

WWW.AKOEDU.IR

اولین و با کیفیت ترین

کلاسی های vip کنکور
آگادمی کنکور در ایران



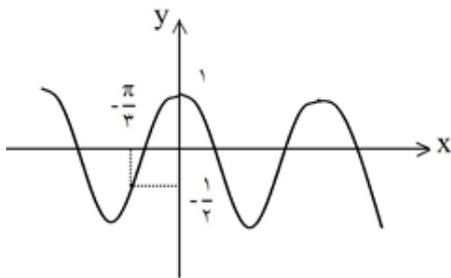
جهت دریافت برنامه ی شخصی سازی شده یک **هفته ای**
رایگان کلیک کنید و یا به شماره ی ۰۹۰۲۵۶۴۶۲۳۴ **عدد ۱**
را ارسال کنید.

۳۰۰ نمونه سوال تشریحی ریاضی ۲ تجربی - نیمسال دوم

$$y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

۱ رسم کنید.

۲ اگر نمودار $y = a + b \sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right)$ به صورت زیر باشد، مقدار تابع به ازای $x = \frac{7\pi}{3}$ را حساب کنید.



۳ سرعت یک قایق موتوری در آب راکد ۵ متر بر ثانیه است. این قایق فاصله‌ی ۴۲۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۸۰ ثانیه است. سرعت آب رودخانه چند متر بر ثانیه است؟

۴ علی یک کار را در ۱۰ روز انجام می‌دهد و همین کار را به کمک رضا در ۴ روز انجام می‌دهد. رضا به تنهایی این کار را در چند روز انجام می‌دهد؟

۵ یک قایق در یک رودخانه که سرعت آب رودخانه ۲ کیلومتر بر ساعت است مسیر یک کیلومتری را رفته و برگشته و اختلاف زمان رفت و برگشت ۴ دقیقه است. سرعت قایق بدون در نظر گرفتن سرعت آب چند کیلومتر بر ساعت است؟

۶ اگر $\log_3^2 a = \log_9^3$ باشد، \log_9^3 را بر حسب a به دست آورید.

۷ دامنه توابع زیر را حساب کنید.

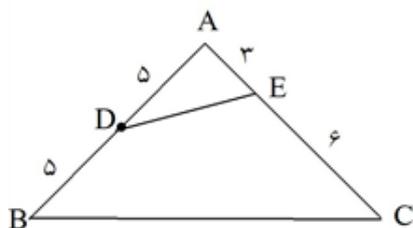
الف) $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$

ب) $g(x) = \frac{x + 10}{x^2 - 5x}$

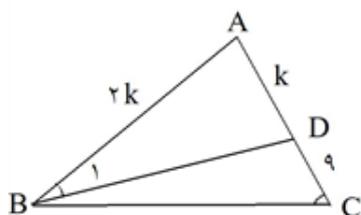
۸ اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 4x - 1 = 0$ باشند حاصل عبارت $2\alpha^2 + 3\alpha - \beta^2 + 7\beta$ را به دست آورید.



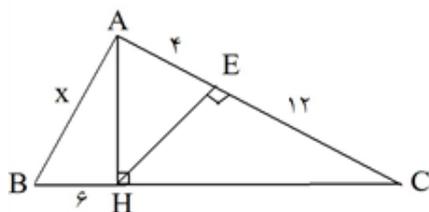
در شکل زیر مطلوب است محاسبه $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$ ۹



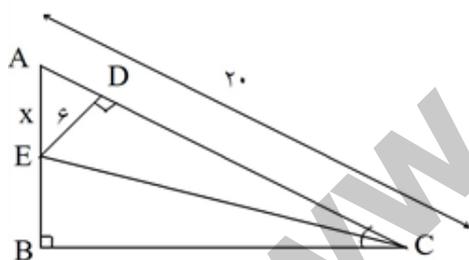
در شکل زیر مقدار k را تعیین کنید. $(\hat{B}_1 = \hat{C})$ ۱۰



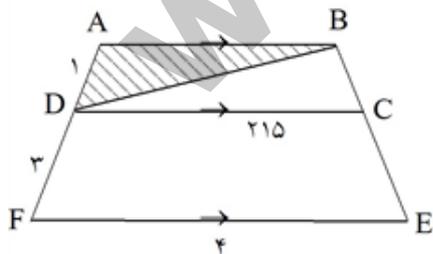
در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید. ۱۱



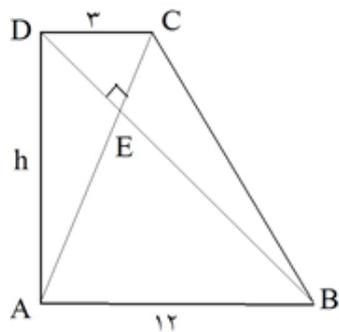
در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید. $(\hat{ACE} = \hat{BCE})$ ۱۲



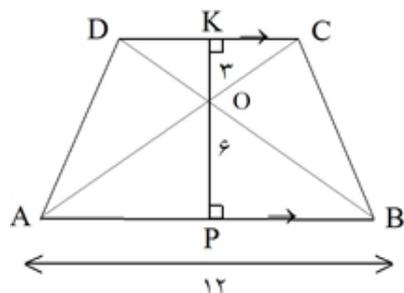
در شکل زیر مساحت ناحیه هاشور زده چه کسری از مساحت دوزنقه ABEF است؟ $(DC \parallel EF)$ ۱۳



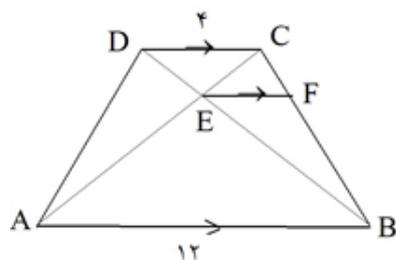
۱۴ در شکل مقابل مطلوب است اندازه ضلع BC : $(AC \perp BD)$



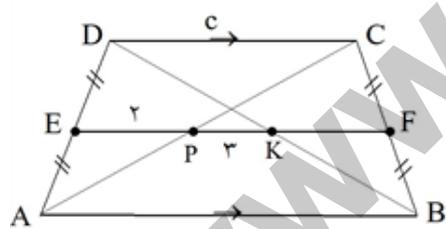
۱۵ در شکل زیر مطلوب است اندازه DC :



۱۶ در شکل زیر مطلوب است اندازه ی پاره خط EF :



۱۷ در شکل زیر مطلوب است حاصل ac :



۱۸ مثالی از یک تابع، همراه با نمودار آن ارائه کنید که حد تابع در نقطه ی ۲ مساوی ۱- باشد.

۱۹ فرض کنیم $f(x) = 3^x$ ، $g(x) = \left(\frac{1}{16}\right)^x$ و $h(x) = 10^x$ ، مقادیر زیر را به دست آورید.

الف) $f(3)$

ب) $g(-1)$

پ) $h(-2)$

۲۰ کدام گزاره صحیح است؟

(الف) نقطه‌ی $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \sqrt{5})$ روی نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 5^x$ قرار دارد.

(ب) محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 10^x$ با محور y ها، نقطه‌ی $(0, 10)$ است.

(پ) دامنه‌ی توابع با ضابطه‌های $y = 2^x$ و $y = x^2$ مساوی‌اند.

(ت) محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 6x$ با محور x ها، نقطه‌ی $(6, 0)$ است.

۲۱ کدام یک از نقاط زیر، روی نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 3^x$ قرار دارند؟

(الف) $(1, 0)$ (ب) $(3, 1)$

(پ) $(0, 1)$ (ت) $(\sqrt{3}, \frac{1}{3})$

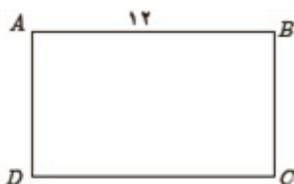
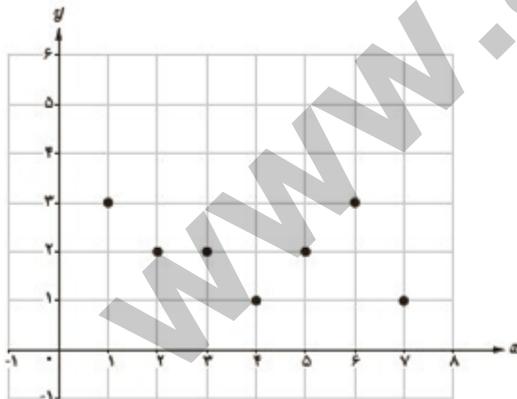
(ث) $(1, 3)$ (ج) $(-1, \frac{1}{3})$

۲۲ زاویه‌ی D برابر با $\frac{\pi}{4}$ رادیان است. اندازه‌ی این زاویه چند درجه است؟

۲۳ هریک از زاویه‌های $\frac{-\pi}{18}$ رادیان، $\frac{-2\pi}{5}$ رادیان، $\frac{3\pi}{4}$ رادیان، $\frac{7\pi}{8}$ رادیان، $\frac{6\pi}{5}$ رادیان را به درجه تبدیل کنید و به طور

تقریبی روی دایره‌ی مثلثاتی نشان دهید.

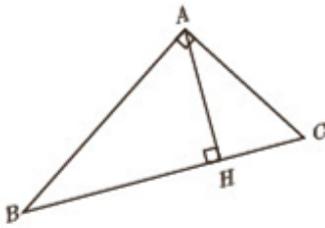
۲۴ می‌خواهیم با حذف تعدادی از نقاط نمودار مقابل، آن را به یک تابع یک به یک تبدیل کنیم. حداکثر چند نقطه می‌تواند باقی بماند؟



۲۵ شکل مقابل مستطیلی به طول ۱۲ است. اگر از نقطه‌ی A عمودی بر قطر BD رسم کنیم

و پای این عمود را H بنامیم، طول BH برابر ۱۱ است. اندازه‌ی عمود رسم شده، طول

قطر مستطیل و اندازه‌ی عرض مستطیل را محاسبه کنید.

