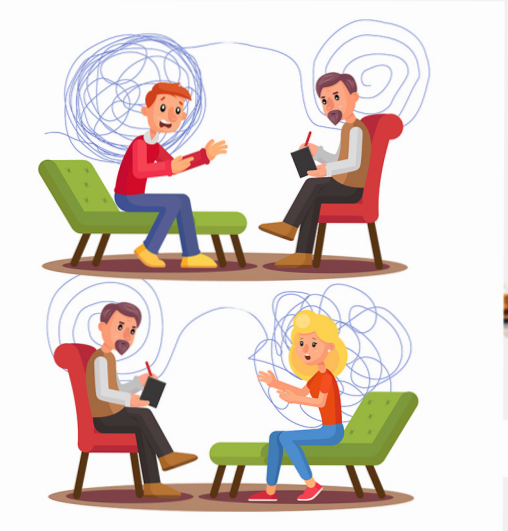
AKO
گروه مشاوره و برنامه ریزی

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

آکادمی کنکور در ایران

کلاس های vip کنکور



جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک هفته ای رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ عدد ۱ را ارسال کنید.

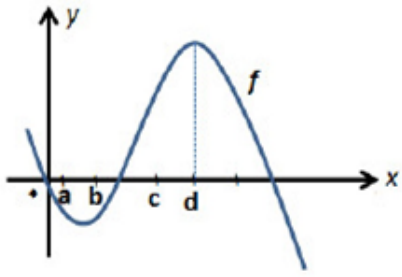
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۵۰۰ نمونه سوال امتحانات نهایی حسابان ۲

۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
- تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{x}$ در دامنه‌اش اکیداً نزولی است.

۲ با درنظر گرفتن نمودار تابع f در شکل زیر، نقاط به طول‌های a، b، c و d را با مشتق‌های داده در جدول نظیر کنید.

x	f'(x)
	۰
	۰/۵
	۲
	-۰/۵



۳ حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2}$

ب) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^+} tgx$

پ) $\lim_{x\to -\infty}\frac{-4x^7+5x^2}{2x^3+9}$

۴ معادله‌ی یک تابع سینوسی $y=aSin(bx)+c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن ۱- و دوره‌ی تناوب آن 8π است.

۵ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x)=-x^3+6x^2-9$ را رسم کنید.

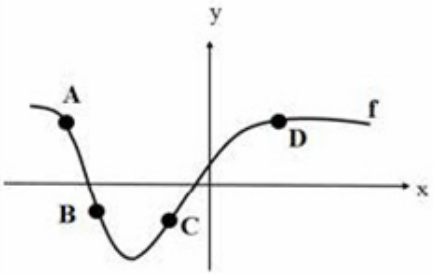
۶ ورق فلزی مستطیل شکلی، به طول ۱۶ سانتی‌متر و عرض ۶ سانتی‌متر درنظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی‌گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار x چه قدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.

www.akoedu.ir

۷ مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $y = \frac{x + ۱}{x^۲ + ۳}$ را در صورت وجود بیابید.

۸ معادله $۲\sin x \cos x + ۳\cos x = ۰$ را حل کنید.

۹ جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.



- در نقطه ..... از نمودار مقابل، مقادیر f' و f'' هر دو مثبت است.

۱۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.
- هر نقطه‌ای که در آن مقدار $f''(x)$ برابر صفر شود، یک نقطه عطف تابع $f(x)$ است.

۱۱ اگر نقطه $A(-۱ , ۱)$ نقطه عطف منحنی $f(x) = x^۳ + ax^۲ + bx - ۱$ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

۱۲ معادله مثلثاتی $۲\cos^۲ x = \sin x - ۱$ را حل کنید.

۱۳ باقیمانده تقسیم عبارت‌های $p(x) = x^۳ + ax + ۱$ و $q(x) = ۲x^۲ - x + ۱$ بر $(x + ۲)$ یکسان می‌باشد. مقدار a را بیابید.

۱۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.
- در نقطه عطف علامت $f''(x)$ تغییر می‌کند.

۱۵ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
- برد تابع تانژانت $y = \tg x$ برابر ..... است.

۱۶ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
- به تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا نزولی باشد، ..... می‌گوییم.

۱۷ اگر نقطه $(۱ , ۲)$، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^۳ + bx^۲ + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.

۱۸ جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت درنظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -۵t^۲ + ۴۰t$ به دست می‌آید:
الف) سرعت متوسط جسم را در بازه $[۵ , ۸]$ به دست آورید.
ب) مشخص کنید در چه لحظه‌ای سرعت جسم $۳۵\frac{m}{s}$ است.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۹ حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \to ۵} \frac{۲ - \sqrt{x - ۱}}{x - ۵}$

ب) $\lim_{x \to \left(-\frac{۱}{۳}\right)} \frac{[x]}{|۳x + ۱|}$

ج) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{۲}}{۳ + \frac{۱}{x} - \frac{۴}{x}}$

۲۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
در تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x - a$، باقیمانده برابر $p(a)$ است.

۲۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.
اگر $x = c$ طول نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ و $f'(c)$ موجود باشد، آن‌گاه $f'(c) = ۰$

۲۲ نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، مستطیلی بیش‌ترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشد.

۲۳ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^{۲} - t + ۱۰$ برحسب متر در بازه زمانی $[۰ , ۵]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[۰ , ۵]$ با هم برابرند؟

۲۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
دامنه تابع با ضابطه‌ی $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.

۲۵ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x - ۲}$ را رسم کنید.

۲۶ جسمی از سطح زمین به طور عمودی پرتاب شده است، که معادله ارتفاع آن از سطح زمین به صورت $f(t) = -۲t^{۲} + ۱۰t$ می‌باشد. سرعت لحظه‌ای این جسم را در $t = ۲$ به دست آورید.

۲۷ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{۴x^{۲} + ۱}{۲x^{۲} + x}$ را در صورت وجود بیابید.

۲۸ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
دامنه تابع با ضابطه‌ی $y = \text{tg}\, x$ به صورت $\{x \in R | x \neq \ldots\}$ است.

۲۹ چندجمله‌ای $x^{۶} - ۱$ را با عامل $x - ۱$ تجزیه کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۰ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.
اگر تابع f در $x = a$ مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه f در a، ..... است.

۳۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید.
مقدار تابع سینوس در $x = \frac{\pi}{۲}$ تعریف نشده است.

۳۲ دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود)
$y = \pi \sin(-x) + ۱$

۳۳ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{۱ + ۲x^{۲}}{۱ - x^{۲}}$ را در صورت وجود به دست آورید.

۳۴ اگر $f(x) = \sin^{۲} x - \cos ۲x$ مقدار $f''\left(\frac{\pi}{۶}\right)$ را حساب کنید.

۳۵ حدود زیر را محاسبه کنید.
الف) $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x + ۱}{\tan x}$
ب) $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^{۲} + ۱}{x^{۳} + ۲x^{۲} + ۱}$

۳۶ نمودار تابع مقابل را به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ رسم کنید. $y = \cos ۲x - ۱$

۳۷ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.
تابع $f(x) = \sqrt[۳]{x}$ در $x = ۰$ مشتق‌پذیر نیست. خط $x = ۰$ را ..... منحنی می‌نامیم.

۳۸ تابع $f(x) = -۲x^{۳} + ۳x^{۲} + ۱۲x - ۹$ درنظر بگیرید:
الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن‌را در صورت وجود مشخص کنید.
ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در بازه $[۰ , ۳]$ در صورت وجود به دست آورید.

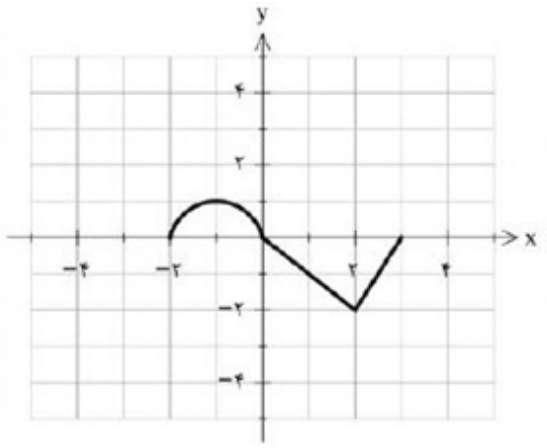
۳۹ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)
الف) $f(x) = \left(\frac{-۳x + ۱}{x^{۲} + ۵}\right)^{۸}$
ب) $g(x) = \left(\frac{۱}{x}\right)\left(\sqrt{۳x + ۲}\right)$

۴۰ به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = |x^{۲} - ۴|$ را در نقطه $x = -۲$ بررسی کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۱ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است.



الف) نمودار تابع $y = ۳f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$ را رسم کنید.

ب) دامنه تابع $y = ۳f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$ را تعیین کنید.

۴۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است.

۴۳ جهت تقعر و نقطه عطف تابع $f(x) = x^۳ + ۳x^۲ + ۱$ را مشخص کنید.

۴۴ حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۰^+} \frac{x^۲ + x}{x^۲}$

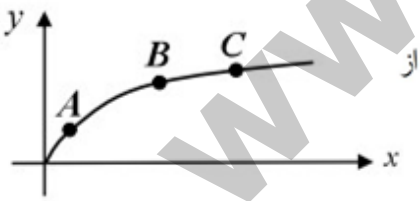
ب) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{۲x^۲ - x + ۱}{۴x^۳ + ۲x - ۱}$

۴۵ نمودار تابع $f(x) = x^۲ + ۲$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه‌ای این تابع اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟

۴۶ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

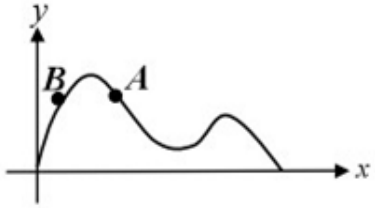
نمودار تابع $y = x^۳$ در بازه $[۰ , ۱]$ پایین‌تر از نمودار تابع $y = x^۲$ قرار دارد.

۴۷ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.



با توجه به شکل روبه‌رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ..... بزرگ‌تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه B است.

۴۸ درست یا نادرست بودن عبارت زیر را تعیین کنید.



در شکل روبه‌رو، شیب خطوط مماس در نقاط A و B مثبت است.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۹ درست یا نادرست بودن عبارت زیر را تعیین کنید.

حاصل $\lim\limits_{x \to ۳^{+}} \frac{x + ۱}{۹ - x^{۲}}$ برابر با $-\infty$ است.

۵۰ در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.

اگر $f'(۲) = -۱$ و $g'(۲) = ۳$، در این صورت $(۲f + ۳g)'(۲)$ برابر با ..... است.

۵۱ دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل‌ضربشان کم‌ترین مقدار ممکن گردد.

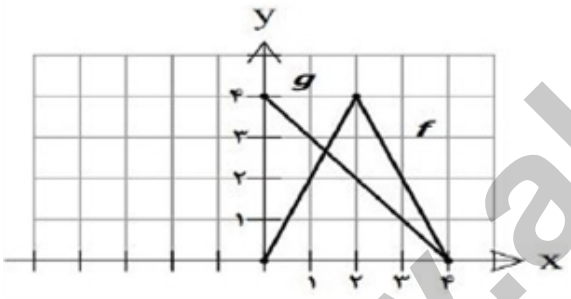
۵۲ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $f(x) = (۵x - ۱)(x^{۲} + ۱)^{۳}$ ب) $g(x) = \frac{۹x - ۲}{\sqrt{x}}$

۵۳ در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود، تابع ..... نامیده می‌شود.

۵۴ نمودار تابع f , g را در شکل مقابل درنظر بگیرید. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ باشد، $h'(۱)$ را بیابید.



۵۵ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف) $f(x) = \frac{۲x + ۳}{x^{۳} - ۲x^{۲}}$ ب) $g(x) = \sin^{۳}(۲x + ۱)$

۵۶ مشتق‌پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = ۱$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^{۲} + ۳ & x \geq ۱ \\ ۳x + ۱ & x < ۱ \end{cases}$$

۵۷ در چند جمله‌ای $p(x) = x^{۳} + ax^{۲} + b$ مقادیر a , b را چنان بیابید که باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر $x - ۱$ برابر با ۴ باشد و بر $x + ۲$ بخش‌پذیر باشد.

۵۸ جدول تغییرات تابع $f(x) = x^{۳} - ۳x + ۴$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن‌را در صورت وجود مشخص کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۵۹ مشتق تابع $y = \frac{۱}{x}\left(۲\sqrt{x} - ۱\right)^{۴}$ را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۶۰ معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن‌را بنویسید.

۶۱ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -۳\cos ۲\pi x + ۱$ را به دست آورید.

۶۲ جدول رفتار و نمودار تابع $y = x^{۳} + ۳x^{۲} + ۱$ را رسم کنید.

۶۳ ابتدا جهت تقعر تابع $y = \frac{x + ۱}{x - ۱}$ را مشخص کرده، سپس وجود نقطه عطف آن‌را بررسی کنید.

۶۴ مقادیر اکسترمم‌های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{۱}{۳}x^{۳} + x^{۲}$ را در بازه $[-۲ , ۳]$ به دست آورید.

۶۵ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = ۲x^{۲} + ۵x + ۱$ در نقطه $x = ۲$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = -۱$ است؟

۶۶ مشتق توابع زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = \left(۲x^{۳} + \sqrt[۳]{x} - ۱\right)^{۴}$ ب) $g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^{۲} + ۱}\right)$

۶۷ حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \to ۱^{+}} \frac{x^{۲} - ۱}{(x - ۱)^{۲}}$

ب) $\lim_{x \to -\infty} \left(-۲x^{۳} + x - ۱\right)$

پ) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{۳} + ۱}{۲x^{۳} - ۴x}$

۶۸ دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -۳\cos(\pi x) + ۱$ را مشخص کنید.

۶۹ اگر $\log(۲x - ۳) \leq \log(x + ۱)$، حدود x را به دست آورید.

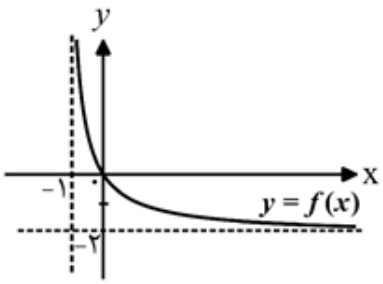
۷۰ در فاصله $[۰ , ۱]$ از بین دو تابع $f(x) = x^{۲}$ و $g(x) = x^{۳}$، نمودار کدام تابع پایین‌تر قرار دارد؟

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۷۱ درجه تابع $f(x) = x^{۲}(۱ - x)^{۵}$ را مشخص کنید.

۷۲ با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$، حدهای خواسته شده را بنویسید.



آ) $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$

ب) $\lim_{x \to -۱^{+}} f(x) =$

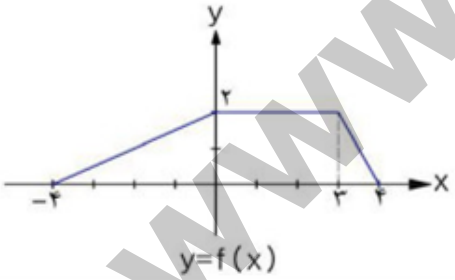
۷۳ ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه‌ی آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x بر می‌گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.

۷۴ اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = ۲x^{۳} + ۳x^{۲} - ۱۲x$ را در بازه‌ی $[-۱,۳]$ به دست آورید.

۷۵ اگر تابع $f(x) = ax^{۲} + bx$ در $x = ۱$ دارای ماکزیمم نسبی برابر ۷ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

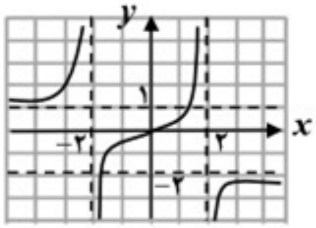
۷۶ معادله ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = ۲t^{۲} - t$، برحسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[۰,۴]$ با هم برابرند.

۷۷ با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$، نمودار $y = \frac{۱}{۲} f(۴x)$ را رسم کنید.



۷۸ قضیه: ثابت کنید اگر تابع f در $x = \alpha$ مشتق‌پذیر باشد آن‌گاه تابع f در $x = \alpha$ پیوسته است.

۷۹ با توجه به نمودار تابع f که در زیر آمده است، مجانب‌های افقی تابع را بنویسید.



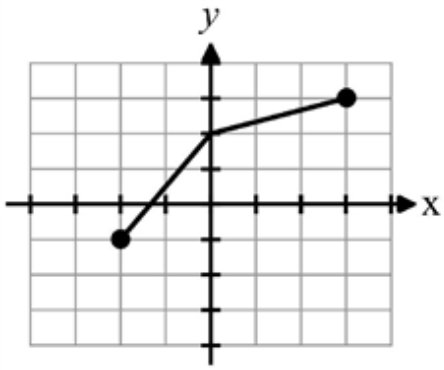
www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۸۰ درست یا نادرست بودن عبارت زیر را تعیین کنید.
اگر $k > ۱$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور xها به دست می‌آید.

۸۱ الف) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۲ - ۳\sin ۴x$ را به دست آورید.
ب) دامنه تابع $f(x) = \tan(۲x)$ را به دست آورید.

۸۲ با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{۲}\right) - ۲$ را رسم کنید.



۸۳ در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.
الف) تابع $h(x) = (۲x^۲ - ۵x + ۱)^۲$ به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = ۲x^۲ - ۵x + ۱$ و $g(x) = \ldots$ است.

ب) حد تابع $g(x) = \begin{cases} \frac{۱}{x} & x > ۰ \\ \frac{۵x^۲ - ۳x}{-x^۲ + ۱} & x \le ۰ \end{cases}$ وقتی $x \to -\infty$ برابر ..... است.

پ) اگر $f'(۲) = ۳$ و $g'(۲) = ۵$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $(۲g - f)'(۲)$ برابر ..... است.
ت) شکل حاصل از دوران یک دایره حول یکی از قطرهای آن برابر ..... است.

۸۴ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x + ۱}{x - ۲}$ را رسم کنید.

۸۵ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)
الف) $y = \frac{x^۲ + ۱}{x^۳ + ۲x - ۵}$ ب) $y = \cos^۲(-۳x + ۱)$

۸۶ اگر f و g توابع مشتق‌پذیر باشند و $f(۲) = ۳$ ، $f'(۲) = ۱$ ، $g(۲) = -۳$ و $g'(۲) = ۲$، مقادیر $(fg)'(۲)$ و $(f + g)'(۲)$ را به دست آورید.

۸۷ معادله مثلثاتی $\cos ۳x - \cos x = ۰$ را حل کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۸۸ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^{۳} - ۳x^{۲} + ۱$ را رسم کنید.

۸۹ اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^{۴} - ۲x^{۳} + ۲$ را در بازه $[-۲ , ۱]$ به‌دست آورید.

۹۰ نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{۳}x + ۲\cos x$ را روی بازه $(۰ , ۲\pi)$ به‌دست آورید.

۹۱ نقاطی از منحنی $y = \tan x$ را در بازه $\left(-\frac{\pi}{۲} , \frac{\pi}{۲}\right)$ چنان تعیین کنید که مماس بر منحنی با خط $y = ۲x$ موازی باشد.

۹۲ معادله خط مماس بر تابع $y = \frac{x}{(x^{۲} + ۶)}$ را در نقطه $(۲ , ۰/۲)$ پیدا کنید.

۹۳ حجم آب یک منبع آب، t دقیقه پس از شروع تخلیه، بر حسب لیتر برابر است با: $v(t) = ۲۵۰ (۱۶ - t)^{۲}$، آهنگ لحظه‌ای تخلیه آب بعد از ۴ دقیقه چقدر است و آن را توصیف کنید.

۹۴ حد تابع روبه‌رو را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x + ۳}{\sqrt{۴x^{۲} + ۹x - ۱}}$$

۹۵ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(x) = ۲۰۰t^{۲} - ۵۰t$ می‌باشد.
الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله زمانی $t = ۰$ تا $t = ۴$ به دست آورید.
ب) آهنگ لحظه‌ای تغییرات تابع را در نقطه‌ی $t = ۳$ به دست آورید.

۹۶ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع زیر را در نقطه داده شده به دست آورید.

$$f(x) = \frac{۱}{(۱ - x)} \qquad x = -۱$$

۹۷ با استفاده از تعریف، معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^{۲} + ۲x + ۳$ را در نقطه‌ی $x = ۱$ به دست آورید.

۹۸ جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.
باقیمانده‌ی تقسیم $P(x) = x^{۲} - ۶x - ۴$ بر $x + ۱$ برابر با ..... است.

۹۹ اگر $f(x)$ تابعی مشتق‌پذیر در نقطه‌ای مانند a باشد نشان دهید $g(x) = f(x) + b$ نیز در نقطه a مشتق‌پذیر بوده و مشتق آن برابر است با $g'(a) = f'(a)$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۰۰ معادله $۲\cos^{۲}x - ۳\cos x + ۱ = ۰$ را حل کنید.

۱۰۱ نقاط اکسترمم نسبی $f(x) = x^{۳} - ۳x$ را بیابید.

۱۰۲ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) شیب خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x}$، در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی، برابر است با ..... .

ب) مکعبی به طول ضلع x مفروض است آهنگ تغییر حجم مکعب نسبت به x ، وقتی $x = ۳$ باشد برابر است با ..... .

ج) مشتق چپ تابع $f(x) = |x - ۱| + ۲|x - ۲|$ در $x = ۱$ برابر ..... است.

۱۰۳ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف) $f(x) = \dfrac{(۲x - ۵)^{۴}}{۵x^{۲} + ۶x}$

ب) $g(x) = \cos\left(\pi + \dfrac{x}{۴}\right) + \tg ۳x$

ج) $h(x) = (۷ + x^{۳}) \times \sqrt{۴x^{۲} + ۷}$

۱۰۴ دامنه مشتق‌پذیری تابع $f(x) = ۲x + \sqrt{x}$ را مشخص کنید.

۱۰۵ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $f(x) = \sqrt{\dfrac{۲x - ۴}{x + ۵}}$

ب) $g(x) = (۱ + \sin ۳x)^{۴} \times \tg\left(\dfrac{۱}{x}\right)$

۱۰۶ نقاطی از نمودار تابع $f(x) = x^{۳} - ۲x - ۶$ را معین کنید که مماس بر منحنی در این نقاط موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

۱۰۷ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در نقطه $a > ۰$ به دست آورید.

۱۰۸ نقاط بحرانی و نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = \sin^{۲}x + ۲\cos x$ را در بازه $[۰ , ۲\pi]$ به دست آورید.

۱۰۹ مشتق تابع مقابل را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = \frac{(x - ۲)^{۵}}{x^{۲} - ۳x}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۱۰ مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.)

$$y = \sqrt[۳]{x^{۲} + \sin x - ۱}$$

۱۱۱ با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^{۲} + ۱$ را در نقطه‌ی a محاسبه کنید.

۱۱۲ معادله‌ی $\cos ۲x - \cos x + ۱ = ۰$ را حل کنید.

۱۱۳ جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

باقی‌مانده‌ی تقسیم $P(x) = ۵x^{۳} + ۲x^{۲} - x + ۴$ بر $x + ۱$ برابر با ..... است.

۱۱۴ اگر $f(x) = \sqrt{x}\, g(x)$ و $g(۴) = ۸$ $g'(۴) = ۷$ باشد مقدار $f'(۴)$ را حساب کنید.

۱۱۵ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = -x^{۲} + ۲x$ نسبت به x روی بازه‌ی $[-۱ , ۲]$ برابر است با ..... .

۱۱۶ دامنه‌ی مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x - ۲}$ را بدست آورید.

۱۱۷ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

$$h(x) = \sin^{۲}(۳x) + \cot(x^{۲} - ۱)$$

۱۱۸ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

$$f(x) = \frac{۲x - ۳}{x^{۲} - ۶x + ۵}$$

۱۱۹ معادله‌ی حرکت یک متحرک روی یک خط مستقیم به صورت $f(t) = ۲t^{۲} - ۵t + ۱$ است. آهنگ متوسط تغییر مکان این متحرک را وقتی از نقطه‌ی ۱ به ۲ تغییر مکان می‌دهد، بدست آورید.

۱۲۰ در معادله‌ی سهمی $f(x) = ax^{۲} + bx + c$ ، مقادیر a و b و c را طوری تعیین کنید که نمودار تابع از نقاط $(۰,-۱)$ و $(۱,۰)$ و $(۲,۳)$ بگذرد.

۱۲۱ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$k(x) = ۲\tan^{۲}(۴x) - \sin(۷x)$$

۱۲۲ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$h(x) = \sqrt{x^{۲}(x+۱)}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۲۳ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x)=\frac{-۲}{x^{۴}+۶x}$$

۱۲۴ تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=-x^{۲}+۵x$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از ۱ به ۳ تغییر می‌کند، بدست آورید.

۱۲۵ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x\to ۵^{-}} \frac{x}{x-۵}$$

۱۲۶ در تابع خطی $f(x)=ax+b$ ، مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که نمودار تابع، محور عرض ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند و از نقطه‌ی (۶,-۴) بگذرد.

۱۲۷ مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست)

$$h(x)=\frac{\sqrt{۳x}}{x^{۲}+۱}$$

۱۲۸ معادله‌ی حرکت یک متحرک روی یک خط مستقیم به صورت $f(t)=۲t^{۲}-۵t+۱$ است. سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t_{۱}=۰$ و $t_{۲}=۳$ تعیین کنید.

۱۲۹ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x\to ۶^{-}} \frac{۴}{(x-۶)^{۲}}$$

۱۳۰ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} ۳x+۱ & x\leq ۱ \\ x^{۲}+۳ & x>۱ \end{cases}$ را در $x=۱$ بررسی کنید.

۱۳۱ مشتق تابع مقابل را بنویسید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $y=(۳x^{۲}+۵x)(۴x^{۲}+\sin x)$

۱۳۲ مشتق تابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$y=(۳x+۵)\cos(۴x^{۳}+۱)$$

۱۳۳ ابتدا نمودار تابع $f(x)=|x-۱|$ را با دامنه‌ی $[۰,۲]$ رسم کنید . سپس نمودار $y=f(x)+۱$ را رسم کرده و برد آن را به دست آورید.

۱۳۴ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x)=\frac{x}{x-۴}$ را رسم کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۳۵ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=|x^2-4|$ را در $x=2$ بررسی نمایید.

۱۳۶ جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=x^4-4x^3$ را در دامنه‌اش بررسی نموده و نقاط عطف آن را بیابید.

۱۳۷ مشتق تابع $f(x)=\sin^2\sqrt{x}$ را بیابید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

۱۳۸ طول نقاط عطف منحنی تابع $y=\frac{1}{1+x^2}$ را در صورت وجود، به دست آورید.

۱۳۹ اگر $f(x)=2x^4+1$ و $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ باشند، مشتق تابع fog را در $x=0$ بیابید.

۱۴۰ بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{[x]-3}{3-x}$$

۱۴۱ مقادیر a ، b و c را طوری بیابید که نقطه‌ی $(1,2)$ ، نقطه‌ی عطف تابع $f(x)=ax^3+3bx^2-c$ بوده و نمودار آن، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کند.

۱۴۲ برای تابع زیر D_f' را مشخص کنید.

$$f(x)=\frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$$

۱۴۳ یک‌به‌یک بودن تابع مقابل را به کمک بررسی صعودی یا نزولی اکید نشان دهید. $f(x)=\sqrt{x-1}$

۱۴۴ شیب خط مماس بر نمودار تابع $y=\frac{1}{x}$ را در نقطه‌ای به طول یک واقع بر آن به دست آورید.

۱۴۵ در تابع $f(x)=\begin{cases}x^3+1 & x\geq -1\\ x^2-1 & x<1\end{cases}$ مشتق‌های چپ و راست را در $x=-1$ جداگانه محاسبه کنید. آیا تابع در $x=-1$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟

۱۴۶ اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر x مساوی ۲ و بر $x+2$ مساوی ۱ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر x^2+2x را به دست آورید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۴۷ معادله‌ی خط قائم بر منحنی تابع $y=x^3-2x^2+1$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر منحنی بنویسید.

