

**WWW.AKOEDU.IR**

# اولین و باکیفیت ترین

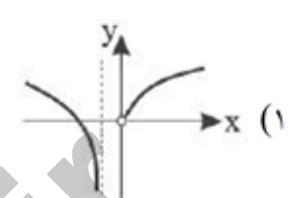
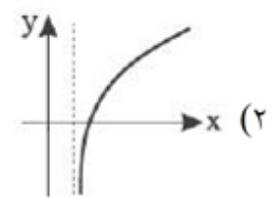
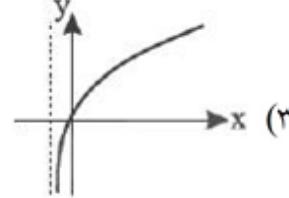
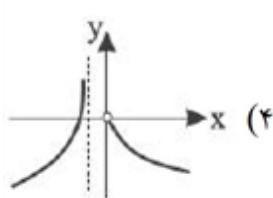
درا<sup>ایران</sup> آکادمی کنکور



جهت دریافت برنامه‌ی شخصی سازی شده یک هفته ای  
را<sup>ایگان</sup> کلیک کنید و یا به شماره‌ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴۶ عدد ۱  
را ارسال کنید.

### ۳۰۰ تست ریاضی ۲ تجربی - توابع نمایی و لگاریتمی

۱ نمودار تابع  $y = \log(x^2 + x) - \log|x|$  به چه شکلی است؟



۲ اگر دامنهٔ تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + vx - 6}}{[x - 5]} + \frac{\log(x - 1)}{x^2 - 9x + 18}$  بنویسیم، حاصل کدام است؟ [ ] نماد جزء صحیح است.

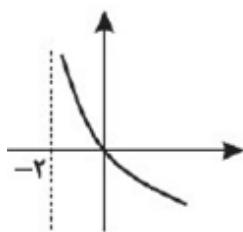
۴ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲) صفر

۳ (۱)

۳ نمودار تابع  $f(x) = a - \log_2(2x + b)$  کدام است؟



-۱ (۱)

-۱/۵ (۲)

-۲ (۳)

-۲/۵ (۴)

۴ از رابطهٔ  $\log_4(2x + 5) = \log_4(4x + v) - \log_4(x + ۳) = \log_4(2x - ۱)$  حاصل کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۲)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵ مجموع جواب‌های معادله  $\log_{\frac{2}{5}}^{2a} = \log_{\frac{2}{5a}}^2$  چه قدر است؟

۱/۴ (۴)

۱/۳ (۳)

۱/۲ (۲)

۱/۱ (۱)

۶ اگر  $\log_{\sqrt{۴}}(x^2 + ۲) = ۲ + \log_{\sqrt{۴}}(x - ۲)$  باشد، حداقل مقدار  $\log_{\sqrt{۴}}(x + ۴)$  کدام است؟

۳/۲ (۴)

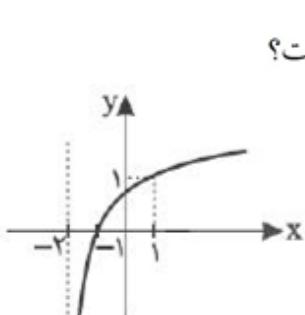
۲/۳ (۳)

۲ (۲)

۱/۲ (۱)



اگر  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} < 125$  باشد، محدوده  $x$  کدام است؟

(۱)  $(-\infty, 1)$ (۲)  $(1, +\infty)$ (۳)  $(-1, +\infty)$ (۴)  $(-\infty, -1)$ 

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

(۹)

(۱)

(۱۰)

(۱)

(۱۱)

(۱)

(۱۲)

(۱)

(۱۳)

نیمه عمر یک ماده‌ای هسته‌ای ۳۰ سال است. نمونه‌ای از این ماده ۱۲۸ میلی‌گرم جرم دارد. پس از گذشت حدوداً چند سال، جرم باقی‌مانده  $128 \cdot \frac{1}{2}$  میلی‌گرم است؟  $\log_2 x \approx 0.3$

(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۰۰

(۳) ۹۰

(۴) ۸۰

۱۴

(Log ۲ = ۰/۳۰۱۰) چند عدد صحیح وجود دارد؟  $f(x) = \sqrt{\log x - \frac{x}{5} + \frac{1}{5}}$  در دامنه

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۵

نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = a\left(\frac{1}{2}\right)^x + b$  محور  $x$  را با طول ۱- و محور  $y$  را با عرض ۲ قطع می‌کند.

مقدار تابع  $f$  در  $x = 1$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۶

دامنهٔ تابع با ضابطه  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(|x^2 - 2| - x)$  کدام است؟

 $(-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$  (۲) $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$  (۴) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, +\infty)$  (۱) $[-1, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$  (۳)

۱۷

اگر تساوی  $\log_{\frac{y}{x}} - 2 \log_{\frac{x}{y}} = 1$  به ازای  $x, y > 1$  برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

 $xy = 2$  (۴) $y = \sqrt{x}$  (۳) $y = x^3$  (۲) $y = x^2$  (۱)

۱۸

$\frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}} = 52$  اگر باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۹

تابع با ضابطه  $f(x) = a + \log_{\frac{1}{2}}(bx - 4)$  از دو نقطهٔ (۶، ۲) و (۱۰، ۱۲) می‌گذرد. کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۰

از معادلهٔ لگاریتمی  $\log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$  مقدار لگاریتم  $\sqrt[3]{x+1}$  در پایهٔ ۴ کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

۲۱

- فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو منحنی به معادلات  $y = 2^x$  و  $y = (\sqrt{2})^{x+1}$  کدام است؟
- ۵ (۴)      ۴ (۳)      ۳ (۲)      ۲ (۱)

۲۲

- از رابطه‌ی  $\text{Log}(x+2) + \text{Log}(2x-1) = \text{Log}(4x+1)$  در پایه‌ی ۴ کدام است؟
- ۱/۵ (۴)      ۱/۲۵ (۳)      ۰/۷۵ (۲)      ۰/۵ (۱)

۲۳

- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = a \cdot b^x$  ;  $b > 0$ . مقدار  $f(-2) = \frac{3}{32}$  داریم  $f(0) = \frac{3}{2}$ . مقدار  $f(3) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x}$  کدام است؟
- ۲۴ (۴)      ۱۲ (۳)      ۸ (۲)      ۶ (۱)

۲۴

- نمودار دو تابع  $y = 3^x + \frac{8}{3}$  و  $y = (\sqrt{3})^{2x}$  در نقطه‌ی A متقطع‌اند. فاصله‌ی نقطه‌ی A از نقطه‌ی (-۱, ۱) کدام است؟
- $\sqrt{5}$  (۴)      ۲ (۳)       $\sqrt{2}$  (۲)      ۱ (۱)

۲۵

- اگر  $A + B = [\text{Log}_{\frac{3}{2}}^{52}]$  و  $A = \frac{1}{1 + \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{15}} + \frac{1}{1 + \text{Log}_{\frac{1}{3}}^{10}} + \frac{1}{1 + \text{Log}_{\frac{1}{5}}^6}$  باشد، حاصل کدام است؟
- ۷ (۴)      ۶ (۳)      ۵ (۲)      ۴ (۱)

۲۶

- اگر نمودار تابع  $f(x) = a(b)^{x-1}$  بگذرد، کدام است؟
- $\frac{3}{4}$  (۴)       $-\frac{1}{4}$  (۳)       $-\frac{1}{2}$  (۲)       $-\frac{3}{4}$  (۱)

۲۷

- نمودار تابع  $f(x) = a \times \left(\frac{1}{2}\right)^{bx}$  در دو نقطه به عرض‌های ۳ و ۱۲ متقطع‌اند. حاصل  $f^{-1}(192)$  کدام است؟
- ۴ (۴)      ۲ (۳)      ۲ (۲)      -۴ (۱)

۲۸

نمودار وارون تابع  $y = 1 - 2^{x+2}$  از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟

(۴) چهارم

(۲) دوم

(۱) اول

۲۹

اگر  $f(x) = \log_3(x+2)$  کدام است؟

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}f(x)}$$

(-۲, -۱)  $\cup$  (۰,  $+\infty$ ) (۴)(-۲,  $+\infty$ ) - {۰} (۳) (-۲, -۱]  $\cup$  (۰,  $+\infty$ ) (۲)

(-۲, ۰) (۱)

۳۰

جواب معادله  $2^{1-x} = 25^x$  کدام است؟

 $\log_{50}(4)$  (۴) $\log_{100}(2)$  (۳) $\log_{50}(2)$  (۲) $\log_2(25)$  (۱)

۳۱

حاصل ضرب جواب‌های معادله  $9^x + 27 = 4 \times 3^{x+1}$  کدام است؟

۲۷ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۲

اگر  $f^{-1}(0/2)$  باشد، مقدار  $f(x) = \frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}}$  کدام است؟

۰/۰۹ (۴)

۰/۱ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۳ (۱)

۳۳

معادله  $|2^x - 3| = k$  دارای دو جواب است. حدود  $k$  کدام است؟

 $k > 1$  (۴) $1 < k < 3$  (۳) $1 < k < 3$  (۲) $k > 0$  (۱)

۳۴

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  صفرهای تابع  $f(x) = x^\gamma - 2^{\alpha} - \beta$  چه قدر است؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۳۵

دامنه‌ی تابع  $f(x) = \sqrt{\log(5x - 20) - \log(x - 2)}$  کدام است؟

 $(4, \frac{9}{2}]$  (۴) $[\frac{9}{2}, +\infty)$  (۳) $(4, +\infty)$  (۲) $(2, \frac{9}{2}]$  (۱)

۳۶

اگر  $\log_x^{27}$  جملات ابتدایی یک دنباله‌ی حسابی باشند، حاصل  $\log_{18}^3, \log_{18}^x, \log_{18}^6, \dots$  کدام است؟

۲ (۴)

 $\frac{2}{3}$  (۳) $\frac{3}{2}$  (۲)

۳ (۱)

۳۷

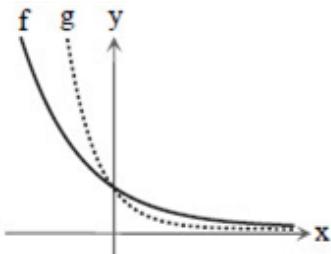
اگر  $\frac{3}{2}$  باشد، حاصل  $\log_{\frac{3}{2}} a$  چه قدر است؟

$$-\frac{1}{22} (4)$$

$$-\frac{3}{11} (3)$$

$$-\frac{9}{11} (2)$$

$$-\frac{3}{22} (1)$$



نمودار توابع  $f(x) = a^x$  و  $g(x) = b^{-x}$  به صورت مقابل است.

در این صورت کدام صحیح است؟

$$\cdot 1 < a < b < 1 (1)$$

$$\cdot 1 < b < a < 1 (2)$$

$$1 < ab (3)$$

$$\cdot ab < 1 (4)$$

۳۸

برد تابع  $f(x) = 2^{\log_2 x + 3}$  کدام است؟

$$R (1)$$

$$(0, +\infty) (2)$$

$$(3, +\infty) (4)$$

برد تابع  $f(x) = 5 \times a^x + b$ ، برابر  $(-1, +\infty)$  می‌باشد. اگر این تابع از نقطه  $(11, -1)$  بگذرد، مقدار  $a$  کدام است؟

۴۰

$$-7 (4)$$

$$-6 (3)$$

$$-5 (2)$$

$$-4 (1)$$

برد تابع  $f(x) = 4 \times a^x + b$ ، برابر  $(-2, +\infty)$  می‌باشد. اگر این تابع از نقطه  $(10, -1)$  بگذرد، مقدار  $a$  کدام است؟

۴۱

$$-7 (4)$$

$$-6 (3)$$

$$-5 (2)$$

$$-4 (1)$$

اگر  $\log_{\frac{7}{128}} 2 = a$  باشد، حاصل  $\log_{\frac{7}{128}} a$  کدام است؟

۴۲

$$\frac{a+2}{4a} (4)$$

$$\frac{2a+1}{4a} (3)$$

$$\frac{2a+2}{va} (2)$$

$$\frac{2a+3}{va} (1)$$

کدام گزینه صحیح است؟

۴۳

(۱) دامنه و برد توابع  $g(x) = x^2$  و  $f(x) = 2^x$  با هم برابرند.

(۲) معادله  $x^9 = 3^{x^7 - 4x}$  دارای فقط یک جواب حقیقی است.

(۳) نمودار تابع  $f(x) = 2^x$ ، نمودار تابع معکوس خودش را در یک نقطه قطع می‌کند.

(۴) حاصل  $\frac{1}{2} \log(-2)$  در بازه  $(-1, 0)$  قرار دارد.

اگر  $f(x) = 2 + \log_5(x+a)$  باشد،  $a$  کدام است؟ ۴۴

۱۶ (۴)

۱۳ (۲)

۲۲ (۲)

۲۸ (۱)

۴۴

در تابع  $f(x) = x^3 + \log_{\frac{1}{2}}(x+10)$  مقدار  $f(-2)$  کدام است؟ ۴۵

-۳ (۴)

۳ (۲)

۵ (۲)

-۵ (۱)

۴۵

در تابع  $f(x) = x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+18)$  مقدار  $f(-2)$  کدام است؟ ۴۶

۸ (۴)

۶ (۲)

۱ (۲)

۱ (۰) صفر

۴۶

در تابع  $f(x) = 2x + \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$  مقدار  $f(8)$  کدام است؟ ۴۷

۲۰ (۴)

۲۸ (۲)

۲۶ (۲)

۲۴ (۱)

۴۷

در معادله  $\log(x+1) + \log(x+5) = 21$  مقدار  $x$  کدام است؟ ۴۸

-۸ (۴)

۸ (۲)

۲ (۲)

۴ (۱)

۴۸

حاصل  $\log_{\frac{125}{625}}$  کدام گزینه است؟ ۴۹

۵ (۴)

 $\frac{1}{5}$  (۲) $\frac{4}{3}$  (۲) $\frac{3}{4}$  (۱)

۴۹

با فرض  $\log \sqrt{48} = 0/48$  و  $\log 2 = 0/3$ ، حاصل  $\log 3 = 0/72$  کدام است؟ ۵۰

۰/۹۶ (۴)

۰/۷۲ (۲)

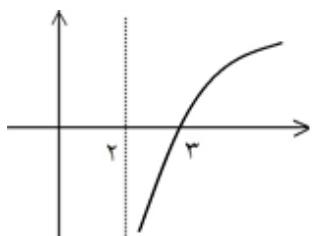
۰/۸۴ (۲)

۰/۶۸ (۱)

۵۰

کدامیک از توابع زیر با تابع  $y = 2 \log x$  برابر است؟ ۵۱

$$y = \log \frac{x^2}{x} \quad (۴) \quad y = 2 \log \frac{x^2 - x}{x - 1} \quad (۳) \quad y = -2 \log \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (۲) \quad y = \log x^2 \quad (۱)$$



نمودار مقابل مربوط به کدام گزینه است؟ ۵۲

 $y = 2 + \log \frac{x}{2} \quad (۱)$  $y = \log \frac{(x+2)}{2} \quad (۳)$  $y = -2 + \log \frac{x}{2} \quad (۲)$  $y = \log \frac{(x+2)}{2} \quad (۴)$ 

۵۲

$\log_2^5$ 

۵۳

۳ برابر کدام گزینه است؟ حاصل

$\frac{5}{3}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{1}{81}$

$-4$

$\frac{5}{3}$

$\frac{3}{5}$

۵۴

۳ برابر کدام گزینه است؟ حاصل  $\log_{\sqrt[8]{2}}$ 

$12$

$\frac{4}{21}$

$\frac{1}{12}$

$\frac{21}{4}$

۵۵

۳ جواب معادله  $\log(x-1) + \log(x+1) = \log_8$  کدام است؟

$3$

$\pm 3$

$\pm 2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}$

۵۶

اگر توابع  $g(x) = x^3 + x^2 - 16x + 14$  و  $f(x) = 2 - 2^{Ax+B}$  در دو نقطه با طول های ۲ و ۱ متقاطع باشند،  $f(0)$  کدام است؟

$-1$

$\frac{3}{2}$

$\frac{1}{2}$

$2$

۵۷

اگر  $\log_{\frac{1}{18}}^{\frac{2}{3}} = \frac{5}{8}$  باشد، آنگاه کدام است؟

$\frac{3}{4}$

$\frac{8}{11}$

$\frac{5}{7}$

$\frac{15}{22}$

۵۸

اگر  $y = \sqrt{x f^{-1}(x)}$  دامنه تعریف  $f(x) = \log_2^{(x+1)}$  کدام است؟

$R$

$[0, +\infty)$

$(-1, +\infty)$

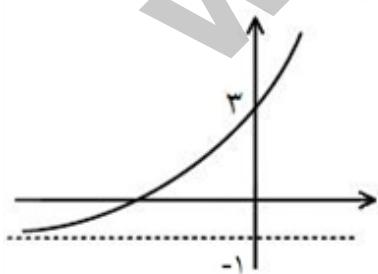
$(-1, 0]$

۵۹

شکل زیر مربوط به نمودار تابع  $f(x) = a + 2^{x-b}$  کدام است. حاصل  $f^{-1}(b^2)$  $1$  $2$ 

$\log_2^3$

$\log_2^{\frac{5}{2}}$



۶۰

اگر  $\log_{\frac{1}{2}}(6x+2)$  باشد، حاصل  $\log x = 1 - \log \frac{x^2 - 1}{2x + 2}$  کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

۶۱

اگر  $\log_{10} 7^{100} = .8451$  باشد، عدد چند رقمی است؟

۸۴ (۴)

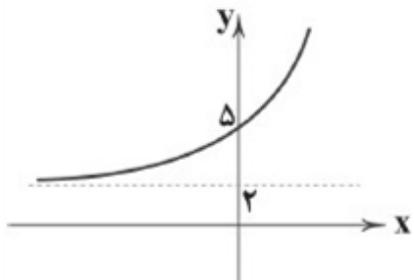
۸۵ (۳)

۸۶ (۲)

۸۷ (۱)

۶۲

شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = 3^{x-a} + b$  کدام است؟

 $\frac{94}{3}$  (۱) $\frac{91}{3}$  (۲) $\frac{92}{3}$  (۳) $\frac{95}{3}$  (۴)

۶۳

نمودار تابع  $y = \frac{9^x + 3^{x+1}}{3^{rx+1} + 9^{x+1/5}}$  از چه تعداد از نواحی مختصات می‌گذرد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۴

نمودار تابع  $f(x) = 3^x$  با نمودار کدام تابع زیر، تقاطع ندارد؟

 $y = 3 - x$  (۴) $y = \log_{\frac{1}{5}} x$  (۳)

۵

 $y = x$  (۲) $y = x^2$  (۱)

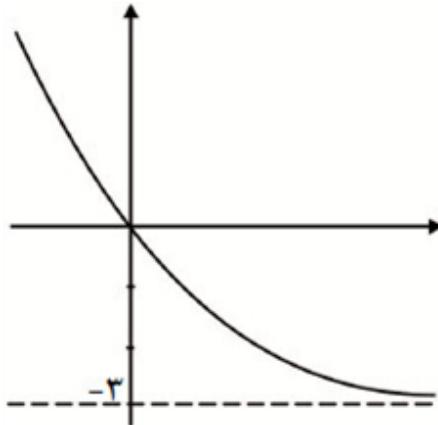
۶۵

قدرت یک زلزله باید چه میزان افزایش یابد تا انرژی آزاد شده توسط آن ۱۰۰۰ برابر شود؟

۲ (۴)

 $\frac{4}{3}$  (۳) $\frac{2}{3}$  (۲)

۱ (۱)



اگر نمودار تابع  $y = a \times 2^{-x+b}$  به شکل زیر باشد، a  $\times$  b کدام است؟

۶۶

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}(2)$$

$$\frac{1}{8}(1)$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}(4)$$

$$\frac{1}{4}(3)$$

اگر  $x^r + x < \sqrt[4]{8}$  باشد، [X] چند مقدار می‌تواند باشد؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).

۶۷

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۲ (۱)

اگر  $\text{Log}_{\sqrt{5}} \frac{\frac{16}{3}x^2 + 13}{x} = ۱$  باشد، آنگاه  $\text{Log}_2(12x - 21) - \text{Log}_2(x^2 - ۳) = ۲$  کدام است؟

۶۸

۴ (۴)

۱ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

معادله  $\left| \text{Log}_{\frac{1}{3}} x \right| = ۵x^r - ۱$ ، چند ریشه دارد؟

۶۹

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

نمودار تابع  $f(x) = \frac{4^x - 2^x - 2}{2^x + 1}$  از کدام ناحیه دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

۷۰

۴) چهارم

۳) سوم

۲) دوم

۱) اول

اگر  $x^6 - \text{Log}_r x = ۲۴۳$  باشد، حاصل ضرب جواب‌های این معادله کدام است؟

۷۱

۳^۸ (۴)

۳^۹ (۳)

۳^۶ (۲)

۳^۲ (۱)

اگر  $\text{Log}_{\frac{1}{2}} 2 = a$  باشد، حاصل  $\frac{2 \text{Log} 2 + ۳ \text{Log} ۳}{\text{Log} ۵ - ۱}$  کدام است؟

۷۲

 $\frac{۲}{a} + \frac{۳}{a} (۴)$  $-۲ - \frac{۳}{a} (۳)$  $-۳ - \frac{۲}{a} (۲)$  $۳ + \frac{۲}{a} (۱)$

۷۳

در معادله  $(x+1)^{\log(x+1)} = 100(x+1)$ ، ریشه مثبت چند برابر قدر مطلق ریشه منفی است؟

۸۰ (۴)

۹۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۱۱۰ (۱)

اگر  $\log_2 x = 1 + 2 \log \sqrt{3} - \log 6$  باشد، حاصل  $\log_2 x$  کدام است؟

۱ (۴)

 $\frac{1}{2}$  (۳) $-\frac{1}{2}$  (۲)

-۱ (۱)

۷۴

حاصل  $1 - \log_{\sqrt{2}} 2$  کدام است؟

 $-\frac{2}{3}$  (۴) $\frac{3}{2}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲)

۲ (۱)

۷۵

یک تابع نمایی از نقاط  $\left(-2, \frac{1}{8}\right)$  و  $(1, b)$  و  $(a, 8)$  می‌گذرد. کدام است؟

 $2\sqrt{2}$  (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳) $\sqrt{2}$  (۲)

۱ (۱)

یک داروی آسم در هر دقیقه میزان ده درصد وارد خون می‌شود. اگر پس از سه دقیقه  $\frac{1}{27}$  میلی‌گرم دارو در جریان خون موجود باشد، داروی اولیه چند میلی‌گرم بوده است؟

۱۲۷ (۴)

۱۱۹ (۳)

۱۰۹ (۲)

۱۰۰ (۱)

۷۶

اگر  $a = 96$  و  $b = 144$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{b-1}$  کدام است؟

 $\log_e 4$  (۴) $\log_e 6$  (۳)

۱ (۲)

 $\frac{2}{23}$  (۱)

۷۷

به ازای چه مقادیری از  $m$ ، معادله  $\log(m-2) - \log x = \log(2m-x)$  دو جواب حقیقی دارد؟  
 $m < -1$  یا  $m > 2$  (۴)       $m > 2$  (۳)       $m < -1$  (۲)       $m > 2$  (۱)

۷۸

مقدار  $x$  در معادله  $\log_{\frac{1}{3}}(3x^3 + 3) = 3$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{1}{3}$  (۲)

۱ (۱)

۷۹

نمودار تابع  $y = \frac{4^x + 2^x}{3^x + 2^x + 4^x + 1}$  از چه تعداد از نواحی مختصات می‌گذرد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۰

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x + 3x = \frac{25}{9}$$

چند ریشه دارد؟

(۴) بی‌شمار

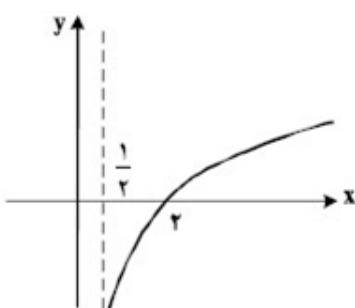
(۳) صفر

(۲)

(۱)

$$\log(x^2 + y^2) - \log(5 + xy) = 0 \quad \text{و} \quad \log(x + y) + \log(x^2 - xy + y^2) = \log 10$$

باشد، حاصل لگاریتم  $\sqrt[2]{x+y}$  در مبنای ۲ کدام است؟

 $\frac{1}{5}(4)$  $\frac{1}{4}(3)$  $\frac{1}{3}(2)$  $\frac{1}{2}(1)$ 

شکل زیر، نمودار تابع  $y = -1 + \log_b(\sqrt{x+a})$  است. این منحنی خط

$y = 1$  را با کدام طول، قطع می‌کند؟

 $(1)(4)$  $(2)(5)$  $(3)(6)$  $(4)(7)$ 

$$\log_{\lambda}(4x+1), \text{ کدام است؟}$$

باشد،  $\left(\frac{125}{8}\right)^{x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{\lambda}$

 $\frac{3}{2}(4)$  $\frac{4}{3}(3)$  $\frac{3}{4}(2)$  $\frac{2}{3}(1)$ 

$$y = x^2 - x, \text{ نمودار تابع } f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$$

نمودار یک تابع به صورت

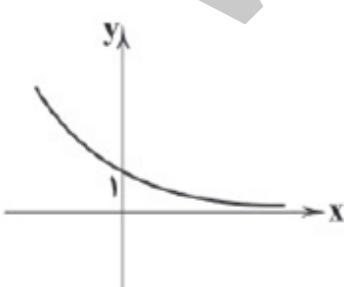
قطع می‌کند.  $f(3)$  کدام است؟

 $(2)(4)$  $(1)(3)$  $(4)(6)$  $(5)(3)$ 

$$f(x) = \left(\frac{m-3}{m-5}\right)^x + (m^2 + m - 2)x$$

باشد، اگر ضابطه‌ی نمودار نمایی زیر

$f(-1)$  کدام می‌تواند باشد؟

 $\frac{7}{5}(2)$  $(1) \text{ فقط}$  $\frac{7}{5} \text{ یا } 2(4)$  $\frac{5}{7} \text{ یا } 2(3)$ 

اگر  $\log_2^6 = 2/5$  باشد، کدام است؟ ۸۸

۱/۸ (۴)

۱/۷ (۳)

۱/۶ (۲)

۱/۵ (۱)

نمودار تابع  $y = ax + b$  را در دو نقطه به طول های  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{3}{2}$  قطع می کند. کدام است؟ ۸۹

(۴) صفر

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دو تابع  $f(x) = \log_2^x$  و  $g(x) = \sin x$  در چند نقطه متقاطع اند؟ ۹۰

۴ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

انرژی آزاد شده در یک زلزله  $6/7$  ریشتری،  $1000$  برابر یک زلزله  $n$  ریشتری (بر حسب ارگ) است. کدام است؟ ۹۱

$$\log E = 1/8 + 1/5 M$$

۲/۶ (۴)

۶/۶ (۳)

۴/۶ (۲)

۵/۶ (۱)

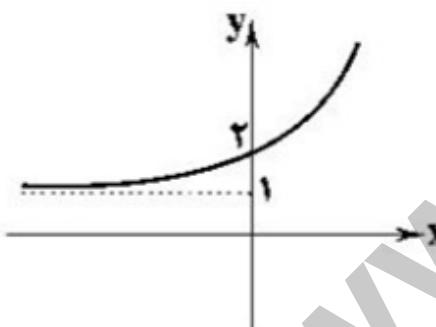
خط  $y = \sqrt{10}$  را با کدام طول قطع می کند؟ ۹۲

۰/۵ (۴)

۰/۲۵ (۳)

-۰/۲۵ (۲)

-۰/۵ (۱)



اگر نمودار تابع  $f(x) = a + 2^x + k$  به صورت زیر باشد، آنگاه ۹۳

$f(3) + f^{-1}(5)$  چقدر است؟

۱۱ (۱)

۲ (۲)

۹ (۳)

۸ (۴)

معادله  $|4^x - 2| - 2 = 1$  چند جواب حقیقی دارد؟ ۹۴

۶ (۵)

۵ (۴)

۴ (۳)

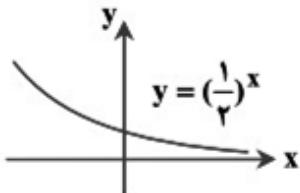
۳ (۲)

۲ (۱)

به فرض آنکه  $y = f\left(\frac{1}{x}\right)$  در کدام بازه نمودار تابع  $y = f(x)$  بالاتر از نمودار تابع  $y = \left(\frac{1}{x}\right)^x$  می گیرد؟ ۹۵

$$R - [-1, 1] (4) \quad (-\infty, -1) \cup (0, 1) (3) \quad (-1, 1) - \{0\} (2) \quad (-1, 0) \cup (1, +\infty) (1)$$

۹۶



$$y = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$$

نمودار  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  به صورت مقابل است. نمودار تابع

از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟

- (۱) فقط سوم  
(۲) فقط چهارم  
(۳) دوم و چهارم  
(۴) سوم و چهارم

۹۷

بزرگی زلزله‌ای در مقیاس ریشتر از بزرگی زلزله دیگری در همان مقیاس، ۴ ریشتر بیشتر است. انرژی آزاد شده در زلزله اول چند برابر انرژی آزاد شده در زلزله دوم است؟  $(\text{Log E} = 11/8 + 1/5M)$

- $10^7$  (۱)  $10^6$  (۲)  $10^5$  (۳)  $10^4$  (۴)

۹۸

اگر  $\frac{1}{\text{Log}_{xyz} + \text{Log}_{10}}$  کدام است؟

- ۹ (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)

۹۹

مجموع شصت جمله اول دنباله  $a_n = \text{Log}_{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{1}{n+4}\right)$  کدام است؟

- ۳ (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴)

۱۰۰

مجموع یکصد و بیست جمله اول دنباله  $a_n = \text{Log}_{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{1}{n+8}\right)$  کدام است؟

- ۷ (۱) -۶ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴)

۱۰۱

ابتدا  $\frac{1}{3}$  حجم آب یک منبع را خالی می‌کنیم در مرحله بعد  $\frac{1}{3}$  حجم باقی‌مانده را خالی می‌کنیم این عمل را در مراحل

بعدی انجام می‌دهیم پس از چند مرحله لاقل  $\frac{1}{9}$  آب منبع خالی می‌شود.  $(\text{Log } 2 = 0/3, \text{Log } 3 = 0/48)$

- ۸ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)

۱۰۲

جواب معادله  $x = (6/25)^{2-3x}$  کدام است؟

- $1/25$  (۱)  $0/8$  (۲)  $0/75$  (۳)  $0/6$  (۴)

۱۰۳

نمودار تابع  $y = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^{\frac{1}{2}}$  محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند. فاصله وسط AB از نقطه کدام است؟  $\frac{-2}{25}, 0, \frac{2}{25}$

۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۲ (۱)

۱۰۴

$\text{Log}_{\sqrt[3]{x}}(x + 2\sqrt{x})$  باشد، مقدار  $\text{Log}_{\sqrt[3]{2}}\left(\text{Log}_{\sqrt[3]{x}}\sqrt[3]{x}\right)$  اگر ۳ =

۲ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۱۰۵

اگر  $x'$  و  $x''$  ریشه‌های معادله  $\text{Log}_{\frac{3}{2}}^x + \text{Log}_{\frac{2}{3}}^x = \frac{3}{2}$  باشند و  $x' > x''$  باشد، مقدار  $(x'')^{x'}$  کدام است؟

 $2\sqrt{3}$  (۴) $\sqrt[3]{3}$  (۳) $\frac{1}{3}$  (۲) $\frac{1}{2}$  (۱)

۱۰۶

دامنه تعریف تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{(\ln x)^{\frac{1}{2}}}}$  کدام است؟

(۰, ۱) (۴)

(۰, ۱) (۳)

 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$  (۲) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$  (۱)

۱۰۷

مجموع ریشه‌های معادله  $\text{Log}_{x^4}^4 + \text{Log}_{16}^x = \frac{3}{4}$  کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

برد تابع  $f(x) = \log \sqrt{x-1}$  کدام است؟ ۱۰۸

(۱) (-۱, ۱) (۲)

(۱, +∞) (۳)

(۰, +∞) (۲)

(-∞, +∞) (۱)

اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $\log_{\sqrt{2}}x + \frac{2}{\log_{\sqrt{2}}x} = 3$  باشند و  $x_1 < x_2$  باشد، مقدار  $\log_{\sqrt{2}}x_1 + \log_{\sqrt{2}}x_2$  ۱۶ کدام است؟ ۱۰۹

کدام است؟

(۱)  $\frac{13}{3}$  (۴)(۲)  $\frac{11}{3}$  (۳)

(۱) ۴ (۲)

(۳) ۳

تابع وارون تابع  $f(x) = 10^{x-1} - 3\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x-1})$  کدام است؟ ۱۱۰

(۱)  $f^{-1}(x) = (\log x + 1)^3$  (۲)(۱)  $f^{-1}(x) = (\sqrt[3]{\log(x) + 1})^3$ (۲)  $f^{-1}(x) = \log x + x^3 + 1$  (۴)(۳)  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\log x + x^3 + 1}$ 

از دو معادله  $\log_{\frac{y}{x}} - \log_{\frac{y}{x}} = 16$  و  $\log_{\frac{x-y}{2}} = 3 - \log_{\frac{y}{x}} \times \log_{\frac{y}{x}} = 16$  کدام است؟ ۱۱۱

(۱) ۳ (۴)

(۲) ۲ (۳)

(۲) صفر

(۱) -۲

جمعیت شهری با نرخ زوال یک درصد در سال، کم می‌شود. با این روند با گذشت چند سال جمعیت این شهر، نصف جمعیت فعلی آن می‌شود؟ ۱۱۲ (Log ۹۹ = ۱/۹۹۵, Log ۲ = ۰/۳)

(۱) ۷۲ (۴)

(۲) ۶۴ (۳)

(۳) ۶۰ (۲)

(۱) ۵۰

کدامیک از توابع زیر، با تابع  $y = \log \frac{x-2}{x}$  برابر است؟ ۱۱۳

(۱)  $\log \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$  (۲)(۱)  $\log(x-2) - \log x$ (۲)  $2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}}$  (۴)(۳)  $\frac{1}{2} \log \left( \frac{x-2}{x} \right)^2$ 

یک قایق کاملاً بادی، روزانه ۵ درصد بادش را از دست می‌دهد. باد این قایق پس از چند روز، به نصف باد روز اول می‌رسد؟ ۱۱۴ (Log ۱۹ = ۱/۲۸۷, Log ۲ = ۰/۳۰۱)

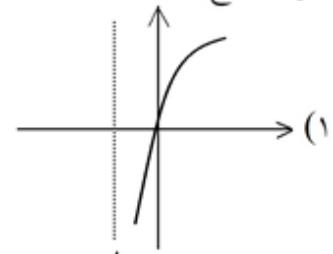
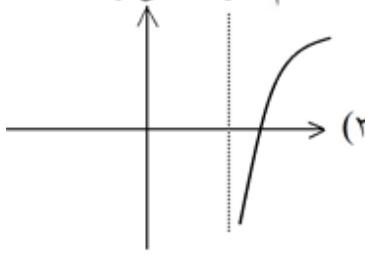
(۱) ۲۵ (۴)