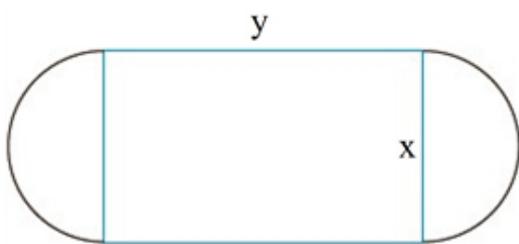


۲۶ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی روبه‌رو در هر حالت، اندازه پاره‌خط خواسته شده را به دست آورید.

- الف) $AC = ?$, $AB = ?$, $AH = ?$, $BH = 9$, $BC = 10$
 ب) $AB = ?$, $AH = ?$, $BC = ?$, $CH = 2$, $AC = 5$
 پ) $AH = ?$, $BC = ?$, $AC = 6$, $AB = 8$
 ت) $AC = ?$, $BC = ?$, $BH = ?$, $AH = 6$, $AB = 12$

۲۷ هریک از حکم‌های کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید.

- الف) هیچ عدد اول بزرگ‌تر از ۱۲۷ وجود ندارد.
 ب) مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیش‌تر است.
 پ) در هر مثلث اندازه‌ی هر ضلع از اندازه‌ی هر ارتفاع بزرگ‌تر است.
 ت) در هر مثلث میانه و عمود منصف متناظر بر هر ضلع بر هم منطبق‌اند.



۲۸ استادیومی به شکل مقابل در حال ساخت است که در آن $x \geq 0$

- و $y \geq 0$ و نیم‌دایره‌ها به شعاع $\frac{x}{2}$ هستند. اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، x و y را طوری بیابید که:
 الف) مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن گردد.
 ب) مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود.

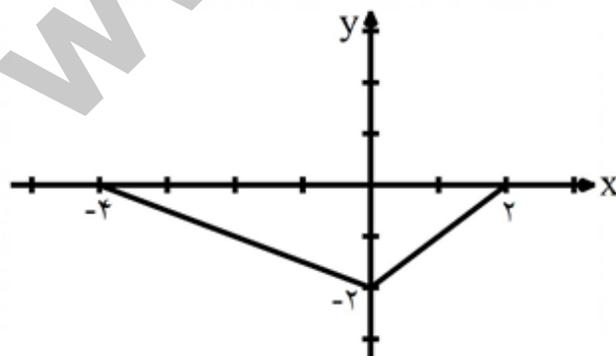
۲۹ مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه‌های زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$ ب) $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

۳۰ معادله‌ی درجه‌ی دومی بنویسید که ریشه‌های آن $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ باشد.

۳۱ معادله‌ی $|3^x - 2| = k$ دارای ۲ جواب است. حدود k را بیابید.

۳۲ فرض کنید نمودار تابع $y = f\left(-\frac{1}{2}x\right)$ به صورت زیر باشد نمودار تابع $y = 3f(-2x)$ را رسم کنید.



۳۳ اگر $x = f(x) \times \text{tg}(x) + f(-x) \times \text{Cotg}(x)$ باشد، $f(x)$ را بیابید.

۳۴ اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی $u^2 - u - 5 = 0$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه‌ی دیگر را بیابید.

۳۵ در تابع $f(x) = 4 \cos(19\pi + x) - 1$ ، مقدار تابع به ازای $x = \frac{11\pi}{4}$ را حساب کنید.

۳۶ در تابع $f(x) = 3 \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + 1$ ، مقدار تابع به ازای $x = \frac{7\pi}{6}$ را حساب کنید.

۳۷ مقدار x را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $4x^2 - 5 = [x] + [-x]$

ب) $3x^2 - 4x = \frac{1}{[x] + [-x]}$

۳۸ در مثلث ABC که $A(3, 5)$ و $B(-2, 4)$ و $C(1, -2)$ ، اگر ارتفاع مثلث باشد مختصات H را حساب کنید.

۳۹ برای داده‌های زیر:
۱۰۰، ۴۵، ۸۰، ۹۵، ۱۰۵، ۴۳، ۵۲، ۳۱، ۱۲، ۸۱، ۲۵۰، ۱۸، ۳۵، ۱۳۰، ۴۲، ۹۴، ۸۱، ۵۶
الف) دامنه تغییرات را به دست آورید.

ب) تقریباً ۲۵٪ داده‌ها قبل از کدام عدد هستند؟

پ) تقریباً ۵۰٪ داده‌ها بعد از کدام عدد هستند؟

ت) تقریباً ۷۵٪ داده‌ها قبل از کدام عدد هستند؟

۴۰ نمودار تابع $y = \frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ را در بازه‌ای به طول 2π رسم کنید.

۴۱ معادله $7x^3 = 1 - 8x^6$ را به روش تغییر متغیر حل کنید.

۴۲ مجموعه جواب معادله‌ی $[2x - 1] = 3$ را بیابید.

۴۳ اگر میانگین ده داده‌ی آماری برابر ۵ و ضریب تغییرات ۳ باشد:

الف) واریانس داده‌ها کدام است؟

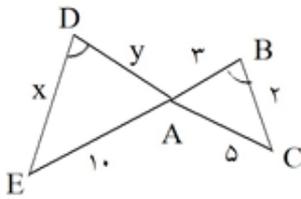
ب) اگر دو داده‌ی ۵ به داده‌های قبلی اضافه شود، ضریب تغییرات ۱۲ داده را بیابید.

۴۴ الف) نمودار تابع $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$ را رسم کنید.

ب) دامنه و برد تابع را بنویسید.

پ) آیا تابع یک به یک است؟ چرا؟

۴۵ در شکل مقابل $\hat{B} = \hat{D}$ است. مقدار x و y را حساب کنید.



۴۶ حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف)
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1 - 3x} - 2}{x^2 + 3x + 2}$$

ب)
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2|}{x - 2}$$

پ)
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x+1}}{x-1}$$

۴۷ معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌های آن $2 \pm \sqrt{3}$ است به صورت می‌باشد.

۴۸ نمودار تابع $f(x) = 2^x$ را رسم کنید و دامنه و برد آنرا بنویسید.

۴۹ نمودار تابع $f(x) = [2x]$ را در بازه‌ی $(-1, 1)$ رسم کنید.

۵۰ مقدار b را طوری تعیین کنید که تابع f در $x = -1$ پیوسته باشد. ($[]$ نماد جزء صحیح است.)

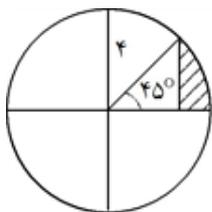
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + [x]}{|x|} & x < -1 \\ 3x + b & x \geq -1 \end{cases}$$

۵۱ نمودار تابع $y = \text{Log}(x^2 + 2x) - \text{Log} x$ را رسم کنید.

۵۲ نمودار تابع $y = \text{Log}(x^2 - 3x + 2) - \text{Log}(x - 2)$ را رسم کنید.

۵۳ نمودار تابع $y = \text{Log}(x^2 - 1) - \text{Log}(x - 1)$ را رسم کنید.

۵۴



در شکل زیر محیط قسمت هاشورزده را حساب کنید.

۵۵ در تابع $f(x) = x[x]$ (الف) تابع را در بازه $(-1, 1)$ رسم کنید.
 (ب) جدول زیر را کامل کنید.

x	-۰/۱	-۰/۰۱	-۰/۰۰۱	۰	۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۱
f(x)							

(ج) آیا حد تابع در $x = 0$ موجود است؟ چرا؟

۵۶ وارون تابع با ضابطه $f(x) = \log_5(x-1) + 7$ را حساب کنید.

۵۷ وارون تابع با ضابطه $f(x) = 3^{x-1} + 5$ را حساب کنید.

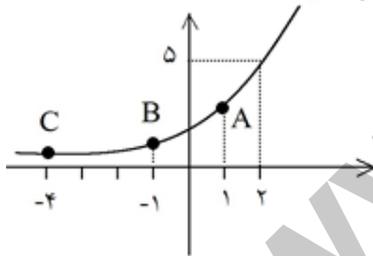
۵۸ هریک از نامعادلات زیر را حل کنید.

(الف) $3^{x^2+2x} \leq 243^{x+2}$

(ب) $\left(\frac{1}{5}\right)^{1-7x} > \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-21}$

۵۹ آیا نقطه $C(3, -7)$ روی عمودمنصف پاره‌خط‌واصل دو نقطه $A(1, 4)$ و $B(-7, -2)$ قرار دارد؟

۶۰ نمودار زیر متعلق به تابع نمایشی $y = a^x$ است. مختصات نقاط A و B و C را حساب کنید.



۶۱ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \leq x < 1 \\ 2 & 1 \leq x < 3 \end{cases}$ را در نظر بگیرید.

(الف) نمودار تابع را رسم کنید.
 (ب) جدول زیر را کامل کنید.

x	۰/۹	۰/۹۹	۰/۹۹۹	۱	۱/۰۰۱	۱/۰۱	۱/۱
f(x)							

(ج) آیا $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ وجود دارد؟ چرا؟

۶۲) مقداری a را طوری بیابید که تابع زیر در $x = 3$ دارای حد باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3} + ax & x < 3 \\ [-3x] & x \geq 3 \end{cases}$$

۶۳) مساحت مربعی که یک رأس آن $A(-1, 5)$ و معادله یک ضلع آن $x - y - 3 = 0$ است، را بیابید.

