) $-2/5$

۱۱۳ خط $y = 3x - 2$ در نقطه‌ی $x = 2$ بر نمودار f مماس است. مقدار مشتق تابع $y = \sqrt{2x} f(x)$ در نقطه‌ی $x = 2$ چقدر است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۱۴ زاویه‌ی بین نیم‌مماس‌های تابع $y = \sqrt{1 - \sqrt{1 - ax^2}}$ در مبدأ مختصات برابر 90° است. مقدار a کدام است؟

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4) \qquad a = \sqrt{2} \quad (3) \qquad a = 2 \quad (2) \qquad a = \frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۱۵ با فرض $f(x) = x \sqrt[3]{\frac{4x}{x-1}}$ حاصل $f'(2)$ کدام است؟

- $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۱)

۱۱۶ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = \frac{4x+11}{x+5}$ در نقطه $x = -2$ با آهنگ تغییر متوسط f در بازه $[-a, a]$ برابر است. مقدار $f(a)$ کدام است؟

- ۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

۱۱۷ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ در بازه $[1, 1/21]$ چه قدر از آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 1$ کم‌تر است؟

- $\frac{9}{11}$ (۴) $\frac{3}{11}$ (۳) $\frac{10}{11}$ (۲) $\frac{1}{11}$ (۱)

۱۱۸ اگر $f'(x) = 4 + \frac{f(x)}{x}$ مقدار $f''(3)$ چه عددی است؟

- $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) ۱۲ (۱)

۱۱۹ اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x^2 - 4} = 3$ باشد، مقدار $(g \circ f)'(1)$ کدام است؟

- $\frac{9}{4}$ (۴) ۱۸ (۳) ۹ (۲) $\frac{9}{2}$ (۱)

۱۲۰ بیش‌ترین شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ چه عددی است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۲۱ اگر $f(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}} \cos\left(\frac{2\pi}{x}\right)$ حاصل $f'(4)$ چند برابر π است؟

- ۱۷ (۴) $\frac{17}{2}$ (۳) $\frac{17}{4}$ (۲) $\frac{17}{8}$ (۱)

۱۲۲ اگر $f(x) = (x-1)^2(x+3)$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1) - f'(1-2h)}{h}$ کدام است؟

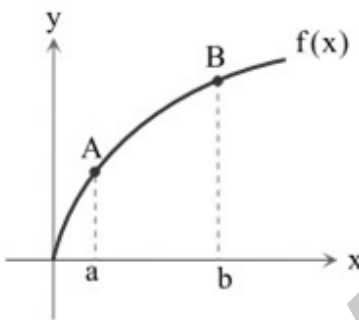
- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) -۱۶ (۴) ۱۶

۱۲۳ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & x > 0 \\ x - a \left[\frac{2}{1+x} \right] & x \leq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۴ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده در لحظه $t = 4$ چقدر است؟

- (۱) ۱۶ (۲) $96/25$ (۳) $98/25$ (۴) $96/75$



۱۲۵ با توجه به نمودار $y = f(x)$ کدام گزینه صحیح است؟ m_{AB} شیب پاره خط AB است.

- (۱) $m_{AB} < f'(b) < f'(a)$
 (۲) $f'(b) < m_{AB} < f'(a)$
 (۳) $f'(b) < f'(a) < m_{AB}$
 (۴) $f'(a) < m_{AB} < f'(b)$

۱۲۶ با توجه به جدول زیر، مشتق تابع $y = f^2(2x + g(x))$ در $x = 1$ کدام است؟

x	f(x)	f'(x)	g(x)	g'(x)
۱	۲	۵	۱	۴
۳	۳	۰/۵	۲	۶

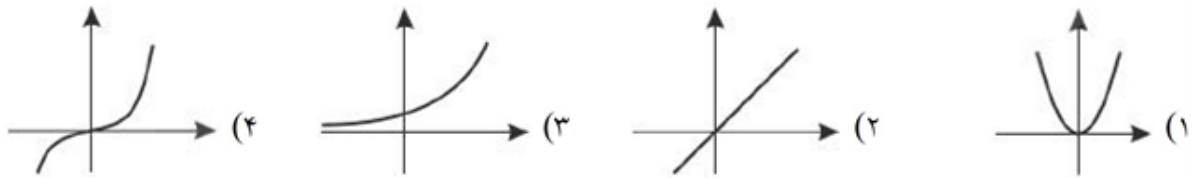
- (۱) ۲۴
 (۲) ۱۰
 (۳) ۱۸
 (۴) ۱۵

۱۲۷ با توجه به جدول زیر، مشتق تابع $y = f(x^2 + 2g(x))$ در $x = 1$ کدام است؟

x	f(x)	f'(x)	g(x)	g'(x)
۱	۲	۵	۱	۴
۳	۴	۰/۵	۳	۷

- (۱) ۶
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) ۵

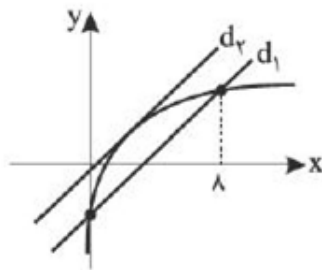
۱۲۸ تابع f به گونه‌ای است که مقدار آن در هر نقطه با مشتق آن برابر است. کدام گزینه می‌تواند نمودار تقریبی این تابع باشد؟



۱۲۹ برای تابع پیوسته f می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2}$ است، در این صورت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 - 2h)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

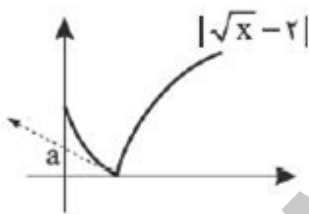
۱۳۰ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{2x - 5}{x + 1}$ است. اگر خطوط d_1 و d_2 موازی باشند، خط d_2 با چه طولی محور



خها را قطع می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۳۱ در شکل مقابل a کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۲ اگر $g(x) = \frac{9x - 4}{2\sqrt{x}}$ و $(f \circ g)'(4) = \frac{5}{8}$ باشد، آنگاه $f'(8)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{75}$ (۴) ۱

۱۳۳ تابع $f(x) = |x|[\sin x]$ در $x = 0$ چگونه است؟

- (۱) مشتق‌پذیر است. (۲) نقطه گوشه دارد. (۳) مماس قائم دارد. (۴) ناپیوسته است.

۱۳۴ کدام تابع در $x = 0$ دارای مماس قائم نیست؟

$y = \sqrt[3]{|x|}$ (۴) $y = x\sqrt[3]{x}$ (۳) $y = \sqrt[3]{x}$ (۲) $y = \sqrt[3]{x^2}$ (۱)

۱۳۵ مشتق چپ تابع $f(x) = |1 - x^3| \cos \pi x$ در $x = 1$ کدام است؟

-۳ (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۴ (صفر)

۱۳۶ اگر $f(x) = x \sin x$ ، مقدار $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi - h) - f(\pi)}{f'(\pi) - f'(\pi - h)}$ برابر کدام گزینه است؟

$\frac{\pi}{2}$ (۱) $-\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $-\pi$ (۴)

۱۳۷ تابع $f(x) = \left[\frac{3x + 5}{x - 1} \right]$ در بازه $(\alpha, +\infty)$ مشتق پذیر است. حداقل مقدار α چه عددی است؟

۹ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)

۱۳۸ تابع f در R مشتق پذیر از مرتبه دوم و $g(x) = f(x^3 + 3)$ است. اگر $f'(4) = 2$ و $g''(1) = -6$ باشد، مقدار $f''(4)$ چه قدر است؟

-۲ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

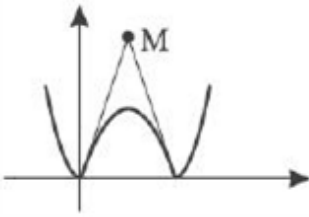
۱۳۹ تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & x > 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & x \leq 2 \end{cases}$ در R مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

۵ (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴۰ اگر $f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt[3]{x - 1}}$ ، مقدار $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2 - h)}{h}$ برابر است با:

-۲ (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴)

۱۴۱ در شکل مقابل خطوط رسم شده، نیم‌مماس‌های تابع $f(x) = |x^2 - 3x|$ می‌باشند. عرض نقطه M کدام است؟



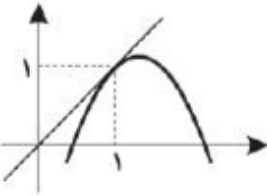
۴/۵ (۱)

۴ (۲)

۵/۵ (۳)

۵ (۴)

۱۴۲ با توجه به نمودار f حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1+2h)}{h}$ چه قدر است؟



-۱ (۱)

۱ (۲)

۳ (۳)

-۳ (۴)

۱۴۳ اگر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + mx - 8}$ در $x = 2$ و $x = \alpha$ مشتق نداشته باشد، مقدار α چقدر است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

-۴ (۲)

-۲ (۱)

۱۴۴ برای تابع $f(x) = x^2 - [x]$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

-۸ (۴)

۸ (۳)

-∞ (۲)

+∞ (۱)

۱۴۵ اگر $f'(2x) = x^2$ باشد، مشتق $f(ax)$ کدام است؟

 $\frac{a^3 x^2}{3}$ (۴) $\frac{a^3 x^2}{4}$ (۳) $\frac{a^3 x^2}{2}$ (۲) $a^3 x^2$ (۱)

۱۴۶ اگر $f(x) = ax^3 - bx - 1$ و داشته باشیم $f(x) + f'(x) + f''(x) = ax^3 + x^2 + x + c$ ، آن‌گاه مقدار c کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۴۷ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2x) - 4}{x - 2}$ باشد، عرض از مبدأ خط مماس بر تابع $f(x)$ ، در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴۸ مقدار مشتق دوم تابع $f(x) = \sin^2 \pi x \cdot [x^2 - 2x]$ در نقطه $x = 1$ چه قدر است؟

- ۱ (۱) $-2\pi^2$ ۲ (۲) $-4\pi^2$ ۳ (۳) $2\pi^2$ ۴ (۴) $4\pi^2$

۱۴۹ خط مماس بر منحنی $y = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ در نقطه تلاقی آن با محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۵۰ اگر $f(x) = 3 - \sqrt{x+3}$ ، مشتق تابع $y = f(x)f'(x)$ در نقطه $x = 1$ چه قدر است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{8}$ ۲ (۲) $-\frac{3}{16}$ ۳ (۳) $\frac{1}{8}$ ۴ (۴) $-\frac{1}{16}$

۱۵۱ اگر $f(x) = 4 \sin 2x \cdot \cos^2 x$ ، مقدار $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ چه عددی است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ ۳ (۳) $4\sqrt{2}$ ۴ (۴) ۲

۱۵۲ خط مماس بر منحنی به معادله $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 3}$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۱۲ ۲ (۲) ۱۰ ۳ (۳) ۱۴ ۴ (۴) ۱۶

۱۵۳ در تابع $f(x) = 4x + \sqrt{3-x}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[-6, 2]$ با آهنگ تغییر آنی این تابع در $x = c$ برابر است. کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ ۲ (۲) -۱ ۳ (۳) صفر ۴ (۴) -۳

۱۵۴ خط مماس بر منحنی $y = x^3 - 2\sqrt{x}$ در نقطه‌ای به طول ۱، محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) -۱ ۲ (۲) -۲ ۳ (۳) -۳ ۴ (۴) ۲

۱۵۵

مشتق تابع $y = \frac{\sqrt[6]{x^5} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x-1}}$ در $x = 8$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۱۵۶

عرض از مبدأ خط مماس بر تابع $f(x) = (x^2 - 4) \cot\left(\frac{\pi}{2x}\right)$ در نقطه ای به طول ۲ واقع بر منحنی چقدر است؟

- (۱) -۶ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) -۸

۱۵۷

اگر $y = \sin kx + \cos kx$ و $y'' + \frac{1}{4}y = 0$ باشد، مقدار مثبت k کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

۱۵۸

در صورتی که $f'(x) = x^2 + \sqrt{x}$ و $g(x) = 2x^2 - x + 2$ ، حاصل $(f \circ g)'(2)$ چقدر است؟

- (۱) ۴۶۲ (۲) ۲۶۰ (۳) ۶۴۲ (۴) ۴۶۶

۱۵۹

تفاضل آهنگ تغییرات تابع $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + \sqrt{x}}$ در $x = 9$ و آهنگ متوسط تغییرات در فاصله $x = 4$ تا $x = 16$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۶۰

اگر $g'(2) = -f(2) = 5$ و $f'(2) = -g'(-5) = 3$ باشد، مشتق $y = g \circ f(x) + f^3(x)$ کدام است؟

- (۱) 3^3 (۲) 5^3 (۳) 6^3 (۴) 9^3

۱۶۱

آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام

مقدار x است؟

- (۱) $4 + \sqrt{2}$ (۲) $3 + 2\sqrt{2}$ (۳) $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۴) $2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$

۱۶۲ اگر f یک تابع مشتق پذیر، $g(x) = f(\sqrt{1+16x^2})$ و $g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۶۳ اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & ; x < 1 \\ 3\sqrt[3]{x^2} + ax & ; x \geq 1 \end{cases}$ در کل R مشتق پذیر باشد، $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۶۴ اگر $f'(-1) = -f(-1) = -f'(1) = 1$ باشد. مشتق تابع $y = 2f(x) + 3f'(x)$ در $x = -1$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۵

۱۶۵ اگر $f(x) = \frac{2x^2 + 3x}{x + \sqrt{x+1}}$ باشد، شیب خط واصل بین دو نقطه به طول ۱ و $1+h$ ، برای مقادیر بسیار کوچک و مثبت h به کدام عدد نزدیک می شود؟

- (۱) $-\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۶۶ تانژانت زاویه بین دو نیم مماس چپ و راست تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3}x^2 - 2x & ; x > 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x \leq 0 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ∞

۱۶۷ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۶۸ تابع $f(x) = 27\sqrt[3]{x} + 50$ مقدار ارتفاع یک نهال هلو را برحسب سانتی متر از لحظه‌ی کاشته شدن در یک باغ نشان

می‌دهد، که در آن x مدت زمان برحسب ماه پس از کاشت است. آهنگ متوسط رشد این نهال در بازه‌ی زمانی $[8, 64]$ چند برابر ماه بیست و هفتم است؟

- (۱) $\frac{27}{28}$ (۲) $\frac{28}{27}$ (۳) $\frac{29}{28}$ (۴) $\frac{28}{29}$

۱۶۹ حاصل ضرب مقدار مشتق راست و چپ تابع $f(x) = (x^2 + [x] \cdot |x|)\sqrt[3]{9x}$ در نقطه‌ی $x = -3$ کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۲ (۳) ۳۶ (۴) ۳۵

۱۷۰ برای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ نمودار تابع f' در همسایگی $x = 0$ چگونه است؟



۱۷۱ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^3 - t^2 + 10$ برحسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (ت برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای از نصف سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ به اندازه‌ی ۲ واحد کمتر است؟

- (۱) $3/5$ (۲) ۳ (۳) $2/5$ (۴) ۲

۱۷۲ اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(2+h) - f'(2)}{\Delta h} = 12$ و $f(2) = -1$ باشد، مقدار مشتق عبارت $f'(x) + \frac{1}{f(x)}$ در $x = 2$ کدام

- است؟ (۱) ۱۲۰ (۲) ۶۰ (۳) -۱۲۰ (۴) -۶۰

۱۷۳ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x^2 + 2x)\sqrt{5x+1}$ ، آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = \frac{8}{5}$ چه قدر بیش تر از آهنگ تغییر

- متوسط تابع در بازه‌ی $[0, 3]$ است؟ (۱) $0/2$ (۲) $0/3$ (۳) $0/4$ (۴) $0/5$

۱۷۴ خط $2x - y + 1 = 0$ در نقطه‌ی $x = 1$ بر منحنی تابع پیوسته $y = f(x)$ مماس است.

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f''(x) + 3f(x) - 18}{x^3 - 1}$ کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) ۹ (۳) -۶ (۴) ۶

۱۷۵ در تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4x + 1$ ، طول نقطه‌ای روی منحنی که بیش‌ترین شیب مماس را دارد، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۷۶ اگر $f(x) = \sin^2 x - \cos 2x$ باشد، آهنگ لحظه‌ای تابع $y = f(x) + f'(x)$ در نقطه‌ی $x = \pi$ چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۵ (۴) -۵

۱۷۷ مجموع طول نقاطی که تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & x > 1 \\ 2x - 2 & -2 \leq x \leq 1 \\ |2x + 7| & x < -2 \end{cases}$ مشتق‌ناپذیر می‌باشد، کدام است؟

- (۱) -۲/۵ (۲) -۰/۵ (۳) ۰ (۴) ۱

۱۷۸ از نقطه A به طول ۲ بر نمودار $f(x) = -x^2 + 10x$ خطوطی را به نقطه‌هایی به طول $2 + \Delta x$ بر نمودار رسم می‌کنیم. اگر $\Delta x \rightarrow 0$ و این خطوط به خط $y = g(x)$ میل کنند، $g(3)$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴) ۲۳

۱۷۹ تفاضل مشتق چپ و راست $f(x) = (x-2)[x]$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) وجود ندارد.

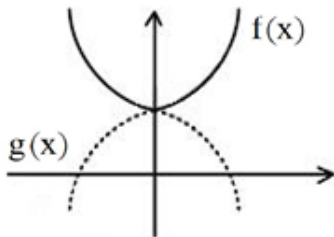
۱۸۰ تابع $y = \begin{cases} x^2 \sqrt{x} & x < 0 \\ \sqrt{x} & x \geq 0 \end{cases}$ در مبدأ مختصات چگونه است؟

- (۱) نقطه گوشه‌ای (۲) مشتق‌پذیر با مماس افقی (۳) ناپیوسته (۴) مشتق چپ و راست نامتناهی

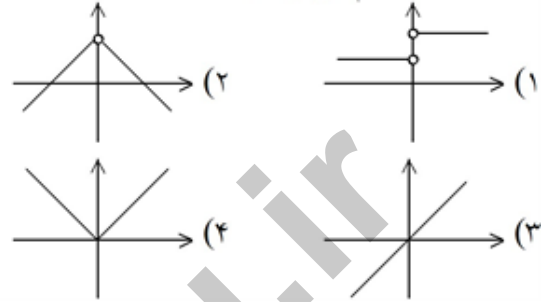
۱۸۱ اگر $y = \frac{5u+4}{2u-1}$ و $u = \sqrt{\frac{3x+5}{5x+1}}$ ، آن‌گاه $\frac{dy}{dx}$ به ازای $x = 2$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{11}$ (۳) $-\frac{1}{11}$ (۴) $\frac{13}{11}$

۱۸۲ نمودار دو سهمی $y = f(x)$ ، $y = g(x)$ در شکل آمده است. با فرض $h(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq 0 \\ g(x) & x < 0 \end{cases}$ نمودار تابع

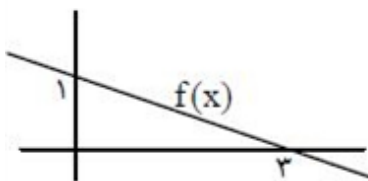


$y = h'(x)$ کدام می‌تواند باشد؟



۱۸۳ تابع $f(x) = \left[\frac{a}{2x+1} \right]$ در مجموعه اعداد حقیقی مثبت مشتق‌پذیر است. حدود a کدام است؟

- (۱) $|a| < 1$ (۲) $|a| < 2$ (۳) $|a| < \frac{1}{2}$ (۴) $|a| < 4$



۱۸۴ اگر نمودار f شکل مقابل باشد، مشتق $f\left(\frac{1}{x}\right)$ به ازای $x = 1$ چه عددی است؟

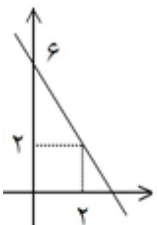
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $-\frac{4}{9}$

۱۸۵ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = 3x^2 - x + 1$ در بازه $[2-a, 2+5a]$ از آهنگ لحظه‌ای تغییر در $x = a$ ، 18 واحد بیش‌تر است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۸۶ نمودار تابع f به صورت مقابل است. اگر $g(x) = (x^2 - 4)f(2x - 1)$ ، آن‌گاه $g''(2)$ چه قدر است؟

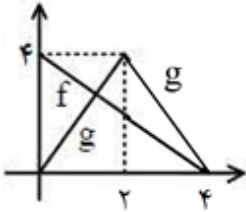
- (۱) ۳۶ (۲) -۳۲ (۳) -۴۰ (۴) ۳۰



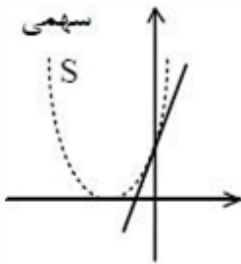
۱۸۷ تابع $y = \left[\frac{15}{2x+1} \right]$ در بازه $(2, \alpha)$ مشتق پذیر است، حداکثر α کدام است؟

- ۱) $\frac{11}{8}$ ۲) $\frac{13}{2}$ ۳) $\frac{13}{4}$ ۴) $\frac{11}{4}$

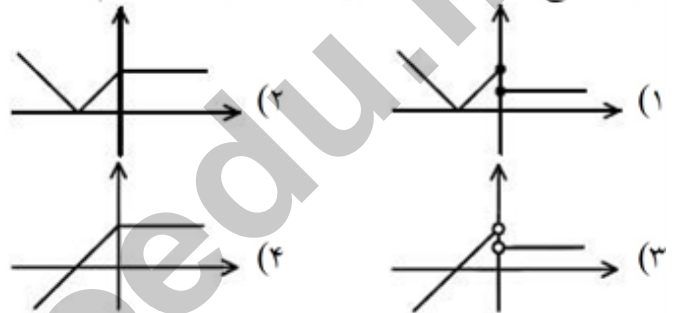
۱۸۸ نمودار توابع f و g به صورت زیر است. اگر $h(x) = f(x)g(x)$ باشد، حاصل $h'(1) + h'(\frac{7}{2})$ کدام است؟



- ۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴



۱۸۹ نمودار تابع f به صورت مقابل است، نمودار f' کدام است؟



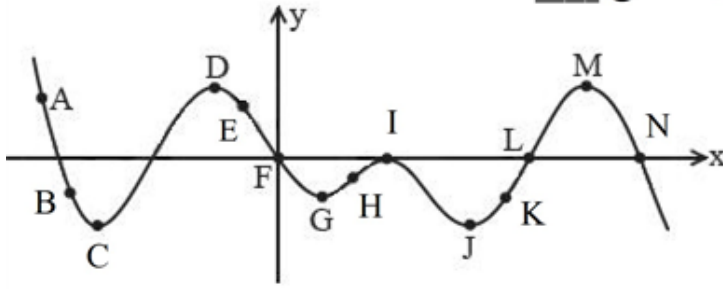
۱۹۰ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \leq 1 \\ ax + b\sqrt{x} & : x > 1 \end{cases}$ در $x=1$ مشتق پذیر باشد، آن گاه $a - b$ کدام است؟

- ۱) -۵ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۵

۱۹۱ خط مماس بر تابع $y = \sqrt{x}$ در نقطه‌ای به طول $x = 4$ بر روی آن، محور x ها را در کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱) -۲ ۲) -۴ ۳) -۶ ۴) -۸

۱۹۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است، کدام گزینه صحیح نیست؟



- (۱) فقط یک نقطه وجود دارد که هم تابع و هم مشتق آن، در آن نقطه برابر صفر هستند.
 (۲) در بین نقاط مشخص شده، نقطه A نقطه‌ای است که مقدار مشتق تابع در آن نقطه از سایر نقاط کم‌تر است.
 (۳) فقط در ۵ نقطه از نقاط مشخص شده، مقدار تابع مخالف صفر ولی مقدار مشتق تابع برابر صفر است.
 (۴) شیب منحنی در نقطه B از شیب خط BC بیش‌تر است.

۱۹۳ اگر $f(x) = |x^2 - 1| + (x + a)$ در $x = -1$ مشتق‌پذیر باشد، مقدار $f'_+(1) - f'_-(1)$ چه عددی است؟

(۱) -8 (۲) 8 (۳) 4 (۴) -4

۱۹۴ تابع $y = \sqrt[3]{x^2 + ax + 3}$ علاوه بر $x = 2$ در نقطه دیگری به طول α دارای مماس قائم است. مقدار $|\alpha - 2|$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۹۵ کدام تابع در دامنه تعریف خود مشتق‌پذیر است؟

(۱) $y = \sqrt{4 - x^2}$ (۲) $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x}$ (۳) $y = x|x - 1|$ (۴) $y = (x - 1)|x - 1|$

۱۹۶ خط مماس بر نمودار $y = \sin x$ در نقطه π ، خط مماس بر نمودار $y = \cos x$ در نقطه 2π را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱) $\pi - 1$ (۲) $\pi + 1$ (۳) $\frac{\pi}{2} + 1$ (۴) $\frac{\pi}{2} - 1$

۱۹۷ اگر $f(x) = 2x|x^2 - 4|$ مقدار $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(2+h) + f(h-2)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴) صفر

۱۹۸ فرض کنید $f(2) = 6$ و $f'(2) = m$ باشد. اگر خط مماس بر f در نقطه $x = 2$ محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض m قطع کند، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۹۹ نمودار تابع $y = |x^2 - 4x|$ در نقطه‌ای واقع بر آن دارای مماس افقی است. امتداد خط مماس نمودار تابع را در نقاط M و N قطع می‌کند. اندازه پاره خط MN چه عددی است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $4\sqrt{2}$

۲۰۰ اگر $x = -1$ و $x = 2$ مماس‌های قائم منحنی $y = \sqrt[3]{x^2 + ax + b}$ باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۲۰۱ اختلاف مشتق چپ و راست تابع $f(x) = (x^2 - a)[x + 1]$ در نقطه $x = 3$ برابر b است. مقدار $a + b$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

۲۰۲ فرض کنید f تابعی خطی و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(2x) - 3}{x - 1} = 4$ باشد، در این صورت $(f + f')(3)$ چه قدر است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴) $4/5$

۲۰۳ اگر f در $x = 2$ مشتق‌پذیر و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1 + f(x)} - 2}{x^2 - 4} = 3$ ، آنگاه $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۸ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۲۰۴ اگر $f(x) = 2 + 3 \sin \frac{\pi}{3} x$ باشد، شیب خط مماس در کدام نقطه داده شده کمترین است؟

$$\frac{3}{2} (4)$$

$$5 (3)$$

$$\frac{9}{2} (2)$$

$$3 (1)$$

۲۰۵ نقاط $A(2+h, b)$ و $B(2-h, a)$ روی منحنی $f(x) = x^3$ مفروض هستند. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{b-a}{h}$ برابر کدام است؟

$$24 (4)$$

$$12 (3)$$

$$16 (2)$$

$$8 (1)$$

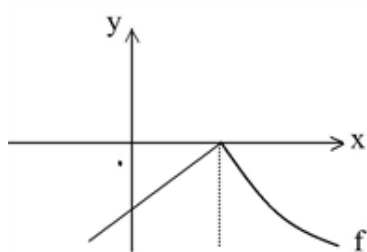
۲۰۶

۲۰۷

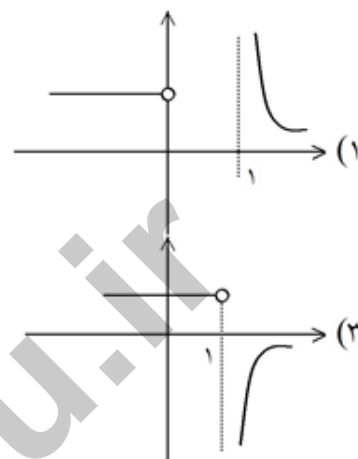
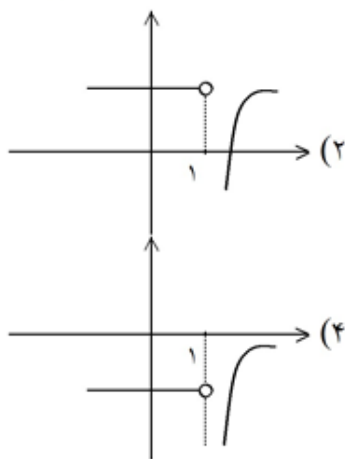
۲۰۸

۲۰۹

www.akoedu.ir



نمودار تابع f مطابق شکل مقابل است نمودار f' کدام می‌تواند باشد؟



۲۱۲ اگر $f(x) = |x^2 - 4|$ باشد حاصل $f'_+(-2) + f'_-(-2)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۲۰

۲۱۳ تابع با ضابطه $f(x) = x^2|x - 2| + a|x + b|$ در همه نقاط مشتق پذیر است. مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۶ (۴) -۴

۲۱۴ اگر $f\left(\frac{2x}{1-x}\right) = x^3$ باشد حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-4 + \Delta x) - f(-4)}{\Delta x}$ کدام است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۴۸

۲۱۵

تابع $f(x)$ در $x = -1$ مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) + 3}{h} = 2$ است. مشتق تابع $\frac{f\left(\frac{x}{2}\right)}{x}$ به ازای $x = -2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -1 (۴) 1

۲۱۶

اگر $f(x) = (x^2 - 4)\sqrt{x}$ باشد مشتق تابع $y = f\left(\frac{3}{x}\right)$ به ازای $x = \frac{3}{4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3.4}{3}$ (۲) $-\frac{3.4}{3}$ (۳) 11 (۴) -11

۲۱۷

به ازای کدام مقدار a ، خط به معادله $2y - 5x = a$ بر منحنی $y = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$ در نقطه‌ای به طول مثبت

- مماس است؟
(۱) -9 (۲) -6 (۳) 3 (۴) 6

۲۱۸

مشتق عبارت $\frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$ به ازای $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۲۱۹

در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه‌ی $[0, 4]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای

آن در $x = \frac{3}{4}$ چه قدر کم تر است؟

- (۱) 0.03 (۲) 0.04 (۳) 0.05 (۴) 0.06

۲۲۰

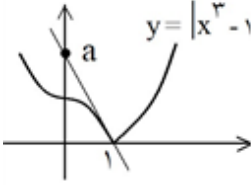
تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{|x^3 - 2x|}{x}$ ، در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۲۲۱) متحرکی در امتداد خط راست طبق معادله $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت می‌کند، سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی $[1, 5]$ چه قدر از سرعت لحظه‌ای آن در زمان $t = 3$ بیش‌تر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) صفر (۴) -۱۰

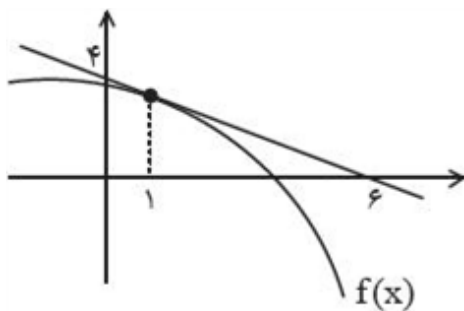
۲۲۲) شکل مقابل مربوط به نمودار تابع $y = |x^3 - 1|$ می‌باشد. در این صورت a کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۵

۲۲۳) خط مماس بر منحنی $y = x^3 - 2\sqrt{x}$ در نقطه‌ای به طول ۱، محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) ۲



۲۲۴) اگر نمودار $f(x)$ شبیه شکل مقابل باشد، مشتق تابع $y = \frac{x^2 + 1}{f(x)}$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۰/۷۶ (۲) ۰/۶۴ (۳) ۰/۷۲ (۴) ۰/۷۸

۲۲۵) اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+1}{2x-1} & x < 1 \\ 4x^2 + [x] & x \geq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل حد $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) موجود نیست. (نماد جزء صحیح است.)