۱۴۸ تابع با ضابطه‌ی $y=x^2+3$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را به ازای $x_1=2$ و $\Delta x=0/3$ به دست آورید.

۱۴۹ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x}$$

۱۵۰ تابع $y=ax^2+x+b$ مفروض است، ضرایب a , b را چنان بیابید که منحنی از نقطه‌ی $A(2,-2)$ بگذرد و محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند.

۱۵۱ هرگاه $x+3y=24$ مقادیر x و y را چنان بیابید که $P=xy$ ماکسیمم گردد.

۱۵۲ تابع با ضابطه‌ی $y=-x^2+6x$ در چه فاصله‌ای صعودی و در چه فاصله‌ای نزولی می‌باشد؟ مختصات نقطه‌ی ماکسیمم آن را بدست آورید.

۱۵۳ مقدار a را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه‌ی $f(x)=ax^3+(a-1)x^2+4x$ در $x=-2$ دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد.

۱۵۴ حد زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{(2x-1)(x+3)}{1-x+x^2}$$

۱۵۵ حد زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x\to 0} \frac{3}{x^4}$$

۱۵۶ نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=-x^2+2x+2$ را به کمک مشتق رسم کنید.

۱۵۷ معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{x+3}$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی بنویسید.

۱۵۸ مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x)=7x+4$ را به کمک تعریف بدست آورید.

۱۵۹ اگر $x+3y=12$، مقدار x و y را چنان بیابید که حاصل $P=xy$ ماکسیمم گردد.

۱۶۰ نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=-x^3+3x+1$ را به کمک مشتق رسم نمایید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۶۱ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x^{۳} + ۶bx + c$ داده شده است. مقادیر b و c را چنان بیابید که تابع در نقطه‌ی $(-۱, ۷)$ دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد.

۱۶۲ معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = ۲\sqrt{x}$ را در $x = ۴$ واقع بر منحنی، به‌دست آورید.

۱۶۳ حد مقابل را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{(۲x - ۱)(x + ۳)}{۱ - x + x^{۲}}$$

۱۶۴ حد مقابل را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to ۴} \frac{۳}{(x - ۴)^{۲}}$$

۱۶۵ اگر $۲x + y = ۶۰$ باشد، مقادیر x , y را چنان بیابید که حاصل‌ضرب آن‌ها ماکزیمم گردد.

۱۶۶ مختصات نقاط ماکسیمم نسبی و مینیمم نسبی و نقطه‌ی عطف تابع به معادله‌ی $y = x^{۳} - ۳x^{۲} + ۳$ را تعیین کنید.

۱۶۷ مشتق‌پذیری تابع $f(x)$ را در نقطه‌ی $x = ۲$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} -۳x^{۲} + ۶x + ۲ & x \geq ۲ \\ ۴\sqrt{x + ۲} - ۳x & x < ۲ \end{cases}$$

۱۶۸ جهت تغییرات و مقدار ماکسیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $y = x^{۳} - \frac{۹}{۲}x^{۲} - ۱۲x + ۱$ را در بازه‌ی $[-۲, ۳]$ مشخص کنید.

۱۶۹ تابع به معادله‌ی $f(x) = \begin{cases} x^{۲} + ۱ & x < ۱ \\ \frac{۲}{x} & x \geq ۱ \end{cases}$ مفروض است. آیا f در $x = ۱$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟

۱۷۰ معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y = \frac{x^{۲} + ۲}{x^{۲} + x + ۱}$ را در نقطه‌ی $A(۰, ۲)$ بنویسید.

۱۷۱ محیط مستطیلی ۲۸ سانتی‌متر می‌باشد، طول و عرض آن را چنان تعیین کنید که مساحت آن ماکسیمم باشد.

۱۷۲ نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = -x^{۳} + ۳x + ۲$ را به کمک مشتق رسم کنید.

۱۷۳ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = cx^{۳} + (۵ - ۲c)x + ۵$ داده شده است، مقدار c را چنان تعیین کنید که تابع در $x = ۲$ دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۷۴ معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ در نقطه‌ی $x = ۴$ واقع بر منحنی را بدست‌آورید.

۱۷۵ مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۷x^{۲} - ۱$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.

۱۷۶ حد روبرو را بدست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(۱ - ۲x)^{۲}(x^{۳} - ۷x)^{۲}}{(x^{۴} - ۲x + ۳)^{۲}}$$

۱۷۷ محیط مستطیلی ۱۶ سانتی‌متر است طول و عرض این مستطیل را چنان تعیین کنید که مساحت آن ماکسیمم باشد.

۱۷۸ نمودار تابع با ضابطه $y = x^{۲} - ۴x$ را به کمک مشتق رسم کنید.

۱۷۹ مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۵x + \frac{۱}{۲}$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.

۱۸۰ حد روبرو را بدست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(۱ - ۲x)(x + ۳)^{۲}}{۷x + x^{۳}}$$

۱۸۱ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to (\frac{۱}{۵})^{-}} \frac{۵x + ۳}{۱ - ۵x}$$

۱۸۲ معادله خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه‌ی $y = ۲\sin x + ۱$ در نقطه‌ی $x = ۰$ واقع بر منحنی را بنویسید.

۱۸۳ مشتق تابع با ضابطه $f(x) = ۷x^{۲} + ۲$ را به کمک تعریف بدست آورید.

۱۸۴ نمودار تابع با ضابطه $y = x^{۳} - ۳x^{۲}$ را به کمک مشتق رسم کنید.

۱۸۵ تابع با ضابطه $f(x) = ax^{۳} + (a - ۱)x^{۲} + ۴x$ داده شده است، مقدار a را چنان بیابید که در $x = -۲$ تابع ماکسیمم یا می‌نیمم باشد.

۱۸۶ مشتق تابع با ضابطه $f(x) = ۴x^{۲} + ۱$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.

۱۸۷ حد روبرو را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to \frac{-۱}{۴}} \frac{-۴}{(۴x + ۱)^{۲}}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۸۸ محیط زمینی مستطیلی شکل ۱۸۰ متر است، مقدار طول و عرض این زمین را چنان تعیین کنید که مساحت آن ماکسیمم گردد.

۱۸۹ منحنی تابع با ضابطه $y = x^{۲} + ۲x$ را به کمک مشتق رسم کنید.

۱۹۰ معادله خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه $y = \sqrt{x + ۱}$ را در نقطه‌ی $x = ۳$ واقع بر منحنی بنویسید.

۱۹۱ حد روبرو را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to ۳^{-}} \frac{۵x - ۲}{۳ - x}$$

۱۹۲ منحنی تابع با ضابطه‌ی $y = x^{۳} + ۲$ را به کمک مشتق رسم کنید.

۱۹۳ مقدار حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(۲x + ۱)^{۳}(x + ۱)}{(x - ۴)(x^{۳} - ۷x + ۱)}$$

۱۹۴ مقدار حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to ۱^{+}} \frac{۴x + ۷}{(۱ - x)^{۲}}$$

۱۹۵ هرگاه $x + ۲y = ۲۸$ باشد، مقادیر x و y را چنان بیابید که حاصل $p = xy$ ماکسیمم گردد.

۱۹۶ معادله خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -۲\sin ۲x$ را در نقطه $x = \frac{\pi}{۶}$ واقع بر منحنی به‌دست آورید.

۱۹۷ مشتق تابع با ضابطه $f(x) = ۴x^{۲} + ۳$ را در نقطه ی $x = ۱$ به کمک تعریف مشتق به‌دست آورید.

۱۹۸ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^{۲} - ۲x|x| + ۷}{۵x^{۲} - ۴x + ۳}$$

۱۹۹ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to ۵^{+}} \frac{\sqrt{۲x - ۱}}{۲ - \sqrt{x - ۱}}$$

۲۰۰ حد روبرو را به دست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(۲x^{۲} + ۳)(۲ + x)^{۲}}{(x + x^{۲})(x^{۲} + ۷x + ۱)}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۰۱ حد روبرو را به‌دست‌آورید.

$$\lim_{x \to ۲} \frac{۶x - ۷}{(x - ۲)^۲}$$

۲۰۲ مساحت مستطیلی ۲۵ سانتی‌متر مربع است، ابعاد مستطیل را چنان تعیین کنید که محیط آن می‌نیمم باشد.

۲۰۳ نمودار تابع با ضابطه $y = ۴x - ۲x^۲$ را به کمک مشتق رسم کنید.

۲۰۴ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to ۲^+} \frac{x^۲ + ۴}{x^۲ - ۲x}$$

۲۰۵ می‌خواهیم قطعه زمین مستطیل شکل به مساحت ۴۰۰۰۰ متر مربع را از یک زمین وسیع انتخاب و حصارکشی کنیم. ابعاد این مستطیل را طوری بیابید که هزینه حصارکشی کمترین مقدار باشد.

۲۰۶ نمودار تابع با ضابطه $y = -x^۳ + ۳x^۲$ را به کمک مشتق رسم نمایید.

۲۰۷ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(x^۲ - ۵x + ۴)(x + ۳x^۲)}{(۲ - x^۲)(۳x + x^۲)}$$

۲۰۸ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to (\frac{۱}{۲})^-} \frac{۴x}{۲x - ۱}$$

۲۰۹ مجموع دو عدد مثبت ۱۶ است. آن دو عدد را چنان تعیین کنید که حاصلضرب آن‌ها ماکسیمم باشد.

۲۱۰ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^۲ + ۲x - ۳$ را به کمک مشتق رسم کنید.

۲۱۱ رفتار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{۱ - x}{x}$ را در بازه‌ی $(۰ , +\infty)$ تعیین کنید.

۲۱۲ معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^۲ + ۲x$ را در نقطه‌ی $x = -۱$ واقع بر این تابع بنویسید.

۲۱۳ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to ۱} \frac{۳}{(x + ۱)^۲}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۱۴

۲۱۵ مجموع دو عدد مثبت ۳۶ می‌باشد. این دو عدد را طوری تعیین کنید که حاصل ضرب آن‌ها ماکسیمم باشد.

۲۱۶ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = ax^{۲} + bx + ۳$ داده شده است. a و b را چنان بیابید که به از ای $x = ۲$ تابع دارای ماکسیمم یا می‌نیمم مساوی (۱-) باشد.

۲۱۷ حد روبرو را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to \left(\frac{۱}{۲}\right)^{+}} \frac{۴x + ۳}{۲x - ۱}$$

۲۱۸ حد روبرو را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{۲x + ۵}{۶ - \frac{۱}{۲}x}$$

۲۱۹ محیط مستطیلی ۲۴ سانتی‌متر می‌باشد. طول و عرض آن را چنان تعیین کنید که مساحت آن ماکسیمم باشد.

۲۲۰ نمودار تابع با ضابطه $y = x^{۳} - ۳x$ را به کمک مشتق رسم نمایید.

۲۲۱ مشتق تابع با ضابطه $f(x) = ۵ - ۲x$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

۲۲۲ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{۳x^{۲} - ۵x + ۷}{(۲ - ۳x)(x - ۲)}$$

۲۲۳ حد روبرو را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to ۲^{+}} \frac{۲x + ۱}{[x] - x}$$

۲۲۴ جدول تغیرات و نمودار تابع $y = x^{۳} - ۳x$ را رسم کنید.

۲۲۵ تابع $y = x^{۳} + ax^{۲} + bx + c$ مفروض است c,b,a را طوری بیابید که نقطه‌ی (۱ , ۱-) اکسترمم منحنی و طول نقطه‌ی عطف آن ۲ باشد.

۲۲۶ معادله خط قائم بر منحنی $y = \left(\frac{x}{۲}\right)^{۳} - ۱$ را در نقطه‌ای بطول ۲ واقع بر منحنی بنویسید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۲۷ مشتق تابع زیر را به‌دست آورید.

$$h(x) = \frac{\sqrt{۴ - x^{۲}}}{x^{۳}}$$

۲۲۸ مشتق تابع زیر را به‌دست آورید.

$$g(x) = \sin\sqrt{x}.\cos ۲x$$

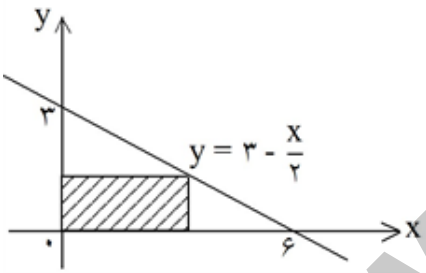
۲۲۹ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $y = \sqrt{۴ - x}$ را به‌دست آورید.

۲۳۰ b,a را طوری بیابید که $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{ax^{۳} + x^{۲} + ۱}{۶x^{b} - x} = -\frac{۲}{۳}$ باشد.

۲۳۱ حد زیر را به‌دست آورید.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^{۲} - ۲x + ۱}}{۲x + ۳}$$

۲۳۲ در شکل زیر، یک مستطیل به محور xها و yها ونمودار تابع $y = ۳ - \frac{x}{۲}$ محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟



۲۳۳ عطف را در صورت وجود مشخص کنید.

۲۳۴

۲۳۵ ماکزیمم مطلق را در صورت وجود مشخص کنید.

۲۳۶ می‌نیمم نسبی را در صورت وجود مشخص کنید.

۲۳۷

۲۳۸ اگر $f'(x) = ۲x$ باشد، مشتق $y = f(\sin x)$ را حساب کنید.

۲۳۹ مجانب‌های افقی تابع $y = \frac{x + \sqrt{۱ - x}}{۲|x|}$ را در صورت وجود بیابید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۴۰ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x} \right)$$

۲۴۱ حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{[x^2] - 4}{x - 2}$$

۲۴۲ جنگلبانی می‌خواهد محوطه مستطیل شکلی جلوی محل سکونت خود بسازد. برای این منظور مقدار ۱۲۰ متر مربع سیم توری به ارتفاع یک متر برای حصارکشی سه طرف محوطه در اختیار دارد. طول و عرض محوطه مستطیل شکل را چگونه انتخاب کند تا مساحت محصور شده ماکزیمم شود؟

۲۴۳

۲۴۴ مشتق تابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست.)

$$y = \frac{3x^3 - 1}{2x + 1}$$

۲۴۵ با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^3$ را در نقطه‌ی دلخواه a حساب کنید، سپس معادله‌ی خط قائم بر نمودار تابع را در نقطه‌ی $A(1,1)$ به‌دست آورید.

۲۴۶ معادله‌ی $2\sin^2 x + 9\cos x + 3 = 0$ را حل کنید.

۲۴۷ مقدار m را چنان بیابید که چندجمله‌ای $P(x) = 2x^3 - mx^2 + 2x + 1$ بر $2x + 1$ بخش‌پذیر باشد.

۲۴۸ مقادیر ماکسیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 3x^4 - 8x^3$ را در بازه‌ی $[1,3]$ بیابید.

۲۴۹ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ را در $x = 0$ بررسی نمایید.

۲۵۰ دامنه‌ی مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x}$ برابر است با .....

۲۵۱ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 2x - 1$ را وقتی متغیر از ۳ به ۳/۵ تغییر می‌کند، به‌دست آورید.

۲۵۲ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{x + 1}{9 - x^2}$$

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۵۳

۲۵۴ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$\sin x - \cos x = ۱$$

۲۵۵ مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)

$$f(x) = \sqrt{x^{۲} - ۴x}$$

۲۵۶

۲۵۷

۲۵۸

۲۵۹

۲۶۰

۲۶۱

۲۶۲

۲۶۳

۲۶۴ حدود تابع زیر را بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^{۲}+۲} - x$$

۲۶۵ کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin ۲x - \sqrt{۳}\cos x = ۰$ را تعیین کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۶۶

۲۶۷ باتوجه به ضابطه (فرمول) تابع $y=f(x)=-x+1$ جدول مقابل را کامل کنید.

x	-۲	۰	۱	۲
y				

۲۶۸ شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x+5}$ را در نقطه‌ای به طول $x=4$ به‌دست آورید.

۲۶۹ سهمی به معادله‌ی $f(x)=ax^2+bx+c$ مفروض است، مقادیر c,b,a را طوری بیابید که این سهمی محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۱ و محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع کند و از نقطه‌ی $M(1,4)$ نیز بگذرد.

۲۷۰

۲۷۱

۲۷۲

۲۷۳ جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x)=\frac{x}{x+1}$ را رسم کنید.

۲۷۴ مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$ را در بازه‌ی $\left[-1,\frac{1}{2}\right]$ در صورت وجود بیابید.

۲۷۵ فرض کنید $f'(2)=\frac{3}{2}$. مشتق $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$ را در $x=\frac{1}{2}$ محاسبه کنید.

۲۷۶ بازه‌هایی که تابع $y=x\sqrt{4-x^2}$ بر آن‌ها صعودی یا نزولی است را تعیین کنید.

۲۷۷

۲۷۸ مشتق‌پذیری تابع $f(x)=x|x|$ و مشتق دوم آن را در نقطه‌ی $x=0$ بررسی کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۷۹ ثابت کنید اگر تابع g در نقطه‌ی α مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه تابع $\frac{۱}{g}$ نیز در نقطه‌ی α مشتق‌پذیر است و

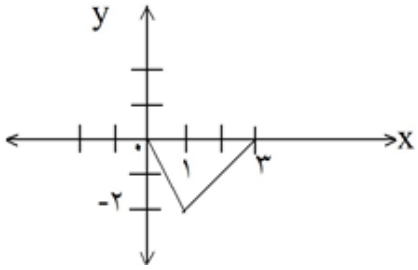
$$\left(\frac{۱}{g}\right)'(\alpha)=\frac{-g'(\alpha)}{g^{۲}(\alpha)}$$

۲۸۰ اگر $g(x)=x^{۴}+۲$ و $f(x)=\sqrt{۵x+۱}$ و $F=fog$ باشد، $F'(x)$ را به‌دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.)

۲۸۱

۲۸۲ مشتق تابع $y=\frac{\sin\sqrt{x}}{۱+x^{۲}}$ را بدست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.)

۲۸۳ در زیر نمودار تابع $y=f(x)$ رسم شده است. با استفاده از انتقال، ابتدا نمودار تابع $y=f(x-۳)$ را رسم کرده و سپس نمودار تابع $y=-۲f(x-۳)$ را رسم کنید.



۲۸۴

۲۸۵ مقادیر a و b را چنان بیابید که نقطه‌ی $(۱,۲)$ نقطه‌ی عطف تابع $y=ax^{۳}+bx^{۲}+۲$ باشد.

۲۸۶ تابع $f(x)=(x^{۲}-x)^{\frac{۳}{۴}}$ در چه نقاطی مشتق پذیر است؟

۲۸۷ جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\frac{۲x-۱}{x+۱}$ را رسم کنید.

۲۸۸ مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$h(x)=\frac{-۵x}{x+۱}$$

۲۸۹

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۹۰ حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x\to\pi^-} \frac{۲}{۱+\cos x}$$

۲۹۱ حد زیر را به‌دست آورید.

$$\lim_{x\to ۰^+} \frac{۱}{۱-\cos x}$$

۲۹۲ مشتق تابع روبه‌رو را به‌دست آورید. (ساده‌کردن الزامی نیست.) $g(x)=(x^۵-۳x)(x+۱)^۴$

۲۹۳ مشتق تابع $f(x)=\frac{۱}{۱+\sqrt{x}}$ را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق‌پذیری آن را مشخص کنید.

۲۹۴ مشتق تابع زیر را بیابید: (ساده کردن الزامی نیست.)

$$f(x)=\frac{۳x^۲+۱}{x^۳+۲}$$

۲۹۵ اگر f تابع مشتق‌پذیری در نقطه‌ی a باشد و c عدد دلخواهی باشد، با محاسبه نشان دهید تابع cf نیز در نقطه‌ی a مشتق‌پذیر است و $(cf)'(a)=cf'(a)$.

۲۹۶ معادله‌ی $\sin x+\cos x=۱$ را حل کنید.

۲۹۷ نقاطی از نمودار تابع $y=x^۳-۲x-۱$ را تعیین کنید که خط مماس بر منحنی در این نقاط موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

۲۹۸ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=\frac{۱}{x+۱}$ را در $x=۲$ حساب کنید.

۲۹۹ معادله‌ی $\tan x\ \tan ۲x=۱$ را حل کنید.

۳۰۰ مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست.)

$$f(x)=\frac{(۳x^۲-۱)^۳}{x+۱}$$

۳۰۱ اگر f تابعی باشد که در یک همسایگی نقطه‌ی a تعریف شده باشد و ناصفر باشد و f در a مشتق‌پذیر باشد و $f'(a)\neq ۰$، با استفاده از تعریف نشان دهید که $\frac{۱}{f}$ نیز در a مشتق‌پذیر است و $\left(\frac{۱}{f}\right)'(a)=-\frac{f'(a)}{f^۲(a)}$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۰۲ مقدار k را چنان بیابید که چند جمله‌ای $p(x)=2x^3-kx^2-x+3$ بر $x+1$ بخش‌پذیر باشد.

۳۰۳ اگر $f(x)=\sqrt{x^2-3x}$ ، $g'(x)=\frac{x+3}{x-1}$ و $F=gof$ باشند، حاصل $F'(4)$ را تعیین کنید.

۳۰۴ مشتق‌پذیری تابع روبه رو را در $x=1$ بررسی کنید.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & x\neq 1\\ 2 & x=1\end{cases}$$

۳۰۵ قضیه: اگر دو تابع f و g در نقطه‌ی a مشتق پذیر باشند، ثابت کنید:

$$(f.g)'(a)=f'(a)g(a)+f(a)g'(a)$$

۳۰۶ با استفاده از قاعده‌ی هوپیتال، حد تابع زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x\to+\infty} x\sin\frac{1}{x}$$

۳۰۷ مقادیر a و b را طوری بیابید تا نقطه‌ی $A(1,2)$ نقطه‌ی عطف تابع $f(x)=ax^3+bx^2+4$ باشد.

۳۰۸ مختصات نقاطی را روی منحنی تابع $y=\frac{x}{x+1}$ بیابید که مماس بر منحنی در آن نقاط بر خط به معادله‌ی $y=-4x+1$ عمود باشد.

۳۰۹ اگر تابع f روی R مشتق‌پذیر و $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)'$ را در $x=\frac{1}{2}$ به دست آورید.

۳۱۰ مشتق‌پذیری تابع $y=(x^2-1)[x]$ را در نقطه‌ی $x=1$ بررسی کنید.

۳۱۱ بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوپیتال، حد زیر را در صورت وجود، بیابید.

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+4x-10}\right)$$

۳۱۲ مختصات نقطه‌ی عطف $f(x)=x^3+3x$ برابر است با ..... .

۳۱۳ a و b را چنان تعیین کنید که $A(3,1)$ نقطه‌ی عطف نمودار $y=\frac{ax+b}{x^2+1}$ باشد.

۳۱۴ مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست)

الف) $f(x)=\sqrt{x^3+2x}$ ب) $g(x)=\cos^2 3x-\sin 2x$ ج) $h(x)=\left(\frac{x-1}{2x+3}\right)^3$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۳۱۵ اگر $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{(a-2)x^3 + 2x^2 + 3}{bx^2 + 1} = 2$ باشد، مقادیر a و b را بدست آورید.

۳۱۶ مشتق تابع‌های زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $f(x) = \left(\frac{2x+1}{3x+2}\right)^2$ ب) $g(x) = \tan(2x^2+1)\sin x$

ج) $h(x) = 3 + \sqrt{x^2+3}$

۳۱۷ مشتق توابع زیر را به دست آورید: (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف) $f(x) = \sin^2\left(\frac{\pi x}{6}\right)$ ب) $g(x) = \left(\frac{x-2}{3x}\right)^3$ ج) $h(x) = \sqrt{\cos x + \sqrt{x}}$

۳۱۸ شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = 3x^2 - 5x$ را در نقطه‌ای به طول $x = 3$ واقع بر منحنی به دست آورید.

۳۱۹ حد توابع زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$ ب) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{2x^2 - 4x - 6}{x^2 - 1}$ پ) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 2x \tan 3x}{4x^2}$

ت) $\lim\limits_{x \to -3^+} \frac{4}{x^2 - 9}$ ث) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2x+3}{1-4x^2}$

۳۲۰ معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع $y = \frac{2}{x^2+1}$ را در نقطه‌ی به طول $x = -1$ واقع بر منحنی به دست آورید.

۳۲۱ مشتق تابع‌های زیر را بدست آورید (ساده کردن مشتق لازم نیست)

الف) $y = \sqrt{3x^3 - 4x + 5}$ ب) $y = \tan 2x + \cos x$

پ) $y = \frac{-3}{\sqrt{x}}$ ت) $y = (2x-1)^3(x^2 - x)$

۳۲۲ اگر $y = ax^2 + bx + c$ باشند، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲- و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی $A(-1,1)$ نیز بگذرد.

۳۲۳ جدول تغییرات و نمودار تابع $y = 4 - x^2$ را رسم کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۲۴ حدهای زیر را بدست آورید.

الف) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۳}} \frac{۱ + \cos x}{\sin^{۲} x}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۱} \frac{x^{۲} + ۳x - ۴}{x^{۲} - ۱}$

ج) $\lim\limits_{x \to ۰} \frac{\sin^{۳} x}{۲x^{۳}}$

د) $\lim\limits_{x \to ۱^{+}} \frac{۲x - ۳}{x - ۱}$

ه) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{۲n^{۲} - n + ۱}{۳n + n^{۳}}$

۳۲۵ m را طوری تعیین کنید که نقطه‌ی به طول $x = ۲$ نقطه‌ی عطف $y = x^{۳} - mx^{۲} + ۲x$ باشد.

۳۲۶ حد تابع‌های زیر را حساب کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۴}} \frac{\tan x + ۱}{\cot x}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۱} \frac{۲ - \sqrt{۳x + ۱}}{x - ۱}$

ج) $\lim\limits_{x \to ۲^{-}} \frac{x}{(x - ۲)^{۳}}$

د) $\lim\limits_{x \to ۰} ۹\left(\frac{\sin ۳x}{۳x}\right)^{۲}$

ه) $\lim\limits_{x \to -\infty} (۲ - x - ۳x^{۳})$

۳۲۷ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$y = \sqrt[۳]{x}(x^{۲} - ۱)^{۷}$

۳۲۸ حد مقابل را درصورت وجود محاسبه کنید.

$\lim\limits_{x \to \pi^{-}} \cot g x$

۳۲۹ حد زیر را درصورت وجود تعیین کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$\lim\limits_{x \to \left(\frac{۳\pi}{۲}\right)^{+}} \operatorname{tg} x$

۳۳۰ حد زیر را درصورت وجود تعیین کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$\lim\limits_{x \to (-\infty)} ۲x \sin \frac{۱}{x}$

۳۳۱ تابع $y = x^{۲} + bx + ۳$ مفروض است. b را چنان بیابید که تابع، می‌نیممی برابر ۲ داشته باشد.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۳۲ حد مقابل را درصورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)$$

۳۳۳ نمودار تابع $f(x-2)+1$ را به کمک انتقال، رسم نموده، سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۳۳۴ دامنه و برد f را تعیین کنید.

۳۳۵ ابعاد مستطیلی را بیابید که مساحت آن ۶۴ مترمربع بوده و محیط آن می‌نیمم باشد.

۳۳۶ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$y=\frac{\sqrt[3]{x}(2x-1)^5}{x^3-4x}$$

۳۳۷ معادله‌ی خط قائم بر منحنی $y=x^3-3x+1$ را در نقطه‌ی عطف آن بنویسید.

۳۳۸ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=|3x-x^2|$ را در $x_0=0$ بررسی کنید.

۳۳۹ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$y=\sqrt[3]{(2x-1)^2}\cos x$$

۳۴۰ حد تابع زیر را درصورت وجود، محاسبه کنید. (نماد [ ] جزء صحیح است.)