۶۴) نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(1, -1)$ و $(-2, 14)$ می‌گذرد و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض 2 قطع می‌کند، ضابطه‌ی این تابع را بنویسید.

۶۵) نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(1, 6)$ و $(-3, 22)$ می‌گذرد و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض 1 قطع می‌کند. ضابطه‌ی این تابع را بنویسید.

۶۶) دامنه تابع زیر را حساب کنید.
 $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \text{Log}_5(x - 2)$

۶۷) نمودار $y = 3 + 2 \cdot \text{Log}_{\frac{1}{3}} 2^x$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.

۶۸) نمودار تابع $y = 3 - \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x - 1)$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را حساب کنید.

۶۹) نمودار تابع $y = 2 + \text{Log}_2 3^{-x}$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.

۷۰) حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

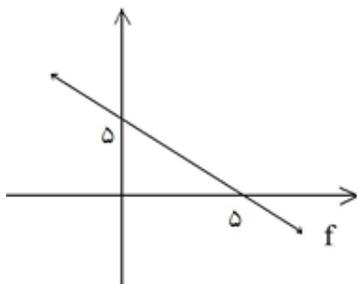
الف) $\text{Log}_4 \sqrt{8}$ ب) $\text{Log}_3 \sqrt[3]{3}$

۷۱) نمودار تابع $y = 2 \cos x - 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

۷۲) نمودار تابع $y = 1 - 2 \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

۷۳) دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو تاس زوج باشد، احتمال این که حداقل یکی مضرب 3 باشد را به دست آورید.

شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{f(x)}$ را حساب کنید.



اگر تابع f با ضابطه‌ی زیر در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته باشد مقادیر a و b را به دست آورید

$$f(x) = \begin{cases} a \sin 2x - b \tan x & x > \frac{\pi}{4} \\ 5 & x = \frac{\pi}{4} \\ a \sin 6x - 3 & x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

اگر تابع f با ضابطه‌ی زیر در $x = 3$ پیوسته باشد، مقادیر a و b را به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} - ax & x > 3 \\ 12 & x = 3 \\ b[-x] + ax & x < 3 \end{cases}$$

میانگین ۹ داده آماری ۱۸ و میانگین ۱۱ داده آماری ۴ است. میانگین این ۲۰ داده آماری را به دست آورید.

اگر تابع f با ضابطه زیر در $x = 2$ پیوسته باشد، مقادیر a , b را به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} a[-x] + bx^2 & x > 2 \\ 3 & x = 2 \\ b[x] - 1 & x < 2 \end{cases}$$

حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید.

(ب) $\lim_{x \rightarrow 5^+} (3[x] + 1)$

(الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}}$

(د) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$

(ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}$

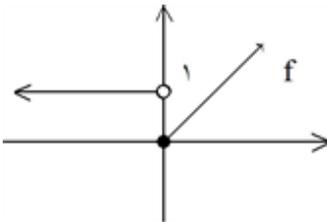
۸۰ حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید.

(ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} 2 - [-x]$

(الف) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-2}{\sqrt{3x+2}}$

(د) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}$

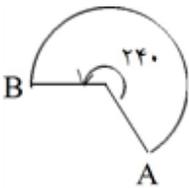
(ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$



۸۱ نمودار تابع f به صورت زیر است. کدام گزینه درست و کدام گزینه نادرست است؟ چرا؟

(الف) f در بازه $[0, +\infty)$ پیوسته است.
(ب) f در بازه $(-\infty, 0]$ پیوسته است.

۸۲ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ موجود و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 3f(x)}{2f(x) + 7} = 5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{13}{17}f(x) + 5 \right)$ را حساب کنید.



۸۳ متحرکی از نقطه A روی دایره به نقطه B می‌رود. اگر شعاع دایره ۳۶ سانتی‌متر باشد، مقدار مسافتی که متحرک پیموده است را به دست آورید.

۸۴ اگر $f(x) = 8^x + 1$ باشد، $f\left(\frac{2}{3}\right)$ را حساب کنید.

۸۵ اگر $f(x) = 35 - 7x$ باشد، دامنه $h(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)}$ را حساب کنید.

۸۶ دامنه توابع زیر را حساب کنید.

(ب) $g(x) = \frac{x^2 - 25}{x^2 - 7|x| + 10}$

(الف) $f(x) = \sqrt{5 - \sqrt{x-1}}$

۸۷ طول برف‌پاک‌کن عقب اتومبیلی ۳۰ سانتی‌متر است. فرض کنید برف‌پاک‌کن، کمانی به اندازه 150° طی می‌کند. $(\pi \approx 3/14)$

(الف) اندازه‌ی کمان را برحسب رادیان به دست آورید.

(ب) طول کمان طی شده توسط نوک برف‌پاک‌کن چند سانتی‌متر است؟

۸۸ فاصله نقطه $A(-1, 3)$ تا عمودمنصف پاره‌خط $B(-1, 4)$ و $C(-3, 2)$ را حساب کنید.

۸۹

حاصل $\text{Log}_2^5 \sqrt{2} + \text{Log}_2^{16}$ را حساب کنید.

۹۰ مساحت مربعی را حساب کنید که یک رأس آن $A(1, 5)$ و یک ضلع آن منطبق بر خط $x - 2y = 7$ باشد.

۹۱

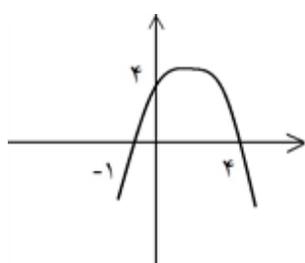
دو زاویه هم‌انتهای برای $\frac{5\pi}{3}$ بنویسید.

۹۲

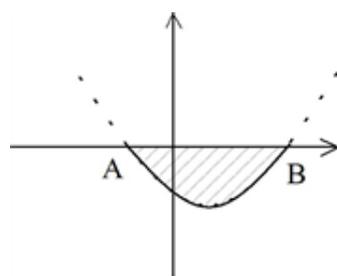
اگر $f(x) = (3x^2 - ax + 2b - 1)[x]$ در $x = 1$ و $x = 5$ دارای حد باشد، a, b را حساب کنید.

۹۳

مقدار A را حساب کنید.

$$A = \frac{3}{3 + \text{Log}_3^3} + \frac{1}{1 + 3\text{Log}_3^2}$$


۹۴ شکل زیر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ را نشان می‌دهد. ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 4 - 3x$ را حساب کنید.



۹۵ شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله $y = x^2 - 2x - 8$ و مطابق شکل زیر مدل‌سازی می‌شود. الف) مختصات نقاط انتهای عدسی A و B را به دست آورید. ب) اگر x برحسب سانتی‌متر باشد طول AB را به دست آورید. پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و y برحسب میلی‌متر باشد بیش‌ترین ضخامت آن چه قدر است؟

۹۶ اگر $f(x) = x - \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشد، نمودار $y = (f+g)(x)$ را رسم کنید.

۹۷

نمودار $f(x) = \frac{x^3 + 8}{x^2 - 2x + 4}$ را رسم کنید.

۹۸

دامنه توابع زیر را مشخص کنید.

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{5 + |x-2|}{3 - |x+3|}}$

ب) $g(x) = \sqrt{x - |x|}$

دامنه توابع زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $f(x) = \text{Log}(3 - [x])^2$

ب) $g(x) = \text{Log}_3 \left(2 - \text{Log}_2^{(1+2x)} \right)$

۱۰۰) اگر $\text{Log} 2 = a$ و $\text{Log} 3 = b$ باشد، لگاریتم‌های زیر را بر حسب a, b بنویسید.
الف) $\text{Log} 270$ (ب) $\text{Log} 80$ (پ) $\text{Log} 0.125$ (ت) $\text{Log} 50$

۱۰۱) انرژی آزاد شده یک زلزله $10^{19} \text{Erg} \times 2/5$ است. شدت این زلزله چند ریشتر می‌باشد؟ ($\text{Log} 2/5 = 0.4$)

۱۰۲) نمودارهای زیر را به کمک انتقال رسم کنید و سپس دامنه و برد را حساب کنید.

الف) $y = 2^{-|x|}$ (ب) $y = 2^{|x|} - 1$

$$y = \frac{|x^3 - 1|}{x^2 + x + 1}$$

۱۰۳) رسم کنید.

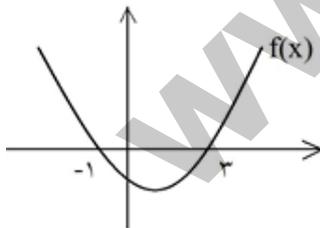
۱۰۴) حدود m را چنان بیابید که خط $y = x + 1$ سهمی $y = x^2 + mx + 5$ را قطع نکند.

۱۰۵) به ازای کدام مقادیر m ، خط $y = \sqrt{3}x - 2m$ سهمی $y = (m-1)x^2 + 2\sqrt{3}x - m$ را قطع نمی‌کند؟

۱۰۶) به ازای کدام مقادیر m خط $y = 5x + 6$ سهمی $y = (2m-1)x^2 + x + 3$ را قطع نمی‌کند؟

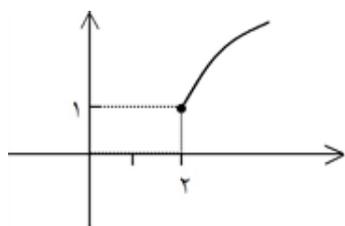
۱۰۷) اگر دو تابع $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ و $g(x) = a + \frac{b}{x+2}$ مساوی باشند، a, b را حساب کنید.

۱۰۸) با توجه به نمودار $f(x)$ دامنه‌ی تابع $g(x)$ را حساب کنید.