۲۲۶) یکی از خطوط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{4x-5}{2x-3}$ بر خط به معادله $2y = x + 17$ عمود است. طول نقطه تماس کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

۲۲۷ مشتق راست تابع $f(x) = \sqrt{(x^2 + 8x + 16)(x^2 - x^3 + 1)\left(\frac{-1}{x}\right)}$ در نقطه $x = -4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $-\frac{9}{2}$ (۳) صفر (۴) موجود نیست.

۲۲۸ مجموع مقادیر مشتق‌های چپ و راست تابع $f(x) = |4x - x^2| + |x + 1|$ در نقطه $x = -1$ کدام است؟

- (۱) -10 (۲) -12 (۳) -14 (۴) -16

۲۲۹ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ در نقطه $x = 1$ دارای نقطه گوشه‌ای است.
 (۲) تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ در نقطه $x = 0$ دارای نقطه گوشه‌ای است.
 (۳) مشتق چپ و مشتق راست تابع $f(x) = x|x|$ در نقطه $x = 0$ ، هر دو نامتناهی هستند.
 (۴) اگر تابع f در نقطه $x = a$ مشتق‌پذیر نباشد، آن‌گاه پیوسته هم نیست.

۲۳۰ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه‌ی

$[1, 4]$ ، کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $0/5$ (۳) $0/45$ (۴) $0/75$

۲۳۱ اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 2 (۴) 3

۲۳۲ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است. b کدام

است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۲۳۳

در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۲۳۴

تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۳۵

اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(fog)'(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۳۶

اگر $f(x) = \frac{\sin \pi(1 + \sqrt{x})}{1 + \cos 2\pi x}$ باشد، شیب خط مماس بر نمودار آن در نقطه‌ای به طول $x = 1$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$

۲۳۷

مشتق عبارت $\left(\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^{\frac{1}{3}}$ در نقطه $x = 4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6\sqrt[3]{3}}$ (۲) $\frac{-1}{6\sqrt[3]{3}}$ (۳) $\frac{1}{12\sqrt[3]{9}}$ (۴) $\frac{1}{6\sqrt[3]{9}}$

۲۳۸

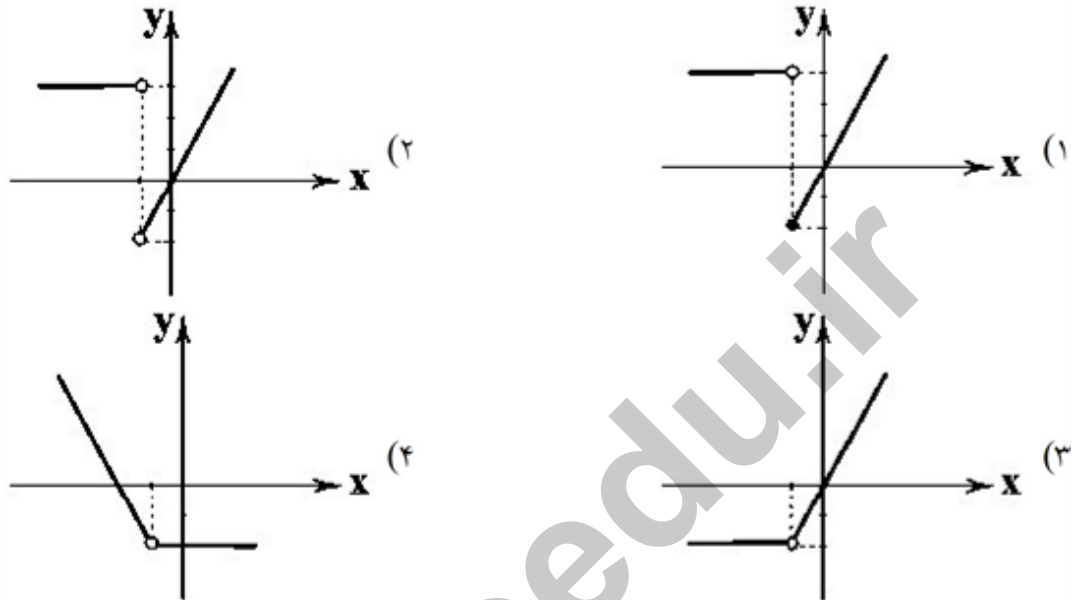
آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ در نقطه‌ی $x = c$ با آهنگ تغییر متوسط آن در فاصله‌ی $[1, 4]$ برابر است. آهنگ تغییر متوسط تابع $2f(x)$ در فاصله‌ی $[4c, 16c]$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{20}{9}$ (۳) $\frac{9}{20}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۲۳۹ مشتق تابع $y = \frac{1}{\pi} \cos^3\left(\frac{\pi}{x}\right)$ در نقطه‌ی $x = 6$ کدام است؟

- $\frac{1}{32}$ (۴) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{3}{32}$ (۱)

۲۴۰ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x > -1 \\ 3x & x \leq -1 \end{cases}$ باشد، نمودار f' چگونه است؟



۲۴۱ اگر $f(x) = \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$ و $g(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ باشد، حاصل $f'(x)g(x) - g'(x)f(x)$ کدام است؟

- $\sqrt{2x}$ (۲) $\sqrt{x^2 + 1}$ (۳) صفر (۴) ۱ (۱)

۲۴۲ معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x}}{x - 2}$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟

- $y + 2x = 1$ (۱) $y - 2x = -3$ (۲) $2y + 5x = 3$ (۳) $2y - x = -3$ (۴)

۲۴۳ تفاضل آهنگ متوسط تغییرات تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در بازه $(1, 4)$ از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه $x = 2/25$ کدام است؟

- صفر (۱) $0/125$ (۲) $0/25$ (۳) $0/5$ (۴)

۲۴۴ اگر $f(x) = x^2 - \sqrt[3]{x}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ کدام است؟

- صفر (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

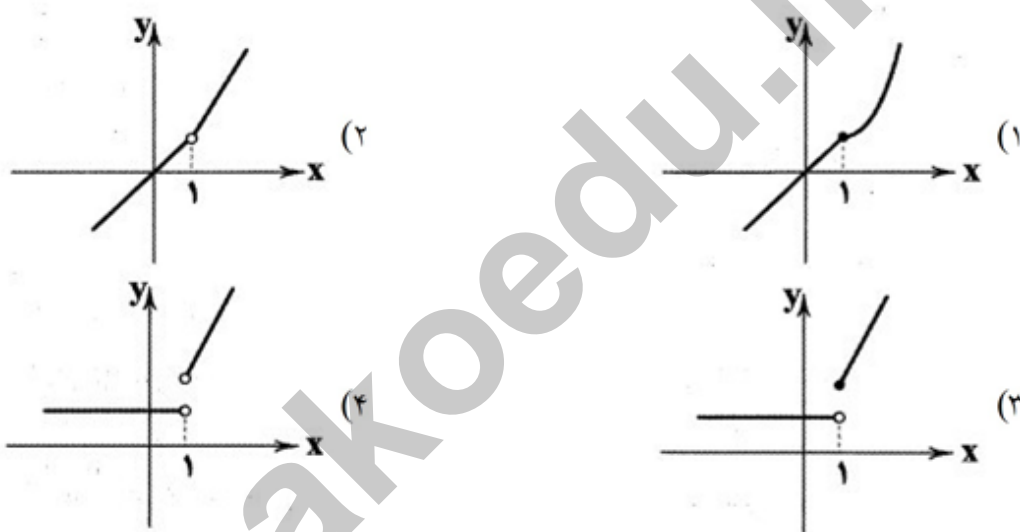
معادله خط قائم بر منحنی $y = x\sqrt{x}$ در نقطه $x = 4$ کدام است؟ (۲۴۵)

(۱) $y + 3x = 20$ (۲) $3y + x = 28$ (۳) $3y - 2x = 16$ (۴) $2y - 3x = 4$

معادله خط قائم بر منحنی $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن کدام است؟ (۲۴۶)

(۱) $3y + 8x = 36/5$ (۲) $5y + 16x = 71/5$
(۳) $8y + 3x = 24$ (۴) $8y + 5x = 32$

نمودار مشتق تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ x & x < 1 \end{cases}$ چگونه است؟ (۲۴۷)



(۲۴۸)

(۲۴۹)

(۲۵۰)

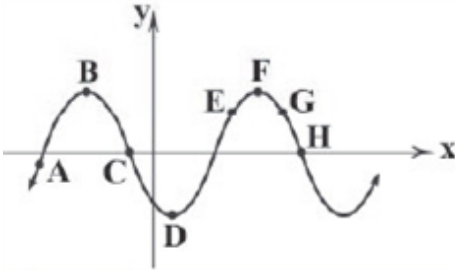
مشتق تابع $y = \sqrt[3]{x^2}$ در مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) مشتق ندارد (۴) صفر

۲۵۱

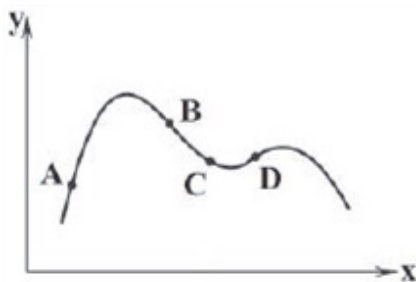
۲۵۲ اگر $y = \sin x + 4 \cos x$ باشد، حاصل $y'' + y + \frac{y''}{y}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$



۲۵۳ با توجه به نمودار زیر کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) در نقطه‌ی C مقدار تابع صفر و مشتق تابع منفی است.
 (۲) در نقطه‌ی B مقدار تابع مثبت و مشتق تابع صفر است.
 (۳) در نقاط H و C مقدار تابع صفر و مشتق تابع منفی است.
 (۴) در نقاط A و D مقدار تابع منفی و مشتق تابع مثبت است.



۲۵۴ نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. کدام گزینه صحیح است؟ (شیب خط

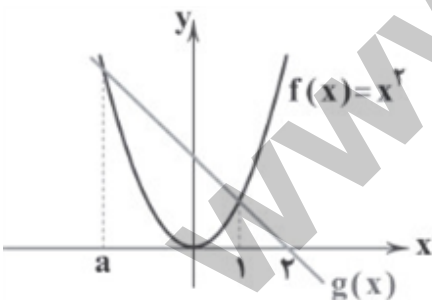
- مماس در نقطه‌ی A را با m_A نمایش داده‌ایم.)
 (۱) $m_A < m_D$ (۲) $|m_C| > |m_B|$
 (۳) $m_A + m_C > 0$ (۴) $m_D < 0$

۲۵۵

اگر $f(x) = (\sqrt{x^2 + 8x} - x)^{1398}$ و $g(x) = (\sqrt{x^2 + 8x} + x)^{1398}$ باشد، حاصل

$f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$ به ازای $x = 1$ چند برابر ۱۳۹۸ است؟

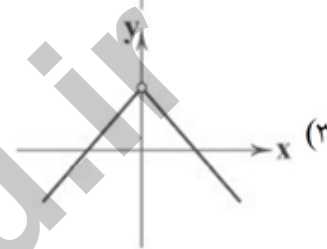
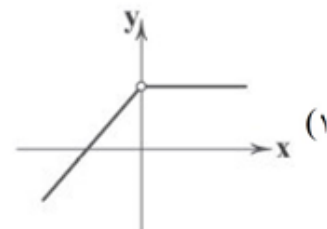
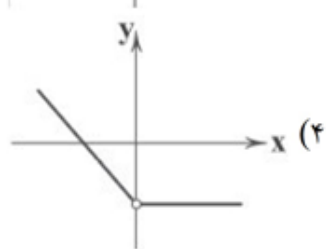
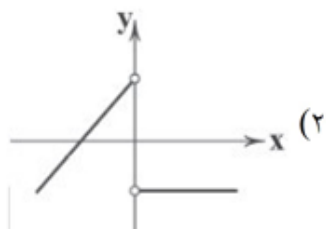
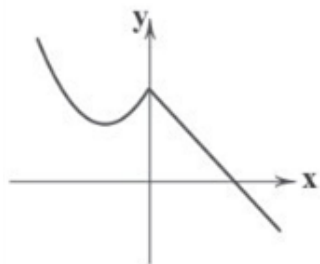
- (۱) ۸ (۲) 8^{1397} (۳) 8^{1398} (۴) صفر



۲۵۶ با توجه به نمودار زیر، مشتق تابع $\frac{g(x)}{f(x)}$ در نقطه‌ی $x = a$ چه قدر است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$
 (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۵۷ اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، آن گاه نمودار تابع f' چگونه می‌تواند باشد؟

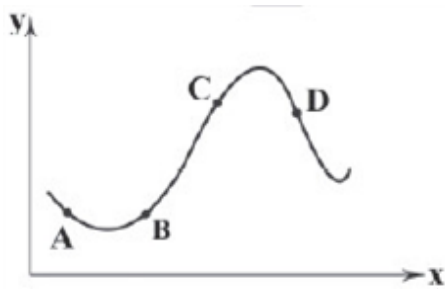


۲۵۸

۲۵۹ کم‌ترین شیب خط مماس در کدام یک از نقاط مشخص شده در نمودار زیر

رخ می‌دهد؟

- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)



۲۶۰

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4} = 4$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h}$ چه قدر است؟

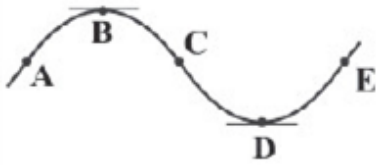
-۴ (۴)

۴ (۳)

-۱۶ (۲)

۱۶ (۱)

۲۶۱



E, D (۴)

C (۳)

D, B (۲)

E, A (۱)

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 9$ و $g(x) = \frac{(f(x) - f(2))^2}{x^2 - 4x + 4} + \frac{2f(x) - 2f(2)}{x - 2} + 1$

باشد، آن‌گاه کدام یک از نقاط مشخص شده روی نمودار $f(x)$ قطعاً نمی‌تواند طول ۲ داشته باشد؟

۲۶۲

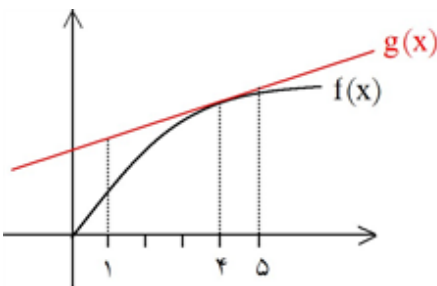
مقدار مشتق تابع $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$ در $x = \frac{5\pi}{6}$ چه قدر است؟

$$-2\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$-4\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$2\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$4\sqrt{3} \quad (۱)$$



با توجه به نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ مقدار $g(5) - g(1)$ کدام است؟

$$\sqrt{5} - 1 \quad (۱)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{5}} - \frac{1}{2} \quad (۴)$$

۲۶۴

اگر $f(x) = x^2 - \sqrt{4x+1}$ باشد، $f'(2)$ کدام است؟

$$\frac{10}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{8}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{7}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{3} \quad (۱)$$

۲۶۶

۲۶۷

۲۶۸

۲۶۹

تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در \mathbb{R} مشتق پذیر از مرتبه دوم است. به ازای هر عدد حقیقی x تابع $g(x) = f(4 - x^2)$ است. اگر $f'(1) = -5$ و $f''(1) = -1$ باشد، مقدار $g''(\sqrt{3})$ کدام است؟

۳ (۴)

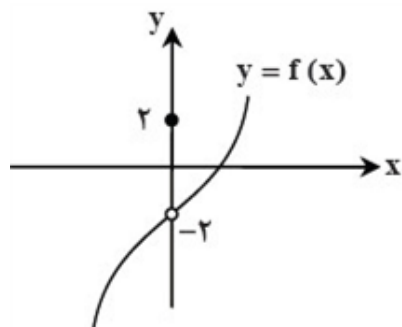
۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

۲۷۰

۲۷۱



شکل مقابل، نمودار تابع $y = f(x)$ است. مقدار مشتق تابع $g(x) = 3xf(x)$ در $x = 0$ چقدر است؟ (۱) وجود ندارد

-۶ (۲)

۶ (۳)

۱۲ (۴)

۲۷۲

در تابعی با ضابطه $f(x) = (3x + 1)^{-\frac{1}{2}}$ ، آهنگ متوسط تابع در بازه $[1, 5]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه‌ی $x = \frac{8}{3}$ ، چه قدر کم تر است؟

 $\frac{1}{288}$ (۴) $\frac{1}{48}$ (۳) $\frac{1}{144}$ (۲) $\frac{1}{72}$ (۱)

۲۷۳

مقدار مشتق تابع $y = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{\cos x}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ ، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

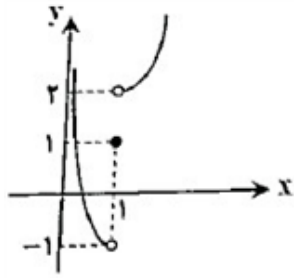
 π (۴) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۱)

۲۷۴ اگر f تابعی خطی باشد به طوری که $f'(1394) = 3$ و $f(2) = 5$ ، حاصل $f'(2016) \times f(1)$ کدام است؟
 ۶ (۱) ۹ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴)

۲۷۵ اگر $y = u^3 - 3u$ ، $u = t^2 + 2$ و $t = 4x - 3$ ، مشتق y نسبت به x در $x = 1$ کدام است؟
 ۴۸ (۱) ۸ (۲) صفر (۳) ۱۹۲ (۴)

۲۷۶

۲۷۷



۲۷۸ اگر نمودار f به شکل مقابل و $g(x) = |x^2 - 1|f(x)$ باشد، حاصل $g'_+(1) - g'_-(1)$ چه قدر است؟

۳ (۱)

۶ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

۲۷۹ اگر $f(2) = 2f'(2) = 4$ و $g(x) = \frac{f'(x)}{x + f(x)}$ باشد، مقدار $g'(2)$ کدام است؟

 $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

۲۸۰

۲۸۱

اگر $f(x) = \sqrt{3+x} \cos\left(\frac{\pi}{2x}\right)$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f(x)}{x-1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) π (۴) $-\pi$

۲۸۲

شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sin \pi x$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$

۲۸۳

اگر $f(x) = \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x+a}$ و $f'_+(1) = \frac{1}{2}$ مقدار $f'_-(2)$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) 1 (۴) -1

۲۸۴

اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+2h) - g(1)}{h} = 5$ ، آنگاه متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 + x$ در $[1, 2]$ چقدر از آنگاه

- لحظه‌ای تغییر تابع g در $x = 1$ بیشتر است؟
(۱) 5 (۲) $5/5$ (۳) 6 (۴) $6/5$

۲۸۵

آنگاه متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 + 7x + 1$ وقتی متغیر از $x = 1$ به $x = 4$ تغییر می‌کند، کدام است؟

- (۱) 10 (۲) 12 (۳) 14 (۴) 15

۲۸۶

اگر $f(x) = \begin{cases} x + \frac{a}{x} & ; x \geq 1 \\ bx^2 - 1 & ; x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -1 (۳) 2 (۴) -2

۲۸۷

مماس‌های رسم شده بر نمودار تابع $f(x) = |x|(2x+a)$ در مبدا مختصات، بر یکدیگر عمود هستند. a کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{1}{2}$ (۲) ± 2 (۳) ± 1 (۴) $\pm \sqrt{2}$

اگر $f(x) = \frac{4x - |x|}{5}$ و $g(x) = 4x + |x|$ کدام گزینه درست است؟ (۲۸۸)

(۱) $f \circ g$ در $x = 0$ مشتق چپ و مشتق راست دارد، اما نابرابرند.

(۲) $(f \circ g)'(0) = 3$

(۳) $(f \circ g)'(0) = -3$

(۴) $f \circ g$ در $x = 0$ نه مشتق راست دارد نه مشتق چپ.

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x \geq 1 \\ x^3 - 2x & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر باشد، حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟ (۲۸۹)

(۱) ۱۳ (۲) ۵ (۳) ۲۶ (۴) ۳۴

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}(3x + 1)^{\frac{1}{2}}$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر در نقطه $x = 1$ ، کدام است؟ (۲۹۰)

(۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $-\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{3}{16}$

مشتق راست تابع $f(x) = (|x^2 - 4| - 2)\sqrt[3]{4x}$ در $x = -2$ چه قدر است؟ (۲۹۱)

(۱) $-\frac{22}{3}$ (۲) $\frac{22}{3}$ (۳) -10 (۴) $-\frac{26}{3}$

به ازای کدام مقدار a ، خط مماس بر نمودار $y = \frac{x+1}{x-2}$ در $x = -1$ با خط عمود بر تابع $f(x) = x^2 + ax + 2$ (۲۹۲)

در همان نقطه موازی است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

اگر $f(x) = \sqrt{x-8}$ و $g(x) = \sin \pi x$ باشند، مشتق $(f \circ g)(x)$ به ازای $x = 2$ چه قدر است؟ (۲۹۳)

(۱) $-\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{\pi}{12}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

شیب خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = 3 \cos^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ کدام است؟ (۲۹۴)

(۱) $-\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{16}$

۲۹۵ اگر $f(x) = (x^2 - 3)(2x^2 - 5)^5 \left(\frac{1}{x^2}\right)$ باشد، مقدار $f'(\sqrt{3})$ چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۲۹۶

۲۹۷ اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h) - f(1-3h)}{2h} = 3$ باشد، حاصل مشتق $f(\sqrt{x})$ به ازای $x = 1$ چه قدر است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) ۶

۲۹۸ در تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در نقطه‌ای $x = 1$ با نمو متغیر $0/69$ ، از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چه قدر کم تر است؟

- (۱) $\frac{8}{23}$ (۲) $\frac{10}{23}$ (۳) $\frac{3}{46}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۹۹ اگر $f(x) = \frac{x^2 + 1}{3x^2 + 1} \left| \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right|$ ، آن‌گاه مقدار $f'(1^+)$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{8}$ (۲) $-\frac{\pi}{8}$ (۳) $-\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۳۰۰ اگر $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x^2 + 3x}}$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{16}$ (۲) $-\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۳۰۱ مشتق عبارت $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۰۲ در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط در بازه $[4, 4/41]$ از آهنگ لحظه‌ای در $x = 4$ چقدر کم‌تر است؟

- (۱) $\frac{1}{41}$ (۲) $\frac{1}{82}$ (۳) $\frac{1}{164}$ (۴) $\frac{3}{164}$

۳۰۳ معادله خط قائم بر منحنی $y = (x - 2)\sqrt{x}$ در نقطه $(-1, -1)$ کدام است؟

- (۱) $2y + x = -1$ (۲) $y + 2x = 1$ (۳) $2y + 3x = 1$ (۴) $2y + 2x = -1$

۳۰۴ عرض از مبدا، خط مماس بر منحنی $y = \frac{\sqrt{x}}{x - 3}$ در نقطه $x = 4$ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۳۰۵ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{f(x) - f(9)}{x - 9}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{2}{9}$

۳۰۶ اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 & x < 1 \\ bx + \frac{c}{x} & x > 1 \end{cases}$ و $f''_+(1) + f''_-(1) = 2$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۰۷ اگر $f(x) = \begin{cases} 3x + a & x < 1 \\ \frac{b}{x} & x > 1 \end{cases}$ و $f'_-(1) + f'_+(1) = -1$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۰۸ اگر $y = U^5 + 2U$ ، $U = t + \cos t$ و $t = \sqrt{2x^2 + 1}$ باشد، حاصل y'_x در $x = 0$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۳۰۹ آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 3}$ در $x = 1$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{9}{2}$

310 اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & x \geq 1 \end{cases}$ در مجموعه‌ی اعداد حقیقی مشتق‌پذیر باشد، مقدار $f'(-2)$ کدام است؟

(1) 13 (2) 12 (3) 4 (4) 6

311 اگر $g(4x) = f(x + 2x^2)$ و $f'\left(-\frac{1}{8}\right) = -2$ باشد، مقدار $g''(-1)$ کدام است؟

(1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{8}$ (4) $\frac{1}{8}$

312 اگر $f(x) = 3x + g^5(2x)$ و $f'(0) = 3$ و $g(0) = 1$ ، مقدار $\frac{f''(0)}{g''(0)}$ کدام است؟

(1) 10 (2) 20 (3) 40 (4) 80

313 تابع $f(x) = a|x| + (2x - b)[x]$ در $x = 0$ مشتق‌پذیر است. مقدار a کدام است؟

(1) 1 (2) -1 (3) 3 (4) -3

314 اگر $f(x) = \frac{1-x^2}{1-\sqrt{3+x}}$ ، مقدار مشتق $y = f(\tan x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

(1) 2 (2) -2 (3) 4 (4) -4

315 اگر $g(x) = 5\sin(2x - 3g(x))$ و $g(0) = 0$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$ کدام است؟

(1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{5}{4}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{5}{7}$

316 اگر $y = u^3 - 2u^2 + \cos \pi u$ و $u = \tan \pi x + \cot \pi x$ ، مقدار $\frac{dy}{dx}$ به ازای $x = \frac{1}{4}$ کدام است؟

(1) صفر (2) 1 (3) 2π (4) π

317 اگر مماس‌های چپ و راست رسم شده بر نمودار تابع $f(x) = |ax - b|[2x]$ در $x = 1$ بر هم عمود باشند، مقدار b کدام است؟

(1) $\pm \frac{1}{2}$ (2) ± 2 (3) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $\pm \sqrt{2}$

۳۱۸ در تابع $f(x) = \sqrt{2x+1}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x در نقطه‌ای به طول ۴ با نمو متغیر ۰/۳۰۵، از

آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه چه قدر کم تر است؟

- (۱) $\frac{1}{61}$ (۲) $\frac{1}{183}$ (۳) $\frac{3}{61}$ (۴) $\frac{2}{183}$

۳۱۹ اگر f تابعی مشتق پذیر باشد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+1}{\sqrt{x+3}-2} = 4$ ، مقدار $f'(1) - 2f(1)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۳

۳۲۰ اگر f تابعی مشتق پذیر باشد و $3x^2 = f(x+4) - f(1-2x)$ ، مقدار $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) ۱/۲ (۴) ۲/۴

۳۲۱ اگر $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & x \leq 1 \\ 2x + 1 & x > 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-h) - f(1+h)}{h}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۵ (۴) -۶

۳۲۲ تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 - a & x < 1 \\ x^3 - x & x \geq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $a = 1$ (۲) $a = \pm 1$ (۳) a یافت نمی شود. (۴) $a \in \mathbb{R}$

۳۲۳ اگر $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ حاصل $f'_-(0)$ کدام است؟

- (۱) موجود نیست (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) صفر

۳۲۴ مشتق عبارت $\left(\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x}\right)^2 - \cos^4\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۳۲۵ تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x & x \geq 2 \\ x^3 + bx & x < 2 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق‌پذیر است. $a + b$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۳۲۶ مشتق تابع $y = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right)$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{6}$ ، کدام است؟

 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۳۲۷ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} = 5$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $y = f(x)$ در $x = 1$ کدام است؟

۱ (۴)

 $\frac{1}{2}$ (۳)

۱۰ (۲)

 $\frac{5}{2}$ (۱)

۳۲۹ اگر $f(x) = x - \sqrt{x+2}$ ، مشتق $f(2 + f(x))$ به‌ازای $x = 2$ کدام است؟

 $\frac{9}{16}$ (۴) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{9}{16}$ (۱)

۳۳۰ فرض کنید $f(x) = \frac{\sqrt{x^4 + x + x^2}}{3^x}$ و $g(x) = (\sqrt{x^4 + x - x^2})^{x+1}$ حاصل عبارت

$f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$ به‌ازای $x = 1394$ کدام است؟

 $3(1394)^2$ (۴) $3(1394)^4$ (۳)

۳ (۲)

۴۱۸۲ (۱)

۳۳۱ معادله‌ی خط عمود بر نمودار تابع $f(x) = \sin^3 x + \sin 2x$ در نقطه‌ای به طول $x = \pi$ واقع بر تابع، کدام است؟

 $y = 2x - 2\pi$ (۴) $y = x - \pi$ (۳) $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}$ (۲) $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}$ (۱)

۳۳۲

با فرض آنکه $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 + 1)^2}$ مقدار $f'(0)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$

۳۳۳

اگر $f(x) = |x - \sqrt{x}|x^2$ باشد، مقدار $f'_+(1) - f'_-(1)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) -۱

۳۳۴

اگر $f(x) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\frac{\pi}{16}$

۳۳۵

اگر تابع f در R مشتق پذیر و $f(\sin x) = \cos^2 x$ باشد، مشتق تابع $f(\tan x)$ در $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- ۲ (۱) -۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

۳۳۶

اگر $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -3$ باشد، a کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۳۳۷

معادله‌ی خط قائم بر نمودار $y = \sqrt{4 - x^2}$ در نقطه‌ای به طول -1 x واقع بر آن کدام است؟

$$y - \sqrt{3}x = 2\sqrt{3} \quad (۲) \qquad y + \sqrt{3}x = 0 \quad (۱)$$

$$3y - \sqrt{3}x = 4\sqrt{3} \quad (۴) \qquad 3y + \sqrt{3}x = 2\sqrt{3} \quad (۳)$$

۳۳۸

اگر $y = u - \sin^2 u$ و $u = \left(3x + \sqrt{\frac{\pi}{4}}\right)^3$ باشد، مشتق y نسبت به x ، در نقطه‌ی $x = 0$ کدام است؟

$$9\sqrt{\frac{\pi}{4}} \quad (۱) \qquad 18\sqrt{\frac{\pi}{4}} \quad (۲) \qquad 9(1 - \sqrt{2})\sqrt{\frac{\pi}{4}} \quad (۳) \qquad \text{صفر} \quad (۴)$$

۳۳۹) مماس راست و چپ تابع $f(x) = |ax + b| \cdot [x]$ در نقطه‌ی $x = 2$ بر هم عمودند. مقدار b کدام است؟ () نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ± 2 (۲) $\pm \frac{1}{2}$ (۳) $\pm \sqrt{2}$ (۴) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۴۰) مشتق تابع $y = (\sin x + \cos x)^4 - 2 \sin 2x$ در $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳۴۱) در تابع $f(x) = \frac{3}{x+2}$ ، آهنگ آنی در $x = 3$ چه قدر بیشتر از آهنگ متوسط تغییر تابع از $x = 1$ تا $x = 3$ است؟

- (۱) $\frac{2}{45}$ (۲) $\frac{1}{30}$ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۳۴۲) مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{1 - \cos^2 x}{1 + 2 \sin^2 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۴۳) اگر $f(x) = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{x}\right)$ باشد، عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی در $x = 4$ چه قدر است؟

- (۱) π (۲) $1 - \pi$ (۳) $1 + \pi$ (۴) $-\pi$

۳۴۴) اگر $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$ و $g(x) = \cos 2x$ باشند، آن گاه حاصل $(f \times g)' \left(\frac{\pi}{24}\right)$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) 1

۳۴۵) اگر $f(x) = \sqrt{4x+5} + |x-1|$ مقدار $f'_+(1) - 2f'_-(1)$ چه قدر است؟

- (۱) 1 (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۳۴۶) اگر $y = \operatorname{Cotg}^2 \pi u$ و $u = 4x + \sqrt[3]{x^2}$ باشد، مقدار $\frac{dy}{dx}$ به ازای $x = \frac{1}{8}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{64}{3}$ (۲) $-\frac{64}{3}$ (۳) $\frac{64\pi}{3}$ (۴) $\frac{32\pi}{3}$