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+1}-x\right)$$

۳۴۱ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=|x-1|(x-1)$ را در $x_0=1$ بررسی کنید.

۳۴۲ حد مقابل را حساب کنید.

$$\lim_{x\to0^-}\cot g x$$

۳۴۳ m را چنان بیابید که چندجمله‌ای $f(x)=8x^3-4x^2+mx-3$ بر $2x+1$ بخش‌پذیر باشد.

۳۴۴ در تابع $y=ax^2+bx+c$ مقادیر a و b و c را طوری بدست آورید که $A(1,2)$ نقطه‌ی اکسترمم تابع و منحنی محور عرض‌ها را در نقطه‌ی ۳ قطع کند.

۳۴۵ معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $x=t^2+5t+6$ می‌باشد. اولاً: سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی از لحظه‌ی $t=3$ تا $t=5$ بدست آورید. ثانیا: آهنگ آنی تغییرات x را در $t=2$ بدست آورید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۴۶ در تابع $y = ax^۲ + bx - ۲$ مقادیر a و b را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه‌ی $(-۱,۲)$ گذشته و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند.

۳۴۷ تابع $y = x^۲ + ۲ax + b$ مفروض است. a و b را چنان بیابید که $A(۲,۴)$ مینیمم تابع باشد.

۳۴۸ معادله‌ی قائم بر منحنی تابع $y = ۲x^۲ - ۳x - ۲$ را در محل تلاقی آن با محور عرض‌ها بنویسید.

۳۴۹ حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{x - ۱}{x - \sqrt{۲ - x}}$

ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(۳x^۲ - ۱)(x + ۱)}{x^۳ - ۲}$

ج) $\lim\limits_{x \to ۳^-} \dfrac{[x] + ۱}{x - ۳}$

د) $\lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{x^۲ - ۶x + ۹}{x^۲ - ۹}$

هـ) $\lim\limits_{x \to ۰} \dfrac{x \sin x}{۱ - \cos x}$

و) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} \tan x$

۳۵۰ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^۲ + ۳x$ را در نقطه‌ی $x = ۱$ بیابید.

۳۵۱ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^۲ + ۳x$ را به ازای $x = ۳$ و $\Delta x = ۰/۵$ به دست آورید.

۳۵۲ جهت تقعر و نقطه‌ی عطف تابع $y = -۲x^۳ + ۶x^۲ + ۱$ را در صورت وجود تعیین کنید.

۳۵۳ ضرایب a و b را چنان بیابید که مرکز تقارن توابع $y = x^۳ - ۳x^۲ + a$ و $y = \dfrac{-۲x + ۱}{x + b}$ بر هم منطبق باشد.

۳۵۴ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \cos x & x \leq \frac{\pi}{۲} \\ ax - b & x > \frac{\pi}{۲} \end{cases}$ مفروض است. ضرایب a و b را چنان بیابید که این تابع در $x_۰ = \dfrac{\pi}{۲}$ مشتق‌پذیر باشد.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۵۵

۳۵۶

۳۵۷

۳۵۸ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{(x+2)\ \sin^2 x}$ را در نقطه‌ی $x_0 = 0$ بررسی کنید.

۳۵۹ حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x - \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x+1}}$

ب) $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^3 - 4x + 3}{(x-1)^2}$

ج) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin^2 x \,.\, \sin 3x}{4x^3}$

د) $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x-2}{[x]-2}$

۳۶۰ اگر باقیمانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-1$ و $x+2$ به ترتیب برابر ۱ و ۴ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + x - 2$ را حساب کنید.

۳۶۱ در تابع $y = ax^3 + bx^2$ ، ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه‌ی $I(1,2)$، نقطه‌ی عطف تابع باشد.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۶۲

۳۶۳

۳۶۴

۳۶۵ معادله خط قائم بر منحنی $y = x^{۲} - ۱$ را در نقطه $(۲,۳)$ بنویسید.

۳۶۶ تابع $f(x) = ax^{۲} + bx + ۴$ داده شده است. ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه $(-۱,۵)$ ماکسیمم یا مینیمم این تابع باشد.

۳۶۷

۳۶۸ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^{۲} - ۲x$ را در نقطه $x = ۱$ به‌دست آورید.

۳۶۹ حد توابع زیر را محاسبه کنید:

الف) $\lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{x^{۲} - ۹}{۳ - \sqrt{x + ۶}}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۲} \dfrac{x^{۲} - ۳x + ۲}{x^{۲} - ۲x}$

پ) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}^{+}} tg^{۲} x$

ت) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{۴x^{۳} - ۱}{x + ۲}$

۳۷۰ نمودار تابع $y = (x + ۲)(x - ۱)^{۲}$ را رسم کنید.

۳۷۱ معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^{۳} + ۳x^{۲} + ۴$ را در نقطه عطف آن به‌دست آورید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۷۲ توپی را با سرعت اولیه ۲۰ متر در ثانیه به‌طور قائم از زمین به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جهت مثبت، از نقطه پرتاب به طرف بالا باشد، معادله حرکت به شکل $x = f(t) = -۴/۹t^۲ + ۲۰t$ است. مطلوب است محاسبه:

الف) سرعت لحظه‌ای توپ در پایان یک ثانیه پس از پرتاب؟

ب) سرعت متوسط توپ از لحظه پرتاب تا پایان ثانیه دوم ($t = ۰$ تا $t = ۲$)؟

۳۷۳ مشتق تابع‌های زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.)

الف) $f(x) = \sqrt{x^۲ + ۵x}$

ب) $g(x) = ۲(x^۴ - ۳x + ۲)^۵$

پ) $h(x) = \sin^۲ x + \cos ۵x$

۳۷۴ حد توابع زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \to -۱} \frac{x + ۱}{x + \sqrt{x + ۲}}$

ب) $\lim_{x \to ۲} \frac{x^۲ - ۲x + ۱}{۲x^۲ + x - ۳}$

پ) $\lim_{x \to ۰} \frac{\tg ۲x \cdot \tg ۳x \cdot \tg ۴x}{x^۳}$

ت) $\lim_{x \to -۲^+} \frac{x - ۵}{x + ۲}$

ث) $\lim_{x \to +\infty} \frac{۴x^۲ - ۱}{۳ - ۲x^۲}$

۳۷۵ a و b را طوری محاسبه کنید که نمودارهای دو تابع $y = ax^۲ + x + b$ و $y = x + ۳a$ همدیگر را روی محور عرض‌ها در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع کنند.

۳۷۶ معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = x^۲ + ۱$ را در نقطه $x = ۱$ واقع بر منحنی بنویسید.

۳۷۷ نمودار تابع $y = -x^۲ + ۲x - ۳$ را رسم کنید.

۳۷۸ ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه $A(۱,-۳)$، نقطه عطف تابع $y = x^۳ + ax^۲ + bx$ باشد.

۳۷۹ تابع $f(x) = x^۲ - x + ۱$ را در نظر بگیرید:

الف) آهنگ متوسط تغییر تابع f را وقتی متغیر از $x_۱ = ۱$ به $x_۲ = ۵$ تغییر کند، به‌دست آورید.

ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع را در نقطه $x = ۳$ تعیین کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۸۰ مشتق تابع‌های زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.)

الف) $y = \frac{۱}{x^۲ + ۳x + ۲}$

ب) $y = \sqrt{x^۲ - ۴x}$

پ) $y = Sin ۳x Cos ۲x$

ت) $y = tg^۲ ۵x$

۳۸۱ حد توابع زیر را محاسبه کنید:

الف) $\lim_{x \to -۳} \frac{۲x^۲ + x - ۱۵}{۳x^۲ + ۱۳x + ۱۲}$

ب) $\lim_{x \to ۱^+} \frac{-۵x^۲}{x^۲ - ۱}$

پ) $\lim_{x \to ۱} \frac{\sqrt{x + ۳} - ۲}{x - ۱}$

ت) $\lim_{x \to a} \frac{Sin(x - a)}{x^۲ - a^۲}$

ث) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x + ۳}{x^۲ - ۵x}$

۳۸۲ اگر $y = ax^۲ + bx + c$ باشد، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که: سهمی، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱- و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع نماید و از نقطه $A(۱,۶)$ نیز بگذرد.

۳۸۳ از تابع مقابل مشتق بگیرید:

$$f(x) = \frac{۴ - ۳x - x^۲}{x - ۲}$$

۳۸۴ مشتق تابع $f(x) = x^۲ + ۱$ را به کمک تعریف مشتق بدست آورید.

۳۸۵ مشتق $f(x) = \frac{۱ - Sin x}{۱ + Cos x}$ را محاسبه کنید.

۳۸۶ حد مقابل را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{۴x - \sqrt{x^۲ + ۷x - ۱}}{۵x + \sqrt{x^۲ + x - ۲}}$$

۳۸۷ در سهمی $f(x) = ax^۲ + bx + c$، a و b و c را چنان بیابید، که سهمی فوق خط $y = x + ۱$ را در نقاطی به طول‌های ۲ و ۱ و محور yها را در نقطه‌ای به عرض (۱-) قطع کند.

۳۸۸ معادله‌ی حرکت یک متحرک به صورت $y = x^۲ - x + ۱$ است. آهنگ آنی تغییرات y را در $x = ۵$ حساب کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۳۸۹ مشتق تابع زیر را به دست آورید.

$$y = \sqrt[3]{(x+2)^2}$$

۳۹۰ مشتق تابع زیر را به دست آورید.

$$y = (x+1)(2x-1)^3$$

۳۹۱ مقدار b و n را چنان بیابید که $\lim_{x \to +\infty} \frac{(3-b)(x^2-2)}{2x^n-3x-2}$ برابر یک باشد.

۳۹۲ حد تابع زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x+3}{(x-2)^2}$$

۳۹۳ طول و عرض مستطیلی را بدست آورید که محیط آن ۲۰۰ متر بوده و مساحت آن ماکزیمم باشد.

۳۹۴ معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $S = -2t^2+8t+6$ می‌باشد، در چه زمانی سرعت متحرک صفر می‌شود. در این لحظه ارتفاع متحرک چقدر است؟

۳۹۵ معادله‌ی خط قائم بر نمودار تابع $y = \frac{2}{x}$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر روی نمودار بدست آورید.

۳۹۶ جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3+3x-4$ را به کمک مشتق رسم کنید و مختصات نقطه‌ی عطف آن را بدست آورید.

۳۹۷ مشتق تابع داده شده را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$y = \sin x + \cos 3x$$

۳۹۸ مشتق تابع داده شده را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$f(x) = \left(\frac{2x+1}{3x-2}\right)^2$$

۳۹۹ مشتق تابع داده شده را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$y = \sin^2 5x$$

۴۰۰ حد تابع زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{3x^2+5x-6}{5x+7}$$

۴۰۱ معادله‌ی حرکت نقطه‌ی متحرک، به صورت $x = t^2-2t-1$ می‌باشد. آهنگ آنی تغییرات x را در ثانیه ۵ بدست آورید

۴۰۲ مشتق تابع زیر را بدست آورید.(ساده کردن لازم نیست)

$$y = \tan\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

۴۰۳ مشتق تابع زیر را بدست آورید.(ساده کردن لازم نیست) $y = \frac{\sin 2x}{\cos 3x}$

۴۰۴ مشتق تابع زیر را بدست آورید.(ساده کردن لازم نیست) $g(x) = \left(\sqrt{x}+1\right)^3$

۴۰۵ مشتق تابع زیر را بدست آورید.(ساده کردن لازم نیست) $f(x) = \sqrt{x^2+4x}$

۴۰۶ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست) $y = (2x-1)^2(x^2+2x)$

۴۰۷ دو تابع $y = -x + b$, $y = x^2 + ax - 3b$ داده شده‌اند، a و b را محاسبه کنید به طوری که نمودارهای این دو تابع روی محور x در نقطه‌ای به طول (۱-) همدیگر را قطع کنند.

۴۰۸ شیب خط مماس بر منحنی به معادله‌ی $y = x^2 - x$ در نقطه‌ای به طول (۲) واقع بر منحنی را بدست آورید.

۴۰۹ مشتق تابع زیر را بدست آورید. $y = 2x^3 + \sqrt{1+x^2}$

۴۱۰ مشتق تابع زیر را بدست آورید. $y = \sin x - 2\cos^3 2x$

۴۱۱ مشتق تابع زیر را بدست آورید. $y = \tg x \cdot \cotg 2x$

۴۱۲ مشتق تابع زیر را بدست آورید. $y = (4x^2 - x)^3$

۴۱۳ حد زیر را حساب کنید. $y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{4x+x^2+4}{2x^2+5x-3}$

۴۱۴ متحرکی بر محور xها در حرکت است و دارای معادله‌ی $x(t) = t^2+4t+1$ می‌باشد.
اولا: سرعت متوسط متحرک را در فاصله زمانی $t_1 = 1$ و $t_2 = 3$ به دست آورید.
ثانیا: سرعت لحظه‌ای در $t = 3$ را به دست آورید. (t بر حسب ثانیه و x بر حسب سانتی‌متر)

۴۱۵ مشتق تابع زیر را به دست‌آورید. (ساده کردن لازم نیست) $y = 2\sin^2\sqrt{x}$

۴۱۶ مشتق تابع زیر را به دست‌آورید. (ساده کردن لازم نیست) $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{5}\right) + \cos\frac{x}{3}$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۱۷ مشتق تابع زیر را به دست‌آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$y = \sqrt{۴-x^{۲}}$$

۴۱۸ حد زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{(۲x+۱)(x+۲)^{۲}}{۵x^{۲}+۲x}$$

۴۱۹ حد زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{۳x+۱}{x+\sqrt{x^{۲}+۱}}$$

۴۲۰ اگر $f(x-۱) = x^{۲}$ آنگاه $f(x)$ را به دست آورید. سپس $f(۱)$ را بیابید.

۴۲۱ جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = -x^{۳}+۳x^{۲}$ را رسم نمایید.

۴۲۲ متحرکی که بر محور xها در حرکت است دارای معادله‌ی حرکت $x = ۳t^{۲}-۴t+۱$ می‌باشد. (t بر حسب ثانیه و x بر حسب سانتی‌متر)

الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله زمانی $t = ۱$ تا $t = ۳$ به دست آورید.

ب) سرعت لحظه‌ای آن را در زمان $t = ۲$ به دست آورید.

۴۲۳ معادله‌ی خط قائم بر منحنی $y = \frac{۲x-۱}{x-۱}$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، به دست آورید.

۴۲۴ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$y = tg^{۲}۵x$$

۴۲۵ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$y = \sin ۳x \cos ۲x$$

۴۲۶ مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن لازم نیست)

$$y = \frac{۱}{x^{۲}+۳x+۲}$$

۴۲۷ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^{۲}-۲x$ را در نقطه‌ی $x = ۱$ بدست آورید.

۴۲۸ جهت تغییرات و نمودار تابع $y = x(x-۳)^{۲}$ را رسم کنید.

۴۲۹ تابع $y = x^{۳}+ax+b$ مفروض است. a و b را چنان بیابید که تابع در نقطه‌ای به طول ۱ دارای می‌نیمم یا ماکزیممی برابر ۲- باشد.

۴۳۰ مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست)

$$g(x) = ۲\sin^{۳}x+\cos x^{۲}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۳۱ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^{۲} - ۱$ را به ازای $x = ۳$ و $\Delta x = ۰/۵$ به دست آورید.

۴۳۲ حد زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{۲x - ۱}{۴ - x^{۲}}$$

۴۳۳ حد زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to ۰^{-}} \cot g^{۲} x$$

۴۳۴ حد زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{-۳x^{۲} - \sqrt{x+۱}}{۲x^{۲} + ۵x}$$

۴۳۵ جهت تغییرات و نمودار تابع $y = x^{۳} - ۳x^{۲} + ۱$ را رسم کنید.

۴۳۶ مقادیر a و b را طوری بیابید که نقطه‌ی $A(-۱,-۱)$ نقطه‌ی عطف تابع $f(x) = x^{۳} - ax^{۲} + ۳x + b$ باشد.

۴۳۷ مشتق تابع زیر را به دست آورید: (ساده کردن مشتق لازم نیست)

$$h(x) = (۲x^{۳} - ۳x + ۷)^{۴}$$

۴۳۸ مشتق تابع زیر را به دست آورید: (ساده کردن مشتق لازم نیست)

$$g(x) = \sin ۳x + \cos^{۲} x^{۲}$$

۴۳۹ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در نقطه‌ی $x = ۹$ را به دست آورید.

۴۴۰ حد زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^{۲} + ۱}}{x - ۱}$$

۴۴۱ اگر $f(x) = ax^{۲} + bx + c$ باشد، a، b و c را طوری بیابید که سهمی محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه‌ی $A(۲,۳)$ نیز بگذرد.

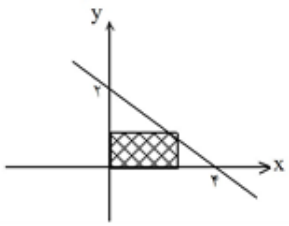
۴۴۲ دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۴۴۳ نمودار تابع $f(۲x) + ۱$ را رسم کنید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۴۴ مستطیلی به محورهای x و y و نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{۴ - x}{۲}$ محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟



۴۴۵ معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع $y = x^{۳} + ۳x^{۲}$ را در نقطه‌ی عطف آن بنویسید.

۴۴۶ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x^{۲}(x + ۱)}$ را در $x_{۰} = ۰$ بررسی کنید.

۴۴۷ مشتق تابع مقابل را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = \mathrm{Sin}^{۳}(x^{۲} + x) + \mathrm{Cotg}(۵x)$

۴۴۸ حد مقابل را در صورت وجود تعیین کنید:

$$\lim_{x \to (-\infty)} \sqrt{x^{۲} + ۲x} - \sqrt{x^{۲} - ۲x}$$

۴۴۹ حد مقابل را در صورت وجود تعیین کنید:

$$\lim_{x \to ۱^{-}} \frac{۲x + ۳}{x^{۲} + ۲x - ۳}$$

۴۵۰ تابع $y = ax^{۳} + bx^{۲} + cx + d$ مفروض است. ضرایب d, c, b, a را چنان بیابید که $M(۱, ۲)$ اکسترمم تابع بوده و نقطه‌ی عطف منحنی بر مبدا مختصات منطبق باشد.

۴۵۱ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{(x - ۱)^{۲}(x + ۲)}$ را در $x = ۱$ بررسی کنید.

۴۵۲ در صورتی‌که $g(x) = f(x^{۳} + x - ۱)$ و $f'(-۱) = ۱۲$ باشد، $g'(۰)$ را حساب کنید.

۴۵۳ از معادله‌ی مقابل مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نمی‌باشد) $y = \sqrt[۵]{(x^{۳} - ۷x)^{۲}}$

۴۵۴ از معادله‌ی روبرو مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نمی‌باشد) $y = ۵\mathrm{Sin}^{۳}(۲x - ۱) + \mathrm{Cotg}\sqrt{x}$

۴۵۵ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{۳x - ۱}{\sqrt{۲x^{۲} + x}}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۵۶ حد مقابل را حساب کنید:

$$\lim_{x \to +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 + 4x}\right)$$

۴۵۷ نمودار تابع $y = 2f(x) - 3$ را به کمک انتقال رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۴۵۸ محیط مستطیلی ۲۰۰ متر است. ابعاد آن را چنان بیابید که مساحت مستطیل ماکزیمم باشد.

۴۵۹ تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ مفروض است. ضرایب a, b, c, d را چنان بیابید که $M(1,2)$ نقطه ماکزیمم تابع بوده و نقطه‌ی عطف منحنی بر مبدا مختصات منطبق باشد.

۴۶۰ اگر $f'(x) = x^2 + x$ باشد، مشتق $y = f(\sin x)$ را محاسبه کنید. (y'_x)

۴۶۱ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$y = 2\cos^3(x^2 - 5x)$$

۴۶۲ حد مقابل را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^2 - 5x}$$

۴۶۳ جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2 + 2$ را رسم کنید. سپس مختصات نقطه‌ی عطف آن را بنویسید.

۴۶۴ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = |x^2 - 3x|$ را در $x_0 = 3$ بررسی کنید.

۴۶۵ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$y = 2\sin^3 x + \cos 4x$$

۴۶۶ حد مقابل را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 + 3x - 5} - x$$

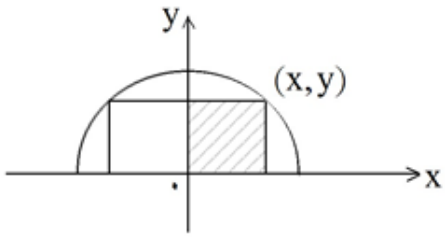
۴۶۷ حد مقابل را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{4}{x^2 - 4}\right)$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۶۸ نیم‌دایره‌ای به شعاع $\sqrt{۵}$ مفروض است. مطابق شکل زیر مستطیلی در آن محاط می‌کنیم ابعاد مستطیل را چنان بیابید که محیط مستطیل ماکزیمم باشد.



۴۶۹ معادله‌ی مثلثاتی روبه‌رو را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید. $\cos ۲x - \cos x + ۱ = ۰$

۴۷۰ تابع درجه‌ی سوم $y = ax^۳ + bx^۲ + cx + d$ مفروض است. ضرایب a, b, c, d را طوری بیابید که نقطه‌ی $M(۰,۲)$ اکسترمم منحنی تابع و $F(۱,۰)$ مرکز تقارن آن باشد.

۴۷۱ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = ۲\sin^۳ x + \cos ۴x$

۴۷۲ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = (۳x - ۴)(۲ - ۵x)^۴$

۴۷۳ باقیمانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $f(x)$ بر $x + ۱$ و $x - ۱$ به ترتیب ۱ و ۳ می‌باشد. باقیمانده‌ی تقسیم $f(x)$ را بر $x^۲ - ۱$ به دست آورید.

۴۷۴ دو عدد حقیقی چنان بیابید که تفاضلشان ۱۰ بوده و حاصل‌ضرب‌شان مینیمم گردد.

۴۷۵ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = (x + ۱)[x]$ را در نقطه‌ی $x_۰ = -۱$ بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است)

۴۷۶ اگر معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $S(t) = t^۲ + ۳t + ۱$ باشد، تعیین کنید:
الف) سرعت متوسط متحرک در فاصله‌ی زمانی $t_۱ = ۲ , t_۲ = ۴$
ب) سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه‌ی $t_۰ = ۳$

۴۷۷ اگر $f(x) = x^۲ - ۵x$ مشتق تابع $y = f(\cos x)$ را حساب کنید. (y'_x)

۴۷۸ الف) نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را به کمک نقطه‌یابی رسم کنید.
ب) به کمک انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x + ۱}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.

۴۷۹ جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^۳ - ۳x^۲ + ۲$ را رسم کنید. سپس مختصات نقطه‌ی عطف آن را بنویسید.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۸۰ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$y = ۵\sin^{۴}(۳x) - \cot g(x^{۲})$$

۴۸۱ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$y = \sqrt{x}(۲x - ۱)^{۵}$$

۴۸۲ مشتق تابع $f(x) = \sqrt{۵x - ۱}$ را در $x_۰ = ۲$ از راه تعریف مشتق محاسبه کنید.

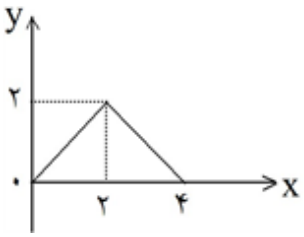
۴۸۳ حد تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید.

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^{۲} - ۲x} - x\right)$$

۴۸۴ حد تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید.

$$\lim_{x \to ۱^{-}} \frac{x^{۳} - ۴x + ۳}{x^{۳} - ۳x + ۲}$$

۴۸۵ نمودار تابع f با ضابطه ی $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است:
نمودار توابع $y = f(x + ۲)$ و $y = -۲f(x) + ۱$ را به کمک انتقال رسم نموده و دامنه و برد هر یک را تعیین کنید.



۴۸۶ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt[۳]{(x - ۱)^{۲}(x + ۲)}$ را در $x_۰ = ۱$ بررسی کنید.

۴۸۷ مقادیر a و b را چنان بیابید که نقطه‌ی $M(۱,۲)$ یکی از نقاط ماکزیمم یا می‌نیمم تابع $y = \frac{x^{۲} + ۳}{ax + b}$ باشد.

۴۸۸ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$y = \cos^{۳}x + \operatorname{tg}\left(۲x - \frac{\pi}{۳}\right)$$

۴۸۹ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$y = \frac{(۳x + ۵)^{۲}}{\sqrt{x - ۱}}$$

۴۹۰ حد تابع مقابل را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{۵x + \sqrt{x^{۲} + ۷}}{۲x + \sqrt{x}}$$

۴۹۱ در تابع $y = \frac{۱}{۳}mx^{۳} - x^{۲} - x$ حدود m را چنان تعیین کنید که تابع همواره نزولی باشد.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۹۲ مشتق‌پذیری تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{|x - ۲|}$ را در $x = ۲$ بررسی کنید.

۴۹۳ معادله‌ی خط قائم بر منحنی تابع $y = \sqrt{۴ + \cos x}$ را در $\left(\frac{\pi}{۲}, ۲\right)$ بنویسید.

۴۹۴ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$y = \frac{\cos x}{۱ - \sin x}\sqrt{۲x - ۳}$$

۴۹۵ اگر $f'(x) = \frac{x}{x - ۱}$ مشتق تابع $y = f(x^۲ - ۳x)$ را حساب کنید.

۴۹۶ حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \to +\infty}\left(x - ۱ + \sqrt{x^۲ + x}\right)$$

۴۹۷ جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^۳ - ۳x$ را رسم کنید، سپس مختصات نقطه عطف و نقاط بحرانی تابع را تعیین کنید.

۴۹۸ فرض کنیم $f(x) = \begin{cases} ax - b & x < ۲ \\ x^۲ - ۲ & x \geq ۲ \end{cases}$ ، مطلوب است محاسبه مقادیر a و b به‌طوری که f همواره مشتق‌پذیر باشد.