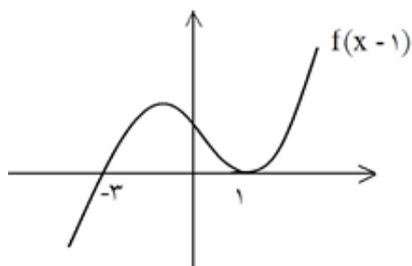
$$g(x) = \sqrt{(x^2 - 4)f(x-1)}$$

۱۰۹) اگر تابع خطی f دارای شیب k باشد به ازای چه مقدار k شیب تابع f^{-1} برابر $9k$ است. ($k \neq 0$)



نمودار $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ به صورت زیر است. a و b را حساب کنید.

۱۱۱) با توجه به نمودار $f(x-1)$ دامنه تابع $g(x)$ را حساب کنید.



$$g(x) = \sqrt{(x^2 - 5x)f(x+2)}$$

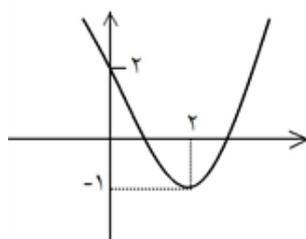
۱۱۲) اگر $f(x) = (a-3)x + a - 5$ یک به یک نباشد، نمودار $f(x)$ را رسم کنید. (دامنه تابع اعداد حقیقی است.)

۱۱۳) معادلات نمایی زیر را حل کنید.

الف) $5^{2x+2} \times 2^{x-1} = 0.005$

ب) $\frac{5^{2x} - \frac{1}{5}(25)^x}{2 \times 8^x + 8 \times 2^{3x}} = \frac{25}{32}$

۱۱۴) معادله سهمی شکل مقابل را حساب کنید.



۱۱۵) دامنه توابع زیر را حساب کنید.

الف) $f(x) = \text{Log} \frac{(x^2 - 4)}{(x+1)}$

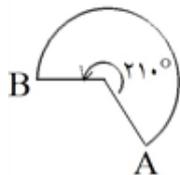
ب) $g(x) = \text{Log} \frac{(x-5)^2}{|x|}$

۱۱۶) اگر $f(x) = \sqrt{6x - x^2}$ ، دامنه $f(2x+1)$ را حساب کنید.

۱۱۷ دامنه تابع زیر را حساب کنید.

$$f(x) = \sqrt{5 + \text{Log} \frac{1}{2} (x+4)}$$

۱۱۸ متحرکی از نقطه A روی دایره به نقطه B می‌رود. اگر شعاع دایره ۱۵ سانتی‌متر باشد، مقدار مسافتی که متحرک پیموده است را به دست آورید.



۱۱۹ دامنه توابع زیر را به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $y = \frac{6-x}{[x] + [-x]}$

ب) $y = \frac{\sqrt{-x^2+4}}{|x|-1}$

۱۲۰ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $(x^2+x)^2 + x^2 + x - 6 = 0$

ب) $2\sqrt{x} = \sqrt{5x-1}$

۱۲۱ معادله زیر را حل کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

$$[x] + [x+3] = 5$$

۱۲۲ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 5$

ب) $\sqrt{2x+9} - \sqrt{x+1} = 2$

۱۲۳ فاصله‌ی نقطه $A(1, 2)$ را از خط $4x + 3y + 5 = 0$ محاسبه کنید.

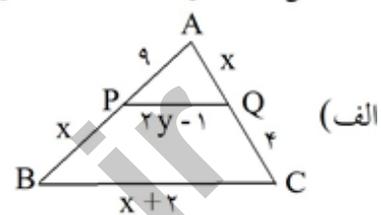
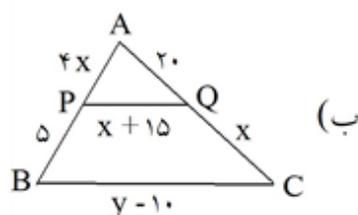
۱۲۴ توابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ و $g(x) = \frac{2}{x-3}$ داده شده‌اند.

الف) دامنه‌ی تابع $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.

ب) ضابطه‌ی تابع $\frac{g}{f}$ را تشکیل دهید.

پ) حاصل عبارت $(-1)(3f - 2g)$ را به دست آورید.

۱۲۵ در شکل‌های زیر، PQ با BC موازی است، مقادیر X و Y را محاسبه کنید.



۱۲۶ فاصله نقطه $(-2, 2)$ را از خط $3x - 4y = 5$ بیابید.

۱۲۷ نمودار تابع زیر را رسم کنید و سپس دامنه و برد آنرا حساب کنید.

$$f(x) = \frac{x^4 - 4x^2}{x^2 - 4}$$

۱۲۸ جواب معادله‌ی زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

$$3[x] + 5 + 2[-x] = 13$$

۱۲۹ قرینه‌ی نقطه‌ی $A(1, 4)$ نسبت به نقطه‌ی $B(b, 2a+1)$ برابر $A'(7, 2)$ است. a و b را حساب کنید.

۱۳۰ یک زلزله‌ی ۷ ریشتری چند برابر یک زلزله‌ی ۵ ریشتری انرژی آزاد می‌کند؟

۱۳۱ معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$\text{Log}_x(x+1) + \text{Log}_x(2x+1) = \text{Log}_x 6 \quad (\text{ب})$$

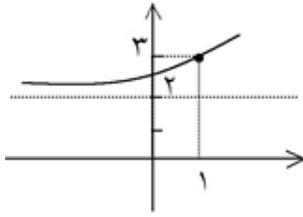
$$\text{Log}_5(2x-1) = 2 \quad (\text{الف})$$

۱۳۲ معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$\text{Log}_2 512 = 1 - 2x \quad (\text{ب})$$

$$\text{Log}_3(x+3) + \text{Log}_3(x-3) = 3 \quad (\text{الف})$$

۱۳۳ در دستگاه محور مختصات روبه‌رو نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = a + 3^{(x-b)}$ رسم شده است. a و b را به دست آورید.



۱۳۴ اگر معادله‌ی عمودمنصف $A(2, a+b)$ و $B(2a, b-a)$ برابر $y = 2x + 5$ باشد، a و b را حساب کنید.

۱۳۵ معادله‌ی عمودمنصف برای پاره‌خط $A(1, -2)$ و $B(3, 4)$ را بنویسید.

۱۳۶ در مثلث ABC که $A(1, -1)$ ، $B(2, 5)$ و $C(-3, 5)$ معادله‌ی میانه‌ی BM را حساب کنید.

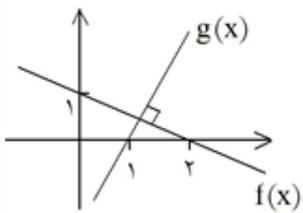
۱۳۷ اگر $f(x) = x^2 - 4$ و $g(x) = \frac{1}{x-2}$ باشد:

الف) دامنه $f \times g$ را به دست آورید.

ب) ضابطه $f \times g$ را بنویسید.

ج) نمودار $f \times g$ را رسم کنید.

۱۳۸ ضابطه‌ی وارون تابع $g(x)$ را بنویسید.



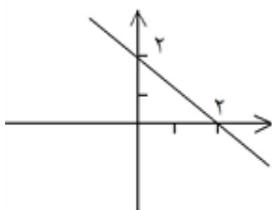
۱۳۹ اگر $f(x) = 2x^2 - 8$ و $g(x) = x + 2$ باشد:

الف) دامنه $\frac{f}{g}$ را محاسبه کنید.

ب) ضابطه‌ی $\frac{f}{g}$ را بنویسید.

ج) نمودار $\frac{f}{g}$ را رسم کنید.

۱۴۰ با توجه به نمودار $f(x)$ ضابطه $(f^{-1} + f)(x)$ را حساب کنید.



۱۴۱) اگر $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x}$ باشد:

الف) ضابطه‌ی f^{-1} را حساب کنید.

ب) دامنه $f - f^{-1}$ را بنویسید.

ج) نمودار $f - f^{-1}$ را رسم کنید.

۱۴۲) نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و وارونش را رسم کنید و سپس دامنه و برد هریک را مشخص کنید.

۱۴۳) اگر تابع $f(x) = (a-1)x^2 + 3x + 2a - 1$ در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد، $f(5)$ را حساب کنید.

۱۴۴) حدود x را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $[x]^2 - 4 = 0$

ب) $3[x]^2 - [x] = 0$

۱۴۵) اگر $f(x) = x^2 + 5x$ و $g(x) = \frac{1}{x+1}$ باشد، $[(f \times g)(10)]$ را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

۱۴۶) به کمک انتقال رسم کنید و سپس دامنه و برد را حساب کنید.

$$y = \frac{1}{x^2 - 2x + 1} - 1$$

۱۴۷) مقدار x را حساب کنید.

$$\log_{\frac{x}{2}} x - 56 \log_{\frac{x}{2}} x = 1$$

۱۴۸) مقدار A را حساب کنید.

$$A = \left(\frac{1}{\log_{\frac{1}{4}} 6} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{9}} 6} \right) \times 2 \log_{\sqrt{2}} 5$$

۱۴۹) اگر $\log_{\frac{3}{21}} t = t$ باشد، لگاریتم زیر را بر حسب t بنویسید.

$$\log_{\frac{63}{49}} t$$

۱۵۰) حاصل $\cos(-240^\circ) + 2 \cotg\left(\frac{\sqrt{\pi}}{4}\right) - \sin^2 135^\circ$ را به دست آورید.

۱۵۱ معادله $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$ را به روش تغییر متغیر حل کنید.

۱۵۲ دو فرد A و B کاری را با هم در ۱۲ ساعت انجام می‌دهند، ولی اگر تک‌تک، این کار را انجام دهند. فرد A کار را ۱۰ ساعت زودتر از فرد B به اتمام می‌رساند. ساعت کار A و B را به دست آورید.