(۲) ۲۱/۵ (۳)

(۳) ۱۸/۵ (۲)

(۱) ۱۷ (۱)

نمودار تابع ۱۱۵



اگر ۱۱۶  $\sqrt{3}$  کدام است؟  
 ۸ (۴)                          ۶ (۲)                          ۴ (۲)                          ۲ (۱)

اگر ۱۱۷  $f(x) = \frac{x+1}{5x+1}$  کدام است؟  
 ۱۷ (۴)                          ۱ (۱۴)                          ۱ (۲)                          ۵ (۲۶) (۱)

اگر ۱۱۸  $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+2)$  کدام است؟  
 ۴ (۴)                                  ۱ (۳)                                  ۲ (۲)                                  ۳ (۱)

وارون تابع با ضابطه ۱۱۹  $f(x) = \frac{x-1}{2} + 1$  کدام است؟

$$f^{-1}(x) = 2 \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+1) + 1 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = 2 \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+1) - 1 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = 2 \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x-1) + 1 \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = 2 \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x-1) - 1 \quad (۳)$$

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله ۱۲۰  $\frac{x^2 - 2x}{7} = 2$  باشند، مقدار  $\alpha + \beta - \alpha\beta$  چه قدر است؟

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} (۴)$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} (۳)$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} (۲)$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} (۱)$$

اگر بزرگی زلزله‌ای برابر  $M$  ریشتر باشد، انرژی آزاد شده‌ی آن زلزله برابر  $E$  در واحد ارگ است که از رابطه‌ی  $\text{Log } E = 11/8 + 1/5 M$  به دست می‌آید. مقدار انرژی آزاد شده در یک زلزله‌ی ۵ ریشتری چند ارگ است؟  
 $(\text{Log } 2 = 0/3)$

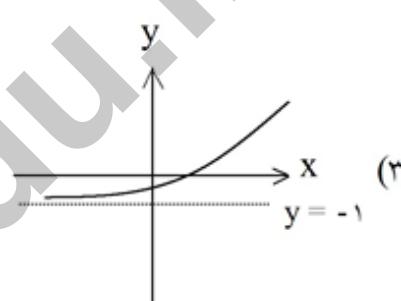
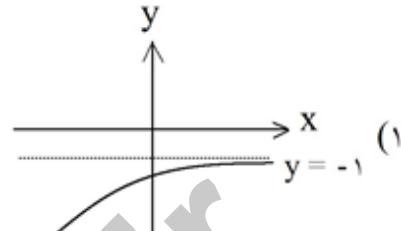
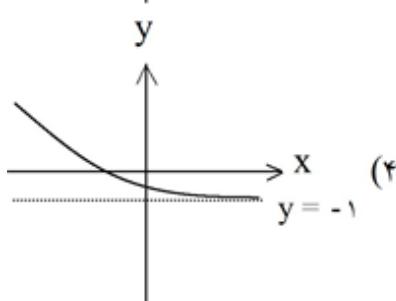
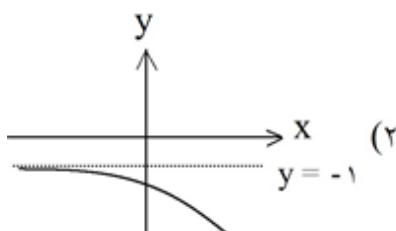
$$2/3 \times 10^{19} \quad (4)$$

$$2 \times 10^{19} \quad (3)$$

$$0/3 + 10^{19} \quad (2)$$

$$2 + 10^{19} \quad (1)$$

نمودار تابع  $y = -\left(\frac{\text{Log } x - 4}{16}\right)^2 - 1$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟



اگر  $\text{Log}_2 \left( x^2 + x + \frac{v}{2} \right)$  کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

اگر  $\text{Log}_{10} \frac{a+b}{a-b+1} = 5$  باشد، حاصل  $a^b = ?$

$$\frac{2a+b}{2a-b+1} \quad (4)$$

$$\frac{3a+b}{2b+a-1} \quad (3)$$

$$\frac{2a+b}{2b+a+1} \quad (2)$$

$$\frac{3a+b}{2b-a+1} \quad (1)$$

طول یکی از نقاط تلاقی نمودار توابع  $y = x^2$  و  $y = 2x$  در کجا واقع شده است؟

(۱) بین صفر و -۱      (۲) بین ۱ و ۲      (۳) بین ۲ و ۳      (۴) بین (-۱) و (-۲)

مقدار  $x$  از تساوی  $5^{x-1} = 10/2$  کدام است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

کدام گزینه از بقیه کوچک‌تر است؟

$$\sqrt[3]{2} \quad (2) \quad \left(\frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

۱۲۸

اگر انرژی آزاد شده حاصل از یک زلزله  $10^{23} \text{ ج} / \text{م}^2$  باشد، شدت زلزله برحسب ریشتر کدام است؟  
 (Log ۲  $\approx ۰/۳$ )

۸/۵ (۴)

۸ (۳)

۷/۵ (۲)

۷ (۱)

تابع  $f(x) = \sqrt{a - \log_2(bx - 1)}$  کدام است؟  
 $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{3}$  با معنی است. فقط برای  $1 < x \leq 11$

۵/۹ (۴)

۴/۳ (۳)

۲ (۲)

۲/۹ (۱)

۱۲۹

از معادله  $\log_{\frac{5x^2+6}{4x}} = ۳ - \log_{\frac{x^2+6}{4}}$  حاصل کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۴/۳ (۲)

۸/۵ (۱)

۱۳۰

اگر  $\log_{\sqrt{x+5}} = \log y$  و  $\sqrt[2]{2} = 2^x$  باشد، مقدار y کدام است؟

۱۶ (۴)

۲۰ (۳)

۲۴ (۲)

۲۵ (۱)

۱۳۱

اگر  $\log_{\sqrt{a-b}} = \sqrt{\frac{1}{\log_9^y}}$  و  $ab = ۱۸$ ، آنگاه حاصل کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۲

اگر  $\log_{\sqrt{a^2+b^2}} = \sqrt{\frac{1}{\log_9^y}}$  و  $ab = ۱۱$ ، آنگاه حاصل کدام است؟

۱/۴ (۴)

۱/۲ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۳۳

نمودار تابع  $y = f(x) = \text{Log}_r(x + 1)$  و  $y = g(x) = \text{Log}_r(x - 1)$  در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟ ۱۳۴

(۴) صفر

(۲) ۲

(۲) ۲

(۱) ۱

اگر عدد  $\left(\frac{1}{2}\right)^{a-1}$  کوچک‌تر از  $1/25$  باشد، محدوده  $a$  کدام است؟ ۱۳۵

(۴)  $a < 2$ (۲)  $a > 4$ (۲)  $a < 4$ (۱)  $a > 2$ 

دامنه تابع  $f(x) = \text{Log}_{\frac{-x^2 - 5x + 6}{(-x - 4)}}$  شامل چند عدد صحیح است؟ ۱۳۶

(۴) بی‌شمار

(۲) دو

(۲) یک

(۱) هیچ

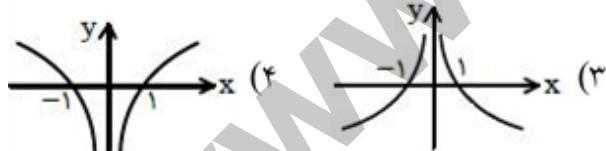
اگر  $\text{Log}_r 2^a = b$  و  $\text{Log}_r 2 = a$  باشد، حاصل  $\text{Log}_r 2^b$  کدام است؟ ۱۳۷

 $\frac{ra + b}{ra}$  (۴) $\frac{ra + b}{2 - ra}$  (۲) $\frac{rb + a}{2 - rb}$  (۲) $\frac{a + b}{a - b}$  (۱)

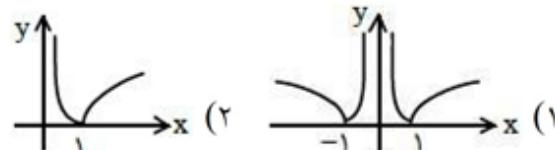
ضابطه تابع معکوس تابع  $f(x) = -2 \times 3^{x-1} + 4$  کدام است؟ ۱۳۸

$$f^{-1}(x) = 1 + \text{Log}_r\left(\frac{1}{2}x - 2\right); x < 4 \quad (۲) \quad f^{-1}(x) = 1 + \text{Log}_r\left(\frac{1}{2}x - 2\right); x > 4 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = 1 + \text{Log}_r\left(2 - \frac{1}{2}x\right); x < 4 \quad (۴) \quad f^{-1}(x) = 1 + \text{Log}_r\left(2 - \frac{1}{2}x\right); x > 4 \quad (۳)$$



نمودار تابع  $y = -\text{Log}_r|x|$  کدام است؟ ۱۳۹



فاصله نقطه تلاقی دو منحنی  $y = (\sqrt{2})^{x-3}$  و  $y = 2^{x-1}$  کدام است؟ ۱۴۰

(۴)  $2\sqrt{2}$ (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)  $\sqrt{2}$ (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۱۴۱

اگر  $a > 0$ ، آنگاه حاصل کدام است؟  $\log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{a}$

$$\frac{3a+1}{2+a} \quad (1)$$

$$\frac{6a+1}{a+4} \quad (2)$$

$$\frac{6+a}{2a+1} \quad (3)$$

$$\frac{3+a}{2a+1} \quad (4)$$

(۱۴۲) دامنه تابع  $y = \log(\cos x)$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$\left( -k\pi - \frac{\pi}{2}, -k\pi + \frac{\pi}{2} \right) \quad (1)$$

$$(k\pi, (k+1)\pi) \quad (1)$$

$$((k-1)\pi, k\pi) \quad (2)$$

$$\left( (-k-1)\frac{\pi}{2}, (-k+1)\frac{\pi}{2} \right) \quad (3)$$

۱۴۳

مجموع جواب‌های معادله  $2^{\frac{rx+1}{2}} + 8 = 17(2^{\frac{x}{2}})$  کدام است؟

$$1 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۱۴۴

نمودار تابع  $y = \log_a(x-2)$  از نقطه  $\left(\frac{17}{4}, -2\right)$  عبور می‌کند. مقدار  $a$  کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

۱۴۵

با فرض  $D_f = \left(-\frac{1}{4}, +\infty\right)$  و  $f^{-1}(3) = 7$ ، اگر  $f(x) = \log_3^{(ax+b)}$  مقدار  $a+b$  کدام است؟

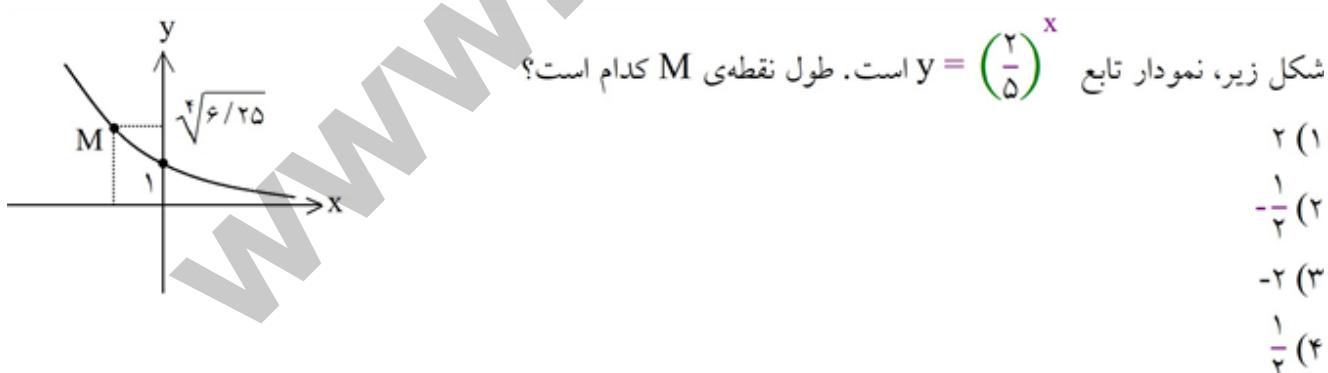
$$5 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$

۱۴۶



$$2 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

۱۴۷

طول محل تلاقی نمودار  $y = -1 + \log_{\frac{x}{x-1}}$  و خط  $y = -2$  کدام است؟

$$-\frac{1}{11} \quad (1)$$

$$\frac{1}{11} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$\frac{1}{9} \quad (4)$$

۱۴۸ مقدار  $X$  از تساوی  $\text{Log}_5(\text{Log}_3(\text{Log}_2 X)) = 0$  کدام است؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

$$\text{۱۴۹} \quad \text{مجموع ریشه‌های معادله } x - \text{Log}_2^x = \frac{1}{1024} \text{ کدام است؟}$$

۳۲/۲۵ (۲)

۱) معادله فقط یک جواب  $x = 32$  دارد.

۴۰ (۴)

۳۶ (۳)

$$\text{۱۵۰} \quad \text{مجموع ریشه‌های معادله } x - \text{Log}_2^x = \frac{1}{8} \text{ کدام است؟}$$

۱۸ (۲)

۱) معادله فقط یک جواب  $x = 8$  دارد.

۸/۵ (۴)

۱۶/۵ (۳)

۱۵۱ در تابع  $f(x) = a(b)^x$  باشد،  $f(-2) = \frac{\sqrt{v}}{18}$  و  $f(0) = \frac{\sqrt{v}}{2}$  اگر  $(b > 0)$   $f(x) = a(b)^x$  کدام است؟

۶۳ (۴)

۱۸۹ (۲)

۷۵۴ (۲)

۱۴۷ (۱)

۱۵۲ در تابع  $f(x) = a(b)^x - 1$  باشد  $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 5$  و  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$  اگر  $f(x) = a(b)^x - 1$  کدام است؟

-۷/۹ (۴)

-۴/۹ (۲)

-۱/۳ (۲)

-۲/۳ (۱)

۱۵۳ اگر  $\text{Log}_3^a = 2$  باشد مقدار  $a$  کدام گزینه است؟

۴ (۴)

۷/۲ (۲)

۷/۲ (۲)

۸ (۱)

۱۵۴ اگر  $f(x) = a(b)^x$  باشد، مقدار  $a + b$  برابر است با:

۹ (۴)

۲۸ (۳)

۸ (۲)

۱۵ (۱)

۱۵۵ حاصل  $\text{Log}_{\sqrt{5}}^{625} + \text{Log}_{\sqrt{2}}^{32}$  برابر کدام گزینه است؟

۱۶ (۴)

۹ (۳)

۱۳ (۲)

۱۸ (۱)

۱۵۶

برابر کدام گزینه است؟  
 $\log_{16}^{\sqrt[3]{3}} + \log_{\sqrt[3]{81}}^{\sqrt[3]{3}}$   
 مقدار

 $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲)

۱(۱)

۱۵۷

مقدار  $\log_6^3 \times \log_6^{12}$  ۱ - برابر با کدام گزینه است؟

 $3 - 2 \log_6^3$ (۴) $1 - 2 \log_{12}^3$ (۳) $(\log_6^3)^2$ (۲) $(\log_6^2)^2$ (۱)

انرژی آزاد شده یک زلزله  $10^{22} \text{ Erg}$  است. شدت این زلزله چند ریشتر می‌باشد؟  
 $\log 2 = 0.3$ (۴)      ۷(۳)      ۶(۲)      ۵(۱)

۱۵۸

برابر کدام گزینه است؟  
 $\sqrt{\frac{1}{\log_8^5}} + \sqrt{\frac{5}{\log_2^5}}$   
 مقدار

۴۰(۴)

 $\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ (۳) $5 + 2\sqrt{2}$ (۲)

۱۳(۱)

۱۵۹

جواب معادله  $\log x + \log x^3 + \log x^5 + \dots + \log x^{10} = 220$  کدام است؟  
 $10^4$ (۴)       $10^3$ (۳)       $10^2$ (۲)      ۱۰(۱)

۱۶۰

نمودار تابع  $y = g(x) = (3 - 2m)^x$  و  $f(x) = \log_{(m+1)}^x$  کدام نسبت به خط  $x = m$  قرینه هستند. مقدار  $m$  کدام است؟

۱۶۱

 $\frac{4}{3}(۴)$  $\frac{3}{4}(۳)$  $\frac{2}{3}(۲)$ 

۱(۱)

۱۶۲

دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{v - \log_2^{(x-4)}}$  کدام است؟

 $(4, 132](۴)$  $[4, 128](۳)$  $(4, +\infty)(۲)$  $(4, 128](۱)$

۱۶۳

در معادله  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2) = 32$  مقدار  $x$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (4)$$

۱ (۳)

$$\frac{\sqrt{2}}{4} (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{8} (1)$$

اگر  $f(x) = \log_{\frac{2}{5}}(ax + b)$  تعریف شده باشد و  $f(x) = c$  به ازای  $x = -2$  و  $f(x) < 0$  به ازای  $x = 2$  باشد، آنگاه  $\log(-ab)$  کدام است؟

$$\frac{1}{2} (4)$$

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

اگر  $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(ax + b)$  باشد و به ازای  $x$  های کوچکتر از  $\frac{1}{2}$  تعریف شده باشد و محور عرضها را در نقطه‌ای

به عرض  $\frac{1}{2}$ - قطع کند، حاصل  $\log_{\frac{1}{4}}(-ab)$  کدام است؟

$$-\frac{1}{2} (4)$$

$$\frac{1}{2} (3)$$

$$-2 (2)$$

$$2 (1)$$

اگر  $\log_{\frac{ab}{81}}(2) = c$  باشد حاصل  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(ax + b)$  و  $x \in (-1/5, +\infty)$  کدام است؟

$$\log_{\frac{ab}{81}}(2) = c$$

کدام

۱ (۴)

۰/۲۵ (۳)

۰/۷۵ (۲)

است؟  
۱/۲۵ (۱)

حاصل  $\log_{\frac{15}{25}}(\sqrt[3]{25}) + \log_{\frac{15}{5}}(\sqrt[2]{5})$  کدام است؟

$$\frac{4}{3} (4)$$

$$\frac{2}{3} (3)$$

$$\frac{2}{3} (2)$$

$$\frac{1}{3} (1)$$

معادله  $3^{x-k} = k$  به ازای چند مقدار صحیح  $k$  دارای یک جواب مثبت است؟

۴) بی‌شمار

۸۱ (۳)

۸۰ (۲)

۲۷ (۱)

معادله  $2^{|x|} = k$  به ازای چند مقدار صحیح  $k$  دارای دو جواب متمایز است؟

۴) ۲۲

۳۱ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

اگر  $\log_{\frac{1}{b}} \sqrt{a\sqrt{a}} = 7$  آن‌گاه  $\log_{\sqrt{b}} a$  کدام است؟

$$\frac{21}{8} (4)$$

$$-\frac{7}{4} (3)$$

$$\frac{7}{4} (2)$$

$$-\frac{21}{8} (1)$$

فرض کنید  $g(x) = \lambda^x + 9$  است. اگر  $g(3) = 13$  باشد  $x$  کدام است؟

$$\frac{2}{3} (4)$$

$$\frac{1}{3} (3)$$

$$\frac{1}{2} (2)$$

$$1 (1)$$

اگر  $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+y} = \log_2^x + \log_2^y$  باشد، آن‌گاه  $x+y = 58$  کدام است؟

$$4 (4)$$

$$-2 (3)$$

$$2 (2)$$

$$-4 (1)$$

اگر بزرگی زمین‌لرزه‌ای ۷ ریشتر باشد، انرژی آزاد شده از آن برابر کدام است؟ ( $\log 2 = 0.3010$ )

$$10^{22} (4)$$

$$3 \times 10^{22} (3)$$

$$5 \times 10^{22} (2)$$

$$2 \times 10^{22} (1)$$

سود سالانه مبلغ پس‌اندازی برابر ۱۲ درصد آن است و اصل مبلغ و سود پایان هر سال به عنوان سپرده سال بعد مشمول شود می‌شود. مبلغ این پس‌انداز تقریباً پس از چند سال دو برابر می‌شود؟

( $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 7 = 0.8451$ )

$$3 (4)$$

$$4 (3)$$

$$6 (2)$$

$$7 (1)$$

اگر  $\log_{2x} x + \log_x 2 = \frac{3}{2}$  مقدار  $\log_{2x} x$  کدام است؟

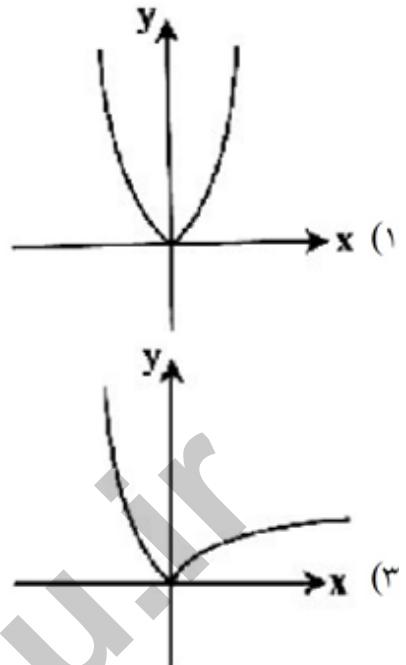
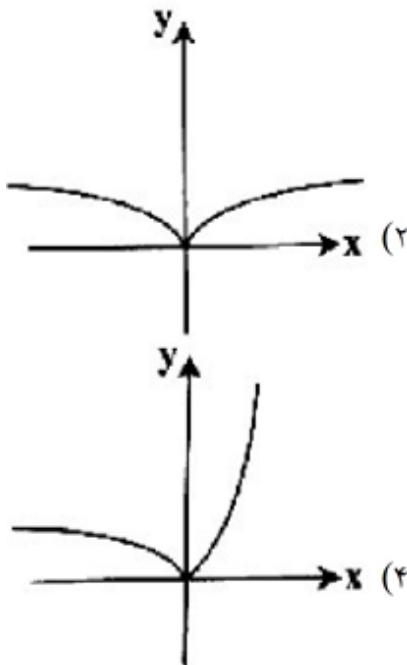
$$4 (4)$$

$$2 (3)$$

$$\frac{2}{3} (2)$$

$$\frac{3}{2} (1)$$

نمودار تابع  $f(x) = \left| \left( \frac{1}{3} \right)^{-x} - 1 \right|$  کدام است؟



اگر  $\log_3 x = \log_3(x-2) + 2$  باشد،  $x$  کدام است؟ ۱۷۷

۴ و ۳ (۴)

۲ و ۳ (۲)

۶ و ۴ (۱)

جواب معادله  $\log_3 x + \log_{12} x = 2 \log_3 x \log_{12} x$  کدام است؟ ۱۷۸

۶ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

هرگاه  $\log_8 2x = \log_4 x - \log_5 \sqrt[3]{125}$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟ ۱۷۹

$\frac{4}{5}$  (۴)

$\frac{3}{5}$  (۳)

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{1}{5}$  (۱)

حاصل  $\frac{\log 2 + \log 5 + \log 36}{\log 6 + \frac{1}{2}}$  کدام است؟ ۱۸۰

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

اگر  $1 = \log_{\sqrt{v}} x$  باشد، حاصل  $\log_v(x+v) - \log_v(x-1)$  کدام است؟ ۱۸۱

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

مجموعه جواب معادله  $\log(4-x) = \log(6-x) - \log x$  کدام است؟ ۱۸۲

$\left\{ \frac{1}{2}, 3 \right\}$  (۴)

{۲} (۳)

{۲, ۳} (۲)

{۱, ۲} (۱)

اگر  $\log_2^2 = k$  باشد، حاصل کدام است؟ ۱۸۳

$$\frac{k}{2k+1} \quad (4)$$

$$\frac{k}{2k+1} \quad (3)$$

$$\frac{k+2}{2k+1} \quad (2)$$

$$\frac{k+1}{2k+1} \quad (1)$$

حاصل کدام است؟  $\sqrt{5} (\log_{25}^{16} - \log_5^{16})$  ۱۸۴

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

نرخ تورم یک کشور ۲۰ درصد در سال می‌باشد. پس از چند سال قیمت اجنبانس ۴ برابر می‌شود؟ ۱۸۵

$$2 \log_{2/10}^{1/10} \quad (4)$$

$$2 \log_{2/1}^{1/2} \quad (3)$$

$$2 \log_{1/2}^{1/2} \quad (2)$$

$$\log_{1/2}^{1/2} \quad (1)$$

اگر  $z = 0/3$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\log_{25000} - \log_{10000}}{\log_{10000} - \log_{128}}$  کدام است؟ ۱۸۶

$$\frac{43}{25} \quad (4)$$

$$\frac{41}{25} \quad (3)$$

$$\frac{7}{5} \quad (2)$$

$$\frac{6}{5} \quad (1)$$

حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی  $\sqrt[x+5+\log x]{x} = 10^{5+\log x}$  کدام است؟ ۱۸۷

$$10/1 \quad (4)$$

$$10/001 \quad (3)$$

$$100 \quad (2)$$

$$1000 \quad (1)$$

حاصل  $\sqrt[a]{\log_a^b} - \sqrt[b]{\log_b^a}$  کدام است؟ ۱۸۸

$$a - b \quad (4)$$

$$(a, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}) \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad (3)$$

$$\sqrt{a-b} \quad (2)$$

$$1) \text{ صفر}$$

اگر  $\log_a b = z$  و  $\log_c a = y$  ،  $\log_b c = x$  باشد، حاصل  $\frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1}$  چه قدر است؟ ۱۸۹

$$1 \quad (4)$$

$$\log_a bc \quad (3)$$

$$\log_{ab} c \quad (2)$$

$$\log_c ab \quad (1)$$

لگاریتم عدد  $4\sqrt[4]{2}$  در مبنای ۸ برابر کدام است؟ ۱۹۰

$$\frac{7}{9} \quad (4)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

۱۹۱ جواب معادله  $\text{Log}(x^3 + 5x^2 + 9x + 9) = 1 + \text{Log}(x + 3)$  کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۹۲ اگر  $\text{Log}_2(\sqrt{10}x + 6) = 16$ ، باشد.  $x > 1$ ،  $(\text{Log } x)^2 + \frac{1}{(\text{Log } x)^2} = 8$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۹۳ حاصل جمع ریشه‌های معادله  $\text{Log}(x + 2) - \sqrt{\text{Log}(x + 2)} = 0$  کدام است؟

۰ (۰) صفر

۷ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

۱۷  
۲ (۴)۹  
۲ (۳)۵  
۲ (۲)

۲ (۱)

۱۹۴ حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $\frac{\text{Log} \sqrt{x} + 1}{\sqrt{\text{Log} \sqrt{x}}} = \frac{5}{2}$  کدام است؟

۱۹۵ برای هر  $x \in (a, +\infty)$  رابطه‌ی  $\text{Log}_{\frac{1}{2}}^x = (\text{Log}_{\frac{1}{2}}^x)^2$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۰) صفر

۱۹۶ اگر  $a = \text{Log}_{\frac{1}{9}}^{14}$  باشد،  $a = 1 - 2a$  کدام است؟ (۳۴۳)

۱  
۴ (۴)۳  
۲ (۳)۱  
۸ (۲)۱  
۲ (۱)

۱۹۷ اگر لگاریتم عدد  $(x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 7)$  در پایه ۲ برابر ۳ باشد بزرگ‌ترین مقدار  $x$  کدام است؟

۲ +  $\sqrt{3}$  (۴)-۲ +  $\sqrt{5}$  (۳)۲ +  $\sqrt{5}$  (۲)۴ -  $\sqrt{3}$  (۱)

۱۹۸

اگر  $\log \frac{y\sqrt{x}}{z} = 0.52$  باشد، حاصل  $\log z = 0.10^{1/0.3}$  و  $\log x = 2/72$  است؟

۰/۰۲ (۴)      ۰/۹۴ (۳)      ۰/۸۳ (۲)      ۰/۷۸ (۱)

۱۹۹

دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^2 - 2x)}$  به کدام صورت بازه‌ها است؟

$[-2, 0] \cup (3, 5)$  (۲)       $[-2, 0) \cup (2, 5)$  (۱)  
 $(0, 5]$  (۴)       $[-2, 2)$  (۳)

۲۰۰

اگر  $\frac{\sqrt{5}}{12} \approx 0.5$  و  $\log 2 \approx 0.3$  باشد، حاصل  $\log \frac{5}{12}$  تقریباً کدام است؟

۰/۷۵ (۴)      ۰/۷ (۳)      ۰/۶۵ (۲)      ۰/۶ (۱)

۲۰۱

از معادله  $\log_{\wedge}^x 2 = \log(3x + 4)$  کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۳)       $\frac{2}{3}$  (۲)       $\frac{1}{3}$  (۱)  
 صفر (۴)

۲۰۲

اگر  $\log_{\wedge} 12 = a$  باشد  $\log_{\wedge} 3 = a$  کدام است؟

$\frac{a+2}{a+1}$  (۴)       $\frac{a+2}{a}$  (۳)       $\frac{2a}{a+1}$  (۲)       $\frac{a+1}{a}$  (۱)

۲۰۳

اگر  $\frac{1}{2} \log(x^2 - 2x + 1) + \log(3x + 2) = 2$  باشد، لگاریتم  $\frac{x}{2}$  در پایه ۹ کدام است؟

$\frac{1}{3}$  (۴)       $\frac{1}{2}$  (۳)       $\frac{2}{3}$  (۲)       $\frac{3}{2}$  (۱)

۲۰۴

تعداد نقاط تلاقی نمودارهای دو تابع  $y = 2 - |x|$  و  $y = 2^{-x}$  کدام است؟

۳ (۴)      ۲ (۳)      ۱ (۲)      صفر (۱)

۲۰۵

اگر  $\log_{abc}^x = -1$ ،  $\log_b^x = \frac{3}{4}$  و  $\log_a^x = \frac{1}{2}$  باشد، مقدار  $\log_c^x$  کدام است؟

$\frac{3}{5}$  (۴)       $\frac{3}{7}$  (۳)       $\frac{2}{5}$  (۲)       $\frac{2}{7}$  (۱)

۲۰۶

اگر  $x = (\sqrt{2+1})^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{2-1})^{\frac{1}{3}}$  باشد لگاریتم  $x^{(x^2 - 3)}$  در پایه ۲ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۲ (۱)

۲۰۷

در کدام بازه نمودار تابع  $y = \lambda^x$  بالاتر از نمودار تابع  $y = x$  قرار دارد؟

 $1 < x < 2$  (۴) $-1 < x < 1$  (۳) $x < 1$  (۲) $x > 1$  (۱)

۲۰۸

تعداد نقاط تلاقی دو منحنی به معادلات  $y = 2 \log x$  و  $y = \log(x+2)$  کدام است؟

۰ (۴) صفر

 $\infty$  (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۲۰۹

جواب معادله  $\frac{1}{2}(-3 + \sqrt{a})$  است. a کدام

۳۷ (۴)

۳۵ (۳)

۲۹ (۲)

است؟  
۲۳ (۱)

۲۱۰

اگر رابطه  $\log_{\sqrt{2}} x$  کدام است؟

۸۱ (۴)

۶۴ (۳)

۲۷ (۲)

 $2\sqrt{2}$  (۱)

۲۱۱

یکی از جواب‌های معادله  $(\log_2 x)^2 - 8 \log_2 x = 5$  برابر کدام است؟

۸۱ (۴)

۹ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۲۱۲

نمودار  $y = 2^{2x} - 2$  از کدام ناحیه یا نواحی عبور نمی‌کند؟

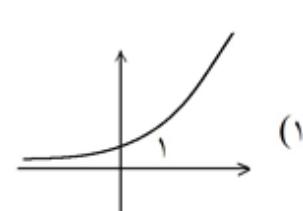
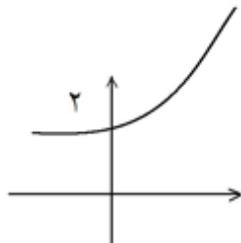
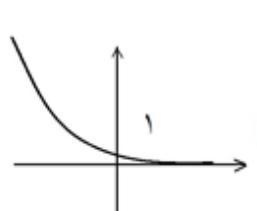
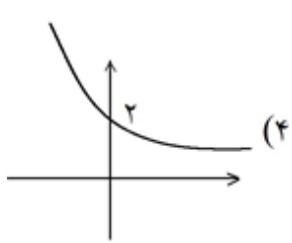
(۳) دوم

(۱) اول و چهارم

(۴) از هر ۴ ناحیه عبور می‌کند.