۳۴۷ مشتق تابع $f(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ چه قدر است؟

- (۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{16}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{16}$

۳۴۸ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{2}{\sqrt{3x+1}}$ مفروض است. آهنگ متوسط تغییر تابع از نقطه‌ی $x = 0$ تا $x = 5$ ، از آهنگ

- تغییر لحظه‌ای آن در نقطه‌ی $x = 1$ چه قدر بیشتر است؟
(۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{3}{40}$ (۴) $\frac{27}{10}$

۳۴۹ اگر $f(x) = |\sin x| + |x|[x]$ باشد، آنگاه مقدار مشتق چپ تابع $f(x)$ در $x = 0$ چه قدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۳۵۰ مقدار مشتق تابع $f(x) = \sqrt{\frac{\sin(\sin x)}{1 + \cos x}}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2\sqrt{\sin 1}}$ (۲) $\frac{\sqrt{\sin 1}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۳۵۱ اگر $f(x) = \sqrt[3]{3x-1}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ چه قدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

۳۵۲ مشتق تابع $f(x) = \frac{4 \operatorname{tg}^2 x}{1 - \operatorname{tg}^4 x}$ در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $5\sqrt{3}$ (۴) ۸

۳۵۳ اگر تابع $f(x) = (x^2 - 2ax + 5) \cdot [x^2]$ فقط در یک نقطه‌ی صحیح مشتق‌پذیر باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $a \in \mathbb{R}$ (۲) $a = \pm\sqrt{5}$ (۳) $a \neq \pm\sqrt{5}$ (۴) $a \in \emptyset$

۳۵۴ مشتق تابع $f(x) = 5\sqrt[5]{x^3} - 7$ به ازای $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt[5]{8}$ (۲) $3\sqrt[5]{8}$ (۳) $\frac{3\sqrt[5]{8}}{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt[5]{8}}{4}$

۳۵۵ اگر داشته باشیم $f'(x) = x^2 + x - 3$ و $f(x^2 + 1) + (f(x + 1))^2 = x^2 + x - 3$ و $x > 0$ ، حاصل $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۵۶ اگر $f(x) = x + \sqrt{2x - x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x} + \sqrt{4 - x}$ ، حاصل $f'(2) \cdot g(2) - g'(2) \cdot f(2)$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۳۵۷ تابع $y = \left[\frac{x}{x-2} \right]$ در بازه $(1, b)$ فقط در دو نقطه مشتق پذیر است. حداکثر مقدار b کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{8}{5}$

۳۵۸ اگر $y = \frac{1}{x-a} - \frac{1}{x-b}$ باشد، حاصل $\frac{2y'y''}{y^3} - \frac{y''}{y}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{a-b} \left(\frac{x-b}{x-a} \right)$ (۲) $\frac{1}{a-b} \left(\frac{x-b}{x-a} \right)$
 (۳) $\frac{2}{a-b} \left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x-b} \right)$ (۴) $\frac{1}{a-b} \left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x-b} \right)$

۳۵۹ مشتق تابع $y = \sin^3 \sqrt{t}$ در نقطه $t = \frac{\pi^2}{16}$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$

۳۶۰ عرض از مبدا، خط مماس بر منحنی $y = x\sqrt{2x+1}$ در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{11}{3}$ (۳) $-\frac{14}{3}$ (۴) $-\frac{16}{3}$

۳۶۱ اختلاف آهنگ متوسط تابع $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ در بازه $[3, 5]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = 4$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۶۲

خط به معادله $y = m$ بر منحنی $y = \frac{\sin x - \sqrt{2}}{\cos x}$ مماس است. m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۳۶۳

مشتق تابع $y = \operatorname{tg}^2 \sqrt{2x}$ به ازای $x = \frac{\pi^2}{32}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{32}{\pi}$ (۲) $\frac{8}{\pi}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{16}{\pi}$

۳۶۴

تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b; & x > 2 \\ x^3 - 3x; & x \leq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ مشتق پذیر است. b کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) -۷ (۴) -۱۲

۳۶۵

اگر $f(x) = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ باشد حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۳۶۶

خط قائم بر منحنی $y = \frac{x-1}{x}$ در نقطه تلاقی آن با محور x ها از کدام نقطه می گذرد؟

- (۱) (۴, ۲) (۲) (۲, -۳) (۳) (۳, -۴) (۴) (۴, -۳)

۳۶۷

حجم آب یک مخزن در t دقیقه پس از شروع تخلیه برابر است با $V = 150(36-t)^2$ ، آهنگ لحظه‌ای تخلیه آب پس از ۳۲ دقیقه کدام است؟

- (۱) -۶۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) -۱۲۰۰

۳۶۸

عرض از مبدا خط قائم بر منحنی $y = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x = 4$ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

۳۶۹ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^3$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ کدام است؟

۱) -۲۱ (۲) -۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۳۷۰ به‌ازای کدام مقادیر m ، خط به معادله $(m+2)y = mx$ ، موازی یکی از خطوط مماس بر منحنی $y = \sqrt{1+x^2}$ است؟

۱) $m > -1$ (۲) $m < -1$ (۳) $m > 1$ (۴) $m < 1$

۳۷۱ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{1 + \cos x} & ; x > 0 \\ \frac{\sin 2x}{\sin x} & ; x \leq 0 \end{cases}$ مقدار $f'_-(0) - f'_+(0)$ کدام است؟

۱) $0/75$ (۲) ۱ (۳) $1/25$ (۴) $1/5$

۳۷۲ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{48}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $\frac{7}{24}$ (۴) $\frac{7}{16}$

۳۷۳ تابع f در $x = 2$ مشتق‌پذیر است. اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 9}{h} = \frac{3}{2}$ باشد، مشتق تابع $g(x) = x\sqrt{f(x)}$ در $x = 2$ کدام است؟

۱) $2/5$ (۲) ۳ (۳) $3/5$ (۴) ۴

۳۷۴ اگر آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 + 2x$ نسبت به x در بازه‌ی $[1, a]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x = \sqrt{3}$ برابر باشد، کدام a است؟

۱) $\frac{-1 + \sqrt{31}}{2}$ (۲) $\frac{-1 + \sqrt{33}}{2}$ (۳) $\frac{1 + \sqrt{33}}{2}$ (۴) $\frac{1 + \sqrt{30}}{2}$

۳۷۵ با فرض $f(x) = x\sqrt{\frac{x}{x+2}}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۳۷۶ در نقطه‌ای با کدام طول از منحنی $y = x^2 - 6x - 1$ شیب خط مماس برابر ۴ است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۷۷ عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) $1 - \frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{2} - 1$ (۳) $\pi - 1$ (۴) $1 + \frac{\pi}{2}$

۳۷۸ در تابع $f(x) = |x - 2|x^2$ مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۸ (۴) -۸

۳۷۹ اگر $f(x) = |\sin x|$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(\pi + h) - f(\pi)}{h}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۳۸۰ معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $y = x + \frac{1}{x}$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $x = 1$ (۲) $y = 2$ (۳) $y = 0$ (۴) $x + y = 3$

۳۸۱ معادله‌ی حرکت یک متغیر روی یک خط مستقیم $x = f(t) = 2t^2 - 3t + 1$ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر مکان در لحظه‌ی $t = 2/5$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۷

۳۸۲ آهنگ متوسط تغییر تابع $y = x^2$ از $x = 3$ تا $x = 5$ چه قدر است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۸۳ نمودار $y = \sin x$ با چه زاویه‌ای از مبدأ می‌گذرد؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

۳۸۴ عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴)

۳۸۵ اگر $f(x) = \sqrt{x-2} \sqrt{x-1}$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴)

۳۸۶ در تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x < 1 \\ \frac{2}{x} + c & x \geq 1 \end{cases}$ داریم $f''_+(1) + f''_-(1) = -2$. مقدار c کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴)

۳۸۷ توپ تنیسی به هوا پرتاب می‌شود. مسافت پیموده شده به وسیله‌ی توپ برحسب متر، تابعی از زمان t برحسب ثانیه به صورت $S = 12t - 3t^2$ است. در لحظه‌ی $t = 1$ سرعت توپ و شتاب آن است.

- ۶، ۱۲ (۱) -۶، ۶ (۲) ۶، ۶ (۳) -۶، ۱۲ (۴)

۳۸۸ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{x^2}{12} - 13x + 8$ در فاصله‌ی $[1 - \pi, 5 + \pi]$ کدام است؟

- ۱۳ (۱) -۱۲/۵ (۲) -۱۲ (۳) -۱۱/۵ (۴)

۳۸۹ خط $y = 2x + 3$ در $x = 1$ بر نمودار تابع مشتق پذیر f مماس است. مشتق تابع $y = \sqrt{f(x) - 1}$ در $x = 1$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)

۳۹۰ در تابع $f(x) = (x-1)\sqrt{x+2}$ تفاضل آهنگ متوسط در بازه $(2, 7)$ از آهنگ آنی در لحظه $x = 7$ چقدر است؟

- ۰/۶ (۱) ۰/۸ (۲) ۱/۲ (۳) ۰/۹ (۴)

۳۹۱

مشتق تابع $y = \sqrt{(3+x^2)^3}$ کدام است؟

$x\sqrt{3+x^2}$ (۴)
 $3\sqrt{3+x^2}$ (۳)
 $3x\sqrt{3+x^2}$ (۲)
 $6x\sqrt{3+x^2}$ (۱)

۳۹۲

مشتق تابع $f(x) = \sin^4 \sqrt{x}$ در کدام گزینه آمده است؟

$f'(x) = \frac{\sin^2 \sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (۲)
 $f'(x) = \frac{2 \sin \sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (۱)

$f'(x) = \frac{\sin \sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (۴)
 $f'(x) = \frac{2 \sin^2 \sqrt{x} \cdot \sin^3 \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (۳)

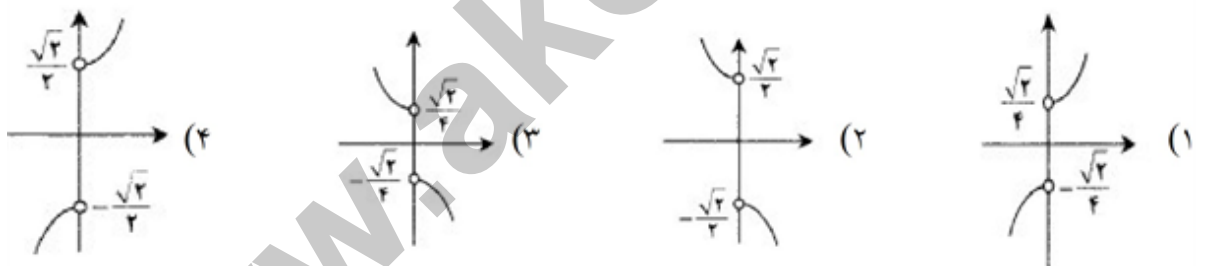
۳۹۳

اگر $y = \sqrt{4u+3u}$ و $u = \tan^2 x + 3 \cot x$ حاصل $\frac{dy}{dx}$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

6 (۴)
 -2 (۳)
 -7 (۲)
 $-\frac{7}{2}$ (۱)

۳۹۴

اگر $f(x) = \sqrt{||x|-2|}$ نمودار f' در همسایگی $x=0$ به کدام صورت است؟



۳۹۵

اگر $f(x) = |x| [x]$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(-h)}{h}$ کدام است؟

2 (۴)
 -1 (۳)
 صفر (۲)
 1 (۱)

۳۹۶

اگر $y = 2x + 3$ مماس بر نمودار تابع زوج f در $x = -1$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) + 3f(x) - 4}{x-1}$ کدام است؟

-10 (۴)
 10 (۳)
 8 (۲)
 -8 (۱)

۳۹۷ تابع $f(x) = \left[x - \frac{1}{3} \right] + |x|$ در بازه $(-1, 1)$ چند نقطه‌ی مشتق‌ناپذیر دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۹۸ در کدام نقطه از تابع $y = \frac{1}{2x+1}$ خط مماس بر خط $y = 2x + 5$ عمود است؟

- (۱) $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (۲) $A\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ (۳) $A\left(1, \frac{1}{3}\right)$ (۴) $A(-1, -1)$

۳۹۹ اگر مماس‌های رسم شده بر نمودار $y = |x+1|(2x+a)$ در نقطه‌ی گوشه‌دار آن، بر هم عمود باشند، a کدام است؟

- (۱) ۱ و ۳ (۲) -۱ و -۳ (۳) -۱ و ۳ (۴) ۱ و -۳

۴۰۰ بر نمودار $y = \sqrt{4-x^2}$ دو مماس موازی هم در نقاط A و B می‌توانیم رسم کنیم. فاصله‌ی A تا B کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۸

۴۰۱ تابع $y = \left[\frac{2}{x} \right]$ در کدام یک از بازه‌های زیر می‌تواند مشتق‌پذیر باشد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $(1, 2)$ (۲) $(0, 2)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $x > 1$

۴۰۲ اگر $g(x) = \frac{1}{4}\sqrt{5x-9}$ و $f(x) = \cos^2(\pi x)$ مشتق $f \circ g$ به ازای $x = 2$ چه قدر است؟

- (۱) $-\frac{5\pi}{8}$ (۲) $\frac{5\pi}{8}$ (۳) $\frac{5\pi}{4}$ (۴) $-\frac{5\pi}{4}$

۴۰۳ مشتق $f(x) = \frac{1 - \tan 3x}{1 + \tan 3x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{36}$ چه قدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۳

۴۰۴ برای تابع $[\sin x]$. $y = x^2$ در $x = 0$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) پیوسته است اما مشتق‌ناپذیر. (۲) هم پیوسته است هم مشتق‌پذیر و $f'(0) = 0$.
(۳) نه پیوسته است نه مشتق‌پذیر. (۴) پیوسته است و مشتق‌پذیر اما $f'(0) \neq 0$.

۴۰۵ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = 3x^2 + ax + b$ در بازه $[-1, 3]$ برابر ۲ است، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) -۴ (۴) -۲

۴۰۶ به فرض آنکه $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x < -1 \\ 3\sqrt{2x+3} & x \geq -1 \end{cases}$ در مجموعه‌ی اعداد حقیقی مشتق‌پذیر باشد، $f'(-2)$ کدام

- است؟
 (۱) -۲۱ (۲) -۳۳ (۳) ۳ (۴) ۱۵

۴۰۷ تابع $y = \cos\left(\left[\frac{1}{x}\right]\pi\right)$ در چند نقطه از بازه‌ی $\left(\frac{1}{5}, 1\right)$ مشتق‌ناپذیر است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) هیچ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۴۰۸ در تابع $f(x) = |x-a|(x^2+b)$ ، اگر $f'_+(2) - f'_-(2) = 10$ باشد، مقدار $a+b$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۰۹ اگر $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x+2}}$ مقدار $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۴۱۰ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 2x - \sqrt{\frac{1}{x}} & ; x > 1 \\ ax + b & ; x < 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x=1$ مشتق‌پذیر است. b کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۱/۵ (۳) ۰/۵ (۴) -۰/۵

۴۱۱ عرض از مبدأ خط قائم بر منحنی $y = (x+1)^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{3}}$ در نقطه‌ای به طول ۸ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۷ (۳) ۹۵ (۴) ۹۷

۴۱۲ به‌ازای کدام مقدار a نمودار تابع $y = \frac{2\cos x + a}{\cos x - 1}$ بر محور x مماس است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) صفر

تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{3}{x} & ; x \geq 1 \\ x(ax+b) & ; x < 1 \end{cases}$ همواره مشتق‌پذیر است. $a - b$ کدام است؟ ۴۱۳

۱۱ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)

خط مماس بر منحنی $y = \sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x}$ در نقطه‌ای به طول ۸ واقع بر آن محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟ ۴۱۴

-۴ (۴) ۴ (۳) ۲ (۲) -۲ (۱)

مشتق $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{\sqrt{x}}\right)$ در $x = 16$ برابر $\frac{\pi}{n}$ است. n کدام است؟ ۴۱۵

۱۲۸ (۴) ۶۴ (۳) ۳۲ (۲) ۸ (۱)

بهازای کدام مقدار a ، نمودار $y = \frac{ax}{b+x}$ در نقطه‌ی $x = 1$ بر خط $y = 2$ مماس است؟ ۴۱۶

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

اگر $f(x) = \frac{\sin^4 x}{1 + \sqrt[3]{\tan x}}$ باشد، مقدار $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ کدام است؟ ۴۱۷

۴ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) -۴ (۱)

اگر $f(x)$ و $f'(x)$ توابعی پیوسته و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + f(x)}{x - 1} = 1$ باشد، مشتق $xf(x)$ به‌ازای $x = -1$ چه قدر است؟ ۴۱۸

-۴ (۴) ۴ (۳) -۲ (۲) صفر (۱)

مماس‌های چپ و راست رسم شده بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{a - |x|}$ در نقطه‌ی $x = 0$ بر هم عمودند. a کدام است؟ ۴۱۹

$\frac{1}{4}$ (۴) ۴ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

اگر $f(x) = \frac{7\sqrt{x}}{x+1}$ باشد، آنگاه متوسط تغییر f روی بازه $[1, 8]$ چه قدر از آنگاه لحظه‌ای تغییر f در ابتدای بازه بیشتر است؟

- (۱) $\frac{5}{36}$ (۲) $\frac{7}{36}$ (۳) $\frac{13}{36}$ (۴) $\frac{11}{36}$

اگر مشتق راست $f(x) = a|\sin x - \cos x|$ در $x = \frac{\pi}{4}$ برابر ۱ باشد، a کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

اگر $f(x) = (x^2 - 4)([x] + [-x])$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $f'(2) = -4$ (۲) $f'(2) = 4$
 (۳) $f'(2) = 0$ (۴) $f'(2)$ موجود نیست.

تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx$ در نقطه‌ای به طول ۲- دارای مماس افقی است که از منحنی عبور می‌کند. معادله‌ی

- این مماس کدام است؟
 (۱) $3y + 11 = 0$ (۲) $3y + 8 = 0$ (۳) $3y + 5 = 0$ (۴) $3y + 2 = 0$

مقدار مشتق تابع $y = \sqrt{2 + \sin^2 x}$ در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

اگر $f(x) = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ ، حاصل $f'\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) 2

چند تا از خطوط زیر بر نمودار تابع $f(x) = 2x + \frac{2}{x}$ مماس است؟

- (الف) $y = 2$ (ب) $y = 4$ (ج) $y = -4$ (د) $y = 0$
 (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۴۲۷ مشتق تابع $y = 6\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[4]{x^2}$ در نقطه‌ی $x = -1$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) وجود ندارد. (۴) صفر

۴۲۸ اگر عبارت $x^4 + ax^2 - bx + 4$ بر $(x-1)^2$ بخش پذیر باشد، b کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴۲۹ تابع $f(x) = (x^3 - 4x)[-x^2]$ در چند نقطه به طول صحیح مشتق پذیر است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۳۰ اگر $f(x) = \frac{x^3 \sqrt{5x-1} - x \sqrt{5x-1}}{4x^2 + 4x + 4} - \frac{x \sqrt{5x-1}}{x^2 + x + 1}$ ، حاصل $f'(2)$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{6}{7}$ (۲) $\frac{12}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{24}{7}$

۴۳۱ مقدار مشتق تابع $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{4x}\right)$ به ازای $x = \frac{3}{\pi}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi^2}{36}$ (۲) $\frac{\pi^2}{72}$ (۳) $-\frac{\pi^2}{36}$ (۴) $-\frac{\pi^2}{72}$

۴۳۲ اگر $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ و $g(x) = \tan x$ ، حاصل $f'\left(g\left(\frac{\pi}{12}\right)\right) \cdot g'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) ۴

۴۳۳ مشتق راست تابع $y = |x^2 - 9|[x]$ در $x = 3$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱۸ (۳) ۱۸ (۴) ۶

۴۳۴ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 2 & x < -1 \\ \sqrt{x+2} - 1 & x \geq -1 \end{cases}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(-1+2h) - f(-1-2h)}{h}$ کدام است؟

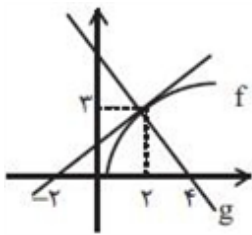
- (۱) $-\frac{9}{2}$ (۲) -۸ (۳) ۱۰ (۴) موجود نیست.

۴۳۵ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2ax + b & x > 1 \\ x^3 + x & x < 1 \end{cases}$ روی R مشتق پذیر باشد، b کدام است؟

- ۲ (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)

۴۳۶ مشتق تابع $y = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ در $x = \frac{1}{4}$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)



۴۳۷ اگر $h(x) = g(f(x))$ باشد، حاصل $h'(2)$ کدام است؟

- صفر (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۴۳۸ اگر $f(x) = \sqrt{2 \cos \pi \sqrt{x}}$ باشد، $f'(\frac{1}{9})$ کدام است؟

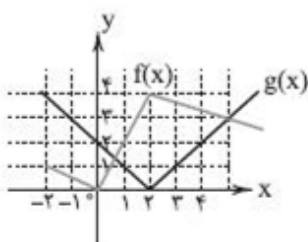
- $\frac{3\pi\sqrt{3}}{4}$ (۱) $-\frac{3\pi\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{3\pi\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\frac{3\pi\sqrt{3}}{2}$ (۴)

۴۳۹ معادله‌ی خطی که به موازات نیمساز ربع اول و سوم، بر نمودار تابع $y = \frac{x^2}{2} - 2x$ مماس می‌شود، کدام است؟

- $y = x - \frac{3}{2}$ (۱) $y = x + \frac{3}{2}$ (۲) $y = x - \frac{9}{2}$ (۳) $y = x + \frac{9}{2}$ (۴)

۴۴۰ خطی که با جهت مثبت محور x زاویه‌ی 45° می‌سازد، بر نمودار $y = 2\sqrt{x-1}$ مماس شده است. طول نقطه‌ی تماس کدام است؟

- $x = \frac{5}{2}$ (۱) $x = 2$ (۲) $x = \frac{3}{2}$ (۳) $x = 1$ (۴)



۴۴۱ با توجه به نمودارهای روبه‌رو، مشتق تابع $f^2(x)g(x)$ در $x = 1$ کدام است؟

- ۴ (۱) -۴ (۲) صفر (۳) وجود ندارد. (۴)

۴۴۲ اگر $f(x) = \sqrt{3+x^2} - x$ و $g(x) = \sqrt{3+x^2} + x$ باشد، حاصل $\frac{f'(4)g(4)}{g'(4)f(4)}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $-\frac{1}{2}$

۴۴۳ اگر $f(x) = (\sqrt{x^6+1} + x^3)^7$ حاصل $f'(x)f(-x) - f'(-x)f(x)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) $23x^{41}$ (۴) $21x^{10}$

۴۴۴ مقدار مشتق تابع $f(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{4}\right)$ در $x = \frac{\pi}{3}$ چند برابر مقدار مشتق تابع $g(x) = \tan(\cos x)$ در $x = \frac{\pi}{2}$ است؟

(۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

۴۴۵ اگر $f(x) = \frac{1 - \tan 2x}{1 + \tan 2x}$ باشد، حاصل $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۱

۴۴۶ اگر $f'(x) = \frac{1}{x^2+2}$ و $g(x) = f(\sqrt{x-2})$ حاصل $g'(6)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $-\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{24}$

۴۴۷ اگر $f(x) = \frac{x}{g(x)}$ باشد، حاصل $\frac{f'(x)}{f(x)} + \frac{g'(x)}{g(x)}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{x}$ (۳) $\frac{1}{g'(x)}$ (۴) $\frac{1}{f'(x)}$

۴۴۸ اگر $\left(\frac{g}{f}\right)'(2) = 4$ ، $\left(\frac{g}{f}\right)(2) = 3$ حاصل $\frac{g'}{g} - \frac{f'}{f}$ در $x = 2$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۴۴۹ تابع $y = |3\cos^2 x - 2\cos x - 1|$ در بازه $[0, 2\pi]$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۵۰ در تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x + 1 & x < 1 \end{cases}$ کدام مورد صحیح است؟

$f'_-(1) = 6, f'_+(1) = 2$ (۲) $f'_-(1) = 2, f'_+(1) = 6$ (۱)

$f'_-(1)$ وجود ندارد، $f'_+(1) = 2$ (۴) $f'_-(1)$ وجود ندارد، $f'_+(1) = 6$ (۳)

۴۵۱ معادله‌ی حرکت پرتابی توپ به صورت $S = \frac{-gt^2}{2} + 30t$ می‌باشد. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای توپ برابر $19 \frac{m}{s}$ خواهد شد؟ (۴) $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$

$7/5$ (۴) 10 (۳) $2/5$ (۲) 5 (۱)

۴۵۲ اگر $f(x) = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$ باشد، $\frac{df}{dx}$ در $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

$-\sqrt{3}$ (۴) -4 (۳) 4 (۲) $\sqrt{3}$ (۱)

۴۵۳ دامنه‌ی مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ کدام است؟

$[0, +\infty)$ (۴) $(0, +\infty)$ (۳) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۲) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۱)

۴۵۴ مشتق دوم تابع $f(x) = \operatorname{Sin} ax$ چند برابر مشتق اول $g(x) = \operatorname{Cos} ax$ در $x = \frac{\pi}{15}$ است؟

a^2 (۴) a (۳) $-a$ (۲) 1 (۱)

۴۵۵ در تابع $f(x) = x^2 - x$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر از ۱ به $1+h$ تغییر می‌کند، $\frac{6}{5}$ برابر آهنگ لحظه‌ای

$0/4$ (۴) $0/2$ (۳) $0/1$ (۲) $0/2$ (۱)

۴۵۶ اگر $y = \frac{16}{\sqrt{U}} + U^2$ و $U = 2 \operatorname{Cotg} \frac{x}{2} + \sqrt{4 + \operatorname{Sin} 2x}$ ، آنگاه مقدار $\frac{dy}{dx}$ به ازای $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

$-4/5$ (۴) $4/5$ (۳) $-7/5$ (۲) $7/5$ (۱)

خط مماس بر منحنی $y = \frac{x+1}{2x-1}$ در ناحیه‌ی دوم موازی خط $x + 3y = 7$ می‌باشد، این خط نیمساز ربع اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $+\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

مشتق تابع $y = \frac{\text{tg}^2 x - \text{Sin} 2x}{1 + \text{Cotg} x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\frac{5}{2}$

مشتق تابع $y = \text{tg}(1 - x^2)$ در نقطه‌ی $x = \sqrt{1 + \frac{\pi}{4}}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{4 + \pi}$ (۲) $\sqrt{4 + \pi}$ (۳) $-2\sqrt{4 + \pi}$ (۴) $-\sqrt{4 + \pi}$

اگر $f(x) = \text{tg} \pi x$ و $g(x) = \sqrt{x}$ ، مشتق تابع $f \circ g$ در $x = \frac{1}{16}$ کدام است؟

- (۱) 4π (۲) -4π (۳) 2π (۴) -2π

شیب خط مماس بر منحنی $y = \text{Sin} 3x \text{Cos} 2x$ در نقطه‌ای به طول $\frac{\pi}{6}$ روی منحنی کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) -1 (۴) ۱

مشتق تابع $y = \frac{\text{Cos}^2 x - \text{Sin}^2 x}{\text{Cotg} 2x}$ در $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - \frac{x|x+1|}{x+1}$ مقدار $f'_+(-1) - f'_-(-1)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

تابع با ضابطه $f(x) = ||x| - 2|$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۶۵ در نقطه‌ای با کدام طول، خط مماس بر نمودار تابع $y = x^2 - 3x + 2$ موازی خط گذرا بر دو نقطه‌ی $(1, 4)$ و $(3, 2)$ است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۴۶۶ مشتق عبارت $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{\sin x - \cos x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۴۶۷ خط مماس بر منحنی $y = \frac{2x-1}{x+3}$ در نقطه‌ای به طول -2 واقع بر آن کدام است؟

- (۱) $y = 7x + 9$ (۲) $y = 6x + 7$ (۳) $y = -7x + 9$ (۴) $y = 4x + 3$

۴۶۸ خط قائم بر منحنی $y = \tan(\cos x)$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ واقع بر آن نیم‌ساز ناحیه‌ی چهارم را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $1 + \frac{\pi}{4}$ (۳) $1 - \frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

۴۶۹ مشتق عبارت $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -1 (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۴۷۰ شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$ با دامنه $[0, \pi]$ با کدام طول برابر صفر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$

۴۷۱ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۴۷۲ اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشند، مشتق تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) مشتق ندارد.