۴۹۹ مشتق توابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

الف) $y = \frac{\sqrt{۲x}}{x^۲ + ۱}$

ب) $y = \sin x + \sqrt[۵]{\cos x}$

ج) $y = ۵x(x^۲ - x + ۱)^۳$

۵۰۰ حدود زیر را درصورت وجود تعیین کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \to ۱} \frac{x^۳ - ۳x^۲ + ۲}{x^۲ - ۱}$

ب) $\lim_{x \to ۰} \frac{\sin ax - \sin bx}{ax - bx}$

ج) $\lim_{x \to ۲^+} \frac{[x] - ۲}{\sqrt{x - ۲}}$

د) $\lim_{x \to -\infty} \frac{۲x - ۱}{\sqrt{۴x^۲ + x + ۱}}$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱ نادرست

۲

x	a	b	c	d
f'(x)	-۰/۵	۰/۵	۲	۰

۳

الف) $\lim_{x\to 1} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x\to 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$

ب) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

پ) $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^7\left(-4+\frac{5}{x^5}\right)}{x^3\left(2+\frac{9}{x^3}\right)} = \lim_{x\to -\infty} (-2)x^4 = -\infty$

۴

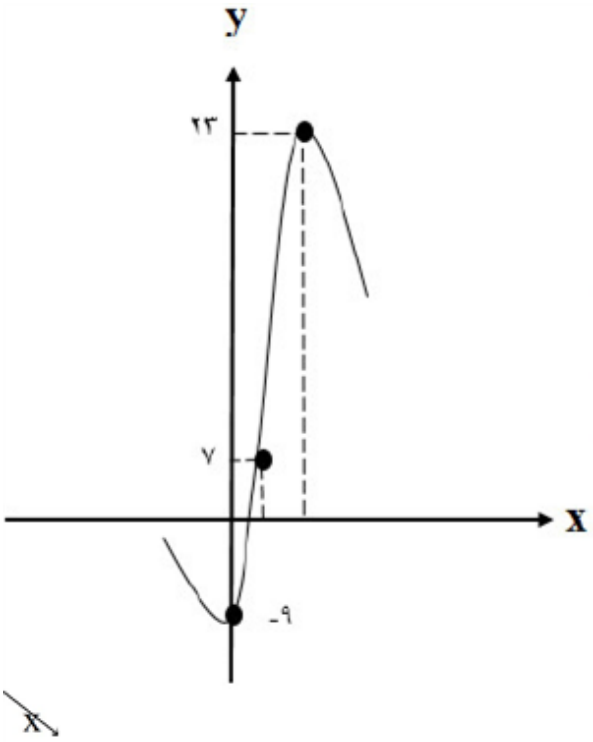
$|a| = \frac{5-(-1)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3 \quad , \quad c = \frac{5+(-1)}{2} = 2$

$|b| = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm\frac{1}{4} \qquad y = \pm 3\sin\left(\pm\frac{1}{4}x\right) + 2$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۵



$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9 \;,\; D_f = R$$

$$f'(x) = -3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$f''(x) = -6x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2$$

۶

عرض جعبه $= 6 - 2x \;,\; x \in [0 \;,\; 3]$ طول جعبه $= 16 - 2x \;,\; x \in [0 \;,\; 8]$

$$\Rightarrow v(x) = x(16 - 2x)(6 - 2x) = 4x^3 - 44x^2 + 96x \;,\; 0 \le x \le 3$$

$$v'(x) = 12x^2 - 88x + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \notin [0 \;,\; 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [0 \;,\; 3] \end{cases}$$

چون $v(0) = v(3) = 0$، پس به ازای $x = \frac{4}{3}$ بیش‌ترین مقدار حجم حاصل می‌شود.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۷) $x^{۲} + ۳ = ۰ \Rightarrow x^{۲} = -۳$ مجانب قائم ندارد

$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x+۱}{x^{۲}+۳} \Rightarrow y = ۰$ مجانب افقی

۸) $\cos x(۲\sin x + ۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲}, k \in Z \\ \sin x = \frac{-۳}{۲} \end{cases}$

$\sin x = \frac{-۳}{۲}$ قابل قبول نیست

۹) C

۱۰) نادرست

۱۱) $f(-۱) = ۱ \Rightarrow a - b = ۳ \;,\; f''(-۱) = ۰ \Rightarrow -۶ + ۲a = ۰ \Rightarrow a = ۳, b = ۰$

۱۲) $-۲\sin^{۲} x - \sin x + ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \;, k \in Z \\ \sin x = \frac{-۳}{۲} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$

۱۳) $x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲ \Rightarrow \begin{cases} p(-۲) = -۲a - ۷ \\ q(-۲) = ۱۱ \end{cases} \Rightarrow a = -۹$

۱۴) درست

۱۵) R

۱۶) یکنوا

۱۷) $f'(۲) = ۰ \Rightarrow ۱۲ + ۴b = ۰ \Rightarrow b = -۳$
$f(۲) = ۱ \Rightarrow ۴b + d = -۷$
$-۱۲ + d = -۷ \Rightarrow d = ۵$

۱۸) الف) $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(۸) - h(۵)}{۸ - ۵} = \frac{۰ - (۷۵)}{۸ - ۵} = -۲۵$

ب) $h'(t) = -۱۰t + ۴۰ = ۳۵ \Rightarrow t = ۰/۵$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۹ الف) $\lim\limits_{x\to ۵} \frac{(۲-\sqrt{x-۱})(۲+\sqrt{x-۱})}{(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})} = \lim\limits_{x\to ۵} \frac{-(x-۵)}{(x-۵)(۲+\sqrt{x-۱})} = \frac{-۱}{۴}$

ب) $\lim\limits_{x\to \frac{۱}{۲}} \frac{-۱}{|۳x+۱|} = \frac{-۱}{+} = -\infty$

مخرج در نزدیکی $-\frac{۱}{۳}$ با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در $-\frac{۱}{۳}$ برابر ۱- است. بنابراین جواب حد برابر $-\infty$ می‌شود.

ج) $\frac{۳+۰}{۰-۵} = -\frac{۳}{۵}$

۲۰ درست

۲۱ درست

۲۲ $۲(x+y)=۱۴ \Rightarrow x+y=۷ \Rightarrow y=۷-x$

$f=xy \Rightarrow f(x)=x(۷-x)=-x^۲+۷x \Rightarrow f'(x)=-۲x+۷=۰ \Rightarrow x=\frac{۷}{۲},\ y=\frac{۷}{۲}$

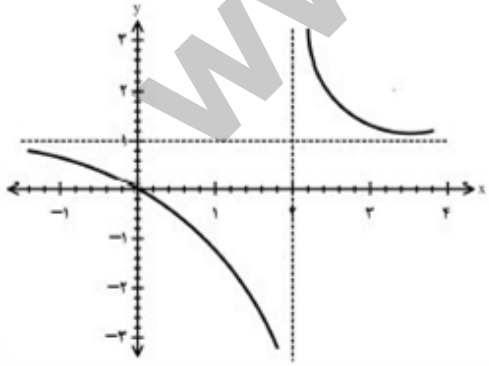
۲۳ $\frac{\Delta f}{\Delta t}=\frac{f(۵)-f(۰)}{۵-۰}=۴ \Rightarrow f'(t)=۲t-۱=۴ \Rightarrow t=\frac{۵}{۲}$

۲۴ درست

۲۵ $x=۲$ مجانب قائم

$y=۱$ مجانب افقی

$y'=\frac{-۲}{(x-۲)^۲}<۰$



x	$-\infty$		۰		۲		۳		$+\infty$
$f'(x)$		−		−				−	
$f(x)$	۱	↘	۰	↘	$-\infty$	↘	$+\infty$	↘	۱

۲۶ $f'(t)=-۴t+۱۰ \Rightarrow f'(۲)=-۸+۱۰=۲$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۷ $۲x^۲ + x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$ مجانب های قائم

مجانب افقی $y = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{۴x^۲ + ۱}{۲x^۲ + x} = ۲ \Rightarrow y = ۲$

۲۸ $x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} : k \in z$

۲۹ $x^۶ - ۱ = (x - ۱)(x^۵ + x^۴ + x^۳ + x^۲ + x + ۱)$

۳۰ پیوسته

۳۱ نادرست

۳۲ $\begin{matrix} max = |a| + c = \pi + ۱ \\ min = -|a| + c = -\pi + ۱ \end{matrix} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{|-۱|} = ۲\pi$

۳۳ مجانب افقی $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{۲x^۲}{-x} = -۲ \Rightarrow y = -۲$

مجانب‌های قائم $۱ - x^۲ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۱$

۳۴ $f'(x) = ۲\sin x \cos x + ۲\sin ۲x = ۳\sin ۲x$

$f''(x) = ۶\cos ۲x \Rightarrow f''\left(\frac{\pi}{۶}\right) = ۶\cos\frac{\pi}{۳} = ۳$

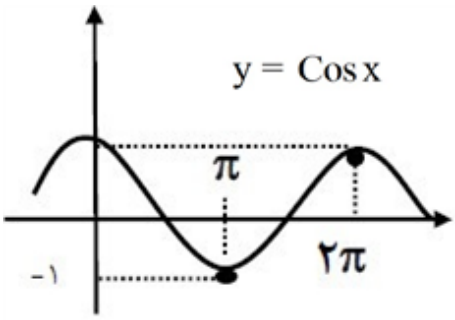
۳۵ الف) $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} tgx = -\infty$, $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^-} tgx = +\infty$, $\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} (x + ۱) = \frac{\pi}{۲} + ۱ \Rightarrow \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{x + ۱}{tgx} = ۰$

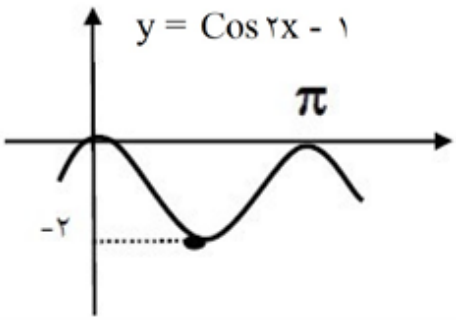
ب) $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^۲}{x^۳} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{۱}{x} = ۰$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۶





۳۷ مماس قائم

۳۸

۳۹

الف) $f'(x) = ۸\left(\frac{-۳x+۱}{x^۲+۵}\right)^۷ \times \left(\frac{-۳(x^۲+۵) - ۲x(-۳x+۱)}{(x^۲+۵)^۲}\right)$

ب) $g'(x) = \left(-\frac{۱}{x^۲}\right)\left(\sqrt{۳x+۲}\right) + \left(\frac{۱}{x}\right)\left(\frac{۳}{۲\sqrt{۳x+۲}}\right)$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۰ تابع در $x = -۲$ پیوسته است.

$$f'_+(-۲) = \lim_{x \to -۲^+} \frac{|x^۲ - ۴| - ۰}{x + ۲} = ۴$$

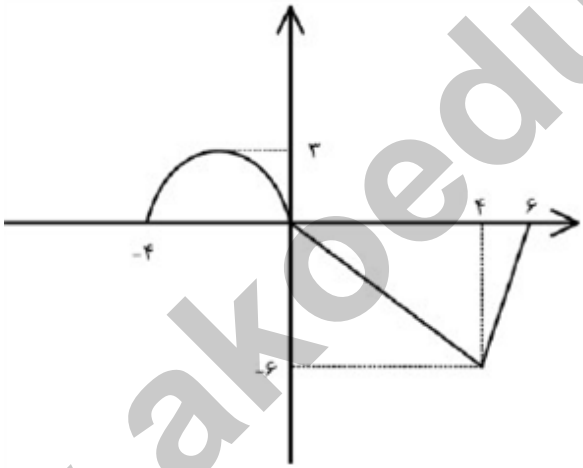
$$f'_-(-۲) = \lim_{x \to -۲^-} \frac{|x^۲ - ۴| - ۰}{x + ۲} = -۴$$

$$\Rightarrow f'_+(-۲) \neq f'_-(-۲)$$

$f'(-۲)$ موجود نیست.

۴۱

الف)



ب) $D = [-۴ , ۶]$

۴۲

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۳ $f'(x) = ۳x^۲ + ۶x \Rightarrow f''(x) = ۶x + ۶ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \Rightarrow (-۱ , ۳)$ نقطه عطف

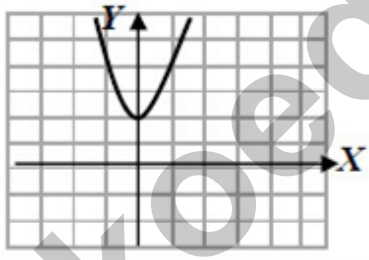
x	$-\infty$		-۱		$+\infty$
f''		$-$	۰	$+$	
		∩		∪	

تقعر رو به بالا $(-۱ , +\infty)$ تقعر رو به پایین $(-\infty , -۱)$

۴۴ الف) $\lim\limits_{x \to ۰^+} \frac{x(x+۱)}{x^۲} = \lim\limits_{x \to ۰^+} \frac{(x+۱)}{x} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$

ب) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{۲x^۲}{۴x^۳} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{۱}{۲x} = ۰$

۴۵



اکیدا نزولی $(-\infty , ۰)$

اکیدا صعودی $(۰ , +\infty)$

۴۶ درست

۴۷ A (۰/۲۵)

۴۸ نادرست (۰/۲۵)

۴۹ درست (۰/۲۵)

۵۰ ۷

۵۱ $f(x) = xy \Rightarrow f(x) = x(x+۱۰) = x^۲ + ۱۰x \Rightarrow f'(x) = ۲x + ۱۰ = ۰ \Rightarrow x = -۵ , y = ۵$

۵۲ الف) $f'(x) = ۳(۲x)(x^۲+۱)^۲(۵x-۱) + ۵(x^۲+۱)^۳$

ب) $g'(x) = \dfrac{۹(\sqrt{x}) - \left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\right)(۹x-۲)}{(\sqrt{x})^۲}$

۵۳ ثابت

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۵۴

$$h'(۱)=\frac{f'(۱)g(۱)-f(۱)g'(۱)}{g^{۲}(۱)}=\frac{۲\times۳-(۲)(-۱)}{۹}=\frac{۸}{۹}$$

۵۵

الف) $$y'=\frac{۲(x^{۳}-۲x^{۲})-(۳x^{۲}-۴x)(۲x+۳)}{(x^{۳}-۲x)^{۲}}$$

ب) $$y'=۳\times۲\,Sin^{۲}(۲x+۱)Cos(۲x+۱)$$

۵۶

$$f'_{+}(۱)=\lim_{x\to۱^{+}}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim_{x\to۱^{+}}\frac{x^{۲}+۳-۴}{x-۱}=۲$$

$$f'_{-}(۱)=\lim_{x\to۱^{-}}\frac{۳x+۱-۴}{x-۱}=\lim_{x\to۱^{-}}\frac{۳x-۳}{x-۱}=۳\Rightarrow f'_{-}(۱)\neq f'_{+}(۱)$$

بنابراین تابع f را در $x=۱$ مشتق‌پذیر نیست.

۵۷

$$x-۱=۰\Rightarrow x=۱\Rightarrow p(۱)=۴\Rightarrow a+b=۳$$

$$x+۲=۰\Rightarrow x=-۲\Rightarrow p(-۲)=۰\Rightarrow ۴a+b=۸\Rightarrow a=\frac{۵}{۳},\ b=\frac{۴}{۳}$$

۵۸

الف) $$f(x)=x^{۳}-۳x+۴\Rightarrow f'(x)=۳x^{۲}-۳=۰\Rightarrow x^{۲}=۱\Rightarrow x=\pm۱$$

x	$-\infty$		-۱		۱		$+\infty$
f'(x)		+	۰	-	۰	+	
f(x)		↗	۶	↘	۲	↗	

نقطه‌ی $(۲\ ,\ ۱)$ مینیمم نسبی و نقطه‌ی $(۶\ ,\ -۱)$ ماکزیمم نسبی است.

۵۹

$$y'=\frac{-۱}{x^{۲}}\times(۲\sqrt{x}-۱)^{۴}+۴(۲\sqrt{x}-۱)^{۳}\times\left(\frac{۲}{۲\sqrt{x}}-۰\right)\times\frac{۱}{x}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۶۰

$$۲\times\left(\sin x\cos x=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\right)\Rightarrow \sin ۲x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow \sin ۲x=\sin\frac{\pi}{۳}$$

$$۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۶},\ ۲x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=k\pi+\frac{۳\pi}{۶}$$

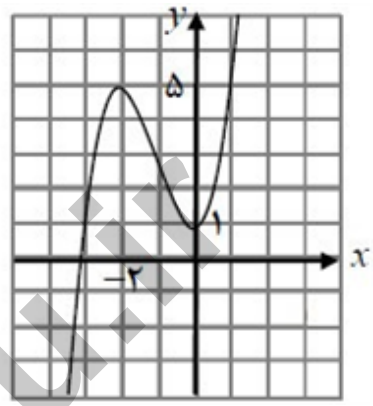
۶۱

$$T=\frac{۲\pi}{|۲\pi|}=۱,\ \max=|-۳|+۱=۴,\ \min=-|-۳|+۱=-۲$$

۶۲

$$y'=۳x^{۲}+۶x\xrightarrow{y'=۰}x=۰,\ x=-۲$$

x	$-\infty$		-۲		۰		$+\infty$
f'	+	۰	-	۰	+		
f	$-\infty$	↗	۵ (ماکزیمم)	↘	۱ (مینیمم)	↗	$+\infty$



۶۳

$$y'=\frac{-۲}{(x-۱)^{۲}},\ y''=\frac{۴}{(x-۱)^{۳}}$$

$x-۱=۰\Rightarrow x=۱$

در بازه $(۱,+\infty)$ تقعر رو به بالا

در بازه $(-\infty,۱)$ تقعر رو به پایین

x	$-\infty$		۱		$+\infty$
f''		−		+	
f	۱	∩	$-\infty$ $+\infty$	∪	۱

نقطه عطف ندارد.

۶۴

$$f'(x)=x^{۲}+۲x\xrightarrow{f'=۰}x=۰,\ x=-۲\Rightarrow f(-۲)=\frac{۴}{۳},\ f(۰)=۰$$

مینیمم مطلق

$f(۳)=۱۸$ ماکزیمم مطلق

x		-۲		۰	
f'	+	۰	-	۰	+
f	↗	$\frac{۴}{۳}$	↘	۰	↗

$f(۰)=۰$ مینیمم نسبی

۶۵ ۱۳ برابر، زیرا:

$$f'(x)=۴x+۵\Rightarrow \begin{matrix}f'(-۱)=۱\\ f'(۲)=۱۳\end{matrix}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۶۶ الف) $f'(x) = ۴\left(۲x^{۳} + \sqrt[۳]{x} - ۱\right)^{۳}\left(۶x^{۲} + \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^{۲}}}\right)$

ب) $g'(x) = -\sin\left(\frac{x}{x^{۲}+۱}\right) \times \frac{(x^{۲}+۱) - ۲x^{۲}}{(x^{۲}+۱)^{۲}}$

۶۷ الف) $\lim_{x \to ۱^{+}} \frac{(x-۱)(x+۱)}{(x-۱)^{۲}} = \lim_{x \to ۱^{+}} \frac{x+۱}{x-۱} = +\infty$

ب) $\lim_{x \to -\infty} x^{۳}\left(-۲ + \frac{۱}{x^{۲}} - \frac{۱}{x^{۳}}\right) = \lim_{x \to -\infty} (-۲x^{۳}) = +\infty$

پ) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{۳}}{۲x^{۳}} = \frac{۱}{۲}$

۶۸ $T = \frac{۲\pi}{\pi} = ۲$, $max = |-۳| + ۱ = ۴$, $min = -|-۳| + ۱ = -۲$

۶۹ $x + ۱ \leq ۲x - ۳ \Rightarrow x \geq ۴$

۷۰ $g(x) = x^{۳}$

۷۱ درجه هفت است.

۷۲ ب) $+\infty$ (۰/۲۵) آ) -۲ (۰/۲۵)

۷۳ $v(x) = \underbrace{(۱ - ۲x)^{۲} \times x = x - ۴x^{۲} + ۴x^{۳}}_{۰/۵}$

$\underbrace{v'(x) = ۱ - ۸x + ۱۲x^{۲} = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}, x = \frac{۱}{۶}}_{۰/۵}$

$x = \frac{۱}{۶}$ قابل قبول است. ۰/۲۵

صفحه: ۱۱۵

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۷۴ $f'(x) = ۶x^۲ + ۶x - ۱۲ \Rightarrow \underbrace{f'(x) = x^۲ + x - ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۲ \notin [-۱ , ۳] \\ x = ۱ \end{cases}}_{۰/۷۵}$

$f(۱) = -۷ , f(-۱) = ۱۳ , f(۳) = ۴۵$

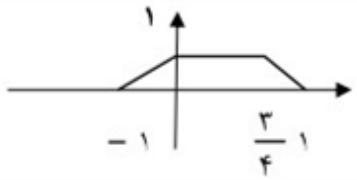
$(-۷ , ۱)$ مینیمم مطلق و نقطه $(۴۵ , ۳)$ ماکزیمم مطلق (هر قسمت ۰/۲۵)

۷۵ $f'(x) = ۲ax + b \Rightarrow \underbrace{۰ = ۲a + b}_{۰/۲۵} \Rightarrow b = -۲a$

$f'(۱) = ۷ \Rightarrow \underbrace{۷ = a + b}_{۰/۲۵} \Rightarrow \underbrace{a = -۷ , b = ۱۴}_{۰/۲۵}$

۷۶ $\text{آهنگ متوسط} = \underbrace{\frac{f(۴) - f(۰)}{۴ - ۰}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\frac{۲۸ - ۰}{۴}}_{۰/۲۵} = ۷ \Rightarrow \underbrace{f'(t) = ۴t - ۱}_{۰/۲۵} \Rightarrow ۴t - ۱ = ۷ \Rightarrow \underbrace{t = ۲}_{۰/۲۵}$

۷۷



۷۸ کافی است نشان دهیم $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$.

$$\lim_{x \to a}(f(x) - f(a)) = \underbrace{\lim_{x \to a}(x - a)\left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a}\right)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\lim_{x \to a}(x - a) \times \lim_{x \to a}\frac{(f(x) - f(a))}{x - a}}_{(۰/۲۵)}$$

$$= ۰ \times f'(a) = ۰ \ (۰/۲۵) \Rightarrow \lim_{x \to a} f(x) - f(a) = ۰ \ (۰/۲۵) \Rightarrow \lim_{x \to a} f(x) = f(a) \ (۰/۲۵)$$

۷۹ $y = ۱ \ (۰/۲۵) \quad , \quad y = -۲ \ (۰/۲۵)$

۸۰ نادرست (۰/۲۵)

www.akoedu.ir

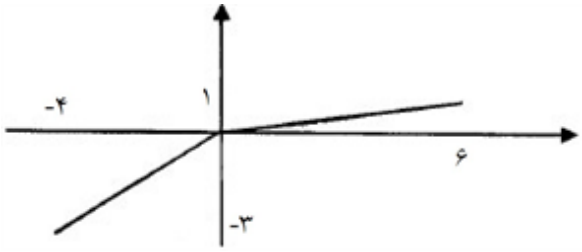
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۸۱ الف)

$\max = |۳| + ۲ = ۵$ (۰/۲۵) $\quad \min = -|۳| + ۲ = -۱$ (۰/۲۵) $\quad T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{۴} = \frac{\pi}{۲}$ (۰/۵)

ب) $۲x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$ (۰/۲۵)

۸۲



رسم درست شکل (۰/۷۵) نمره

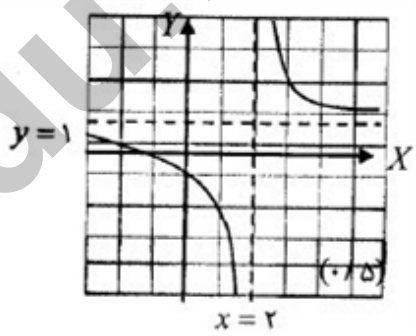
۸۳ الف) $g(x) = x^۲$ (۰/۲۵) $\quad$ ب) ۵ - (۰/۲۵)

پ) ۷ (۰/۲۵) $\quad$ ت) کره توخالی (۰/۲۵)

۸۴ $x = ۲$ (۰/۲۵) م . قائم

$y = ۱$ (۰/۲۵) م . افقی $\quad y' = \frac{-۳}{(x - ۲)^۲}$ (۰/۲۵)

x	$-\infty$		۲		$+\infty$
y'	$-$		‖	$-$	
y	۱ ↘	$-\infty$	‖ $+\infty$	↘ ۱	



۸۵ الف) $y' = \frac{(۰/۲۵)\ ۲x(x^۳ + ۲x - ۵) - (x^۲ + ۱)(۳x^۲ + ۲)\ (۰/۵)}{(x^۳ + ۲x - ۵)^۲}$ (۰/۲۵)

ب) $y' = -۳ \times ۲$ (۰/۵) $\cos(-۳x + ۱)$ (۰/۲۵) $(-\sin(-۳x + ۱))$ (۰/۲۵)

۸۶ $(fg)'(۲) = f'(۲)g(۲) + f(۲)g'(۲)$ (۰/۲۵) $= ۱ \times (-۳) + ۳ \times ۲$ (۰/۲۵) $= ۳$ (۰/۲۵)

$(f + g)'(۲) = f'(۲) + g'(۲)$ (۰/۲۵) $= ۳$ (۰/۲۵)

۸۷ $\cos ۳x = \cos x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + x\ (۰/۲۵) \Rightarrow x = k\pi\ (۰/۲۵) \\ ۳x = ۲k\pi - x\ (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲}\ (۰/۲۵) \end{cases}$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

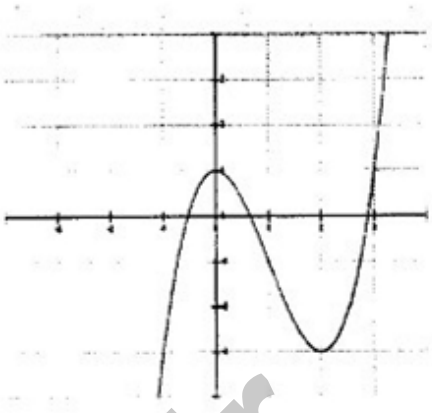
۸۸

$D_f = R$, $f'(x) = ۳x^۲ - ۶x = ۰$ (۰/۲۵) $\longrightarrow x = ۰, ۲$ (۰/۲۵)

$f'(x) = ۶x - ۶ = ۰$ (۰/۲۵) $\longrightarrow x = ۱$ (۰/۲۵)

x	$-\infty$		۰		۱		۲		$+\infty$
y′		+	۰	−		−	۰	+	
y″		−		−	۰	+		+	
y	$-\infty$	↗	۱	↘	−۱	↘	−۳	↗	$+\infty$

(۰/۵)



(۰/۵)

۸۹

$f'(x) = ۴x^۲ - ۶x^۲ = ۰$ (۰/۲۵) $\longrightarrow x = ۰$ (۰/۲۵) ق ق , $x = \frac{۳}{۲}$ (۰/۲۵) غ ق ق

$f(۰) = ۲$ (۰/۲۵) , $f(۱) = ۱$ (۰/۲۵) مینیمم مطلق $f(-۲) = ۳۴$ (۰/۲۵) ماکسیمم مطلق

۹۰

$f'(x) = \sqrt{۳} - ۲\,Sin\,x$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{f'(x)=۰} Sin\,x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $x = \frac{\pi}{۳}, \frac{۲\pi}{۳}$ (۰/۵) نقاط بحرانی

۹۱

$\left.\begin{matrix} y' = ۱ + \tan^۲ x \\ m = ۲ \end{matrix}\right\}$ (۰/۵) $\longrightarrow ۱ + \tan^۲ x = ۲$ (۰/۲۵) $\longrightarrow \tan x = \pm ۱$ (۰/۲۵) $\longrightarrow$

$x = \pm\frac{\pi}{۴}$ (۰/۲۵) $\longrightarrow A\left(\frac{\pi}{۴}, ۱\right)$, $B\left(\frac{-\pi}{۴}, -۱\right)$ (۰/۲۵)

۹۲

$y' = \frac{x^۲ + ۶ - ۲x(x)}{(x^۲+۶)^۲} = $ (۰/۵) $\frac{(-x^۲+۶)}{(x^۲+۶)^۲}$ (۰/۲۵)

$m = f'(۲) = \frac{۱}{۵۰}$ (۰/۲۵) $y - \frac{۲}{۱۰} = \frac{۱}{۵۰}(x-۲)$ (۰/۲۵) $\longrightarrow y = \frac{۱}{۵۰}x + \frac{۸}{۵۰}$ (۰/۲۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۹۳ $v'(t) = -۵۰۰\ (۱۶ - t) \xrightarrow{(۰/۵)} v'(۴) = -۶۰۰۰$ (۰/۲۵)

یعنی وقتی که ۴ دقیقه از زمان تخلیه آب مبنع گذشته باشد. پس از یک دقیقه دیگر ۶۰۰۰ لیتر دیگر تخلیه می شود. (۰/۲۵)

۹۴ $$\lim_{x \to +\infty} \frac{x\left(۱ + \frac{۳}{x}\right)}{\left(۲x\sqrt{۱ + \frac{۹}{۴x} - \frac{۱}{۴x^{۲}}}\right)} = (۰/۵)\ \frac{۱}{۲}\ (۰/۲۵)$$

۹۵ الف) $\frac{(f(۴) - f(۰))}{(۴ - ۰)}$ (۰/۲۵) $= \frac{(۳۰۰۰ - ۰)}{۴}$ (۰/۲۵) $= ۷۵۰$ (۰/۲۵)

ب) $f'(t) = ۴۰۰t - ۵۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(۳) = ۱۲۰۰ - ۵۰ = ۱۱۵۰$ (۰/۲۵)