۲۱۳

کدامیک از نمودارهای زیر مربوط به تابع نمایی  $y = 2^x \left(\frac{1}{3}\right)^x$  می‌باشد؟



۲۱۴ جواب معادله لگاریتمی  $\text{Log}(3x+1) + 2\text{Log}\sqrt{x-2} = \frac{1}{2}\text{Log}(x^2 - 2x + 1) + \text{Log}(x+2)$  کدام است؟

۳، ۵ (۴)

۳، ۴ (۳)

۳ (۲)

۰، ۳ (۱)

۲۱۵ بهازای کدام مقدار  $a$  رابطه  $f(x) = (2a - a^2)^x$  یک تابع نمایی صعودی است؟

(۴) هیچ مقدار  $a$   $\cdot < a < 1$  (۳)  $\cdot < a < 2$  (۲)  $a < 1$  (۱)

۲۱۶ تعداد نقاط تلاقی خط  $y = x + 2$  با نمودار تابع  $f(x) = 2^x$  کدام است؟

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) ۰ صفر (۱)

۲۱۷ اگر  $\text{Log}_{22}^y = \text{Log}_{22}^r$  و  $a = \text{Log}_{22}^v$  مقدار  $b = \text{Log}_{22}^r$  کدام است؟

$\frac{1+ab}{2}$  (۴)  $\frac{1-ab}{2}$  (۳)  $r(a+b-1)$  (۲)  $-r(a+b-1)$  (۱)

۲۱۸ حاصل  $\frac{\text{Log}_{\frac{5}{3}}(\text{Log}_{\frac{5}{3}}^x)}{\text{Log}_{\frac{5}{3}}^x}$  کدام است؟

$(\text{Log}_{\frac{5}{3}}^5)^2$  (۴)  $\text{Log}_{\frac{5}{3}}^5$  (۳)  $(\text{Log}_{\frac{5}{3}}^5)^4$  (۲)  $\sqrt[5]{\text{Log}_{\frac{5}{3}}^5}$  (۱)

۲۱۹ تابع  $y = (a^x + a^{-x} + a + 1)^x$  کدام است؟  
 $\{a > 0\} - \{1\}$  (۴)  $\{a > -1\}$  (۳)  $\{a > -1\} - \{0\}$  (۲)  $\{a > 0\}$  (۱)

۲۲۰ معادله  $3^{x^2} + 4^{x^2} - 5^{x^2} = 0$  چند جواب دارد؟  
 (۴) جواب ندارد. (۳) بیشمار (۲) (۱)

۲۲۱ اگر  $\text{Log}_{\frac{4}{3}}(3x+7) = 1 - \text{Log}_x$  باشد، حاصل  $\text{Log}(12x+7)$  کدام است؟

 $\frac{1}{2}$  (۴) $\frac{4}{3}$  (۳) $\frac{3}{2}$  (۲) $\frac{2}{3}$  (۱)

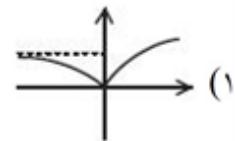
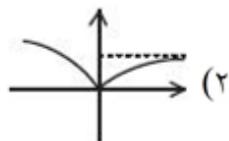
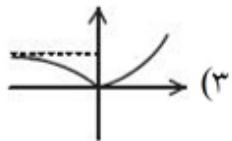
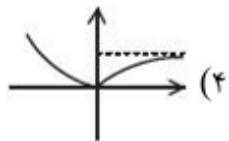
در بازه‌ی (۰ و ۱) کدام تابع بالاتر از بقیه قرار می‌گیرد؟ ۲۲۲

$$y = \left(\frac{v}{5}\right)^{\frac{x}{2}} \quad (۴)$$

$$y = \left(\frac{v}{3}\right)^{2x} \quad (۳)$$

$$y = \left(\frac{v}{3}\right)^{-x} \quad (۲)$$

$$y = v^x \quad (۱)$$



نمودار تابع  $y = \frac{|1 - v^x|}{v^x}$  کدام است؟ ۲۲۳

$$-\frac{2}{v/5} \quad (۴)$$

$$-\frac{3}{v/5} \quad (۳)$$

$$-\frac{3}{v} \quad (۲)$$

$$-\frac{2}{v} \quad (۱)$$

لگاریتم عدد ۲۴۳ در پایه  $\frac{v}{3}$  برابر کدام است؟ ۲۲۴

$$\frac{6}{17} \quad (۴)$$

$$\frac{12}{17} \quad (۳)$$

$$\frac{17}{12} \quad (۲)$$

$$\frac{17}{6} \quad (۱)$$

اگر  $\log_{ab} x$  باشد،  $\log_b x = \frac{v}{4}$  و  $\log_a x = \frac{2}{3}$  کدام است؟ ۲۲۵

$$9 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

اگر  $\log_v \frac{x^2}{x-2}$  باشد، مقدار  $\log_v x^v + \log_v x = (\log_v x^v) + 4$  کدام است؟ ۲۲۷

$$1 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$3 \quad (۲)$$

$$4 \quad (۱)$$

اگر  $\log(x+1) + \log x = 4 \log 2 + \log 15 - \frac{1}{2} \log 144$  باشد، عدد X کدام است؟ ۲۲۸

$$4 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$-5 \quad (۱)$$

اگر  $\log_{\lambda} v^x + 4 \log_x v + \log_x (x+2) = \frac{5}{2} \log_x v + 1$  باشد، مقدار  $\log_x v^2 + 4$  کدام است؟ ۲۲۹

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $\log \alpha \cdot \beta = 3 - 2 \log x$  باشند، مقدار  $\log(\log abc)^{\frac{1}{3}}$  کدام است؟ ۲۳۰

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱) صفر

اگر  $\log ۲ = ۰/۰۳$  باشد، مقدار  $C = ۱۰^{۰/۰۲۲۳}$ ,  $b = ۱۰^{۰/۰۷۶۴}$ ,  $a = ۱۰^{۰/۰۹۱۳}$  باشد، مقدار  $\log(\log abc)^{\frac{1}{3}}$  کدام است؟ ۲۳۱

۰/۰۰۱ (۴)

۰/۰۱ (۳)

۰/۱ (۲)

۱ (۱)

اگر  $\log ۲ = ۰/۰۳۰۱۰$  باشد، لگاریتم کدام عدد برابر  $-۴/۶۹۹$  است؟ ۲۳۲

۰/۰۰۰۰۲ (۴)

۰/۰۰۰۲ (۳)

۰/۰۰۲ (۲)

۱ (۱)

اگر  $\log ۲ = ۰/۰۳۰۱۰$  باشد، مقدار  $\log ۲^x - \log ۶ = \log(x + ۲) - \log \sqrt{x}$  کدام است؟ ۲۳۳

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۲ (۴)

۱ (۳)

۰ (۲) صفر

-۱ (۱)

۲ (۴)

۳ (۳)

۰ (۲)

۱ (۱)

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

 $\frac{۲a+b}{a+۲b}$  (۴) $\frac{۲a+b}{۲a+۴b}$  (۳) $\frac{a+۲b}{۲a+۴b}$  (۲) $\frac{a+b}{a+۲b}$  (۱)

۰/۴۰۳ (۴)

۰/۴۰۱ (۳)

۰/۳۹۶ (۲)

۰/۳۸۴ (۱)

اگر  $\log ۲ = ۰/۰۳۰۱$  باشد  $\log \sqrt[۳]{۱۶}$  کدام است؟ ۲۳۸

۰/۳۸۴ (۱)

۰/۳۹۶ (۲)

۰/۴۰۱ (۳)

۰/۴۰۳ (۴)

اگر  $\log_{\sqrt{3}}(2x - 1) = -2$  باشد، آنگاه لگاریتم  $3^{9x+3}$  در پایه ۲ کدام است؟ ۲۴۹

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

حاصل  $\log_{\sqrt{5}}\sqrt[۵]{۰/۱۲۵}$  کدام است؟ ۲۴۰

۰/۳ (۴)

۰/۱ (۳)

-۰/۲ (۲)

-۰/۳ (۱)

حاصل  $\log_{\frac{(x+\sqrt{2})^3}{(1+\sqrt{2})}}$  کدام است؟ ۲۴۱

 $\frac{۲}{۳}$  (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

 $\frac{۳}{۲}$  (۱)

اگر  $\log_{\sqrt{3}}\frac{۱۷۵}{۳}$  باشد، حاصل  $\log_{\sqrt{۳}}x = b$  و  $\log_{\sqrt{۳}}a = \frac{۳}{۵}$  کدام است؟ ۲۴۲

۲ - ۲a + b (۴)

۲ - ۲a - b (۳)

۲ - ۲a - ۲b (۲)

۲ - a - ۲b (۱)

اگر  $\log_{\frac{۹}{۴}} + \log_{\sqrt[۲۰]{۲۱}}$  حاصل  $\log_{\sqrt{۴}} = b$  ،  $\log_6 = a$  کدام است؟ ۲۴۳

۱ + ۲b - ۲a +  $\sqrt{a+b}$  (۴)۱ +  $\frac{۳b}{۲} - \frac{۳a}{۲}$  (۱)۱ + (b - a)<sup>۲</sup> +  $\sqrt{a+b}$  (۴)۱ +  $\frac{۵}{۲}b - \frac{۳}{۲}a$  (۳)

اگر  $\log_{\sqrt{۱۲}} = \alpha$  باشد، عدد  $\alpha^{-2}$  کدام است؟ ۲۴۴

۱۸ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

 $\frac{۹}{۲}$  (۱)

اگر  $(a, b, c > ۰)$  باشد، حاصل  $\log_b ac = ۳$  و  $\log_{bc} ab = ۲$  کدام است؟ ۲۴۵

 $\frac{۲}{۳}$  (۴) $\frac{۳}{۲}$  (۳)

۲ (۲)

 $\frac{۱}{۲}$  (۱)

اگر  $\log_{\frac{۱}{\sqrt{x}}} = A$  باشد،  $\log_{\sqrt{x}} x^{\frac{۱}{۳}} = A$  کدام است؟ ۲۴۶

 $\frac{A}{۶}$  (۴)- $\frac{A}{۶}$  (۳) $\frac{A}{۳}$  (۲)- $\frac{A}{۳}$  (۱)

از معادلهی  $\log_{\sqrt{2}}(2x+5) = \frac{1}{2}\log_9 9 + \log_{\sqrt{2}}(x-1)$  کدام است؟ ۲۴۷

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

اگر  $\log_{\sqrt{2}}x + \log_{\sqrt{2}}y = 1$  و  $x+y = \frac{9}{2}$  باشد،  $|x-y|$  کدام است؟ ۲۴۸

 $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴) $\frac{5}{2}$  (۳) $\frac{3}{2}$  (۲) $\frac{1}{2}$  (۱)

اگر  $\log_{10} 40 = 1/6020$ ، حاصل  $\log_{10} 8$  کدام است؟ ۲۴۹

-۰/۲۳ (۴)

-۰/۹۷ (۳)

-۰/۰۲۳ (۲)

-۰/۰۹۷ (۱)

از تساوی  $\log_9(x-4) = 1 - \log_{\sqrt{2}}x$  مقدار  $x$  کدام است؟ ۲۵۰

۶/۵ (۴)

۶/۲۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴/۲۵ (۱)

اگر  $\log_{\sqrt{15}}\sqrt[4]{15} = ۰/۴۷۷۰$  و  $\log_2 2 = ۰/۳۰۱۰$  حاصل  $\log_2 3 =$  کدام است؟ ۲۵۱

۰/۲۹۱۰ (۴)

۰/۲۹۲۰ (۳)

۰/۲۹۴۰ (۲)

۰/۲۹۶۰ (۱)

حاصل  $\log_{\sqrt[۳]{۲}}\log_{\sqrt[۳]{۲}}\frac{۱}{۳}$  برابر کدام است؟ ۲۵۲

 $\frac{۴}{۳}$  (۴) $\frac{۸}{۳}$  (۳) $-\frac{۴}{۳}$  (۲) $-\frac{۸}{۳}$  (۱)

اگر  $(x, y > ۰, xy \neq ۱)$ ، حاصل  $\log_y x - \log_x y^2 = ۲$  کدام است؟ ۲۵۳

 $\frac{۱}{۴}$  (۴) $\frac{۱}{۲}$  (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

از دو معادلهی  $\log(x+1) + \log(y+x^2) = ۲$  و  $4^x + 2^x = ۷۲$  مقدار  $y$  کدام است؟ ۲۵۴

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

اگر  $\log_{\sqrt[۴]{2}}\left(\sqrt[۴]{8x+\frac{1}{2}}\right)$  باشد، مقدار  $\log_{\sqrt[۴]{x}}\sqrt{x} - \log_{\sqrt[۴]{x}}\sqrt[۴]{x} = \log_{\sqrt[۴]{x}}x^2 + ۱$  کدام است؟ ۲۵۵

 $\frac{۱}{۴}$  (۴) $\frac{۱}{۴}$  (۳) $\frac{۱}{۱۶}$  (۲)

(۱) صفر

اگر  $\log_b \frac{a}{b} = b$  باشد، مقدار  $\log_b a = b$ ،  $\log_b \sqrt[۴]{a} = ۳$  کدام است؟ ۲۵۶

 $۲\sqrt[۴]{2} - \frac{۱}{۴}$  (۴) $\sqrt[۴]{2} - \frac{۱}{۴}$  (۳) $\sqrt[۴]{2} - ۱$  (۲) $۲\sqrt[۴]{2} - ۱$  (۱)

اگر  $x = 31/5$  باشد، لگاریتم  $2^{x-1} - 2^{5-x}$  در پایه‌ی ۴ کدام است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۲۵۷

فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی نمودارهای دو تابع  $y = 4^x$  و  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$  از مبدأ مختصات کدام است؟

 $\frac{1}{4}\sqrt{137}$  (۴) $\frac{1}{4}\sqrt{125}$  (۳) $\frac{1}{2}\sqrt{87}$  (۲) $\frac{1}{2}\sqrt{78}$  (۱)

۲۵۸

اگر  $x = (1+\sqrt{2})^{\frac{1}{3}} - (1-\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}$  باشد، حاصل لگاریتم  $3^x - 3x$  در پایه‌ی ۲ کدام است؟

 $\frac{3}{4}$  (۴) $\frac{4}{3}$  (۳) $\frac{2}{3}$  (۲) $\frac{3}{2}$  (۱)

۲۵۹

اگر  $\log_2 50 = 0.3$  باشد، مقدار  $\log_2 2$  کدام است؟

 $\frac{14}{3}$  (۴) $\frac{17}{3}$  (۳) $\frac{16}{3}$  (۲) $\frac{19}{3}$  (۱)

۲۶۰

مجموعه جواب نامعادله  $\log_2 \frac{4-3x^2}{5} < -3$  کدام است؟

 $|x| < \frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۴)  $\frac{3\sqrt{2}}{4} < |x| < \frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۳) $|x| < \frac{3\sqrt{2}}{4}$  (۲) $|x| > \frac{3\sqrt{2}}{4}$  (۱)

۲۶۱

اگر  $\log_a \sqrt{b} = \frac{1}{18}$  باشد، حاصل  $\log_b a$  کدام است؟

۶/۵ (۴)

۶ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

۲۶۲

اگر به عدد  $x$ ، ۳ واحد اضافه کنیم، لگاریتم آن در مبنای ۲ نسبت به قبل، دو واحد افزایش می‌یابد.  $x$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۶۳

حاصل  $\log_2 \sqrt{5} + \log_5 \sqrt{2}$  برابر کدام است؟

۳ (۴)

 $\frac{5}{2}$  (۳)

۲ (۲)

 $\frac{3}{2}$  (۱)

۲۶۴

اگر  $\log_2 3 = 0.4$  و  $\log_{16} 9 = \log_3 x$  فرض شوند، مقدار  $x$  کدام است؟

 $\frac{3}{2}$  (۴) $\frac{2}{3}$  (۳) $\frac{3}{4}$  (۲) $\frac{4}{3}$  (۱)

۲۶۵

اگر  $\log(x+1) - \log 2 = \log \frac{1}{x} + \log 5$  آنگاه عدد  $x$  کدام است؟ ۲۶۶

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$\log_2(x-2) - \log_2(x+1) = -1$$

جواب معادله مقابله کدام است؟ ۲۶۷ $\frac{7}{4}$  (۴) $\frac{7}{2}$  (۳) $\frac{7}{2}$  (۲)

۷ (۱)

اگر  $\log_2^x$  آنگاه  $\log_2^{3x-2} - 3\log_2 = \log_2(x+1) - \log_2^4$  کدام است؟ ۲۶۸

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سود سالانه مبلغی پس انداز برابر ۱۲ درصد آن و اصل مبلغ و سود پایان هر سال به عنوان سپرده سال بعد، مشمول سود می‌گردد، مبلغ این پس انداز تقریباً پس از «چندسال» دو برابر می‌شود؟ ۲۶۹

$$(\log 2 = 0.3010, \log 4 = 0.8451)$$

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

اگر  $\log 24 - \log 6 = \log(x+3) - \log \sqrt{x}$  باشد، مقدار لگاریتم  $1-x$  در مبنای  $\sqrt{2}$  کدام است؟ ۲۷۰

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{3}{2}$  (۱)

هرگاه  $\log_3 \frac{2^x + 2 + 4^x + x}{x}$  باشد، مقدار  $\frac{2^x + 2 + 4^x + x}{x}$  کدام است؟ ۲۷۱

۲ (۴)

۱ (۳)

۰ (۲) صفر

-۱ (۱)

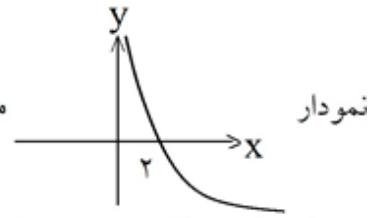
حاصل  $\frac{(\log 8)^2 - (\log 2)^2}{\log \sqrt[2]{\log 4}}$  کدام است؟ ۲۷۲

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)



مربوط به کدام تابع است؟

$y = 1 + \log_{\frac{1}{2}} x$  (۴)

$y = \log_{\frac{1}{2}} x$  (۳)

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$  (۲)

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-1)$  (۱)

اگر  $\log_{20} = 1/301$  باشد لگاریتم عدد  $\sqrt[5]{625x}\sqrt[3]{4}$  تقریباً کدام است؟

۰/۷۹۸۳ (۴)

۰/۷۳۹۸ (۳)

۰/۷۸۳۹ (۲)

۰/۷۳۸۹ (۱)

اگر  $x = \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{2}}$  باشد لگاریتم  $(x^3 - 3x)$  در پایه ۲ کدام است؟

\frac{۳}{۲} (۴)

\frac{۴}{۳} (۳)

\frac{۲}{۳} (۲)

\frac{۳}{۴} (۱)

اگر  $1 < a < 0$  باشد دو تابع  $y = a^x$  و  $y = \log_a x$  در چند نقطه و در کدام ناحیه متقطع‌اند؟

(۱) یک نقطه در ناحیه دوم

(۱) یک نقطه در ناحیه دوم

(۲) غیرمتقطع‌اند

(۳) دو نقطه در ناحیه اول

اگر  $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2 - \frac{8}{5}x\right) = -2$  باشد، یکی از مقادیر لگاریتم  $(x+1)(x+3)$  در مبنای  $\sqrt{2}$  کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

حاصل  $\log \frac{\sqrt{3}}{9}$  کدام است؟

-\frac{1}{4} (۴)

-\frac{2}{3} (۳)

-\frac{1}{3} (۲)

-\frac{1}{4} (۱)

۲۷۹ اگر  $x = \sqrt{2\sqrt{2} + \sqrt{6}} - \sqrt{2\sqrt{2} - \sqrt{6}}$  باشد، لگاریتم  $x$  در پایه ۲ کدام است؟

۳/۴ (۴)

۳/۲ (۳)

۴/۳ (۲)

۲/۳ (۱)

۲۸۰ نمودارهای دو تابع  $y = 2^x$ ,  $y = x^2$  در چند نقطه متقاطع‌اند؟

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴) متقاطع نیستند.

۲۸۱ اگر  $x = \frac{1}{2}(-3 + \sqrt{37})$  باشد، لگاریتم  $x^{x+3x+1}$  در پایه ۴ کدام است؟

۳/۲ (۴)

۲/۳ (۳)

۴/۳ (۲)

۱/۲ (۱)

۲۸۲ جواب معادله  $\log(x + \sqrt{x}) + \log(x - \sqrt{x}) + 2\log 4 = 0$  کدام است؟

 $\frac{-\sqrt{5}}{4}$  (۳) $\frac{\sqrt{5}}{4}$  (۲) $\frac{2+\sqrt{5}}{4}$  (۱)

۴) فاقد جواب

۲۸۳ جواب معادله  $\log(x^3 + 6x^2 + 12x + 9) = \log(x + 3) + 1$  است؟

۳۷ (۴)

۳۳ (۳)

۲۱ (۲)

است؟

۱۷ (۱)

۲۸۴ لگاریتم ۱۶ در پایه‌ی عدد  $x$  برابر  $\frac{4}{3}$  است، لگاریتم عدد  $x$  در پایه‌ی ۲ کدام است؟

۱/۴ (۴)

۳/۲ (۳)

۴/۳ (۲)

۲/۳ (۱)

۲۸۵ اگر  $\log_{\frac{1}{2}}(1-a)^a = 2\sqrt{2}$  حاصل  $\log_{\frac{1}{2}}(1-a)$  کدام است؟

۱/۲ (۴)

۱/۴ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

۲۸۶ حاصل  $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{\frac{1}{25}} + \log_{\frac{1}{9}}\sqrt[3]{\frac{1}{25}}$  کدام است؟

-۹/۴ (۴)

-۷/۴ (۳)

۹/۴ (۲)

۷/۴ (۱)

۲۸۷ مجموع جواب‌های معادله  $\log(\frac{4}{5} - x) = \log \frac{4}{5} - \log x$  کدام است؟

۶ (۴)

۹/۲ (۳)

۳ (۲)

۳/۲ (۱)

حاصل کدام است؟  $\log \frac{1}{\sqrt[3]{81}}$

-۲ (۴)

۲ (۳)

 $-\frac{3}{8}$  (۲) $\frac{3}{8}$  (۱)

جواب معادله  $\log(3x+1) = \log 5 + 3\log 2$  کدام است؟ ۲۸۹

۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

اگر به عدد  $A$ ، ۱۵ واحد اضافه شود، به لگاریتم آن در مبنای ۴، یک واحد اضافه می‌شود.  $A$  چه قدر است؟ ۲۹۰

۱۵ (۴)

۷/۵ (۳)

۵ (۲)

۱۰ (۱)

اگر  $\log_3 a = b$  و  $\log_2 b = a$  باشد، حاصل  $\log_5 \sqrt[5]{12}$  بر حسب  $a$  و  $b$  کدام است؟ ۲۹۱

 $\frac{a+b}{5}$  (۴) $\frac{2a+b}{5}$  (۳) $\frac{a+2b}{5}$  (۲) $\frac{1}{5}(2a-b)$  (۱)

جواب معادله  $\log_3(x+1) + \log_3(x^2 - x + 1) = 2$  کدام است؟ ۲۹۲

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

اگر  $x$  مضرب  $\frac{\pi}{2}$  نباشد، آنگاه  $\log_{\frac{1}{2}} \left| \frac{1}{\cos x} \right|$  ۲۹۳

- (۱) همواره منفی است.  
 (۲) ازای بعضی مقادیر  $x$  منفی است.  
 (۳) همواره بزرگتر از ۱ است.

حاصل عبارت  $\log_{x\sqrt[5]{x}} \sqrt[5]{x^2 \sqrt[7]{x}}$  ۲۹۴

 $\frac{5}{4}$  (۴) $\frac{7}{15} \log x$  (۳) $\frac{28}{75}$  (۲) $\frac{7}{12}$  (۱)

معادله  $\log_{\sqrt{5}} \sqrt{x} = (\sqrt{5})^x$  چند ریشه دارد؟ ۲۹۵

(۱) بی‌شمار ریشه دارد.

(۲) ریشه ندارد.

(۳) ۱ ریشه

(۴) ۲ ریشه

۲۹۶) اگر جمعیت به طور نمایی و با ضریب ثابت  $2\%$  در سال رشد کند پس از چند سال این جمعیت  $1/3$  برابر می شود؟  
 $(\text{Log } 31 = 1/49.2, \log 1/0.2 = 0/0086)$

۵۸ (۴)

۵۷ (۳)

۵۶ (۲)

۵۵ (۱)

۲۹۷) از معادله  $\text{Log}_r(x^2 - 1) = 1 + \text{Log}_r(x + 3)$  کدام است؟

- ۱ (۴)

 $\frac{3}{2}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲) $-\frac{1}{2}$  (۱)

۲۹۸) اگر  $\log \frac{125x + 0/27}{128}$  باشد، مقدار  $\text{Log}_3$  کدام است؟

۳/۶۳۵۳ (۴)

+۰/۵۷۸۷ (۳)

-۰/۵۷۸۷ (۲)

-۳/۶۳۵۳ (۱)

۲۹۹) اگر  $\log \sqrt[7]{12}$  باشد،  $\log 3 = 0/4771$  و  $\log 2 = 0/3010$  کدام است؟

۰/۳۶۵۷ (۴)

۰/۳۶۲۳ (۳)

۰/۳۶۱۳ (۲)

۰/۳۵۹۷ (۱)

۳۰۰) حاصل عبارت  $(\text{Log}_{21} 3)^2 + (\text{Log}_{21} 7)(\text{Log}_{21} 63)$  کدام است؟

 $\text{Log}_{\sqrt{7}} 3$  (۴) $\text{Log}_{\sqrt{7}} 7$  (۳)

۲ (۲)

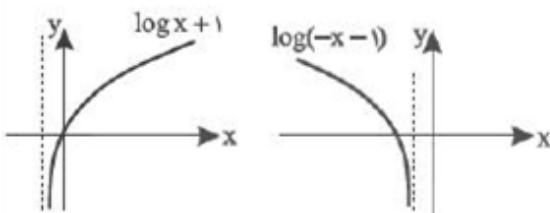
۱ (۱)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
دامنه تابع را پیدا می کنیم:

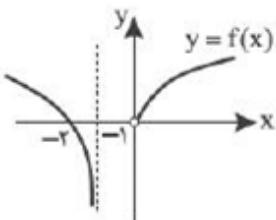
$$\begin{cases} x^{\gamma} + x > 0 \Rightarrow x(x+1) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0 \\ |x| > 0 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow D_f: x < -1 \text{ یا } x > 0$$

$$\log(x^{\gamma} + x) - \log|x| = \log\left(\frac{x^{\gamma} + x}{|x|}\right)$$

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow \log\left(\frac{x^{\gamma} + x}{x}\right) = \log(x+1) \\ x < -1 \Rightarrow \log\left(\frac{x^{\gamma} + x}{-x}\right) = \log(-x-1) \end{cases}$$



نمودار  $f(x)$  به شکل زیر است:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲

$$\left. \begin{array}{l} -x^2 + vx - 6 \geq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 6 \quad (\text{I}) \\ [x - 5] \neq 0 \Rightarrow [x] \neq 5 \Rightarrow x \notin [5, 6) \quad (\text{II}) \\ x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \quad (\text{III}) \\ x^2 - 4x + 18 \neq 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 6) \neq 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} x \neq 2 \\ x \neq 6 \end{array} \right. \quad (\text{IV}) \end{array} \right\}$$

از اشتراک چهار شرط فوق، دامنه تابع  $f$  به صورت  $\{1, 5\} \cup \{3\}$  درمی‌آید، بنابراین، داریم:

$$(a, b) - \{c\} = \{1, 5\} - \{3\} \Rightarrow a = 1, b = 5, c = 3 \Rightarrow a + b - c = 1 + 5 - 3 = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳

$$\begin{aligned} vx + b = 0 &\Rightarrow x = -\frac{b}{v} = -2 \Rightarrow b = 4 \\ f(0) = 0 &\Rightarrow 0 = a - \log_v 4 \Rightarrow a = v \\ f(6) = a - \log_v (12 + b) &= v - \log_v 16 = -2 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴

$$\begin{aligned} \log \frac{vx + v}{x + 3} &= \log(vx - 1) \Rightarrow \frac{vx + v}{x + 3} = vx - 1 \Rightarrow vx^2 + vx + v = vx^2 - x - 3 \\ \Rightarrow x &= 2 \Rightarrow \log_v(vx + 5) = \log_v 9 = 2 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵

$$\begin{aligned} \log_5 va &= \log_5 \frac{v}{va} = t \Rightarrow \begin{cases} va = 5^t \\ v = (va)^t = 5^t \times a^t \end{cases} \Rightarrow v = va \times a^t \Rightarrow 1 = a^{t+1} \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ t = -1 \end{cases} &\Rightarrow \log_5 va = -1 \Rightarrow va = 5^{-1} \Rightarrow a = \frac{1}{10} \\ a_1 + a_2 &= 1 + \frac{1}{10} = 11/10 \end{aligned}$$

پس:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log_2(x+2) - \log_2(x-2) = 2$$

$$\log_2 \frac{x+2}{x-2} = 2 \Rightarrow \frac{x+2}{x-2} = 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 0 \end{cases}$$

به ازای  $x = 4$  حداقل مقدار خواسته شده به دست می‌آید.

$$\log_2(x+4) = \log_2 4 = \frac{2}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به فرض سوال داریم:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} < \frac{125}{1000} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} < \frac{1}{8} \Rightarrow (2^{-1})^{2x+1} < 2^{-3}$$

$$2^{-2x-1} < 2^{-3} \Rightarrow -2x - 1 < -3 \Rightarrow 2x > 2 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x \in (1, +\infty)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

تابع  $f(x)$  از نقاط  $(1, 1)$  و  $(0, 0)$  می‌گذرد و دامنه آن  $(-2, +\infty)$  است، پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = \log_a(b+c) \quad (1) \\ 0 = \log_a(-b+c) \quad (2) \\ bx + c > 0 \xrightarrow{D_f = (-2, +\infty)} x > -\frac{c}{b}, b > 0 \Rightarrow -\frac{c}{b} = -2 \Rightarrow c = 2b \quad (3) \end{array} \right.$$

$$(1) \text{ و } (3) \Rightarrow 1 = \log_a^{\frac{r}{b}} \Rightarrow a = r^b \Rightarrow a = 3, c = 2 \Rightarrow a + b + c = 6$$

$$(2) \text{ و } (3) \Rightarrow 0 = \log_{r^b}^{\frac{b}{r}} \Rightarrow b = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 2x > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < 0$$

$$1 - \log_2(x^2 - 2x) \geq 0 \Rightarrow \log_2(x^2 - 2x) \leq 1 \Rightarrow x^2 - 2x \leq 2$$

$$x^2 - 2x - 2 \leq 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 2$$

$$D_f = [-1, 0) \cup (2, 2]$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$14 + \log_{\gamma}(\gamma x - 1) = 16 \Rightarrow \log_{\gamma}(\gamma x - 1) = 2 \Rightarrow \gamma x - 1 = 4 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \log_{\lambda}(\lambda x - 1) = \log_{\lambda}2 = \frac{2}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$\gamma^x \times 2 = \gamma^x \times \frac{1}{5} \Rightarrow \gamma^x = 10 \times \gamma^x$$

$$\begin{aligned} \log_{\gamma} \gamma^x &= \log_{\gamma}(10 \times \gamma^x) \Rightarrow x \log_{\gamma} \gamma = 1 + x \log_{\gamma} 2 \\ \Rightarrow x &= \frac{1}{\log_{\gamma} \gamma - \log_{\gamma} 2} = \frac{1}{2 - 2 \log_{\gamma} 2 - \log_{\gamma} 2} = \frac{1}{2 - 3 \log_{\gamma} 2} \\ \Rightarrow \frac{1}{x} &= 2 - 3 \log_{\gamma} 2 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$\log_{\gamma}(x+1) + \log_{\gamma}(x+4) = 2$$

$$\Rightarrow \log_{\gamma}(x+1)(x+4) = 2 \Rightarrow \log_{\gamma}(x^2 + 5x + 4) = 2$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 4 \Rightarrow x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x(x+5) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -5 \Rightarrow$$

با توجه به دامنهٔ تابع لگاریتم، باید  $x > 1$  و  $x > -4$  باشد، پس  $x = -5$  غیرقابل قبول است و در نتیجه فقط جواب  $x = 0$  قابل قبول است. پس معادله دارای یک جواب است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنید جرم این ماده از رابطهٔ  $m(t) = m_0 a^{\frac{t}{T}}$  به دست می‌آید. جرم اولیهٔ این

$$\frac{m}{2} = m_0 a^{\frac{30}{T}} \Rightarrow a^{\frac{30}{T}} = \frac{1}{2} \quad \text{ماده } m_0 \text{ است؛ پس از ۳۰ سال جرم آن } \frac{m}{2} \text{ است؛ پس:}$$

$$m = 12/8 : m_0 = 12/8 a^{\frac{30}{T}}$$

$$12/8 = 12 a^{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{1}{10} = a^{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{1}{10} = (a^{\frac{30}{T}})^{\frac{t}{30}} \Rightarrow \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{30}} = 2^{-\frac{t}{30}}$$

$$\Rightarrow -\frac{t}{30} = \log_{\frac{1}{10}} = -\log_{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\log_{\gamma} 2} \Rightarrow t = \frac{30}{\log_{\gamma} 2} = \frac{30}{0.3} = 100 \quad \text{سال}$$

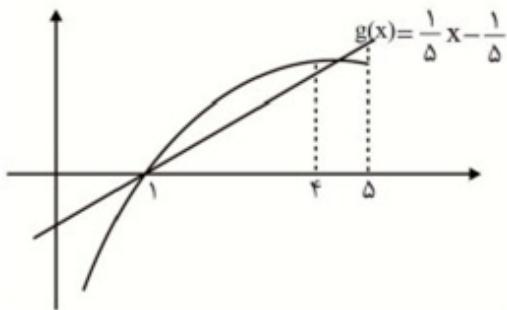
$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$\log_b a^m = m \log_b a$$

یادآوری: -۱

-۲

۱۴



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
چون زیر رادیکال می‌بایست بزرگتر یا مساوی صفر باشد،  
 $\log x - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} > 0$  پس با توجه به روش هندسی، داریم:  
 $\log 4 = 0.6020 > g(4) \Rightarrow 4 \in D_f$   
 $\log 5 = 1 - \log 2 = 0.6990 < g(5) \Rightarrow 5 \notin D_f$   
پس به ازاء ۴ و ۲، ۳، ۱  $x = 1$  یعنی ۴ عدد صحیح برقرار است.