۴۷۳ دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = 3x + |x|$ و $g(x) = \frac{3}{4}x + a|x|$ مفروض‌اند. به‌ازای کدام مقدار a تابع $g \circ f$ در مبدأ

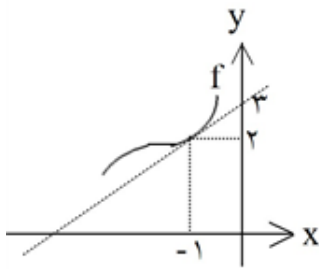
مختصات، مشتق‌پذیر است؟

(۴) هیچ مقدار a

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $-\frac{1}{4}$

(۱) $-\frac{1}{4}$



۴۷۴ با توجه به قسمتی از نمودار تابع f و مماس رسم شده بر آن، مشتق تابع

$$y = -f^2\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) \text{ در نقطه‌ی } -1 \text{ برابر است با } \dots\dots\dots$$

(۱) مشتق تابع f در نقطه‌ی ۲

(۲) مشتق تابع f^2 در نقطه‌ی ۲

(۳) مشتق تابع f^2 در نقطه‌ی ۳

(۴) مشتق تابع f در نقطه‌ی ۳

۴۷۵ اگر $f'(4x) = 3x^2 + 3$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{f(x) - f(-2)}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{4}{5}$

(۳) $-\frac{4}{75}$

(۲) $-\frac{4}{3}$

(۱) $-\frac{4}{15}$

۴۷۶ آهنگ متوسط تغییر تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 1 \\ 3x + a & ; x < 1 \end{cases}$ روی بازه‌ی $[1/44, -1/56]$ برابر $-1/04$

است. مقدار a چه قدر است؟

(۴) ۶

(۳) ۷

(۲) ۸

(۱) ۹

۴۷۷ اگر $f(x) = \cos^2(3x)$ باشد، مقدار $f'\left(\frac{\pi}{36}\right)$ چه قدر است؟

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) $-\frac{1}{6}$

(۱) $-\frac{3}{2}$

۴۷۸ تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \in \mathbb{Z} \\ |x| + 1 & ; x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z} \end{cases}$ در چند نقطه به طول صحیح، مشتق‌پذیر است؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۴۷۹ معادله‌ی خط مماس بر نمودار منحنی $y = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + x$ در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن کدام است؟

$y = 2x - 3$ (۱) $y = x + 1$ (۲) $y = -x + 3$ (۳) $y = 2x$ (۴)

۴۸۰ هرگاه $f(x) = \frac{\cos x (2 \sin x + a)}{\tan(2x) + 4}$ و $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ باشند، مقدار a کدام است؟

-13 (۱) -17 (۲) -12 (۳) -14 (۴)

۴۸۱ اگر تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x > 1 \\ \sqrt[3]{x} & ; -1 \leq x \leq 1 \\ x & ; x < -1 \end{cases}$ باشد، دامنه‌ی تابع f' کدام است؟

$R - \{0, \pm 1\}$ (۴) $R - \{\pm 1\}$ (۳) $R - \{0\}$ (۲) R (۱)

۴۸۲ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1 & ; x \leq 1 \\ x - 2a & ; x > 1 \end{cases}$ پیوسته باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$ کدام است؟

-1 (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴)

۴۸۳ اگر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در $x = -2$ برابر $\frac{1}{3}$ و $f(x) = f(4x + 2)$ باشد، مقدار $g'(-1)$ چه قدر است؟

$-\frac{4}{3}$ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴)

۴۸۴ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 2x + b & ; x \leq 1 \\ a\sqrt[4]{x} & ; x > 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق‌پذیر است. حاصل ab کدام است؟

48 (۱) 24 (۲) 32 (۳) 40 (۴)

۴۸۵ اگر $g(x) = x|x|$ و $f'(x) = \sqrt{4 - 3x}$ باشد، مشتق $y = f \circ g(x)$ در $x = -2$ کدام است؟

-16 (۱) 16 (۲) 4 (۳) -4 (۴)

486

اگر $f(x) = [x] \cos \frac{\pi}{x}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (1) وجود ندارد. (2) π (3) 2π (4) $\frac{5\pi}{4}$

487

در کدام یک از توابع زیر، رابطه‌ی $f'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$ برقرار است؟

- (1) $f(x) = x^5$ (2) $f(x) = x^3$ (3) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ (4) $f(x) = \frac{1}{x}$

488

تابع $y = (x^3 + ax^2 + 5x + b)[x]$ در $x = -1$ مشتق پذیر است. در کدام نقطه به طول صحیح پیوسته است؟

- (1) -2 (2) 2 (3) 1 (4) صفر

489

هرگاه $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ مشتق $f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)$ به ازای $x = -1$ چقدر است؟

- (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $-\frac{3}{2}$ (4) $-\frac{3}{4}$

490

آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ وقتی x از 1 تا $\frac{1}{2}$ تغییر کند کدام است؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{6}$

491

خطی که دو نقطه به طول‌های 1 و -1، از منحنی به معادله $y = x^3 + ax^2 + 2x$ را به هم وصل کند، بر این منحنی مماس است، a کدام است؟

- (1) -1، 1 (2) -1، 2 (3) 1، 2 (4) -2، 1

492

در تابع با ضابطه $f(x) = x\sqrt{x} + |x-1|$ ، مقدار $f'_+(1) + 3f'_-(1)$ کدام است؟

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

493

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{36}{x}$ ، آهنگ متوسط تابع از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 3$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن، در $x = \sqrt[3]{12}$

بیشتر است؟

- (1) 1 (2) $\frac{1}{5}$ (3) 2 (4) $\frac{2}{5}$

۴۹۴ مشتق تابع $y = x\sqrt{x}$ به ازای $x=4$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴)

۴۹۵ اگر $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ ، $g(x) = \frac{(x+1)^2}{x}$ باشد، حاصل $(f(x) \cdot g(x))'$ به ازای $x=2$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴)

۴۹۶ تابع $y = x|x^2 - x|$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- ۲ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

۴۹۷ اگر $f(x) = 1 - |x|$ ، تعداد نقاط مشتق ناپذیر تابع با ضابطه‌ی $y = f(f(x))$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴)

۴۹۸ اگر $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$ ، مقدار $f\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ برابر کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۹۹ تابع $y = |x^3 - x^2|$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) صفر (۳) ۳ (۴)

۵۰۰ مشتق تابع $y = \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 20}{x\sqrt{2x}}$ در نقطه‌ی $x = 2$ کدام است؟

- $\frac{9}{2}$ (۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) ۹ (۴)

۵۰۱ تابع $y = (x^3 + 3x^2 + ax + b)[x]$ در $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

- ۵۲ (۱) -۵۲ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴)

۵۰۲

مشتق دوم تابع $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + \sqrt[3]{x^{16}}}{x\sqrt{x}}$ در نقطه‌ی $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{391}{36}$ (۲) $\frac{23}{6}$ (۳) $\frac{391}{6}$ (۴) $\frac{23}{36}$

۵۰۳

مختصات نقطه‌ای از تابع $y = x^3 + 3x$ که خط مماس در آن نقطه بر خط $x + 6y = 1$ عمود است، کدام است؟

- (۱) $(-1, 4)$ (۲) $(-1, -4)$ (۳) $(1, -4)$ (۴) $(1, -1)$

۵۰۴

اگر $f(x) = x|\sin \pi x|$ مقدار $f'(1^+)$ کدام است؟

- (۱) $-\pi$ (۲) -1 (۳) 1 (۴) π

۵۰۵

مقدار مشتق $\sin x \cos 3x$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۵۰۶

منحنی‌های توابع با ضابطه‌ی $f(x) = -x^2 + bx + 3$ بر خط به معادله‌ی $y = 7$ مماس‌اند. فاصله‌ی دو نقطه‌ی تماس کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6

۵۰۷

معادله‌ی خط قائم بر منحنی به معادله‌ی $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x$ در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن، کدام است؟

- (۱) $y - 2x = 0$ (۲) $2y - x = 3$ (۳) $y + x = 3$ (۴) $y + 2x = 4$

۵۰۸

اندازه‌ی مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{3 + 2\cos \frac{\pi}{x}}$ به ازای $x = 3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۵۰۹

عرض از مبدا خط قائم به نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{2x-1}{x+1}$ در نقطه‌ی تقاطعش با محور طول‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۵۱۰ اگر $f(x) = \sqrt{x^3 \sqrt{x}}$ و $g(x) = \frac{1}{x \sqrt[3]{x}}$ حاصل $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{21}{12}$ (۲) ۱ (۳) $-\frac{21}{12}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۵۱۱ مشتق تابع $y = \frac{(x-1)^3}{x^2 + x + 1} + \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{x}}$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۱

۵۱۲ اگر $f(x) = \cos x$ و $g(x) = \sin(\pi x)$ ، شیب خط مماس بر منحنی تابع $g \circ f$ در نقطه‌ی تلاقی آن با محور x ها، روی بازه‌ی $(0, \pi)$ کدام است؟

- (۱) $-\pi$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) π (۴) ۰

۵۱۳ اگر $f(x) = x + \cos^5(g(x))$ ، $g(0) = \frac{\pi}{6}$ و $f'(0) = 1$ مقدار $f''(0)$ چند برابر $g''(0)$ است؟

- (۱) $-\frac{45}{16}$ (۲) $\frac{45}{16}$ (۳) $\frac{45}{32}$ (۴) $-\frac{45}{32}$

۵۱۴ مقدار مشتق تابع $y = \sin^2 \frac{(3x+\pi)}{2}$ در $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۴) $-\frac{3\sqrt{2}}{4}$

۵۱۵ در تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + 5x + 4$ آهنگ متوسط تغییر این تابع وقتی $x_1 = 3$ و $x_2 = 5/5$ چقدر است؟

- (۱) $11/5$ (۲) ۱۱ (۳) $5/25$ (۴) $11/25$

۵۱۶ توپ تنیسی را با سرعت اولیه‌ی V_0 در راستای قائم به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر معادله‌ی حرکت توپ

$x(t) = -5t^2 + 30t$ باشد، سرعت متوسط توپ در دو ثانیه‌ی اول چقدر است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

در تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x - 2)^2}$ مقدار $f'(0)$ کدام است؟ (۵۱۷)

- (۱) صفر (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{16}$

مقدار مشتق تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{2 - 2 \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$ در نقطه‌ای با طول $\frac{\pi}{12}$ کدام است؟ (۵۱۸)

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $-2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

منحنی $y = x^2 + x^3$ بر خط $y = x + a$ مماس است. عرض نقطه‌ی تماس واقع در ربع اول چقدر است؟ (۵۱۹)

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{4}{27}$

اگر $f(x) = \begin{cases} -3x + 5 & \text{و } x \geq 1 \\ x^4 - x + 2 & \text{و } x < 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟ (۵۲۰)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) ۴

اگر رابطه‌ی $f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{2} + f(x^3)\right)$ برای تابع مشتق‌پذیر $f(x)$ برقرار باشد، حاصل $f'(1)$ کدام است؟ (۵۲۱)

- (۱) $-\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{8}$ (۳) $-\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

اگر $f(x) = 1 + \sin x$ و $g(x) = f(x) + f(2x) - 1 + 2 \cos x$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(\frac{g(h)}{f(h)} - \frac{g(0)}{f(0)} \right)$ (۵۲۲)

- کدام است؟
(۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

مشتق دوم تابع $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 5x + 4}{x - 1}$ در $x = 2$ کدام است؟ (۵۲۳)

- (۱) -۶ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۶

۵۲۴ اگر $f(x) = \frac{x}{3x^3 + 4x^2 + 5x + 1}$ ، حاصل $\frac{f'(x)}{(f(x))^2}$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) ۱۰ (۳) -۹ (۴) ۹

۵۲۵ تابع مشتق تابع $f(x) = \sin(\cos^2 x) \sin(\sin^2 x)$ کدام است؟

(۱) $-\sin 2x \cdot \sin(\cos 2x)$ (۲) $\sin 2x \cdot \sin(\cos 2x)$

(۳) $\cos 2x \cdot \sin(\sin 2x)$ (۴) $-\cos 2x \cdot \sin(\sin 2x)$

۵۲۶ اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{3h} = \operatorname{tg}(x)$ ، مشتق تابع f کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3} \operatorname{tg} x$ (۲) $\frac{1}{3}(1 + \operatorname{tg}^2 x)$ (۳) $3(1 + \operatorname{tg}^2 x)$ (۴) $3 \operatorname{tg} x$

۵۲۷ به ازای کدام مقدار b تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq -2 \\ ax + b & x < -2 \end{cases}$ در $x_0 = -2$ مشتق پذیر است؟

(۱) -۴ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) -۸

۵۲۸ اگر $f(x) = x^3 + \sqrt{x^6 + 2x^4}$ ، آنگاه حاصل $f'(x)f(-x) - f'(-x)f(x)$ کدام است؟

(۱) $2x^4$ (۲) صفر (۳) $8x^3$ (۴) $-2x^4$

۵۲۹ اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2a-3h) - f(2a)}{h} = 3$ و $g(x) = xf\left(\frac{1}{x}\right)$ حاصل $g'\left(\frac{1}{2a}\right)$ چه قدر از $f(2a)$ کمتر است؟

(۱) a (۲) $-a$ (۳) $-2a$ (۴) $2a$

۵۳۰ منحنی $y = \sqrt[3]{x - x^3}$ چند خط مماس قائم دارد؟

(۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۵۳۱ اختلاف مشتق چپ و راست تابع $y = \sqrt{(x-1)^2(x+3)}$ در نقطه‌ی $x = 1$ چه قدر است؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

خط $y = ax + b$ در نقطه‌ی $x = 1$ بر منحنی $y = x^3 + x^2 - 1$ مماس است. مقدار b کدام است؟ ۵۳۲

۴ (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۴ (۴)

مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x}}$ به ازای $x = 1$ چه قدر است؟ ۵۳۳

$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴)

تابع $y = (x-1) \left[\frac{1}{x} \right]$ در چند نقطه با طول صحیح در دامنه‌ی خود مشتق ناپذیر است؟ ۵۳۴

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ بی‌شمار

تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sin^2 x - \cos 2x & \text{و} & 0 < x < \frac{\pi}{4} \\ a \tan x + b \sin 2x & \text{و} & \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{4}$ مشتق‌پذیر ۵۳۵

است، b کدام است؟

-۱ (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴)

مشتق تابع $y = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4} \right)$ ، به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ ، کدام است؟ ۵۳۶

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴)

مشتق راست تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ([x] - |x|) \sqrt[3]{9x}$ ، در نقطه‌ی $x = -3$ ، کدام است؟ ۵۳۷

$-\frac{16}{3}$ (۱) -۵ (۲) -۴ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴)

خط گذرا بر دو نقطه‌ی $(1, 2)$ و $(-1, 3)$ ، بر منحنی پیوسته‌ی $y = f(x)$ در نقطه‌ی $x = 3$ مماس است. حد عبارت ۵۳۸

$\frac{f'(x) + f(x) - 5}{3-x}$ وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & x > 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است، $f(1 - \sqrt{2})$ کدام است؟

(۱) $3 - \sqrt{2}$ (۲) $2 - \sqrt{2}$ (۳) $2 - 2\sqrt{2}$ (۴) $3 - 2\sqrt{2}$

در تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ مقدار مشتق در نقطه‌ای به طول $\frac{3\pi}{8}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 1 + a \cos \pi x & x > 1 \\ bx^2 + x & x < 1 \end{cases}$ بر روی R مشتق‌پذیر باشد، a کدام است؟

(۱) 1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -1 (۴) $\frac{1}{2}$

مقدار مشتق $\sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{1}{x}\right)}$ به ازای $x = \frac{3}{\pi}$ کدام است؟

(۱) $\frac{-2\pi^2 \sqrt{3}}{9}$ (۲) $\frac{-3\pi^2}{9}$ (۳) $\frac{2\pi^2}{9}$ (۴) $\frac{2\pi^2 \sqrt{3}}{9}$

اگر $y = 2 \sin 3x - 5 \cos 3x$ باشد، کدام یک از روابط زیر به x بستگی ندارد؟

(۱) $y^2 + y'^2$ (۲) $y^2 + \frac{y'^2}{9}$ (۳) $9y^2 + 25y'^2$ (۴) $25y^2 + 9y'^2$

مشتق تابع $y = \frac{(2x-3)\sqrt[3]{6x^2-5x+2}}{(3x-2)^2}$ به ازای $x = \frac{3}{2}$ کدام است؟

(۱) $0/36$ (۲) $0/64$ (۳) $0/75$ (۴) $0/84$

به ازای کدام مجموعه مقادیر a نمودار تابع $y = x^3 - ax^2 + a$ بر نیمساز ربع اول مماس است؟

(۱) $\{1\}$ (۲) $\{-1\}$ (۳) $\{1, -2\}$ (۴) $\{-1, 1\}$

۵۴۶ به ازای کدام مقادیر m منحنی $y = 2x^3 - m(x^2 - 1)$ با خط $y = 2x$ در یک نقطه مماس اند؟

- (۱) ۱ یا -۱ (۲) ۲ یا -۱ (۳) ۱ یا -۲ (۴) ۲ یا -۲

۵۴۷ مشتق تابع $y = (x^2 - x)\sqrt{(3x - 1)^2}$ در نقطه‌ی $x = 3$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۲ (۴) ۲۶

۵۴۸ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(2x+6)^2} & ; x > 1 \\ ax + b & ; x < 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است، b کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{10}{3}$

۵۴۹ مقدار مشتق تابع $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3x}\right)$ به ازای $x = 4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{96}$ (۲) $\frac{\pi}{72}$ (۳) $\frac{\pi}{48}$ (۴) $\frac{\pi}{32}$

۵۵۰ اگر منحنی‌های $y = x + b\sqrt{x}$ و $y = \frac{ax+1}{x-3}$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ بر هم مماس باشند، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۵۵۱ ضریب زاویه‌ی خط مماس بر تابع $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{x}}$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۵۵۲ اگر $f(x) = (x-1)(x+2)(x-3)$ باشد، حاصل $\frac{1}{f'(1)} + \frac{1}{f'(-2)} + \frac{1}{f'(3)}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۵۳ اگر $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ باشد، حاصل $2xf'(x) + x^2f''(x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $-\pi$ (۴) π

۵۵۴ اگر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در $x = -2$ برابر $\frac{1}{3}$ و $g(x) = f(4x + 2)$ باشند، مقدار $g'(-1)$ چه قدر است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۵۵۵ هرگاه $y = 2u^3 + u$ و $u = x - \sqrt{x}$ باشد، مقدار مشتق y نسبت به x به ازای $x = 4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{27}{4}$ (۲) $\frac{75}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۵۵۶ اگر α زاویه‌ی حاده و $f(\sin \alpha) = \cos \alpha$ باشد، مقدار مشتق $y = f\left(\frac{1}{x}\right)$ به ازای $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ (۴) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

۵۵۷ اگر $g(x) = x - \sqrt{x+3}$ و آهنگ تغییر آنی تابع f نسبت به x در $x = -1$ برابر $-\frac{2}{3}$ باشد، مقدار مشتق تابع $f \circ g$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) 1 (۴) $\frac{1}{4}$

۵۵۸ مقدار مشتق تابع $f(x) = 6 \sin x - 8 \sin^3 x$ به ازای $x = \frac{\pi}{9}$ کدام است؟

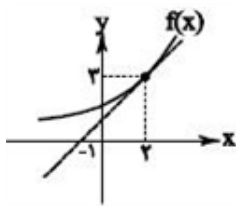
- (۱) $-3\sqrt{3}$ (۲) -3 (۳) 3 (۴) $3\sqrt{3}$

۵۵۹ اگر $y = 3 + \sin 2x$ ، آن‌گاه کدام رابطه بین تابع و مشتق دوم آن برابر است؟

- (۱) $y'' - y = 6$ (۲) $y'' + 2y = 12$ (۳) $y'' + 4y = 3$ (۴) $y'' + 4y = 12$

۵۶۰ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{1}{x+1}$ نسبت به متغیر x ، وقتی x از $x_1 = 1$ تا $x_2 = t$ تغییر می‌کند، برابر نصف آهنگ آنی تغییر این تابع در $x = 2$ است. t کدام است؟

- (۱) 6 (۲) 7 (۳) 8 (۴) 9



۵۶۱ اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، مشتق تابع $y = \frac{x}{f(2x)}$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $-\frac{1}{9}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

۵۶۲ اگر مشتق $f(\sin x)$ برابر $\frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x}$ باشد، مشتق $f(\tan x)$ کدام است؟

- (۱) $\tan x$ (۲) $1 + \tan^2 x$ (۳) $2 \tan x$ (۴) $\tan^2 x$

۵۶۳ اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، $(a > 0)$ در عبارت $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} = K f'(a)$ مقدار K کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{a}$ (۲) \sqrt{a} (۳) 2 (۴) $\frac{1}{\sqrt{a}}$

۵۶۴ خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x}$ از نقطه $(0, 3)$ گذشته است، معادله آن کدام است؟

- (۱) $y + 2x = 3$ (۲) $2y + x = 6$ (۳) $y - 2x = 3$ (۴) $2y - x = 6$

۵۶۵ مشتق تابع $y = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۵۶۶ مشتق عبارت $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x + \cos x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۵۶۷ به ازای مقادیری از a و b تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & x < 2 \\ \sqrt{x+2} & x \geq 2 \end{cases}$ روی \mathbb{R} مشتق پذیر است b کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 1 (۴) $\frac{3}{2}$

۵۶۸ مقدار مشتق تابع $f(x) = \sqrt[3]{\frac{3x-27}{2x+1}}$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{36}$ (۲) $-\frac{19}{12}$ (۳) $\frac{17}{36}$ (۴) $-\frac{17}{12}$

۵۶۹ اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{2}{3}$ باشد مشتق تابع $f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-2\sqrt{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۵۷۰ اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ، $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ آنگاه $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ برابر کدام است؟

- (۱) x (۲) $\sqrt{1-x^2}$ (۳) $\sqrt{1+x^2}$ (۴) 1

۵۷۱ هرگاه $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x+5}}$ ، $f(x) = (x^2 - 1)$ آن گاه $f'(-1)$ برابر است با:

- (۱) 1 (۲) صفر (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -1

۵۷۲ مقدار مشتق تابع $y = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۵۷۳ اگر $f(2x) = 6x + \sin(f(x))$ ، $f(0) = 0$ باشد، آن گاه $f'(0)$ کدام است؟

- (۱) -6 (۲) -3 (۳) -1 (۴) 6

۵۷۴ معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع $y = x^2 - x$ در نقطه‌ی $P\left(\frac{2}{3}\right)$ کدام است؟

- (۱) $y = 2x - 1$ (۲) $y = 2x + 1$ (۳) $y = 3x + 4$ (۴) $y = 3x - 4$

۵۷۵ شیب خط قائم بر نمودار تابع $y = \frac{(x+a)}{(3x-1)}$ در نقطه $x = 2$ واقع بر آن برابر -5 است، a کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۵۷۶ کدام گزینه در ارتباط با وضعیت دو منحنی $y = x$ ، $y = \sqrt[3]{x^2}$ صحیح است؟

- (۱) دو منحنی در $x = 0$ بر هم مماس‌اند. (۲) دو منحنی در $x = 1$ بر هم مماس‌اند.
(۳) دو منحنی در $x = 0$ با هم متقاطع‌اند. (۴) دو منحنی در $x = -1$ با هم متقاطع‌اند.

۵۷۷) عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی به معادله $y = x\sqrt{x-3}$ در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن کدام است؟

- ۸ (۴) ۶ (۳) -۶ (۲) -۸ (۱)

۵۷۸) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 3x$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9}$ کدام است؟

- ۹ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

۵۷۹) مشتق راست تابع $y = 3|x-1| + [1-x^2]$ در نقطه‌ی $x = -2$ چه قدر است؟

- ۴ (۴) -۹ (۳) -۳ (۲) ۳ (۱)

۵۸۰) اگر $f(x) = x[2x+1]$ مقدار $f'_+(1) - f'_-(1)$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) وجود ندارد. (۴)

۵۸۱) کدام یک از گزینه‌های زیر، مشتق چپ $y = |x^2 - 3x| + [4-x]$ در $x = 1$ است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۰ (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۵۸۲) اگر $f(3) = 2f'(3) = 1$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f(3+\Delta x)} - \sqrt{f(3)}}{\Delta x}$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

۵۸۳) عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی $xy + x^2 = 1$ در نقطه‌ی $(1, 0)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴)

۵۸۴) فرض کنید تابع $f(x)$ پیوسته باشد، اگر $f(2) = 4$ ، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{xf^2(x) - 2f^2(x)}{x^2 - 4}$ کدام است؟

- ۲ - ۲f'(2) (۱) ۳ - ۳f'(2) (۲) ۴ - ۴f'(2) (۳) ۴ - ۱۶f'(2) (۴)

۵۸۵) مشتق تابع $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-50)$ در $x=25$ چقدر است؟

- (۲۵!) (۱) $-(25!)^2$ (۲) $(25!)^2$ (۳) $-(25!)$ (۴)

۵۸۶

تابع با ضابطه $f(x) = \left[\frac{1}{x}\right]$ در کدام بازه مشتق پذیر است؟

- (۱) $[0, 1]$ (۲) $(-1, 0)$ (۳) $(+\infty, 1]$ (۴) $(-\infty, -1)$

۵۸۷

مشتق چپ تابع $y = \frac{x^2 - 4}{|x| - 1}$ ، در $x = 0$ چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) -۲

۵۸۸

مشتق تابع $f(x) = \sin^2\left(\frac{\pi}{x}\right)$ در $x = 3$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$ (۲) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$ (۳) $\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$ (۴) $\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$

۵۸۹

در چند نقطه از منحنی $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ مماس بر منحنی موازی محور x هست؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) بی شمار

۵۹۰

مقدار مشتق تابع $y = \frac{1 + \cos 2x}{\cos 2x}$ ، به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۵۹۱

اگر $f(x) = \sin^2 \pi x - \frac{1}{4} \cos \pi x$ ، مشتق تابع $f(f(x))$ در نقطه $x = \frac{1}{3}$ ، چند برابر $3\sqrt{3}$ است؟

- (۱) $\frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi^2}{8}$ (۴) $\frac{\pi^2}{4}$

۵۹۲

اگر $f(x) = \frac{x - |3x|}{2}$ و $g(x) = \sin x$ و $-\pi < x < 0$ باشد، مشتق تابع $f(g(x))$ کدام است؟

- (۱) $-2 \cos x$ (۲) $\cos x$ (۳) $2 \cos x$ (۴) $2 \sin x$

۵۹۳

اگر $f(x^2 \sqrt{x}) = \sqrt{4x - 8}$ باشد، $f'(32)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{20}$ (۲) $-\frac{1}{60}$ (۳) $\frac{1}{60}$ (۴) $\frac{3}{20}$

۵۹۴ اگر $g(x) = x|x|$ و $f'(x) = \sqrt{4-3x}$ باشد، مشتق $y = fog(x)$ در $x = -2$ کدام است؟

- (۱) -16 (۲) 16 (۳) 4 (۴) -4

۵۹۵ مقدار مشتق تابع $f(x) = 6\sin x - 8\sin^3 x$ به ازای $x = \frac{\pi}{9}$ کدام است؟

- (۱) $-3\sqrt{3}$ (۲) -3 (۳) 3 (۴) $3\sqrt{3}$

۵۹۶ مقدار مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x}}{\sqrt{\sqrt{x} - 1}}$ به ازای $x = 16$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{128}$ (۲) $\frac{1}{64}$ (۳) $\frac{1}{32}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۵۹۷ تابع $y = ||x - 1| - 2|$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۵۹۸ اگر $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 8}{x^2 - 1}$ باشد، حاصل $f'(\sqrt{3}) + f'(-\sqrt{3})$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) 8 (۳) 10 (۴) 21

۵۹۹ مشتق تابع $y = (x^2 - 4)\cos\frac{\pi}{2x}$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

۶۰۰ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^n - 2^n}{x - 2} = 80$ و $n \in \mathbb{N}$ باشد، مقدار n کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 5 (۳) 6 (۴) 7 یا 9

۱) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$a + \frac{2}{2\sqrt{2x+1}} = \frac{4a+3-1}{4} \Rightarrow a + \frac{1}{2} = a + \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x+1} = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

۲) گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
با توجه به سوال $g(1) = 1$ است.

$$f'(x) = 2xg\left(\frac{1}{x}\right) - g'\left(\frac{1}{x}\right) \xrightarrow{x=1} g'(1) = 1$$

$$f''(x) = 2g\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{2}{x}g'\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2}g''\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$x=1 \Rightarrow f''(1) = 2 - 2 + g''(1) \Rightarrow f''(1) - g''(1) = 0$$

۳) گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$g'(x) = \left(\frac{2}{\sin x}\right)' f'\left(\frac{2}{\sin x}\right) = \frac{-2 \cos x}{\sin^2 x} f'\left(\frac{2}{\sin x}\right)$$

$$g'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{4}} f'(4) = -4\sqrt{3} f'(4) = (3) \Rightarrow f'(4) = -\frac{1}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴

$$f(x) = \frac{9x}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} = 9x^{\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = 3x^{-\frac{2}{3}} + \frac{4}{3}x^{-\frac{5}{3}}$$

$$f'(1) = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{h} = -f'(2) = -3 \Rightarrow f'(2) = 3$$

خط مماس: $y - 7 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x + 1$

$$\begin{cases} A(1, 4) \\ B(4, 13) \end{cases} \Rightarrow AB = \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶

$$g'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)[f(x)]}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)[f(x)]$$

$$= 2 \times [2^-] = 2 \times 1 = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷

آهنگ متوسط در بازه $[2, 4]$: $\frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{12 \text{Log}_3^{16} - 0}{2} = 6 \text{Log}_3^{16}$

آهنگ در لحظه ای در $x = 2$: $f'(2)$

برای مشتق‌گیری در $x = 2$ فقط از عامل صفرکننده یعنی $x^2 - 4$ مشتق می‌گیریم:

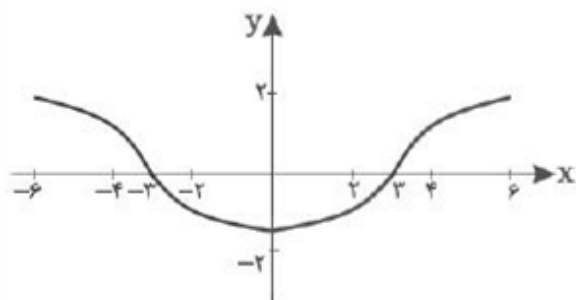
$$(x^2 - 4)' \text{Log}_3(x^2 + x - 4) = 2x \text{Log}_3(x^2 + x - 4) \xrightarrow{x=2} 4 \text{Log}_3(2)$$

نسبت: $\frac{6 \text{Log}_3^{16}}{4 \text{Log}_3^2} = \frac{3}{2} \text{Log}_3^{16} = \frac{3}{2}(4) = 6$

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در تابع $y = \sqrt[3]{|x|} - 3$ ، $x = 0$ ریشه ساده قدرمطلق است که تابع در آن مشتق پذیر نمی باشد چون مقادیر مشتق چپ و راست برابر نیستند. به علاوه $x = 3$ و $x = -3$ هم ریشه های زیر رادیکال هستند که مشتق در آنها نامتناهی است. نمودار این تابع در شکل مقابل آمده است.



۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

می دانیم $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$ است. در صورت سؤال آمده $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = 5$ است یعنی $f(1) = 0$ و

$f'(1) = 5$ می باشد. حالا از تابع $f(x - f(x))$ مشتق می گیریم:

$$(f(x - f(x)))' = (x - f(x))' \times f'(x - f(x)) = f'(x) \times f'(x - f(x))$$

$$\xrightarrow{x=1} (1 - f'(1)) \times f'(1 - f(1)) = (1 - 5) \times f'(1 - 0) = -4f'(1) = -4(5) = -20$$

۱۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h} = \frac{1}{2} f'_-(1)$$

$$h \rightarrow 0^-$$

برای پیدا کردن مشتق چپ تابع در $x = 1$ ، اول تکلیف قدرمطلق و جزء صحیح را مشخص می کنیم:

$$f(x) = |x - 1| [x^2 + 1] \xrightarrow{x=1^-} -(x - 1) [1^- + 1] = -(x - 1) [2^-]$$

$$= -(x - 1)(2) = -2x + 2 \Rightarrow f'_-(1) = -2 \Rightarrow \frac{1}{2} f'_-(1) = -1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱)

اگر $f(x) = \frac{ax^3 + 3}{2x - 1}$ در $x = 1$ بر خط $y = 3x - b$ مماس باشد باید:

$$(1) f'(1) = 3 \Rightarrow f'(x) = \frac{3ax^2(2x-1) - 2(ax^3+3)}{(2x-1)^2}$$

$$\xrightarrow{x=1} f'(1) = \frac{3a(1) - 2(a+3)}{1} = \frac{a-6}{1} = 3 \Rightarrow a = 9$$

پس $f(x) = \frac{9x^3 + 3}{2x - 1}$ است. به علاوه باید تابع و خط در $x = 1$ با هم برخورد کنند.

$$f(1) = 3(1) - b \Rightarrow \frac{9+3}{1} = 3 - b \Rightarrow b = -9$$

پس $a + b = 0$ می شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۲)

$$f(x) + g(x) = \text{Log}(\sqrt{x^2 + 2}) + \text{Log}(\sqrt{x^2 + 2} + x)$$

$$= \text{Log}(x^2 + 2 - x^2) = \text{Log} 2$$

از طرفین تساوی با ۲ مشتق می گیریم:

$$f'(x) + g'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = -g'(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{g'(x)} = -1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۳)

$$f(x) = \left(\frac{\sqrt{x^3 - 3x}}{x^2 + 1} \right)^3$$

$$f'(x) = \frac{\frac{(3x^2 - 3)(x^2 + 1) - 2x\sqrt{x^3 - 3x}}{2\sqrt{x^3 - 3x}}}{(x^2 + 1)^2} \times 3 \left(\frac{\sqrt{x^3 - 3x}}{x^2 + 1} \right)^2$$

$$\xrightarrow{x=-1} \frac{0 + 2\sqrt{2}}{4} \times 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{می دانیم } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 2x^2 = f'(x) \text{ است.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{f(x) - f(2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \underbrace{\frac{x-2}{f(x) - f(2)}}_{\frac{1}{f'(2)}} \times (x+2) = \frac{4}{f'(2)}$$

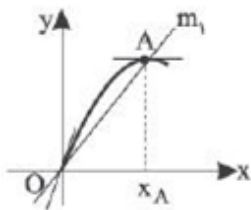
$$f'(x) = 2x^2 \xrightarrow{x=2} f'(2) = 2(2) = 8$$

ما حاصل $\frac{4}{f'(2)}$ را می‌خواهیم که برابر $\frac{1}{2}$ می‌شود.

۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مطابق شکل $f'(0)$ شیب خط مماس بر نمودار $f(x)$ در $x=0$ و $f'(x_A)$ هم شیب خط مماس بر $f(x)$ در نقطه A است پس:



$$f'(0) > m_1 > f'(x_A)$$

۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در همسایگی راست $x=1$ داریم:

$$f(x) = \frac{3x-1}{\sqrt{x}} = 3x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 2x^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$$

$$f'_+(1) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-h) - 2}{h} = -f'_+(1) = -\frac{5}{2}$$

$$h \rightarrow 0^-$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷
معادله خط d به صورت $y = mx + ۱۲$ است حالا:

$$\begin{cases} mx + ۱۲ = ax^2 + ۹ \leftarrow \text{برابری دو تابع} \\ m = ۲ax \leftarrow \text{برابری شیب دو تابع} \end{cases}$$

$$x = ۱ \Rightarrow \begin{cases} m + ۱۲ = a + ۹ \\ m = ۲a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -۳ \\ m = -۶ \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$x^2 + ۳x - ۴ = 0 \Rightarrow x = ۱, -۴ \text{ مماس قائم } -۴$$

نقاط برخورد مماس‌های قائم با $y = -x$ ، دو نقطه $A(۱, -۱)$ و $B(-۴, ۴)$ است.

$$AB = \sqrt{۵^2 + ۵^2} = ۵\sqrt{۲}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$y'(۲) = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{(x^2 - ۴)[f(x)]}{x - ۲} = \lim_{x \rightarrow ۲} (x + ۲)[f(x)] = ۴ \times [۵^-] = ۱۶$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۰

$y = ۲x - ۱$ بر نمودار $y = f(x)$ در $x = ۱$ مماس است پس:

$$A \Big|_1^1 = f(۱) = ۱$$

$$m = ۲ \Rightarrow f'(۱) = ۲$$

$$\lim_{x \rightarrow ۱} \frac{(f(x) - ۱) \overbrace{(f(x) - ۲)}^{-۱}}{\underbrace{(x - ۱)(x^2 + x + ۱)}_۳} = \frac{۱}{۳} \lim_{x \rightarrow ۱} \frac{f(x) - ۱}{x - ۱} = \frac{۱}{۳} f'(۱) = \frac{۲}{۳}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱

f در $x = ۱$ مشتق پذیر است پس:

$$\lim_{x \rightarrow ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{(x - ۱)(x + ۱)} = \frac{۱}{۲} f'(۱)$$

$$x \rightarrow ۱$$

$$\lim_{h \rightarrow ۰} \frac{f(۱) - f(۱ - kh)}{h} = kf'(۱) \Rightarrow k = \frac{۱}{۲}$$

$$h \rightarrow ۰$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$\frac{f(b) - f(2)}{b - 2} = \frac{v}{6} \Rightarrow \frac{b + \sqrt{b} - 6}{b - 2} = \frac{v}{6} \rightarrow vb - 28 = 6b + 6\sqrt{b} - 36 \rightarrow b - 6\sqrt{b} + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{b} - 2)(\sqrt{b} - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{b} = 2 \Rightarrow b = 4 \\ \sqrt{b} = 4 \Rightarrow b = 16 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $b > 4$ است، $b = 16$ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳

$$(f' \circ f')(1) = f''(1) \times 2f'(f'(1))f'(f'(1))$$

$$f'(x) = 3 - \frac{4}{x^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{8}{x^3}$$

$$f' \circ f'(1) = 8 \times 2f(-1)f'(-1) = 16 \times (-7) \times (-1) = 7 \times 16 = 112$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنید شیب مماس دیگر m' باشد، آنگاه زاویه‌ی بین دو خط مماس 45° است، پس:

$$\text{tg } 45^\circ = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| \Rightarrow 1 = \left| \frac{4 - m'}{1 + 4m'} \right| \Rightarrow \begin{cases} 4 - m' = 1 + 4m' \\ 4 - m' = -1 - 4m' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m' = \frac{3}{5} & \text{غ ق ق} \\ m' = -\frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow f'(\alpha) = -\frac{5}{3} \Rightarrow 4 - 2\alpha = -\frac{5}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{17}{6}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۵

$$\bar{f} = \frac{f(a) - f(-a)}{a - (-a)} = \frac{\frac{3a-6}{a+5} - \frac{-3a-6}{-a+5}}{2a} = \frac{30a+12a}{25-a^2} = \frac{21}{25-a^2}$$

$$f'(x) = \frac{21}{(x+5)^2} \Rightarrow f'(-2) = \frac{21}{9} \Rightarrow \frac{21}{25-a^2} = \frac{21}{9} \Rightarrow 25 - a^2 = 9 \Rightarrow a = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶

$$f'(x) = 4x - \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$g'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} f'(\sqrt{f(x)}) = \frac{7}{2} f'(1) = \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{49}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۷

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x \cos x - \sin^3 x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط تغییرات در فاصله‌ی ۱ تا $x = 4$ برابر است با: ۲۸

$$\frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{(48 + 2a + 1) - (3 + a + 1)}{3} = \frac{45 + a}{3}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییرات در لحظه‌ی $x = \frac{1}{4}$ برابر است با:

$$f'\left(\frac{1}{4}\right) \Rightarrow f'(x) = 6x + \frac{a}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2} + a$$

$$\frac{45 + a}{3} = \frac{3}{2} + a \Rightarrow 45 + a = 3 + 2a \Rightarrow a = 42$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون می‌خواهیم خطوط مماس بر نمودار تابع f را که به موازات محور x هستند، پیدا کنیم، پس باید خطوطی را پیدا کنیم که شیب آن‌ها برابر صفر است. بنابراین داریم: ۲۹

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -1$$

پس خطوط مماسی که به موازات محور x رسم می‌شوند، خطوطی هستند که در نقاطی به طول‌های $x = 2$ و $x = -1$ بر منحنی رسم می‌شوند که عرض این نقاط برابر است با:

$$f(-1) = -2 - 3 + 12 + 1 = 8$$

$$f(2) = 16 - 12 - 24 + 1 = -19$$

پس معادلات دو خط مماس به صورت $y = 8$ و $y = -19$ هستند که فاصله‌ی آن‌ها برابر است با:

$$\text{فاصله‌ی دو خط مماس} = |8 - (-19)| = 27$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از دو طرف رابطه‌ی داده شده، مشتق می‌گیریم: ۳۰

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} f'(\sqrt{x}) = -\frac{2}{x^2} g'\left(\frac{2}{x}\right) \xrightarrow{x=4} \frac{1}{4} f'(2) = -\frac{1}{8} g'\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{2} \times 4 = -2$$

۳۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حد مطلوب، مشتق راست تابع در $x = 1$ است. در یک همسایگی $x = 1$ داریم:

$$f(x) = -(x^2 - 3x + 2) \sqrt[3]{x^2 + 7x}$$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} f'_+(1) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x-1)(x-2) \sqrt[3]{x^2 + 7x} - 0}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} -(x-2) \sqrt[3]{x^2 + 7x} = 2 \end{aligned}$$

۳۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. y' و y'' را محاسبه می‌کنیم:

$$y = 3x^4 + 2x^2 - 1 \Rightarrow y' = 12x^3 + 4x \Rightarrow y'' = 36x^2 + 4$$

پس ضابطه‌ی تابع f چنین است:

$$\begin{aligned} f(x) &= a(12x^3 + 4x) - x(36x^2 + 4) \\ \Rightarrow f(x) &= 12ax^3 + 4ax - 36x^3 - 4x \Rightarrow f(x) = (12a - 36)x^3 + (4a - 4)x \end{aligned}$$

می‌دانیم ضابطه تابع خطی به صورت $y = ax + b$ است، پس اگر f تابعی خطی باشد، باید ضریب جمله x^3 صفر باشد. در این صورت:

$$12a - 36 = 0 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 8x \Rightarrow f(2) = 16$$

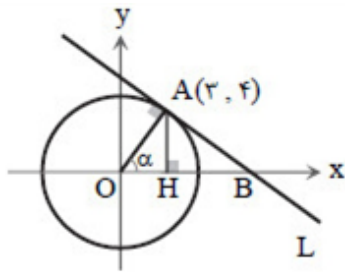
۳۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع روی $R - \{0\}$ مشتق‌پذیر است. $x = 0$ ریشه‌ی ساده‌ی قدرمطلق و نقطه‌ی گوشه‌ای تابع است. شیب نیم‌مماس‌های راست و چپ تابع در $x = 0$ برابر $m_1 = f'_+(0)$ و $m_2 = f'_-(0)$ است. می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{cases} (a+x)(2-x) = -x^2 + (2-a)x + 2a & x \geq 0 \\ (a-x)(2-x) = x^2 - (2+a)x + 2a & x < 0 \end{cases} \\ \Rightarrow f'(x) &= \begin{cases} -2x + 2 - a & x \geq 0 \\ 2x - 2 - a & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(0) = 2 - a = m_1 \\ f'_-(0) = -2 - a = m_2 \end{cases} \end{aligned}$$

اگر دو (نیم) خط با شیب‌های m_1 و m_2 بر هم عمود باشند، داریم:

$$m_1 m_2 = -1 \Rightarrow (-a+2)(-a-2) = -1 \Rightarrow a^2 - 4 = -1 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون شعاع دایره در نقطه‌ی تماس بر خط مماس عمود است پس مثلث OAB در رأس A قائم‌الزاویه است. از طرفی شیب OA برابر است با:

$$m = \text{tg} \alpha = \frac{AH}{OH} = \frac{4}{3}$$

اما چون خط L بر OA است پس شیب خط L عکس و قرینه‌ی شیب OA است. یعنی داریم:

$$m' = \frac{-3}{4} \xrightarrow{\text{معادله خط } L} y - 4 = \frac{-3}{4}(x - 3) \Rightarrow 4y - 16 = -3x + 9 \\ \Rightarrow 4y + 3x = 25$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در تابع درجه دوم آهنگ متوسط تغییر در بازه‌ی $[a, b]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای در لحظه‌ی $x = \frac{a+b}{2}$ برابر است. پس آهنگ متوسط تغییر در بازه‌ی $[0, 5]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $t = 2/5$ برابر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع f در نقطه‌ای به طور $x = a$ دارای مماس قائم است، اگر $f'(a) = +\infty$ یا $f'(a) = -\infty$ باشد. بررسی گزینه‌ها:

$$f(x) = |x| \xrightarrow{\text{در } x=0 \text{ پیوسته است}} \begin{cases} x \rightarrow 0^+ \Rightarrow f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1 \Rightarrow f'_+(0) = 1 \\ x \rightarrow 0^- \Rightarrow f(x) = -x \Rightarrow f'(x) = -1 \Rightarrow f'_-(0) = -1 \end{cases}$$

پس این تابع در $x = 0$ نقطه گوشه است. تابع در این نقطه مشتق‌پذیر است.

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(0) = 0$$

این تابع در $x = 0$ دارای مماس قائم است.

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(0) = +\infty$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار f از نقاط $(-1, 2)$ و $(0, 4)$ می‌گذرد؛ پس ضابطه آن به صورت زیر است:

$$y - 4 = \frac{4 - 2}{0 - (-1)}(x - 0) \Rightarrow y - 4 = 2x \Rightarrow f(x) = y = 2x + 4$$

در این صورت: ضمناً $f(-2) = 0$ ؛ پس $a = -2$. حال می‌توان نوشت:

$$g(x) = (x^2 - 4)f(x) = (x^2 - 4)(2x + 4) = 2x^3 + 4x^2 - 8x - 16 \\ g'(x) = 6x^2 + 8x - 8 \Rightarrow g''(x) = 12x + 8 \Rightarrow g''(-2) = -24 + 8 = -16$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر تابع f خطی باشد، تابع f^{-1} نیز خطی است. حال دقت کنید که حد داده شده برابر عدد منتهای و حد مخرج صفر است؛ پس حد صورت نیز صفر است:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f^{-1}(2x) - 3) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f^{-1}(2x) = 3 \Rightarrow f^{-1}(2) = 3$$

فرض کنید $f^{-1}(x) = ax + b$. در این صورت:

$$f^{-1}(2) = 3 \Rightarrow 2a + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a \quad (*)$$

با جای گذاری در حد داده شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(2x) - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2ax + b) - 3}{x - 1} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2ax + 3 - 2a - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2a(x - 1)}{x - 1} = 2a$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{(*)} b = -1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x - 1 \quad \text{پس:}$$

ضابطه‌ی تابع f را می‌یابیم:

$$y = 2x - 1 \Rightarrow 2x = y + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}$$

$$(f - f')(2) = f(2) - f'(2) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

در این صورت:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم معادله‌ی خط مماس بر تابع f در نقطه‌ای به طول $x = a$ روی آن به شکل زیر است:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow f(2) = 12 - 4 + 1 = 9 \xrightarrow{\text{نقطه تماس}} A(2, 9)$$

$$f'(x) = 6x - 2 \Rightarrow f'(2) = 10 \xrightarrow{\text{معادله خط مماس}} y - 9 = 10(x - 2) \Rightarrow y = 10x - 11$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی $A(x, \sqrt{x})$ روی منحنی $y = \sqrt{x}$ قرار دارد.

فاصله‌ی این نقطه تا نقطه‌ی $B(2, 0)$ برابر است با:

$$d = \sqrt{(x - 2)^2 + (\sqrt{x} - 0)^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 4 + x} \Rightarrow d(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$$

ملاحظه می‌شود که این فاصله تابعی از x ، طول نقطه‌ی A ، است. آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع d وقتی $x = 3$ است، برابر $d'(3)$ است، پس:

$$d'(x) = \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 4}} \Rightarrow d'(3) = \frac{3}{2\sqrt{4}} = \frac{3}{4} = 0.75$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم معادله‌ی خط مماس بر تابع f در نقطه‌ای به طول $x = a$ روی آن به شکل زیر است:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow f(2) = 12 - 4 + 1 = 9 \xrightarrow{\text{نقطه تماس}} A(2, 9)$$

$$f'(x) = 6x - 2 \Rightarrow f'(2) = 10 \xrightarrow{\text{معادله خط مماس}} y - 9 = 10(x - 2) \Rightarrow y = 10x - 11$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی $A(x, \sqrt{x})$ روی منحنی $y = \sqrt{x}$ قرار دارد.

فاصله‌ی این نقطه تا نقطه‌ی $B(2, 0)$ برابر است با:

$$d = \sqrt{(x - 2)^2 + (\sqrt{x} - 0)^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 4 + x} \Rightarrow d(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$$

ملاحظه می‌شود که این فاصله تابعی از x ، طول نقطه‌ی A ، است. آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع d وقتی $x = 3$ است، برابر $d'(3)$ است، پس:

$$d'(x) = \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 4}} \Rightarrow d'(3) = \frac{3}{2\sqrt{4}} = \frac{3}{4} = 0.75$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حاصل حد داده شده، متناهی و حد مخرج صفر است، پس حد صورت نیز صفر است. با توجه به مشتق پذیری و در نتیجه پیوستگی تابع f در $x = 2$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - 3) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3 \Rightarrow f(2) = 3$$

با توجه به تعریف مشتق و نتیجه‌ی بالا، حد داده شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x + 2} = f'(2) \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} f'(2) = 2 \Rightarrow f'(2) = 8$$

$$y = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$$

حال می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow y' = 2xf\left(\frac{1}{x}\right) + x^2 \left(-\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right)\right) = 2xf\left(\frac{1}{x}\right) - f'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\Rightarrow y'\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) f(2) - f'(2) = 3 - 8 = -5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 3$ و در نتیجه $f'(x) = \frac{1}{2}x$. شیب خط مماس بر منحنی f در نقاط $x = 4$ و $x = a$ به ترتیب برابر $m_1 = f'(4)$ و $m_2 = f'(a)$ است. اگر این دو خط بر هم عمود باشند، داریم $m_1 m_2 = -1$ ، پس:

$$f'(4)f(a) = -1 \Rightarrow 2 \times \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -1$$

$$f(a) = f(-1) = \frac{1}{4}(1) + 3 = 3\frac{1}{4}$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در $x = 2$ مشتق چپ و راست وجود دارد ولی مشتق وجود ندارد در $x = 3$ مشتق چپ و راست و مشتق برابر $+\infty$ و در $x = 0$ و $x = -4$ مشتق برابر صفر و نمودار مشتق محور x ها را قطع می‌کند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا آهنگ متوسط را به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر} = \frac{f(9) - f(4)}{5} = \frac{0 - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right)}{5} = \frac{1}{6}$$

حال داریم:

$$f(x) = \frac{x-9}{3\sqrt{x}} \Rightarrow f'(9) = 1 \times \frac{1}{3\sqrt{9}} = \frac{1}{9}$$

بنابراین آهنگ متوسط تغییر به مقدار $\frac{1}{18} = \frac{1}{9} - \frac{1}{6}$ از آهنگ لحظه‌ای تغییر بیشتر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۵
با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$f(1) = 2, \quad f'(1) = \frac{2 - 0}{1 - (-2)} = \frac{2}{3}$$

حال از طرفین تساوی $g(x) = (x^2 + ax)f(x)$ مشتق می‌گیریم و داریم:

$$g'(x) = (2x + a)f(x) + f(x)(x^2 + ax) \Rightarrow g'(1) = (2 + a)f(1) + f'(1)(1 + a)$$

$$\Rightarrow 10 = (2 + a) \times 2 + \frac{2}{3} \times (1 + a) \Rightarrow 2 + 2a + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}a = 10 \Rightarrow \frac{8}{3}a = \frac{16}{3} \Rightarrow a = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۶

$$\left(f \circ g \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right) \right)' = g' \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right) \times f' \left(g \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right) \right)$$

$$g(x) = (x^2 - 1)^{\frac{-1}{2}} \Rightarrow g'(x) = \frac{-1}{2} (x^2 - 1)^{\frac{-3}{2}} \times 2x$$

$$\Rightarrow g' \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{-1}{2} \times \underbrace{\left(\frac{5}{4} - 1 \right)^{\frac{-3}{2}}}_{\frac{1}{2-2}} \times \sqrt{5} = \frac{-1}{2} \times 1 \times \sqrt{5} = -\frac{1}{2}\sqrt{5}$$

$$g \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4} - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4}\right)}} = 2^+$$

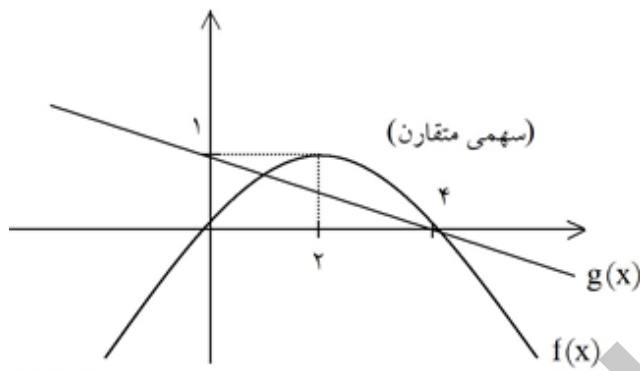
$$f'(2^+) \Rightarrow ((2x)^3)' = (18x^2)' = 24x^2 = 24 \times 2 \Rightarrow \frac{24 \times 2 \times 2 \times \sqrt{5}}{-24 \times \sqrt{5}} = 1$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} \Rightarrow \sqrt{xy} - y = \sqrt{x+1} \Rightarrow \sqrt{xy} - \sqrt{x} = 1 + y \Rightarrow \sqrt{x}(y-1) = y+1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{y+1}{y-1} \Rightarrow x = \left(\frac{y+1}{y-1}\right)^2$$

$$f^{-1}(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 \Rightarrow (f^{-1}(x))' = 2\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \times \frac{-2}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow (f^{-1}(2))' = 2 \times 3 \times -2 = -12$$



$$= \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x)}{4-x} + \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{g(x)}{4-x}$$

HOP $\rightarrow -f'(4) - g'(4)$

$$(0, 1), (4, 0) \Rightarrow g(x) : y - 1 = \frac{0-1}{4-0}(x-0) \Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x-4) \Rightarrow g(x) = -\frac{1}{4}x + 1$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4 \Rightarrow f(x) = ax(x-4) \xrightarrow{(2,1)} f(x) = -\frac{1}{4}x(x-4) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x$$

$$g'(x) = -\frac{1}{4}, f'(x) = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$-f'(4) - g'(4) = -(-1) - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع f اکیداً صعودی است، پس محل تقاطع آن با f^{-1} روی خط $y = x$ قرار دارد:

$$f(x) = x \Rightarrow \sqrt{x} + 2 = x \Rightarrow x - \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 1) = 0$$

$$\sqrt{x} \geq 0$$

$$\longrightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

پس محل تلاقی f و f^{-1} نقطه $(4, 4)$ است:

$$f(x) = \sqrt{x} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow m = f'(4) = \frac{1}{4}$$

$$(f^{-1})'(4) = 4$$

اگر یک خط را نسبت به خط $y = x$ قرینه کنیم، شیب آن عکس می‌شود، پس: زاویه‌ی بین دو خط با شیب‌های m و m' از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| = \left| \frac{4 - \frac{1}{4}}{1 + 1} \right| = \frac{15}{8}$$

$$\operatorname{Sin} 2\alpha = \frac{2 \left(\frac{15}{8} \right)}{1 + \left(\frac{15}{8} \right)^2} = \frac{\frac{15}{4}}{1 + \frac{225}{64}} = \frac{240}{289}$$

با استفاده از اتحاد $\operatorname{Sin} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$ داریم:

$$f'(x) = n x \cos x \sin^{n-1} x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) f'(x)}{(1 - \cos x)^m}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^n x (n x \cos x \sin^{n-1} x)}{(1 - \cos x)^m}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با استفاده از هم‌ارزی داریم:

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2)^n (n x (x^2)^{n-1})}{\left(\frac{x^2}{2}\right)^m} = \lim_{x \rightarrow 0} n 2^{m+1} x^{2n-2m-1} = 32\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n - 2m - 1 = 0 \Rightarrow n = \frac{2m+1}{2} & (*) \\ n 2^{m+1} = 32\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{2m+1}{2}\right) 2^{m+1} = 32\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \left(m + \frac{1}{2}\right) 2^m = 32\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow n = 2 \Rightarrow 2m + n = 9$$

به ازای $m = \frac{7}{2}$ تساوی بالا برقرار می‌شود.گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قضیه‌ی تقسیم را برای تقسیم $P(x)$ بر $x^2 + 2x$ می‌نویسیم:

$$P(x) = (x^2 + 2x)Q(x) + 3x + 1$$

از طرفین تساوی بالا مشتق می‌گیریم:

$$P'(x) = (2x + 2)Q(x) + (x^2 + 2x)Q'(x) + 3$$

حال $x = -2$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$P'(-2) = (-2)Q(-2) + 0 + 3 = -2(3) + 3 = -3$$

این مقدار همان باقی‌مانده $P'(x)$ بر $x + 2$ است.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & x \geq k \\ 2ax + b & x < k \end{cases}$$

شرط پیوستگی: $ak^2 + bk + c = 2ak + b$

شرط مشتق پذیری: $2ak + b = 2a \Rightarrow b = 2a - 2ak$

$$a = b + c \Rightarrow c = -a + 2ak \Rightarrow ak^2 + (2a - 2ak)k + c - 2a = 0$$

$$k^2 + 2k - 2k^2 - 2 + 2k = 0 \Rightarrow k^2 - 2k + 2 = 0 \Rightarrow k = 1, k = 2 \text{ max}$$

$$(f \circ g)' \left(\frac{3}{\sqrt{8}} \right) = g' \left(\frac{3}{\sqrt{8}} \right) f' \left(g \left(\frac{3}{\sqrt{8}} \right) \right)$$

$$g'(x) = \frac{-1}{3} (2x)(x^2 - 1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{-2x}{3 \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}} \Rightarrow g' \left(\frac{3}{\sqrt{8}} \right) = \frac{-2 \cdot \frac{3}{\sqrt{8}}}{3 \sqrt[3]{\left(\frac{9}{8} - 1\right)^2}} = \frac{-\frac{6}{\sqrt{8}}}{3 \sqrt[3]{\frac{1}{8}}} = \frac{-\frac{6}{\sqrt{8}}}{\frac{1}{2}} = -\frac{12}{\sqrt{8}} = -\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -3\sqrt{2}$$

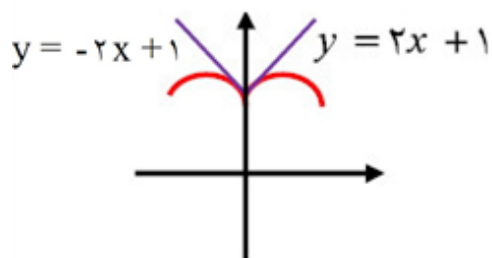
$$f(x) = 16x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 32x \Rightarrow f'(2) = 64$$

$$\Rightarrow (f \circ g)' \left(\frac{3}{\sqrt{8}} \right) = -3\sqrt{2} \times 64 = -192\sqrt{2}$$

که حاصل چهار برابر $-128\sqrt{2}$ است.

$$\frac{-192\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۴



$$\begin{cases} 2x + 1 = -x \Rightarrow A = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) \\ -2x + 1 = -x \Rightarrow B = (1, -1) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{16}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۵

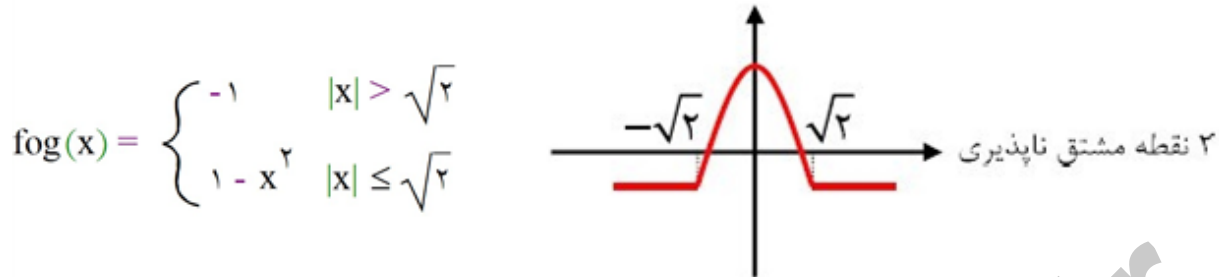
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos^3 2x + ax^2 + b}{x} = 0 \Rightarrow \text{حد صورت} = 0 \Rightarrow 1 + 0 + b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-6 \cos^2 2x \sin 2x + 2ax}{x} = 2$$

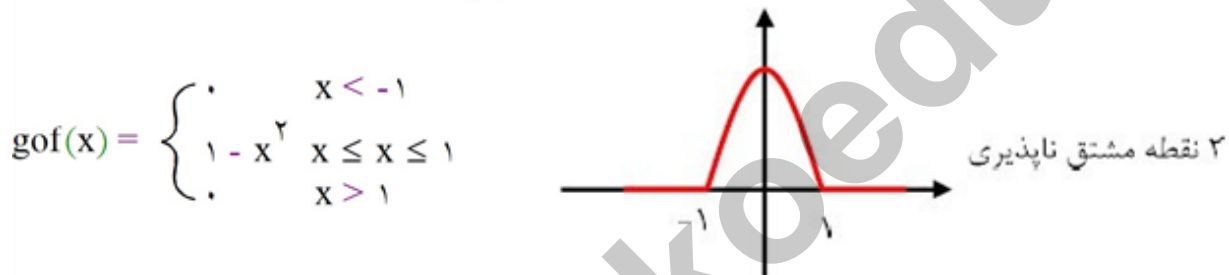
$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left(-6 \cos^2 2x \left(\frac{\sin 2x}{x} \right) + \frac{2ax}{x} \right) = 2 \Rightarrow -6 \times 2 + 2a = 2 \Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$$

$$\Rightarrow a + b = 7 + (-1) = 6$$

$$f(g(x)) = \begin{cases} -1 & 1 - x^2 < -1 \Rightarrow x^2 > 2 \Rightarrow |x| > \sqrt{2} \\ 1 - x^2 & -1 \leq 1 - x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x^2 - 1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 2 \Rightarrow |x| \leq \sqrt{2} \\ 1 & 1 - x^2 > 1 \quad \times \end{cases}$$



$$g \circ f(x) = 1 - (f(x))^2 = \begin{cases} 1 - (-1)^2 & x < -1 \\ 1 - x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 - (1)^2 & x > 1 \end{cases}$$



در کل ۴ نقطه مشتق ناپذیر دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید در معادله‌ی حاصل از تساوی دو تابع شرط $\Delta = 0$ را چک کنیم: ۵۷

$$2x^2 - 3x + 6 = 5x + a \Rightarrow 2x^2 - 8x + 6 - a = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 64 - 4(2)(6 - a) = 0 \\ \Rightarrow 6 - a = 8 \Rightarrow a = -2$$

۵۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1)$ پس مشتق تابع را در $x = 1$ محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{x+3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{(4)(x+3) - (1)(4x+5)}{(x+3)^2} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}}$$

$$= \frac{4}{(x+3)^2} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}} \Rightarrow f'(1) = \frac{4}{16} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{9}{4}}} = \frac{4}{16} \times \frac{1}{2 \times \frac{3}{2}} = \frac{4}{48}$$

۵۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) + 3}{h}$ مخرج به صفر میل می‌کند، پس صورت آن هم به صفر میل

می‌کند. چون در غیر این صورت حاصل حد بی‌نهایت می‌شد. پس $\lim_{h \rightarrow 0} (f(-2+h) + 3) = 0$ یا

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -3$ یا $\lim_{h \rightarrow 0} f(-2+h) = -3$ با توجه به این که تابع در $x = -2$ مشتق‌پذیر است پس پیوسته هم

هست. یعنی $f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -3$ بنابراین $f(-2) = -3$ هست و داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) + 3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - \overbrace{(-3)}^{f(-2)}}{h} = f'(-2) = \frac{1}{2}$$