۹۶ $$f'(-۱) = \lim_{x \to -۱} \frac{f(x) - f(-۱)}{x + ۱} (۰/۲۵) = \lim_{x \to -۱} \frac{\frac{۱}{۱ - x} - \frac{۱}{۲}}{x + ۱} (۰/۲۵) = \lim_{x \to -۱} \frac{۱}{۲(۱ - x)} (۰/۲۵) = \frac{۱}{۴} (۰/۲۵)$$

۹۷ $$m = \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} (۰/۲۵) =$$

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x^{۲} + ۲x - ۳}{x - ۱} (۰/۲۵) = \lim_{x \to ۱} \frac{(x - ۱)(x + ۳)}{(x - ۱)} (۰/۲۵) = ۴ (۰/۲۵)$$

$y - ۶ = ۴(x - ۱) \Rightarrow (۰/۵)\ y = ۴x + ۲$

۹۸ ۳ (۰/۲۵)

۹۹ $$g'(a) = \lim_{h \to ۰} \frac{g(a + h) - g(a)}{h} (۰/۵) = \lim_{h \to ۰} \frac{f(a + h) + b - (f(a) + b)}{h} (۰/۵)$$

$$= \lim_{h \to ۰} \frac{(f(a + h) - f(a))}{h} = f'(a) \quad (۰/۵)$$

مسائل صفحه ۱۷۰ شماره ۵

۱۰۰ $(\cos x - ۱)(۲\cos x - ۱) = ۰$ (۰/۲۵)

$\cos x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi$ و (۰/۵) $\quad \cos x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$ (۰/۵)

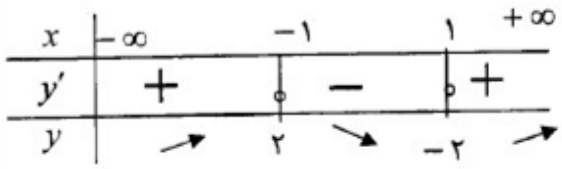
www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۰۱

$D_f = R \ , \ f'(x) = ۳x^۲ - ۳$ (۰/۲۵)

$۳x^۲ - ۳ = ۰ \rightarrow x = \pm ۱$ (۰/۵)



(۰/۵)

نقطه (۲- , ۱) نقطه مینیمم نسبی تابع است. (۰/۲۵)
نقطه (۲ , ۱-) نقطه ماکسیمم نسبی تابع است. (۰/۲۵)

۱۰۲ (۰/۵) ۳- ج) (۰/۵) ۲۷ ب) (۰/۵) ۲- الف)

۱۰۳

الف) $f'(x) = \dfrac{۴ \times ۲ \times (۲x - ۵)^۳ (۵x^۲ + ۶x) - (۱۰x + ۶)(۲x - ۵)^۴}{(۵x^۲ + ۶x)^۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $g'(x) = \dfrac{-۱}{۴} \text{Sin}\left(\pi + \dfrac{x}{۴}\right) + ۳(۱ + \text{tg}^۲ ۳x)$ (۰/۵) (۰/۵)

ج) $h'(x) = ۳x^۲ \sqrt{۴x^۲ + ۷} + \dfrac{۸x}{۲\sqrt{۴x^۲ + ۷}}(۷ + x^۳)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

(صفحات ۱۳۸ و ۱۴۰ و ۱۴۳)

۱۰۴

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۰۵

الف) $f'(x)=\dfrac{\overbrace{۲(x+۵)}^{(۰/۲۵)}-\overbrace{۱(۲x-۴)}^{(۰/۲۵)}}{\underbrace{(x+۵)^{۲}\times۲\sqrt{\dfrac{۲x-۴}{x+۵}}}_{(۰/۲۵)}}$

ب) $g'(x)=\underbrace{۴(۳\cos۳x)}_{(۰/۲۵)}\underbrace{(۱+\sin۳x)^{۳}}_{(۰/۲۵)}\times\underbrace{\operatorname{tg}\left(\frac{۱}{x}\right)}_{(۰/۲۵)}+\underbrace{\left(\frac{-۱}{x^{۲}}\right)\left(۱+\operatorname{tg}^{۲}\frac{۱}{x}\right)}_{(۰/۲۵)}\times\underbrace{(۱+\sin۳x)^{۴}}_{(۰/۲۵)}$

صفحات ۱۳۹ و ۱۴۳

۱۰۶ مسائل صفحه ۱۷۴

$$\left.\begin{array}{l}y'=۳x^{۲}-۲\\ y=x\to m=۱\end{array}\right\}\xrightarrow{(۰/۵)}۳x^{۲}-۲=۱\Rightarrow x^{۲}=۱\xrightarrow{(۰/۲۵)}\begin{cases}x=۱\to y=-۷ & (۰/۲۵)\\ x=-۱\to y=-۵ & (۰/۲۵)\end{cases}$$

۱۰۷ مثال صفحه ۱۶۴

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\underbrace{\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\lim_{x\to a}\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{a})(\sqrt{x}+\sqrt{a})}{(x-a)(\sqrt{x}+\sqrt{a})}}_{(۰/۵)}$$

$$=\underbrace{\lim_{x\to a}\frac{(x-a)}{(x-a)(\sqrt{x}+\sqrt{a})}}_{(۰/۲۵)}=\frac{۱}{۲\sqrt{a}}\quad(۰/۲۵)$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۰۸ $f'(x) = \underbrace{۲\sin x \cos x - ۲\sin x = ۰}_{(۰/۵)} \rightarrow ۲\sin x(\cos x - ۱) = ۰$

$\sin x = ۰ \rightarrow x = k\pi \rightarrow x = ۰ , \pi , ۲\pi$ (۰/۲۵)

$\cos x = ۱ \rightarrow x = ۲k\pi \quad x = ۰ , ۲x$ (۰/۲۵)

طول نقطه بحرانی: $x = ۲\pi , x = ۰ , x = \pi$ (۰/۲۵)

$f(۰) = f(۲\pi) = ۲ \rightarrow (۰ , ۲) , (۲\pi , ۲)$ نقاط ماکسیمم مطلق (۰/۵)

$f(\pi) = -۲ \rightarrow (\pi , -۲)$ نقطه مینیمم مطلق (۰/۲۵)

۱۰۹ $f'(x) = \dfrac{\overset{(۰/۲۵)}{۵(x-۲)^{۴}}\overset{(۰/۲۵)}{(x^{۲}-۳x)} - (۲x-۳)(x-۲)^{۵}}{(x^{۲}-۳x)^{۲}}$ (۰/۲۵)

۱۱۰ $y' = \dfrac{۲x + \cos x}{\sqrt[۳]{(x^{۲} + \sin x - ۱)^{۲}}}$ (۰/۵) (۰/۵)

۱۱۱ $f'(a) = \underbrace{\lim_{x \to a}}_{(۰/۲۵)} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = \underbrace{\lim_{x \to a}}_{(۰/۲۵)} \dfrac{x^{۲} + ۱ - (a^{۲} + ۱)}{x - a} = \underbrace{\lim_{x \to a}}_{(۰/۵)} \dfrac{(x - a)(x + a)}{x - a} = ۲a$ (۰/۵)

۱۱۲ $۲\cos^{۲} x - ۱ - \cos x + ۱ = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x (۲\cos x - ۱) = ۰$ (۰/۲۵)

$\cos x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \dfrac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow \cos x = \dfrac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = ۲k\pi \pm \dfrac{\pi}{۳}$ (۰/۲۵)

۱۱۳ ۲ (۰/۲۵)

۱۱۴

۱۱۵

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۱۶

۱۱۷

$$h'(x) = \underset{(۰/۲۵)}{۲ \times ۳ \sin(۳x)} \underset{(۰/۲۵)}{\cos(۳x)} - \underset{(۰/۲۵)}{(۲x)} \underset{(۰/۲۵)}{\left(۱ + \cot^{۲}(x^{۲} - ۱)\right)}$$

۱۱۸

$$f'(x) = \overbrace{\frac{۲(x^{۲} - ۶x + ۵) - (۲x - ۶)(۲x - ۳)}{\underbrace{(x^{۲} - ۶x + ۵)^{۲}}_{(۰/۲۵)}}}^{(۰/۵)}$$

۱۱۹

$$\underbrace{\frac{f(t_{۲}) - f(t_{۱})}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{f(۲) - f(۱)}{۲ - ۱}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{-۱ + ۲}{۱}}_{(۰/۲۵)} = ۱ \quad (۰/۲۵)$$

۱۲۰

۱۲۱

$$k'(x) = \underset{(۰/۲۵)}{۴ \times ۴ \tan(۴x)} \underset{(۰/۲۵)}{\left(۱ + \tan^{۲}(۴x)\right)} - \underset{(۰/۲۵)}{۷ \cos(۷x)}$$

۱۲۲

$$h'(x) = \overbrace{\frac{۲x(x+۱) + ۱(x^{۲})}{۲\sqrt{x^{۲}(x+۱)}}}^{(۰/۲۵)} \quad (۰/۲۵)$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۲۳ (۰/۵)

$$f'(x)=\frac{0-(4x^3+6)(-2)}{(x^4+6x)^2}$$ (۰/۲۵)

۱۲۴ (۰/۲۵)

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{6-4}{2}=1$$ (۰/۲۵) (۰/۵)

۱۲۵

۱۲۶

$$(0,3)\rightarrow 3=a\times 0\times +b\rightarrow b=3 \qquad 6=-4a+3\rightarrow a=-\frac{3}{4}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۲۷ (۰/۵)

$$h'(x)=\frac{\left(\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)(x^2+1)-(2x)\left(\sqrt{3x}\right)}{(x^2+1)^2}$$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۲۸ (۰/۲۵)

$$\frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}=\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=\frac{4-1}{3}=1$$ (۰/۲۵) (۰/۵)

۱۲۹ (۰/۲۵)

$$\lim_{x\to 6^-}\frac{4}{(x-6)^2}=\frac{4}{0^+}=+\infty$$ (۰/۲۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۳۰ مشتق‌پذیر نیست (۰/۲۵) زیرا

$$f'_+(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=2 \quad (0/25)\ (0/25)\ (0/25)$$

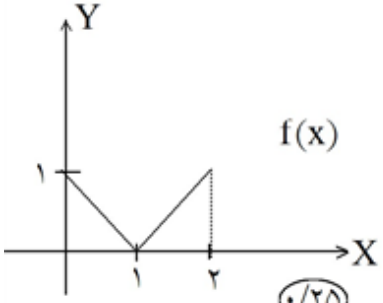
$$f'_-(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{3(x-1)}{x-1}=3 \quad (0/25)\ (0/25)$$

۱۳۱

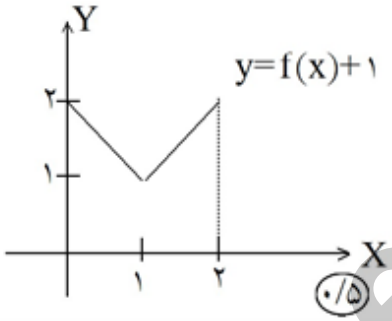
$$f'(x)=\underbrace{(6x+5)}_{0/5}\times(4x^2+\sin x)+\underbrace{(3x^2+5x)}_{0/25}\times\underbrace{(8x+\cos x)}_{0/5}$$

۱۳۲

۱۳۳



(۰/۲۵)



(۰/۵)

$R_{f(x)+1}=[1,2]$ (۰/۵)

۱۳۴

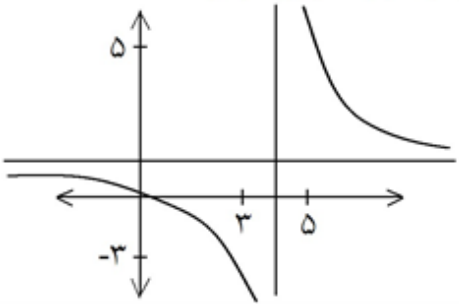
$D=R-\{4\}$

مجانب قائم : $x=4$ (۰/۲۵) مجانب افقی $y=1$ (۰/۲۵)

$$y'=\frac{-4}{(x-4)^2} \quad (0/5)$$

x	$-\infty$		۴		$+\infty$
y'	—		‖		—
y	۱	$-\infty$	‖	$+\infty$	۱

نقاط کمکی: $A(3,-3)$, $B(5,5)$



www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۳۵

$$f'(۲)=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{|x^۲-۴|-۰}{x-۲}$$ (۰/۲۵)

$$\rightarrow\begin{cases} f'_+(۲)=\lim\limits_{x\to ۲^+}\dfrac{x^۲-۴}{x-۲}=\lim\limits_{x\to ۲^+}\dfrac{(x-۲)(x+۲)}{x-۲}=۴ & (۰/۵)\\ f'_-(۲)=\lim\limits_{x\to ۲^-}\dfrac{-(x^۲-۴)}{x-۲}=\lim\limits_{x\to ۲^-}\dfrac{-(x-۲)(x+۲)}{x-۲}=-۴ & (۰/۵)\end{cases}$$

$f'_+(۲)\neq f'_-(۲)$ پس تابع f در $x=۲$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد. (۰/۲۵)

۱۳۶

$f'(x)=۴x^۳-۱۲x^۲$ (۰/۲۵) $f''(x)=۱۲x^۲-۲۴x$ (۰/۲۵) $=۱۲x(x-۲)$

$۱۲x(x-۲)=۰\rightarrow x=۰$ (۰/۲۵) , $x=۲$ (۰/۲۵)

x	$-\infty$	۰	۲	$+\infty$
f''	+	۰ -	۰	+
f	∪	۰ ∩ عطف	-۱۶ عطف	∪

(۰/۵)

نقاط عطف: (۱۶- و ۲) و (۰ و ۰) (۰/۵)

۱۳۷

$$f'(x)=\underbrace{۲\sin\sqrt{x}}_{(۰/۲۵)}.\underbrace{\cos\sqrt{x}}_{(۰/۲۵)}.\underbrace{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}_{(۰/۲۵)}$$

۱۳۸

$$y'=\frac{(-۲x)}{(x^۲+۱)^۲}\ (۰/۲۵)\ (۰/۲۵),\quad y''=\frac{۲(۳x^۲-۱)}{(x^۲+۱)^۳}\ (۰/۲۵)\ (۰/۲۵)$$

$$y''=۰\Rightarrow x=\frac{\pm\sqrt{۳}}{۳}$$

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$+\infty$
y''	+	۰ -	۰	+
y	∪	عطف ∩	عطف ∪	

(۰/۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۳۹

۱۴۰

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۴۱

$f(0)=4 \Rightarrow C=-4$ (۰/۲۵)

$f'(x)=3ax^2+6bx$ (۰/۲۵) , $f''(x)=6ax+6b$ (۰/۲۵)

$f''(1)=0 \Rightarrow a+b=0$ (۰/۲۵) , $f(1)=2 \Rightarrow a+3b=-2$ (۰/۲۵)

$\begin{cases} a+b=0 \\ a+3b=-2 \end{cases} \Rightarrow a=1$ (۰/۲۵) , $b=-1$ (۰/۲۵)

۱۴۲

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} & x\geq 0 \\ \frac{-x}{\sqrt{x^2+1}} & x<0 \end{cases}$$ (۰/۲۵)

$$f'(x)=\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}\times(x^2+1)} & x\geq 0 \\ \frac{-1}{\sqrt{x^2+1}\times(x^2+1)} & x<0 \end{cases}$$ (۰/۵)

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{x\sqrt{x^2+1}}=1$$ (۰/۲۵)

$$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{-x}{x\sqrt{x^2+1}}=-1$$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow D_{f'}=R-\{0\}$ (۰/۲۵)

۱۴۳

$D_f: [+1,+\infty)$ (۰/۲۵)

$x_1<x_2 \to x_1-1<x_2-1 \to \sqrt{x_1-1}<\sqrt{x_2-1} \to f(x_1)<f(x_2)$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

تابع f اکیداً صعودی است پس یک‌به‌یک است. (۰/۲۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۴۴ $y'=\frac{-۱}{x^۲} \Rightarrow m = f'(۱) = \frac{-۱}{۱^۲} \Rightarrow m = -۱$ (۰/۵) (۰/۲۵)

۱۴۵ $f'_+(-۱) = \lim\limits_{x\to -۱^+} \frac{f(x)-f(-۱)}{x+۱} = \lim\limits_{x\to -۱^+} \frac{x^۳+۱-۰}{x+۱} = ۳$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$f'_-(-۱) = \lim\limits_{x\to -۱^-} \frac{f(x)-f(۱)}{x+۱} = \lim\limits_{x\to -۱^-} \frac{x^۲-۱-۰}{x+۱} = -۲$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

چون $f'_+(-۱) \neq f'_-(-۱)$ پس تابع f در $x = -۱$ مشتق‌پذیر نیست. (۰/۲۵)

۱۴۶ $p(x)=(x^۲+۲x)Q(x)+ax+b$ (۰/۲۵)

$p(۰)=۲ \Rightarrow b=۲$ (۰/۲۵)

$p(-۲)=۱ \Rightarrow -۲a+۲=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow R(x)=\frac{۱}{۲}x+۲$

۱۴۷

۱۴۸ $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_۱+\Delta x)-f(x_۱)}{\Delta x}=\frac{۸/۲۹-۷}{۰/۳}=۴/۳$ (۰/۷۵)

۱۴۹ $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{۱}{\cos x} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$ (۰/۵)

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^-} \frac{۱}{\cos x} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$ (۰/۵)

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{۱}{\cos x} \neq \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^-} \frac{۱}{\cos x} \Rightarrow$ حد ندارد (۰/۲۵)

۱۵۰ $A(۲,-۲) \Rightarrow -۲=۴a+۲+b \Rightarrow ۴a+b=-۴$ (۰/۲۵)

$B(۰,۳) \Rightarrow ۳=b$ (۰/۵)

$\Rightarrow a=\frac{-۷}{۴}$ (۰/۲۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۵۱

$x = ۲۴ - ۳y$

$p = xy = (۲۴ - ۳y)y \Rightarrow p = ۲۴y - ۳y^{۲} \Rightarrow p' = ۲۴ - ۶y = ۰ \rightarrow y = ۴ \rightarrow x = ۱۲$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۵۲

$y' = -۲x + ۶ = ۰ \rightarrow x = ۳$

$y(۳) = ۹$

x	$-\infty$	۳	$+\infty$
y'	+	۰	-
y	$-\infty$ ↗	۹ max	↘ $-\infty$
	صعودی (۰/۲۵)		نزولی (۰/۲۵)

نقطه ی $(۳,۹)$ ماکسیمم تابع است. (۰/۵)

۱۵۳

$f'(x) = ۳ax^{۲} + ۲(a-۱)x + ۴ \Rightarrow f'(-۲) = ۳a(-۲)^{۲} + ۲(a-۱)(-۲) + ۴ = ۰$ (۰/۵)

(۰/۲۵)

$۸a + ۸ = ۰ \Rightarrow a = -۱$ (۰/۲۵)

۱۵۴

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{(۲x-۱)(x+۳)}{۱ - x + x^{۲}} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{(۲x)(x)}{x^{۲}} = ۲$$

(۰/۲۵) (۰/۵)

۱۵۵

$$\lim_{x\to ۰} \frac{۳}{x^{۴}} = \frac{۳}{۰^{+}} = +\infty$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۵۶

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۵۷

۱۵۸

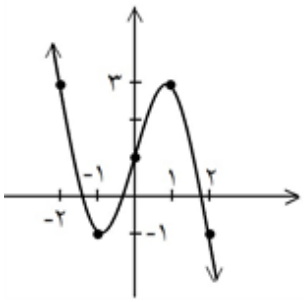
۱۵۹ $x = ۱۲ - ۳y$, $P = (۱۲ - ۳y)y \Rightarrow P = ۱۲y - ۳y^{۲}$

$P' = ۱۲ - ۶y = ۰ \Rightarrow y = ۲$, $x = ۶$

۱۶۰ $y' = -۳x^{۲} + ۳ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۱ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow y = ۳$, $x = -۱ \Rightarrow y = -۱ \Rightarrow (۱, ۳)$, $(-۱, -۱)$

$\lim_{x \to \pm\infty} y = \pm\infty$

x	$-\infty$		-۲		-۱		۰		۱		۲		$+\infty$
y'		—			۰	+		+	۰	—			
y	$+\infty$	↘	-۳	↗	min -۱	↗	۱	↗	max ۳	↘	-۱	↘	$-\infty$



۱۶۱ x را یک‌بار در خود تابع و بار دیگر در مشتق می‌گذاریم و مشتق باید صفر شود.

$(-۱)^{۳} + ۶b(-۱) + c = ۷ \Rightarrow -۶b + c = ۸$

$f'(x) = ۳x^{۲} + ۶b \Rightarrow f'(-۱) = ۳(-۱)^{۲} + ۶b = ۰ \Rightarrow b = -\frac{۱}{۲}$, $c = ۵$

۱۶۲

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۶۳ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(2x-1)(x+3)}{1-x+x^2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(2x)(x)}{(x^2)}=2$

۱۶۴ $\lim\limits_{x\to4}\frac{3}{(x-4)^2}=\frac{3}{0^+}=+\infty$

۱۶۵ $2x+y=60\Rightarrow y=60-2x\Rightarrow xy=x(60-2x)=60x-2x^2$

$\Rightarrow x=\frac{-b}{2a}=\frac{60}{4}=15\Rightarrow y=60-30=30$

۱۶۶

۱۶۷

$\left.\begin{array}{l}f(2)=2\\ \lim\limits_{x\to2^+}f(x)=2\\ \lim\limits_{x\to2^-}f(x)=2\end{array}\right\}\Rightarrow x=2\to$ f در ۲ پیوسته است.

$f'(x)=\begin{cases}-6x+6 & x>2 \quad f'_+(2)=-6\\ \frac{2}{\sqrt{x+2}}-3 & x>2 \quad f'_-(2)=-2\end{cases}\Rightarrow$ f در $x=2$ مشتق ندارد.

۱۶۸ $y=x^3-\frac{9}{2}x^2-12x+1\Rightarrow y'=3x^2-9x-12=0\Rightarrow\begin{cases}x=-1\\ x=4\end{cases}$ غ ق ق

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y		↗	-1	↘	$-\frac{97}{2}$	↗	

مطلق $\max=\frac{15}{2}$

مطلق $\min=-\frac{97}{2}$

۱۶۹ $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=(1)^2+1=2$

$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=f(1)=\frac{2}{1}=2$ پیوسته است.

$f'(1^+)=2x=2(1)=2$

$f'(1^-)=\frac{-2}{x^2}=\frac{-2}{(1)}=-2$ مشتق پذیر نیست.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۷۰

$$y' = \frac{۲x(x^۲ + x + ۱) - (۲x + ۱)(x^۲ + ۲)}{(x^۲ + x + ۱)^۲} = \frac{x^۲ - ۲x - ۲}{(x^۲ + x + ۱)^۲}$$

$$m = \frac{۰ - ۲ \times ۰ - ۲}{(۰ + ۰ + ۱)^۲} = -۲ \Rightarrow y - ۲ = -۲(x - ۰) \Rightarrow y = -۲x + ۲$$

۱۷۱

$$(x + y) \times ۲ = ۲۸ \Rightarrow x + y = ۱۴ \Rightarrow y = ۱۴ - x$$

$$S = x \cdot y \Rightarrow S = x(۱۴ - x) \Rightarrow S = ۱۴x - x^۲$$

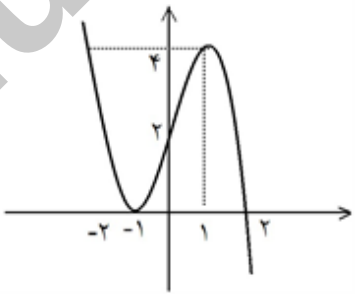
$$S' = ۱۴ - ۲x = ۰ \Rightarrow x = ۷, y = ۷$$

۱۷۲

$$y' = -۳x^۲ + ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ \Rightarrow y = ۰ \\ x = ۱ \Rightarrow y = ۴ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -۲ \Rightarrow y = ۴ \\ x = ۰ \Rightarrow y = ۲ \\ x = ۲ \Rightarrow y = ۰ \end{cases}$$

x	$-\infty$	-۲	-۱	۰	۱	۲	$+\infty$
y'		—		+		—	
y	$+\infty$	۴	۰	۲	۴	۰	$-\infty$



۱۷۳

$$f'(۲) = ۰ \Rightarrow ۳c(۲)^۲ + ۵ - ۲c = ۰ \Rightarrow ۱۰c = -۵ \Rightarrow c = \frac{-۱}{۲}$$

۱۷۴

$$x = ۴ \Rightarrow y = ۲$$

$$f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} \Rightarrow f'(۴) = \frac{۱}{۴} = m$$

$$y - ۲ = \frac{۱}{۴}(x - ۴) \Rightarrow y = \frac{۱}{۴}x + ۱$$

۱۷۵

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{۷(x + \Delta x)^۲ - ۱ - (۷x^۲ - ۱)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\Delta x(۱۴x + ۷\Delta x)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰}(۱۴x + ۷\Delta x) = ۱۴x$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۷۶

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(-۲x)^۲(x^۳)^۲}{(x^۴)^۲}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(۴x^۲)(x^۶)}{x^۸}=۴$$

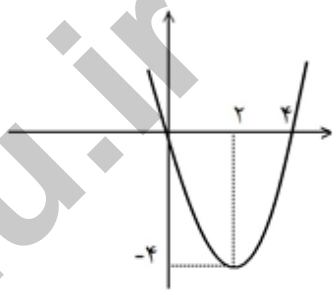
۱۷۷

$$۲(x+y)=۱۶\Rightarrow x+y=۸\Rightarrow y=۸-x$$
$$S=xy\Rightarrow S=x(۸-x)\Rightarrow S=۸x-x^۲$$
$$S'_x=۸-۲x=۰\Rightarrow x=۴\Rightarrow y=۸-۴\Rightarrow y=۴$$

۱۷۸

$$y'=۲x-۴=۰\Rightarrow x=۲\Rightarrow y=-۴$$
$$y=۰\Rightarrow x^۲-۴x=۰\Rightarrow \begin{cases}x=۰\\ x=۴\end{cases}$$ نقاط کمکی

x	$-\infty$	۰	۲	۴	$+\infty$
y'		—	۰	+	
y	$+\infty$	↘ ۰	-۴	↗ ۰	$+\infty$



۱۷۹

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to۰}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to۰}\frac{۵(x+\Delta x)+\frac{۱}{۲}-۵x-\frac{۱}{۲}}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to۰}\frac{۵\Delta x}{\Delta x}=۵$$

۱۸۰

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(-۲x)(x^۲)}{x^۳}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-۲x^۳}{x^۳}=-۲$$

۱۸۱

$$\lim_{x\to\left(\frac{۱}{۵}\right)^-}\frac{۵x+۳}{۱-۵x}=\frac{۴}{۰^+}=+\infty$$

۱۸۲

$$x=۰\Rightarrow y=۱$$
$$y'=۲\cos x\Rightarrow m=f'(۰)=۲\cos(۰)=۲$$
$$y-۱=۲(x-۰)\Rightarrow y=۲x+۱$$

۱۸۳

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to۰}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to۰}\frac{۷(x+\Delta x)^۲+۲-(۷x^۲+۲)}{\Delta x}$$
$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to۰}\frac{\Delta x(۱۴x+۷\Delta x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to۰}(۱۴x+۷\Delta x)=۱۴x$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

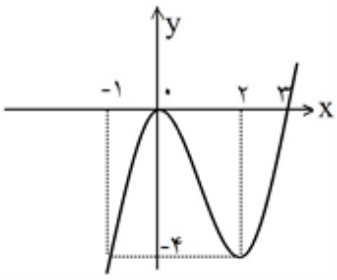
۱۸۴

$y' = ۳x^۲ - ۶x = ۰ \quad \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y = ۰ \\ x = ۲ \Rightarrow y = -۴ \end{cases}$