۱۵۳ ABCD یک متوازی‌الاضلاع است. اگر $A(-10, -13)$ ، $B(-3, 3)$ و $C(3, 1)$ باشند، مختصات نقطه‌ی D را به دست آورید.

۱۵۴ وضعیت هر جفت از خطوط زیر را نسبت به هم مشخص کنید.
 $L: x + 2y + 1 = 0$ $L': y = 2x - 3$ $d: 0/5x - 0/25y = 0/75$

۱۵۵ اگر نقاط $A(-1, 4)$ و $B(3, 2)$ انتهای دو سر قطر یک دایره باشند مطلوب است:
 الف) شعاع و مرکز این دایره
 ب) مساحت و محیط دایره

۱۵۶ معادله $\sqrt{x+1} = x-1$ را به روش هندسی و جبری حل کنید.

۱۵۷ اگر دو خط d و d' بر هم عمود باشند و جمع شیب‌های این دو خط $\frac{2}{\sqrt{3}}$ باشد. هریک از این دو خط با جهت مثبت

محور X ها چه زاویه‌ای می‌سازند؟

۱۵۸ اگر $f(x)$ تابع نمایی باشد، حدود t را حساب کنید.

الف) $f(x) = \left(\frac{2t}{t^2 + 2}\right)^x$

ب) $f(x) = \left(\frac{1}{|t|}\right)^x$

ج) $f(x) = \left(\frac{t^2}{5}\right)^{2x}$

۱۵۹ دامنه‌ی تابع زیر را حساب کنید.

$$f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{x^2-7x}}$$

۱۶۰ معادله $\sqrt{x+12} = x$ را حل کنید.

۱۶۱ الف) مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $4x^2 - x - 5 = 0$ را بدون حل معادله، بیابید.
ب) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $-\sqrt{2}$ و $+\sqrt{2}$ باشد.

۱۶۲ پیوستگی تابع زیر را در $x = -1$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x|} & x \leq -1 \\ 2x + 1 & x > -1 \end{cases}$$

۱۶۳ زمینی مستطیل شکل داریم که ابعاد آن در نسبت طلایی صدق می‌کند. اگر عرض این زمین ۲ متر باشد، طول آن چه قدر است؟

۱۶۴ معادله $2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3$ را حل کنید.

۱۶۵ مقدار a را طوری بیابید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} & 0 < x < 1 \\ [x] + a & x \geq 1 \end{cases}$$

۱۶۶ مقدار a و b را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3b & x > 2 \\ ax & x = 2 \\ -2 & x < 2 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 2$ پیوسته باشد.

۱۶۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x + 5} - 3}$ را بدون استفاده از هم‌ارزی و هویتال محاسبه کنید.

۱۶۸ اگر $f(x) = 3x + 5$ ، $g(x) = \frac{x}{x - 4}$ دامنه و ضابطه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.

۱۶۹ معادله‌ی مقابل را حل کنید.
 $2x = \sqrt{3x - 1}$

۱۷۰ معادله‌ی مقابل را حل کنید.
 $\frac{2}{x - 3} + \frac{1}{x + 3} = \frac{4}{(x - 3)(x + 3)}$

۱۷۱ دامنه‌ی تابع مقابل را به دست آورید.
 $y = \frac{x + 5}{(x + 1)(x - 1)}$

۱۷۲ دامنه‌ی تابع مقابل را بدست آورید.
 $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$

۱۷۳) معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$2 \log_{\sqrt{2}}(x+1) - \log_{\sqrt{2}}(x+7) = 9 \log_{\sqrt{2}} \sqrt{1/5} - \log_{\sqrt{2}} \sqrt{0/001}$$

۱۷۴) اگر $2^a = 20$ ، آن‌گاه حاصل عبارت $\log_{\sqrt{2}} 20 - \log_{\sqrt{2}} 8 - 4 \log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}$ را بر حسب a به دست آورید.

۱۷۵) نمودار تابع $y = |\log(x+1)|$ را رسم کنید.

۱۷۶) اگر $f(x) = \sqrt{7x+4}$ و $g(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ باشند، حاصل عبارات $(\frac{f}{g+f})(0)$ را به دست آورید.

۱۷۷) فرض کنید جمعیت کشوری ۱۰ میلیون نفر باشد، اگر جمعیت به‌طور نمایی و با ضریب ثابت ۳٪ در سال رشد کند، پس از گذشت چند سال جمعیت این کشور به ۳۰ میلیون نفر خواهد رسید؟

$$(\log 1/03 = 0/0128, \log 3 = 0/477)$$

۱۷۸) معادله‌ی لگاریتمی زیر را حل کنید. $\log(4x-2) - \log(x-2) = \log 2 + \log 5$

۱۷۹) معادله‌ی لگاریتمی مقابل را حل کنید. $\log(x-3) + \log 9 = \log 8x$

۱۸۰) ثابت کنید اگر $x > 0$ ، آن‌گاه $\log_a x = \frac{\log x}{\log a}$

۱۸۱) جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. $\log_{\sqrt{2}} \square = -2$

۱۸۲) جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. $\log_{\square} 36 = 2$

۱۸۳) ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی مثبت a, b داریم: $\log_{10} \frac{a}{b} = \log_{10} a - \log_{10} b$

۱۸۴) عبارت روبه‌رو را به‌صورت یک لگاریتم بنویسید. $3 \log x + \frac{2}{3} \log y - \log a$

۱۸۵) تساوی مقابل را با استفاده از تعریف لگاریتم تغییر شکل دهید. $9^x = 27$

۱۸۶) برای رد حدس زیر، مثال نقض ارائه دهید. اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند، آن‌گاه هر دو زاویه قائمه هستند.

۱۸۷) حد روبرو را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{3x^2 - x^3}$

۱۸۸ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a \sin x + b \cos x$ داده شده است، مقدار a و b را طوری تعیین کنید که نمودار این تابع از دو نقطه‌ی $A(0, 1)$ و $B(\frac{\pi}{2}, 2)$ بگذرد.

۱۸۹ دامنه تابع روبرو را به دست آورید.
 $f(x) = \frac{3x + 1}{5x - 1}$

۱۹۰ دامنه‌ی تابع روبرو را به دست آورید.
 $y = \sqrt{\frac{3 - 4x}{x^2 - 9}}$

۱۹۱ اگر نقطه $A(\frac{\pi}{6}, 2b + 1)$ یک نقطه از تابع با ضابطه $y = 2\sqrt{3} \cos x + 1$ باشد، مقدار b را به دست آورید.

۱۹۲ دامنه‌ی تابع روبرو را تعیین کنید.
 $y = \sqrt{\frac{x - 1}{4 - x}}$

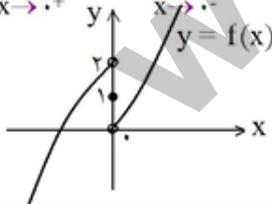
۱۹۳ مقدار حد روبرو را به دست آورید.
 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)}{2x + 4}$

۱۹۴ مقدار حد روبرو را به دست آورید.
 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 - x - 2}$

۱۹۵ اگر $f(x) = x^2 - 3x$ و $g(x) = x - 3$ ، ضابطه‌ی $(\frac{f}{g})(x)$ را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

۱۹۶ دامنه‌ی تابع روبرو را پیدا کنید.
 $f(x) = \sqrt{x - x^2}$

۱۹۷ با توجه به شکل، مقدار a را از رابطه روبرو به دست آورید.
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3af(0)$



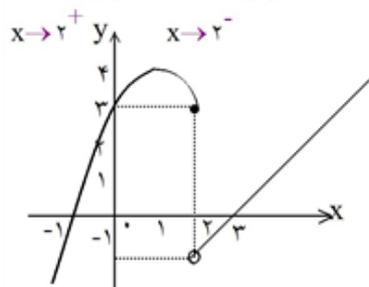
۱۹۸ اگر $f(x) = x^2 + 2$ و $g(x) = \sqrt{3x - 1}$ باشد، حاصل عبارت $(\frac{f + g}{f - g})(3)$ را پیدا کنید.

$$f(x) = \sqrt{\frac{5 - 7x}{x^2 - x - 12}}$$

دامنه‌ی تابع روبرو را پیدا کنید.

۱۹۹

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = ?$$



با توجه به شکل، حاصل عبارت روبرو را به دست آورید.

۲۰۰

اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = \frac{x}{4x^2 - 1}$ باشند، حاصل $(f \cdot g)(x)$ را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

۲۰۱

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3x + 2}}$$

دامنه‌ی تابع روبرو را به دست آورید.

۲۰۲

فرض کنید $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & x > 3 \\ 2 & x = 3 \\ x - 1 & x < 3 \end{cases}$ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

۲۰۳

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) + f(3) + \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

اگر $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = 3x - 2$ باشند، ضابطه‌ی تابع $(\frac{f}{g})(x)$ را بنویسید و $(\frac{f}{g})(\frac{1}{3})$ را تعیین کنید.

۲۰۴

تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2a & x < -2 \\ -x + 2 & x = -2 \\ 3x - 2b & x > -2 \end{cases}$ داده شده است، عددهای a و b را طوری تعیین کنید که تابع f در $x = -2$ پیوسته باشد.

۲۰۵

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{x^2 + 2x - 3}$$

حد روبرو را محاسبه کنید.

۲۰۶

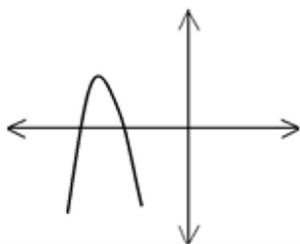
۲۰۷ اگر $f(x) = x + 1$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ باشند، حاصل $(\frac{f}{g})(3)$ را حساب کنید.

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x^2-4}}$$

۲۰۸ دامنه‌ی تابع روبرو را به دست آورید.