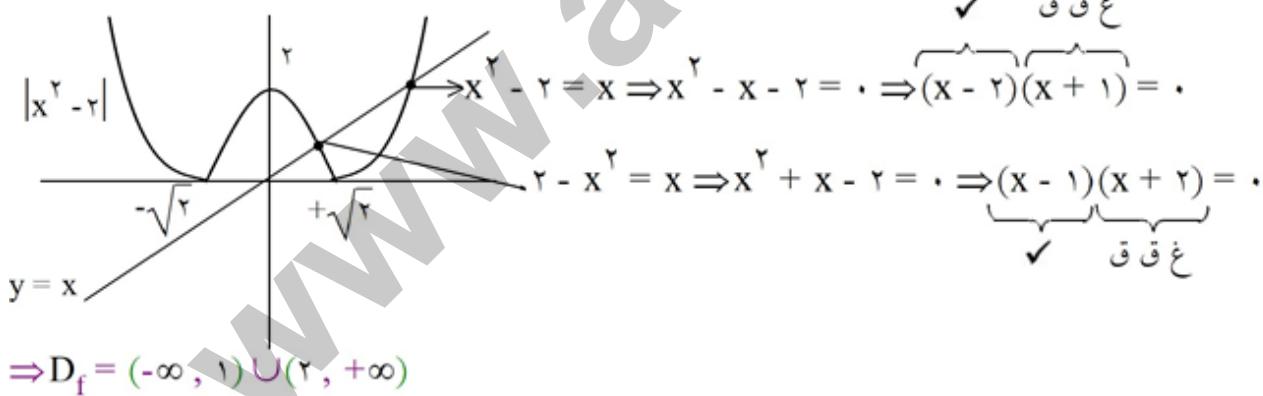
۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط به مختصات (۰، ۰)، (۱، ۱) و (۲، ۲) در ضابطهٔ تابع صدق می‌کنند:

$$\left\{ \begin{array}{l} (-1, 0) \Rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{-1}\right)^{-1} + b \Rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{1}\right)^{+1} + b \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a \quad (*) \\ (0, 1) \Rightarrow 1 = a\left(\frac{1}{0}\right)^0 + b \Rightarrow a + b = 1 \quad (***) \Rightarrow (*) , (***): \Rightarrow a - a = 1 \\ \Rightarrow a = 1, b = -a = -1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow f(x) = -1\left(\frac{1}{x}\right)^x + 1 \Rightarrow f(1) = -1\left(\frac{1}{1}\right)^1 + 1 = -1 + 1 = 0$$

$$|x^2 - 2| - x > 0 \Rightarrow |x^2 - 2| > x$$



۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log_x y - \log_y x = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

باید  $\log_x y = \frac{1}{A}$  را برابر  $\log_y x$  قرار دهیم:

$$A - \frac{1}{A} = 1 \Rightarrow A - 1 = A \Rightarrow A - A - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \Rightarrow \log_x y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \\ A = 1 \Rightarrow \log_x y = 1 \Rightarrow y = x^1 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\frac{\frac{x}{x}(1+3+9+27+81+243)}{\frac{x}{x}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1+2+4+8\right)} = 52 \Rightarrow \frac{\frac{x}{x}(243)}{\frac{x}{x}\left(\frac{63}{4}\right)} = 52 \Rightarrow \frac{\frac{x}{x}(7)}{\frac{x}{x}\left(\frac{63}{4}\right)} = 1 \Rightarrow \frac{\frac{x}{x} \times 28}{\frac{x}{x} \times 63} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{x}\right)^x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$f(x) = a + \log_2(bx - 4)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\begin{aligned} (2, 6) \in f &\Rightarrow 6 = a + \log_2(2b - 4) \\ (12, 10) \in f &\Rightarrow 10 = a + \log_2(12b - 4) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow 6 = a + \log_2(12b - 4) - \log_2(2b - 4) \\ \Rightarrow 6 = \log_2 \frac{12b - 4}{2b - 4} \Rightarrow \frac{12b - 4}{2b - 4} = 64 \Rightarrow 12b - 4 = 32b - 64 \Rightarrow 20b = 60 \Rightarrow b = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 10 = a + \log_2(12b - 4) - \log_2(2b - 4)$$

با جایگذاری  $b = 3$  در یکی از معادلات:

$$6 = a + \log_2(2b - 4) \xrightarrow{b=3} 6 = a + \log_2(2 \cdot 3 - 4) \Rightarrow a = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$\log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$$

$$\Rightarrow \log \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \log 2x - 5 \Rightarrow \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = 2x - 5 \Rightarrow (x^2 - x - 6) = (x - 3)(2x - 5)$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 = 2x^2 - 5x - 6x + 15 \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x - 7) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ یا } x = 7$$

با توجه به دامنه لگاریتمها  $x = 3$  قابل قبول نیست.

$$\log \sqrt[4]{x+1} = \log \sqrt[4]{8} = \log \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن نقطه تلاقی دو تابع، ضابطه آنها را مساوی قرار می‌دهیم: ۲۱

$$r^x = (\sqrt[4]{2})^{x+1} + 4 \Rightarrow r^x = \sqrt[4]{2} \times (\sqrt[4]{2})^{x+4} \xrightarrow{(\sqrt[4]{2})^x = t} t^r = \sqrt[4]{2}t + 4$$

$$\Rightarrow t^r - \sqrt[4]{2}t - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 2 - 4(1)(-4) = 18$$

$$\Rightarrow t = \frac{\sqrt[4]{2} + \sqrt{\sqrt[4]{2}}}{2} \Rightarrow t = \sqrt[4]{2} \text{ یا } t = 2\sqrt[4]{2} \xrightarrow{t > 0} t = 2\sqrt[4]{2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt[4]{2})^x = 2\sqrt[4]{2} \Rightarrow (\sqrt[4]{2})^x = (\sqrt[4]{2})^3 \Rightarrow x = 3 \xrightarrow{\text{نقطه تلاقی}} (3, 8)$$

فاصله نقطه  $(3, 8)$  از نقطه  $(0, 4)$ :

$$\sqrt{(3-0)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $\log a + \log b = \log ab$ ، پس: ۲۲

$$\log(x+1)(2x-1) = \log(4x+1); x \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x - x - 2 = 4x + 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$x > \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (x+1)(2x-3) = 0 \xrightarrow{2x-3=0} 2x+5=8$$

باید  $\log_4^8$  را بیابیم. آن را مساوی  $a$  فرض می‌کنیم، پس:

$$a = \log_4^8 \Rightarrow 4^a = 2^3 \Rightarrow 4a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\log_4^8 = \log_{\frac{1}{2}}^2 = \frac{3}{2} \log_{\frac{1}{2}}^2 = \frac{3}{2}$$

در این صورت داریم:  $\log_b^m a^n = \frac{m}{n} \log_b a$ : توجه:

$$f(x) = a \cdot b^x$$

$$f(0) = \frac{3}{2} \Rightarrow a \cdot b^0 = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$f(-2) = \frac{3}{32} \Rightarrow ab^{-2} = \frac{3}{32} \Rightarrow \frac{3}{2} \times b^{-2} = \frac{3}{32}$$

$$\Rightarrow b^{-2} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16} \Rightarrow b^2 = 16 \xrightarrow{b > 0} b = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2} \times (4)^x$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \times 4^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times \sqrt{4^3} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن نقطه‌ی تلاقی باید معادله‌ی حاصل از تساوی دو ضابطه را حل کنیم: ۲۴

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x} = 3^x + \frac{8}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^x + \frac{8}{3}$$

با فرض  $t = 3^x$ , معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$\frac{1}{t} = t + \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{1}{t} = \frac{3t + 8}{3} \Rightarrow 3 = 3t^2 + 8t$$

$$\Rightarrow 3t^2 + 8t - 3 = 0 \Rightarrow (t+3)(3t-1) = 0 \xrightarrow{t > 0} t = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3^x = 3^{-1} \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} = 3$$

بنابراین  $A(-1, 3)$  نقطه‌ی تلاقی دو نمودار است. فاصله‌ی این نقطه تا  $B(1, -1)$  برابر ۲ است.

$$1 + \log_2 10 = \log_2 2 + \log_2 10 = \log_2 20 = \frac{\log_{10} 20}{\log 2}$$

$$1 + \log_3 10 = \log_3 3 + \log_3 10 = \log_3 30 = \frac{\log_{10} 30}{\log 3}$$

$$1 + \log_5 6 = \log_5 5 + \log_5 6 = \log_5 30 = \frac{\log_{10} 30}{\log 5}$$

$$A = \frac{\log 2}{\log 20} + \frac{\log 3}{\log 20} + \frac{\log 5}{\log 20} = \frac{\log 2 + \log 3 + \log 5}{\log 20}$$

$$= \frac{\log(2 \times 3 \times 5)}{\log 20} = \frac{\log 30}{\log 20} = 1$$

$$B = \left[ \log_3^{52} \right] \Rightarrow 27 < 52 < 81 \Rightarrow 3^3 < 52 < 3^4$$

$$\Rightarrow \log_3^3 < \log_3^{52} < \log_3^{3^4} \Rightarrow 3 < \log_3^{52} < 4$$

$$\Rightarrow \left[ \log_3^{52} \right] = [3/\dots] = 3 \Rightarrow a + b = 1 + 3 = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون نمودار تابع  $f$  از دو نقطه‌ی  $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  و  $B(1, 1)$  می‌گذرد، پس باید

مختصات این دو نقطه در معادله‌ی تابع  $f$  صدق کند. یعنی داریم:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow ab^{-\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}\sqrt{b} \quad (1)$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow ab - 1 = 1 \Rightarrow ab = 2 \xrightarrow{(1)} \frac{1}{2}\sqrt{b}b = 2 \Rightarrow b\sqrt{b} = 4 \Rightarrow b^{\frac{3}{2}} = 4$$

$$\Rightarrow b = \sqrt[3]{64} = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \times \sqrt{4} = 2 \Rightarrow f(x) = 2 \times 4^x - 1 \Rightarrow f(-1) = 2 \times 4^{-1} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط به عرض ۳ و ۱۲ را روی خط می‌یابیم:

$$\begin{aligned} 3 &= 9x + 3 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow A(0, 3) \\ 12 &= 9x + 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow B(1, 12) \end{aligned}$$

نقاط A و B روی تابع f نیز قرار دارند، پس:

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(1) = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^0 b = 3 \\ a \left(\frac{1}{2}\right)^b = 12 \end{cases} \Rightarrow 3 \left(\frac{1}{2}\right)^b = 12$$

$$3^{-b} = 2^6 \Rightarrow b = -2$$

در این صورت  $f^{-1}(192) = t$  اگر  $f(x) = 3 \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x}$ , آنگاه:

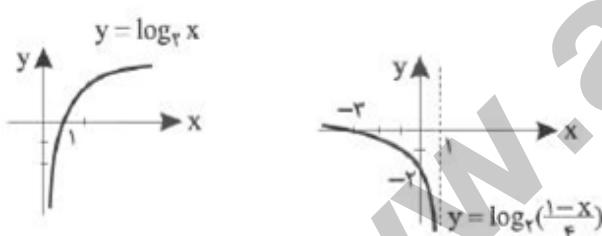
$$f(t) = 192 \Rightarrow 3 \left(\frac{1}{2}\right)^{-2t} = 192 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-2t} = 64 \Rightarrow 2^{2t} = 2^6 \Rightarrow t = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه تابع وارون را به صورت زیر پیدا می‌کنیم:

$$y = 1 - 2^{x+1} \Rightarrow 2^{x+1} = 1 - y \Rightarrow 2^x \times 2^1 = 1 - y$$

$$\Rightarrow 2^x = \frac{1-y}{2} \Rightarrow x = \log_2 \left( \frac{1-y}{2} \right) \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2 \left( \frac{1-x}{2} \right)$$

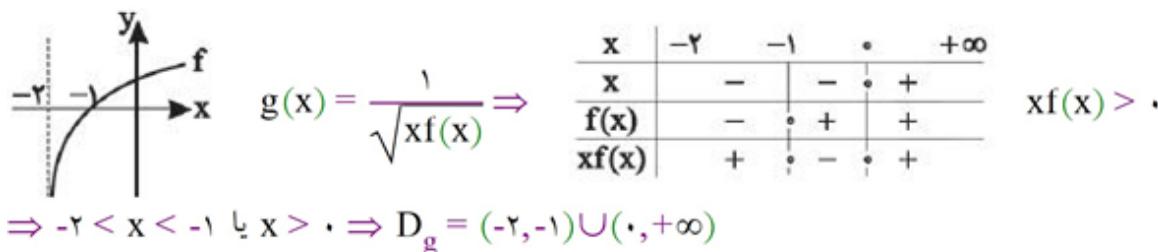
با توجه به نمودار تابع  $y = \log_2 \left( \frac{1-x}{2} \right)$ , نمودار تابع



با توجه به نمودار فوق، مشخص می‌شود که نمودار تابع  $f^{-1}$  از ناحیه اول محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

۲۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$  را رسم می‌کنیم:



۳۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از طرفین معادله لگاریتم به پایه ۱۰ می‌گیریم.

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{2}}^{1-x} &= \log_{10}^x \Rightarrow (1-x)\log_{\frac{1}{2}} = x\log_{10} \\ \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} - x\log_{\frac{1}{2}} &= x\log_{10} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} = x\log_{10} - x\log_{\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow x &= \frac{\log_{\frac{1}{2}}}{\log_{10} - \log_{\frac{1}{2}}} = \frac{\log_{\frac{1}{2}}}{\log_{10} - \log_{10}} = \frac{\log_{\frac{1}{2}}}{\log_{10}} = \log_{10}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

۳۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

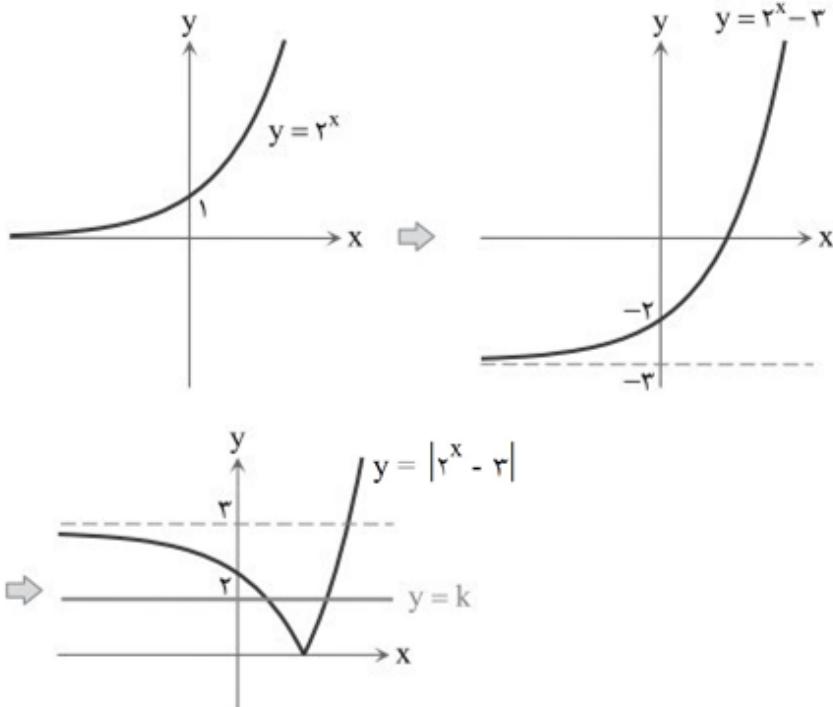
$$\begin{aligned} 2^x &= t \Rightarrow t^2 + 2t = 12t \Rightarrow t^2 - 10t + 2t = 0 \\ \Rightarrow (t-2)(t-4) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \Rightarrow x=1 \\ \text{یا} \\ t=4 \Rightarrow x=2 \end{cases} \Rightarrow 1 \times 2 = 2 \end{aligned}$$

۳۲

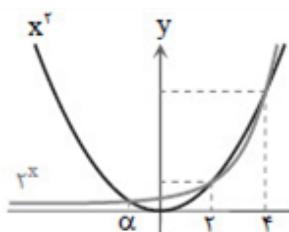
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 10^x &= t \Rightarrow \frac{t-1}{t} = \frac{t^2 - 1}{t^2 + 1} = \frac{2}{10} \Rightarrow t^2 = 10 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2}{10}} \Rightarrow x = \log_{10} \sqrt{\frac{2}{10}} \\ \Rightarrow x &= \frac{1}{2} \log_{10} \frac{2}{10} = \frac{1}{2} \log_{10} \frac{10}{100} = \frac{1}{2} (\log_{10} 10 - \log_{10} 100) \Rightarrow \frac{1}{2} (1/10 - 1) = -0.045 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار تابع  $y = |2^x - 3|$  را از طریق انتقال رسم می‌کنیم:



حال اگر خط  $y = k$  قطع دهیم، فقط در صورتی با نمودار تابع، دارای دو نقطه تلاقی خواهد بود که  $3 < k < 0$  باشد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. صفرهای تابع  $f$  همان طول نقاط برخورد دو منحنی  $x^2$

و  $2^x$  است. نمودار این تابع را رسم می‌کنیم.

نقاط  $2 = x$  و  $4 = x$  دو تا از نقاط برخوردنند. نقطه‌ی برخورد دیگر  $x = \alpha$  است

که بین  $0$  و  $-1$  است. (دقت کنید در  $x = -1$  نمودار  $x^2$  بالاتر از  $2^x$  است). پس  $[\alpha] + [\beta] + [\gamma] = [\alpha] + [2] + [4] = -1 + 2 + 4 = 5$  است.

$$5x - 20 > 0 \Rightarrow x > 4 \quad ①$$

$$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \quad ②$$

$$\text{Log}(5x - 20) - \text{Log}(x - 2) \geq 0 \Rightarrow \text{Log}(5x - 20) \geq \text{Log}(x - 2)$$

$$\Rightarrow 5x - 20 \geq x - 2 \Rightarrow 4x \geq 18 \Rightarrow x \geq \frac{9}{2} \quad ③$$

اشترک  
①, ②, ③  $\longrightarrow x \geq \frac{9}{2} \Rightarrow D_f = [\frac{9}{2}, +\infty)$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مقادیر داده شده، جملات ابتدایی یک دنباله‌ی حسابی هستند، پس داریم: ۳۶

$$2 \text{Log}_{18}^{\frac{x}{2}} = \text{Log}_{18}^3 + \text{Log}_{18}^6 \Rightarrow \text{Log}_{18}^{\frac{x^2}{2}} = \text{Log}_{18}^{3+6} \Rightarrow \text{Log}_{18}^{\frac{x^2}{2}} = \text{Log}_{18}^{18}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{18}^{\frac{x^2}{2}} = 1 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \pm \sqrt{18}$$

با توجه به دامنه‌ی تابع لگاریتمی، مقدار  $x = -\sqrt{18}$  غیرقابل قبول است و فقط  $x = \sqrt{18}$  قابل قبول خواهد بود.

$$\text{Log}_{\frac{9}{27}}^{\frac{27}{9}} = \text{Log}_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \text{Log}_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

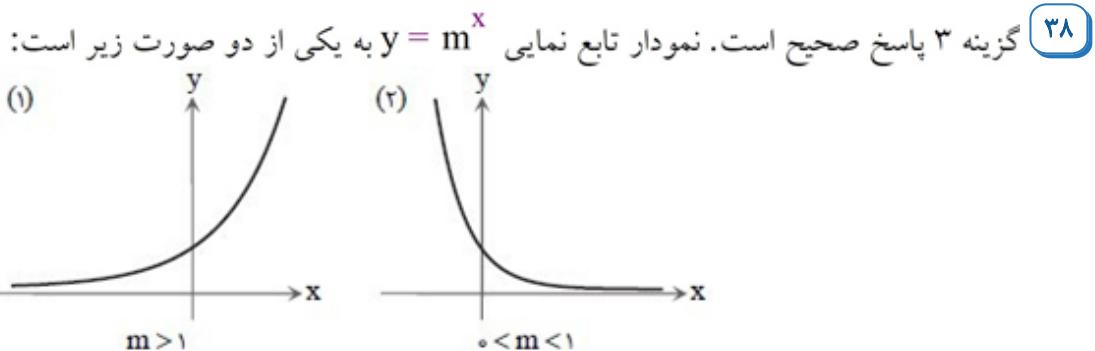
پس داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$\text{Log}_{\frac{9a}{a^3}}^{\frac{a}{3}} = 4 \xrightarrow{\text{طبق تعریف لگاریتم}} (\frac{a}{9a^3})^4 = \frac{a}{9a^3} \Rightarrow 9^8 \times a^{12} = 9a \Rightarrow a^{11} = \frac{1}{9^7}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt[11]{\frac{1}{9^7}} \Rightarrow a = 9^{-\frac{7}{11}} \Rightarrow \text{Log}_{\frac{9^{\frac{7}{11}}}{9}}^{\sqrt[11]{9a}} = \text{Log}_{\frac{9^{\frac{7}{11}}}{9}}^{\sqrt[11]{9^8 \times 9^{\frac{7}{11}}}} = \text{Log}_{\frac{9^{\frac{7}{11}}}{9}}^{\frac{1}{2} \times 9^{-\frac{7}{11}}}$$

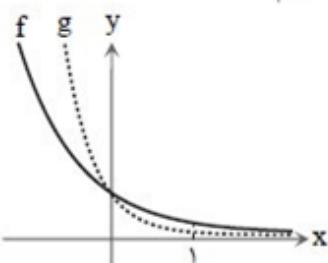
$$= \text{Log}_{\frac{9^{\frac{7}{11}}}{9}}^{\frac{1}{22}} = \frac{1}{3} \times \frac{-7}{22} \times \text{Log}_{\frac{9}{3}}^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{22}$$



$$\begin{cases} \cdot < a < 1 \\ \cdot < \frac{1}{b} < 1 \Rightarrow b > 1 \end{cases}$$

نمودار توابع  $y = \left(\frac{1}{b}\right)^x$  و  $y = a^x$  به صورت ۲ است؛ پس:

پس گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست‌اند. در مقایسه‌ی این نمودارها با هم، با توجه به شکل زیر داریم:



$$f(1) > g(1) \Rightarrow a^1 > b^{-1} \xrightarrow{x=b} ab > 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۹

می‌دانیم  $\log_2^x$  برابر  $x$  می‌باشد، پس ضابطه تابع  $y = x + 3 - 3$  است. با توجه به دامنه داریم:

$$\log_2^x \Rightarrow x > 0 \Rightarrow x + 3 > 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۰

$$a^x > 5 \xrightarrow{x=0} 5 \times a^0 > 5 \xrightarrow{+b} 5 \times a^0 + b > 5 \xrightarrow{y>1} b = 1$$

$$(-1, 11) \Rightarrow f(-1) = 11 \Rightarrow 5 \times a^{-1} + 1 = 11 \Rightarrow \frac{5}{a} = 10 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$$

$$f^{-1}(321) = k \Rightarrow f(k) = 321 \Rightarrow 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^k + 1 = 321 \Rightarrow 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^k = 320$$

$$\Rightarrow 2^{-k} = 64 \Rightarrow 2^{-k} = 2^6 \Rightarrow k = -6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$a^x > \cdot \xrightarrow{x \neq 0} \forall x a^x > \cdot \xrightarrow{+b} \forall x a^x + b > b \xrightarrow{y > -2} b = -2$$

$$(-1, 1) \Rightarrow f(-1) = 1 \Rightarrow \forall x a^{-1} - 2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = 12 \Rightarrow 12a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow f(x) = \forall x \left(\frac{1}{12}\right)^x - 2$$

$$f^{-1}(322) = k \Rightarrow f(k) = 322 \Rightarrow \forall x \left(\frac{1}{12}\right)^k - 2 = 322 \Rightarrow \forall x \left(\frac{1}{12}\right)^k = 324 \Rightarrow \left(\frac{1}{12}\right)^k = 18$$

$$\Rightarrow r^{-k} = r^4 \Rightarrow k = -4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۲

$$\log_{128} 32 = \log_{\sqrt[3]{2}} 2^5 = \frac{1}{3} \left( \log_2 2 + \log_2 5 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left( 1 + 2 \times \frac{1}{\log_2 5} \right) = \frac{1}{3} \left( 1 + 2 \times \frac{1}{a} \right) = \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{2}{a} \right) = \frac{1 + 2/a}{3}$$

۴۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): نادرست است زیرا دامنه هر دو تابع  $f$  و  $g$  برابر  $\mathbb{R}$  است ولی برد این دو تابع با هم برابر نیست.

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}, R_f = (0, +\infty)$$

$$g(x) = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow D_g = \mathbb{R}, R_g = [0, +\infty)$$

یعنی عدد صفر در برد تابع  $g$  قرار دارد ولی در برد تابع  $f$  نیست.

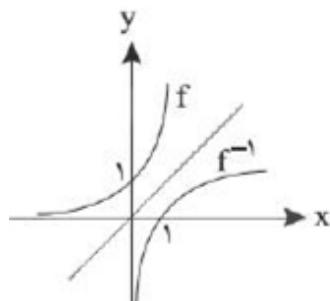
گزینه (۲): نادرست است زیرا:

$$4^x = 3^{x^2 - 4x} \Rightarrow 3^{2x} = 3^{x^2 - 4x} \Rightarrow 2x = x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 6$$

بنابراین معادله دارای دو جواب حقیقی است.

گزینه (۳): نادرست است زیرا ضابطه معکوس تابع  $f(x) = 2^x$  به صورت  $f^{-1}(x) = \log_2 x$  است و این دو تابع

با یکدیگر تلاقی ندارند.



گزینه (۴): صحیح است زیرا:

$$\log_{\frac{1}{2}} 1 = -\log_2 1 \Rightarrow 2 < 3 < 4$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 1 < \log_{\frac{1}{2}} 3 < \log_{\frac{1}{2}} 4 \Rightarrow 1 < \log_{\frac{1}{2}} 3 < 2 \Rightarrow -2 < -\log_{\frac{1}{2}} 3 < -1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$f(3) = 4 \Rightarrow 2 + \log_{\frac{1}{5}}(3+a) = 4 \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}}(3+a) = 2 \Rightarrow 3+a = 5^2 \Rightarrow a = 22$$

$$f(-2) = (-2)^2 + \log_{\frac{1}{2}}(-8+2) = -8+2 = -6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$f(-2) = (-2)^2 + \log_{\frac{1}{2}}(-2+18) = 4+4=8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۶

$$f(8) = 2(8) + \log_{\frac{1}{3}}9 = 24+2=26$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۸

$$\begin{aligned} \text{Log}(x+1) + \text{Log}(x+5) &= \text{Log} 21 \Rightarrow \text{Log}(x^2 + 6x + 5) = \text{Log} 21 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 21 \\ \Rightarrow x^2 + 6x - 16 &= 0 \Rightarrow (x-2)(x+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -8 \end{cases} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۹

$$\text{Log}_{\frac{125}{625}} = \text{Log}_{\frac{5}{5}} = \frac{3}{4} \text{Log}_{\frac{5}{5}} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۰

$$\begin{aligned} \text{Log}\sqrt{48} &= \frac{1}{2}\text{Log}48 = \frac{1}{2}(\text{Log}16 + \text{Log}3) = \frac{1}{2}(4\text{Log}2 + \text{Log}3) \\ &= \frac{1}{2}(4 \times 0/3 + 0/48) = 0/84 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دامنه تابع  $y = 2\text{Log}x$  برابر  $(0, +\infty)$  است، پس در تمام گزینه‌ها اول دامنه‌ها را حساب می‌کنیم. ۵۱

$x^2 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{0\}$  برابر نیست.

$$\frac{1}{\sqrt{x}} > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 0 \Rightarrow x > 0$$

گزینه (۱):

گزینه (۲):

حالا بررسی می‌کنیم که ضابطه تابع در گزینه (۲) برابر ضابطه تابع  $y = 2\text{Log}x$  هست یا نه.

$$-4\text{Log}\frac{1}{\sqrt{x}} = -4\text{Log}x^{-\frac{1}{2}} = -4\left(-\frac{1}{2}\right)\text{Log}x = 2\text{Log}x$$

پس تابع  $y = -4\text{Log}\frac{1}{\sqrt{x}}$  با تابع  $y = 2\text{Log}x$  برابر است.

$$\frac{x^2 - x}{x - 1} = \frac{x(x-1)}{x-1} > 0 \Rightarrow x > 1, x \neq 1$$

$$\frac{x^2}{x} > 0 \Rightarrow x > 0$$

گزینه (۳):

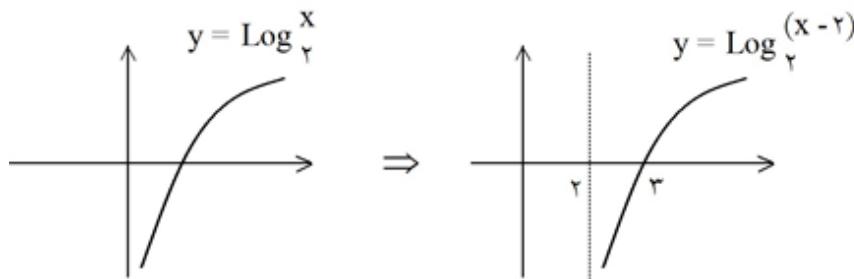
گزینه (۴):

برابر ضابطه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$y = \text{Log}\frac{x^2}{x} = \text{Log}x$$

ضابطه گزینه (۴) با  $y = 2\text{Log}x$  برابر نیست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۲



$$\frac{1 - \log_2^5}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{\log_2^5} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۳

$$\log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{4}} = \log_{\frac{2}{3}}^{\frac{2}{3}} = \log_{\frac{2}{3}}^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} = \frac{4}{21}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۴

$$\begin{aligned} \log(x-1) + \log(x+1) &= \log 4 \Rightarrow \log(x-1)(x+1) = \log 4 \\ \Rightarrow x^2 - 1 &= 4 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 & \text{ق} \text{ق} \\ x = -3 & \text{غ} \text{ق} \text{ق} \end{cases} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$\begin{aligned} f(1) = g(1) &\Rightarrow 2 - 2^A + B = 1 \Rightarrow A + B = 1 \quad (1) \\ f(2) = g(2) &\Rightarrow 2 - 2^{2A} + B = 4 - 2^2 + 1 \Rightarrow \\ 2^{2A} + B &= 2 + 6 \Rightarrow 2A + B = 3 \quad (2) \end{aligned}$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را در یک دستگاه دو معادله، دو مجهول حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} A + B = 1 \\ 2A + B = 3 \end{cases} \rightarrow A = 2, B = -1 \Rightarrow f(x) = 2 - 2^{2x-1}$$

$$\Rightarrow f(0) = 2 - 2^{-1} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۶

$$\log_{18}^4 = \frac{\log_2^4}{\log_2^{18}} = \frac{2 \log_2^2}{2 \log_2^3 + \log_2^2} = \frac{\frac{10}{8}}{2 + \frac{5}{8}} = \frac{10}{21} = \frac{5}{7}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۸

$$f(x) = \log_{\gamma}^{(x+1)} \Rightarrow x+1 = \gamma^y \Rightarrow x = \gamma^y - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \gamma^x - 1$$

$$x(\gamma^x - 1) > 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \text{ و } \gamma^x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \\ x \leq 0 \text{ و } \gamma^x - 1 \leq 0 \Rightarrow x \leq 0 \end{cases}$$

پس دامنه برابر  $\mathbb{R}$  است.

۵۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار نسبت به  $\gamma^x$ ، ۱ واحد پایین رفته است، پس  $a = -1$  می‌شود.

$$f(x) = \gamma^{x-b} - 1 \Rightarrow f(0) = 3 \Rightarrow \gamma^{-b} - 1 = 3 \Rightarrow \gamma^{-b} = 4 = \gamma^2 \Rightarrow b = -2$$

بنابراین ۱ از  $f(x) = \gamma^{x+2} - 1$  است. حاصل  $f^{-1}(b^2) = f^{-1}(4)$  را برابر ۴ قرار دهیم:

$$f(x) = 4 \Rightarrow \gamma^{x+2} - 1 = 4 \Rightarrow \gamma^{x+2} = 5 \Rightarrow x+2 = \log_{\gamma}^5$$

$$\Rightarrow x = \log_{\gamma}^5 - 2 = \log_{\gamma}^5 - \log_{\gamma}^4 = \log_{\gamma}^{\frac{5}{4}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۰

$$\log \frac{\gamma - 1}{\gamma x + \gamma} = 1 - \log x = \log \frac{10}{x} \Rightarrow \gamma^{\gamma} - x = \gamma x + \gamma$$

$$\Rightarrow \gamma^{\gamma} - \gamma x - \gamma = 0 \Rightarrow (x-5)(\gamma^{\gamma} + 5x + \gamma) = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow \log_{\gamma}^{(5x+\gamma)} = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق الگوی زیر:

$$\cdot \leq \log_{10}^N < 1 \rightarrow 1 = \left\lceil \log_{10}^N \right\rceil + 1$$

$$1 \leq \log_{10}^N < 2 \rightarrow 2 = \left\lceil \log_{10}^N \right\rceil + 1$$

$$2 \leq \log_{10}^N < 3 \rightarrow 3 = \left\lceil \log_{10}^N \right\rceil + 1$$

$$10^{n-1} \leq \log_{10}^N < 10^n \rightarrow n = \left\lceil \log_{10}^N \right\rceil + 1$$

کروشه علامت جزء صحیح است، بنابراین:

$$\log_{10}^{100} = 100 \log_{10}^1 = 100 \times 0/8451 = 84/51$$

$$= [84/51] + 1 = 84 + 1 = 85$$

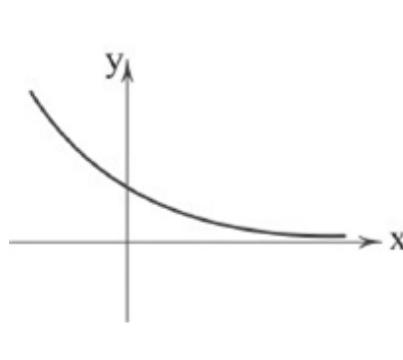
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در تابع  $f(x) = 3^x + b$  انتقال نمودار تابع  $3^x$  در راستای محور  $y$  را نشان می‌دهد. پس با توجه به نمودار تابع  $f$ ،  $b$  باید برابر ۲ باشد، بنابراین داریم:

$$f(x) = 3^{x-a} + 2 \xrightarrow{f(0) = 5} f(0) = 3^{-a} + 2 = 5 \Rightarrow 3^{-a} = 3 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = 3^{x+1} + 2 \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 3^2 + 2 = 29 \\ f(-2) = 3^{-1} + 2 = \frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow f(2) + f(-2) = 29 + \frac{7}{3}$$

$$= \frac{87 + 7}{3} = \frac{94}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی تابع را ساده می‌کنیم:



$$\begin{aligned}
 y &= \frac{(3^x)^x + 3^x \times 3}{(3^x)^x \times 3^x + 3^x \times 3^{1/5}} = \frac{3^x \times 3^x + 3^x \times 3}{3^x \times 3^x \times 3^x \times 3^{1/5} \times 3^x \times (3^2)^{1/5}} \\
 &= \frac{3^x (3^x + 3)}{3^x \times 3^2 (3^x + 3)} = \frac{3^x}{3^x \times 9} = \frac{1}{9} \times \left(\frac{1}{3}\right)^x
 \end{aligned}$$

رسم نمودار

پس نمودار تابع از دو ناحیه از نواحی مختصات می‌گذرد.

۶۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع  $y = 3^x$  صعودی بوده و نیمساز ربع اول و سوم را قطع نمی‌کند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که انرژی آزاد شده در یک زلزله با قدرت  $M$  ریشتر، از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید. برای هر دو حالت داریم:

$$\begin{cases} \log E_1 = 11/8 + 1/5M_1 \quad (*) \\ \log E_2 = 11/8 + 1/5M_2 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = 1000 \cdot E_1} \log 1000 \cdot E_1 = 11/8 + 1/5M_2$$

$$\Rightarrow \log 1000 + \log E_1 = 11/8 + 1/5M_2 \xrightarrow{(*)} 3 + (11/8 + 1/5M_1) = 11/8 + 1/5M_2$$

$$\Rightarrow 3 = 1/5(M_2 - M_1) \Rightarrow M_2 - M_1 = 15$$

بنابراین قدرت زلزله باید ۱۵ ریشتر افزایش یابد.