حال مشتق $x^2 f(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$y = x^2 f(x) \Rightarrow y' = 2xf(x) + x^2 f'(x) \xrightarrow{x=-2} y' = -4f(-2) + 4f'(-2)$$

$$= -4(-3) + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 12 + 2 = 14$$

۶۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \left(1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{6} + \sin\sqrt{x}\right)\right) \times \cos\sqrt{x} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(\pi^2) = \left(1 + \frac{1}{3}\right)(-1)\left(\frac{1}{2\pi}\right) = -\frac{2}{3\pi}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ریشه‌ی ساده‌ی قدرمطلق، $x = 1$ ، طول نقطه‌ی گوشه‌ای است. شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست در این نقطه برابر مشتق‌های چپ و راست تابع در این نقطه است؛ پس می‌توان نوشت:

$$m_1 = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{1}{2}$$

$$m_2 = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\frac{-(x-1)}{\sqrt{x^2+3}}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{\sqrt{x^2+3}} = -\frac{1}{2}$$

اگر زاویه‌ی بین دو خط با شیب‌های m_1 و m_2 برابر θ باشد، داریم:

$$\operatorname{tg} \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)} \right| = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حد داده شده، حد مخرج صفر و حاصل منتهای است؛ پس حاصل حد صورت نیز صفر است؛ در این صورت:

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(-2+h) + 3 = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -3 \Rightarrow f(-2) = -3$$

بنابراین حد داده شده، تعریف مشتق تابع در $x = -2$ است و $f'(-2) = \frac{1}{4}$. حال از رابطه‌ی $y = x^2 f(x)$ مشتق می‌گیریم. می‌دانیم $(fg)' = f'g + fg'$ ؛ پس:

$$y' = 2xf(x) + x^2 f'(x) \Rightarrow y'(-2) = -4f(-2) + 4f'(-2) = 12 + 2 = 14$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید تابع در $x = -2$ پیوسته و مشتق چپ و راست آن برابر باشند:

$$\text{شرط پیوستگی} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2)$$

$$\Rightarrow 4a - 2b + 4 = -6 \Rightarrow 4a - 2b = -10 \Rightarrow 2a - b = -5$$

$$\text{برابر بودن مشتق چپ و راست} \Rightarrow (ax^2 + bx + 4)' = (x^3 - x)'$$

$$\Rightarrow 2ax + b = 3x^2 - 1 \xrightarrow{x=-2} -4a + b = 12 - 1 \Rightarrow -4a + b = 11$$

$$\begin{cases} 2a - b = -5 \\ -4a + b = 11 \end{cases} \Rightarrow a = -3, b = -1 \Rightarrow f(1) = a + b + 4 = 0$$

۶۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی نقطه‌ی $M(x, y)$ تا مبدأ برابر است با:

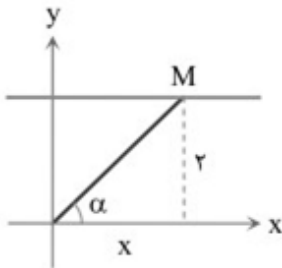
$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (x\sqrt{x})^2} = \sqrt{x^2 + x^3}$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای OM نسبت به x برابر $(OM)'$ است، پس:

$$(OM)' = \frac{2x + 3x^2}{2\sqrt{x^2 + x^3}} = \frac{x(2 + 3x)}{2x\sqrt{1+x}} = \frac{2 + 3x}{2\sqrt{1+x}} \xrightarrow{x=8} \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$$

۶۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:



$$\tan \alpha = \frac{2}{x}$$

آهنگ تغییر α نسبت به x برابر مشتق α نسبت به x است، پس از دو طرف نسبت به x مشتق می‌گیریم:

$$(1 + \tan^2 \alpha) \alpha'(x) = -\frac{2}{x^2} \Rightarrow \left(1 + \frac{4}{x^2}\right) \alpha'(x) = -\frac{2}{x^2}$$

به‌ازای $x = 4$ داریم:

$$\left(1 + \frac{1}{4}\right) \alpha'(x) = -\frac{1}{8} \Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right) \alpha'(x) = -\frac{1}{8} \Rightarrow \alpha'(x) = \frac{-4}{40} = \frac{-1}{10} = -0.1$$

۶۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $f(0) = \frac{1}{4}$ ، پس نقطه‌ی تلاقی با محور y ها $(0, \frac{1}{4})$ است. شیب خط مماس بر منحنیدر این نقطه $f'(0)$ است، پس:

$$f'(x) = \frac{(-2 \sin 2x)(2 - \sin x) - (-\cos x) \cos 2x}{(2 - \sin x)^2}$$

$$\Rightarrow f'(0) = \frac{0 - (-1)(1)}{(2 - 0)^2} = \frac{1}{4}$$

پس معادله‌ی خط مماس چنین است:

$$y - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

محل برخورد خط مماس و خط $y = x$ از حل معادله‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$x = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{4}x = \frac{1}{4} \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شرط مشتق‌پذیری تابع در یک نقطه این است که اولاً تابع در آن نقطه پیوسته باشد، ثانیاً مشتق‌های چپ و راست تابع در آن نقطه، موجود و برابر باشند. بنابراین داریم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} - 5 & x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3}{x} - 5 = 3 - 5 = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 + ax + b = 1 + a + b$$

$$\Rightarrow 1 + a + b = -2 \Rightarrow a + b = -3$$

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{3}{x^2} & x \geq 1 \\ 2x + a & x < 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = -\frac{3}{1^2} = -3 \quad \text{①} , \quad f'_-(1) = 2 + a \quad \text{②}$$

$$\text{①} , \text{②} \Rightarrow 2 + a = -3 \Rightarrow a = -5 \Rightarrow b = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ متوسط تغییر از $x = 4$ تا $x = 6/25$:

$$\frac{f(6/25) - f(4)}{6/25 - 4} = \frac{\sqrt{6/25} - \sqrt{4}}{2/25} = \frac{2/5 - 2}{2/25} = \frac{-8/5}{2/25} = \frac{-8}{5} \times \frac{25}{2} = -20$$

$$x = 4 = f'(4) = \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر در نقطه‌ی } x = 4$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{1}{36}$$

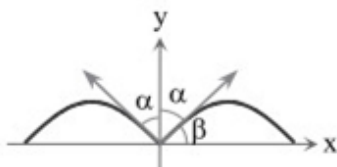
اختلاف آهنگ تغییر متوسط و آهنگ تغییر لحظه‌ای:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ⑥۹

$$f'(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \tan\left(\frac{x}{2}\right)\right) \times \frac{1}{2} \left(1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)\right)$$

$$\Rightarrow f'(2\pi) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با فرض $a > 0$ مسئله را حل می‌کنیم. شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع در $x = 0$ برابر مشتق‌های چپ و راست تابع در این نقطه است، پس:



$$m = f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|\sin ax| - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin ax}{x} = a$$

$$m' = f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|\sin ax| - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin ax}{x} = -a$$

با توجه به شکل اگر زاویه‌ی بین دو نیم‌مماس 120° باشد، آنگاه $\alpha = 60^\circ$ و $\beta = 30^\circ$. در این صورت شیب نیم‌مماس راست، a ، برابر $\tan 30^\circ$ است، بنابراین $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

توجه: با فرض $a < 0$ ، به جواب $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ می‌رسیم، بنابراین در هر صورت $|a| = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$$|\sin(-ax)| = |-\sin ax| = |\sin ax|$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون تابع داده‌شده درجه دوم است، آنگاه تغییر متوسط آن در بازه‌ی $[3, 5]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $V = 4$ برابر است:

$$f'(V) = 8V - \frac{1}{10} \Rightarrow f'(4) = 32 - \frac{1}{10} = 31/9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط رسم‌شده، نیم‌مماس چپ تابع در نقطه‌ی $x = 2$ است.

$$f(x) = |x^2 - 4| \xrightarrow{x < 2} f(x) = 4 - x^2 \Rightarrow f'(x) = -2x \Rightarrow f'(2) = -4$$

پس خط موردنظر دارای شیب -4 است و از نقطه‌ی $(2, 0)$ می‌گذرد:

$$y - 0 = -4(x - 2) \Rightarrow y = -4x + 8$$

حال تقاطع این خط را با تابع می‌یابیم:

$$-4x + 8 = x^2 - 4 \Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x + 6)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 2 \end{cases}$$

از شکل مشخص است که $x = -6$ مدنظر سؤال است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $f'(x) = 6x - 1$ ، پس، آهنگ تغییر لحظه‌ای، تابع در $x = 1$ برابر $f'(1) = 5$ است. ۷۳
 آهنگ تغییر متوسط تابع روی بازه‌ی $[3, b]$ برابر است با $(b > 3)$:

$$\frac{f(b) - f(3)}{b - 3} = \frac{(3b^2 - b + 1) - (27 - 3 + 1)}{b - 3} = \frac{3b^2 - b - 24}{b - 3}$$

بنابراین:

$$\frac{3b^2 - b - 24}{b - 3} = 20 \Rightarrow 3b^2 - b - 24 = 20b - 60 \Rightarrow 3b^2 - 21b + 36 = 0 \Rightarrow b^2 - 7b + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (b - 3)(b - 4) = 0 \xrightarrow{b > 3} b = 4$$

$$b = 3 + 2a = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

پس:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۴

$$f(x) = \begin{cases} 3x \geq 0 & x \geq 0 \\ 15x \leq 0 & x \leq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x \geq 0 & x \geq 0 \\ 3x \leq 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$y = g \circ f(x) = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ 3(15x) = 45x & x < 0 \end{cases}$$

پس:

$$\Rightarrow y' = \begin{cases} 3 & x \geq 0 \\ 45 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y'_+ (0) = 3 \\ y'_- (0) = 45 \end{cases}$$

$$y'_- (0) - y'_+ (0) = 42$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در حد داده شده حد مخرج صفر و حاصل آن عدد ۲ است، پس حاصل حد صورت نیز صفر است، بنابراین: ۷۵

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(3 - h) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4 \Rightarrow f(3) = 4$$

حال حد داده شده را می‌توان چنین نوشت:

$$2 = - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3 - h) - f(3)}{-h} = - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(3 + \Delta x) - f(3)}{\Delta x} = -f'(3) \Rightarrow f'(3) = -2$$

حال از رابطه‌ی $y = x \sqrt{f(x)}$ مشتق می‌گیریم:

$$y' = 1 \sqrt{f(x)} + x \cdot \frac{f'(x)}{2 \sqrt{f(x)}}$$

$$\Rightarrow y'(3) = \sqrt{f(3)} + 3 \times \frac{f'(3)}{2 \sqrt{f(3)}} = 2 + 3 \times \frac{-2}{2 \times 2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 9}{h} = \frac{3}{2} \Rightarrow f'(2) = \frac{3}{2}, f(2) = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$h \rightarrow 0$.

توجه شود که چون در حد فوق مخرج کسر دارای حدی برابر صفر است، پس باید حد صورت کسر نیز برابر صفر باشد که در این صورت باید $f(2) = 9$ باشد و چون $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ تعریف مشتق تابع f در نقطه‌ی

$x = 2$ است، پس $f'(2) = \frac{3}{2}$ است. حال داریم:

$$g(x) = x\sqrt{f(x)} \Rightarrow g'(x) = 1 \times \sqrt{f(x)} + \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} \times x$$

$$g'(2) = \sqrt{f(2)} + \frac{f'(2)}{2\sqrt{f(2)}} \times 2$$

$$g'(2) = 3 + \frac{\frac{3}{2}}{3} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x \Rightarrow f'(x) = -x^2 + 4x - 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون می‌خواهیم خط مماس، بیش‌ترین شیب ممکن را داشته باشد، پس باید $f'(x)$ ماکزیمم شود. بیش‌ترین مقدار $f'(x)$ که تابعی از درجه دوم است، برابر است با:

$$\max(f'(x)) = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-(16-4)}{-4} = 3 \Rightarrow$$

بنابراین حداکثر مقدار شیب خط مماس برابر ۳ است. این مقدار در نقطه‌ی $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$ اتفاق می‌افتد که

چون $f(2) = \frac{10}{3}$ است، پس معادله‌ی خط مماس به صورت زیر است:

$$y - \frac{10}{3} = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - \frac{10}{3} \xrightarrow{x=0} y = -\frac{10}{3} \Rightarrow$$

پس خط مماس محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $-\frac{10}{3}$ قطع می‌کند.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$$

$x \rightarrow 2$

$$f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \times \frac{1(2x-3) - 2(x+2)}{(2x-3)^2} \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^2$$

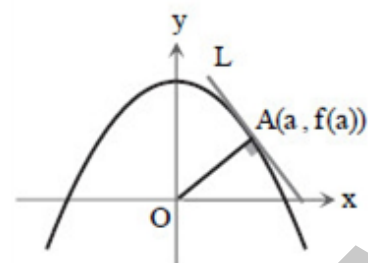
$$\Rightarrow f'(x) = 3 \times \frac{-1}{2(2x-3)^2} \sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^2$$

$$f'(2) = 3 \times \frac{-1}{2 \times 1 \times 2} \times (\sqrt{4})^2 = -21$$

روش دوم:

$$\left(\frac{x+2}{2x-3} \right)^{\frac{3}{2}} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{3}{2} \left(\frac{x+2}{2x-3} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(1)(2x-3) - (x+2)(2)}{(2x-3)^2} \right) \xrightarrow{x=2} = -21$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی مورد نظر را $A(a, f(a))$ در نظر بگیرید شیب خط مماس بر منحنی در این نقطه برابر $f'(a) = -2a$ است و شیب خط OA برابر است با:



$$m_{OA} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a) - 0}{a - 0} = \frac{\frac{3}{2} - a^2}{a}$$

این دو خط بر هم عمود هستند؛ پس حاصل ضرب شیب‌های آن دو -۱ است:

$$\frac{\frac{3}{2} - a^2}{a} \times (-2a) = -1 \Rightarrow 2a^2 - 3 = -1 \Rightarrow 2a^2 = 2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم شیب خط مماس بر منحنی $f(x)$ در نقطه‌ی $x = x_0$ برابر $f'(x_0)$ است؛ ضمناً

اگر دو خط غیر قائم، با هم موازی باشند، شیب آن‌ها با هم برابر است؛ پس باید معادله‌ی $f'(x) = \frac{m}{m+2}$ ریشه‌ی

$$f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

حقیقی داشته باشد. دقت کنید که:

حال تابع پیوسته و مشتق‌پذیر $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ را در نظر بگیرید. اگر برد آن R باشد، باید $\frac{m}{m+2} \in R$ باشد تا

معادله‌ی مزبور ریشه داشته باشد پس برد این تابع را می‌یابیم:

$$y' = \frac{1\sqrt{1+x^2} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \cdot x}{1+x^2} \times \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{(1+x^2) - x^2}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} > 0$$

تابع همواره اکیداً صعودی است و $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm 1$ ؛ پس $R = (-1, 1)$ بنابراین باید:

$$-1 < \frac{m}{m+2} < 1 \Rightarrow \left| \frac{m}{m+2} \right| < 1 \Rightarrow |m| < |m+2| \Rightarrow m^2 < m^2 + 4m + 4 \Rightarrow m > -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شیب خط $y = 3x - 2$ برابر ۳ است. این خط در نقطه‌ی $(2, 4)$ بر منحنی $y = f(x)$

مماس است؛ پس $f(2) = 4$ و $f'(2) = 3$. حال می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - 4f(x)}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)(f'(x) - 4)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f'(2)}{x-2} \\ &= f(2) \times f'(2) = 4 \times 3 = 12 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق شکل حد تابع در $X \rightarrow \pi$ ، برابر $-\infty$ است (هم از راست و هم از چپ) بنابراین باید مخرج کسر، دارای ریشه‌ی مضاعف باشد (زیرا فقط در این صورت است که هم حد چپ و هم حد راست تابع در ریشه‌ی مخرج، هر دو $+\infty$ یا هر دو $-\infty$ می‌شوند) توجه شود که حد صورت کسر عدد منفی است، زیرا برابر $(\pi - 4)$ می‌شود که با توجه به مقدار تقریبی $3/14$ برای π ، حاصل حد، عددی منفی می‌شود. پس باید حد مخرج برابر $+$ باشد تا حاصل کل حد برابر $-\infty$ شود. در بین گزینه‌های داده‌شده، فقط تابع $1 + \cos X$ است که حد آن در $X \rightarrow \pi^+$ و در $X \rightarrow \pi^-$ هر دو برابر $+$ می‌شود. یعنی داریم:

$$\begin{cases} \lim_{X \rightarrow \pi^+} \frac{X - 4}{1 + \cos X} = \frac{\pi - 4}{+} = -\infty \\ \lim_{X \rightarrow \pi^-} \frac{X - 4}{1 + \cos X} = \frac{\pi - 4}{+} = -\infty \end{cases}$$

زیرا اگر $X \rightarrow \pi^+$ یا $X \rightarrow \pi^-$ در هر صورت $1 - \cos X$ میل می‌کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر سهمی را در یک همسایگی $X = 0$ در نظر بگیریم، خط داده‌شده در $X = 0$ بر سهمی مماس است. یعنی نیم مماس چپ منحنی در $X = 0$ در امتداد خط داده‌شده است، پس تابع در $X = 0$ مشتق‌پذیر است. با توجه به اینکه در سایر نقاط نیز تابع مشتق‌پذیر است، تابع f' روی R پیوسته است (گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست‌اند). روی بازه‌ی $(-\infty, 0)$ تابع نزولی و سپس صعودی است، پس مشتق ابتدا منفی و سپس مثبت است. (گزینه‌ی «۴» نادرست است)، پس گزینه‌ی «۳» صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق قاعده‌ی مشتق حاصل ضرب می‌دانیم $(fg)' = f'g + fg'$ ، پس:

$$f'(x) = \left(\frac{x+2}{\sqrt{x-1}} \right)' \tan \frac{2\pi}{\sqrt{x}} + \left(\frac{x+2}{\sqrt{x-1}} \right) \left(\frac{\tan 2\pi}{\sqrt{x}} \right)'$$

به ازای $x = 4$ مقدار $y = \tan \frac{2\pi}{\sqrt{x}}$ صفر است، پس:

$$y' = \left(\tan \frac{2\pi}{\sqrt{x}} \right)' = \left(1 + \tan^2 \left(\frac{2\pi}{\sqrt{x}} \right) \right) \times \frac{-\frac{2\pi}{\sqrt{x}}}{x} \Rightarrow f'(4) = 6y'(4) \Rightarrow y'(4) = 1 \times \frac{-\pi}{8} = -\frac{\pi}{8}$$

$$f'(4) = \frac{6}{1} \times \frac{-\pi}{8} = -\frac{3\pi}{4}$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $y(2) = 1$ و $y' = \frac{-1}{x}$ پس $y'(2) = -1$ پس معادله‌ی خط مماس چنین است:

$$y - 1 = -1(x - 2) \Rightarrow y = -x + 3$$

محل تلاقی خط مماس و منحنی را می‌یابیم:

$$-x + 3 = \frac{4}{x^2} \Rightarrow -x^3 + 3x^2 = 4 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 1)(x^2 - 4x + 4) = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 2)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

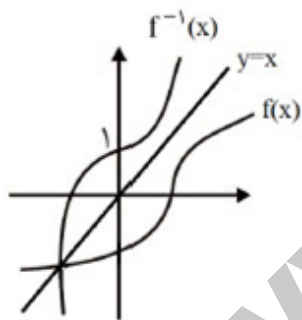
$x = -1$ طول نقطه‌ی تقاطع و $x = 2$ طول نقطه‌ی تماس است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. 86

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x} - \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} \times (x-a)}{x^2 + x} \quad f'(-2) = 0 \rightarrow \sqrt{2} - \frac{-3}{2\sqrt{2}} \times (-2-a) = 0$$

$$\frac{3}{2\sqrt{2}}(-2-a) = -\sqrt{2} \Rightarrow 3(-2-a) = -4 \Rightarrow -2-a = -\frac{4}{3} \Rightarrow a = -2 + \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. 87



محور y ها $x=0 \rightarrow 0 = -\sqrt{1-x} \xrightarrow{x=1} f^{-1}(0) = 1$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 0 \\ 1 - x^2 & x \leq 0 \end{cases}$$

پس در نقطه $(0, 1)$ تابع $f^{-1}(x)$ مشتق‌پذیر و پیوسته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. 88

$$y' = \frac{2f'(2)f(1) - f(2)(f(1) + 2f'(1))}{(2f(1))^2} = \frac{2 \times 3 \times 3 - (-2)(3 + 2 \times 2)}{(6)^2} = \frac{8}{9}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$\begin{cases} f'(2) = 2; f(2) = -1 \\ g'(0) = 2; g(0) = -5 \end{cases}$$

حال مقدار $h'(1)$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} h'(x) &= f'(x+1)g(1-x) + g'(1-x) \times (-1) \times f(x+1) \\ \Rightarrow h'(1) &= f'(2)g(0) - g'(0) f(2) \Rightarrow h'(1) = 2 \times (-5) - (2) \times (-1) = -8 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۰

$$y = (x-2)(x-3)|(x-1)(x-2)|$$

$x = 2$ نمی‌تواند نقطه‌ی گوشه‌ای باشد، چون عامل صفرکننده‌ی پشت قدرمطلق دارد. به عبارتی توان عامل صفرکننده بیشتر از ۱ است. پس، نقطه گوشه‌ای $x = 1$ است. $1 < x < 2$ داخل قدرمطلق منفی می‌باشد.

$$f'_+(1) = -(1-5+6)(1-2) = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیب این دو خط مماس برابر $\sqrt{3} = \text{tg } 60^\circ = m$ است، پس باید نقاطی از منحنی ۹۱

تابع f را بیابیم که مشتق در آنها برابر $f'(x) = \sqrt{3}$ است (زیرا شیب خط مماس بر منحنی برابر مشتق تابع f در نقطه تماس است).

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}x}{2(x+1)} \Rightarrow f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1(x+1) - 1(x)}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{(x+1)^2} = \sqrt{3} \Rightarrow (x+1)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x+1 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = -\frac{3}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \Delta x = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۲

فرض کنیم نقطه M با مختصات $M \begin{vmatrix} \alpha \\ \frac{3\alpha+1}{\alpha-2} \end{vmatrix}$ باشد، معادله مماس در نقطه M را می‌نویسیم.

$$y = \frac{3\alpha+1}{\alpha-2} = \frac{-7}{(\alpha-2)^2}(x-\alpha)$$

خط مماس از A عبور می‌کند، پس مختصات A در آن صدق می‌کند.

$$-4 - \frac{3\alpha+1}{\alpha-2} = \frac{-7}{(\alpha-2)^2}(5-\alpha) \Rightarrow \frac{-7\alpha+7}{\alpha-2} = \frac{-7}{(\alpha-2)^2}(5-\alpha)$$

$$\Rightarrow \alpha - 1 = \frac{1}{(\alpha-2)^2}(5-\alpha) \Rightarrow \alpha^2 - 3\alpha + 2 = 5 - \alpha \Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ \alpha = -1 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۳

$$f'(x) = -6 \cos^2\left(\frac{\pi}{4x+2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4x+2}\right) \cdot \frac{-4\pi}{(4x+2)^2}$$

$$f'(1) = -6 \times \cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) \sin\frac{\pi}{6} \times \frac{-4\pi}{36} = -6 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{-\pi}{9} = \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا تکلیف جزء صحیح و قدرمطلق را مشخص می‌کنیم. در اطراف $x = 1$ ، عبارت

$$(x-2) \text{ منفی است، پس } |x-2| = 2-x \text{ و } [x-2]^+ = 3 \text{ و } [2x+1] = 3 \text{، پس:}$$

$$f(x) = 3x^2 + x - 2 \Rightarrow f'(x) = 6x + 1 \Rightarrow f'_+(1) = 6 + 1 = 7$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از رابطه‌ی $g(x) = f(2-x^3)$ مشتق می‌گیریم: ۹۵

$$g'(x) = -3x^2 f'(2-x^3) = \frac{-3x^2(2-x^3-1)}{(2-x^3-2)} = \frac{3x^5-3x^2}{-x^3} = -3x^2 + \frac{3}{x}$$

$$\Rightarrow g''(x) = -6x - \frac{3}{x^2} \Rightarrow g''(1) = -9$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۶

$$y' = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{4}\right) \times \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{4}\right) \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{x}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{4} \sin\frac{5\pi}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{8} \times 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه شود که حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)g(2+h) - f(2)g(2)}{h}$ همان مشتق تابع ۹۷ $(f \cdot g)$ در نقطه‌ی $x = 2$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)g(2+h) - f(2)g(2)}{h} = (f \cdot g)'(2)$$

 $h \rightarrow 0$

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x) \Rightarrow (f \cdot g)'(2) = f'(2)g(2) + g'(2)f(2)$$

$$f'(x) = 3x^2 - \frac{4}{3\sqrt{(4x)^2}}, g'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x}} = \frac{4}{\sqrt{4x}}$$

$$f'(2) = 3(2)^2 - \frac{4}{3\sqrt{64}} = 12 - \frac{1}{3} = \frac{35}{3}, g'(2) = \frac{4}{\sqrt{16}} = 1, f(2) = 6, g(2) = 4$$

$$(f \cdot g)'(2) = \frac{35}{3} \times 4 + 1 \times 6 = \frac{140}{3} + 6 = \frac{158}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از دو طرف رابطه‌ی $g(x) = f(\cos 2x)$ مشتق می‌گیریم: ۹۸

$$g'(x) = (-2 \sin 2x) \cdot f'(\cos 2x) = -2 \sin 2x \left(\frac{1}{1 + \cos 2x} \right) = \frac{-4 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x} = -2 \operatorname{tg} x$$

$$\Rightarrow g'(x) = -2 \operatorname{tg} x$$

$$\Rightarrow g''(x) = -2(1 + \operatorname{tg}^2 x) \Rightarrow g''\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2(1 + 3) = -8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع را ساده‌تر می‌کنیم: ۹۹

$$y = \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2}(2 \sin x \cos x)^2$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 1 - \left(\frac{1}{2} \times \frac{(1 - \cos 4x)}{2} \right) = 1 - \frac{1}{4}(1 - \cos 4x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$$

$$\Rightarrow y' = -\sin 4x \Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{16}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با فرض $y = f\left(\frac{3x}{f(x)}\right)$ در یک همسایگی $x = \frac{1}{2}$ داریم، $f(x) = 1 - x^2$ ، پس: ۱۰۰

$$y = f\left(\frac{3x}{1-x^2}\right) \text{ و } f'(x) = -2x$$

$$\Rightarrow y' = \frac{3(1-x^2) - (-2x)3x}{(1-x^2)^2} f'\left(\frac{3x}{1-x^2}\right) = \frac{3(1+x^2)}{(1-x^2)^2} f'\left(\frac{3x}{1-x^2}\right)$$

$$= \frac{3(1+x^2)}{(1-x^2)^2} \times (-2) \left(\frac{3x}{1-x^2}\right)$$

$$y' = \frac{-18x(1+x^2)}{(1-x^2)^3} \Rightarrow y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-8}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حد خواسته شده مشتق راست تابع f در $x = -2$ است. تابع در $x = -2$ از راست پیوسته است و در یک همسایگی راست آن داریم: ۱۰۱

$$f(x) = (-2 + x) \sqrt[3]{4x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = (1) \sqrt[3]{4x} + (-2 + x) \cdot \sqrt[3]{4} \times \frac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}}$$

$$\Rightarrow f'_{+}(-2) = -2 + (-4) \frac{\sqrt[3]{4}}{3 \sqrt[3]{4}} = -\frac{10}{3}$$

پس:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر این تابع در $x = 2$ مشتق پذیر باشد، باید در این نقطه پیوسته باشد و مشتق چپ و راست با هم برابر باشند:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = \frac{2a}{2+b}, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 8 - 2 = 6 \xrightarrow{\text{پیوستگی}} \frac{2a}{2+b} = 6$$

$$\Rightarrow a = 8 + 2b \Rightarrow a - 2b = 8 \quad (*)$$

$$f'_+(2) = \frac{a(x^2 + b) - 2x(ax)}{(x^2 + b)^2} \xrightarrow{x=2} f'_+(2) = \frac{a(2+b) - 8a}{(2+b)^2} = \frac{ab - 4a}{(2+b)^2}$$

$$f'_-(2) = 3x^2 - 2x \xrightarrow{x=2} f'_-(2) = 12 - 2 = 10 \xrightarrow{\text{تساوی مشتق های چپ و راست}}$$

$$\frac{a(b-4)}{(2+b)^2} = 10 \xrightarrow{(*)} \frac{(8+2b)(b-4)}{(2+b)^2} = 10 \Rightarrow \frac{2(b-4)}{b+2} = 10 \Rightarrow \frac{b-4}{b+2} = 5$$

$$\Rightarrow b - 4 = 5b + 10 \Rightarrow 4b = -14 \Rightarrow b = -\frac{7}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ پس:

$$y = \frac{1 + (1 - \sin^2 x)}{3 - \sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x + 2}{-\sin^2 x + 3} = \frac{\sin^2 x - 2}{\sin^2 x - 3}$$

تابع y از ترکیب دو تابع $\sin^2 x$ و $\frac{x-2}{x-3}$ حاصل شده است. مطابق قضیه مشتق تابع مرکب داریم:

$$y' = \frac{(-3+2)2 \sin x \cos x}{(\sin^2 x - 3)^2} = \frac{-2 \sin 2x}{(\sin^2 x - 3)^2} \Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{4} \right) = \frac{-1}{\left(\frac{1}{2} - 3 \right)^2} = -\frac{4}{25}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1} \quad \text{آهنگ تغییر متوسط در } [1, 9] \rightarrow \frac{f(9) - f(1)}{9-1} = \frac{\frac{3}{10} - \frac{1}{2}}{8} = \frac{3-5}{80} = -\frac{1}{40}$$

$$\text{آهنگ تغییر لحظه ای در } x = 4 \rightarrow f'(4) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x+1) - (1)\sqrt{x}}{(x+1)^2} \xrightarrow{x=4}$$

$$f'(4) = \frac{\frac{5}{4} - 2}{25} = -\frac{3}{100} \Rightarrow \frac{1}{40} - \left(-\frac{3}{100} \right) = \frac{-5+6}{200} = \frac{1}{200} = 0.005$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع در هر نقطه $x = 0$ و $x = -2$ دارای مقدار صفر است. پس فقط از عامل صفرکننده

$$f(x) = \frac{x(x+2)}{x^4+1} \Rightarrow f'(0) = \frac{1 \times (x+2)}{x^4+1} \Big|_{x=0} \rightarrow f'(0) = \frac{2}{1} = 2$$

مشتق می‌گیریم:

$$f'(-2) = \frac{x \times (1)}{x^4+1} \Big|_{x=-2} \rightarrow \frac{-2}{16+1} = -\frac{2}{17} \Rightarrow f'(-2) - f'(0) = -\frac{2}{17} - 2 = -\frac{36}{17}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(2) - f(-4)}{2 - (-4)} = \frac{6 - 0}{6} = 1$$

آهنگ متوسط تغییر تابع برابر است با:

$$f'(x) = \begin{cases} -2x - 4 & x \leq -1 \\ 2x & x > -1 \end{cases}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f'(x)$ است؛ پس:

$$\begin{cases} -2x - 4 = 1 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \leq -1 \quad \checkmark \\ 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \geq -1 \quad \checkmark \end{cases}$$

حال معادله‌ی $f'(x) = 1$ را حل می‌کنیم:

$$\text{بنابراین } c_1 = -\frac{5}{2} \text{ و } c_2 = \frac{1}{2} \text{ و در نتیجه } c_1 + c_2 = -2.$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حد داده شده، حد منفرجه صفر و حاصل حد منتهای است؛ پس حد صورت نیز صفر

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(2-h) - 5 = 0 \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(2-h) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5 \Rightarrow f(2) = 5$$

است:

در این صورت حد داده شده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\text{حد} = -\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{-h} = 3 \xrightarrow{-h = \Delta x} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x} = -3 \Rightarrow f'(2) = -3$$

حال از رابطه‌ی $y = x^2 f\left(\frac{4}{x}\right)$ مشتق می‌گیریم:

$$y' = 2xf\left(\frac{4}{x}\right) + x^2 \left(-\frac{4}{x^2}\right) f'\left(\frac{4}{x}\right) = 2xf\left(\frac{4}{x}\right) - 4f'\left(\frac{4}{x}\right) \Rightarrow y'(2) = 4f(2) - 4f'(2)$$

$$= 20 + 12 = 32$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا دقت کنید که:

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{-h} \\ &= f'(x) + f'(x) = 2f'(x) \\ 2f'(x) &= 2\sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \sqrt{x} \end{aligned}$$

پس:

حال از رابطه‌ی $y = f\left(\frac{y}{x}\right)$ مشتق می‌گیریم:

$$y' = -\frac{y}{x} f'\left(\frac{y}{x}\right) \Rightarrow y'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق‌پذیری هریک از گزینه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2} - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x-2}} = +\infty$$

گزینه ۱:

پس تابع f در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق‌پذیر نیست.