$y = ۰ \Rightarrow x^۳ - ۳x^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۰ , x = ۳$

$x = -۱ \Rightarrow y = -۴$

x	$-\infty$	-۱	۰	۲	۳	$+\infty$
y'		+	-		+	
y	$-\infty$	-۴ ↗	۰ ↘	-۴	↗ ۰	$+\infty$



۱۸۵

۱۸۶

۱۸۷

۱۸۸

۱۸۹

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۹۰

۱۹۱

۱۹۲

۱۹۳

۱۹۴

۱۹۵

$$x = ۲۸ - ۲y$$

$$p = (۲۸ - ۲y)y \Rightarrow p = ۲۸y - ۲y^{۲}$$

$$p'_y = ۲۸ - ۴y = ۰ \Rightarrow y = ۷ \text{ و } x = ۱۴$$

۱۹۶

$$x = \frac{\pi}{۶} \Rightarrow y = -۲\,Sin\frac{\pi}{۳} = -\sqrt{۳}$$

$$f'(x) = -۴\,Cos\,۲x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{۶}\right) = -۲ = m$$

$$y - \left(-\sqrt{۳}\right) = -۲\left(x - \frac{\pi}{۶}\right) \Rightarrow y = -۲x + \frac{\pi}{۳} - \sqrt{۳}$$

۱۹۷

$$f'(۱) = \lim_{x\to ۱}\frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \lim_{x\to ۱}\frac{۴x^{۲} + ۳ - ۷}{x - ۱} = \lim_{x\to ۱}\frac{۴(x - ۱)(x + ۱)}{(x - ۱)} = ۸$$

۱۹۸

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{x^{۲} - ۲x(-x)}{۵x^{۲}} = \lim_{x\to -\infty}\frac{۳x^{۲}}{۵x^{۲}} = \frac{۳}{۵}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۱۹۹

$$\lim_{x\to ۵^+}\frac{\sqrt{۲x-۱}}{۲-\sqrt{x-۱}}=\frac{۳}{۲-۲^+}=\frac{۳}{۰^-}=-\infty$$

۲۰۰

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{۲x^۲\times x^۲}{x^۲\times x^۲}=۲$$

۲۰۱

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۶x-۷}{(x-۲)^۲}=\frac{۶\times ۲-۷}{(۲-۲)^۲}=\frac{۵}{۰^+}=+\infty$$

۲۰۲

طول مستطیل $=x$ عرض مستطیل $=y$

$$xy=۲۵ \Rightarrow y=\frac{۲۵}{x}$$

$$p=۲(x+y)=۲x+\frac{۵۰}{x}$$

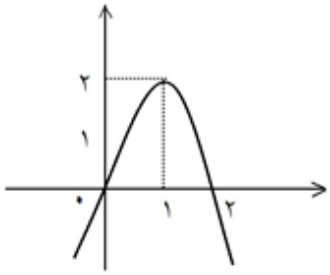
$$p'=۲-\frac{۵۰}{x^۲}=۰ \Rightarrow x^۲=۲۵ \Rightarrow x=۵ \Rightarrow y=۵$$

۲۰۳

$$y'=۴-۴x=۰ \Rightarrow x=۱ \Rightarrow y=۲$$

$$y=۰ \Rightarrow ۴x-۲x^۲=۰ \Rightarrow ۲x(۲-x)=۰ \begin{cases} x=۰ \\ x=۲ \end{cases}$$

x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$
y'		$+$	۰	$-$	
y	$-\infty$	۰	۲	۰	$-\infty$



۲۰۴

۲۰۵

طول مستطیل $=x$
عرض مستطیل $=y$ $= xy=۴۰۰۰۰ \Rightarrow y=\frac{۴۰۰۰۰}{x}$

محیط زمین $p=۲(x+y) \Rightarrow p=۲x+\frac{۸۰۰۰۰}{x}$

$$p'=۲-\frac{۸۰۰۰۰}{x^۲}=۰ \Rightarrow x^۲=۴۰۰۰۰ \Rightarrow x=۲۰۰\ ,\ y=۲۰۰$$

www.akoedu.ir

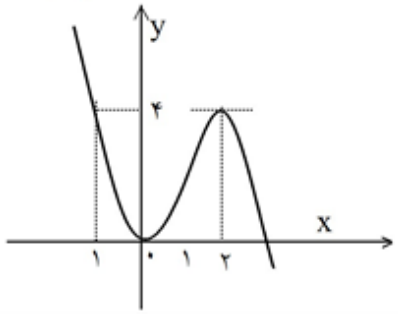
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۰۶

$y' = -۳x^۲ + ۶x = ۰ \Rightarrow -۳x(x-۲) = ۰ \quad \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y = ۰ \\ x = ۲ \Rightarrow y = -۸ + ۱۲ = ۴ \end{cases}$

$y = ۰ \Rightarrow -x^۳ + ۳x^۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۳ \end{cases}, \quad \begin{cases} x = -۱ \\ y = ۴ \end{cases}$ نقاط کمکی

x	$-\infty$	-۱	۰	۲	۳	$+\infty$
y'		—	۰	+	۰	—
y	$+\infty$	↘	۴ min	↗	۴ max	↘ $-\infty$



۲۰۷

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^۲ \times ۳x^۲}{(-x^۲)(x^۲)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۳x^۴}{-x^۴} = -۳$$

۲۰۸

$$\lim_{x \to (\frac{۱}{۲})^-} \frac{۴x}{۲x-۱} = \frac{۴ \times \frac{۱}{۲}}{۲(\frac{۱}{۲})^- - ۱} = \frac{۲}{۱^- - ۱} = \frac{۲}{۰^-} = -\infty$$

۲۰۹

$x + y = ۱۶ \Rightarrow y = ۱۶ - x$

$p = xy \Rightarrow p = x(۱۶ - x) \Rightarrow p = ۱۶x - x^۲ \Rightarrow p' = ۱۶ - ۲x = ۰$

$\Rightarrow x = ۸ \Rightarrow y = ۸$

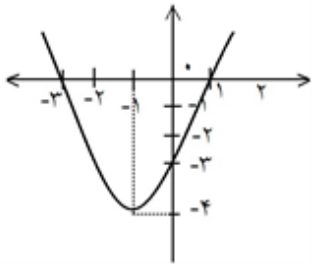
۲۱۰

$y' = f'(x) = ۲x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \Rightarrow y = ۱ - ۲ - ۳ = -۴$

$y = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۳ = ۰ \quad \begin{cases} x = ۱ \\ x = -۳ \end{cases}$

$x = ۰ \Rightarrow y = -۳$

x	$-\infty$	-۳	-۱	۰	۱	$+\infty$
y'		—	۰	+		+
y	$+\infty$	↘	-۴	↗	۰	↗ $+\infty$



۲۱۱

$y' = \frac{-۱(x) - (۱ - x)}{x^۲} = \frac{-۱}{x^۲}$ در فاصله‌ی $(۰, +\infty)$ $y' < ۰$ می‌باشد و تابع نزولی است.

۲۱۲

$x = -۱ \Rightarrow f(-۱) = ۱ - ۲ = -۱$

$f'(x) = ۲x + ۲ \Rightarrow m = f'(-۱) = ۰$

$y = y_۱ = m(x - x_۱) \Rightarrow y - (-۱) = ۰(x + ۱) \Rightarrow y = -۱$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۱۳ $\lim_{x\to ۱} \frac{۳}{(x+۱)^۲} = \frac{۳}{۰^+} = +\infty$

۲۱۴ $\lim_{x\to +\infty} \frac{(۲x+۱)(x-۱)}{۴-x^۲} = \lim_{x\to +\infty} \frac{۲x \cdot x}{-x^۲} = -۲$

۲۱۵ $x+y=۳۶ \Rightarrow y=۳۶-x$

$p=xy \Rightarrow p=x(۳۶-x) \Rightarrow p=۳۶x-x^۲$

$p'=۳۶-۲x=۰ \Rightarrow x=۱۸ , y=۱۸$

۲۱۶ $A\left|\begin{matrix}۲\\-۱\end{matrix}\right. \quad \left.\begin{matrix}x=۲\\y=-۱\end{matrix}\right\} \Rightarrow -۱=۴a+۲b+۳ \Rightarrow ۴a+۲b=-۴$

$y'=۲ax+b \Rightarrow \left.\begin{matrix}x=۲\\y'=۰\end{matrix}\right\} \Rightarrow ۰=۴a+b$

$\begin{cases}۴a+۲b=-۴\\۴a+b=۰\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}b=-۴\\a=۱\end{cases}$

۲۱۷ $\lim_{x\to (\frac{۱}{۲})^+} \frac{۴x+۳}{۲x-۱} = \frac{۴\times\frac{۱}{۲}+۳}{۲\left(\frac{۱}{۲}\right)^+ - ۱} = \frac{۵}{۰^+} = +\infty$

۲۱۸ $\lim_{x\to +\infty} \frac{۲x}{-\frac{۱}{۲}x} = -۴$

۲۱۹ $۲x+۲y=۲۴ \Rightarrow ۲(x+y)=۲۴ \Rightarrow x+y=۱۲ \Rightarrow x=۱۲-y$

$P=xy=(۱۲-y)y=۱۲y-y^۲$

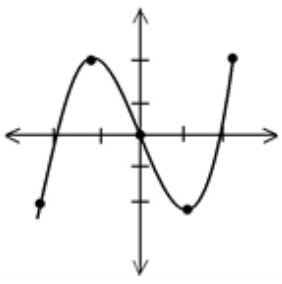
$P'=۱۲-۲y=۰ \Rightarrow y=۶ \ , \ x=۱۲-y \Rightarrow x=۶$

۲۲۰ $y'=۳x^۲-۳=۰ \Rightarrow x=\pm ۱ \Rightarrow \begin{cases}x=۱ \Rightarrow y=-۲ & A(۱,-۲)\\x=-۱ \Rightarrow y=۲ & B(-۱,۲)\end{cases}$ و $y''=۶x$

$\Rightarrow ۶x=۰ \Rightarrow x=۰$ و $F\left|\begin{matrix}۰\\۰\end{matrix}\right.$ عطف

نقاط کمکی $\begin{cases}x=-۲ \Rightarrow y=-۲ & C(-۲,-۲)\\x=۲ \Rightarrow y=۲ & D(۲,۲)\end{cases}$

x	$-\infty$	-۲		-۱		۱		۲	$+\infty$
y'		+		۰	-	۰		+	
y	$-\infty$	-۲ ↗		۲ max	↘	-۲ min	↗	۲	↗ $+\infty$



www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۲۱ $f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{۵ - ۲(x + \Delta x) - (۵ - ۲x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{-۲\Delta x}{\Delta x} = -۲$

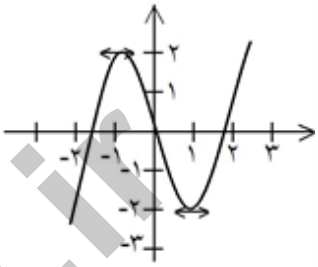
۲۲۲ $\lim_{x \to +\infty} \frac{۳x^۲}{-۳x \times x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{۳x^۲}{-۳x^۲} = -۱$

۲۲۳

۲۲۴ $y' = ۳x^۲ - ۳ = ۰ \to x = \pm ۱ \to \begin{cases} x = ۱ & y = -۲ \\ x = -۱ & y = ۲ \end{cases}$

$y'' = ۶x = ۰ \to x = ۰ \ , \ y = ۰$

x	$-\infty$		-۲		-۱		۰		۱		۲		$+\infty$
y'		+			۰	—		—			۰	+	
y	$-\infty$	↗	-۲	↗	۲	↘	۰	↘	-۲	↗	۲	↗	$+\infty$



۲۲۵ $y' = ۳x^۲ + ۲ax + b \qquad y'' = ۶x + ۲a$

اکسترمم $(۱, -۱) \to \begin{cases} -۱ = ۱ + a + b + c \\ ۰ = ۳ + ۲a + b \end{cases}$

طول نقطه ی عطف $x = ۲ \to ۰ = ۱۲ + ۲a \to a = -۶$

$۳ + ۲a + b = ۰ \to ۳ - ۱۲ + b = ۰ \to b = ۹$

$-۲ = a + b + c \to -۲ = -۶ + ۹ + c \to c = -۵$

۲۲۶ $y' = ۳ \times \frac{۱}{۲}\left(\frac{x}{۲}\right)^۲ \to m = \frac{۳}{۲} \times ۱ = \frac{۳}{۲} \to m' = \frac{-۲}{۳} \qquad x = ۲ \to y = \left(\frac{۲}{۲}\right)^۳ - ۱ = ۰$

$y - y_۱ = m'(x - x_۱) \to y - ۰ = \frac{-۲}{۳(x - ۲)} \to ۳y = -۲x + ۴$

۲۲۷ $h'(x) = \dfrac{\frac{-۲x}{۲\sqrt{۴ - x^۲}} \times x^۳ - ۳x^۲\left(\sqrt{۴ - x^۲}\right)}{x^۶}$

۲۲۸

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۲۹ $$f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\sqrt{۴ - x - \Delta x} - \sqrt{۴ - x}}{\Delta x} \times \frac{\sqrt{۴ - x - \Delta x} + \sqrt{۴ - x}}{\sqrt{۴ - x - \Delta x} + \sqrt{۴ - x}}$$

$$= \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{۴ - x - \Delta x - ۴ + x}{\Delta x \left(\sqrt{۴ - x - \Delta x} + \sqrt{۴ - x}\right)} = \frac{-۱}{۲\sqrt{۴ - x}}$$

۲۳۰ $\frac{a}{۶} = \frac{-۲}{۳} \rightarrow a = -۴$ و $b = ۳$

۲۳۱ $\frac{\infty}{\infty} \rightarrow$ رفع ابهام $= \lim_{x \to -\infty} \frac{|x|}{۲x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-x}{۲x} = \frac{-۱}{۲}$

۲۳۲ $$S = x\left(۳ - \frac{x}{۲}\right) = ۳x - \frac{x^۲}{۲}$$

$$S' = ۳ - x = ۰ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow \text{ابعاد مستطیل} \begin{cases} x = ۳ & \text{طول} \\ y = ۳ - \frac{x}{۲} = \frac{۳}{۲} & \text{عرض} \end{cases}$$

۲۳۳ D

۲۳۴ وجود ندارد.

۲۳۵ G

۲۳۶ F

۲۳۷ G

۲۳۸ $y' = f'(\sin x) \times \cos x = ۲\sin x \times \cos x$

۲۳۹ وقتی $x \to +\infty$ ، تابع مجانب افقی ندارد. $\lim_{x \to +\infty} y =$ وجود ندارد.

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{x}{-۲x} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x \to -\infty \\ y = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$ مجانب افقی

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۴۰

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-2x}\right)\times\left(\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x^2-2x}\right)}{\left(\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x^2-2x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{4x}{\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x^2-2x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{4x}}{\cancel{x}\left(\sqrt{1+\frac{2}{x}}+\sqrt{1-\frac{2}{x}}\right)}=\frac{4}{2}=2$$

۲۴۱

$$\lim_{x\to2^-}\frac{[x^2]-4}{x-2}=\lim_{x\to2^-}\frac{3-4}{x-2}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$$

۲۴۲

$$2x+y=120\Rightarrow y=120-2x\Rightarrow S=xy=x(120-2x)=120x-2x^2$$
$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{120}{4}=30\Rightarrow y=120-60=60$$

۲۴۳

$$2x+y=60\Rightarrow y=60-2x\Rightarrow xy=x(60-2x)=60x-2x^2$$
$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{60}{4}=15\Rightarrow y=60-30=30$$

۲۴۴

$$y'=\frac{\overset{(0/25)}{9x^2}(2x+1)^{\overset{(0/25)}{-}\overset{(0/25)}{2}}\left(3x^3-1\right)}{(2x+1)^{2\ (0/25)}}$$

۲۴۵

$$f'(a)=\underbrace{\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{x^3-a^3}{x-a}}_{(0/25)}=\lim_{x\to a}\frac{(x-a)\left(x^2+ax+a^2\right)}{x-a}\ (0/25)=3a^2\ (0/25)$$

$$m_1=3\ (0/25)\Rightarrow m_2=-\frac{1}{3}\ (0/25)\Rightarrow y-1=-\frac{1}{3}(x-1)\ (0/25)$$

۲۴۶

$$2\left(1-\cos^2x\right)+9\cos x+3=0\ (0/25)\Rightarrow 2\cos^2x-9\cos x-5=0\Rightarrow\cos x=5\ \text{غ ق ق}\ (0/5)$$

$$\cos x=-\frac{1}{2}\ (0/25)\Rightarrow\begin{cases}x=2k\pi+\frac{2\pi}{3}\ (0/25)\\ x=2k\pi-\frac{2\pi}{3}\ (0/25)\end{cases}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۴۷

۲۴۸

$D = R \quad y' = ۱۲x^{۳} - ۲۴x^{۲}$ (۰/۲۵) $۱۲x^{۳} - ۲۴x^{۲} = ۰$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow ۱۲x^{۲}(x - ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ & (۰/۲۵) \\ x = ۲ & (۰/۲۵) \end{cases}$ غیر قابل قبول (۰/۲۵)

$f(۱) = -۵$ (۰/۲۵) $f(۲) = -۱۶$ (۰/۲۵) مینیمم مطلق $f(۳) = ۲۷$ (۰/۲۵) ماکسیمم مطلق

۲۴۹

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(۰) = \lim_{x \to ۰} \frac{f(x) - f(۰)}{x - ۰} \quad (۰/۲۵)$$

$$= \lim_{x \to ۰} \frac{\sqrt[۳]{x^{۲}}}{x} \times \frac{\sqrt[۳]{x}}{\sqrt[۳]{x}} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \to ۰} \frac{۱}{\sqrt[۳]{x}} \quad (۰/۲۵) \rightarrow$$

$$f'_{+}(۰) = \lim_{x \to ۰^{+}} \frac{۱}{\sqrt[۳]{x}} = +\infty \quad (۰/۲۵)$$

$$f'_{-}(۰) = \lim_{x \to ۰^{-}} \frac{۱}{\sqrt[۳]{x}} = -\infty \quad (۰/۲۵)$$

پس تابع f در $x = ۰$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد. (۰/۲۵)

۲۵۰

$D_{f'} = (۰, +\infty)$ (۰/۲۵)

۲۵۱

۲۵۲

$$\lim_{x \to ۳^{+}} \frac{x + ۱}{۹ - x^{۲}} = \frac{۴}{۰^{-}} \quad (۰/۲۵) = -\infty \quad (۰/۲۵)$$

۲۵۳

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(۵) = \lim_{x \to ۵} \frac{f(x) - f(۵)}{x - ۵} \quad (۰/۵) = \lim_{x \to ۵} \frac{x^{۲} - ۲۵}{x - ۵} \quad (۰/۲۵) =$$

$$\lim_{x \to ۵} \frac{(x-۵)(x+۵)}{x-۵} \quad (۰/۲۵) = ۱۰ \quad (۰/۲۵)$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۵۴

$$\sqrt{۲}\,\mathrm{Sin}\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)=۱ \quad (۰/۲۵) \rightarrow \mathrm{Sin}\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

$$\rightarrow \mathrm{Sin}\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)=\mathrm{Sin}\frac{\pi}{۴} \quad (۰/۲۵) \begin{cases} x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲} & (۰/۲۵) \\ x=۲k\pi+\pi & (۰/۲۵) \end{cases}$$

۲۵۵

$$f'(x)=\frac{۲x-۴}{۲\sqrt{x^{۲}-۴x}}$$

۲۵۶

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \rightarrow f'(۱)=\lim_{x\to ۱}\frac{x^{۳}-۱}{x-۱} \quad (۰/۵) =\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)(x^{۲}+x+۱)}{x-۱} \quad (۰/۲۵)$$

$$=\lim_{x\to ۱}(x^{۲}+x+۱)=۳ \quad (۰/۵)$$

۲۵۷

$$y'=\frac{۲x(x-۱)-۱(x^{۲}+۵)}{(x-۱)^{۲}} \quad (۰/۵) \quad (۰/۲۵)$$

۲۵۸

$$\Delta=b^{۲}-۴ac \Rightarrow \Delta=۱ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Cos}\,x=۲ & (۰/۲۵) \text{ غیر قابل قبول} \quad (۰/۲۵) \\ \mathrm{Cos}\,x=۱ & (۰/۲۵) \Rightarrow \{x=۲k\pi \quad (۰/۲۵)\} \end{cases}$$

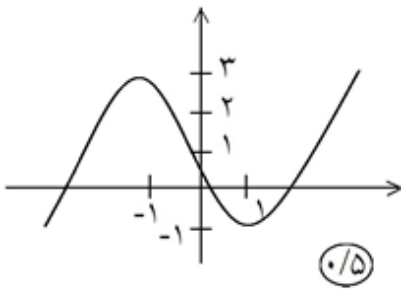
۲۵۹

$$f'(x)=۳x^{۲}-۳ \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{f'(x)=۰} x=۱,-۱ \quad (۰/۲۵)$$

$$f''(x)=۶x \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{f''(x)=۰} x=۰ \quad (۰/۲۵)$$

x	$-\infty$	-۱	۰	۱	$+\infty$
f'	+	۰	−	۰	+
f''	−	−	۰	+	+
f	$-\infty$ ↗	۳ ↘	۱	↘ -۱	↗ $+\infty$

(۰/۵)



(۰/۵)

۲۶۰

$$y'=۱-\frac{۱}{\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{y'=۰} \frac{۱}{\sqrt{x}}=۱ \Rightarrow x=۱ \quad (۰/۲۵) \quad , \quad D_f=[۰,+\infty) \quad (۰/۲۵)$$

x	۰	۱	$+\infty$
y'		− ۰ +	
y	۰ ↘	-۱ ↗	$+\infty$

(۰/۵)

در بازه‌ی $[۱,+\infty)$ صعودی است. (۰/۲۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۶۱

$y' = 3x^2 - 6x$ (۰/۲۵)

$y'' = 6x - 6$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{y''=0} x=1$

(۱,-۲) نقطه‌ی عطف (۰/۲۵)

x	$-\infty$	۱	$+\infty$
y'		- ۰ +	
y	∩	-۲	∪

(۰/۵)

۲۶۲

$$\left(\frac{1}{g}\right)'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{g(a+h)} - \frac{1}{g(a)}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\left(\frac{g(a)-g(a+h)}{g(a+h)g(a)}\right)$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$= \lim_{h\to 0} \frac{-1}{g(a+h)g(a)}\left(\frac{g(a+h)-g(a)}{h}\right) = \frac{-1}{g^2(a)} \times g'(a)$$

(۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۶۳

$f(1)=3$ (۰/۲۵), $f'(x)=-2x+4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m=f'(1)=2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y-3=2(x-1)$ (۰/۲۵)

۲۶۴

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2}-x\right)\times\frac{\sqrt{x^2+2}+x}{\sqrt{x^2+2}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{2\ (۰/۲۵)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}+x\ (۰/۲۵)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{2}{2x} = 0 \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

۲۶۵

$2\sin x\cos x - \sqrt{3}\cos x = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$

$$\cos x\left(2\sin x - \sqrt{3}\right) = 0\ (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}\ (۰/۲۵) \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}\ (۰/۲۵) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3}\ (۰/۲۵) \end{cases} \end{cases}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۶۶ (۰/۲۵)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{۳x^{۲}+\sqrt{۶x+۲}}{۴x^{۲}-۵x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۳x^{۲}}{۴x^{۲}}=\frac{۳}{۴}$$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۶۷

۲۶۸

$$f'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x+۵}}\Rightarrow f'(۴)=m=\frac{۱}{۲\sqrt{۴+۵}}=\frac{۱}{۶}$$

(۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۶۹

$f(x)=ax^{۲}+bx+c$

$A(۰,۱)\Rightarrow ۱=۰+۰+c\Rightarrow ۱=c$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$B(-۱,۰)\Rightarrow ۰=a-b+۱\Rightarrow a-b=-۱$ (۰/۲۵)

$M(۱,۴)\Rightarrow ۴=a+b+۱\Rightarrow a+b=۳$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow a=۱$ (۰/۲۵) , $b=۲$ (۰/۲۵)

۲۷۰

$$y'=\frac{۱۰x}{۳\sqrt[۳]{(۵x^{۲}-۱)^{۲}}}$$ (۰/۲۵) (۰/۵)

۲۷۱

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$ (۰/۲۵) $\rightarrow$

$$f'(۳)=\lim_{x\to۳}\frac{\frac{۲}{x}-\frac{۲}{۳}}{x-۳}$$ (۰/۲۵) $=\lim_{x\to۳}\frac{\frac{۶-۲x}{۳x}}{x-۳}$ (۰/۲۵) $=\lim_{x\to۳}\frac{-۲}{۳x}$ (۰/۲۵) $=-\frac{۲}{۹}$ (۰/۲۵)

۲۷۲

$$\sin x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sin x=\sin\frac{\pi}{۴}\Rightarrow$

$x=۲k\pi+\frac{\pi}{۴}$ (۰/۲۵)

$x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۴}$ (۰/۲۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۷۳

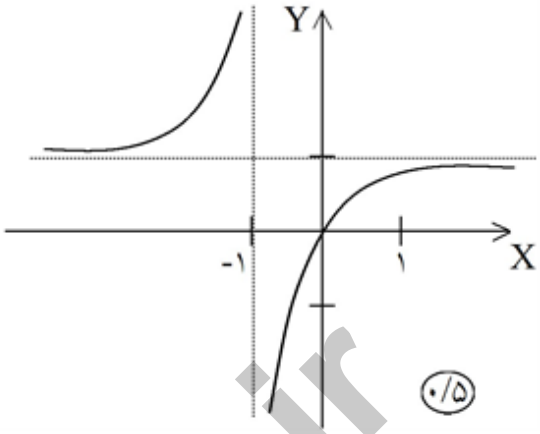
مجانب افقی (۰/۲۵) $\begin{cases} x \to \pm\infty \\ y \to ۱ \end{cases} \Rightarrow y = ۱$

مجانب‌های قائم (۰/۲۵) $\begin{cases} x \to -۱ \\ y \to \infty \end{cases} \Rightarrow x = -۱$

$y' = \dfrac{۱}{(x+۱)^۲} > ۰$ (۰/۵)

x	$-\infty$		-۱		$+\infty$
y'		+	+	+	
y	۱	↗	$+\infty$ $-\infty$	↗	۱

(۰/۵)



(۰/۵)

۲۷۴

ماکسیمم مطلق (۰/۲۵) $f(۰) = ۰$ (۰/۲۵)

مینیمم مطلق (۰/۲۵) $f\left(\frac{۱}{۲}\right) = f(-۱) = -\frac{۱}{۲}$ (۰/۵)

$f'(x) = \dfrac{x^۲ - ۲x}{(x-۱)^۲} = ۰ \Rightarrow \begin{matrix} x = ۰ \\ x = ۲ \end{matrix}$ غ ق ق (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۷۵

$g'(x) = \underbrace{-\frac{۱}{x^۲}}_{(۰/۲۵)} \times \underbrace{f'\left(\frac{۱}{x}\right)}_{(۰/۲۵)} \Big|_{x=\frac{۱}{۲}} = \underbrace{-۴f'(۲)}_{(۰/۲۵)} = -۶$ (۰/۲۵)

۲۷۶

x	$-\infty$		-۲		$-\sqrt{۲}$		$\sqrt{۲}$		۲		$+\infty$
y'			-		۰	+	۰		-		
y	۰	↘	-۲	↗			۲	↘			۰

$D_f = [-۲, ۲]$ (۰/۲۵)

$f'(x) = \sqrt{۴-x^۲} + x \times \dfrac{-۲x}{۲\sqrt{۴-x^۲}} = ۰ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۲}$ (۰/۲۵)

تابع در بازه‌ی $\left[-\sqrt{۲}, \sqrt{۲}\right]$ صعودی (۰/۲۵) و در بازه‌های $\left[-۲, -\sqrt{۲}\right]$, $\left[\sqrt{۲}, ۲\right]$ نزولی (۰/۵) است.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۷۷