۲۰۹ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x^2 - 4a} & x \geq 2 \\ x + b & -2 \leq x < 2 \\ x^2 + bx + 3a & x < -2 \end{cases}$ باشد، a و b را طوری بیابید که تابع f در نقطه‌ی $x = -2$ دارای حد بوده و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ باشد.

۲۱۰ تابع $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x > -2 \\ 13 & x = -2 \\ ax^2 + bx - 1 & x < -2 \end{cases}$ داده شده‌است و a و b را چنان بیابید که تابع در نقطه‌ای به طول $x = -2$ پیوسته باشد.



۲۱۱ در شکل زیر سهمی به معادله‌ی $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده‌است. علامت ضرایب a و b و c و تعداد جواب‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید.

$$y = \sqrt{x+9}$$

۲۱۲ دامنه‌ی تابع مقابل را مشخص کنید:

تعداد تصادفات اتومبیل در شهری در ۱۵ روز اول تابستان عبارتند از:

۱۶ و ۲۷ و ۱۴ و ۲۳ و ۱۵ و ۱۰ و ۱۲
۱۹ و ۳۱ و ۲۵ و ۱۸ و ۳۲ و ۴۳ و ۴۱ و ۳۴

به ۵ سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۱۳ میانه را پیدا کنید.

۲۱۴ اعدادی را که در نیمه‌ی قبل از میانه قرار دارند بنویسید.

۲۱۵) برای این اعداد، میانه را پیدا کنید.

۲۱۶) اعدادی را که در نیمه‌ی بعد از میانه قرار دارند بنویسید.

۲۱۷) برای این اعداد میانه را پیدا کنید.

۲۱۸) دامنه‌ی تابع زیر را بنویسید.

$$y = \frac{x}{1-x}$$

۲۱۹) حاصل حد زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$$

۲۲۰) پیوستگی تابع زیر را در نقطه‌ی داده شده بررسی کنید.

$$f(x) = \sqrt{1-x}, \quad x=1$$

۲۲۱) بدون استفاده از قاعده‌ی هویتال، حد زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$$

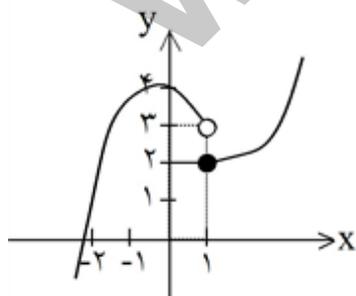
۲۲۲) در صورتی که $f(x-2) = \frac{2x+3}{x}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را به دست آورید.

۲۲۳) سکه سالمی را سه بار پرتاب می‌کنیم اگر A پشامد بر آمدهایی باشد که در آن دومین پرتاب رو است و B پشامد بر آمدهایی باشد که در آن فقط دو رو به صورت متوالی ظاهر شده‌است. آیا دو پشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟ (فضای نمونه و هر یک از پشامدها را مشخص کنید.)

۲۲۴) $(f+g)(1)$ را به دست آورید.

۲۲۵) با توجه به نمودار تابع $f(x)$ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$



۲۲۶

پیوستگی تابع

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & x = 1 \end{cases}$$

را در $x = 1$ بررسی کنید.

۲۲۷

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

۲۲۸ معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $2x + 1 = \frac{5}{x-1}$

ب) $2y - 6 = \sqrt{3y + 1}$

۲۲۹ معادله درجه دومی را با ریشه‌های $2\sqrt{3} \pm 3$ بنویسید.

۲۳۰ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x} = \frac{x}{x^2 - x}$

ب) $\sqrt{x} \times \sqrt{x-3} = 2$

۲۳۱ ابتدا دامنه را به دست آورده، سپس معادلات را حل کنید:

الف) $\frac{t-3}{t} = \frac{2}{t-3}$

ب) $2y + 1 = \sqrt{11y - 1}$

۲۳۲ برای دسته جواب $2\sqrt{2} \pm 3$ یک معادله درجه دوم بنویسید.

۲۳۳ مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $3x^2 - 2x - 1 = 0$ را به دست آورید.

۲۳۴

پیوستگی تابع

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$$

را در نقطه $x = 1$ بررسی نمایید.

۲۳۵

تابع

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3a & x < 1 \\ x - a & 1 < x < 4 \\ 5x^2 + bx + 4 & 4 < x \end{cases}$$

را چنان بیابید که تابع f در نقطه $x = 4$ دارای حد بوده و $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 2$ باشد.

۲۳۶ تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{و } x > 2 \\ 3x & \text{و } x = 2 \\ bx - 1 & \text{و } x < 2 \end{cases}$ داده شده است. عددهای a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ باشد.

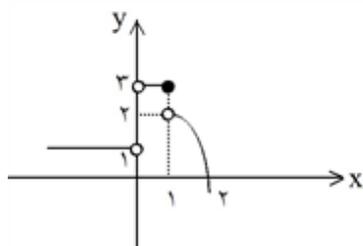
۲۳۷ تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & x > 2 \\ \frac{ax+5}{bx-1} & x < 2 \end{cases}$ مفروض است. مقادیر a و b را چنان حساب کنید تا $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 9$ برقرار باشد.

۲۳۸ حد تابع مقابل را وقتی که $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ میل کند، تعیین کنید:

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin \frac{x}{3} - \cos 2x & x \geq \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{2} \cos \frac{x}{2} + \sin 4x + 2 & x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

۲۳۹ حد تابع زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x \cdot \sin x}{1 + \cos x}$$



۲۴۰ با توجه به نمودار تابع f حدهای زیر را به دست آورید.

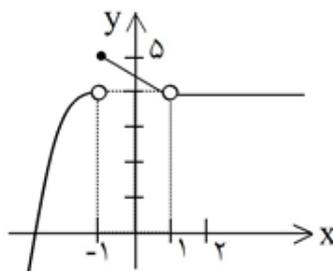
الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
 ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
 ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

۲۴۱ مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} a[x] - 1 & x < 2 \\ -2 & x = 2 \\ a \sin(x - 2) + bx & x > 2 \end{cases}$ در $x_0 = 2$ پیوسته باشد.

۲۴۲ در تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x < 2 \\ |x| & x = 2 \\ a\sin(x - 2) + b & x > 2 \end{cases}$ ضرایب a و b را چنان بیابید که تابع در $x_0 = 2$ پیوسته باشد.

۲۴۳ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

با توجه به نمودار داده شده به سؤال روبرو پاسخ دهید.



۲۴۴ مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} [3x] + b & x < 1 \\ 2ax + 1 & x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{1 - x} & x > 1 \end{cases}$ در $x_0 = 1$ پیوسته باشد. ()

نماد جزء صحیح است

۲۴۵ مقدار a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} [x - 1] + 2a & x < 3 \\ x + b - 1 & x = 3 \\ \sqrt{x^2 - 2x + 1} & x > 3 \end{cases}$ در $x_0 = 3$ پیوسته باشد. ()

نماد جزء صحیح است.

۲۴۶ مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} [-x] + bx & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ |x - 1| + a & x > 1 \end{cases}$ در $x_0 = 1$ پیوسته باشد. (نماد)

جزء صحیح است

۲۴۷ $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. (۲۴۸)

تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ مفروض است. حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید. (۲۴۹)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ثابت کنید تابع $f(x) = \sqrt{(x-3)(1-x)}$ پیوسته است. (۲۵۰)

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x^2 + 3x - 5)$$

حد مقابل را به دست آورید. (۲۵۱)

با استفاده از نماد لگاریتم، رابطه‌های داده شده را به صورت دیگر بنویسید. (۲۵۲)

الف) $\log_8 2 = \frac{1}{3}$ ب) $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$ ج) $\log_9 \frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$

رابطه‌های داده شده را به صورت نماد بنویسید. (۲۵۳)

الف) $\log_8 64 = 2$ ب) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = 4$ ج) $\log_2 1 = 0$

کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. احتمال آنکه کارمند مردی تحصیلات دانشگاهی داشته باشد چقدر است؟ (۲۵۴)

		جنسیت	
		زن	مرد
تحصیلات	دانشگاهی	۱۰	۱۵
	کمتر از دانشگاهی	۸۰	۹۰

خانواده‌ای دارای چهار فرزند است، مطلوب است احتمال آنکه فرزند اول و دوم پسر و فرزند سوم و چهارم دختر باشد. (۲۵۵)

معادله‌ی لگاریتمی مقابل را برای متغیر x حل کنید: $\log(p-q) = \log(p^2 - q^2) - \frac{1}{2} \log x$ (۲۵۶)

معادله‌ی لگاریتمی مقابل را برای متغیر x حل کنید: $\log x + 2 \log 4 = 2 \log 12$ (۲۵۷)

$$\frac{1}{4} \text{Log}(ab) - \frac{3}{5} \text{Log}(a^2 b)$$

۲۵۸ به یک لگاریتم تبدیل کنید

$$\text{Log} \left(\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{b} \sqrt[4]{a^2}} \right)$$

۲۵۹

با استفاده از سه قضیه‌ی ۳، ۴ و ۵ عبارت زیر را تبدیل کنید:

$$\text{Log} \left(\sqrt[3]{a} \sqrt[4]{b} \sqrt[5]{\delta} \right)$$

۲۶۰

با استفاده از سه قضیه‌ی ۳، ۴ و ۵ عبارت زیر را تبدیل کنید:

$$\text{Log} \sqrt[3]{\frac{a^2 b}{c^2}}$$

۲۶۱

با استفاده از سه قضیه‌ی ۳، ۴ و ۵ عبارت زیر را تبدیل کنید:

$$y = \text{Log}_7 64$$

۲۶۲

تساوی نمایی معادله‌ی زیر را بنویسید و سپس مقدار y را تعیین کنید.

$$8^x = 4096$$

۲۶۳

تساوی نمایی (توانی) مقابل را با استفاده از تعریف لگاریتم تغییر شکل دهید.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^3 + 1}$$

۲۶۴

حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

۲۶۵

حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

۲۶۶

حد مقابل را حساب کنید.