۶۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون  $a^{-x} = 3$  واحد به پایین آمده و چون از مبدأ مختصات می‌گذرد داریم:

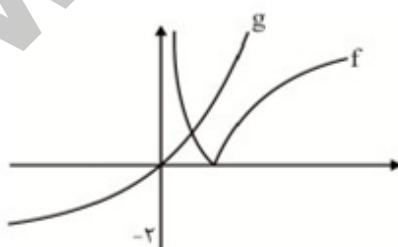
$$3 = 2^b \Rightarrow b = \log_2 3 \Rightarrow ab = -3 \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 \frac{1}{27}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x < \frac{3}{4} &\Rightarrow x^2 + x - \frac{3}{4} < 0 \\ \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) &< 0 \Rightarrow -\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2} \\ \Rightarrow [x] \in \{-2, -1, 0\} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \frac{12x - 21}{x^2 - 3} &= 2 \Rightarrow \frac{12x - 21}{x^2 - 3} = 2^2 = 4 \\ \Rightarrow 4x^2 - 12 &= 12x - 21 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ \log \frac{\sqrt{5}}{x^2 + 13} &= 2 \quad \log \frac{25}{5} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 = t &\Rightarrow x = \sqrt{t} \Rightarrow \left| \log \frac{\sqrt{t}}{3} \right| = 5^t - 1 \\ \left| \log \frac{t}{3} \right| &= 2 \times 5^t - 2 \end{aligned}$$

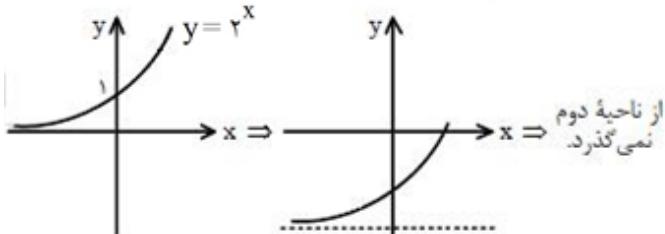
کافی است تعداد نقاط برخورد دو تابع  $g(x) = 2 \times 5^x$  و  $f(x) = \left| \log \frac{x}{3} \right|$  را به دست آوریم. پس یک ریشه دارد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه  $f(x)$  را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{(2^x)^2 - 2^x - 2}{2^x + 1} = \frac{(2^x - 2)(2^x + 1)}{2^x + 1} = 2^x - 2$$

بنابراین کافی است نمودار  $y = 2^x$  را دو واحد به سمت  $y$  های منفی ببریم:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از طرفین تساوی در پایه ۳ لگاریتم می‌گیریم:

$$\log_3(x^6 - \log_3 x) = \log_3 243 \Rightarrow (6 - \log_3 x) \log_3 x = 5$$

اگر  $\log_3 x = A$  باشد، داریم:

$$(6 - A)A = 5 \Rightarrow A^2 - 6A + 5 = 0$$

مجموع جواب‌های معادله برابر است با:

$$A_1 + A_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 6 \Rightarrow \log_3(x_1 x_2) = 6 \Rightarrow x_1 x_2 = 3^6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_3 2 = a \Rightarrow \frac{\log 2}{\log 3} = a \Rightarrow \log 2 = a \log 3$$

$$\frac{\log 2 + 3 \log 3}{\log 5 - 1} = \frac{2(a \log 3) + 3 \log 3}{1 - \log 2 - 1} = \frac{\log 3(2a + 3)}{-\log 2}$$

$$= \frac{\log 3(2a + 3)}{-a \log 3} = \frac{2a + 3}{-a} = -2 - \frac{3}{a}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا از طرفین معادله لگاریتم می‌گیریم:

$$\log(x+1) \log(x+1) = \log(100(x+1))$$

$$\Rightarrow \log(x+1) \log(x+1) = \log 100 + \log(x+1)$$

با فرض  $\log(x+1) = t$  داریم:

$$t^2 = t + t \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow \log(x+1) = 2 \Rightarrow x+1 = 10^2 \Rightarrow x = 99 \\ t = -1 \Rightarrow \log(x+1) = -1 \Rightarrow x+1 = \frac{1}{10} \Rightarrow x = -\frac{9}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{99}{\left| -\frac{9}{10} \right|} = \frac{99}{\frac{9}{10}} = 110$$

۷۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را ساده می کنیم:

$$\log x = \log 10 + \log(\sqrt{3})^2 - \log 60 \Rightarrow \log x = \log 10 + \log 3 - \log 60$$

$$\Rightarrow \log x = \log 3 - \log 60 \Rightarrow \log x = \log \frac{3}{60} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

حال  $x = \frac{1}{2}$  به ازای  $\log_2 x$  برابر است با:

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1$$

۷۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{3} - \log_{\sqrt{2}} 2 - \frac{1}{3} \log_{\sqrt{2}} 2 - \log_{\sqrt{2}} 2 = \frac{1}{3} \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2}$$

است، بنابراین حاصل عبارت بالا برابر  $\frac{1}{3}$  می شود. می دانیم  $\log_a x = X$

۷۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با فرض  $f(x) = c^x$  داریم:

$$\begin{cases} f(-2) = \frac{1}{8} \Rightarrow c^{-2} = \frac{1}{8} \Rightarrow c^{a-2} = 1 \Rightarrow a-2 = 0 \Rightarrow a = 2, c = 2\sqrt{2} \\ f(a) = 8 \Rightarrow c^a = 8 \end{cases}$$

در این صورت  $f(x) = (2\sqrt{2})^x$  و داریم:

$$b = f(1) = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۷۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میزان دارو از رابطه  $f(t) = ka^t$  به دست می آید که در آن  $k$  مقدار اولیه است.

$$f(1) = ka = 0.9k \Rightarrow a = 0.9$$

پس:

$$f(t) = k(0.9)^t \Rightarrow k \cdot k(0.9)^3 = 27/1 \Rightarrow k(1 - (0.9)^3) = 27/1 \Rightarrow k = 100 \text{ mg}$$

۷۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = \log_{\frac{1}{4}} 96, b = \log_{\frac{1}{6}} 144$$

$$\text{عبارت} = \frac{1}{\log_{\frac{1}{4}} 96 - \log_{\frac{1}{4}} 4} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{6}} 144 - \log_{\frac{1}{6}} 6} = \frac{1}{\log_{\frac{1}{4}} 24} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{6}} 24}$$

$$= \log_{24} 4 + \log_{24} 6 = \log_{24} 24 = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۹

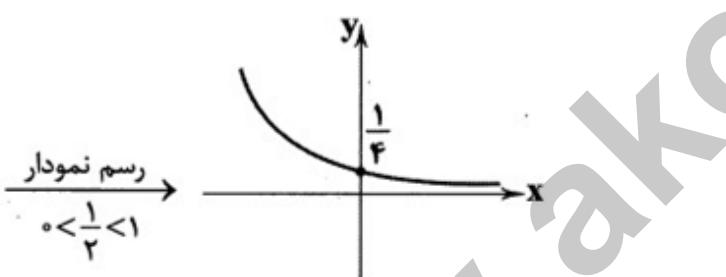
$$\begin{aligned} \log \frac{m-2}{x} &= \log(2m-x) \Rightarrow \frac{m-2}{x} = 2m-x \\ \Rightarrow x^2 - 2mx + (m-2) &= 0 \xrightarrow{\text{دو ریشه حقیقی}} \Delta > 0 \\ \Rightarrow 4m^2 - 4(m-2) &= 4(m^2 - m + 2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m \in \mathbb{R} \\ \text{شرط دامنه: } m-2 &> 0 \Rightarrow m > 2 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸۰

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x^3 + 2) = 3 \Rightarrow 2x^3 + 2 = 2^3 \Rightarrow 2x^3 = 2^4 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی تابع را کمی ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} y &= \frac{2^x + 2^{-x}}{2^{3x} + 2^{-3x} + 1} \xrightarrow{2^x = 2^{-x}} y = \frac{2^{2x} + 2^{-2x}}{2^{3x} \times 2^2 + 2^{-3x} \times 2^2} \\ &= \frac{2^x (2^x + 1)}{2^x \cdot 2^{-x} (2^x + 1)} \Rightarrow y = \frac{2^x}{2^x \cdot 2^{-x}} = \frac{1}{2^x} = \frac{1}{2^{x+2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} \end{aligned}$$



پس نمودار این تابع از ربع‌های اول و دوم می‌گذرد، یعنی دو ناحیه.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۲

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2+3x} &= \frac{25}{9} \xrightarrow{\frac{25}{9} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}} \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2+3x} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \\ \Rightarrow x^2 + 3x &= -2 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) = 0 \\ \Rightarrow x &= -1, -2 \Rightarrow \text{معادله دو ریشه دارد.} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸۳

$$\log(x+y) + \log(x^r - xy + y^r) = \log 10$$

$$\Rightarrow \log(x+y)(x^r - xy + y^r) = \log 10 \Rightarrow (x+y)(x^r - xy + y^r) = 10 \quad (1)$$

$$\log(x^r + y^r) - \log(5 + xy) = 0$$

$$\Rightarrow \log(x^r + y^r) = \log(5 + xy) \Rightarrow x^r + y^r = 5 + xy \Rightarrow x^r - xy + y^r = 5 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow x + y = 2$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt[5]{x+y}} = \log_{\sqrt[5]{2}} = \log_{\sqrt[5]{5}} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۴

$$y = -1 + \log_b(\frac{rx+a}{b})$$

$$D_f = \left( \frac{1}{r}, +\infty \right) \Rightarrow r \left( \frac{1}{r} \right) + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$f(r) = 0 \Rightarrow -1 + \log_b(r(r) + (-1)) = 0 \Rightarrow \log_b r = 1$$

$$b = r \Rightarrow y = -1 + \log_r(rx - 1) = 1 \Rightarrow \log_r(rx - 1) = 2 \Rightarrow rx - 1 = r^2 \Rightarrow x = 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸۵

$$(\cdot/\tau)^{rx-1} = \left( \frac{125}{8} \right)^{rx} \Rightarrow (\cdot/\tau)^{rx-1} = \left( \frac{8}{125} \right)^{-rx} \Rightarrow (\cdot/\tau)^{rx-1} = \left( \left( \frac{2}{5} \right)^r \right)^{-x}$$

$$\Rightarrow (\cdot/\tau)^{rx-1} = (\cdot/\tau)^{-3rx} \Rightarrow rx - 1 = -3rx \Rightarrow rx^2 + rx - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{غیر ممکن شود. (منفی نیست.)}$$

$$\log_{\frac{1}{8}}(9x+1) = \log_{\frac{1}{8}}\frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸۶

$$f(x) = -x + \left(\frac{1}{x}\right)^{Ax+B}$$

$$g(x) = x^y - x$$

$$f(1) = g(1) \Rightarrow -x + \left(\frac{1}{x}\right)^{Ax+B} = x \Rightarrow x^{-A-B} = x^1 \Rightarrow -A - B = 1$$

$$f(2) = g(2) \Rightarrow -x + \left(\frac{1}{x}\right)^{Ax+B} = x \Rightarrow x^{-A-B} = x^2 \Rightarrow -A - B = 2 \Rightarrow -A = 1$$

$$\Rightarrow A = -1, B = -1$$

$$f(x) = -x + \left(\frac{1}{x}\right)^{-x} \Rightarrow f(3) = -x + \left(\frac{1}{x}\right)^{-3} = -x + 1 = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون تابع نمایی است، بنابراین باید ضریب  $x$  صفر باشد:

۸۷

$$m^y + m - x = 0 \Rightarrow (m-1)(m+2) = 0 \Rightarrow m = 1, -2$$

$$m = 1 \Rightarrow f(x) = \left(\frac{1-3}{1-5}\right)^x = \left(\frac{2}{4}\right)^x \Rightarrow f(-1) = 2$$

$$m = -2 \Rightarrow f(x) = \left(\frac{-2-3}{-2-5}\right)^x = \left(\frac{5}{7}\right)^x \Rightarrow f(-1) = \frac{5}{7}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸۸

$$\log_5(4 \times 5) = \log_5 5 + 2 \log_5 2 = 1 + 2\left(\frac{1}{2/5}\right) = 1/8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸۹

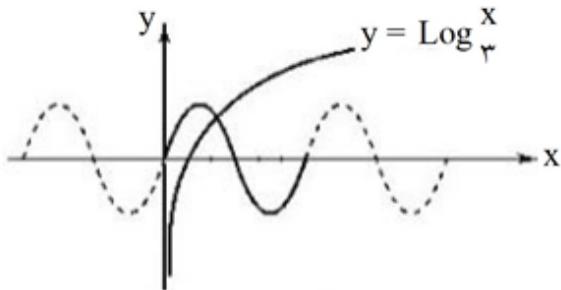
نقاط تلاقی  $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  و  $B\left(\frac{3}{2}, 2\right)$  است. در معادله  $y = 2^{ax+b}$  قرار می‌دهیم.

$$\left(2^{a+b} = \frac{1}{2}, 2^{3a+b} = 2\right) \Rightarrow (a+b = -1, 3a+b = 1)$$

در نتیجه:  $a+b = -1$

۹۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن تعداد نقاط برخورد، نمودار دوتابع  $\log_3^x$  و  $\sin x$  را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و تعداد نقاطی که دو تابع یکدیگر را قطع نموده‌اند، می‌شماریم.



لازم به توضیح است که برای  $x > 1$ ,  $\log_3^x > \sin x$  می‌باشد به همین دلیل نمودار  $\log_3^x$  و  $\sin x$  فقط در یک نقطه متقارع‌اند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹۱

$$\begin{aligned} \log E_1 &= 11/8 + 1/5 \times 7/6 \\ \log E_2 &= 11/8 + 1/5 \times n \Rightarrow \log E_1 - \log E_2 = 1/5(7/6 - n) \\ \Rightarrow \log \frac{E_1}{E_2} &= 1/5(7/6 - n) \Rightarrow 3 = 1/5(7/6 - n) \Rightarrow n = 5/6 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۲

$$\begin{aligned} (1.1)^x &= (1.2)^{-x} \Rightarrow 1.1^{-x} = \sqrt{1.2} \Rightarrow -x = \frac{1}{\ln(1.2)} \\ x &= -\frac{1}{\ln(1.2)} = -0.25 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به انتقال عرضی تابع،  $a = 1$  است، پس داریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 + 2^x + k, f(0) = 2 \Rightarrow 1 + 2^0 + k = 2 \Rightarrow k = 0 \\ \Rightarrow f(x) &= 1 + 2^x \Rightarrow f(3) = 1 + 2^3 = 9 \\ f^{-1}(5) &= b \Rightarrow f(b) = 5 \Rightarrow 1 + 2^b = 5 \Rightarrow b = 2 \\ \Rightarrow f(3) + f^{-1}(5) &= 9 + 2 = 11 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۴

$$\left| 4^x - 3 \right| - 2 = 1 \Rightarrow \left| 4^x - 3 \right| - 2 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \left| 4^x - 3 \right| = 3 \text{ یا } \left| 4^x - 3 \right| = 1$$

$$\left| 4^x - 3 \right| = 3 \Rightarrow 4^x - 3 = \pm 3 \Rightarrow 4^x = 0 \text{ یا } 4^x = 6$$

ممکن نیست  $4^x$  برابر صفر شود. از  $4^x = 6$  نتیجه می‌شود  $x = \log_4 6$

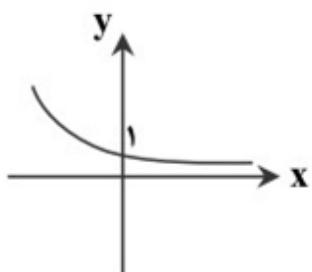
$$\left| 4^x - 3 \right| = 1 \Rightarrow 4^x - 3 = \pm 1 \Rightarrow 4^x = 4 \text{ یا } 4^x = 2 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = \frac{1}{2}$$

پس معادله ۳ جواب دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۵

نکته: تابع  $f$  در یک بازه اکیداً نزولی می‌گوییم اگر برای هر دو مقدار  $a$  و  $b$  در این بازه که  $a < b$ ،  $f(a) > f(b)$ . در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره به پایین خواهیم رفت.

تابع  $y = \left(\frac{1}{x}\right)^x$  یک تابع اکیداً نزولی است، زیرا نمودار آن به شکل زیر است. پس اگر قرار باشد نمودار  $f(x)$  بالاتر از  $f\left(\frac{1}{x}\right)$  باشد، داریم:



$$f(x) > f\left(\frac{1}{x}\right) \xrightarrow{\text{اکیدا نزولی}} x < \frac{1}{x}$$

با توجه به علامت  $x$  داریم:

$$\begin{cases} x > 0 : x < \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1 & \xrightarrow{\text{با توجه به شرایط}} 0 < x < 1 \\ x < 0 : x < \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases} & \xrightarrow{\text{با توجه به شرط}} x < -1 \end{cases}$$

بنابراین جواب نهایی به صورت  $(0, 1) \cup (-\infty, -1)$  است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹۶

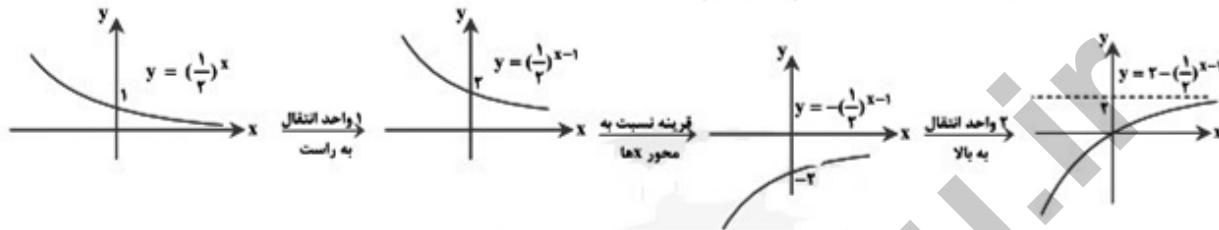
نکته: برای رسم نمودار  $y = f(x) + k$ , اگر  $y = f(x)$  کافی است نمودار تابع  $f(x)$  را واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای  $y = f(x) + k$  این انتقال به سمت پایین انجام می‌شود.

نکته: برای رسم نمودار  $y = f(x) - k$ , اگر  $y = f(x)$  کافی است نمودار تابع  $f(x)$  را واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای  $y = f(x) - k$ , این انتقال به اندازه‌ی  $|k|$  واحد به سمت راست انجام می‌شود.

نکته: اگر عرض نقاط تابع  $y = f(x)$  را قرینه کنیم، نقاط تابع  $y = -f(x)$  به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع  $y = -f(x)$  قرینه‌ی نمودار تابع  $y = f(x)$  نسبت به محور  $x$  است.

نکته: اگر طول نقاط تابع  $y = f(x)$  را قرینه کنیم، نقاط تابع  $y = f(-x)$  به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع  $y = f(-x)$  قرینه‌ی نمودار تابع  $y = f(x)$  نسبت به محور  $y$  است.

مطابق نکات، نمودار را مرحله به مرحله رسم می‌کنیم:



بنابراین مطابق شکل، نمودار این تابع از ناحیه‌ی دوم و چهارم نمی‌گذرد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بزرگی زلزله اول را  $M_1$  ریشه‌تر و انرژی آزاد شده را  $E_1$  و بزرگی زلزله دوم را  $M_2$  ریشه‌تر و انرژی آزاد شده در آن را  $E_2$  در نظر می‌گیریم. داریم:

$$M_1 = M_2 + 4 \Rightarrow M_1 - M_2 = 4$$

$$\begin{aligned} \text{Log } E_1 &= 11/8 + 1/5 M_1 \\ \text{Log } E_2 &= 11/8 + 1/5 M_2 \end{aligned} \Rightarrow \text{Log } E_1 - \text{Log } E_2 = 1/5(M_1 - M_2)$$

$$\Rightarrow \text{Log} \left( \frac{E_1}{E_2} \right) = 1/5 \times 4 \Rightarrow \text{Log} \left( \frac{E_1}{E_2} \right) = 6 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^6 \Rightarrow E_1 = 10^6 E_2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۸

$$\text{Log } x^2 z + \text{Log } y^2 z + \text{Log } xy^2 z = 14 + 6 + 4 \Rightarrow \text{Log } x^2 y^2 z^2 = 24$$

$$\xrightarrow{\text{xyz} > 0} \text{Log } xyz = 6 \Rightarrow xyz = 10^6$$

$$\frac{1}{\text{Log } x^2 y^2 z^2} = \frac{1}{\text{Log } \frac{5}{10^6} + \text{Log } \frac{5}{10^6}} = \frac{1}{\frac{1}{10^6}} = \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۹

$$a_n = \log_2 \left( 1 - \frac{1}{n+4} \right) = \log_2 \left( \frac{n+4-1}{n+4} \right) = \log_2(n+3) - \log_2(n+4)$$

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12} &= \cancel{\log_2 5} - \cancel{\log_2 6} + \cancel{\log_2 7} - \cancel{\log_2 8} + \cancel{\log_2 9} - \dots + \cancel{\log_2 14} - \cancel{\log_2 15} \\ &= \log_2 4 - \log_2 15 = 2 - 4 = -2 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

$$a_n = \log_2 \left( 1 - \frac{1}{n+8} \right) = \log_2 \left( \frac{n+8-1}{n+8} \right) = \log_2 \left( \frac{n+7}{n+8} \right) = \log_2(n+6) - \log_2(n+8)$$

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12} &= \cancel{\log_2 9} - \cancel{\log_2 10} + \cancel{\log_2 11} - \cancel{\log_2 12} + \cancel{\log_2 13} - \dots + \cancel{\log_2 17} \\ &\quad - \log_2 18 = \log_2 8 - \log_2 18 = 3 - 4 = -1 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در هر مرحله  $\frac{1}{3}$  آب مرحله قبل باقی ماند. ۱۰۱

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n < 1 - \frac{1}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n > \frac{1}{9} \Rightarrow n > \frac{\log 9}{\log 3 - \log 2} = \frac{0.96}{0.48 - 0.3} = \frac{96}{18} \approx 5.33 \quad \text{پس:}$$

$$n \geq 6 \quad \text{پس} \quad n \geq 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۲

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{25}{4}\right)^{2-3x} \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^{-4+6x}$$

$$x = 6x - 4 \quad \text{پس} \quad x = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰۳

$$\text{محور } x \text{ را قطع کند باید } \bullet = y \Rightarrow \bullet = -\left(\frac{x}{2} - 1\right) + 4$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} - 1 = 4 \Rightarrow \frac{x}{2} - 1 = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow A(6, \bullet)$$

$$\text{محور } y \text{ را قطع کند باید } \bullet = x \Rightarrow y = -\left(\frac{\bullet}{2} - 1\right) + 4 = -\frac{1}{2} + 4 = 2/5 \Rightarrow B(\bullet, 2/5)$$

$$\begin{cases} A(6, \bullet) \\ B(\bullet, 2/5) \end{cases} \Rightarrow M \begin{cases} \frac{6 + \bullet}{2} = 3 \\ \frac{\bullet + 2/5}{2} = 1/75 \end{cases}$$

فاصله نقطه  $C(0, -2/25)$  تا نقطه  $M(3, 1/75)$  را به دست می‌آوریم:

$$MC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (1/75 + 2/25)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۴

$$\log_{\sqrt[4]{2}}\left(\log_{\sqrt[4]{2}}\left(\log_{\sqrt[4]{2}}x\right)\right) = 3 = \lambda$$

$$\log_{\sqrt[4]{2}}\left(\log_{\sqrt[4]{2}}\left(\log_{\sqrt[4]{2}}x\right)\right) = (\sqrt[4]{2})^\lambda = 16 \Rightarrow \log_{\sqrt[4]{2}}x = (\sqrt[4]{2})^{16} = 16$$

$$x = (\sqrt[4]{2})^{16} = 4$$

$$\log_{\sqrt[4]{2}}\left(4 + 2\sqrt[4]{2}\right) = \log_{\sqrt[4]{2}}\frac{1}{2} = \lambda$$

در نتیجه:

بنابراین:

$$\log_{\sqrt{3}}x + \frac{1}{\sqrt{3}}\log_{\sqrt{3}}\frac{3}{x} = \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow \log_{\sqrt{3}}x + \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\log_{\sqrt{3}}x} = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\left(\log_{\sqrt{3}}x\right)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{\log_{\sqrt{3}}x} = \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}\left(\log_{\sqrt{3}}x\right)^2 + 1 = 3\log_{\sqrt{3}}x$$

$$\sqrt{3}\left(\log_{\sqrt{3}}x\right)^2 - 3\log_{\sqrt{3}}x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log_{\sqrt{3}}x = 1 \Rightarrow x = \sqrt{3} = x' \\ \log_{\sqrt{3}}x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{3} = x'' \end{cases}$$

$$(x'')^{x'} = (\sqrt[3]{3})^{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$x - x^2 > 0 \Rightarrow x(1 - x) > 0 \Rightarrow 0 < x < 1$$

$$x - x^2 \neq 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 \neq 0, (\Delta < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد})$$

$$0 < x - x^2 < 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 > 0 \Rightarrow (\Delta < 0, a = 1 > 0)$$

$$D_f = (0, 1)$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۷

$$\frac{1}{\log_x} + \frac{1}{\log_x} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{\log_x} + \frac{1}{\log_x} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{A} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{1+1}{A} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} A = \frac{2}{4} A$$

فرض:  $\log_x^X = A$

در نتیجه:

$$A^2 - 2A + 1 = 0 \Rightarrow (A - 1)(A - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 = \log_x^X \\ A = 2 = \log_x^X \end{cases}$$

$$\log_x^X = 1 \Rightarrow x = 2^1 = 2, \log_x^X = 2 \Rightarrow x = 2^2 = 4$$

$$2 + 4 = 6$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{x-1}$  در نتیجه  $x > 1$  است پس  $x < +\infty$  یا به صورت بازه  $(-\infty, +\infty)$  است. ۱۰۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض:  $\log_2 2x = A$  ۱۰۹

$$\frac{(\log_2 2x)^2 + 2}{\log_2 2x} = 2 \Rightarrow (\log_2 2x)^2 + 2 = 2 \log_2 2x$$

$$A^2 - 2A + 1 = 0 \Rightarrow (A - 1)(A - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ A = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2^1 = 2 \Rightarrow x = 1 \\ \log_2 2x = 2 \Rightarrow 2x = 2^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$$

$$\log_{x_1} 1 + \log_{x_2} 1 = \log_1 1 + \log_2 1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

در نتیجه:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱۰

$$y = 1 \cdot \frac{x - 1 + \sqrt[x]{x} + \sqrt[x]{x}}{x - 1 + \sqrt[x]{x} - 1} = 1 \cdot \left(\sqrt[x]{x - 1}\right)^2$$

$$\text{Log}_{\sqrt[3]{x}} y = \left(\sqrt[3]{x - 1}\right)^2 \Rightarrow \sqrt[3]{x - 1} = \sqrt[3]{\text{Log}_{\sqrt[3]{x}} y}$$

$$\sqrt[3]{x} = 1 + \sqrt[3]{\text{Log} y} \Rightarrow x = \left(1 + \sqrt[3]{\text{Log} y}\right)^3$$

$$y = f^{-1}(x) = \left(\sqrt[3]{\text{Log} x} + 1\right)^3$$

در نتیجه:

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱۱

$$\sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{y} = 16 \Rightarrow \sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{y} = 2^4 \Rightarrow \sqrt[3]{x+y} = 2^4 \Rightarrow x+y = 2^4 \quad (1)$$

$$\text{Log}_{\sqrt[3]{2}}(x-y) = 3 \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt[3]{2}}(x-y) + \text{Log}_{\sqrt[3]{2}}y = 3$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{\sqrt[3]{2}}(x-y) = 3 \Rightarrow x-y = \sqrt[3]{2^3} = 2 \Rightarrow x-y = 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{با حل ۱ و ۲ داریم}} x = 3, y = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt[3]{2}} \frac{x}{y} = \text{Log}_{\sqrt[3]{2}} \frac{3}{\frac{1}{3}} = \text{Log}_{\sqrt[3]{2}} 9 = -1 - (-1) = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جمعیت با گذشت هر سال به  $\frac{1}{99}$  مقدار قبلی کاهش می‌یابد. ۱۱۲

$$f(n) = f_1 \times \left(\frac{1}{99}\right)^n, \quad f(n) = \frac{f_1}{2^n} \Rightarrow n = ? \Rightarrow \frac{f_1}{2^n} = f_1 \times \left(\frac{1}{99}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{2^n} = \left(\frac{1}{99}\right)^n$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{99}} \frac{1}{2} = n \Rightarrow n = \frac{\text{Log}\left(\frac{1}{2}\right)}{\text{Log}\left(\frac{1}{99}\right)} = \frac{-\text{Log} 2}{\text{Log} 99 - \text{Log} 100} = \underbrace{\frac{-0.3}{1/990 - 2}}_{-0.005} = 6,$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۱۳

$$y = \text{Log} \frac{x-2}{x} \quad \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

$$D_f = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

بررسی گزینه‌ها:

$$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \Rightarrow D = (2, +\infty) \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} > 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) - \{-2\} \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$\frac{1}{2} \text{Log} \left( \frac{x-2}{x} \right)^2 = \text{Log} \left| \frac{x-2}{x} \right| \Rightarrow x \neq 0, x \neq 2 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{0, 2\} \quad \text{گزینه ۳:}$$

$$\text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}} \Rightarrow \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 2, x = 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) \quad \text{گزینه ۴:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵ درصد از باد قایق کم می‌شود بنابراین ۹۵ درصد از باد قایق باقی می‌ماند.

$$\cdot / ۹۵a, (\cdot / ۹۵)^2 a, (\cdot / ۹۵)^3 a, \dots \Rightarrow \underbrace{(\cdot / ۹۵)^n a}_{\text{باد باقیمانده پس از } n \text{ روز}} = \frac{1}{2} a$$

باد باقیمانده پس از  $n$  روز

$$\left(\frac{19}{20}\right)^n = \frac{1}{2} \Rightarrow n = \frac{\log \frac{1}{2}}{\log \frac{19}{20}} = \frac{-\log 2}{\log 19 - \log 20} = \frac{-\log 2}{\log 19 - \log 2 - 1} = \frac{-0.301}{0.287 - 0.301 - 1}$$

$$= \frac{-0.301}{-0.014} = \frac{301}{14} \Rightarrow n = 21.5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

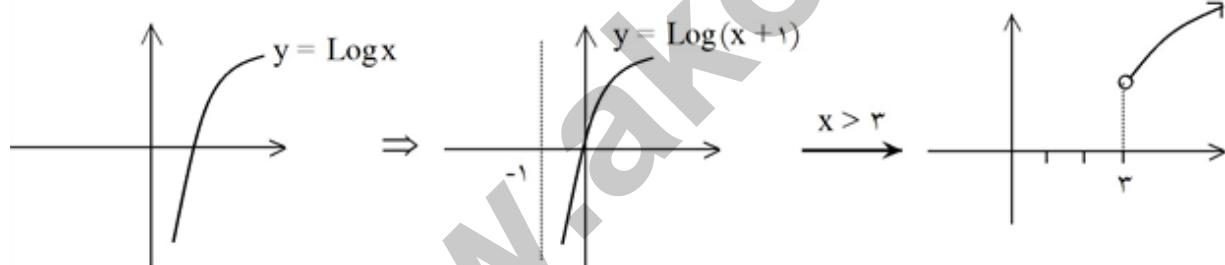
$$x^2 - 2x - 3 > 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 3 \quad (1)$$

$$x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3 \quad (2)$$

$$\stackrel{(1) \cap (2)}{\longrightarrow} D = (3, +\infty)$$

$$y = \log(x^2 - 2x - 3) - \log(x - 3) = \log \frac{(x^2 - 2x - 3)}{(x - 3)} = \log \frac{(x - 3)(x + 1)}{(x - 3)}$$

$$\Rightarrow y = \log(x + 1)$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_x(x - 2) + \log_x(x - 24) = \log_x 23 \Rightarrow \log_x \frac{(x - 2)(x - 24)}{x} = \log_x 23$$

$$\Rightarrow x^2 - 26x + 48 = 23 \Rightarrow x^2 - 26x + 25 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 25) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{غیر قابل} \\ x = 25 & \text{قابل} \end{cases}$$

$$\log_{\sqrt{2}}(x+2) = \log_{\sqrt{2}}\sqrt{2} = \log_{\sqrt{2}}\frac{2}{\sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}}\frac{2}{2} = \log_{\sqrt{2}}1 = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x - \log_{\sqrt{2}}x = 2 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}x = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow f(x - \log_{\sqrt{2}}x) = \frac{2^{\frac{x}{\sqrt{2}}+1}}{5^{\frac{x}{\sqrt{2}}+1}} \Rightarrow f(2) = \frac{4}{125} = \frac{1}{125}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱۸

$$\gamma + \log_{\alpha}^{(x-1)} = \gamma \Rightarrow \log_{\alpha}^{(x-1)} = 1 \Rightarrow x-1 = \alpha \Rightarrow x = \alpha$$

$$x = \alpha \Rightarrow f(\gamma + \log_{\alpha}^{\alpha}) = \log_{\alpha}^{\alpha} \Rightarrow f(\gamma) = \log_{\alpha}^{\alpha} = \gamma$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۱۹

$$y = \gamma^{\frac{x-1}{\gamma}} + 1 \Rightarrow y-1 = \gamma^{\frac{x-1}{\gamma}} \Rightarrow \log_{\gamma}^{(y-1)} = \frac{x-1}{\gamma} \Rightarrow \gamma \log_{\gamma}^{(y-1)} = x-1$$

$$\Rightarrow x = \gamma \log_{\gamma}^{(y-1)} + 1 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \gamma \log_{\gamma}^{(x-1)} + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \gamma \log_{\gamma}^{(x-1)} + 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲۰

$$\sqrt{v^x - vx} = \gamma \Rightarrow v^x - vx = \log_v^{\gamma} \Rightarrow v^x - vx - \log_v^{\gamma} = 0$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \gamma \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\log_v^{\gamma} \end{cases}$$

$$\alpha + \beta - \alpha\beta = \gamma + \log_v^{\gamma} = \log_v^{49} + \log_v^{\gamma} = \log_v^{98}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲۱

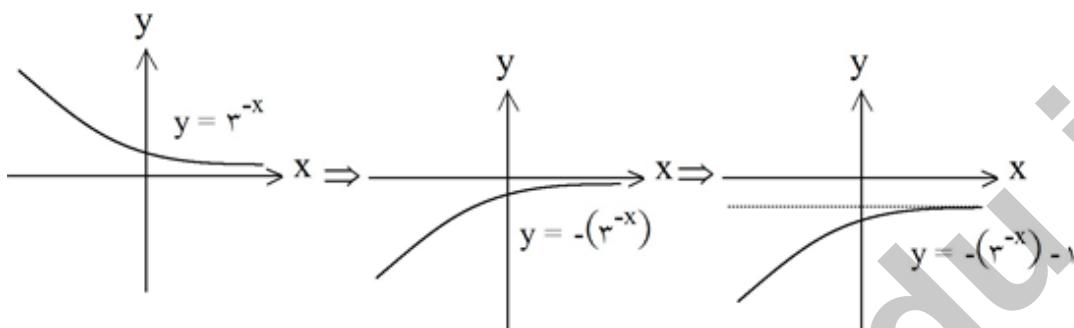
$$\begin{aligned} \log E &= 11/8 + 1/5 \times 5 = 19/3 \Rightarrow E = 10^{19/3} \Rightarrow E = 10^{19} \times 10^{0/3} = 10^{19} \times 10^0 \\ &= 10^{19} \times 1 = 10^{19} \end{aligned}$$

$$y = -\left(\log_{10}^{-x}\right) \Rightarrow -1 = -\left(\log_{10}\left(10^{-x}\right)\right) \Rightarrow -1 = -\left(\frac{1}{x}\log_{10}10^{-x}\right)$$

$$= -\left(\frac{\log_{10}10^{-x}}{x}\right) \Rightarrow y = -\left(\frac{\log_{10}10^{-x}}{x}\right) + 1$$

می‌دانیم  $\log_a b = b$  است.