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 3x + 2| - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|(x-1)(x-2)|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-1|}{x-2}$$

گزینه ۲:

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)|x-1|}{x-2} = 1$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)|x-1|}{x-2} = -1$$

پس تابع f در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق‌پذیر نیست.

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & x > 2 \\ x + 2 & x < 2 \end{cases} \Rightarrow f'_+(2) = 11, f'_-(2) = 4$$

گزینه ۳:

پس تابع f در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق‌پذیر نیست.

توجه شود که در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳، تابع f در نقطه‌ی $x = 2$ پیوسته است. بنابراین در بررسی گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ فقط وجود مشتق‌های چپ و راست در نقطه‌ی $x = 2$ بررسی شده است. در گزینه ۴، تابع f در نقطه‌ی $x = 2$ مشتق‌پذیر است. زیرا اولاً تابع f در نقطه‌ی $x = 2$ پیوسته است. ثانیاً:

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)|x-2| - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2)|x-2|$$

$$f'_+(2) = 0, f'_-(2) = 0 \Rightarrow \text{پس تابع } f \text{ در } x = 2 \text{ مشتق‌پذیر است.}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله‌ی نمودار تابع خطی f که از نقطه‌های $A(-2, 0)$ و $B(0, 4)$ گذشته است، به صورت زیر است:

$$y - 4 = \frac{4 - 0}{0 - (-2)}(x - 0) \Rightarrow y - 4 = 2x \Rightarrow y = 2x + 4 \Rightarrow f(x) = 2x + 4$$

مشتق تابع f به ازای هر مقدار دلخواه x برابر مقدار ثابت ۲ است، پس همواره $f'(x) = 2$ است. از طرف دیگر نمودار تابع g در نقطه‌ی $x = -1$ بر خط $y = 2x + 4$ مماس است. پس $g'(-1) = 2$ (زیرا مقدار مشتق تابع به ازای طول نقطه‌ی تماس برابر است با شیب خط مماس) بنابراین داریم:

$$(fog)'(-1) = g'(-1)f'(g(-1)) = 2 \times f'(2) = 2 \times 2 = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{5}x & x \geq 0 \\ x & x \leq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 5x & x \geq 0 \\ 3x & x \leq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = 5x \geq 0 \Rightarrow fog(x) = f(5x) = \frac{3}{5} \times 5x = 3x \quad \text{پس اگر } x \geq 0 \text{، آن‌گاه:}$$

$$g(x) = 3x \leq 0 \Rightarrow fog(x) = f(3x) = 3x \quad \text{و اگر } x \leq 0 \text{، آن‌گاه:}$$

$$\text{پس همواره } y = fog(x) = 3x \text{ و در نتیجه } y' = 3.$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع f در $x = 1$ برابر $m_1 = f'_-(1)$ و $m_2 = f'_+(1)$ است. اگر این دو نیم‌مماس بر هم عمود باشند، داریم $m_1 m_2 = -1$. مشتق‌های چپ و راست تابع را در $x = 1$ می‌یابیم:

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(a(x-1)[x] + x^2) - 1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (a[1^+] + (x+1)) = a + 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(a(x-1)[x] + x^2) - 1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (a[1^-] + (x+1)) = 2$$

$$m_1 m_2 = 2(a+2) = -1 \Rightarrow a+2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{5}{2}$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. خط $y = 3x - 2$ از نقطه‌ی $(2, 4)$ می‌گذرد و در همین نقطه بر منحنی $y = f(x)$ مماس است، پس $f(2) = 4$ و $f'(2) = 3$.
حال از تابع داده‌شده مشتق می‌گیریم:

$$y = \sqrt{2x} f(x) \Rightarrow y' = \sqrt{2} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} f(x) + \sqrt{x} f'(x) \right)$$

$$\Rightarrow y'(2) = \sqrt{2} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} f(2) + \sqrt{2} f'(2) \right) \xrightarrow[\begin{matrix} f(2) = 4 \\ f'(2) = 3 \end{matrix}]{\quad} y'(2) = 2 + 6 = 8$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

یادآوری:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع در $x = 0$ برابر $f'_-(0)$ و $f'_+(0)$ است. بنابراین:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - ax^2}} - 0}{x - 0} \times \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 - ax^2}}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - ax^2}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{(1 - ax^2)^2}}}{\sqrt{2x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a|x|}}{\sqrt{2x}}$$

$$\Rightarrow m_1 = f'_+(0) = \sqrt{\frac{a}{2}}, \quad m_2 = f'_-(0) = -\sqrt{\frac{a}{2}}$$

اگر این دو نیم‌خط بر هم عمود باشند، حاصل ضرب شیب‌ها برابر -1 است، پس:

$$m_1 \times m_2 = -1 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۱۱۵)

$$f'(x) = \sqrt[3]{\frac{4x}{x-1}} + \frac{x \times \frac{-4}{(x-1)^2}}{\sqrt[3]{\left(\frac{4x}{x-1}\right)^2}}$$

$$f'(2) = 2 + \frac{-4}{3 \times 4} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۶)

$$f'(x) = \frac{9}{(x+5)^2} \Rightarrow f'(-2) = 1$$

$$1 = \frac{f(a) - f(-a)}{a - (-a)} = \frac{\frac{4a+11}{a+5} - \frac{11-4a}{5-a}}{2a} = \frac{9}{25-a^2} \Rightarrow 25-a^2 = 9 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f(4) = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۱۷)

$$f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}} \Big|_{x=1} = 1$$

$$f^- = \frac{f(1/21) - f(1)}{1/21 - 1} = \frac{\frac{0.21}{1/1} - 1}{0.21 - 1} = \frac{10}{11}$$

$$\Rightarrow f'(1) - f^- = 1 - \frac{10}{11} = \frac{1}{11}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۸)

$$f'(x) = 2 + \frac{f(x)}{x} \Rightarrow f''(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{1}{x}f'(x) - \frac{f(x)}{x^2} = \frac{1}{x}\left(2 + \frac{f(x)}{x}\right) - \frac{f(x)}{x^2} = \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{2}{x} \Rightarrow f''(3) = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۱۹)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{(x-2)(x+2)} = 3 \Rightarrow g'(2) = 12$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{3}{2}$$

$$(g \circ f)'(1) = f'(1) \cdot g'(f(1)) = \frac{3}{2} \times 12 = 18$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۲۰)

شیب خط مماس از f' به دست می‌آید. برای آن که شیب خط مماس بیش‌ترین باشد باید f' بیش‌ترین باشد.

$$f'(x) = -3x^2 + 12x - 9$$

f' یک سهمی است با ضریب x^2 منفی، پس:

$$f' \text{ راس } S \begin{vmatrix} -12 \\ -6 \\ 3 \end{vmatrix} = 2$$

به ازای $x = 2$ دارای بیش‌ترین شیب است، اما بیش‌ترین شیب ۳ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $(fg)' = f'g + fg'$. با فرض $g(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}}$ داریم: (۱۲۱)

$$f(x) = g(x) \cos \frac{2\pi}{x} \Rightarrow f'(x) = g'(x) \cos \frac{2\pi}{x} + g(x) \left(-\frac{2\pi}{x^2} \right) \left(-\sin \frac{2\pi}{x} \right)$$

$$f'(4) = g'(4) \times 0 + g(4) \times \frac{-2\pi}{16} \times (-1) = 17 \times \frac{2\pi}{16} = \frac{17}{8} \times \pi$$

با جای‌گذاری $x = 4$ داریم:

۱۲۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر $\Delta x = 2h$ - حد داده شده را بازنویسی می‌کنیم.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1-2h) - f'(1)}{-2h} = 2 \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f'(1+\Delta x) - f'(1)}{\Delta x}$$

با توجه به تعریف مشتق دوم، حد بالا همان $2f''(1)$ است. حال می‌توان نوشت:

$$f(x) = (x-1)^2(x+3) \Rightarrow f'(x) = 2(x-1)(x+3) + (x-1)^2 = (x-1)[2(x+3) + (x-1)]$$

$$= (x-1)(3x+5) = 3x^2 + 2x - 5 \Rightarrow f''(x) = 6x + 2 \Rightarrow f''(1) = 8$$

پس حاصل حد برابر ۱۶ است.
راه دوم:

نکته: اگر $f(x) = (x-a)^2 g(x)$ و g تابعی مشتق‌پذیر باشد، آنگاه:

$$f''(a) = 2g(a) \quad \text{در اینجا:}$$

$$f(x) = (x-1)^2(x+3) \Rightarrow f''(1) = 2(1+3) = 8$$

$$\Rightarrow 2f''(1) = 16$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این تابع در $x=0$ پیوسته است، هرگاه حد راست، حد چپ و مقدار تابع در $x=0$ هم برابر باشند.

۱۲۳

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin \frac{x}{2}}{x^2} = 2 \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} \right) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(x - a \left[\frac{2}{1+x} \right] \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(x - a \left[\frac{2}{1^-} \right] \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - a [2^+]) = 0 - 2a$$

$$f(0) = 0 - a[2] = -2a$$

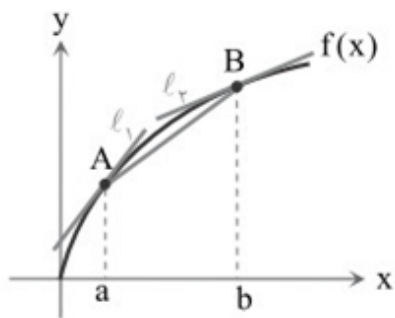
$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \quad \text{پس باید:}$$

$$\frac{1}{2} = -2a \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

۱۲۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مشتق تابع $m(t)$ در لحظه‌ی $t=4$ همان آهنگ لحظه‌ای رشد در $t=4$ است:

$$m(t) = \sqrt{t} + 2t^3 \Rightarrow m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \Rightarrow m'(4) = \frac{1}{2 \times 2} + 6(16) = 96 \frac{1}{2}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۲۵
 می‌دانیم $f'(a)$ همان شیب خط مماس بر تابع f در نقطه‌ای به طول
 $x = a$ روی آن است. با رسم خطوط مماس بر تابع در نقاط
 A و B داریم:
 معلوم است که

$$m_{l_a} > m_{AB} > m_{l_b} \Rightarrow f'(a) > m_{AB} > f'(b)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲۶

$$y = f(2x + g(x)) \Rightarrow y' = 2f(2x + g(x)) \times (2 + g'(x)) \times f'(2x + g(x))$$

$$\xrightarrow{x=1} y' = 2f(2 + g(1)) \times (2 + g'(1)) \times f'(2 + g(1))$$

$$\Rightarrow y' = 2f(2+1) \times (2+4) \times f'(2+1) \Rightarrow y' = 12f(3) \times f'(3) = 12 \times 3 \times 0.5 = 18$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲۷

$$y = f(x^2 + 2g(x)) \Rightarrow y' = (2x + 2g'(x)) \times f'(x^2 + 2g(x)) \xrightarrow{x=1}$$

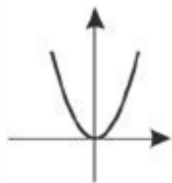
$$y' = (2 + 2g'(1)) \times f'(1 + 2g(1)) \Rightarrow y' = (2 + 2 \times 4) \times f'(1 + 2) = 10 \times 0.5 = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه (۱):

به ازای $x > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 0$ و $y > 0$ می‌تواند برابر باشد.

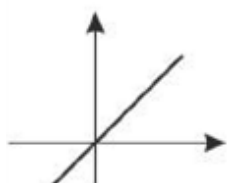
به ازای $x < 0 \Leftrightarrow f'(x) < 0$ و $y > 0$ برابر نیست.



گزینه (۲):

به ازای $x > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 0$ و $y > 0$ می‌تواند برابر باشد.

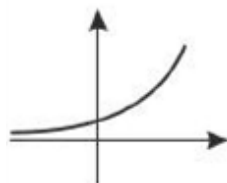
به ازای $x < 0 \Leftrightarrow f'(x) > 0$ و $y < 0$ برابر نیست.



گزینه (۳):

به ازای $x > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 0$ و $y > 0$ می‌تواند برابر باشد.

به ازای $x < 0 \Leftrightarrow f'(x) > 0$ و $y > 0$ می‌تواند برابر باشد.



گزینه (۴):

به ازای $x > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 0$ و $y > 0$ می‌تواند برابر باشد.

به ازای $x < 0 \Leftrightarrow f'(x) > 0$ و $y < 0$ برابر نیست.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

برای این که حاصل حد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h)}{h}$ موجود باشد باید $f(1) = 0$ باشد، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \overbrace{f(1)}^0}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \frac{1}{x + 1}$$

با توجه به تعریف مشتق داریم:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \frac{1}{x + 1} = f'(1) \times \frac{1}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow f'(1) = -1$$

حالا حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h)}{h}$ را به دست می آوریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h)}{h} = -2f'(1) = -2 \times (-1) = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم خطوط موازی دارای شیب برابر هستند پس داریم:

$$a_{d_1} = a_{d_2}$$

طبق شکل نقاط $(0, y_2)$ و $(8, y_1)$ روی خط d_1 هستند، ابتدا مقادیر y_2 و y_1 را به دست می آوریم:

$$y_1 = \frac{4(8) - 5}{8 + 1} = \frac{32 - 5}{9} = 3 \Rightarrow (8, 3)$$

$$y_2 = \frac{4(0) - 5}{0 + 1} = -5 \Rightarrow (0, -5)$$

حالا می توانیم با داشتن دو نقطه، شیب خط d_1 را به دست آوریم:

$$a_{d_1} = \frac{3 - (-5)}{8 - 0} = +1 \Rightarrow a_{d_1} = a_{d_2} = +1$$

از تابع مشتق می گیریم و مشتق را برابر +1 قرار می دهیم تا محل برخورد خط d_2 و تابع را بیابیم:

$$y' = \frac{4 - (-5)}{(x + 1)^2} = +1 \Rightarrow 9 = (x + 1)^2 \Rightarrow x = 2, x = -4$$

با توجه به شکل، مقدار $x = -4$ غیر قابل قبول است. حالا با داشتن شیب خط d_2 و یک نقطه از آن، معادله آن را بیابیم:

$$a_{d_2} = +1 (2, 1)$$

$$y - 1 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 1 \xrightarrow{y=0} x = 1$$

خط d_2 محور طول ها را در نقطه $x = 1$ قطع می کند.

۱۳۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط رسم شده نیم‌مماس چپ تابع در ریشه آن است:

$$\sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

پس شیب آن $f'_-(4)$ است:

$$x < 4 \Rightarrow f(x) = 2 - \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'_-(4) = -\frac{1}{4}$$

پس شیب نیم‌مماس چپ $-\frac{1}{4}$ است و از نقطه $(4, 0)$ می‌گذرد. معادله آن برابر است با:

$$y - 0 = -\frac{1}{4}(x - 4) \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + 1 \Rightarrow a = 1$$

۱۳۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مشتق تابع $g(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$g'(x) = \frac{9(2\sqrt{x}) - (9x - 4)\left(2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(2\sqrt{x})^2} \Rightarrow g'(4) = \frac{9(4) - 32\left(\frac{1}{2}\right)}{16} = \frac{36 - 16}{16} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$$

$$(f \circ g)'(4) = f'(g(4)) \times g'(4) = f'(8) \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8} \Rightarrow f'(8) = \frac{1}{4}$$

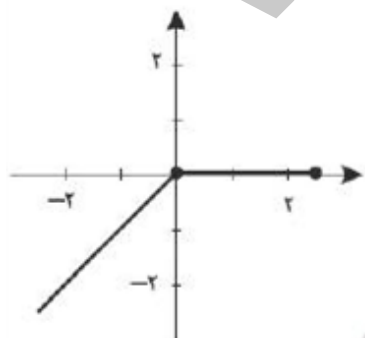
۱۳۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{|x|[\sin x]}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x}{x} = 1$$

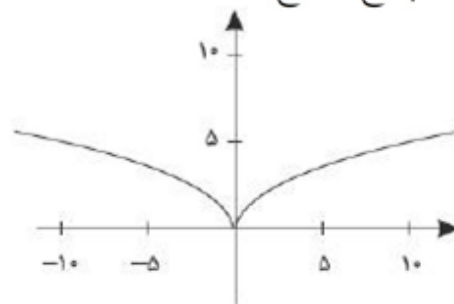
$$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{|x|[\sin x]}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x}{x} = -1$$

با توجه به این که مشتق راست و چپ در نقطه $x = 0$ موجود و نابرابر است، تابع در نقطه $x = 0$ نقطه گوشه دارد. نمودار این تابع اطراف $x = 0$ این شکلی است.

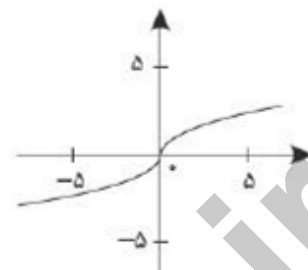


گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

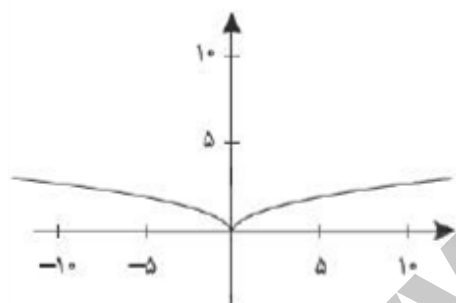
$$y = \sqrt{x^2} \Rightarrow y'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x^2} - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt{x}} = \pm\infty$$



$$y = \sqrt{x} \Rightarrow y'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x} - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$$

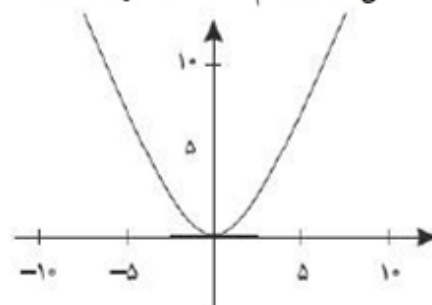


$$y = \sqrt{|x|} \Rightarrow y'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{|x|} - \cdot}{x - \cdot} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{\sqrt{x}}{x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{\sqrt{-x}}{x} = -\infty \end{cases}$$



با توجه به شکل‌های رسم شده در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴، خط $x = 0$ مماس قائم توابع رسم شده است.

$$y = x\sqrt{x} \Rightarrow y'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{x\sqrt{x} - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \sqrt{x} = \cdot$$



شیب خط مماس برابر صفر است. مطابق شکل در گزینه (۳) مماس قائمی وجود ندارد.

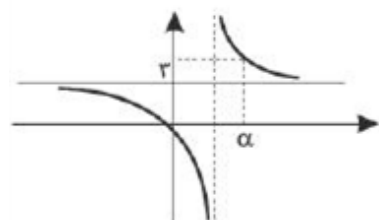
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳۵)

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|1 - x^3| \cos \pi x}{x - 1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^3 - 1) \cos \pi x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x^2 + x + 1) \cos \pi x}{(x-1)} \\
 &= -(3) \cos \pi = -3 \times (-1) = +3
 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۳۶)

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \sin x + x \cos x \\
 f''(x) &= \cos x + \cos x - x \sin x = 2 \cos x - x \sin x \\
 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi - h) - f(\pi)}{f'(\pi) - f'(\pi - h)} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f(\pi - h) - f(\pi)}{h}}{\frac{f'(\pi) - f'(\pi - h)}{h}} = \frac{-f'(\pi)}{f''(\pi)} = \frac{-(-\pi)}{-2} = -\frac{\pi}{2}
 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $y = \frac{3x + 5}{x - 1}$ به صورت زیر است. شرط مشتق پذیری در بازه $(\alpha, +\infty)$ آن است که $y(\alpha) < 4$ و $1 < \alpha$ باشد.



$$y(\alpha) = \frac{3\alpha + 5}{\alpha - 1} < 4 \xrightarrow{\alpha > 1} 3\alpha + 5 < 4(\alpha - 1) \Rightarrow \alpha > 9$$

پس حداقل α برابر ۹ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۳۸)

$$\begin{aligned}
 g'(x) &= 3x^2 f'(x^3 + 3) \\
 g''(x) &= 6x f'(x^3 + 3) + 9x^4 f''(x^3 + 3) \\
 x = 1 &\Rightarrow g''(1) = 6f'(4) + 9f''(4) \Rightarrow -6 = 12 + 9f''(4) \Rightarrow f''(4) = -2
 \end{aligned}$$

۱۳۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید مشتق پذیری f در $x = 2$ را بررسی کنیم.

$$\text{شرط پیوستگی: } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Rightarrow 0 = 2 + 2a + b$$

$$f'_- = f'_+ \Rightarrow 2x - 2 = x + a \xrightarrow{x=2} 2 = 2 + a \Rightarrow a = 0$$

$$\Rightarrow b = -2 \Rightarrow a + b = -2$$

۱۴۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هدف یافتن $f'(2)$ است. صورت کسر f عامل صفرکننده دارد. فقط از صورت کسر مشتق می‌گیریم.

$$f'(x) = \frac{2x}{\sqrt[3]{x-1}} \Rightarrow f'(2) = \frac{4}{1} = 4$$

۱۴۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$m_1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x^2 - 3x|}{x} = 3$$

معادله خط مماس: $y = 3x$

$$m_2 = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x^2 - 3x|}{x-3} = -3$$

معادله خط مماس: $y = -3x + 9$

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = -3x + 9 \end{cases} \Rightarrow y_m = 4/5$$

۱۴۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$m = f'(1) = 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1+2h)}{h} = -f'(1) - 2f'(1) = -3f'(1) = -3$$

۱۴۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله $x^2 + mx - 8 = 0$ دو ریشه α و 2 دارد پس:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 \times \alpha = \frac{-8}{1} \Rightarrow \alpha = -4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۴۴)

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{(4+h)^2 - [4+h] - (16-4)}{h}$$

 $h \rightarrow 0^-$ $h \rightarrow 0^-$

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{16 + \lambda h + h^2 - 4 - [h] - 12}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\lambda h + h^2 - [h]}{h} \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\lambda h + h^2 + 1}{h} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

 $h \rightarrow 0^-$ $h \rightarrow 0^-$ $h \rightarrow 0^-$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۴۵)

$$y = f(ax) \Rightarrow y' = af'(ax) \quad (*)$$

در رابطه‌ی $f'(2x) = x^2$ به جای x عبارت $\frac{a}{2}x$ را قرار می‌دهیم، آن‌گاه:

$$f'\left(2 \times \frac{a}{2}x\right) = \left(\frac{a}{2}x\right)^2 \Rightarrow f'(ax) = \frac{a^2}{4}x^2$$

$$y' = a \times \frac{a^2}{4}x^2 = \frac{a^3}{4}x^2$$

از رابطه‌ی (*) نتیجه می‌شود که:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۴۶)

$$f(x) = ax^3 - bx - 1 \Leftrightarrow f'(x) = 3ax^2 - b \Rightarrow f''(x) = 6ax$$

$$f(x) + f'(x) + f''(x) = ax^3 + 3ax^2 + (6a - b)x - 1 - b$$

رابطه‌ی به دست‌آمده را با $ax^3 + x^2 + x + c$ مقایسه می‌کنیم:

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$6a - b = 1 \Rightarrow 6 \times \frac{1}{3} - b = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$c = -1 - b = -1 - 1 = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۴۷)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2x) - 4}{x - 2} = 1 \xrightarrow{2x = t}$$

$$\lim_{t \rightarrow 4} \frac{f(t) - 4}{\frac{t}{2} - 2} = 1 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 4} \frac{f(t) - 4}{t - 4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} f(4) = 4 \\ f'(4) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{خط مماس: } y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4) \xrightarrow{x=0} y = 2$$

پس عرض از مبدأ خط مماس برابر ۲ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در همسایگی $x = 1$ مقدار $[x^2 - 2x]$ برابر -۱ است. (۱۴۸)

$$f(x) = -\sin^2 \pi x$$

$$f'(x) = -2\pi \sin \pi x \cos \pi x = -\pi \sin 2\pi x$$

$$f''(x) = -2\pi^2 \cos 2\pi x$$

$$f''(1) = -2\pi^2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه تقاطع: $A(0, 1)$ (۱۴۹)

$$y' = \frac{\cos^2 x + \sin x(1 + \sin x)}{\cos^2 x} = \frac{1 + \sin x}{\cos^2 x} \Rightarrow m = y'(0) = 1$$

$$\text{معادله خط: } y - 1 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x + 1$$

$$y = 0 \Rightarrow x = -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دقت کنید که $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x+3}}$ پس: (۱۵۰)

$$y' = (xf(x))' \cdot f'(xf(x)) = (f(x) + xf'(x)) \cdot f'(xf(x))$$

$$y'(1) = (f(1) + f'(1)) \cdot f'(f(1)) = (1 + f'(1)) \cdot f'(1) = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{16}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۵۱)

$$f(x) = 2 \sin 2x \cdot 2 \cos^2 x = 2 \sin 2x (1 + \cos 2x)$$

$$f(x) = 2 \sin 2x + \sin 4x$$

$$f'(x) = 4 \cos 2x + 4 \cos 4x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 4 \cos \frac{\pi}{4} + 4 \cos \frac{\pi}{2} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای نوشتن معادله خط مماس بر منحنی تابع f ، هم به مختصات نقطه تماس و هم به شیب خط مماس نیاز است، بنابراین داریم: (۱۵۲)

$$f(2) = \frac{4+2}{2-3} = -6 \Rightarrow \text{نقطه تماس } A(2, -6)$$

$$f'(x) = \frac{(2x+1)(x-3) - (1)(x^2+x)}{(x-3)^2} = \frac{x^2 - 6x - 3}{(x-3)^2}$$

$$f'(2) = \frac{4 - 12 - 3}{(-1)^2} = -11 \Rightarrow \text{مماس } m = -11$$

$$\text{بنابراین خط مماس، محور } y \text{ ها را در نقطه‌ای به عرض } 16 \text{ قطع می‌کند.} \quad y + 6 = -11(x - 2) \Rightarrow y = -11x + 16 \xrightarrow{x=0} y = 16$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۱۵۳)

$$\text{آهنگ تغییر متوسط } f \text{ در } [-6, 2] = \frac{f(2) - f(-6)}{2 - (-6)} = \frac{8 + 1 - (-24 + 3)}{8} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$

$$f'(c) = \frac{15}{4} \Rightarrow 4 + \frac{-1}{2\sqrt{3-c}} = \frac{15}{4} \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{3-c}} = \frac{1}{4} \Rightarrow 3 - c = 4 \Rightarrow c = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۱۵۴)

$$y' = 3x^2 - \frac{2}{2\sqrt{x}} = 3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} \xrightarrow{x=1} 3 - 1 = 2$$

اگر $x = 1$ باشد، $y = -1$ است. معادله خط مماس را می‌نویسیم:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - (-1) = 2(x - 1) \Rightarrow y + 1 = 2x - 2 \Rightarrow y = 2x - 3$$

عرض از مبدأ خط مماس برابر -3 است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اول ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt[3]{x^5} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt[3]{x} \times \sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt[3]{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x-1}} = \sqrt[3]{x}$$

حال مشتق می‌گیریم:

$$(\sqrt[3]{x})' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

اگر $x = 8$ باشد داریم:

$$\frac{1}{3\sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$$

۱۵۶

۱۵۷

۱۵۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = f \circ g(x) \Rightarrow y' = g'(x) f'(g(x))$$

$$y'(2) = g'(2) f'(g(2)) = g'(2) f'(8)$$

$$g(x) = 4x - 1 \Rightarrow g(2) = 7$$

$$y(2) = 7 \times (8^2 + \sqrt[3]{8}) = 7 \times 66 = 462$$

۱۵۹

۱۶۰

۱۶۱

۱۶۲

۱۶۳

۱۶۴

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۱۷۶

۱۷۷

۱۷۸

۱۷۹

۱۸۰

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۱۸۴

۱۸۵

۱۸۶

۱۸۷

۱۸۸

۱۸۹

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۱۹۳

۱۹۴

۱۹۵

۱۹۶

۱۹۷

www.akoedu.ir

۱۹۸

۱۹۹

۲۰۰

۲۰۱

۲۰۲

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۲۰۷

۲۰۸

۲۰۹

۲۱۰

۲۱۱

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۲۱۵

۲۱۶

۲۱۷

۲۱۸

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۲۲۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۲۴

$$y' = \frac{2xf(x) - f'(x)(x^2 + 1)}{f''(x)} \xrightarrow{x=1} y' = \frac{2f(1) - 2f'(1)}{f''(1)}$$

$f(1)$ را از روی خط داده شده می‌یابیم.

$$\text{معادله خط: } y = -\frac{2}{3}x + 4 \xrightarrow{x=1} y = -\frac{2}{3} + 4 = \frac{10}{3} = f(1)$$

$f'(1)$ هم شیب خط داده شده یعنی $-\frac{2}{3}$ است، پس:

$$\frac{2f(1) - 2f'(1)}{f''(1)} = \frac{\frac{20}{3} + \frac{4}{3}}{\frac{100}{9}} = \frac{8}{\frac{100}{9}} = \frac{72}{100} = 0.72$$

۲۲۵

۲۲۶



www.akoedu.ir

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۲۳۷

۲۳۸

۲۳۹

۲۴۰

۲۴۱

www.akoedu.ir

۲۴۲

۲۴۳

۲۴۴

۲۴۵

۲۴۶

www.akoedu.ir

۲۴۷

۲۴۸

۲۴۹

۲۵۰

۲۵۱

۲۵۲

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۲۶۴

۲۶۵

۲۶۶

۲۶۷

۲۶۸

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۲۸۹

۲۹۰

۲۹۱

۲۹۲

www.akoedu.ir

۲۹۳

۲۹۴

۲۹۵

۲۹۶

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۳۰۱

۳۰۲

۳۰۳

۳۰۴

۳۰۵

www.akoedu.ir

۳۰۶

۳۰۷

۳۰۸

۳۰۹

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۳۵۰

۳۵۱

۳۵۲

۳۵۳

۳۵۴

www.akoedu.ir

۳۵۵

۳۵۶

۳۵۷

۳۵۸

۳۵۹

www.akoedu.ir

۳۶۰

۳۶۱

۳۶۲

۳۶۳

۳۶۴

www.akoedu.ir

۳۶۵

۳۶۶

۳۶۷

۳۶۸

۳۶۹

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۳۸۰

۳۸۱

۳۸۲

۳۸۳

۳۸۴

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۳۸۹

۳۹۰

۳۹۱

۳۹۲

۳۹۳

www.akoedu.ir

۳۹۴

۳۹۵

۳۹۶

۳۹۷

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۴۰۱

۴۰۲

۴۰۳

۴۰۴

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۴۱۱

۴۱۲

۴۱۳

۴۱۴

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir


www.akoedu.ir

۴۲۰

۴۲۱

۴۲۲

۴۲۳

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. نمودار تابع در اطراف $x = -2$ به صورت  است، پس تابع در این نقطه دارای عطف بوده و مشتق اول و دوم آن برابر صفر می‌شود.