۲۶۷ در تمرین زیر مقدار ماکزیمم و یا مقدار مینیمم را برای تابع داده شده به دست آورید. (دو روش: $\frac{b}{2a}$ و مربع کردن)

$$f(x) = 4x^2 + 8x + 7$$

۲۶۸

در تمرین زیر صفرهای تابع را بیابید.

$$f(x) = 2x^2 - 2x - 1$$

۲۶۹

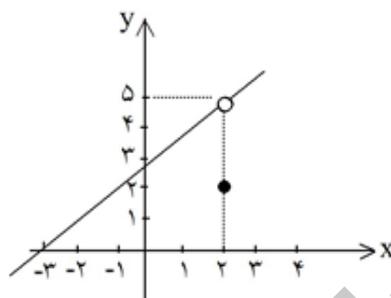
مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax & , x > 4 \\ 3 & , x = 4 \\ -x + 1 & , x < 4 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 4$ پیوستگی راست داشته باشد.

۲۷۰ از روی نمودار، حد راست و حد چپ تابع را، وقتی x به سمت عدد داده شده میل می‌کند، تعیین کنید و مشخص نمایید که آیا تابع حد دارد؟

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & x \neq 2 \\ 2, & x = 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$



۲۷۱ حد چپ و حد راست تابع زیر را در نقطه‌ی داده شده به دست آورید و معلوم کنید آیا این تابع دارای حد است.

$$f(x) = \begin{cases} 2 \sin x - 1, & x \geq \frac{\pi}{2} \\ \cos x + 1, & x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ در نقطه‌ی}$$

$$g(x) = \sqrt[3]{\frac{2}{x+1}}$$

۲۷۲ دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نمایش دهید.

$$h(x) = \frac{2x + 5}{x^2 - 2x}$$

۲۷۳ دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نمایش دهید.

$$g(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2}}$$

۲۷۴ دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نمایش دهید.

$$\sqrt{x} \times \sqrt{x-3} = 1$$

۲۷۵ معادله‌ی رادیکالی مقابل را حل کنید.

۲۷۶ معادله‌ی $\sqrt{x^2 - 5} + 2\sqrt{x} = 0$ را حل کنید. سپس در مورد قابل قبول بودن ریشه‌های آن بحث کنید. آیا بدون

حل نیز می‌توانستید به این نتیجه برسید؟

$$\frac{x}{x-3} - \frac{1}{2x-1} = \frac{5x}{2x^2 - 7x + 3}$$

معادله‌ی مقابل را حل کنید. ۲۷۷

$$-2 \pm 3\sqrt{2}$$

برای دسته جواب مقابل، یک معادله‌ی درجه‌ی دوم بنویسید. ۲۷۸

در معادله‌ی زیر، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را بدون حل معادله، به دست آورید. ۲۷۹

$$2x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x - 2 = -\frac{35}{x}$$

در صورت امکان، جواب معادله‌ی مقابل را به دست آورید. ۲۸۰

ثابت کنید $\sqrt{3}$ گنگ است. ۲۸۱

با استفاده از روش استدلالی برهان خلف، حکم زیر را ثابت کنید: ۲۸۲

اگر n^2 مضربی از ۳ باشد، نشان دهید که n نیز مضربی از ۳ است.

ثابت کنید: $\operatorname{tg}(a - 5\pi) \operatorname{Cotg}(a + 7\pi) - \operatorname{Cos}(6\pi - a) \operatorname{Cos}(a - 6\pi) = \operatorname{Sin}^2 a$ ۲۸۳

$$\operatorname{Log}_v \sqrt[4]{49} \cdot \sqrt[5]{16}$$

عبارت مقابل را ساده کنید. ۲۸۴

$$\operatorname{Log}_{10} \sqrt{10000}$$

عبارت مقابل را حساب کنید: ۲۸۵

$$3 \operatorname{Log}_4 x = \operatorname{Log}_4 125$$

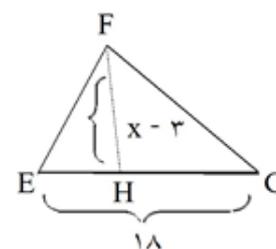
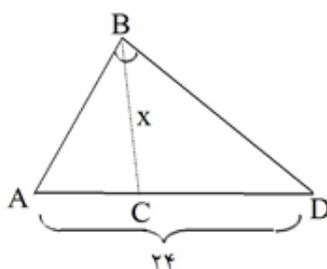
معادله‌ی مقابل را حل کنید. ۲۸۶

$$\begin{cases} 2^x + y = 16 \\ 2^x - y = 4 \end{cases}$$

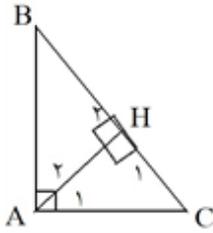
دستگاه معادله‌ی مقابل را، با استفاده از تعریف لگاریتم یا توان، حل کنید: ۲۸۷

اگر دو مثلث متشابه باشند، ثابت کنید نسبت میانه‌های نظیر در آن‌ها برابر است با نسبت تشابه دو مثلث. ۲۸۸

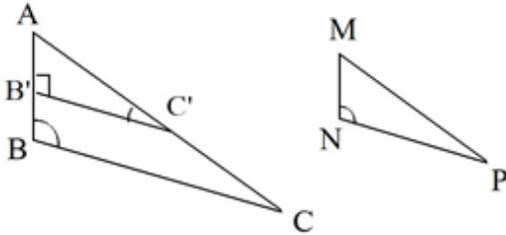
در شکل زیر دو مثلث متشابه‌اند و BC نیمساز زاویه‌ی B و FH نیمساز زاویه‌ی نظیر B یعنی F است. با استفاده از مقادیر داده شده، x را حساب کنید. ۲۸۹



۲۹۰ نشان دهید در هر مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر میانگین هندسی بین دو قطعه‌ی ایجاد شده روی وتر است.



۲۹۱ با توجه به شکل زیر، با استفاده از استدلال استتاجی نشان دهید، هرگاه سه ضلع از مثلثی، با سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، آن‌گاه آن دو مثلث متشابه‌اند.



۲۹۲ در عبارت زیر از کدام یک از ویژگی‌های تناسب استفاده شده است؟

$$\text{اگر } \frac{c}{d} = \frac{3}{2}, \text{ آن‌گاه } \frac{d}{c} = \frac{2}{3}$$

۲۹۳ اگر میانگین برابر ۴ و انحراف معیار برابر ۶ باشد ضریب تغییرات چقدر است؟

۲۹۴ در حالت کلی ثابت کنید که اگر داده‌ها را در عددی ضرب کنیم، واریانس آن‌ها در مجذور این عدد ضرب خواهد

$$\text{شد. به زبان نمادها } \sigma_{ax}^2 = a^2 \sigma_x^2$$

۲۹۵ در حالت کلی ثابت کنید که اگر داده‌ها را با عددی جمع کنیم، در واریانس آن‌ها تغییری حاصل نخواهد شد. به زبان

$$\text{نمادها } \sigma_{a+x}^2 = \sigma_x^2$$

۲۹۶ کدام شاخص نمایانگر بهتری از وضع دانش‌آموزان این کلاس می‌باشد؟

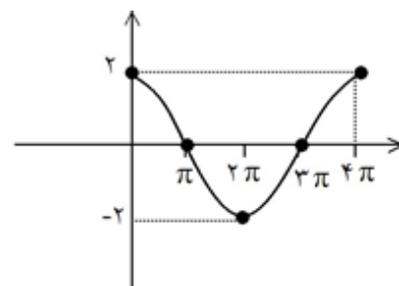
$$\frac{y-1}{y} - \frac{1}{y+1} = \frac{2y-1}{y^2+y} \quad \text{۲۹۷ معادله‌ی مقابل را حل کنید (کسرهای گویا با معنا فرض شده‌اند).}$$

$$\frac{z+1}{z-1} - \frac{z-1}{z+1} = 2z \left(1 - \frac{z-1}{z+1} \right) \quad \text{۲۹۸ معادله‌ی مقابل را حل کنید (کسر گویا با معنا فرض شده‌اند).}$$

$$\frac{12}{x-4} + \frac{1}{2x-3} = \frac{5}{7x-6} \quad \text{۲۹۹ معادله‌ی مقابل را حل کنید (کسر گویا با معنا فرض شده‌اند).}$$

۳۰۰ مختصات وسط پاره‌خط AB را پیدا کنید: $A(0, -8)$ و $B(-10, 2)$

$\frac{x}{\frac{1}{2}}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	0	π	2π	3π	4π
y	2	0	-2	0	2



1

از آنجا که $\sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) = \cos x$ ، بنابراین تابع را به صورت $y = a + b \cos x$ می‌نویسیم و از دو نقطه زیر با مختصات معلوم استفاده می‌کنیم.