۲۷۸

$$f(x)=\begin{cases}x^{۲} & x\geq ۰\\ -x^{۲} & x<۰\end{cases}$$

$$f'_{+}(۰)=\lim_{x\to ۰^{+}}\frac{x^{۲}-۰}{x-۰}=۰ \quad (۰/۲۵)$$

$$f'_{-}(۰)=\lim_{x\to ۰^{-}}\frac{-x^{۲}-۰}{x-۰}=۰ \quad (۰/۲۵)$$

$$f''_{+}(۰)=\lim_{x\to ۰^{+}}\frac{۲x-۰}{x-۰}=۲ \quad (۰/۲۵) \qquad , \qquad f''_{-}(۰)=\lim_{x\to ۰^{-}}\frac{-۲x-۰}{x-۰}=-۲ \quad (۰/۲۵)$$

مشتق دوم در نقطه‌ی صفر وجود ندارد (۰/۲۵)

۲۷۹

$$\left(\frac{۱}{g}\right)'(\alpha)=\lim_{h\to ۰}\frac{\frac{۱}{g(\alpha+h)}-\frac{۱}{g(\alpha)}}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{g(\alpha)-g(\alpha+h)}{h(g(\alpha+h)g(\alpha))}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$=\lim_{h\to ۰}\frac{-۱}{g(\alpha+h)g(\alpha)}\times\lim_{h\to ۰}\frac{g(\alpha+h)-g(\alpha)}{h}=\frac{-۱}{g^{۲}(\alpha)}\times g'(\alpha)==\frac{-g'(\alpha)}{g^{۲}(\alpha)} \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲۸۰

۲۸۱

$$f'(۲۷)=\lim_{x\to ۲۷}\frac{\sqrt[۳]{x}-۳}{x-۲۷}=\lim_{x\to ۲۷}\frac{x-۲۷}{(x-۲۷)\left(\sqrt[۳]{x^{۲}}+۳\sqrt[۳]{x}+۹\right)}=\frac{۱}{۲۷}$$

www.akoedu.ir

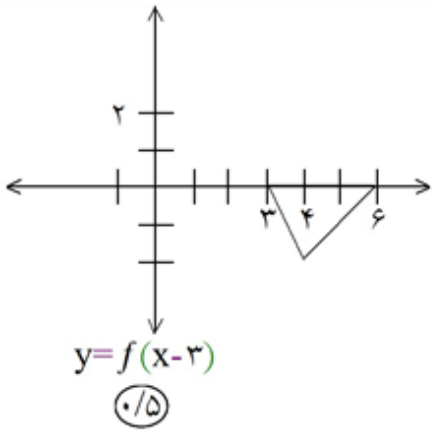
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۸۲

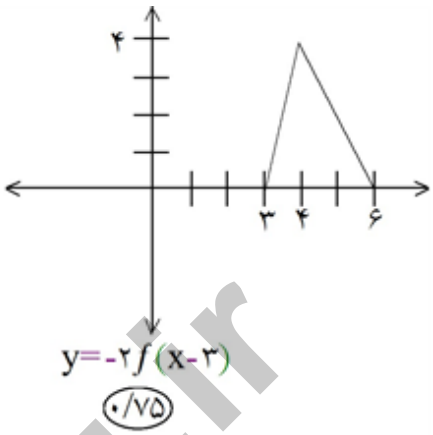
$$y'=\frac{\left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}\right)(۱+x^{۲})-(۲x)\left(\sin\sqrt{x}\right)}{(۱+x^{۲})^{۲}}$$

(۰/۵) (۰/۵) (۰/۲۵)

۲۸۳



$y=f(x-۳)$ (۰/۵)



$y=-۲f(x-۳)$ (۰/۷۵)

۲۸۴

$$h'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x-۲}}$$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x-۲>۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x>۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_{h'}=(۲,+\infty)$ (۰/۲۵)

۲۸۵

$f'(x)=۳ax^{۲}+۲bx$ (۰/۲۵) , $f''(x)=۶ax+۲b$ (۰/۲۵) , $f''(۱)=۰ \Rightarrow ۳a+b=۰$ (۰/۲۵)

$f(۱)=۲ \Rightarrow a+b=-۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=۱$ (۰/۲۵) , $b=-۳$ (۰/۲۵)

۲۸۶

www.akoedu.ir

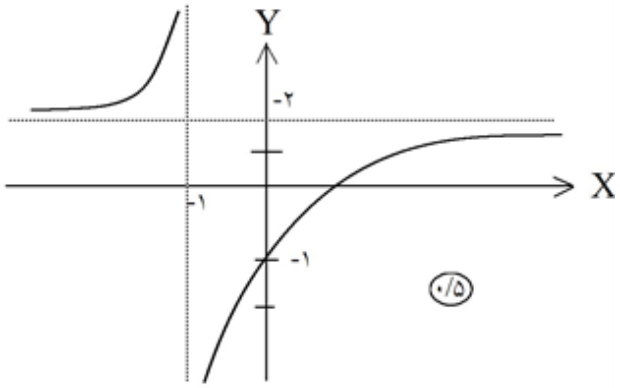
تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۸۷

$\begin{cases} x \to -1 \\ y \to \infty \end{cases} \Rightarrow x = -1$ مجانب قائم (۰/۲۵) و $\begin{cases} x \to +\infty \\ y \to 2 \end{cases} \Rightarrow$ ۲ مجانب افقی (۰/۲۵)

$y' = \dfrac{3}{(x+1)^2} > 0$ (۰/۲۵)، $x=0 \Rightarrow y=-1$ (۰/۲۵)، $y=0 \Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$ (۰/۲۵)

x			
y'	+		+
y	↗	$+\infty$ $\mid$ $-\infty$	↗



(۰/۵)

۲۸۸

$h'(x)=\dfrac{-5(x+1)-(1)(-5x)}{(x+1)^2}$ (۰/۵) (۰/۲۵)

۲۸۹

$f'(x)=3(4x-1)^2(4)(x^3-x)+(3x^2-1)(4x-1)^3$

۲۹۰

$\lim\limits_{x\to\pi^-} \dfrac{2}{1+\cos x} = \dfrac{2}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵)

۲۹۱

$\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{1-\cos x} = \dfrac{1}{1-1} = \dfrac{1}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۲۹۲

$g'(x) = (5x^4 - 3)(x+1)^4 + 4(x+1)^3(x^5 - 3x)$

(۰/۵) (۰/۵)

۲۹۳

$f'(x) = \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(1+\sqrt{x})^2}$ (۰/۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} (1+x)^2(2\sqrt{x}) \neq 0 & (۰/۲۵) \\ x \geq 0 & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow x > 0$ (۰/۲۵)

۲۹۴

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۲۹۵

$$(cf)'(a)=\lim_{x\to a}\frac{(cf)(x)-(cf)(a)}{x-a}\ (۰/۲۵)=\lim_{x\to a}\frac{cf(x)-cf(a)}{x-a}\ (۰/۲۵)$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{c(f(x)-f(a))}{x-a}=c\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=cf'(a)\ (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

۲۹۶

$$\sin x+\cos x=\sqrt{۲}\sin\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)=۱\ (۰/۲۵)\Rightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\ (۰/۲۵)$$

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)=\sin\frac{\pi}{۴}\ (۰/۲۵)\Rightarrow\begin{cases}x+\frac{\pi}{۴}=۲k\pi+\frac{\pi}{۴}\Rightarrow x=۲k\pi\\ x+\frac{\pi}{۴}=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۴}\Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\end{cases}\ (۰/۵)$$

۲۹۷

$$\left.\begin{array}{l}y'=۳x^{۲}-۲\quad(۰/۲۵)\\ y=x\Rightarrow m=۱\quad(۰/۲۵)\end{array}\right\}\Rightarrow ۳x^{۲}-۲=۱\qquad x^{۲}=۱\Rightarrow\begin{array}{l}x=۱\Rightarrow y=-۲\ (۰/۲۵)\\ x=-۱\Rightarrow y=۰\ (۰/۲۵)\end{array}$$

۲۹۸

$$f'(۲)=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}\ (۰/۲۵)=\lim_{x\to ۲}\frac{\frac{۱}{x+۱}-\frac{۱}{۳}}{x-۲}\ (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

$$f'(۲)=\lim_{x\to ۲}\frac{\frac{۳-(x+۱)}{۳(x+۱)}}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{\frac{-x+۲}{۳(x+۱)}}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{-۱}{۳(x+۱)}=\frac{-۱}{۹}$$

۲۹۹

$$\tan x\tan ۲x=۱\Rightarrow\tan ۲x=\frac{۱}{\tan x}\ (۰/۲۵)=\cot x\ (۰/۲۵)\Rightarrow\tan ۲x=\tan\left(\frac{\pi}{۲}-x\right)\ (۰/۲۵)$$

$$۲x=k\pi+\frac{\pi}{۲}-x\Rightarrow ۳x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶}\ (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

۳۰۰

$$f'(x)=\frac{۳(۶x)(۳x^{۲}-۱)^{۲}(x+۱)-(۱\times(۳x^{۲}-۱)^{۳})}{(x+۱)^{۲}}\ (۰/۷۵)$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۰۱

$$\left(\frac{۱}{f}\right)'(a)=\lim_{h\to ۰}\frac{\frac{۱}{f(a+h)}-\frac{۱}{f(a)}}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{\frac{f(a)-f(a+h)}{f(a+h)f(a)}}{h}$$

(۰/۵) (۰/۲۵)

$$=\lim_{h\to ۰}\frac{-(f(a+h)-f(a))}{h}\times\frac{۱}{f(a+h)f(a)}=\frac{-f'(a)}{f^{۲}(a)}$$

(۰/۵) (۰/۲۵)

۳۰۲

$$p(-۱)=(۰/۲۵)\Rightarrow ۲(-۱)^{۳}-k(-۱)^{۲}-(-۱)+۳=۰\ (۰/۲۵)\Rightarrow k=۲\ (۰/۲۵)$$

۳۰۳

$$f'(x)=\frac{۲x-۳}{۲\sqrt{x^{۲}-۳x}}\ (۰/۲۵)\Rightarrow f'(۴)=\frac{۵}{۴}\ (۰/۲۵),\ g'(f(۴))=g'(۲)=۵\ (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \underbrace{F'(۴)=f'(۴)\times g'(f(۴))}_{(۰/۲۵)}=\frac{۲۵}{۴}\ (۰/۲۵)$$

۳۰۴

$$f'(۱)=\lim_{x\to ۱}\frac{\frac{x^{۲}-۱}{x-۱}-۲}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{x^{۲}-۲x+۱}{(x-۱)^{۲}}=\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)^{۲}}{(x-۱)^{۲}}=۱\ (۰/۲۵)$$

$x\to ۱$: (۰/۲۵) — $\lim$: (۰/۲۵) — $\lim$: (۰/۲۵)

تابع در $x=۱$ مشتق پذیر است. (۰/۲۵)

۳۰۵

چون f و g در a مشتق‌پذیرند داریم:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=f'(a)\ (۰/۲۵),\ \lim_{h\to ۰}\frac{g(a+h)-g(a)}{h}=g'(a)\ (۰/۲۵)$$

$$(f.g)'(a)=\lim_{h\to ۰}\frac{(f.g)(a+h)-(f.g)(a)}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)g(a+h)-f(a)g(a+h)+f(a+h)g(a)-f(a)g(a)}{h}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$=\lim_{h\to ۰}\left(\frac{f.(a+h)-f(a)}{h}\times g(a+h)+f(a)\times\frac{g(a+h)-g(a)}{h}\right)=f'(a)g(a)+f(a)g'(a)\ (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۰۶

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \overset{H}{=} \lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{-1}{x^2}\times\cos\frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} = 1 \quad (0/5)\ (0/25)\ (0/25)$$

۳۰۷

$f'(x)=3ax^2+2bx$ (۰/۲۵)

$f''(x)=6ax+2b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f''(1)=0 \Rightarrow 3a+b=0$ (۰/۲۵)

$f(1)=2 \Rightarrow a+b=-2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=1$ (۰/۲۵) , $b=-3$ (۰/۲۵)

۳۰۸

$$y'=\frac{1}{(x+1)^2}\ (0/25) \Rightarrow \frac{1}{(x+1)^2}\overset{(0/25)}{=}\frac{1}{4} \Rightarrow x=1\ ,\ x=-3\ (0/5) \Rightarrow \left(1,\frac{1}{2}\right),\left(-3,\frac{3}{2}\right)\ (0/5)$$

۳۰۹

$$f'(2)=\frac{3}{2}\ (0/25)\ ,\ \left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)'=-\frac{1}{x^2}\times f'\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow \left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)'\Big|_{x=\frac{1}{2}}=-\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}\times\frac{3}{2}=-6 \quad (0/25)$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۳۱۰

$$f'_+(1)=\lim_{x\to1^+}\frac{(x^2-1)[x]-0}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{(x-1)(x+1)\times1}{x-1}\overset{(0/25)}{=}\lim_{x\to1^+}(x+1)=2\ (0/25)$$

$$f'_-(1)=\lim_{x\to1^+}\frac{(x-1)(x+1)\times0}{x-1}=0\ (0/25)$$

(۰/۲۵)

$\Rightarrow f'_+(1)\neq f'_-(1)$ (۰/۲۵)

مشتق پذیر نیست.

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۱۱

$$\underbrace{\lim_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+4x-10}\right)\times\frac{x-\sqrt{x^2+4x-10}}{x-\sqrt{x^2+4x-10}}}_{(0/25)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-4x+10}{x-\sqrt{x^2+4x-10}}\quad(0/25)$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-4x}{x-|x|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-4x}{2x}=-2\quad(0/25)$$

۳۱۲

۳۱۳

$$y=\frac{ax+b}{x^2+1}\xrightarrow{A(1,3)}3=\frac{a+b}{2}\Rightarrow a+b=6\ (*)\quad(0/25)$$

$$y'=\frac{-ax^2-2bx+a}{(x^2+1)^2}\quad(0/25)\Rightarrow y''=\frac{(-2ax-2b)(x^2+1)-4x(-ax^2-2bx+a)}{(x^2+1)^3}\quad(0/25)$$

$$y''(1)=0\quad(0/25)\Rightarrow\frac{-4a+4b}{8}=0\Rightarrow a=b\ (**)\quad(0/25)\Rightarrow(*),(**)\Rightarrow a=b=3\quad(0/5)$$

۳۱۴

الف) $f'(x)=\dfrac{3x^2+2}{2\sqrt{x^3+2x}}$ (۰/۵)

ب) $g'(x)=-6\sin 3x\cos 3x-2\cos 2x$ (۰/۷۵)

ج) $h'(x)=3\left(\dfrac{5}{(2x+3)^2}\right)\left(\dfrac{x-1}{2x+3}\right)^2$ (۰/۷۵)

۳۱۵

$$a-2=0\Rightarrow a=2\quad(0/25)\ ,\ \frac{2}{b}=2\Rightarrow b=1\quad(0/5)$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۱۶ الف) $f'(x) = ۲\left(\frac{۲x+۱}{۳x+۲}\right)\left(\frac{۲(۳x+۲) - ۳(۲x+۱)}{(۳x+۲)^۲}\right)$ (۰/۷۵)

ب) $g'(x) = ۴x\left(۱ + \tan^۲(۲x^۲+۱)\right)$ (۰/۲۵) $\text{Sin } x + \tan\left(۲x^۲+۱\right) \text{Cos } x$ (۰/۲۵)

ج) $h'(x) = \frac{۲x}{۲\sqrt{x^۲+۳}}$ (۰/۵)

۳۱۷ الف) $۲\left(\text{Sin}\frac{\pi x}{۶}\right)\left(\frac{\pi x}{۶}\right)' \text{Cos}\left(\frac{\pi x}{۶}\right) = ۲\left(\text{Sin}\frac{\pi x}{۶}\right)\left(\frac{\pi}{۶}\right)\text{Cos}\left(\frac{\pi x}{۶}\right)$

ب) $= ۳\left[\frac{x-۲}{۳x}\right]^۲\left[\frac{۳x - ۳(x-۲)}{۹x^۲}\right]$

ج) $\frac{-\text{Sin } x}{۲\sqrt{\text{Cos } x}} + \frac{۱}{۲\sqrt{x}}$ (۰/۷۵)

۳۱۸ $f'(x) = ۶x - ۵ \Rightarrow f'(۳) = ۱۳$ (۰/۷۵)

۳۱۹ الف) $\lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{x+۱}-۱}{x} = \lim_{x\to ۰}\left[\frac{\sqrt{x+۱}-۱}{x} \times \frac{\sqrt{x+۱}+۱}{\sqrt{x+۱}+۱}\right]$ (۰/۵)

$\lim_{x\to ۰}\frac{x}{x\left(\sqrt{x+۱}+۱\right)}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to ۰}\frac{۱}{\sqrt{x+۱}+۱} = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)

ب) $\lim_{x\to -۱}\frac{۲x^۲-۴x-۶}{x^۲-۱} = \lim_{x\to -۱}\frac{۲(x+۱)(x-۳)}{(x+۱)(x-۱)}$ (۰/۷۵) $= \lim_{x\to -۱}\frac{۲(x-۳)}{x-۱}$ (۰/۲۵) $= \frac{۲(-۱-۳)}{-۱-۱} = ۴$ (۰/۲۵)

پ) $\lim_{x\to ۰}\frac{\text{Sin } ۲x \tan ۳x}{۴x^۲} = \lim_{x\to ۰}\left[\frac{\text{Sin } ۲x}{۲x}\text{(۰/۲۵)} \times \frac{\tan ۳x}{۳x} \times \frac{۳}{۲}\text{(۰/۲۵)}\right] = ۱ \times ۱ \times \frac{۳}{۲} = \frac{۳}{۲}$ (۰/۲۵)

ت) $\lim_{x\to -۳^+}\frac{۴}{x^۲-۹} = \frac{۴}{(-۳^+)^۲-۹}$ (۰/۲۵) $= \frac{۴}{۰^-}$ (۰/۲۵) $= -\infty$ (۰/۲۵)

ث) $\lim_{x\to -\infty}\frac{۲x+۳}{۱-۴x^۲} = \lim_{x\to -\infty}\frac{۲x}{-۴x^۲}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x\to -\infty}\frac{۱}{-۲x} = ۰$ (۰/۲۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۲۰

$$y' = \frac{-۴x}{(x^۲ + ۱)^۲} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y'(-۱) = ۱ = m \quad (۰/۲۵)$$

$$y(-۱) = ۱ \quad (۰/۲۵)$$

$$y - ۱ = ۱\,(x + ۱) \Rightarrow y = x + ۲ \quad (۰/۲۵)$$

۳۲۱

الف) $y' = \dfrac{۹x^۲ - ۴ \quad (۰/۲۵)}{۲\sqrt{۳x^۳ - ۴x + ۵} \quad (۰/۲۵)}$

ب) $y' = ۲\,(۱ + \tan^۲ ۲x) \quad (۰/۲۵) - \sin x \quad (۰/۲۵)$

پ) $y' = \dfrac{-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}(-۳) \quad (۰/۵)}{(\sqrt{x})^۲ \quad (۰/۲۵)}$

ت) $y' = ۳\,(۲)\,(۲x - ۱)^۲(x^۲ - x) \quad (۰/۵) + (۲x - ۱)\,(۲x - ۱)^۳ \quad (۰/۲۵)$

۳۲۲

$(۰,-۲) \in$ سهمی $\Rightarrow -۲ = c \quad (۰/۲۵)$

$$\begin{cases} (۱,۰) \in \text{سهمی} \Rightarrow ۰ = a + b - ۲ \Rightarrow a + b = ۲ & (۰/۵) \\ (-۱,۱) \in \text{سهمی} \Rightarrow ۱ = a - b - ۲ \Rightarrow a - b = ۳ & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow a = \frac{۵}{۲} \quad (۰/۲۵) \;,\; b = \frac{-۱}{۲} \quad (۰/۲۵)$$

۳۲۳

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۲۴

الف) $\dfrac{1+\frac{1}{2}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4}} = 2$ (۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵)

ب) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x+4)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x+4}{x+1} = \dfrac{5}{2}$ (۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵)

۳۲۵

$y' = 3x^2 - 2mx + 2 \Rightarrow y'' = 6x - 2m$ (۰/۲۵ ۰/۲۵)

$f'(2) = 0 \Rightarrow 6(2) - 2m = 0 \Rightarrow m = 6$ (۰/۲۵ ۰/۲۵)

۳۲۶

الف) $\dfrac{\frac{\tan\pi}{4}+1}{\frac{\cot\pi}{4}} = \dfrac{1+1}{1} = 2$ (۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵)

ب) $= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{4-3x-1}{(x-1)\left(2+\sqrt{3x+1}\right)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3(1-x)}{(x-1)\left(2+\sqrt{3x+1}\right)} =$ (۰/۵ ۰/۵)

$= \dfrac{-3}{2+\sqrt{4}} = \dfrac{-3}{4}$ (۰/۲۵ ۰/۲۵)

ج) $\dfrac{2}{0^-} = -\infty$ (۰/۲۵ ۰/۲۵)

د) $\lim\limits_{x\to 0} 9\left(\dfrac{\sin 3x}{3x}\right)^2 = 9\times 1^2 = 9$ (۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵)

هـ) $= -3x^3 = -3(-\infty)^3 = -3(-\infty) = +\infty$ (۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵)

۳۲۷

$y' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}(x^2-1)^7 + 7\times 2x(x^2-1)^6\sqrt[3]{x}$

(۰/۲۵ ۰/۲۵)

۳۲۸

$\lim\limits_{x\to \pi^-} \operatorname{Cotg} x = \lim\limits_{x\to \pi^-} \dfrac{\cos x}{\sin x} = \dfrac{-1}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵ ۰/۲۵)

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۲۹

$$\lim_{x\to\left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} tgx = \lim_{x\to\left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$x > \frac{3\pi}{2}$ پس انتهای کمان در منطقه‌ی چهارم قرار دارد و بنابراین $tgx < 0$ ، پس جواب $-\infty$ می‌شود.

۳۳۰

$$\lim_{x\to-\infty} 2x\sin\frac{1}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 2$$

۳۳۱

روش اول:

$$y = x^2 + bx + 3$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{12 - b^2}{4} = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

روش دوم:

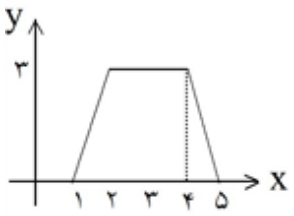
$$y' = 2x + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{2}$$

$$\left(-\frac{b}{2}, 2\right) \Rightarrow 2 = \left(-\frac{b}{2}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2}\right) + 3 \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2$$

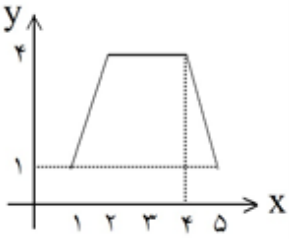
۳۳۲

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+2x} - x\right)\left(\sqrt{x^2+2x} + x\right)}{\sqrt{x^2+2x} + x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+2x-x^2}{\sqrt{x^2+x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{2x} = 1$$

۳۳۳



$f(x-2)$



$f(x-2)+1$

$D = [1,5]$ $\quad R = [1,4]$

۳۳۴

$D_f = [-1,3]$ $\quad R_f = [0,3]$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۳۵

$$(x = \text{طول} \quad و \quad y = \text{عرض}) \quad S = xy \Rightarrow xy = ۶۴ \Rightarrow y = \frac{۶۴}{x}$$

$$P = ۲(x + y) = ۲(x + y) = ۲\left(x + \frac{۶۴}{x}\right) = ۲x + \frac{۱۲۸}{x}$$

$$P' = ۲ - \frac{۱۲۸}{x^{۲}} = ۰ \Rightarrow x = ۸ \Rightarrow y = ۸$$

۳۳۶

$$y' = \frac{\left(\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^{۲}}}(۲x - ۱)^{۵} + ۵ \times ۲(۲x - ۱)^{۴} \times \sqrt[۳]{x}\right)(x^{۳} - ۴x) - (۳x^{۲} - ۴)\sqrt[۳]{x}(۲x - ۱)^{۵}}{(x^{۳} - ۴x)^{۲}}$$

۳۳۷

$$y' = ۳x^{۲} - ۳ \qquad m_{\text{مماس}} = -۳ \Rightarrow m_{\text{قائم}} = \frac{۱}{۳}$$

$$y'' = ۶x = ۰ \Rightarrow x = ۰ \Rightarrow y = ۱ \Rightarrow (۰, ۱)$$

$$y - ۱ = \frac{۱}{۳}(x - ۰) \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x + ۱$$

۳۳۸

۳۳۹

$$y' = \frac{۲(۲)}{۳\sqrt[۳]{(۲x - ۱)}}\cos x + (-\sin x)\sqrt[۳]{(۲x - ۱)^{۲}}$$

۳۴۰

$$\lim_{x \to +\infty}\left(\sqrt{۴x^{۲} + ۱} - x\right) = \lim_{x \to +\infty}\sqrt{x^{۲}\left(۴ + \frac{۱}{x^{۲}}\right)} - x = \lim_{x \to +\infty} x\left(\sqrt{۴ + \frac{۱}{x^{۲}}} - ۱\right)$$

$$= +\infty\left(\sqrt{۴} - ۱\right) = +\infty$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۴۱

$$f'(۱) = \lim_{x\to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \begin{cases} \lim\limits_{x\to ۱^+} \frac{(x - ۱)(x - ۱)}{x - ۱} = \lim\limits_{x\to ۱^+}(x - ۱) = ۰ \\ \lim\limits_{x\to ۱^-} \frac{-(x - ۱)(x - ۱)}{x - ۱} = \lim\limits_{x\to ۱^-}(-(x - ۱)) = ۰ \end{cases} \Rightarrow$$

f در $x_۰ = ۱$ مشتق‌پذیر است.