حال برای رسم  $y = -\left(\frac{\log_{10}10^{-x}}{x}\right) + 1$ , باید ابتدا نمودار  $y = 10^{-x}$ ، نسبت به محور  $x$  ها قرینه شود و بعد از آن، یک واحد به سمت پایین منتقل شود:



۱۲۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله‌ی لگاریتمی داده شده را با استفاده از خواص لگاریتمی ساده می‌کنیم:

$$\log_x(3x-1) + \log_x(x+1) = 2 \Rightarrow \log_x(3x-1)(x+1) = 2 \Rightarrow \log_x(3x^2 + 3x - x - 1) = 2$$

$$= 2 \xrightarrow{\text{تعريف لگاریتم}} 3x^2 + 2x - 1 = x^2 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x = 1$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + x = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\log_2\left(x^2 + x + \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{(1)} \log_2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = \log_2\frac{1}{2} = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \times 1 = 2$$

۱۲۴

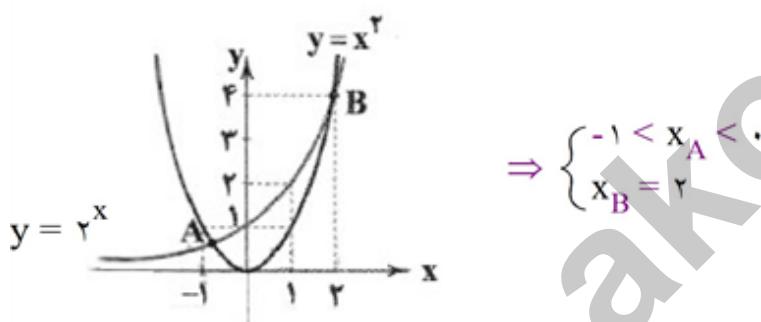
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف لگاریتم و خواص آن داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} e^a = 2 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \log_e 2 = a \\ e^b = 5 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \log_e 5 = b \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \log_{e^{ab}} = \frac{\log_e 40}{\log_e 20} &= \frac{\log_e (8 \times 5)}{\log_e (4 \times 5)} = \frac{\log_e 8 + \log_e 5}{\log_e 4 + \log_e 5} = \frac{\log_e 2^3 + \log_e 5}{\log_e 2^2 + \log_e 5} \\ &= \frac{3 \log_e 2 + \log_e 5}{2 \log_e 2 + \log_e 5} \quad (*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_e 3 &= \log_e \frac{e^b}{e^a} = \log_e e^b - \log_e e^a \xrightarrow{(1)} 1 - a \\ \Rightarrow \log_{e^{ab}} &\xrightarrow{(*)} \frac{3(a) + (b)}{(1 - a) + 2(b)} = \frac{3a + b}{1 - a + 2b} \end{aligned}$$

از طرفی داریم:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲۵

$$\begin{aligned} (\cdot / 2)^{rx - 1} &= 5^{x+2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{rx - 1} = 5^{x+2} \Rightarrow 1 - rx = x + 2 \Rightarrow 1 - rx = x + 2 \\ \Rightarrow 1 - 2 &= x + rx \Rightarrow rx = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{r} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲۶

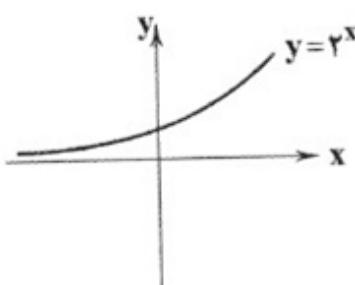
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt[2]{2}} = 2^{-\sqrt{2}}$$

$$2) 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$3) 1 = 2^0$$

$$4) (2/25)^{1/5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{1/5} = (2^{-5})^{1/5} = 2^{-1/4}$$



با توجه به نمودار، تابع  $y = 2^x$  افزایشی است و در نتیجه داریم:

$$2^{-\sqrt{2}} < 2^{-1/4} < 2^{-1/2} < 2^0 \Rightarrow 2^{-\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt[2]{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$E = 6/4 \times 10^{23} = 64 \times 10^{22} = 2^6 \times 10^{22} \xrightarrow{\text{Log } 2 = 0/3 \Rightarrow 2 = 10^{0/3}}$$

$$E = (10^{0/3})^6 \times 10^{22} \Rightarrow E = 10^{1/8} \times 10^{22} = 10^{23/8}$$

$$\text{Log } E = 23/8 + 1/5 M \Rightarrow \text{Log } 10^{23/8} = 23/8 + 1/5 M \Rightarrow 23/8 = 23/8 + 1/5 M$$

$$\Rightarrow 1/5 M = 12 \Rightarrow M = \frac{12}{1/5} = 60$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$bx - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{r} \Rightarrow b = r$$

$$x > \frac{1}{r}$$

$$a - \text{Log}_r(rx - 1) \geq 0 \Rightarrow \text{Log}_r(rx - 1) \leq a \Rightarrow rx - 1 \leq r^a \Rightarrow x \leq \frac{r^a + 1}{r} \Rightarrow \frac{r^a + 1}{r} = 11$$

$$x \leq 11$$

$$\Rightarrow r^a = 22 \Rightarrow a = 5 \xrightarrow[b=r]{a=5} \text{Log}_{r\sqrt[2]{r}}(5+2) = \text{Log}_{r\sqrt[2]{r}}r^5 = \text{Log}_{\frac{r^5}{r}}r^3 = \frac{3}{5} = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۰

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{2} = \log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{2}} \frac{(x^2 + 6)}{2} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{2} = \log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x^2 + 6} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{2}$$

$$= \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x^2 + 6} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{x} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2 + 6}} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} \frac{1}{x^2} = \frac{64}{x^2 + 6} \xrightarrow{\div 16}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{x^2 + 6}{2}} \Rightarrow 4x^2 = x^2 + 6 \Rightarrow 3x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} & \text{ق ق} \\ x = -\sqrt{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$x = \sqrt{2} \xrightarrow{} \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{6}{4}} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{4}} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۱

$$\sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{4}} \Rightarrow 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} = 2^x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$1 + \log \sqrt{\frac{5}{4} + 5} = \log 1 + \log \sqrt{\frac{25}{4}} = \log y \Rightarrow \log 1 \times \frac{5}{4} = \log y$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{4} = 25$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳۲

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{a-b} = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{a-b}{2}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (\sqrt{a-b})^2 = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{a-b}{2}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (a-b)^2 = \sqrt{25}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (a-b)^2 = 5 \Rightarrow (a-b)^2 = 25 \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 25 \xrightarrow{ab = 18} a^2 + b^2 = 100$$

$$\log_{\frac{1}{2}} (a^2 + b^2) = \log_{\frac{1}{2}} 100 = 2$$

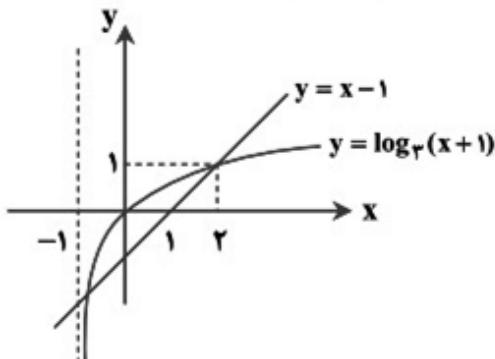
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۳

$$\text{Log}_{\sqrt[4]{a-b}} = \frac{1}{\sqrt[4]{\text{Log}_4}} \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt[4]{a-b}} = \frac{1}{\sqrt[4]{\text{Log}_4}} \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt[4]{a-b}} = \frac{1}{\sqrt[4]{4}}$$

$$\Rightarrow (a-b)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} - \sqrt[4]{ab} = 2 \xrightarrow{ab=16} \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} = 2 + 2 = 4 \Rightarrow \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} = 4$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{\sqrt[4]{5}} (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = \text{Log}_{\sqrt[4]{5}} 4 = \text{Log}_{\sqrt[4]{5}} \frac{4}{2} = 4 \text{Log}_{\sqrt[4]{5}} 2 = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. ۱۳۴



واضح است که نمودار این دو تابع، یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳۵

نکته: با فرض  $a > 1$  داریم:  $a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$

نکته: با فرض  $0 < a < 1$  داریم:  $a^x < a^y \Leftrightarrow x > y$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{a-1} < 0.125 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{a-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \xrightarrow{0 < \frac{1}{2} < 1} a-1 > 3 \Rightarrow a > 4$$

۱۳۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید در تابع  $f(x) = \log_{\frac{-x^2 - 5x + 6}{(-x - 4)}}$  سه شرط برقرار باشد:

$$1) -x^2 - 5x + 6 > 0 \Rightarrow -6 < x < 1$$

$$2) -x - 4 > 0 \Rightarrow x < -4$$

$$3) -x - 4 \neq 1 \Rightarrow x \neq -5$$

$$D_f = (-6, -5) \cup (-5, -4)$$

بنابراین هیچ عدد صحیحی عضو دامنه این تابع نیست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳۷

$$\log_{\frac{r}{2}} \frac{r^4}{25} = \frac{\log_{\frac{r}{2}} r^4}{\log_{\frac{r}{2}} 25} = \frac{\log_{\frac{r}{2}} r^3 \times r}{\log_{\frac{r}{2}} 25} = \frac{3 \log_{\frac{r}{2}} r + \log_{\frac{r}{2}} r}{\log_{\frac{r}{2}} 25} = \frac{3a + b}{(1-a)} = \frac{3a + b}{2 - 2a}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳۸

$$f(x) = -2 \times 3^{x-1} + 4$$

$$D_f = \mathbb{R}, -2 \times 3^{x-1} > 0 \Rightarrow -2 \times 3^{x-1} < 0$$

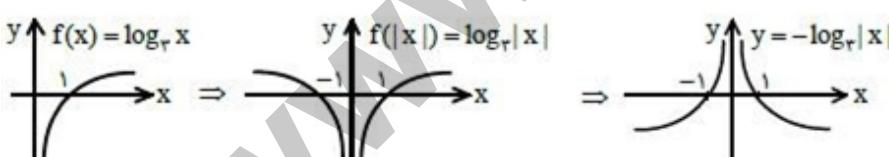
$$-2 \times 3^{x-1} + 4 < 4 \Rightarrow f(x) < 4 \Rightarrow R_f = (-\infty, 4)$$

$$y = -2 \times 3^{x-1} + 4 \Rightarrow 2 \times 3^{x-1} = 4 - y \Rightarrow 3^{x-1} = 2 - \frac{1}{2}y$$

$$x - 1 = \log_3 \left( 2 - \frac{1}{2}y \right) \Rightarrow x = 1 + \log_3 \left( 2 - \frac{1}{2}y \right)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \log_3 \left( 2 - \frac{1}{2}x \right); x < 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳۹



نکته: برای رسم  $f(|x|)$  از روی  $f(x)$  قسمت سمت چپ محور  $y$  را حذف می‌کنیم و قریبی سمت راست محور  $x$  را نسبت به محور  $y$  به کل اضافه می‌کنیم.  
راه دوم: (به کمک گزینه‌ها)

$$x = 3 \Rightarrow y = -\log_3 3 = -1 < 0$$

فقط گزینه (۳) می‌تواند پاسخ باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۰

$$\gamma^{\frac{x-1}{2}} = \gamma^{\frac{1}{2}(x-3)} \Rightarrow x - 1 = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -1$$

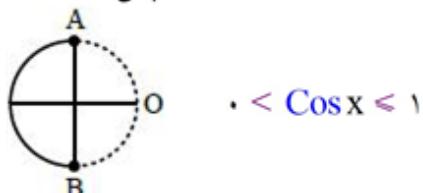
$$B\left(-1, \frac{1}{4}\right) \Rightarrow AB = \sqrt{\left(\frac{1}{2} + 1\right)^2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۱

$$\log_{\sqrt[4]{2}}\sqrt[4]{3} = \frac{\log \sqrt[4]{3}}{\log \sqrt[4]{2}} = \frac{\log 3 + \log \sqrt[4]{2}}{\log 2 + \log \sqrt[4]{2}} = \frac{3 \log 2 + \frac{1}{4} \log 2}{2 \log 2 + \frac{1}{4} \log 2}$$

$$= \frac{\left(3 \log 2 + \frac{1}{4} \log 2\right) \times \frac{1}{\log 2}}{\left(2 \log 2 + \frac{1}{4} \log 2\right) \times \frac{1}{\log 2}} = \frac{3 + \frac{1}{4} \log_2 3}{2 \log_2 2 + \frac{1}{4}} = \frac{3 + \frac{1}{4}a}{2a + \frac{1}{4}} = \frac{6 + a}{4a + 1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید  $\cos x > 1$  باشد. از طرفی می‌دانیم همواره  $\cos x \leq 1$  است، پس:



با توجه به دایرهٔ مثلثاتی، انتهای کمان مقابل به زاویه  $x$  باید روی کمان  $\widehat{AOB}$  باشد (به جز نقاط A و B) یعنی در ناحیهٔ اول و چهارم، پس به ازای هر  $k \in \mathbb{Z}$  باید:

$$\gamma k\pi - \frac{\pi}{2} < x < \gamma k\pi + \frac{\pi}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۳

$$\gamma^{x+1} - 17(\gamma^x) + 8 = 0 \xrightarrow{\gamma^x = t} \gamma t - 17t + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = \frac{1}{\gamma} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma^x = 8 \Rightarrow x_1 = 3 \\ \gamma^x = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

۱۴۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: با فرض  $a > 0$  و  $b \neq 1$  داریم:  $\text{Log}_b a = x \Leftrightarrow a = b^x$ . عبور می‌کند، پس مختصات این نقطه در ضایعه تابع صدق می‌کند.

$$y = \text{Log}_a(x - 2) \xrightarrow{y = -2} -2 = \text{Log}_a\left(\frac{17}{4} - 2\right) \Rightarrow a^{-2} = \frac{17}{4} - 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow a^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow a = \pm \frac{2}{3}$$

چون  $a$  در مبنای لگاریتم قرار دارد، نمی‌تواند منفی باشد. بنابراین فقط  $a = \frac{2}{3}$  قابل قبول است.

۱۴۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته ۱: اگر تابع  $f$  وارون پذیر باشد و  $f(a) = b$ ، آنگاه:  $a = f^{-1}(b)$ .  
 نکته ۲: شرط تعریف تابع  $y = \text{Log}_b^a$  است  $b > 0$  و  $b \neq 1$ .  
 نکته ۳: جدول تعیین علامت تابع خطی  $y = ax + b$  به صورت مقابل است:

$x$		$-\frac{b}{a}$	
$ax + b$	$a$	$0$	$a$

مخالف علامت      موافق علامت

مطابق نکته ۱ داریم:

$$f^{-1}(3) = v \Rightarrow f(v) = 3 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{4}}^{(va+b)} = 3 \Rightarrow va + b = 3^3 \Rightarrow va + b = 27 \quad (*)$$

از طرفی مطابق صورت سؤال، دامنه این تابع به صورت  $(\frac{1}{4}, +\infty)$  است. با استفاده از نکات ۲ و ۳ داریم:

$x$		$\frac{1}{4}$	
$ax + b$	$-$	$0$	$+$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ به ازای } ax + b \text{ مقدار } a \times \frac{1}{4} + b = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} a + b = 0 \quad (**)$$

با حل دستگاه شامل معادلات (\*) و (\*\*) داریم:

$$\begin{cases} va + b = 27 \\ \frac{1}{4} a + b = 0 \end{cases}$$

$$\frac{v}{4} a = 27 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -1$$

بنابراین:  $a + b = 3$

۱۴۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید مقدار تابع  $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$  برابر  $\sqrt[4]{6/25}$  شود. می‌دانیم:

$$\sqrt[4]{6/25} = \sqrt[4]{\frac{6}{100}} = \sqrt[4]{\frac{6}{10^2}} = \frac{1}{10^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{5}\right)^x$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۷

$$-1 + \log_{10} \frac{x}{x-1} = -2 \Rightarrow \log_{10} \frac{x}{x-1} = -1 \Rightarrow \frac{x}{x-1} = 10^{-1} \Rightarrow \frac{x}{x-1} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow x-1 = 10x \Rightarrow 9x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{9}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴۸

$$\begin{aligned} \log_5(\log_4(\log_3 x)) &= 0 \Rightarrow \log_4(\log_3 x) = 5^0 = 1 \Rightarrow \log_3(\log_2 x) = 1 \Rightarrow \log_2 x \\ &= 3^1 = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴۹

$$x^{\frac{r-\log x}{r}} = \frac{1}{100} \Rightarrow \log_x \frac{r-\log x}{r} = \log_{10} \frac{1}{100} \Rightarrow (r - \log_x x) \log_x \frac{x}{r} = \log_{10} \frac{1}{100}$$

$$\frac{\log_x \frac{x}{r} = t}{(r-t)t = -100} \Rightarrow t^2 - rt - 100 = 0 \Rightarrow (t-10)(t+10) = 0$$

$$\begin{cases} t = 10 \Rightarrow \log_x \frac{x}{r} = 10 \Rightarrow x = r^{10} = 100 \\ t = -10 \Rightarrow \log_x \frac{x}{r} = -10 \Rightarrow x = r^{-10} = \frac{1}{r^{10}} = \frac{1}{100} \end{cases}$$

$$x = 100 + \frac{1}{100} = \frac{10001}{100} = \frac{10001}{100}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵۰

$$x^{\log_{\gamma}^x} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \log_{\gamma} x^{\log_{\gamma}^x} = \log_{\gamma} \frac{1}{\lambda} \Rightarrow (\log_{\gamma} x)^{\log_{\gamma}^x} = \log_{\gamma} \frac{1}{\lambda}$$

$$\log_{\gamma}^x = t \rightarrow (\log_{\gamma} - t)t = -1 \Rightarrow -t^2 + \gamma t + 1 = 0 \Rightarrow t^2 - \gamma t - 1 = 0$$

$$(t - 1)(t + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \log_{\gamma}^x = 1 \Rightarrow x = \gamma^1 \Rightarrow x = \lambda \\ t = -1 \Rightarrow \log_{\gamma}^x = -1 \Rightarrow x = \gamma^{-1} \Rightarrow x = 1/\lambda \end{cases}$$

مجموع ریشه ها

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۱

$$f(\cdot) = \frac{v}{\gamma} \Rightarrow a \cdot (b)^{\frac{v}{\gamma}} = \frac{v}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{v}{\gamma}$$

$$f(-\gamma) = \frac{v}{\gamma} (b)^{-\gamma} = \frac{v}{\gamma} \Rightarrow \frac{1}{b^{\gamma}} = \frac{1}{9} \Rightarrow b^{\gamma} = 9 \Rightarrow b = \gamma$$

$$f(x) = \frac{v}{\gamma} (\gamma)^x \Rightarrow f(\gamma) = \frac{v}{\gamma} (\gamma)^{\gamma} = \frac{189}{\gamma}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵۲

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{b}}\right) = 1 \Rightarrow a(b)^{\frac{1}{\sqrt{b}}} - 1 = 1 \Rightarrow a\sqrt{b} = \gamma \Rightarrow a = \frac{\gamma}{\sqrt{b}}$$

$$f(1) = ab - 1 = 5 \Rightarrow ab = 6 \rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} \times b = 6 \rightarrow \frac{\gamma\sqrt{b}\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = 6 \Rightarrow \gamma\sqrt{b} = 6$$

$$\Rightarrow \sqrt{b} = \gamma \Rightarrow b = 9 \rightarrow a = \frac{\gamma}{\sqrt{b}}$$

$$f(x) = \frac{\gamma}{\gamma} (9)^x - 1 \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{b}}\right) = \frac{\gamma}{\gamma} (9)^{-\frac{1}{\sqrt{b}}} - 1 = \frac{\gamma}{9} - 1 = -\frac{\gamma}{9}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۳

$$\log_a^r = r \Rightarrow \log_r^a = \frac{1}{r}$$

$$r - \log_r^a = r - \frac{1}{r} = \frac{r-1}{r} = \left(\frac{r}{r}\right)^{\frac{r-1}{r}} = r^{r-1} = r^r = A$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵۴

$$f(1) = \frac{v}{r} \Rightarrow ab = \frac{v}{r}$$

$$f(-r) = rA \Rightarrow ab^{-r} = rA$$

$$\frac{ab}{ab^{-r}} = \frac{v}{rA} \Rightarrow b^r = \frac{v}{r \times rA} \Rightarrow b^r = \frac{1}{A} \Rightarrow b = \frac{1}{r} \Rightarrow ab = \frac{v}{r} \Rightarrow a = v$$

$$f(x) = v \left(\frac{1}{r}\right)^x \Rightarrow a + rb = v + r \left(\frac{1}{r}\right) = v + r = 9$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۵

$$\log_{\sqrt{5}}^5 + \log_{\sqrt{2}}^2 = \log_5^5 + \log_2^2 = A \log_5^5 + 1 \cdot \log_2^2 = 1A$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۶

$$\log_{16}^4 + \log_{\sqrt[3]{81}}^3 = \log_4^4 + \log_3^3 = -\log_4^2 + \frac{1}{3} \log_3^3 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۷

$$1 - \log_6^3 \times \log_{\frac{3}{6}}^{\frac{3}{6}} = 1 - \log_6^3 (\log_6^{\frac{3}{6}} - \log_6^{\frac{3}{6}}) = 1 - \log_6^3 (1 - \log_6^{\frac{3}{6}})$$

$$= 1 - 2 \log_6^{\frac{3}{6}} + (\log_6^{\frac{3}{6}})^2 = (1 - \log_6^{\frac{3}{6}})^2 = (\log_6^{\frac{3}{6}} - \log_6^{\frac{3}{6}})^2$$

$$= \left(\log_6^{\frac{3}{6}}\right)^2 = \left(\log_6^{\frac{3}{6}}\right)^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵۸

$$E = 2 \times 10^{22} \text{ Erg}$$

$$M = ?$$

$$\begin{aligned} \log E &= 11/8 + 1/5(M) \Rightarrow \log 2 \times 10^{22} = 11/8 + 1/5M \Rightarrow \log 2 + \log 10^{22} \\ &= 11/8 + 1/5(M) \Rightarrow 1/2 + 22 = 11/8 + 1/5M \Rightarrow 22/2 = 11/8 + 1/5M \\ \Rightarrow 10/5 &= 1/5M \Rightarrow M = \frac{10/5}{1/5} = 10 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵۹

$$\sqrt{\frac{1}{25} \log^5} + \sqrt{2 \log^2} = \sqrt{5^2 \log^5} + \sqrt{25} = \sqrt{8^2} + 5 = 8 + 5 = 13$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۰

$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x ; (x, a > 0, a \neq 1)$$

$$\log_a b^n = n \log_a b ; (b, a > 0, a \neq 1)$$

نکته: اگر  $a > 1$  و  $a \neq 1$ , آنگاه از تساوی  $\log_a x = \log_a y$  می‌توان نتیجه گرفت که  $x = y$  و برعکس, یعنی  $\log_a x = \log_a y \Rightarrow x = y$  و  $x, y > 0$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\begin{aligned} \log x + \log x^2 + \log x^3 + \dots + \log x^{10} &= 220 \\ \Rightarrow \log x + 2\log x + 3\log x + \dots + 10\log x &= 220 \Rightarrow (1 + 2 + \dots + 10)\log x = 220 \\ \Rightarrow \frac{10 \times 11}{2} \log x &= 220 \Rightarrow 55\log x = 220 \Rightarrow \log x = \frac{220}{55} = 4 \Rightarrow x = 10^4 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۱

نکته: اگر  $a$  عددی مثبت و مخالف یک باشد, تابع نمایی  $f(x) = a^x$  یک به یک است و از این رو دارای وارون  $f^{-1}(x)$  است که تابع لگاریتمی پایه  $a$  نامیده می‌شود و با نماد  $y = \log_a x$  نشان داده می‌شود.

نکته: اگر تابع  $f$  و  $f^{-1}$  معکوس یکدیگر باشند, نمودار آنها نسبت به خط  $x = y$  قرینه است و برعکس.

$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x ; (x, a > 0, a \neq 1)$$

با توجه به فرض سؤال, این دو تابع نسبت به خط  $x = y$  قرینه‌اند, پس مطابق نکات وارون یکدیگر هستند. بنابراین:

$$3 - 2m = m + 1 \Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۲

$$x - 4 > 0 \Rightarrow x > 4 \quad (1)$$

$$v - \log_2(x-4) \geq 0 \Rightarrow -\log_2(x-4) \geq -v \Rightarrow \log_2(x-4) \leq v \Rightarrow x - 4 \leq 2^v$$

$$\Rightarrow x - 4 \leq 128 \Rightarrow x \leq 132 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) D_f = [4, 132]$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۳

$$x \left( \log_{\gamma}^{\frac{x}{\gamma}} + \gamma \right) = \gamma \Rightarrow \log_x \left( \log_{\gamma}^{\frac{x}{\gamma}} + \gamma \right) = \log_{\gamma}^{\gamma} \Rightarrow \left( \log_{\gamma}^{\frac{x}{\gamma}} + \gamma \right) \log_{\gamma}^x = 0$$

$$\left( \gamma \log_{\gamma}^{\frac{x}{\gamma}} + \gamma \right) \log_{\gamma}^x = 0 \xrightarrow{\log_{\gamma}^{\frac{x}{\gamma}} = k} (\gamma k + \gamma)k = 0 \Rightarrow \gamma k^2 + \gamma k - 0 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = 1 \Rightarrow \log_{\gamma}^{\frac{x}{\gamma}} = 1 \Rightarrow x = \gamma \\ k = -\frac{1}{\gamma} \Rightarrow \log_{\gamma}^{\frac{x}{\gamma}} = -\frac{1}{\gamma} \Rightarrow x = \gamma^{-\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[\gamma]{\gamma}} = \frac{1}{\sqrt[16 \times 2]{2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{array} \right.$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶۴

$$-\gamma(ax + b) > 0 \xrightarrow{\div(-\gamma)} ax + b < 0 \Rightarrow ax < -b \Rightarrow x < -\frac{b}{a} \xrightarrow{x < \frac{1}{5}} -\frac{b}{a} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow -\gamma a = ab$$

$$f(-\gamma) = \log_{\gamma}^{-\gamma}(-\gamma a + b) = \underbrace{\log_{\gamma}^{\gamma}}_1 + \gamma \underbrace{\log_{\gamma}^{\gamma}}_c = \log_{\gamma}^{\gamma \times \gamma} = \log_{\gamma}^{12} \Rightarrow \gamma(2a - b) = 12$$

$$\Rightarrow 2a - b = 12 \Rightarrow b = -2, a = 5 \Rightarrow \log(-ab) = \log \frac{1}{12} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۵

$$A \left| \begin{array}{l} \cdot \\ -\frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{b}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} = 2$$

$$ax + b > 0 \Rightarrow ax > -b \xrightarrow{a < 0} x < -\frac{b}{a} \xrightarrow{x < \frac{1}{2}} -\frac{b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a = -5$$

$$\log_{12}(-ab) = \log_{12}12 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۶

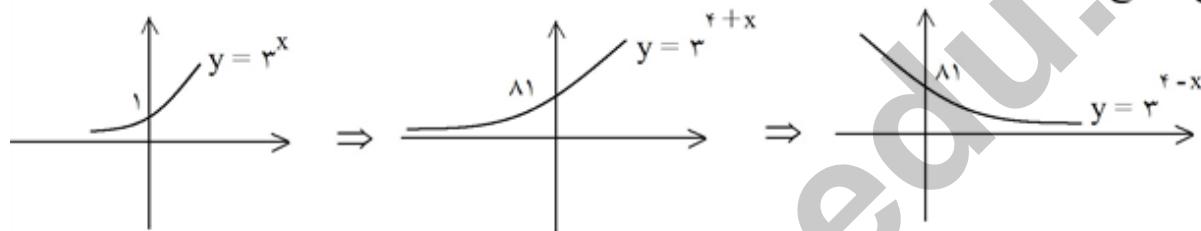
$$f(z) = \log_3^z + \log_3^y = \log_3^{zy} \Rightarrow \log_3^{(za+b)} = \log_3^{zy} \Rightarrow za+b = zy$$

دامنه:  $ax + b > 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$   $\xrightarrow{x > -\frac{b}{a}}$   $\frac{b}{a} = -\frac{z}{y} \Rightarrow za = zb$

$$\begin{cases} za - zb = 0 \\ za + zb = zy \end{cases} \Rightarrow ya = zy \Rightarrow a = z, b = y \xrightarrow{\begin{array}{l} a = z \\ b = y \end{array}} \log_3^{\frac{ab}{ay}} = \log_{ay}^{zy} = \frac{z}{y} = 0.75$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶۷

$$\log_{10}^{\sqrt[3]{25}} + \log_{10}^{\sqrt[3]{5}} = \log_{10}^{\sqrt[3]{125}} = \log_{10}^{3 \times 5} = \log_{10}^{15} = 1$$

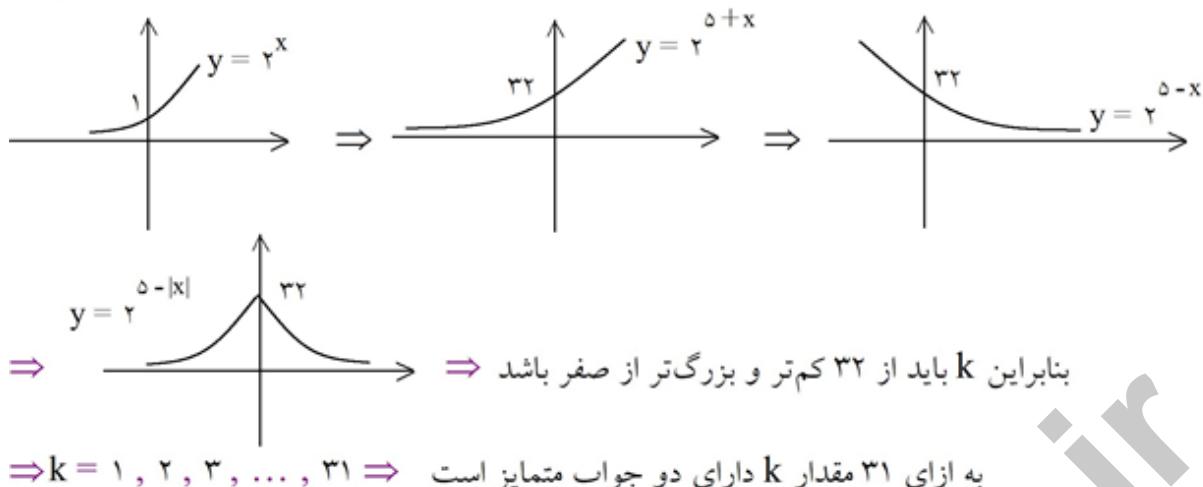


بنابراین برای داشتن یک جواب مثبت  $k$  باید بین صفر تا ۸۱ باشد  
 $\Rightarrow k = 1, 2, 3, \dots, 80$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶۹

$$\begin{cases} y = \gamma^{\frac{a}{x}} - |x| \\ y = k \end{cases}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷۰

$$\log_{\frac{a}{b}} v = \gamma \Rightarrow \gamma \log_b a = v \Rightarrow \log_b a = \frac{v}{\gamma}$$

$$\log_{\frac{1}{b}} \sqrt{a\sqrt{a}} = \log_{b^{-1}} \left( a \times a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} = \log_{b^{-1}} \left( a^{\frac{3}{4}} \right) = \log_b a^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \log_b a$$

$$\log_b a = \frac{v}{\gamma} \rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{v}{\gamma} = \frac{21}{8}$$

$$\lambda^x + 4 = 13 \Rightarrow \lambda^x = 9 \Rightarrow \gamma^x = 9 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۷۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷۲

$$\log_2^3 = \log_2^x + \log_2^y \Rightarrow \log_2^3 = \log_2^{xy} \Rightarrow xy = 3$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 58 + 6 = 64 \Rightarrow x+y = \pm 8$$

$$\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \log_{\frac{1}{2}}^{-2} = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷۳

$$\begin{cases} \log E = 11/8 + 1/5(7) \\ \log 2 = .0/3 \Rightarrow 10^{.0/3} = 2 \end{cases} \Rightarrow \log E = 11/8 + 10/5 = 22/3$$

$$\Rightarrow R = 10^{22/3} = 10^{22} \times 10^{.0/3} \Rightarrow E = 2 \times 10^{22}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مبلغ موردنظر را A درنظر می‌گیریم. ۱۷۴

$$A_t = A_0 + 0/12 A_0 = 1/12 A_0$$

$$= 1/12 A_0 + 0/12 (1/12 A_0) = 1/12 A_0 (1 + 0/12) = (1/12)^2 A_0$$

$$= (1/12)^2 A_0 + 0/12 ((1/12)^2 A_0) = (1/12)^2 A_0 (1 + 0/12) = (1/12)^3 A_0$$

$$= (1/12)^t A_0 \rightarrow A_t = A_0 (1 + 0/12)^t \text{ مبلغ پس از } t \text{ سال}$$

می‌توانیم از تابع رشد استفاده کنیم.

حالا می‌خواهیم بدانیم که بعد از چند سال دو برابر می‌شود.

$$2A_0 = (1/12)^t A_0 \Rightarrow 2 = (1/12)^t \xrightarrow[\substack{\text{از طریق در مبانی} \\ \text{می‌گیریم}}]{\substack{\text{از طریق در مبانی} \\ \text{می‌گیریم}}} \log 2 = \log(1/12)^t$$

$$\Rightarrow \log 2 = t \log \left( \frac{28}{25} \right) \Rightarrow \log 2 = t (\log(2^2 \times 7) - \log(5^2))$$

$$\Rightarrow \log 2 = t(2 \log 2 + \log 7 - 2 \log 5)$$

$$\Rightarrow t = \frac{\log 2}{2 \log 2 + \log 7 - 2(1 - \log 5)} = \frac{.0/3010}{4(.0/3010) + .0/8451 - 2} = \frac{3010}{491} = 6$$

$$\text{نکته: } \log_b^m a^n = \frac{n}{m} \log_b a, \quad \log_a a = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷۵

نکته:  $a = b^x$  اگر و تنها اگر  $\log_b a = x$

$$\log_x 2^2 + \log_x 2 = \frac{2}{2} \Rightarrow 2 \log_x 2 + \log_x 2 = \frac{2}{2} \Rightarrow 2 \log_x 2 = \frac{2}{2} \Rightarrow \log_x 2 = \frac{1}{2}$$

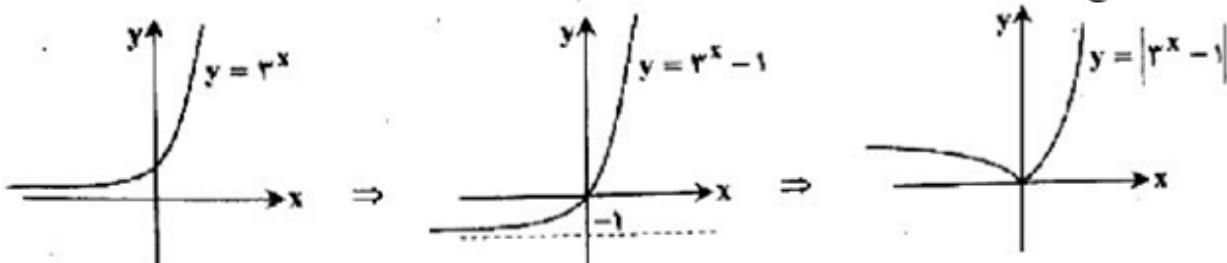
$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$\log_{2x} x = \log_4 4 = \log_2^2 2^2 = \frac{2}{2} \log_2 2 = \frac{2}{2}$$

حال با جایگذاری  $x = 4$  داریم:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: برای رسم نمودار  $|g(x)|$ , ابتدا نمودار  $g(x)$  را رسم کرده و سپس قسمت‌های زیر محور  $x$  را حذف و قرینه‌ی آنها را نسبت به محور  $x$  رسم می‌کنیم.