$$\left. \begin{aligned} f'(x) = x^2 + 2ax + b &\xrightarrow{f'(-2) = 0} 4 - 4a + b = 0 \\ f''(x) = 2x + 2a &\xrightarrow{f''(-2) = 0} a = 2 \Rightarrow \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4 - 8 + b = 0 \Rightarrow b = 4$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4x \Rightarrow f(-2) = -\frac{8}{3} + 8 - 8 = -\frac{8}{3} \quad \text{معادله‌ی مماس در این نقطه } y = f(-2) \text{ است.}$$

در نتیجه معادله‌ی مماس $y = -\frac{8}{3}$ یا $3y + 8 = 0$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۲۴

$$y' = \frac{2 \sin x \cos x}{2 \sqrt{2 + \sin^2 x}} = \frac{\sin 2x}{2 \sqrt{2 + \sin^2 x}} \Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2 \sqrt{2 + \frac{1}{4}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

۴۲۵

۴۲۶

۴۲۷

۴۲۸

www.akoedu.ir

۴۲۹

۴۳۰

۴۳۱

۴۳۲

۴۳۳

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

۴۳۸

۴۳۹

۴۴۰

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. خطی که با جهت مثبت محور x زاویه‌ی 45° می‌سازد، دارای شیبی برابر با یک است: ($1 = \tan 45^\circ$ = شیب)، پس اگر این خط بر نمودار تابع $y = 2\sqrt{x-1}$ مماس شده باشد باید در نقطه‌ی تماس، مشتق تابع برابر با یک شود، داریم:

$$y' = 1 \Rightarrow \frac{2}{2\sqrt{x-1}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 1 \Rightarrow x = 2$$

پس طول نقطه‌ی تماس $x = 2$ است.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۴۴۱

$$y = f^2(x)g(x) \Rightarrow y' = 2f'(x)f(x)g(x) + g'(x)f^2(x)$$

$$\xrightarrow{x=1} y' = 2f'(1)f(1)g(1) + g'(1)f^2(1)$$

طبق نمودار، $f(1) = 2$ و $g(1) = 1$ است، همچنین با یافتن شیب خطوط داریم:

$$g'(1) = \frac{2-0}{0-2} = -1, f'(1) = \frac{4-0}{2-0} = 2$$

$$y' = 2(2)(2)(1) + (-1)(2)^2 = 8 - 4 = 4$$

پس داریم:

۴۴۲

۴۴۳

۴۴۴

۴۴۵

۴۴۶

۴۴۷

www.akoedu.ir

۴۴۸

۴۴۹

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. تابع f در نقطه‌ی $x = 1$ فقط از راست پیوسته است. بنابراین در نقطه‌ی ۱ فقط مشتق راست معنی دارد بنابراین $f'_-(1)$ وجود ندارد:

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^2 + 1 - 4}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3(x-1)(x+1)}{x-1} = 6$$

۴۵۱

۴۵۲

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

۴۵۳

$$f'(x) = \frac{-\frac{2}{2\sqrt{2x+1}}}{(2x+1)^2} = \frac{-1}{\sqrt{(2x+1)^3}} \Rightarrow D_{f'} = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

۴۵۴

www.akoedu.ir

۴۵۹

۴۶۰

۴۶۱

۴۶۲

۴۶۳

۴۶۴

۴۶۵

www.akoedu.ir

۴۶۶

۴۶۷

۴۶۸

۴۶۹

۴۷۰

۴۷۱

www.akoedu.ir

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع fog را تشکیل می‌دهیم. فقط ابتدا باید توابع f و g را با حذف قدر مطلق بازنویسی کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}x & , x \geq 0 \\ \frac{4}{5}x + \frac{1}{5}x & , x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{3}{5}x & , x \geq 0 \\ x & , x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 4x + x & , x \geq 0 \\ 3x & , x < 0 \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} 5x & , x \geq 0 \\ 3x & , x < 0 \end{cases}$$

پس ضابطه‌ی fog برابر است با:

$$f(g(x)) = \begin{cases} \frac{3}{5}(5x) & x \geq 0 \\ 3x & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ 3x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow (fog)(x) = 3x \Rightarrow (fog)'(x) = 3$$

$$\begin{aligned}
 & y = f^{\sqrt{\quad}}\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) \xrightarrow{f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) = W} -W^{\sqrt{\quad}} \Rightarrow y' = -\sqrt{2}WW' \quad (1) \\
 & W = f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) \xrightarrow{f\left(\frac{1}{x}\right) = V} f(V) \Rightarrow W' = V'f'(V) \quad (2) \\
 & V = f\left(\frac{1}{x}\right) \xrightarrow{\frac{1}{x} = U} f(U) \Rightarrow V' = U'f'(U) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)f'\left(\frac{1}{x}\right) \\
 & \xrightarrow{(2)} W' = \left(-\frac{1}{x^2}\right)f'\left(\frac{1}{x}\right)f'\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) \\
 & \xrightarrow{(1)} y' = -\sqrt{2}f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)\left(-\frac{1}{x^2}\right)f'\left(\frac{1}{x}\right)f'\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) \quad (3)
 \end{aligned}$$

حالا در گزینه ۳ به جای x عدد -1 را می‌گذاریم:

$$\begin{aligned}
 y'(-1) = -\sqrt{2}f(f(-1))(-1)f'(-1)f'(f(-1)) & \xrightarrow{f(-1) = 2 \text{ طبق شکل}} y'(-1) = \sqrt{2}f(2)f'(-1)f'(2) \\
 & \xrightarrow{f'(-1) = \frac{1}{1} = 1 \text{ طبق مثلث کوچک در شکل}} y'(-1) = \sqrt{2}f(2)f'(2)
 \end{aligned}$$

می‌بینیم که $y'(-1)$ با مشتق تابع $f^{\sqrt{\quad}}$ (که برابر $\sqrt{2}f(x)f'(x)$ است) در نقطه‌ی -1 برابر است.



www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۴۸۱

۴۸۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع در $x = 1$ پیوسته است. پس:

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Rightarrow 2 - a = 1 - 2a \Rightarrow a = -1$$

در نتیجه ضابطه‌ی تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & ; x \leq 1 \\ x + 2 & ; x > 1 \end{cases}$ است که $f'(x) = \begin{cases} 2x + 1 & ; x < 1 \\ 1 & ; x > 1 \end{cases}$ و $f'_-(1) = 3$ و $f'_+(1) = 1$ می‌شود:

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f'(1+h) + f'(1-h)}{1} = f'_+(1) + f'_-(1) = 1 + 3 = 4$$

۴۸۳

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۸۸

چون در $x = -1$ مشتق پذیر است، پس $x = -1$ ریشه‌ی مضاعف $x^3 + ax^2 + 5x + b = 0$ است.

$$x^3 + ax^2 + 5x + b = (x + 1)^2(x + b) = (x^2 + 2x + 1)(x + b)$$

$$x^3 + ax^2 + 5x + b = x^3 + (2 + b)x^2 + (1 + 2b)x + b \Rightarrow \begin{cases} a = b + 2 \\ 1 + 2b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^3 + 4x^2 + 5x + 2 = (x + 1)^2(x + 2)$$

پس تابع f در $x = -2$ پیوسته است، اما مشتق پذیر نمی‌باشد.البته f در سایر نقاط صحیح حتی پیوسته هم نیست و در نقاط غیر صحیح هم پیوسته است و هم مشتق پذیر است.

۴۸۹

۴۹۰

۴۹۱

www.akoedu.ir

۴۹۲

۴۹۳

۴۹۴

۴۹۵

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۵۰۱

۵۰۲

۵۰۳

۵۰۴

www.akoedu.ir



www.akoedu.ir



www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۵۲۵

۵۲۶

۵۲۷

۵۲۸

۵۲۹

۵۳۰

۵۳۱

www.akoedu.ir

۵۳۲

۵۳۳

۵۳۴

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. تابع y در نقاطی که $\frac{1}{x}$ صحیح باشد (به جز $x = 1$) ناپیوسته است بنابراین در نقطه‌ی $x = -1$ ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر است. در نقطه‌ی $x = 1$ تابع y پیوسته ولی مشتق‌ناپذیر است.

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \left[\frac{1}{x} \right]}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1}{x} \right]. \text{ وجود ندارد.}$$

۵۳۵

۵۳۶

۵۳۷

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

$$y = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

مشتق تابع $\frac{au + b}{cu + d}$ به صورت $\frac{ad + bc}{(cu + d)^2} u'$ است:

$$u = \operatorname{tg}^2 x$$

$$y = \frac{-\operatorname{tg}^2 x + 1}{\operatorname{tg}^2 x + 1} \Rightarrow y' = \frac{-1 - 1}{(\operatorname{tg}^2 x + 1)^2} (1 + \operatorname{tg}^2 x)(2 \operatorname{tg} x) = \frac{-2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

در نقطه به طول $\frac{3\pi}{8}$ داریم:

$$y' \left(\frac{3\pi}{8} \right) = \frac{-2 \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{3\pi}{8}} = 2 \operatorname{Sin} \frac{3\pi}{8} \operatorname{Cos} \frac{3\pi}{8} = -2 \operatorname{Sin} \frac{3\pi}{4} = -2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\sqrt{2}$$

اما بهتر این است که $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$ را بنویسیم $\operatorname{Cos} 2\alpha$ ، آنوقت داریم:

$$y = \operatorname{Cos} 2x \Rightarrow y' = -2 \operatorname{Sin} 2x \Rightarrow y' \left(\frac{3\pi}{8} \right) = -2 \operatorname{Sin} \frac{3\pi}{4} = -2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\sqrt{2}$$

۵۴۱

۵۴۲



www.akoedu.ir

۵۴۷

۵۴۸

۵۴۹

۵۵۰

www.akoedu.ir

۵۵۱

۵۵۲

۵۵۳

۵۵۴

۵۵۵

www.akoedu.ir

۵۵۶

۵۵۷

۵۵۸

۵۵۹

۵۶۰

www.akoedu.ir

۵۶۱

۵۶۲

۵۶۳

۵۶۴

www.akoedu.ir

۵۶۵

۵۶۶

۵۶۷

۵۶۸

۵۶۹

www.akoedu.ir

۵۷۰

۵۷۱

۵۷۲

۵۷۳

۵۷۴

۵۷۵

www.akoedu.ir

۵۷۶

۵۷۷

۵۷۸

۵۷۹

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -3x + 3 + [1 - x^2] \Rightarrow y' = -3 \Rightarrow f'_+(-2) = -3$$

۵۸۰

۵۸۱

۵۸۲

www.akoedu.ir

۵۸۳

۵۸۴

۵۸۵

۵۸۶

۵۸۷

www.akoedu.ir

۵۸۸

۵۸۹

۵۹۰

۵۹۱

۵۹۲

www.akoedu.ir

۵۹۳

۵۹۴

۵۹۵

۵۹۶

www.akoedu.ir

www.akoedu.ir

۱	۱	۲	۳	۴	۳۳	۱	۲	۳	۴	۶۵	۱	۲	۳	۴	۹۷	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴	۳۴	۱	۲	۳	۴	۶۶	۱	۲	۳	۴	۹۸	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴	۳۵	۱	۲	۳	۴	۶۷	۱	۲	۳	۴	۹۹	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴	۳۶	۱	۲	۳	۴	۶۸	۱	۲	۳	۴	۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴	۳۷	۱	۲	۳	۴	۶۹	۱	۲	۳	۴	۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴	۳۸	۱	۲	۳	۴	۷۰	۱	۲	۳	۴	۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴	۳۹	۱	۲	۳	۴	۷۱	۱	۲	۳	۴	۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴	۴۰	۱	۲	۳	۴	۷۲	۱	۲	۳	۴	۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴	۴۱	۱	۲	۳	۴	۷۳	۱	۲	۳	۴	۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴	۴۲	۱	۲	۳	۴	۷۴	۱	۲	۳	۴	۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴	۴۳	۱	۲	۳	۴	۷۵	۱	۲	۳	۴	۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴	۴۴	۱	۲	۳	۴	۷۶	۱	۲	۳	۴	۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴	۴۵	۱	۲	۳	۴	۷۷	۱	۲	۳	۴	۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴	۴۶	۱	۲	۳	۴	۷۸	۱	۲	۳	۴	۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴	۴۷	۱	۲	۳	۴	۷۹	۱	۲	۳	۴	۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴	۴۸	۱	۲	۳	۴	۸۰	۱	۲	۳	۴	۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴	۴۹	۱	۲	۳	۴	۸۱	۱	۲	۳	۴	۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴	۵۰	۱	۲	۳	۴	۸۲	۱	۲	۳	۴	۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴	۵۱	۱	۲	۳	۴	۸۳	۱	۲	۳	۴	۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴	۵۲	۱	۲	۳	۴	۸۴	۱	۲	۳	۴	۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴	۵۳	۱	۲	۳	۴	۸۵	۱	۲	۳	۴	۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴	۵۴	۱	۲	۳	۴	۸۶	۱	۲	۳	۴	۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴	۵۵	۱	۲	۳	۴	۸۷	۱	۲	۳	۴	۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴	۵۶	۱	۲	۳	۴	۸۸	۱	۲	۳	۴	۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴	۵۷	۱	۲	۳	۴	۸۹	۱	۲	۳	۴	۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴	۵۸	۱	۲	۳	۴	۹۰	۱	۲	۳	۴	۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴	۵۹	۱	۲	۳	۴	۹۱	۱	۲	۳	۴	۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴	۶۰	۱	۲	۳	۴	۹۲	۱	۲	۳	۴	۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴	۶۱	۱	۲	۳	۴	۹۳	۱	۲	۳	۴	۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴	۶۲	۱	۲	۳	۴	۹۴	۱	۲	۳	۴	۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴	۶۳	۱	۲	۳	۴	۹۵	۱	۲	۳	۴	۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴	۶۴	۱	۲	۳	۴	۹۶	۱	۲	۳	۴	۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴	۱۶۱	۱	۲	۳	۴	۱۹۳	۱	۲	۳	۴	۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴	۱۶۲	۱	۲	۳	۴	۱۹۴	۱	۲	۳	۴	۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴	۱۶۳	۱	۲	۳	۴	۱۹۵	۱	۲	۳	۴	۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴	۱۶۴	۱	۲	۳	۴	۱۹۶	۱	۲	۳	۴	۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴	۱۶۵	۱	۲	۳	۴	۱۹۷	۱	۲	۳	۴	۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴	۱۶۶	۱	۲	۳	۴	۱۹۸	۱	۲	۳	۴	۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴	۱۶۷	۱	۲	۳	۴	۱۹۹	۱	۲	۳	۴	۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴	۱۶۸	۱	۲	۳	۴	۲۰۰	۱	۲	۳	۴	۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴	۱۶۹	۱	۲	۳	۴	۲۰۱	۱	۲	۳	۴	۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴	۱۷۰	۱	۲	۳	۴	۲۰۲	۱	۲	۳	۴	۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴	۱۷۱	۱	۲	۳	۴	۲۰۳	۱	۲	۳	۴	۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴	۱۷۲	۱	۲	۳	۴	۲۰۴	۱	۲	۳	۴	۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴	۱۷۳	۱	۲	۳	۴	۲۰۵	۱	۲	۳	۴	۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴	۱۷۴	۱	۲	۳	۴	۲۰۶	۱	۲	۳	۴	۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴	۱۷۵	۱	۲	۳	۴	۲۰۷	۱	۲	۳	۴	۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴	۱۷۶	۱	۲	۳	۴	۲۰۸	۱	۲	۳	۴	۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴	۱۷۷	۱	۲	۳	۴	۲۰۹	۱	۲	۳	۴	۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴	۱۷۸	۱	۲	۳	۴	۲۱۰	۱	۲	۳	۴	۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴	۱۷۹	۱	۲	۳	۴	۲۱۱	۱	۲	۳	۴	۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴	۱۸۰	۱	۲	۳	۴	۲۱۲	۱	۲	۳	۴	۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴	۱۸۱	۱	۲	۳	۴	۲۱۳	۱	۲	۳	۴	۲۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴	۱۸۲	۱	۲	۳	۴	۲۱۴	۱	۲	۳	۴	۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴	۱۸۳	۱	۲	۳	۴	۲۱۵	۱	۲	۳	۴	۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴	۱۸۴	۱	۲	۳	۴	۲۱۶	۱	۲	۳	۴	۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴	۱۸۵	۱	۲	۳	۴	۲۱۷	۱	۲	۳	۴	۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴	۱۸۶	۱	۲	۳	۴	۲۱۸	۱	۲	۳	۴	۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴	۱۸۷	۱	۲	۳	۴	۲۱۹	۱	۲	۳	۴	۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴	۱۸۸	۱	۲	۳	۴	۲۲۰	۱	۲	۳	۴	۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴	۱۸۹	۱	۲	۳	۴	۲۲۱	۱	۲	۳	۴	۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴	۱۹۰	۱	۲	۳	۴	۲۲۲	۱	۲	۳	۴	۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴	۱۹۱	۱	۲	۳	۴	۲۲۳	۱	۲	۳	۴	۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴	۱۹۲	۱	۲	۳	۴	۲۲۴	۱	۲	۳	۴	۲۵۶	۱	۲	۳	۴

۲۵۷	۱	۲	۳	۴	۲۸۹	۱	۲	۳	۴	۳۲۱	۱	۲	۳	۴	۳۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴	۲۹۰	۱	۲	۳	۴	۳۲۲	۱	۲	۳	۴	۳۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴	۲۹۱	۱	۲	۳	۴	۳۲۳	۱	۲	۳	۴	۳۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴	۲۹۲	۱	۲	۳	۴	۳۲۴	۱	۲	۳	۴	۳۵۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴	۲۹۳	۱	۲	۳	۴	۳۲۵	۱	۲	۳	۴	۳۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴	۲۹۴	۱	۲	۳	۴	۳۲۶	۱	۲	۳	۴	۳۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴	۲۹۵	۱	۲	۳	۴	۳۲۷	۱	۲	۳	۴	۳۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴	۲۹۶	۱	۲	۳	۴	۳۲۸	۱	۲	۳	۴	۳۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴	۲۹۷	۱	۲	۳	۴	۳۲۹	۱	۲	۳	۴	۳۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴	۲۹۸	۱	۲	۳	۴	۳۳۰	۱	۲	۳	۴	۳۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴	۲۹۹	۱	۲	۳	۴	۳۳۱	۱	۲	۳	۴	۳۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴	۳۰۰	۱	۲	۳	۴	۳۳۲	۱	۲	۳	۴	۳۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴	۳۰۱	۱	۲	۳	۴	۳۳۳	۱	۲	۳	۴	۳۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴	۳۰۲	۱	۲	۳	۴	۳۳۴	۱	۲	۳	۴	۳۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴	۳۰۳	۱	۲	۳	۴	۳۳۵	۱	۲	۳	۴	۳۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴	۳۰۴	۱	۲	۳	۴	۳۳۶	۱	۲	۳	۴	۳۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴	۳۰۵	۱	۲	۳	۴	۳۳۷	۱	۲	۳	۴	۳۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴	۳۰۶	۱	۲	۳	۴	۳۳۸	۱	۲	۳	۴	۳۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴	۳۰۷	۱	۲	۳	۴	۳۳۹	۱	۲	۳	۴	۳۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴	۳۰۸	۱	۲	۳	۴	۳۴۰	۱	۲	۳	۴	۳۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴	۳۰۹	۱	۲	۳	۴	۳۴۱	۱	۲	۳	۴	۳۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴	۳۱۰	۱	۲	۳	۴	۳۴۲	۱	۲	۳	۴	۳۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴	۳۱۱	۱	۲	۳	۴	۳۴۳	۱	۲	۳	۴	۳۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴	۳۱۲	۱	۲	۳	۴	۳۴۴	۱	۲	۳	۴	۳۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۸۱	۱	۲	۳	۴	۳۱۳	۱	۲	۳	۴	۳۴۵	۱	۲	۳	۴	۳۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۸۲	۱	۲	۳	۴	۳۱۴	۱	۲	۳	۴	۳۴۶	۱	۲	۳	۴	۳۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۸۳	۱	۲	۳	۴	۳۱۵	۱	۲	۳	۴	۳۴۷	۱	۲	۳	۴	۳۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۴	۱	۲	۳	۴	۳۱۶	۱	۲	۳	۴	۳۴۸	۱	۲	۳	۴	۳۸۰	۱	۲	۳	۴
۲۸۵	۱	۲	۳	۴	۳۱۷	۱	۲	۳	۴	۳۴۹	۱	۲	۳	۴	۳۸۱	۱	۲	۳	۴
۲۸۶	۱	۲	۳	۴	۳۱۸	۱	۲	۳	۴	۳۵۰	۱	۲	۳	۴	۳۸۲	۱	۲	۳	۴
۲۸۷	۱	۲	۳	۴	۳۱۹	۱	۲	۳	۴	۳۵۱	۱	۲	۳	۴	۳۸۳	۱	۲	۳	۴
۲۸۸	۱	۲	۳	۴	۳۲۰	۱	۲	۳	۴	۳۵۲	۱	۲	۳	۴	۳۸۴	۱	۲	۳	۴

۳۸۵	۱	۲	۳	۴
۳۸۶	۱	۲	۳	۴
۳۸۷	۱	۲	۳	۴
۳۸۸	۱	۲	۳	۴
۳۸۹	۱	۲	۳	۴
۳۹۰	۱	۲	۳	۴
۳۹۱	۱	۲	۳	۴
۳۹۲	۱	۲	۳	۴
۳۹۳	۱	۲	۳	۴
۳۹۴	۱	۲	۳	۴
۳۹۵	۱	۲	۳	۴
۳۹۶	۱	۲	۳	۴
۳۹۷	۱	۲	۳	۴
۳۹۸	۱	۲	۳	۴
۳۹۹	۱	۲	۳	۴
۴۰۰	۱	۲	۳	۴
۴۰۱	۱	۲	۳	۴
۴۰۲	۱	۲	۳	۴
۴۰۳	۱	۲	۳	۴
۴۰۴	۱	۲	۳	۴
۴۰۵	۱	۲	۳	۴
۴۰۶	۱	۲	۳	۴
۴۰۷	۱	۲	۳	۴
۴۰۸	۱	۲	۳	۴
۴۰۹	۱	۲	۳	۴
۴۱۰	۱	۲	۳	۴
۴۱۱	۱	۲	۳	۴
۴۱۲	۱	۲	۳	۴
۴۱۳	۱	۲	۳	۴
۴۱۴	۱	۲	۳	۴
۴۱۵	۱	۲	۳	۴
۴۱۶	۱	۲	۳	۴

۴۱۷	۱	۲	۳	۴
۴۱۸	۱	۲	۳	۴
۴۱۹	۱	۲	۳	۴
۴۲۰	۱	۲	۳	۴
۴۲۱	۱	۲	۳	۴
۴۲۲	۱	۲	۳	۴
۴۲۳	۱	۲	۳	۴
۴۲۴	۱	۲	۳	۴
۴۲۵	۱	۲	۳	۴
۴۲۶	۱	۲	۳	۴
۴۲۷	۱	۲	۳	۴
۴۲۸	۱	۲	۳	۴
۴۲۹	۱	۲	۳	۴
۴۳۰	۱	۲	۳	۴
۴۳۱	۱	۲	۳	۴
۴۳۲	۱	۲	۳	۴
۴۳۳	۱	۲	۳	۴
۴۳۴	۱	۲	۳	۴
۴۳۵	۱	۲	۳	۴
۴۳۶	۱	۲	۳	۴
۴۳۷	۱	۲	۳	۴
۴۳۸	۱	۲	۳	۴
۴۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۴۸	۱	۲	۳	۴

۴۴۹	۱	۲	۳	۴
۴۵۰	۱	۲	۳	۴
۴۵۱	۱	۲	۳	۴
۴۵۲	۱	۲	۳	۴
۴۵۳	۱	۲	۳	۴
۴۵۴	۱	۲	۳	۴
۴۵۵	۱	۲	۳	۴
۴۵۶	۱	۲	۳	۴
۴۵۷	۱	۲	۳	۴
۴۵۸	۱	۲	۳	۴
۴۵۹	۱	۲	۳	۴
۴۶۰	۱	۲	۳	۴
۴۶۱	۱	۲	۳	۴
۴۶۲	۱	۲	۳	۴
۴۶۳	۱	۲	۳	۴
۴۶۴	۱	۲	۳	۴
۴۶۵	۱	۲	۳	۴
۴۶۶	۱	۲	۳	۴
۴۶۷	۱	۲	۳	۴
۴۶۸	۱	۲	۳	۴
۴۶۹	۱	۲	۳	۴
۴۷۰	۱	۲	۳	۴
۴۷۱	۱	۲	۳	۴
۴۷۲	۱	۲	۳	۴
۴۷۳	۱	۲	۳	۴
۴۷۴	۱	۲	۳	۴
۴۷۵	۱	۲	۳	۴
۴۷۶	۱	۲	۳	۴
۴۷۷	۱	۲	۳	۴
۴۷۸	۱	۲	۳	۴
۴۷۹	۱	۲	۳	۴
۴۸۰	۱	۲	۳	۴

۴۸۱	۱	۲	۳	۴
۴۸۲	۱	۲	۳	۴
۴۸۳	۱	۲	۳	۴
۴۸۴	۱	۲	۳	۴
۴۸۵	۱	۲	۳	۴
۴۸۶	۱	۲	۳	۴
۴۸۷	۱	۲	۳	۴
۴۸۸	۱	۲	۳	۴
۴۸۹	۱	۲	۳	۴
۴۹۰	۱	۲	۳	۴
۴۹۱	۱	۲	۳	۴
۴۹۲	۱	۲	۳	۴
۴۹۳	۱	۲	۳	۴
۴۹۴	۱	۲	۳	۴
۴۹۵	۱	۲	۳	۴
۴۹۶	۱	۲	۳	۴
۴۹۷	۱	۲	۳	۴
۴۹۸	۱	۲	۳	۴
۴۹۹	۱	۲	۳	۴
۵۰۰	۱	۲	۳	۴
۵۰۱	۱	۲	۳	۴
۵۰۲	۱	۲	۳	۴
۵۰۳	۱	۲	۳	۴
۵۰۴	۱	۲	۳	۴
۵۰۵	۱	۲	۳	۴
۵۰۶	۱	۲	۳	۴
۵۰۷	۱	۲	۳	۴
۵۰۸	۱	۲	۳	۴
۵۰۹	۱	۲	۳	۴
۵۱۰	۱	۲	۳	۴
۵۱۱	۱	۲	۳	۴
۵۱۲	۱	۲	۳	۴

۵۱۳	۱	۲	۳	۴	۵۴۵	۱	۲	۳	۴	۵۷۷	۱	۲	۳	۴
۵۱۴	۱	۲	۳	۴	۵۴۶	۱	۲	۳	۴	۵۷۸	۱	۲	۳	۴
۵۱۵	۱	۲	۳	۴	۵۴۷	۱	۲	۳	۴	۵۷۹	۱	۲	۳	۴
۵۱۶	۱	۲	۳	۴	۵۴۸	۱	۲	۳	۴	۵۸۰	۱	۲	۳	۴
۵۱۷	۱	۲	۳	۴	۵۴۹	۱	۲	۳	۴	۵۸۱	۱	۲	۳	۴
۵۱۸	۱	۲	۳	۴	۵۵۰	۱	۲	۳	۴	۵۸۲	۱	۲	۳	۴
۵۱۹	۱	۲	۳	۴	۵۵۱	۱	۲	۳	۴	۵۸۳	۱	۲	۳	۴
۵۲۰	۱	۲	۳	۴	۵۵۲	۱	۲	۳	۴	۵۸۴	۱	۲	۳	۴
۵۲۱	۱	۲	۳	۴	۵۵۳	۱	۲	۳	۴	۵۸۵	۱	۲	۳	۴
۵۲۲	۱	۲	۳	۴	۵۵۴	۱	۲	۳	۴	۵۸۶	۱	۲	۳	۴
۵۲۳	۱	۲	۳	۴	۵۵۵	۱	۲	۳	۴	۵۸۷	۱	۲	۳	۴
۵۲۴	۱	۲	۳	۴	۵۵۶	۱	۲	۳	۴	۵۸۸	۱	۲	۳	۴
۵۲۵	۱	۲	۳	۴	۵۵۷	۱	۲	۳	۴	۵۸۹	۱	۲	۳	۴
۵۲۶	۱	۲	۳	۴	۵۵۸	۱	۲	۳	۴	۵۹۰	۱	۲	۳	۴
۵۲۷	۱	۲	۳	۴	۵۵۹	۱	۲	۳	۴	۵۹۱	۱	۲	۳	۴
۵۲۸	۱	۲	۳	۴	۵۶۰	۱	۲	۳	۴	۵۹۲	۱	۲	۳	۴
۵۲۹	۱	۲	۳	۴	۵۶۱	۱	۲	۳	۴	۵۹۳	۱	۲	۳	۴
۵۳۰	۱	۲	۳	۴	۵۶۲	۱	۲	۳	۴	۵۹۴	۱	۲	۳	۴
۵۳۱	۱	۲	۳	۴	۵۶۳	۱	۲	۳	۴	۵۹۵	۱	۲	۳	۴
۵۳۲	۱	۲	۳	۴	۵۶۴	۱	۲	۳	۴	۵۹۶	۱	۲	۳	۴
۵۳۳	۱	۲	۳	۴	۵۶۵	۱	۲	۳	۴	۵۹۷	۱	۲	۳	۴
۵۳۴	۱	۲	۳	۴	۵۶۶	۱	۲	۳	۴	۵۹۸	۱	۲	۳	۴
۵۳۵	۱	۲	۳	۴	۵۶۷	۱	۲	۳	۴	۵۹۹	۱	۲	۳	۴
۵۳۶	۱	۲	۳	۴	۵۶۸	۱	۲	۳	۴	۶۰۰	۱	۲	۳	۴
۵۳۷	۱	۲	۳	۴	۵۶۹	۱	۲	۳	۴					
۵۳۸	۱	۲	۳	۴	۵۷۰	۱	۲	۳	۴					
۵۳۹	۱	۲	۳	۴	۵۷۱	۱	۲	۳	۴					
۵۴۰	۱	۲	۳	۴	۵۷۲	۱	۲	۳	۴					
۵۴۱	۱	۲	۳	۴	۵۷۳	۱	۲	۳	۴					
۵۴۲	۱	۲	۳	۴	۵۷۴	۱	۲	۳	۴					
۵۴۳	۱	۲	۳	۴	۵۷۵	۱	۲	۳	۴					
۵۴۴	۱	۲	۳	۴	۵۷۶	۱	۲	۳	۴					