۳۴۲

۳۴۳

۳۴۴

۳۴۵

$$t_۲ = ۵ \Rightarrow x_۲ = ۵۶$$
$$t_۱ = ۳ \Rightarrow x_۱ = ۳۰$$
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۵۶ - ۳۰}{۵ - ۳} = \frac{۲۶}{۲} = ۱۳$$
$$x' = ۲t - ۵ \xrightarrow{t = ۲} x'(۲) = -۱$$

۳۴۶

$$(-۱,۲) \in \text{منحنی} \Rightarrow ۲ = a - b - ۲$$
$$(۱,۰) \in \text{منحنی} \Rightarrow ۰ = a + b - ۲$$
$$\begin{cases} a - b = ۴ \\ a + b = ۲ \end{cases} \Rightarrow a = ۳ \text{ و } b = -۱$$

۳۴۷

$$y' = ۲x + ۲a \rightarrow ۰ = ۴ + ۲a \rightarrow a = -۲$$
$$۴ = ۴ + ۴a + b \rightarrow ۴a + b = ۰ \rightarrow -۸ + b = ۰ \rightarrow b = ۸$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۴۸

$$x = ۰ \Rightarrow y = -۲ \quad و \quad y' = ۴x - ۳ \Rightarrow y'(۰) = -۳ \Rightarrow m = \frac{۱}{۳}$$

$$y + ۲ = \frac{۱}{۳}(x - ۰) \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x - ۲$$

۳۴۹

الف) $$\lim_{x \to ۱} \frac{(x - ۱)\left(x + \sqrt{۲ - x}\right)}{\left(x - \sqrt{۲ - x}\right)\left(x + \sqrt{۲ - x}\right)} = \lim_{x \to ۱} \frac{(x - ۱)\left(x + \sqrt{۲ - x}\right)}{x^۲ + x - ۲} =$$

$$= \lim_{x \to ۱} \frac{(x - ۱)\left(x + \sqrt{۲ - x}\right)}{(x + ۲)(x - ۱)} = \frac{۲}{۳}$$

ب) $$\lim_{x \to +\infty} \frac{۳x^۳}{x^۳} = ۳$$

ج) $$\lim_{x \to ۳^-} \frac{۲ + ۱}{۰^-} = -\infty$$

د) $$\lim_{x \to ۳} \frac{(x - ۳)^۲}{(x - ۳)(x + ۳)} = \lim_{x \to ۳} \frac{x - ۳}{x + ۳} = ۰$$

هـ) $$\lim_{x \to ۰} \frac{x \sin x}{۲ \sin^۲ \frac{x}{۲}} = \lim_{x \to ۰} \frac{x^۲}{۲ \sin^۲ \frac{x}{۲}} = \frac{۱}{۲ \times \frac{۱}{۴}} = ۲$$

و) $$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$$ هـ

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۵۰

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x_0 + \Delta x)^2 + 3(x_0 + \Delta x) - x_0^2 - 3x_0}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(2x_0 + \Delta x + 3)}{\Delta x} = 2x_0 + 3 \Rightarrow f'(1) = 2(1) + 3 = 5$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$ .... یا از راه

۳۵۱

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{f(3/5) - f(3)}{0/5} = \frac{22/75 - 18}{0/5} = 9/5$$

۳۵۲

$$y' = -6x^2 + 12x$$

$$y'' = -12x + 12 \xrightarrow{y'' = 0} x = 1 \Rightarrow y = 5 \quad (1,5)$$ نقطه عطف

x	$-\infty$	1	$-\infty$
علامت y''	$+$	0	$-$
جهت تقعر y	تقعر بالا $\cup$	5	تقعر پایین $\cap$

۳۵۳

$$y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'' = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = a - 2 \Rightarrow$$

نقطه عطف یا مرکز تقارن $= (1, a - 2)$

$$\begin{cases} x \to \pm\infty \Rightarrow y = -2 \\ y \to \pm\infty \Rightarrow x = -b \end{cases} \rightarrow$$ مرکز تقارن $= (-b, -2) \Rightarrow b = -1$ و $a = 0$

۳۵۴

اولاً باید f در $x_0 = \frac{\pi}{2}$ پیوسته باشد.

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \frac{\pi}{2}a - b = 0$$

ثانیاً مشتق چپ و راست تابع f در $x_0 = \frac{\pi}{2}$ باید مساوی باشند.

$$\begin{cases} f'_-\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 \\ f'_+\left(\frac{\pi}{2}\right) = a \end{cases} \Rightarrow \quad -1 = a \Rightarrow b = -\frac{\pi}{2}$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۵۵

$$\left.\begin{matrix} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow D = [0, +\infty) - \{1\}$$

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ مجانب افقی

$\lim\limits_{x \to 1} y = \pm\infty \Rightarrow x = 1$ مجانب قائم

۳۵۶

الف) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x + \sqrt{x+1}}{5x - 1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x}{5x} = \dfrac{2}{5}$

ب) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{[x] + [-x]} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{-1} = \lim\limits_{x \to 0} -\sin x = 0$

نکته $x \to 0^- \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \\ 0 < -x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \end{cases}$ و $x \to 0^+ \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \\ -1 < -x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \end{cases}$

ج) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 2x + 1}{x^4 - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(x-1)(x^2 + x - 1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} = \dfrac{1}{4}$

د) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{2 + \tan x} - \sqrt{2 - \tan x}}{3x} \times \dfrac{\sqrt{2 + \tan x} + \sqrt{2 - \tan x}}{\sqrt{2 + \tan x} + \sqrt{2 - \tan x}} =$

$= \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2 \tan x}{3x\left(\sqrt{2 + \tan x} + \sqrt{2 - \tan x}\right)} = \dfrac{\sqrt{2}}{6}$

یادآوری: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x}{x} = 1$

۳۵۷

$$\begin{cases} y' = 3ax^2 + 2bx + c \xrightarrow{x=2} 12a + 4b + c = 0 \\ y'' = 6ax + 2b \xrightarrow{x=1} 6a + 2b = 0 \\ (1, -2) \Rightarrow -2 = a + b + c + d \\ (2, -4) \Rightarrow -4 = 8a + 4b + 2c + d \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -3, c = 0, d = 0$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۵۸

$$f'(0) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{(x+2)\,\sin^2 x}}{x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{|\sin x| \sqrt{x+2}}{x} = \begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{x} \cdot \sqrt{x+2} = \sqrt{2} \\ \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{-\sin x}{x} \cdot \sqrt{x+2} = -\sqrt{2} \end{cases}$$

f در $x_0 = 0$ مشتق‌پذیر نیست.

۳۵۹

الف) $$\lim_{x \to +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x+1}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x+1}} \times \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x^2 + 2x}} =$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - (x^2 + 2x)}{\left(x + \sqrt{x+1}\right)\left(x + \sqrt{x^2 + 2x}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - x^2 - 2x}{x\left(x + \sqrt{x^2}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{-2x}{2x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{-1}{x} = 0$$

ب) $$\lim_{x \to 1^-} \frac{x^3 - 4x + 3}{(x-1)^2} = \lim_{x \to 1^-} \frac{(x-1)(x^2 + x - 3)}{(x-1)^2} = \lim_{x \to 1^-} \frac{x^2 + x - 3}{x - 1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

ج) $$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 x \sin 3x}{4x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{3}{4}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \left(\frac{\sin 3x}{3x}\right) = \frac{3}{4} \times 1 \times 1 = \frac{3}{4}$$

د) $$\lim_{x \to 2^+} \frac{x - 2}{[x] - 2} = \lim_{x \to 2^+} \frac{2^+ - 2}{[2^+] - 2} = \frac{0^+}{2 - 2} = \frac{0^+}{0 \text{ مطلق}}$$ موجود نیست

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۶۰ $p(x) = (x-۱)(x+۲)\,Q(x) + \underbrace{ax+b}_{R(x)} \Rightarrow (x^۲+x-۲)\,Q(x) + (ax+b)$

$$\begin{cases} p(۱) = ۱ \\ p(-۲) = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = ۱ \\ -۲a+b = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \\ b = ۲ \end{cases} \Rightarrow R(x) = -x+۲$$

۳۶۱

۳۶۲ نقطه E بحرانی نیست (۰/۲۵)

۳۶۳

$$f'_+(۲) = \lim_{x\to ۲^+} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^+} \frac{۲x^۲+۱-۱۶}{x-۲} = -\infty \quad (۰/۲۵)$$

$$f'_-(۲) = \lim_{x\to ۲^-} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \lim_{x\to ۲^-} \frac{۸x-۱۶}{x-۲} = ۸ \quad (۰/۲۵)$$

۳۶۴

$$\lim_{x\to -\infty} \sqrt{x^۲+۲x} - \sqrt{x^۲+۱} = \lim_{x\to -\infty} \frac{(x^۲+۲x)-(x^۲+۱)}{\sqrt{x^۲+۲x}+\sqrt{x^۲+۱}} \quad (۰/۲۵) =$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{۲x-۱}{\underbrace{\sqrt{x^۲}}_{|x|=-x} + \underbrace{\sqrt{x^۲}}_{|x|=-x}} \overset{(۰/۲۵)}{=} \lim_{x\to -\infty} \frac{۲x}{-۲x} = -۱ \quad (۰/۲۵)$$

۳۶۵ شیب خط قائم بر منحنی عکس و قرینه شیب خط مماس بر منحنی است. شیب خط مماس بر منحنی برابر است با مشتق به ازای طول نقطه تماس.

$y' = ۲x$ شیب مماس $= m = ۲\times ۲ = ۴$ و شیب قائم $= m' = \frac{-۱}{m} = -\frac{۱}{۴}$

$$y - y_۰ = m'(x-x_۰) \Rightarrow y-۳ = -\frac{۱}{۴}(x-۲) \Rightarrow y = -\frac{۱}{۴}x + \frac{۷}{۲}$$

۳۶۶

$$f(x) = ۲ax+b \to f'(x) = ۰ \Rightarrow ۲ax+b = ۰ \Rightarrow x = -۱ \to -۲a+b = ۰$$

$$(-۱,۵) \in \text{منحنی} \Rightarrow ۵ = a(-۱)^۲ + b\times(-۱) + ۴ \Rightarrow a-b = ۱$$

$$\begin{cases} a-b = ۱ \\ -۲a+b = ۰ \end{cases} \Rightarrow -a = ۱ \Rightarrow a = -۱ ,\ b = -۲$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۶۷

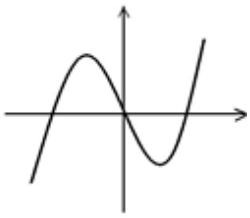
دامنه : R

$y' = ۳x^{۲} - ۳$

$y' = ۰ \Rightarrow x^{۲} = ۱ \Rightarrow x = \pm ۱$

$y'' = ۶x \Rightarrow y'' = ۰ \Rightarrow x = ۰$

x	$-\infty$	-۱	۰	۱	$+\infty$
y'	+	−	−	+	
y''	−	−	+	+	
y	↗	↘	↘	↗	
		Max	عطف	Min	



۳۶۸

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x_{۰} + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \Rightarrow f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(۱ + \Delta x) - f(۱)}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{(۱ + \Delta x)^{۲} - ۲(۱ + \Delta x) - (۱^{۲} - ۲ \times ۱)}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\Delta x^{۲}}{\Delta x} = f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \Delta x = ۰$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۶۹

الف) $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۲ - ۹}{۳ - \sqrt{x+۶}} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

برای رفع ابهام صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۳} \frac{(x^۲ - ۹)\times(۳ + \sqrt{x+۶})}{(۳ - \sqrt{x+۶})\times(۳ + \sqrt{x+۶})} = \lim_{x\to ۳} \frac{(x+۳)(x-۳)(۳ + \sqrt{x+۶})}{۹ - (x+۶)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۳} \frac{(x+۳)(x-۳)(۳ + \sqrt{x+۶})}{-(x-۳)} = \lim_{x\to ۳} \frac{(x+۳)(۳ + \sqrt{x+۶})}{-۱} = -۳۶$$

ب) $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲ - ۳x + ۲}{x^۲ - ۲x} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

صورت و مخرج کسر را تجزیه می‌کنیم. سپس عامل صفرکننده یعنی $x - ۲$ را از صورت و مخرج حذف می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۲} \frac{(x-۲)(x-۱)}{x(x-۲)} = \lim_{x\to ۲} \frac{(x-۱)}{x} = \frac{۱}{۲}$$

پ) $\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} tg^۲ x = +\infty$

ت) $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^۳\left(۴ - \frac{۱}{x^۳}\right)}{x\left(۱ + \frac{۲}{x}\right)} = \lim_{x\to \pm\infty} x^۲ = +\infty$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۷۰

$x \to \pm\infty \qquad y = \pm\infty$

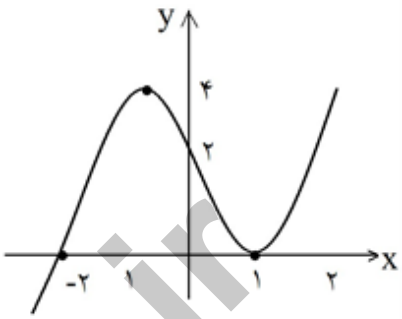
$y' = (x-1)^2 + 2(x-1)(x+2)$

$y' = (x-1)(3x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$

$y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \qquad y'' = 6x = 0$

$x = 0 \Rightarrow y = 2$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
y'			$+$		0		$-$		0		$+$
y	$-\infty$	↗	0	↗	4 max	↘	2	↘	0 min	↗	$+\infty$



۳۷۱

$f'(x) = 3x^2 + 6x$

$f''(x) = 6x + 6 \Rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow x = -1$

$f(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 4 = 6 \qquad A(-1, 6)$

$m = f'(-1) = 3(-1)^2 + 6(-1) = -3$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 6 = -3(x+1) \Rightarrow y = -3x + 3$

۳۷۲

الف) $V = x' = f'(x) = -9/8t + 20$

$f'(1) = -9/8 \times 1 + 20 = 10/2$

ب) سرعت متوسط $\dfrac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \dfrac{-4/9 \times 2^2 + 20 \times 2 - 0}{2} = 10/2$

۳۷۳

الف) $f'(x) = \dfrac{2x + 5}{2\sqrt{x^2 + 5x}}$

ب) $g'(x) = 5(2)(4x^3 - 3)(x^4 - 3x + 2)^4$

پ) $h'(x) = 2\sin x \cos x - 5\sin 5x$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۷۴ الف)

$$\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{x+\sqrt{x+2}}=\frac{0}{0}$$ مبهم

$$\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{x+\sqrt{x+2}}\times\frac{x-\sqrt{x+2}}{x-\sqrt{x+2}}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)\left(x-\sqrt{x+2}\right)}{x^2-x-2}$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)\left(x-\sqrt{x+2}\right)}{(x+1)(x-2)}=\lim_{x\to -1}\frac{x-\sqrt{x+2}}{x-2}=\frac{2}{3}$$

ب)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{2x^2+x-3}=\frac{0}{0}$$ مبهم

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{2x^2+x-3}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{(2x+3)(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{2x+3}=\frac{0}{5}$$

پ)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\text{tg}2x\,.\,\text{tg}3x\,.\,\text{tg}4x}{x^3}=\frac{0}{0}$$ مبهم

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\text{tg}2x}{x}\times\frac{\text{tg}3x}{x}\times\frac{\text{tg}4x}{x}\right)=2\times 3\times 4=24$$

ت)

$$\lim_{x\to -2^+}\frac{x-5}{x+2}=\frac{-2^+-5}{-2^++2}=\frac{-7}{0^+}=-\infty$$

ث)

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{4x^2-1}{3-2x^2}=\lim_{x\to +\infty}\frac{4x^2}{-2x^2}=-2$$

۳۷۵ طول هر نقطه روی محور عرض‌ها برابر صفر است.

نقطه تقاطع $A=(0,-1)$

$A\in y=ax^2+x+b\rightarrow -1=b$

$A\in y=x+3a\rightarrow -1=3a\rightarrow a=-\frac{1}{3}$

۳۷۶

$f(x)=2x$

$A(1,2)$ نقطه تماس $1+1=2$ عرض نقطه تماس $\Rightarrow (1)^2+1=2$

شیب خط مماس $=m=2\times 1=2$

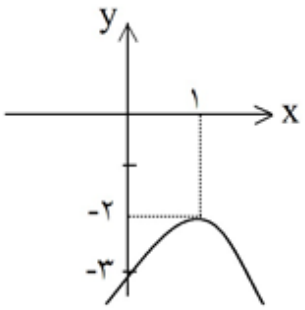
معادله خط مماس $y-y_0=m(x-x_0)\Rightarrow y-2=2(x-1)\Rightarrow y=2x$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۷۷ دامنه $= R$, $y' = -۲x + ۲ \Rightarrow y' = ۰ \Rightarrow -۲x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱$

$y'' = -۲$ تقعر رو به پایین



x	$-\infty$	۱	$+\infty$
y'	+		−
y	$-\infty$ ↘	-۲ Max	↗ $+\infty$

۳۷۸ نقطه عطف تابع جایی است که مشتق دوم در آن نقطه برابر صفر شده و تغییر علامت بدهد.

$y' = ۳x^۲ + ۲ax + b$, $y'' = ۶x + ۲a$

$y'' = ۰$, $x = ۱ \Rightarrow ۶ \times ۱ + ۲a = ۰ \Rightarrow ۲a = -۶ \Rightarrow a = -۳$

$A \in$ تابع $-۳ = (۱)^۳ + (-۳) \times (۱)^۲ + b \times ۱ \Rightarrow -۳ = -۲ + b \Rightarrow b = -۱$

۳۷۹ الف)

$$f(۱) = (۱)^۲ - ۱ + ۱ = ۱ \text{ , } f(۵) = (۵)^۲ - ۵ + ۱ = ۲۱ \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(۵) - f(۱)}{۵ - ۱} = \frac{۲۱ - ۱}{۴} = ۵$$

ب)

$$f'(x) = ۲x - ۱ \Rightarrow f'(۳) = ۲ \times ۳ - ۱ = ۵$$

۳۸۰ الف)

$$y' = \frac{۰ \times (x^۲ + ۳x + ۲) - (۲x + ۳) \times ۱}{(x^۲ + ۳x + ۲)^۲} = \frac{-۲x - ۳}{(x^۲ + ۳x + ۲)^۲}$$

ب)

$$y' = \frac{۲x - ۴}{۲\sqrt{x^۲ - ۴x}} = \frac{x - ۲}{\sqrt{x^۲ - ۴x}}$$

پ)

$$y' = ۳\cos ۳x \times \cos ۲x - ۲\sin ۳x \times \sin ۲x$$

ت)

$$y' = ۵ \times ۲ \times \tan ۵x \times (۱ + \tan^۲ ۵x) = ۱۰ \tan ۵x \times (۱ + \tan^۲ ۵x)$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

الف) $\lim_{x\to -۳} \frac{۲x^۲ + x - ۱۵}{۳x^۲ + ۱۳x + ۱۲} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

برای رفع ابهام عامل صفرکننده از صورت و مخرج یعنی $x - (-۳)$ را حذف می‌کنیم:

$$\lim_{x\to -۳} \frac{(x + ۳)(۲x - ۵)}{(x + ۳)(۳x + ۴)} = \lim_{x\to -۳} \frac{۲x - ۵}{۳x + ۴} = \frac{-۱۱}{-۵} = \frac{۱۱}{۵}$$

ب) $\lim_{x\to ۱} \frac{-۵x^۲}{x^۲ - ۱} = \frac{-۵}{+} = -\infty$

پ) $\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{x + ۳} - ۲}{x - ۱} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

برای رفع ابهام صورت و مخرج کسر را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۱} \frac{\left(\sqrt{x + ۳} - ۲\right) \times \left(\sqrt{x + ۳} + ۲\right)}{(x - ۱)\left(\sqrt{x + ۳} + ۲\right)} = \lim_{x\to ۱} \frac{x + ۳ - ۴}{(x - ۱)\left(\sqrt{x + ۳} + ۲\right)}$$

$$= \lim_{x\to ۱} \frac{۱}{\sqrt{x + ۳} + ۲} = \frac{۱}{۴}$$

ت) $\lim_{x\to a} \frac{\sin(x - a)}{x^۲ - a^۲} = \frac{۰}{۰}$ مبهم

$$= \lim_{x\to a} \frac{\sin(x - a)}{x - a} \times \frac{۱}{x + a} = ۱ \times \frac{۱}{a + a} = \frac{۱}{۲a}$$

ث) $\lim_{x\to -\infty} \frac{x + ۳}{x^۲ - ۵x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{x\left(۱ + \frac{۳}{x}\right)}{x^۲\left(۱ - \frac{۵}{x}\right)} = \lim_{x\to -\infty} \frac{۱}{x} = ۰$

www.akoedu.ir

۳۸۲ منحنی محور x ها را در نقطه‌ای به عرض ۰ و محور y ها را در نقطه‌ای به طول صفر قطع می‌کند.

$B(-۱,۰)$ محل تلاقی با محور x ها

$C(۰,۲)$ محل تلاقی با محور y ها

A روی منحنی است. پس مختصات نقطه A در ضابطه سهمی صدق می‌کند.

$$A \in \text{سهمی} \Rightarrow ۶ = a\times(۱)^۲ + b\times(۱) + c \Rightarrow a + b + c = ۶$$

$$B \in \text{سهمی} \Rightarrow ۰ = a\times(-۱)^۲ + b\times(-۱) + c \Rightarrow a - b + c = ۰$$

$$C \in \text{سهمی} \Rightarrow ۲ = a\times(۰)^۲ + b\times(۰)^۲ + c \Rightarrow c = ۲$$

$$\begin{cases} a + b + ۲ = ۶ \\ a - b + ۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = ۴ \\ a - b = -۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} ۲a = ۲ \Rightarrow a = ۱ \\ b = ۳ \end{matrix}$$

۳۸۳

$$f(x) = \frac{۴ - ۳x - x^۲}{x - ۲} \Rightarrow y' = \frac{(-۳ - ۲x)(x - ۲) - (۴ - ۳x - x^۲)}{(x - ۲)^۲} = \frac{-۳x + ۶ - ۲x^۲ + ۴x - ۴ + ۳x + x^۲}{(x - ۲)^۲}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-x^۲ + ۴x + ۲}{(x - ۲)^۲}$$

۳۸۴

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{(x + \Delta x)^۲ + ۱ - x^۲ - ۱}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{x^۲ + ۲x\Delta x + \Delta x^۲ - x^۲}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\Delta x(۲x + \Delta x)}{\Delta x} = ۲x$$

۳۸۵

$$f(x) = \frac{۱ - \sin x}{۱ + \cos x} \Rightarrow y' = \frac{-\cos x(۱ + \cos x) + \sin x\,(۱ - \sin x)}{(۱ + \cos x)^۲}$$

$$y' = \frac{-\cos x - \cos^۲ x + \sin x - \sin^۲ x}{(۱ + \cos x)^۲} = \frac{-\cos x + \sin x - ۱}{(۱ + \cos x)^۲}$$

۳۸۶

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{۴x - \sqrt{x^۲ + ۷x - ۱}}{۵x + \sqrt{x^۲ + x - ۲}} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x\left(۴ - \sqrt{۱ + \frac{۷}{x} - \frac{۱}{x^۲}}\right)}{x\left(۵ + \sqrt{۱ + \frac{۱}{x} - \frac{۲}{x^۲}}\right)} = \frac{۴ - ۱}{۵ + ۱} = \frac{۱}{۲}$$

۳۸۷

$$c\Big|_{-۱}^{۰} \to c = -۱ \qquad x = ۲ \to y = x + ۱ \Rightarrow \Big|_{۳}^{۲} \qquad x = ۱ \to y = x + ۱ \Rightarrow \Big|_{۲}^{۱}$$

$$f(x) = ax^۲ + bx + c \to A[۲, ۲+۱],\ B[۱, ۱+۱] \to A[۲,۳],\ B[۱,۲],\ C[۰,-۱]$$

$$\begin{cases} A[۲ \text{ و } ۳] \to ۴a + ۲b + c = ۳ \\ B[۱ \text{ و } ۲] \to a + b + c = ۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \\ \times(-۴) \end{matrix} \begin{cases} ۴a + ۲b = ۴ \\ a + b = ۳ \end{cases} \to \begin{cases} ۴a + ۲b = ۴ \\ -۴a - ۴b = -۱۲ \end{cases} \Rightarrow a = -۱,\ b = ۴$$

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۳۸۸ $y = x^{۲} - x + ۱ \Rightarrow y' = ۲x - ۱ \Rightarrow y'(۵) = ۹$

۳۸۹ $y' = \frac{۲}{۳\sqrt[۳]{(x+۲)}}$

۳۹۰ $y' = ۱(۲x-۱)^{۳} + ۶(۲x-۱)^{۲}(x+۱)$

۳۹۱ $n = ۲ \rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{(۳-b)x^{۲}}{۲x^{۲}} = ۱ \rightarrow \frac{۳-b}{۲} = ۱ \rightarrow b = ۱$

۳۹۲ $\lim_{x \to ۲} \frac{(x+۳)}{(x-۲)^{۲}} = \frac{۲+۳}{(۲-۲)^{۲}} = \frac{۵}{۰^{+}} = +\infty$

۳۹۳ $\left.\begin{matrix} x+y=۱۰۰ \\ y=۱۰۰-x \end{matrix}\right\} \Rightarrow S = x.y \Rightarrow S = x(۱۰۰-x) \Rightarrow S = ۱۰۰x - x^{۲} \Rightarrow S' = ۱۰۰ - ۲x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۵۰ \\ y = ۵۰ \end{cases}$

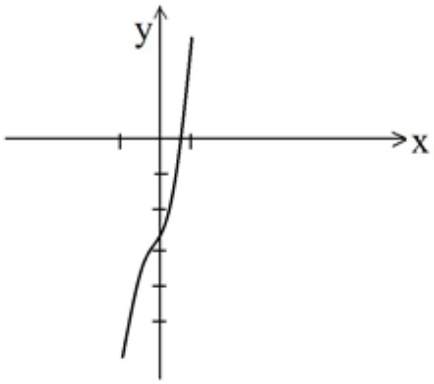
۳۹۴ $S' = -۴t + ۸ \;,\; S' = ۰ \Rightarrow -۴t + ۸ = ۰ \Rightarrow t = ۲ \quad S(۲) = -۲(۲)^{۲} + ۸(۲) + ۶ = ۱۴$

۳۹۵ معادله‌ی خط قائم:

$y' = \frac{-۲}{x^{۲}} \Rightarrow m = \frac{-۲}{۴} = \frac{-۱}{۲} \rightarrow m' = ۲ \rightarrow y - ۱ = ۲(x-۲) \Rightarrow y = ۲x - ۳ \qquad x_{۰} = ۲ \rightarrow y_{۰} = ۱ \Rightarrow A(۲,۱)$

۳۹۶ $y' = ۳x^{۲} + ۳ > ۰ \;,\; y'' = ۶x \Rightarrow x = ۰ \qquad (۰,-۴)$ نقطه عطف

x	$-\infty$		۰		$+\infty$
y'		+		+	
y''		-		+	
y	$-\infty$		-۴		$+\infty$



۳۹۷

۳۹۸

۳۹۹

۴۰۰

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۰۱
۴۰۲
۴۰۳
۴۰۴
۴۰۵
۴۰۶
۴۰۷
۴۰۸
۴۰۹
۴۱۰
۴۱۱
۴۱۲
۴۱۳

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۱۴
۴۱۵
۴۱۶
۴۱۷
۴۱۸
۴۱۹
۴۲۰
۴۲۱

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۲۲

۴۲۳

۴۲۴

۴۲۵

۴۲۶

۴۲۷

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۲۸
۴۲۹
۴۳۰
۴۳۱
۴۳۲
۴۳۳
۴۳۴

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۳۵

۴۳۶

۴۳۷

۴۳۸

۴۳۹

۴۴۰

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۴۱
۴۴۲
۴۴۳
۴۴۴
۴۴۵
۴۴۶
۴۴۷

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۴۸

۴۴۹

۴۵۰

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۵۱

۴۵۲

۴۵۳

۴۵۴

۴۵۵

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۵۶

۴۵۷

۴۵۸

۴۵۹

$$M(1,2) \xrightarrow{\text{مختصات در تابع}} 2 = a + b + c + d \quad (I)$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c \rightarrow 3a + 2b + c = 0 \quad (II)$$

$$y'' = 6ax + 2b \rightarrow 6a(0) + 2b = 0 \rightarrow b = 0$$

$$O(0,0) \xrightarrow{\text{مختصات در تابع}} 0 = 0 + 0 + 0 + d \rightarrow d = 0$$

$$\xrightarrow[b = d = 0 \text{ و به ازای}]{(I) \text{ و } (II)} \begin{cases} a + 0 + c + 0 = 2 \\ 3a + 2(0) + c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -1 \, , \, c = 3$$

۴۶۰

$$y' = \cos x \; f'(\sin x) = \cos x \left(\sin^2 x + \sin x\right)$$

۴۶۱

$$y' = 6\cos^2\left(x^2 - 5x\right) \times (2x - 5) \times \left(-\sin\left(x^2 - 5x\right)\right)$$

۴۶۲

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۶۳

۴۶۴

۴۶۵

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۶۶
۴۶۷
۴۶۸
۴۶۹
۴۷۰
۴۷۱
۴۷۲

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۷۳

۴۷۴

۴۷۵

۴۷۶

۴۷۷

۴۷۸

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۷۹
۴۸۰
۴۸۱
۴۸۲
۴۸۳
۴۸۴

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۸۵

۴۸۶

۴۸۷

۴۸۸

۴۸۹

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۹۰

۴۹۱

۴۹۲

۴۹۳

۴۹۴

۴۹۵

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

۴۹۶

۴۹۷

۴۹۸

۴۹۹

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴

www.akoedu.ir

تلفن تماس: ۰۲۶۳۳۴۰۸۹۴۴