ابتدا ضابطه‌ی تابع  $f$  را به صورت  $f(x) = |3^x - 1|$  می‌نویسیم.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷۷

$$\log_3 x = \log_3(x-2) + 2 \Rightarrow \log_3 x - \log_3(x-2) = 2 \Rightarrow \log_3 \frac{x}{x-2} = 2$$

$$\Rightarrow \log_3 \frac{x}{x-2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x-2} = 3^2 \Rightarrow \frac{x}{x-2} = 9 \Rightarrow x^2 = 9x - 18 \Rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-6=0 \Rightarrow x=6 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۷۸

نکته:  $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

نکته:  $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$ ,  $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$

عبارت سمت راست را به مخرج سمت چپ منتقل می‌کنیم:

$$\frac{\log_3 x + \log_{12} x}{\log_3 x \log_{12} x} = 2 \Rightarrow \frac{\log_3 x}{\log_3 x \log_{12} x} + \frac{\log_{12} x}{\log_3 x \log_{12} x} = 2 \Rightarrow \frac{1}{\log_{12} x} + \frac{1}{\log_3 x} = 2$$

$$\Rightarrow \log_x 12 + \log_x 3 = 2 \Rightarrow \log_x 36 = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-6 \end{cases}$$

(در دامنه صدق نمی‌کند)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷۹

$$\text{نکات: } \log_a^a = 1, \log_b^a = \frac{m}{n} \log_b^a$$

$$\log_2 x - \log_5 \sqrt[5]{125} = \log_{\sqrt[5]{2}} x \Rightarrow \log_2 x - \log_5 5 = \log_{\sqrt[5]{2}} x$$

$$\Rightarrow \log_2 x - 1 - \log_{\frac{1}{2}} x = 0 \Rightarrow (\log_2 x) \left( \frac{1}{2} - 3 \right) = 1 \Rightarrow -\frac{5}{2} \log_2 x = 1 \Rightarrow \log_2 x = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow x = 2^{-\frac{2}{5}}$$

$$\log_2 2x = \log_2 2 \times 2^{-\frac{2}{5}} = \log_2 2^{\frac{3}{5}} = \frac{3}{5} \log_2 2 = \frac{1}{5}$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸۰

$$\frac{\log 2 + \log 5 + \log 36}{\log 6 + \frac{1}{2}} = \frac{\log 360}{\log 6 + \frac{1}{2} \log 10} = \frac{\log 360}{\log 6 + \log \sqrt{10}} = \frac{\log 360}{\log 6 \sqrt{10}}$$

با استفاده از  $\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_b a$  حاصل عبارت برابر می شود با:

$$\log_6 \sqrt{10}^{360} = \log_{\sqrt{360}}^{360} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \log_{360} 360 = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸۱

$$\log_2(x+v) - \log_2(x-1) = 1 \Rightarrow \log_2 \frac{x+v}{x-1} = 1 \Rightarrow \frac{x+v}{x-1} = 2 \Rightarrow 2x - 2 = x + v \Rightarrow x = 9$$

در نتیجه داریم:

$$\log_{2v} x = \log_{2v} 9 = \log_{2^3} 9 = \frac{2}{3} \log_2 9 = \frac{2}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حدود  $x$  برای آن که معادله تعریف شده باشد، به صورت زیر است:

$$\{x \in \mathbb{R} | 4 - x > 0, 6 - x > 0, x > 0\} = (0, 4)$$

$$\log(4 - x) = \log \frac{6 - x}{x} \Rightarrow 4 - x = \frac{6 - x}{x} \Rightarrow x(4 - x) = 6 - x \Rightarrow 4x - x^2 = 6 - x$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

بنابراین مجموعه جواب معادله،  $\{2, 3\}$  است.

۱۸۳

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون تغییر مبنای  $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$  داریم:

$$\log_{\sqrt{r}} 18 = \frac{\log_r (2 \times 3^2)}{\log_r (\sqrt{r} \times \sqrt{r})} = \frac{\log_r 2 + \log_r 3^2}{\log_r \sqrt{r} + \log_r \sqrt{r}} = \frac{k + 2 \cancel{\log_r \sqrt{r}}}{\sqrt{r}(\log_r 2) + 1} = \frac{k + 2}{\sqrt{r}k + 1}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸۴

با توجه به روابط  $\log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b}$  و  $a^m = b^m$  و  $\log_b a^m = \frac{m}{n} \log_b a$  داریم:

$$\log_{\sqrt{5}} 16 - \log_5 16 = \log_{\sqrt{5}} 16 - \log_5 16 = \frac{1}{2} \log_5 16 - \log_5 16 = \log_5 \frac{1}{2} - \log_5 16$$

$$\begin{aligned} &= \log_{5/16} \frac{1}{2} = \log_{5/4} \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{5}^{(\log_{5/4} 1/2 - \log_{5/4} 1/2)} = \sqrt{5}^0 = 5^{\frac{1}{2} \log_{5/4} \frac{1}{2}} = 5^{\log_5 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸۵

$$r = ۲۰\% = \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲, A_t = tA_0, t = ?$$

$$A_t = A_0 (1+r)^t \Rightarrow tA_0 = A_0 (1+0/2)^t$$

$$\Rightarrow t = (1/2)^t \xrightarrow[\text{در پایه‌ی ۱۰ می‌گیریم}] {\text{از طرفین لگاریتم}} \log t = \log (1/2)^t$$

$$\Rightarrow \log t = t \log 1/2 \Rightarrow t = \frac{\log t}{\log 1/2} = \log_{1/2} t = \log_{1/2} 2 = ۲ \log_{1/2} 2$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸۶

$$\log_{2500} = \log_{5^2 \times 10^2} = \log 5^2 + \log 10^2 = ۲ \log 5 + ۲ \log 10 = ۲ \log \frac{10}{2} + ۲$$

$$= ۲(\log 10 - \log 2) + ۲ = ۲(1 - ۰/۳) + ۲ = ۱/۴ + ۲ = ۳/۴$$

$$\begin{aligned} \log_{0.00016} &= \log_{16 \times 10^{-6}} = \log 16 + \log 10^{-6} = ۴ \log 2 - 6 \log 10 \\ &= ۴(0/3) - 6 = ۱/2 - 6 = -۱۱/۲ \end{aligned}$$

$$\log_{80000} = \log_{2^3 \times 10^4} = \log 2^3 + 4 \log 10 = ۳ \log 2 + ۴ = ۳(0/3) + ۴ = ۴/۹$$

$$\log \frac{1}{128} = \log 2^{-7} = -7 \log 2 = -7(0/3) = -۷/۲$$

$$\frac{\log_{2500} - \log_{0.00016}}{\log_{80000} - \log \frac{1}{128}} = \frac{\frac{3}{4} - (-\frac{7}{8})}{\frac{4}{9} - (-\frac{7}{16})} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{7}{8}}{\frac{4}{9} + \frac{7}{16}} = \frac{11/8}{11/16} = \frac{11}{8} = \frac{44}{32} = \frac{11}{8}$$

در نتیجه:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از طرفین معادله لگاریتم می‌گیریم:

$$\log \sqrt[r]{x^{\alpha} + \log x} = \log 10^{\frac{1}{r}(\alpha + \log x)} \Rightarrow \frac{1}{r}(\alpha + \log x) \log x = \alpha + \log x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \log x = 0 \Rightarrow \log x = -\alpha \Rightarrow x_1 = 10^{-\alpha} \\ \frac{1}{r} \log x = 1 \Rightarrow \log x = r \Rightarrow x_2 = 10^r \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = 10^{-2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_a b = x \Rightarrow b = a^x, \log_b a = \frac{1}{x}$$

$$A = a \sqrt[r]{\log_a b} - b \sqrt[r]{\log_b a} = a \sqrt[r]{x} - (a^x) \sqrt[r]{\frac{1}{x}} = a \sqrt[r]{x} - a \sqrt[r]{x} = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{x}{xy + x + 1} &= \frac{\log_b c}{\log_b c \log_c a + \log_b c + 1} = \frac{\log_b c}{\log_b a + \log_b c + \log_b b} = \frac{\log_b c}{\log_b abc} \\ &= \log_{abc} c, \quad \frac{y}{yz + x + 1} = \log_{abc} a, \quad \frac{z}{xz + z + 1} = \log_{abc} b \\ \Rightarrow \text{عبارت مورد نظر} &= \log_{abc} c + \log_{abc} a + \log_{abc} b = \log_{abc} abc = 1 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر  $\log_{\lambda} \sqrt[4]{2} = x$  باشد، آن‌گاه  $2^x = \lambda^4$ . طرفین تساوی را در پایه ۲ می‌نویسیم:

$$(2^3)^x = 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{3x} = 2^{\frac{5}{2}} \Rightarrow 3x = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{6}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنا بر قضیه لگاریتم داریم:

$$\log \frac{x^3 + 5x^2 + 9x + 9}{x + 3} = 1 \Rightarrow \frac{(x+3)(x^2 + 2x + 3)}{x+3} = 10$$

$$x^2 + 2x + 3 = 10 \Rightarrow x = -1 + \sqrt{8} = -1 + 2\sqrt{2}$$

. a = 2 پس

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹۲

$$\frac{16(\log x)^4 + 1}{(\log x)^4} = \lambda \Rightarrow 16(\log x)^4 + 1 = \lambda(\log x)^4$$

$$16(\log x)^4 - \lambda(\log x)^4 + 1 = 0$$

در نتیجه:

$$\log x = A \Rightarrow 16A^4 - \lambda A^4 + 1 = 0 \Rightarrow (4A^4 - 1) = 0 \Rightarrow 4A^4 - 1 = 0$$

$$A^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow A = \log x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10} & \text{قابل قبول} \\ x = 10^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(\sqrt{10}x + 6) = \log_{\frac{1}{4}}(\sqrt{10} \times \sqrt{10} + 6) = \log_{\frac{1}{4}}16 = 2$$

در نتیجه:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹۳

$$\begin{cases} x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2 \\ \log(x+2) \geq 0 \Rightarrow x+2 \geq 1 \Rightarrow x \geq -1 \end{cases} \xrightarrow{\cap} x \geq -1$$

$$\log(x+2) - \sqrt{\log(x+2)} = 0 \Rightarrow \sqrt{\log(x+2)}(\sqrt{\log(x+2)} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{\log(x+2)} = 0 \Rightarrow \log(x+2) = 0 \Rightarrow x+2 = 1 \Rightarrow x = -1 \\ \sqrt{\log(x+2)} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{\log(x+2)} = 1 \Rightarrow \log(x+2) = 1 \Rightarrow x+2 = 10 \Rightarrow x = \lambda \end{cases}$$

-1 + \lambda = \gamma

هر دو ریشه معادله قابل قبولند. در نتیجه:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه:

۱۹۴

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0, x \neq 1 \\ \log_{\gamma} \sqrt{x} > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 1 \Rightarrow x > 1 \end{array} \right. \cap \Rightarrow x > 1$$

می‌توان با قرار دادن ریشه‌ها در معادله، جواب‌های قابل قبول را تعیین کرد.

$$\frac{\log_{\gamma} \sqrt{x} + 1}{\sqrt{\log_{\gamma} \sqrt{x}}} = \frac{5}{2} \Rightarrow 5 \sqrt{\log_{\gamma} \sqrt{x}} = 2 \log_{\gamma} \sqrt{x} + 2$$

$$\sqrt{\log_{\gamma} \sqrt{x}} = A$$

$$5A = 2A^2 + 2 \Rightarrow 2A^2 - 5A + 2 = 0$$

$$A = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} 2 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\sqrt{\log_{\gamma} \sqrt{x}} = 2 \Rightarrow \log_{\gamma} \sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 2^4 \Rightarrow x = 2^8 : \text{قابل قبول}$$

$$\sqrt{\log_{\gamma} \sqrt{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_{\gamma} \sqrt{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{x} = 2^{\frac{1}{4}} \Rightarrow x = 2^{\frac{1}{2}} : \text{قابل قبول}$$

$$2^8 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{17}{2}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به دامنه  $x \in (0, +\infty)$ 

۱۹۵

$$\log_{\gamma}^x (\log_{\gamma}^x) = (\log_{\gamma}^x)^x \cdot \log_{\gamma}^x = (\log_{\gamma}^x)^{\gamma}$$

پس تساوی همواره برقرار است، در نتیجه  $x \in (0, +\infty)$  و بنابراین  $a = 0$  است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹۶

$$a = \log_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}} \Rightarrow 2a = \log_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}} = \log_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}} + \log_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}} = 1 + \log_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}}$$

$$(343)^{1-2a} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\log_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}}} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر تعریف لگاریتم داریم: ۱۹۷

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + v = 2^3 \Rightarrow (x^2 - 4x)^2 = 1$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{5}, \quad x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$$

پس بزرگ‌ترین مقدار  $x$  برابر است با  $2 + \sqrt{5}$ .

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹۸

$$y = 10^{1/0.3} \Rightarrow \log y = \log 10^{1/0.3} = 1/0.3, \quad \log x = 2/72, \quad \log z = 0/52$$

$$\log \frac{y\sqrt{x}}{z} = \log y\sqrt{x} - \log z = \log y + \log \sqrt{x} - \log z = \log y + \log x^{\frac{1}{2}} - \log z^{\frac{1}{2}}$$

$$= \log y + \frac{1}{2} \log x - \frac{1}{2} \log z = 1/0.3 + \frac{1}{2}(2/72) - \frac{1}{2}(0/52) = 1/0.3 + 1/36 - 1/56 = 0/83$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹۹

$$x^2 - 3x > 0 \Rightarrow x > 3 \text{ یا } x < 0 \quad (1)$$

$$1 - \log(x^2 - 3x) \geq 0 \Rightarrow \log(x^2 - 3x) \leq 1 \Rightarrow x^2 - 3x \leq 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 5 \quad (2)$$

$$\underline{(1) \cap (2)} \rightarrow [-2, 0) \cup (3, 5]$$

روش دوم: در صورت سؤال ابتدا به جای  $x$  عدد ۵ قرار می‌دهیم و گزینه‌های ۲ و ۳ حذف می‌شوند و سپس با جایگذاری عدد یک گزینه ۴ حذف می‌شود.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰۰

$$\log \frac{\sqrt{5}}{12} = \log \frac{5}{2^2 \times 3} = \frac{1}{2} \log 5 - (2 \log 2 + \log 3) = \frac{1}{2}(1 - \log 2) - (2 \log 2 + \log 3)$$

$$= \frac{1}{2}(1 - 0/2) - (2(0/2) + 0/5) = -0/75$$

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2 \quad \text{نکته:}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. نکته: ۲۰۱

$$1) \log m = \log n \Rightarrow m = n \quad (m, n > 0)$$

$$2) \log x^n = n \log x \quad (x > 0)$$

$$3) \log_{\frac{x}{m}}^n = \frac{n}{m} \log_x^x = \frac{n}{m} \quad (x > 0, x \neq 1)$$

$$4) \log x = \log(3x + 4) \Rightarrow x^2 = 3x + 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{x > 0} x = 4$$

$$\log_{\frac{x}{4}}^4 = \log_4^4 = \log_{\frac{2}{3}}^2 = \frac{2}{3}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با معلوم بودن  $\log_3^3 = a$  خواهیم داشت: ۲۰۲

$$\log_{\sqrt{3}} 12 = 2 \log_{\sqrt{3}} 2 + \log_{\sqrt{3}} 3 = 2 \left(\frac{1}{a}\right) + 1 = \frac{2}{a} + 1 = \frac{a+2}{a}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. بنابر قضیه‌ی لگاریتم داریم: ۲۰۳

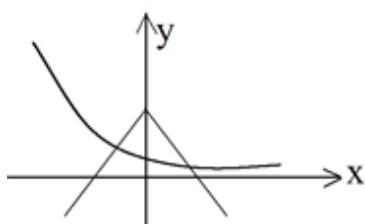
$$\frac{1}{2} \log(x-1)^2 + \log(3x+2) = 2 \quad (x-1)(3x+2) = 100 \Rightarrow x = 6 \quad \text{در حالت } 1 > X \text{ داریم:}$$

در حالت  $1 < X$  جواب معادله  $\frac{1}{2} \log(x-1)^2 + \log(3x+2) = 2$  مورد قبول نیست. در نتیجه  $\frac{X}{2}$  و لگاریتم ۳ در پایه ۹

برابر  $\frac{1}{a}$  است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۰۴

هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. با توجه به شکل دو منحنی در ۲ نقطه متقطع‌اند.



۲۰۵

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. بنابر خاصیت لگاریتم داریم:  
 $\text{Log}_b a = x \Rightarrow a = b^x \Rightarrow a^{\frac{1}{x}} = b$   
پس  $\text{Log}_a b = \frac{1}{x}$  لذا خواهیم داشت:

$$\text{Log}_{abc} x = \frac{1}{\text{Log}_x abc} = \frac{1}{\text{Log}_x a + \text{Log}_x b + \text{Log}_x c} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1} = \frac{3}{7}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰۶

$$\begin{aligned} x &= (\sqrt[2+1]{2+1})^{\frac{1}{3}} + (\sqrt[2-1]{2-1})^{\frac{1}{3}} \Rightarrow x^3 = \sqrt[2+1]{2+1} + 3(\sqrt[2+1]{2+1})^{\frac{2}{3}}(\sqrt[2-1]{2-1})^{\frac{1}{3}} \\ &+ 3(\sqrt[2+1]{2+1})(\sqrt[2-1]{2-1})^{\frac{2}{3}} + \sqrt[2-1]{2-1} \\ x^3 &= 2x + 2\sqrt[2]{2} \Rightarrow x^3 - 2x = 2\sqrt[2]{2} \Rightarrow \text{Log}_2 2\sqrt[2]{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰۷

$$4(2)^x > 8^x \Rightarrow 2^{x+2} > 2^{3x} \Rightarrow x+2 > 3x \Rightarrow 2x < 2 \quad \text{یا} \quad x < 1$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. دو منحنی مفروض را باهم قطع می‌دهیم: ۲۰۸  
 $x^2 = x + 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, 2$

ریشه‌ی  $x = -1$  برای لگاریتم قابل قبول نیست پس فقط نقطه‌ی تلاقی دارد.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه‌ی لگاریتم،  $\text{Log} A - \text{Log} B = \text{Log} \frac{A}{B}$  خواهیم داشت:

$$\text{Log} \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 9}{x + 3} = 1 \Rightarrow \text{Log}(x^2 + 3x + 3) = 1$$

$$x^2 + 3x + 3 = 10 \Rightarrow x^2 + 3x - 7 = 0 \quad \text{چون } 10 = 1 \text{ خواهیم داشت:}$$

از معادله‌ی درجه‌ی دوم حاصل ریشه‌ای مورد قبول است که بزرگ‌تر  $-3$  باشد پس  $\frac{-3 + \sqrt{37}}{2}$  با مقایسه صورت پرسش  $a = 37$  است.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱۰

$$\begin{aligned} 1 - \text{Log} x &= (\text{Log} 5)^2 - (\text{Log} 2)^2 = (\text{Log} 5 + \text{Log} 2)(\text{Log} 5 - \text{Log} 2) \Rightarrow \text{Log} 10 - \text{Log} x \\ &= (\text{Log} 10) \left( \text{Log} \frac{5}{2} \right) \Rightarrow \text{Log} \frac{10}{x} = \text{Log} \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{Log} \sqrt[2]{2}}{4} = \frac{\text{Log} \sqrt[2]{4}}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{با توجه به} \quad \frac{\text{Log}_b a}{x} = \frac{\text{Log}_b x}{a} \quad \text{حاصل عبارت برابر است با:}$$

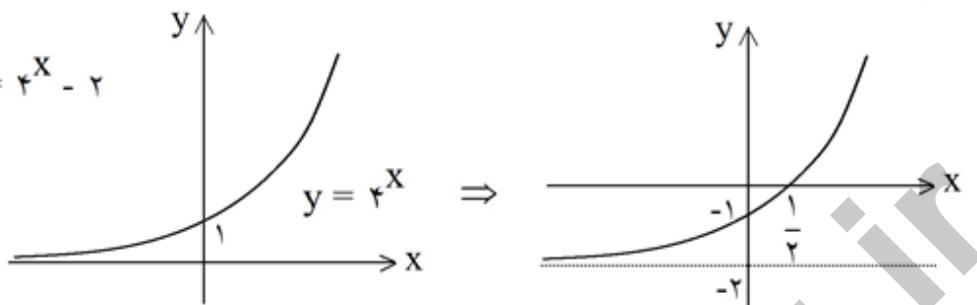
گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. معادله‌ی درجه ۲ بر حسب  $\log_3 x$  یک معادله‌ی درجه ۰ است.  $(\log_3 x)^2 - 4 \log_3 x - 5 = 0$

است، پس:

$$(\log_3 x + 1)(\log_3 x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log_3 x = -1 \Rightarrow x = 3^{-1} = \frac{1}{3} \\ \log_3 x = 5 \Rightarrow x = 3^5 = 243 \end{cases}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 2^{2x} - 2 = 4^x - 2$$



بنابراین نمودار از ناحیه ۲ عبور نمی‌کند.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که  $\frac{1}{3} < 1$  است و با به توان مثبت رساندن عددی بین ۰ و ۱، عدد

کوچک شده و به صفر نزدیک می‌شود. جواب یکی از گزینه‌های ۳ یا ۴ می‌باشد و چون تابع  $y = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x$  محور

یها را در نقطه‌ی ۲ قطع می‌کند، پس جواب گزینه‌ی ۴ می‌باشد.

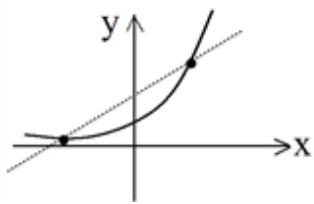
گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log(3x+1) + \log(x-2) = \log(x-1) + \log(x+2)$$

$$(3x+1)(x-2) = (x-1)(x+2) \Rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, 3$$

ولی  $x = 0$  در معادله‌ی اصلی صدق نمی‌کند.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. تابع  $(2a-a^2)^x$  وقتی صعودی است که  $a^2 - 2a > 1$  باشد یا  $a < 1 < a$ . نامساوی  $a^2 - 1 < 0$  نشدنی است پس هیچ مقدار  $a$



گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با رسم نمودارهای هر دو تابع در یک دستگاه محورهای مختصات محل تلاقی آنها در ۲ نقطه متمایز است.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۲۱۷

$$a + b = \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = 1 - \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = 1 - a - b \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = 2(1 - a - b)$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱۸

$$\frac{\log(\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}})}{\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}} = \frac{\log(\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}})^t}{\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}} = \frac{\log(\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}})^t}{t} = \left(\log(\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}})^t\right)^{\frac{1}{t}} = \left(\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\right)^t$$

$$1) \log_{\frac{a^m}{b^n}}^a = \frac{n}{m} \log_b a \quad 2) a^{\log_a^b} = b$$

یادآوری:

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱۹

$$\begin{aligned} a^r + a^r + a + 1 &> 0 \Rightarrow a^r(a+1) + (a+1) > 0 \\ \Rightarrow (a^r + 1)(a+1) &> 0 \Rightarrow a+1 > 0 \Rightarrow a > -1 \\ a^r + a^r + a + 1 &\neq 1 \Rightarrow a(a^r + a + 1) \neq 0 \Rightarrow a \neq 0. \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌توان نوشت: ۲۲۰

$$3^{x^r} + 4^{x^r} = 5^{x^r} \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x^r} + \left(\frac{4}{5}\right)^{x^r} = 1$$

$x^r = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$  تنها جواب این معادله عبارت است از:  
بنابراین معادله دارای ۲ جواب است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲۱

$$\log(12x + v) + \log x = 1 \Rightarrow \log(12x + v)(x) = \log 10$$

$$\Rightarrow (12x + v)x = 10 \Rightarrow 12x^2 + vx - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (3x - 2)(4x + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

غیر قابل

$$x = \frac{2}{3} \Rightarrow \log_{\frac{4}{3}}\left(\frac{2}{3}\right) + 6 = \log_{\frac{4}{3}}10 = \frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در بازه‌ی (۰، ۱) تابع نمایی که پایه‌اش کوچک‌تر است، بالای بقیه قرار می‌گیرد. ۲۲۲

$$y = 2^x \Rightarrow \text{پایه} = 2$$

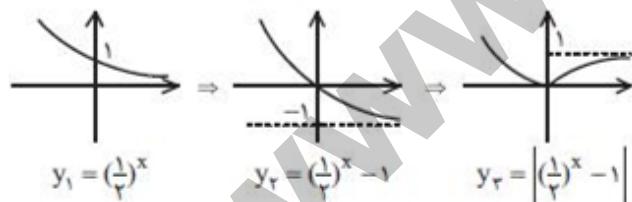
$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x} = \left(\frac{3}{2}\right)^x \quad \text{پایه} = 1/5$$

$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{16}{9}\right)^x \quad \text{پایه} \cong 1/7$$

$$y = \left(\frac{v}{5}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(\sqrt{\frac{v}{5}}\right)^x \quad \text{پایه} \cong 1/2$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون تابع نمایی همواره مثبت است داریم: ۲۲۳

$$y = \frac{|1 - 2^x|}{2^x} = \frac{|1 - 2^x|}{|2^x|} = \left| \frac{1 - 2^x}{2^x} \right| = \left| \frac{1}{2^x} - 1 \right| = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 \right|$$



گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۲۲۴

$$\log_{\frac{1}{4}}243 = \log_{\frac{3}{2}}3^5 = \frac{5}{2}\log_{\frac{3}{2}}3 = \frac{5}{2} \times 1 = 2.5$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر  $\log_a x = \alpha$  باشد آنگاه  $x = a^\alpha$  یعنی همواره دو عدد وارون هم هستند پس خواهیم داشت:  $\log_x a$ ,  $\log_a x$  ۲۲۵

$$\left(\log_x a = \frac{3}{2}, \log_x b = \frac{4}{3}\right) \Rightarrow \log_x ab = \frac{3}{2} + \frac{4}{3} = \frac{17}{6} \Rightarrow \log_{ab} x = \frac{6}{17}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{b^a} a^b = \frac{b}{a} \text{Log}_b a = \frac{a}{b} \Rightarrow \text{Log}_b a = \frac{a}{\frac{b}{a}} = \frac{a^2}{b} = \frac{a^2}{ab}$$

$$\text{Log}_a b = \frac{1}{\text{Log}_b a} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{ab}{a} = \frac{b}{\frac{a}{b}} \Rightarrow ab = a^2 \Rightarrow b = a$$

$$\text{Log}_{r^b} a^r = \text{Log}_{r^a} (ra)^r = r$$

بنابراین:

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

در نتیجه:

$$\text{Log}_r x^r + \text{Log}_r x = \text{Log}_r x^r + r$$

$$\text{Log}_r x^r \cdot x = \text{Log}_r x^r + \text{Log}_r r \Rightarrow \cancel{\text{Log}_r x^r} = \cancel{\text{Log}_r r^x}$$

$$x^r = r^x \Rightarrow x^r - r^x = 0$$

$$x^r (x^r - r^x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^r = 0 \Rightarrow x = 0 & \text{غیرقابل قبول} \\ x^r - r^x = 0 \Rightarrow x^r = r^x \Rightarrow \begin{cases} x = 4 & \text{قابل قبول} \\ x = -4 & \text{غیرقابل قبول} \end{cases} & \end{cases}$$

$$\text{Log}_r \frac{x^r}{x - r} = \text{Log}_r \frac{r^r}{r^r - r} = \text{Log}_r r = r$$

در نتیجه:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در ابتدا چند رابطه از لگاریتم را یادآوری می‌کنیم که در حل سؤال از آن استفاده خواهیم کرد.

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \log a + \log b = \log(a \times b) \\ (2) \log a - \log b = \log \frac{a}{b} \\ (3) n \log a = \log a^n \end{array} \right.$$

$$\underbrace{\log(x+1) + \log x}_{(1)} = \underbrace{\log 2 + \log 15}_{\text{با توجه به (3)}} - \underbrace{\frac{1}{2} \log 144}_{\text{با توجه به (3)}}$$

$$\Rightarrow \log(x(x+1)) = \log 2^{\frac{1}{2}} + \log 15 - \log 144^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{x(x+1)}{144^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{16}{12}\right)^{\frac{1}{2}} = 12, 2^{\frac{1}{2}} = 16 \quad \text{با توجه به (2), (1)}$$

$$\Rightarrow \log(x^{\frac{1}{2}} + x) = \log\left(\frac{16 \times 15}{12}\right) \Rightarrow \log(x^{\frac{1}{2}} + x) = \log 10.$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}} + x = 10 \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} + x - 10 = 0 \quad \xrightarrow{\text{به روش تجزیه}} \\ (x+5)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+5=0 \Rightarrow x=-5 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_{x^{\frac{1}{2}}}^{\frac{1}{2}} + \log_x^{\frac{(x+1)}{x}} = \frac{5}{2} \log_x^{\frac{1}{2}} + 1$$

$$\frac{1}{2} \log_x^{\frac{1}{2}} + \log_x^{\frac{(x+1)}{x}} = \frac{5}{2} \log_x^{\frac{1}{2}} + \log_x^{\frac{1}{x}}$$

$$\cancel{\log_x^{\frac{1}{2}}} = \log_x^{\frac{(x+1)}{x}} - \log_x^{\frac{1}{x}} = \cancel{\log_x^{\frac{x+1}{x}}}$$

$$1 = \frac{x+1}{x} \Rightarrow x = x+1 \Rightarrow x = 1$$

$$\log_{\sqrt{x}}(x^{\frac{1}{2}} + 1) = \log_{\sqrt{x}}((2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} + 1) = \log_{\sqrt{x}} 16 = \log_{\sqrt{x}} 4 = \frac{4}{2}$$

بنابراین:

در نتیجه:

بنابراین:

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳۰

در نتیجه:

$$(\log x)^2 = 3 - 2 \log x \Rightarrow (\log x)^2 + 2 \log x - 3 = 0$$

$$(\log x + 3)(\log x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log x = -3 \\ \log x = 1 \end{cases}$$

$$\log x = -3 \Rightarrow x = 10^{-3} = 0.001 = \alpha$$

$$\log x = 1 \Rightarrow x = 10^1 = 10 = \beta$$

$$\log \alpha \beta = \log 0.001 \times 10 = \log 0.01 = \log 10^{-2} = -2$$

$$abc = 10^{0/913} \times 10^{0/764} \times 10^{0/323} = 10^{0/913 + 0/764 + 0/323}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۳۱

در نتیجه:

$$abc = 10^{-2} \Rightarrow \log abc = 2$$

$$\frac{\log(\log abc)}{3} = \frac{\log 2}{3} = \frac{0/3}{3} = 0/1$$

$$\log 2 = 0/3010 \Rightarrow 2 = 10^{0/3010}$$

$$\log x = -4/699 \Rightarrow x = 10^{-4/699} = 10^{-0.0056} = 0/3010$$

$$x = 10^{-0.0056} \times 10^{0/3010} = 0/0001 \times 2 = 0/0002$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳۲

در نتیجه:

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم:  $\log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b}$

$$\log 2^4 - \log 6 = \log 4, \log(x+3) - \log \sqrt{x} = \log \frac{x+3}{\sqrt{x}} \Rightarrow \log \frac{x+3}{\sqrt{x}} = \log 4$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{\sqrt{x}} = 4 \Rightarrow x+3 = 4\sqrt{x}$$

برای حل معادله، طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(x+3)^2 = 16x \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 16x \Rightarrow (x-1)(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 9 \end{cases}$$

به ازای  $x = 1$  لگاریتم  $x$  تعریف نشده است. لذا:

$$x = 9 \Rightarrow \log \sqrt[4]{(x-1)} = \log \sqrt[4]{2^3} = 6 \log_4 2 = 6$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. قرار می‌دهیم  $A = 2^x$ . لذا داریم:

$$2^x \times 2^2 + 2^4 \times (2^x)^2 = 272 \Rightarrow 4A + 16A^2 = 272$$

$$\Rightarrow 4A^2 + A - 68 = 0 \Rightarrow (4A + 17)(A - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 4 = 2^x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \log \frac{2^x}{2} = \log_2 1 = 0 \\ A = -\frac{17}{4} = 2^x \text{ غیرممکن} \end{cases}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر  $a = b^c$  آن‌گاه  $\log_b a = c$

$$\log_y (\sqrt[4]{x})^2 = 2 \Rightarrow \log_y (\sqrt[4]{x})^2 = 2 \Rightarrow 2 \log_y (\sqrt[4]{x}) = 2 \Rightarrow \log_y \sqrt[4]{x} = 1 \Rightarrow \sqrt[4]{x} = y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt[4]{x} = y \\ x + y = 8 \end{array} \right. \Rightarrow x = \frac{8}{y}, y = \frac{16}{3} \Rightarrow \log_4 (\sqrt[4]{xy}) = \log_4 \left( 8 \times \frac{8}{y} \times \frac{16}{3} \right) = \log_4 2^7 = \frac{7}{2}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\sqrt{b}} \frac{a \cdot b^2}{\sqrt{b}} = \log_{\sqrt{b}} a + \log_{\sqrt{b}} b^2 = \log_{b^{\frac{1}{2}}} a + \log_{b^{\frac{1}{2}}} b^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \log_b a + \frac{1}{2} \cancel{\log_b b} \Rightarrow 2 \log_b a + 6(1) = 2(5) + 6 = 16$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_{18} \sqrt{12} = \frac{1}{2} \log_{18} 12 = \frac{1}{2} \times \frac{\log 12}{\log 18} = \frac{1}{2} \times \frac{\log 2^2 \times 3}{\log 3^2 \times 2} = \frac{1}{2} \left( \frac{2 \log 2 + \log 3}{2 \log 3 + \log 2} \right) =$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{2a+b}{2b+a} \right) = \frac{2a+b}{4b+2a}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log \sqrt[4]{2^4} = \frac{4}{4} \log 2 = \frac{4}{4} (0/201) = \frac{1/204}{3} = 0/401$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_2 (2x - 1) = -2 \Rightarrow 2x - 1 = 2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{9} \Rightarrow 2x = \frac{10}{9} \Rightarrow x = \frac{5}{9}$$

$$\log_2 (4x + 3) = \log_2 \left( 4 \left( \frac{5}{9} \right) + 3 \right) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \log_2 2 = 3 \times 1 = 3$$

$$0/125 = \frac{125}{1000} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم:

$$\log_8 \sqrt[8]{0/125} = \frac{1}{8} \log_8 0/125$$

بنابر روابط مهم لگاریتم داریم:

$$\frac{1}{8} \log_8 \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \log_8 8^{-1} = \frac{-1}{8} \log_8 8 = -\frac{1}{8} = -0/2$$

پس حاصل به صورت رو به رو است:

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۴۱

$$\log \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = ?$$

$$\text{تذکر: } 2 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴۲

$$\begin{aligned} \log \frac{10}{3} &= \log \frac{2 \times 5}{3} = \log \frac{2}{3} = \log 2 - \log \frac{3}{5} \\ &= 2 \log 5 - a = 2(1 - b) - a = 2 - 2b - a \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۴۳

$$\begin{aligned} \log 5 = a \Rightarrow \log 2 + \log 5 = a \\ \log 14 = b \Rightarrow \log 2 + \log 7 = b \end{aligned} \Rightarrow \log \frac{5}{7} = a - b, \quad \log 14 = a + b$$

$$\begin{aligned} \log \frac{49}{4} + \log 2 \cdot \sqrt{21} &= 2 \log \frac{7}{2} + \log 2 \times 5 + \frac{1}{2} \log 21 \\ &= 2(b - a) + 2 \log 2 + 1 - \log 2 + \frac{1}{2} \log 21 = 2(b - a) + 1 + \log 2 + \frac{1}{2} \log 21 \\ &= 2b - 2a + 1 + \frac{1}{2}(\log 4 + \log 21) = 2b - 2a + 1 + \frac{1}{2}(a + b) = 1 + \frac{5}{2}b - \frac{3}{2}a \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف لگاریتم، می‌نویسیم: ۲۴۴

$$\log \frac{12}{2} = \alpha \Rightarrow 12 = 2^\alpha$$

$$2^{\alpha-2} = (2^2)^{\alpha-2} = 2^{2\alpha-4} = \frac{2^{2\alpha}}{2^4} = \frac{(2^\alpha)^2}{2^4} = \frac{12^2}{2^4} = \frac{(2^2 \times 3)^2}{2^4} = \frac{\cancel{2^2} \times 3^2}{\cancel{2^2}} = 9$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. طبق تعریف لگاریتم داریم: ۲۴۵

$$\log_{bc} ab = r \Rightarrow ab = b^r c^r \Rightarrow a = bc^r$$

$$\log_b ac = r \Rightarrow ac = b^r \Rightarrow (bc^r) \cdot c = b^r \Rightarrow c^r = b^r \Rightarrow c = b^{\frac{r}{r}}$$

$$\log_b c = \log_b b^{\frac{r}{r}} = \frac{r}{r}$$

$$\log_r x^r = A \Rightarrow r \log_r x = A \Rightarrow \log_r x = \frac{A}{r}$$

$$\log_{\frac{1}{r}} \sqrt{x} = \log_{r^{-1}} x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{-1} \log_r x \xrightarrow{\log_r x = \frac{A}{r}} = -\frac{1}{2} \left( \frac{A}{r} \right) = -\frac{A}{2r}$$

$$\log \sqrt{2x+5} = \log 9^{\frac{1}{2}} + \log(x-1) \Rightarrow \log \sqrt{2x+5} = \log 2(x-1)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x+5} = 2x-3 \xrightarrow[\text{طرفین به توان ۲}]{\quad} (\sqrt{2x+5})^2 = (2x-3)^2$$

$$\Rightarrow 2x+5 = 4x^2 - 12x + 9 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 - 2x - 5 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 14x + 4 = 0$$

$$\Delta = (-20)^2 - 4(4)(4) = 400 - 144 = 256$$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-20) \pm \sqrt{256}}{2(4)} = \frac{20 \pm 16}{18} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{36}{18} = 2 \\ x_2 = \frac{4}{18} = \frac{2}{9} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{جایگزین}]{x=2} \sqrt{2(2)+5} = 2(2)-3 \Rightarrow \sqrt{9} = 6-3 \Rightarrow 3 = 3$$

تساوی صحیح است، پس جواب  $x=2$  قابل قبول است.

$$\xrightarrow[\text{جایگزین}]{x=\frac{2}{9}} \sqrt{2\left(\frac{2}{9}\right)+5} = 2\left(\frac{2}{9}\right)+3 \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{9}+5} = \frac{2}{3}+3 = \sqrt{\frac{49}{9}}$$

تساوی نادرست است، پس جواب  $x=\frac{2}{9}$  قابل قبول نیست.

$$\log_r 2x = \log_r (2 \times 2) = \log_r 4 = 1$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۲۴۸

$$\text{تعريف لگاریتم} \quad \text{Log}_2 x + \text{Log}_2 y = 1 \Rightarrow \text{Log}_2 xy = 1 \Rightarrow xy = 2^1 \Rightarrow xy = 2$$

برای دو عدد که مجموع آنها  $\frac{9}{2}$  و حاصل ضرب آنها  $2$  باشد معادله‌ی مربوطه را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x + y = \frac{9}{2} \\ xy = 2 \end{cases} \quad x^2 - Sx + P = 0 \quad S = \frac{9}{2} \quad p = 2 \quad x^2 - \frac{9}{2}x + 2 = 0$$

برای راحتی کار طرفین تساوی را در عدد  $2$  ضرب می‌کنیم:

$$2x^2 - 9x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-9)^2 - 4(2)(4) = 81 - 32 = 49$$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-9) \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{9 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = x_1 = \frac{9+7}{4} = \frac{16}{4} = 4 \\ x = x_2 = \frac{9-7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow |x - y| = \left| 4 - \frac{1}{2} \right|$$

$$= \left| \frac{7}{2} \right| = \frac{7}{2}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴۹

$$\text{Log } 40 = \text{Log}(4 \times 10) = \text{Log } 4 + \text{Log } 10 = 2 \text{Log } 2 + \text{Log } 10 = 1/6020$$

$$\Rightarrow 2 \text{Log } 2 + (1) = 1/6020 \Rightarrow 2 \text{Log } 2 = 1/6020 - 1 \Rightarrow 2 \text{Log } 2 = 0/6020$$

$$\Rightarrow \text{Log } 2 = \frac{0/6020}{2} = 0/3010$$

$$\text{Log } 0/8 = \text{Log } \frac{8}{10} = \text{Log } 8 - \text{Log } 10 = 2 \text{Log } 2 - (1) = (3 \times 0/3010) - 1 = 0/9030 - 1$$

$$= -0/09V$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۵۰

$$\text{Log}_4(x - 4) + \text{Log}_2 2 = 1$$

برای آنکه مبنا (پایه) لگاریتم‌ها در سمت چپ تساوی یکسان باشد، می‌توان عبارت  $\text{Log}_4 4$  را برابر

دانست:

$$\text{تعريف لگاریتم} \quad \text{Log}_4(x - 4) + \text{Log}_2 4 = 1 \Rightarrow \text{Log}_4 4(x - 4) = 1 \Rightarrow 4(x - 4) = 4^1$$

$$\Rightarrow 4x - 16 = 4 \Rightarrow 4x = 4 + 16 \Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{4} = 5/25$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۵۱

$$\begin{aligned} \text{Log} \sqrt[4]{15} &= \frac{1}{4} \text{Log} 15 = \frac{1}{4} (\text{Log} 3 \times 5) = \frac{1}{4} (\text{Log} 3 + \text{Log} 5) \xrightarrow{\text{می دانیم}} \text{Log} 5 = 1 - \text{Log} 2 \\ &= \frac{1}{4} (\text{Log} 3 + 1 - \text{Log} 2) = \frac{1}{4} (0.4770 + 1 - 0.3010) = \frac{1}{4} (0.4770 + 0.6990) \\ &= \frac{1/1780}{4} = 0.2940. \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۵۲

$$\begin{aligned} \text{Log } 0.01 &= \text{Log} \frac{1}{100} = \text{Log} 10^{-2} = -2 \text{Log} 10 = -2 \\ \frac{1}{r} &= r^{-1}, \quad \sqrt{27} = \sqrt{3^3} = 3^{\frac{3}{2}} \\ \text{Log} \frac{1}{\sqrt{27}} &= \text{Log} \frac{r^{-1}}{r^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{r} \text{Log}_r r = -\frac{1}{r} \end{aligned} \quad \left. \right\}$$

$$\Rightarrow \text{Log } 0.01 - \text{Log} \frac{1}{\sqrt{27}} = -2 - \left( -\frac{1}{r} \right) = -2 + \frac{1}{r} = -\frac{4}{3}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۵۳

$$\begin{aligned} \text{Log}_x x + \text{Log}_x y - t \text{Log}_y x &= 1 \xrightarrow{\text{Log}_y x = t} 1 + \frac{1}{t} - t = 2 \\ \Rightarrow t - \frac{1}{t} + 1 &= 0 \Rightarrow t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow \text{Log}_y x = -1 \\ t = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log}_y x = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{غیر قابل} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۵۴

$$\begin{aligned} r^x + r^x = ۱۲ &\xrightarrow{r^x = t} t^r + t - ۱۲ = ۰ \Rightarrow (t - ۴)(t + ۴) = ۰ \\ \left\{ \begin{array}{l} t = -4 \\ t = 4 \end{array} \right. &\xrightarrow{\text{غیر}} r^x = 4 \Rightarrow x = ۲ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log(x+1) + \log(y+x^r) = ۲ &\xrightarrow{x = ۲} \log ۴ + \log(4 + ۲y) = ۲ \\ \Rightarrow \log(4 + ۲y) = \log ۱۶ - \log ۴ &= \log \frac{۱۶}{۴} = \log ۴ \\ \Rightarrow 4 + ۲y = ۴ &\Rightarrow y = ۰ \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۵۵

$$\log \sqrt[r]{x} - \log \sqrt[r]{x}^{\frac{1}{r}} = \log \sqrt[r]{x}^{r-1}, \quad \text{دامنه: } x > ۰.$$

$$\log \frac{1}{\sqrt[r]{x}} - \log \frac{1}{\sqrt[r]{x}} - \log \sqrt[r]{x}^{\frac{1}{r}} = ۱ \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[r]{x}} - \frac{1}{\sqrt[r]{x}} - \log \sqrt[r]{x} = ۱ \Rightarrow$$

$$\cancel{\log \sqrt[r]{x} - \frac{1}{\sqrt[r]{x}}} - \cancel{\log \sqrt[r]{x}} = ۱ \Rightarrow -\frac{1}{\sqrt[r]{x}} = ۱ \Rightarrow \log \sqrt[r]{x} = -۱ \Rightarrow x = \sqrt[r]{x}^{-1} = \frac{1}{16}$$

$$\log \sqrt[r]{\left( ۰x + \frac{۱}{۱۶} \right)} = \log \sqrt[r]{\left( ۰ \left( \frac{۱}{۱۶} \right) + \frac{۱}{۱۶} \right)} = \log \sqrt[r]{\frac{۱}{۱۶}} = ۰$$

در نتیجه:

$$\log_b \sqrt{z} = 3 \Rightarrow \log_b z^{\frac{1}{2}} = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \log_b z = 3 \Rightarrow \log_b z = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6 \Rightarrow$$

$$z = b^6 \Rightarrow b = \pm \sqrt[6]{z} \Rightarrow \begin{cases} b = \sqrt[6]{z} & \text{قابل قبول} \\ b = -\sqrt[6]{z} & \text{غیرقابل قبول} \end{cases}$$

$$\log_z a = b = \sqrt[6]{z} \Rightarrow a = z^{\sqrt[6]{z}}$$

$$\log_z \frac{a}{b} = \log_z \frac{z^{\sqrt[6]{z}}}{z^{\frac{1}{2}}} = \log_z \frac{(z^{\sqrt[6]{z}} \times z^{\frac{1}{2}})^{\sqrt[6]{z}}}{z^{\frac{1}{2}}} = \log_z \frac{((z^{\sqrt[6]{z}})^{\frac{1}{2}})^{\sqrt[6]{z}}}{(z^{\frac{1}{2}})^1} \Rightarrow$$

$$\log_z \frac{a}{b} = \log_z z^{\frac{1}{2}(\sqrt[6]{z}-1)} = \log_z z^{\frac{1}{2}(\sqrt[6]{z}-1)} = \frac{1}{2}(\sqrt[6]{z}-1) = \sqrt[6]{z} - \frac{1}{2} \quad \text{در نتیجه:}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با فرض  $2^x = A$  داریم: ۲۵۷

$$\frac{2^x}{2} - \frac{2^5}{2^x} = 31/5$$

$$\frac{A}{2} - \frac{32}{A} = 31/5 \Rightarrow A^2 - 64A - 64 = 0$$

$$(A+1)(A-64) = 0 \Rightarrow A = 2^6 \Rightarrow 2^x = 2^6$$

با در نظر گرفتن  $A > 0$  داریم:

$$\log_2(x+2) = \log_2 A = \log_2 (2^6)^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} = 1.5 \quad \text{پس } x = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۵۸

$$\begin{cases} y = \sqrt[3]{x} \\ y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \end{cases} \Rightarrow \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{-2x + 3} \Rightarrow \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{-2x + 3}$$

پس  $y = \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$  و  $x = \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$  در نتیجه فاصلهی نقطه از مبدأ مختصات برابر است با:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}\sqrt{137}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حاصل  $\sqrt[3]{x}$  را تعیین می‌کنیم. ۲۵۹

$$(1 + \sqrt[3]{2})^{\frac{1}{3}} = a \quad \text{و} \quad (1 - \sqrt[3]{2})^{\frac{1}{3}} = b$$

$$x = a - b \Rightarrow x^3 = (a^3 - b^3) - ab(a - b) \Rightarrow x^3 = (1 + \sqrt[3]{2}) - (1 - \sqrt[3]{2}) + 3x \Rightarrow x^3 - 3x = 2\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}} \frac{2\sqrt[3]{2}}{x^3 - 3x} = \log_{\sqrt[3]{2}} \frac{3}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶۰

$$\log_{\sqrt[3]{2}} 20 = \log_{\sqrt[3]{2}} 20 \times 2 = \log_{\sqrt[3]{2}} 20 + \log_{\sqrt[3]{2}} 2 = 2 \log_{\sqrt[3]{2}} 5 + 1$$

$$= 2 \log_{\sqrt[3]{2}} \frac{10}{3} + 1 = 2 (\log_{\sqrt[3]{2}} 10 - \log_{\sqrt[3]{2}} 3) + 1$$

$$= 2 \log_{\sqrt[3]{2}} 10 - 2 + 1 = 2 \log_{\sqrt[3]{2}} 10 - 1 = 2 \left( \frac{1}{\log_{10} 2} \right) - 1$$

$$\log_{\sqrt[3]{2}} 2 = \frac{1}{3} \Rightarrow 2 \left( \frac{1}{\log_{10} 2} \right) - 1 = 2 \times \frac{10}{3} - 1 = \frac{20}{3} - 1 = \frac{17}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع لگاریتم در پایه ۲ صعودی است پس خواهیم داشت: ۲۶۱

$$\frac{4 - 3x^2}{5} < 2^{-3} \Rightarrow 4 - 3x^2 < \frac{5}{8} \Rightarrow 3x^2 > \frac{27}{8} \Rightarrow x^2 > \frac{9}{8} \Rightarrow |x| > \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{2}} < |x| < \frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$4 - 3x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < \frac{4}{3} \Rightarrow |x| < \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$$

۲۶۲

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_a \sqrt{b} = \log_a b^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a b = \frac{1}{4} \log_a b$$

$$\log_b a = \frac{1}{18} \Rightarrow \log_a b = \frac{1}{\frac{1}{18}} = 18$$

با توجه به فرمول  $\log_b a = \frac{1}{\log_b a}$  ، داریم:

$$\frac{1}{4} \log_a b = \frac{1}{4} \times 18 = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4.5$$

بنابراین در انتها، به جای  $\log_a b$  مقدار ۱۸ را جای‌گزین می‌کنیم:

$$\log_2(x+3) = \log_2 x + 2 \Rightarrow \log_2(x+3) - \log_2 x = 2$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۲۶۳

$$\log_2 \frac{x+3}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x+3}{x} = 2^2 \Rightarrow \frac{x+3}{x} = 4 \Rightarrow 4x = x+3 \Rightarrow 4x - x = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\log_2 \sqrt{5} + \log_5 \sqrt{2} = \log_2 \sqrt{5} \times 5 \sqrt{2} = \log_2 \sqrt{10}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۲۶۴

$$10 \sqrt{10} = 10 \times 10^{\frac{1}{2}} = 10^{1+\frac{1}{2}} = 10^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \log_{10} 10 \sqrt{10} = \log_{10} 10^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

داریم:

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶۵

$$\log_{16} 9 = \frac{\log 9}{\log 16} = \frac{\log 3^2}{\log 2^4} = \frac{2 \log 3}{4 \log 2} = \frac{\log 3}{2 \log 2} = \frac{0.48}{0.69} = \frac{0.68}{1.38} = \frac{2}{3}$$

$$\log(x+1) - \log 2 = \log \frac{x+1}{2} + \log 5$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶۶

$$\log \frac{x+1}{2} = \log 5 \times \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{10}{x} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x(x+1) = 20 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow (x+5)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+5=0 \Rightarrow x=-5 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۶۷

$$\log \frac{x-2}{x+1} = -1 \Rightarrow \frac{x-2}{x+1} = 2^{-1} \Rightarrow \frac{x-2}{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 4 = x + 1$$

$$\Rightarrow 2x - x = 1 + 4 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\log(3x-2) - \log 2^4 = \log(x+1) - \log 4$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۶۸

$$\log \frac{3x-2}{4} = \log \frac{x+1}{4} \Rightarrow \frac{3x-2}{4} = \frac{x+1}{4}$$

$$\Rightarrow 12x - 8 = 4x + 4 \Rightarrow 12x - 4x = 4 + 8 \Rightarrow 8x = 12 \Rightarrow x = 1.5$$

$$\Rightarrow \log \frac{x}{2} = \log \frac{4}{2} = \log \frac{2}{2} = 2 \log \frac{2}{2} = 2$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۶۹

$$A_t = A_0 (1+r)^t$$

$$\therefore A_t = A(1 + r/12)^t$$

$$r = 1/12^t$$

$$\begin{aligned} \log r = t \log 1/12 \Rightarrow t &= \frac{\log r}{\log 1/12} = \frac{\log r}{\log 1 + \log 1/12} = \frac{\log r}{\log 1 + (-2) + 4 \log 2} \\ &= \frac{0/301}{0/8451 - 2 + 4 \times 0/301} = \frac{0/301}{0/0491} \approx 6/13 \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم:  $\log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b}$ . لذا داریم: ۲۷۰

$$\log 24 - \log 6 = \log 4, \quad \log(x+3) - \log \sqrt{x} = \log \frac{x+3}{\sqrt{x}} \Rightarrow \log \frac{x+3}{\sqrt{x}} = \log 4$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{\sqrt{x}} = 4$$

برای حل معادله طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(x+3)^2 = 16x \Rightarrow x^2 + 10x + 9 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -9 \end{cases}$$

به ازای  $x = -1$  لگاریتم  $x$  تعریف نشده است. لذا:

$$x = -9 \Rightarrow \log \sqrt[4]{x+1} = \log \frac{1}{\sqrt[4]{9}} = 6 \log \frac{1}{2} = 6$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. قرار می‌دهیم  $A = 2^x$ . لذا داریم: ۲۷۱

$$2^x \times 2^2 + 2^4 \times (2^x)^2 = 272 \Rightarrow 4A + 16A^2 = 272$$

$$\Rightarrow 4A^2 + A - 68 = 0 \Rightarrow (4A + 17)(A - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = -4 = 2^x \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \log_{2^x} \frac{1}{2} = \log_{2^{-2}} 1 = 0 \\ A = -\frac{17}{4} = 2^x \text{ غیرممکن} \end{cases}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. صورت و مخرج را جداگانه ساده می‌کنیم: ۲۷۲

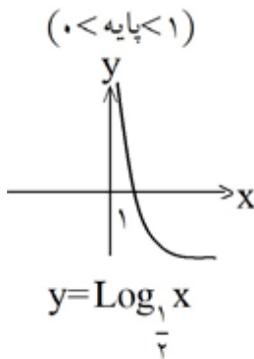
$$(\log \lambda)^2 - (\log 2)^2 = (\log \lambda - \log 2)(\log \lambda + \log 2) = \log \lambda \log 16 = \log 2^2 \log \lambda^2 = \lambda (\log 2)^2$$

$$\log \sqrt[4]{2} \log \lambda = \log \frac{1}{2} \log \lambda^2 = \frac{1}{2} \times 2 (\log \lambda)^2 = (\log \lambda)^2$$

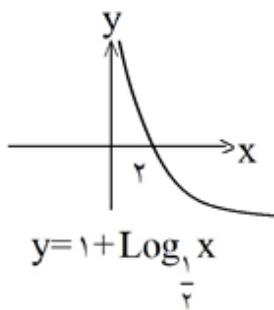
$$\frac{\lambda (\log 2)^2}{(\log \lambda)^2} = \text{جواب نهایی}$$

حال داریم:

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۲۷۳



یک واحد به سمت راست



$$y = \cdot \Rightarrow 1 + \text{Log}_{\frac{1}{2}} x = \cdot \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} x = -1 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 \Rightarrow (\text{محل برخورد با } x \text{ ها})$$

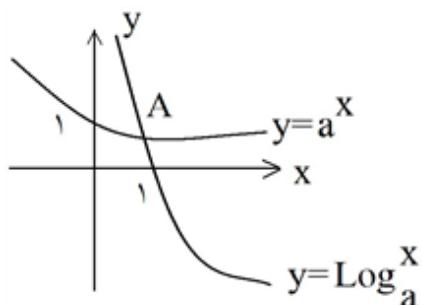
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۷۴

$$\text{Log} 20 = 1/301 \Rightarrow 1 + \log 2 = 1/301 \Rightarrow \log 2 = 1/301 \Rightarrow \log 5 = 1 - 1/301 = 0/699$$

$$\begin{aligned} \text{Log}(\sqrt[5]{625} \times \sqrt[3]{4}) &= \text{Log} \left( 5^{\frac{4}{5}} \times 2^{\frac{2}{3}} \right) = \frac{4}{5} \text{Log} 5 + \frac{2}{3} \text{Log} 2 \\ &= 0.8 \times 0.699 + 0.6 \times 0.301 = 0.7398 \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۲۷۵

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{\sqrt{2+1}} + \sqrt[3]{\sqrt{2-1}} \\ \Rightarrow x^3 &= (\sqrt{2+1}) + (\sqrt{2-1}) + 3 \left( \sqrt[3]{(\sqrt{2+1})(\sqrt{2-1})} \right) (x) \\ x^3 - rx &= 2\sqrt[3]{2} \\ \text{Log}_r(x^3 - rx) &= \text{Log}_r 2\sqrt[3]{2} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$



گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۷۶

اگر  $1 < a < e$  باشد دو تابع  $y = a^x$  و  $y = \text{Log}_a x$  نزولی و معکوس یکدیگرند. در یک نقطه در ناحیه اول روی خط  $y = x$  متقاطع‌اند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر تعریف لگاریتم داریم:

$$x^2 - \frac{8}{5}x = 3^{-2} \Rightarrow x^2 - \frac{8}{5}x - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}, -\frac{1}{15} \Rightarrow x = \frac{5}{3} \Rightarrow 3(x+1) = 3x + 3 = 5 + 3 = 8$$

در نتیجه  $x = \frac{1}{15}$  جواب دیگری به دست می‌آید که با توجه به صورت سؤال نیازی به یافتن آن نداریم.

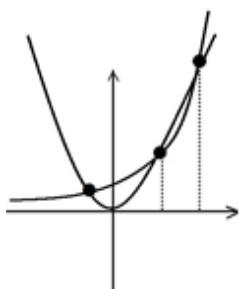
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4} \quad 2x = -\frac{1}{2} \quad 3^{2x} = 3^{-\frac{1}{2}} \quad \text{پس } \log_9 \frac{\sqrt{3}}{3} = x \Rightarrow 9^x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به مقدار رادیکال‌ها،  $x$  عدد مثبت است.

$$x^{\frac{1}{2}} = (2\sqrt{2} + \sqrt{6}) + (2\sqrt{2} - \sqrt{6}) - 2\sqrt{8-6}$$

$$x^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = 2^{\frac{3}{4}} \Rightarrow \log_2 x = \frac{3}{4}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با رسم دو تابع  $y = 2^x$ ,  $y = x^2$  پیدا است که در ۳ نقطه متقاطع‌اند، که دو نقطه از این سه نقطه  $x = 2$  و  $x = 4$  می‌باشد و نقطه‌ی سوم نقطه‌ای با طول منفی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = \frac{-3 + \sqrt{37}}{2} \Rightarrow x(x+3)+1 = \frac{-3 + \sqrt{37}}{2} \times \frac{3 + \sqrt{37}}{2} + 1 = \frac{37 - 9}{4} + 1 = 8$$

$$\log_{\frac{1}{4}} x = x \Rightarrow x = 4^x \Rightarrow 2^3 = 2^{2x} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ درست است. برای تعریف شدن  $\sqrt{x}$  باید  $x \geq 0$  باشد و برای تعریف شدن لگاریتم‌ها باید

$$x > 0 \text{ باشند که نتیجه می‌شود } 1 > \sqrt{x} \text{ و } x + \sqrt{x} > 0.$$

بنابر روابط لگاریتم داریم:

$$\log(x + \sqrt{x})(x - \sqrt{x}) + \log 16 = 0$$

$$\log(x^2 - x) + 16 = 0 \Rightarrow 16(x^2 - x) = 1$$

$$x^2 - x - \frac{1}{16} = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{5}{4}}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

با توجه به اینکه  $x > 0$  است جواب  $\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$  مورد قبول است.

۲۸۲

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) - \log(x + 4) = 1$$

$$\log \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8 + 1}{x + 4} = \log 10$$

$$\frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8 + 1}{x + 4} = 10 \Rightarrow \frac{(x+4)^3 + 1}{x+4} = 10 \Rightarrow \frac{[(x+4)^2 - (x+4) + 1](x+4+1)}{x+4}$$

با تقسیم صورت بر مخرج کسر:

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 3 = 10 \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{37}}{2}$$

با درنظر گرفتن  $x > 0$  جواب به صورت  $x = \frac{-3 + \sqrt{37}}{2}$  قابل قبول است پس

$$\log_x 16 = \frac{4}{3} \Rightarrow x^{\frac{4}{3}} = 16 \xrightarrow[\text{می رسانیم.}]{\text{طرفین را به توان}} x^4 = 16^3$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow x^4 = (2^4)^3 \Rightarrow x^4 = (2^3)^4 \xrightarrow[\text{توان ها مساوی اند پس پایه ها هم مساوی اند.}]{\text{با فرض مثبت بودن مبنای لگاریتم}} x = 2^3 = 8$$

$$\log_2 x = \log_2 8 = 3$$

۲۸۴

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸۵

$$\gamma^a = \sqrt[2]{\gamma} \Rightarrow \log_{\gamma} \sqrt[2]{\gamma} = a$$

$$\sqrt[2]{\gamma} = \gamma \times \gamma^{\frac{1}{2}} = \gamma^1 + \gamma^{\frac{1}{2}} = \gamma^{\frac{3}{2}} \Rightarrow a = \log_{\gamma} \gamma^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_{\gamma}(1 - a) = \log_{\gamma}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \log_{\gamma}\frac{1}{2} = \log_{\gamma}\gamma^{-1} = \frac{-1}{2}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۲۸۶

$$\cdot/25 = \frac{1}{4} \Rightarrow \log_{\gamma} \cdot/25 = \log_{\gamma} \frac{1}{4} = \log_{\gamma} \gamma^{-1} = \log_{\gamma} \gamma^{-4} = -4 \log_{\gamma} \gamma = -4$$

$$\sqrt[3]{\gamma} = \gamma^{\frac{1}{3}}, \quad \frac{1}{9} = \frac{1}{\gamma^2} = \gamma^{-2}$$

$$\log_{\frac{1}{9}} \sqrt[3]{\gamma} = \log_{\gamma^{-2}} \gamma^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{-2} \log_{\gamma} \gamma = -\frac{1}{4} \Rightarrow \log_{\gamma} \cdot/25 + \log_{\frac{1}{9}} \sqrt[3]{\gamma} = -4 - \frac{1}{4} = \frac{-16 - 1}{4} = \frac{-17}{4}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸۷

$$\log(\gamma/5 - x) = \log \gamma/5 - \log x \Rightarrow \log(\gamma/5 - x) = \log \frac{\gamma/5}{x} \Rightarrow \gamma/5 - x = \frac{\gamma/5}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} - x = \frac{9}{\gamma x} \xrightarrow{\gamma x = 9} 9x - \gamma x^2 = 9 \Rightarrow \gamma x^2 - 9x + 9 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{9}{2}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۲۸۸

$$\log \frac{\frac{1}{\gamma} \times \gamma^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{\gamma^4}} = \log \frac{\frac{1}{\gamma}}{\gamma^{-4}} = \log \frac{\gamma^{\frac{3}{2}}}{\gamma^{-4}} = \frac{3}{-4} = \log \cancel{\gamma^{\frac{1}{2}} \times \frac{3}{\gamma}} = \frac{3}{\gamma}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۲۸۹

$$\log(\gamma x + 1) = \log 5 + \log \gamma$$

~~$$\log(\gamma x + 1) = \log(5 \times \gamma)$$~~

$$\gamma x + 1 = 5 \cdot$$

$$x = 12$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹۰

$$\log_{\sqrt{2}}(A+10) = \log_{\sqrt{2}}A + 1$$

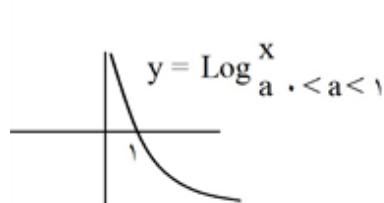
$$\log_{\sqrt{2}}(A+10) - \log_{\sqrt{2}}A = 1 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}\frac{A+10}{A} = 1 \Rightarrow \frac{A+10}{A} = \sqrt{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{2}A = A + 10 \Rightarrow \sqrt{2}A = 10 \Rightarrow A = 5$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۹۱

$$\log \sqrt[5]{12} = \log 12^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log 12 = \frac{1}{5} \log 2^2 \times 3 = \frac{1}{5} (2 \log 2 + \log 3) = \\ \Rightarrow \frac{1}{5} (2a + b) = \frac{2a + b}{5}$$

$$\log_{\sqrt{2}}x + 1 + \log_{\sqrt{2}}x^2 - x + 1 = 2 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}(x+1)(x^2 - x + 1) = 2 \\ \Rightarrow x^2 + 1 = 2^2 \Rightarrow x^2 + 1 = 4 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹۲

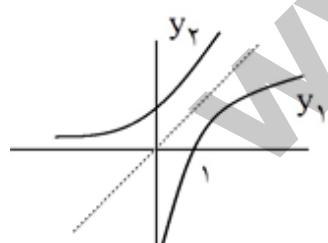


$$x \neq \frac{k\pi}{2} \Rightarrow \cos x \neq \pm 1 \text{ و } 0 \\ \frac{1}{|\cos x|} > 1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{|\cos x|} < 0$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۲۹۳

$$\log_{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}} \sqrt[5]{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}} = \log_{x^{\frac{1}{2}}} x^{\frac{1}{10}} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{2} \log_x x = \frac{1}{20}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹۴



$$y_1 = \log_{\sqrt{5}} \sqrt{x} = \log_5 x \\ y_2 = (\sqrt{5})^x$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۹۵

با توجه به نمودارها، نقطه‌ی برخوردی ندارند.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۲۹۶

$$P_t = P_0 (1+r)^t \Rightarrow \frac{P_t}{P_0} = (1+r)^t \Rightarrow \log \frac{P_t}{P_0} = \log (1+r)^t \Rightarrow \log \frac{P_t}{P_0} = t \log (1+r)$$

$$\Rightarrow t = \frac{\log \frac{P_t}{P_0}}{\log (1+r)} = \frac{0.4902}{0.0086} = \frac{49.02}{8.6} = 5.6$$

$$\left( \log \frac{P_t}{P_0} = \log \frac{P_t}{P_0} = \log 1.4902 - \log 1.0 = 0.4902 - 0 = 0.4902 \right)$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹۷

$$\log_r(x^2 - 1) - \log_r(x + 3) = 1 \Rightarrow \log_r \frac{x^2 - 1}{x + 3} = 1 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x + 3} = r$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = rx + 3 \Rightarrow x^2 - rx - 1 - 3 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\log_r(x - 3) = \log_r(5 - 3) = \log_r 2 = \log_{\frac{1}{r}} 2 = \frac{1}{2}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹۸

$$\log \frac{125 \times 0.27}{128} = \log 125 + \log 0.27 - \log 128$$

$$= \log 5^3 + \log 27 - \log 1000 - \log 2^7 = 3 \log 5 + 3 \log 3 - 3 - 7 \log 2$$

$$= 3(0.6990) + 3(0.4771) - 3 - 7 \times 0.3010$$

$$= 2.0970 + 1.4213 - 3 - 2.1070 = 3.5283 - 4.1070 = -0.5787$$

$$\left( \log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3010 = 0.6990 \right)$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۲۹۹

$$\log \sqrt[3]{12} = \log 12^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 12^2 \times 3 = \frac{1}{3} (2 \log 12 + \log 3) = \frac{2}{3} \log 12 + \frac{1}{3} \log 3 = \frac{0.6020}{3} + \frac{0.4771}{3} = \frac{1.0791}{3}$$

$$= 0.3597$$

۳۰۰

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. همان‌طور که می‌دانید:  $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$  ، داریم:

$$(\log_{10} 2)^2 + (\log_{10} 5)(\log_{10} 63) = (\log_{10} 2)^2 + (\log_{10} 5)(\log_{10} 5 + 2 \log_{10} 3) =$$

$$= (\log_{10} 2)^2 + (\log_{10} 5)^2 + 2 \log_{10} 2 \cdot \log_{10} 5 = (\log_{10} 2 + \log_{10} 5)^2 = (\log_{10} 10)^2 = 1$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴

۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴

۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴
۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۵۶	۱	۲	۳	۴

۲۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴
۲۸۱	۱	۲	۳	۴
۲۸۲	۱	۲	۳	۴
۲۸۳	۱	۲	۳	۴
۲۸۴	۱	۲	۳	۴
۲۸۵	۱	۲	۳	۴
۲۸۶	۱	۲	۳	۴
۲۸۷	۱	۲	۳	۴
۲۸۸	۱	۲	۳	۴

۲۸۹	۱	۲	۳	۴
۲۹۰	۱	۲	۳	۴
۲۹۱	۱	۲	۳	۴
۲۹۲	۱	۲	۳	۴
۲۹۳	۱	۲	۳	۴
۲۹۴	۱	۲	۳	۴
۲۹۵	۱	۲	۳	۴
۲۹۶	۱	۲	۳	۴
۲۹۷	۱	۲	۳	۴
۲۹۸	۱	۲	۳	۴
۲۹۹	۱	۲	۳	۴
۳۰۰	۱	۲	۳	۴