2

$$A \left| \begin{array}{l} \cdot \\ \cdot \end{array} \right. \Rightarrow 1 = a + b \cos(0) \Rightarrow a + b = 1 \quad (1)$$

$$B \left| \begin{array}{l} -\frac{\pi}{2} \\ \cdot \\ -\frac{\pi}{2} \end{array} \right. \Rightarrow -\frac{1}{2} = a + b \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow a + \frac{b}{2} = -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ a + \frac{b}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = -2$$

$$y = -2 + 3 \cos x \xrightarrow{x = \frac{7\pi}{3}} y = -2 + 3 \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) \Rightarrow y = -2 + 3 \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= -2 + 3\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$x(\text{مسافت طی شده}) = V(\text{سرعت}) \cdot t(\text{زمان}) \Rightarrow t = \frac{x}{V}$$

سرعت آب رودخانه را V در نظر می‌گیریم.

$$t_{\text{رفت}} - t_{\text{برگشت}} = ۸۰ \Rightarrow \frac{۴۲۰}{۵-V} - \frac{۴۲۰}{۵+V} = ۸۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲۰} \frac{۲۱}{۵-V} - \frac{۲۱}{۵+V} = ۴ \xrightarrow{\times (۵-V)(۵+V)} ۲۱(۵+V) - ۲۱(۵-V) = ۴(۵-V)(۵+V)$$

$$\Rightarrow ۱۰۵ + ۲۱V - ۱۰۵ + ۲۱V = ۱۰۰ - ۴V^2 \Rightarrow ۴V^2 + ۴۲V - ۱۰۰ = 0 \xrightarrow{\div ۲}$$

$$۲V^2 + ۲۱V - ۵۰ = 0 \Rightarrow (V-۲)(۲V+۲۵) = 0 \Rightarrow \begin{cases} V=۲ \text{ ق ق} \\ V=-\frac{۲۵}{۲} \text{ غ ق} \end{cases}$$

	کل کار	مقدار کار در یک روز
علی	۱۰	$\frac{1}{10}$
رضا	x	$\frac{1}{x}$
علی و رضا	۴	$\frac{1}{4}$

مقدار کار انجام شده توسط رضا در یک روز + مقدار کار انجام شده توسط علی در یک روز = مقدار کار انجام شده توسط رضا و علی

$$\Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x+10}{10x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x = 10x + 20 \Rightarrow -6x = 20 \Rightarrow x = -\frac{20}{6} = -\frac{10}{3}$$

$$x(\text{مسافت طی شده}) = V(\text{سرعت}) \cdot t(\text{زمان}) \Rightarrow t = \frac{x}{V}$$

$$t_{\text{رفت}} - t_{\text{برگشت}} = \frac{۴}{۶۰} \Rightarrow \frac{1}{V-۲} - \frac{1}{V+۲} = \frac{1}{۱۵} \xrightarrow{\times ۱۵(V-۲)(V+۲)}$$

$$۱۵(V+۲) - ۱۵(V-۲) = V^2 - ۴ \Rightarrow V^2 - ۴ = ۶۰ \Rightarrow V^2 = ۶۴ \Rightarrow \begin{cases} V=۸ \text{ ق ق} \\ V=-۸ \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\text{Log}_6^3 = \frac{\text{Log}_3^3}{\text{Log}_3^6} = \frac{1}{\text{Log}_3^{2 \times 3}} = \frac{1}{\text{Log}_3^2 + \text{Log}_3^3} = \frac{1}{a+1}$$

الف) $D_f: x^2 - 6x + 5 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-5) \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \text{ یا } x \geq 5$

۷

$$D_f = (-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$$

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$x^2 - 6x + 5$	+	-	+	
$x^2 - 6x + 5 \geq 0$	ج	ج	ج	ج

ب) $D_g: x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$

$$D_g = \mathbb{R} - \{0, 5\}$$

$$S = \alpha + \beta = \frac{4}{3}$$

$$P = \alpha \cdot \beta = -\frac{1}{3}$$

ریشه معادله $\alpha \Rightarrow 3x^2 - 4x - 1 = 0 \xrightarrow{x=\alpha} 3\alpha^2 - 4\alpha - 1 = 0 \Rightarrow 3\alpha^2 - 4\alpha = 1$

$$2\alpha^2 + 3\alpha - \beta^2 + 7\beta = 3\alpha^2 - \alpha^2 + 7\alpha - 4\alpha + 7\beta - \beta^2$$

$$= (3\alpha^2 - 4\alpha) - (\alpha^2 + \beta^2) + 7(\alpha + \beta) = 1 - \frac{22}{9} + \frac{28}{3} = \frac{9 - 22 + 84}{9} = \frac{71}{9}$$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD \times AE}{AB \times AC} = \frac{3 \times 5}{10 \times 9} = \frac{1}{6}$$

بنا بر تشابه دو زاویه مساوی $\begin{cases} \hat{A} \text{ مشترک} \\ \hat{B}_1 = \hat{C} \end{cases} \rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC}$

$$\Rightarrow \frac{2k}{k+9} = \frac{k}{2k} \Rightarrow 4k = k+9 \Rightarrow 3k = 9 \Rightarrow k = 3$$

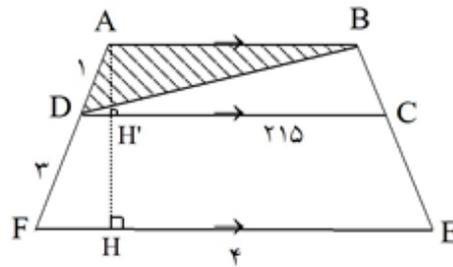
قائم الزاویه $\triangle AHC: AH^2 = 4 \times 16 = 64 \Rightarrow AH = 8$

قائم الزاویه $\triangle AHB: x^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow x = 10$

$\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 400 = AB^2 + 144 \Rightarrow AB^2 = 256 \Rightarrow AB = 16$

\hat{C} روی نیمساز E $\Rightarrow EB = ED = 6$

$x = AE = AB - BE = 16 - 6 = 10$

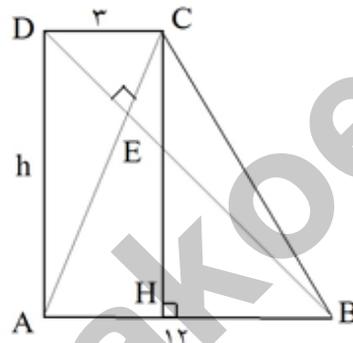


$$DC = \frac{AD \times EF + DF \times AB}{AF} \Rightarrow 2/5 = \frac{1 \times 4 + 3AB}{4} \Rightarrow 3AB = 10 - 4 = 6 \Rightarrow AB = 2$$

$$\frac{AH'}{AH} = \frac{AD}{AF} = \frac{1}{4}$$

از A عمود AH را بر EF وارد می‌کنیم در این صورت:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{ABEF}} = \frac{\frac{1}{2}AH' \times AB}{\frac{1}{2}(AB + EF) \times AH} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \times 2 \times AH'}{\cancel{\frac{1}{2}} \times 6 \times AH} = \frac{1}{3} \times \frac{AH'}{AH} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$



$$h^2 = DC \times AB \Rightarrow h^2 = 3 \times 12 = 36 \Rightarrow h = 6$$

از C عمود CH را بر AB رسم می‌کنیم در این صورت:

$$BH = AB - AH \xrightarrow{AH = DC = 3} BH = 12 - 3 = 9$$

$$\text{قائم الزاویه } \triangle BCH : BC^2 = CH^2 + BH^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$

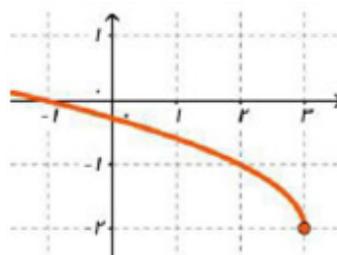
$$\frac{OK}{OP} = \frac{DC}{AB} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{DC}{12} \Rightarrow DC = 6$$

$$\frac{1}{EF} = \frac{1}{DC} + \frac{1}{AB} \Rightarrow \frac{1}{EF} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow EF = 4$$

$$\triangle ADC : EP = \frac{1}{2}DC \Rightarrow 2 = \frac{1}{2}c \Rightarrow c = 4$$

۱۷

$$PK = \frac{1}{2}|a - c| \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}|a - 4| \Rightarrow |a - 4| = 6 \Rightarrow a = 10 \Rightarrow ac = 40$$



$$f(x) = \sqrt{3-x} - 2$$

۱۸

$$\text{الف) } f(3) = 3^3 = 27$$

۱۹

$$\text{ب) } g(-1) = \left(\frac{1}{16}\right)^{-1} = 16$$

$$\text{پ) } h(-2) = 10^{\frac{1}{100}} = \frac{1}{100}$$

ت) نادرست

پ) درست

ب) نادرست

الف) درست

۲۰

گزینه پ و ث و ج

۲۱

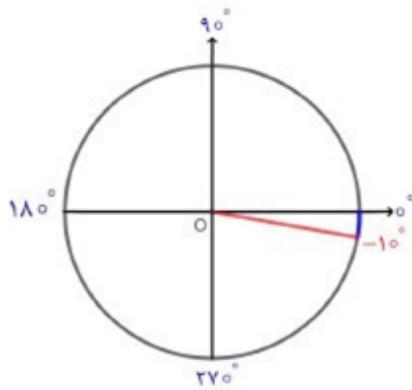
راه اول:

۲۲

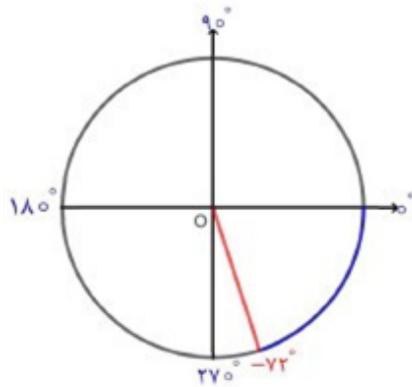
$$\text{رادیان } \frac{\pi}{20} \xrightarrow{\text{رادیان } \pi = 180^\circ} \frac{180^\circ}{20} = 9^\circ$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\text{رادیان } \frac{\pi}{20}}{\text{رادیان } \pi} \Rightarrow D = \frac{180^\circ}{20} \Rightarrow D = 9^\circ$$

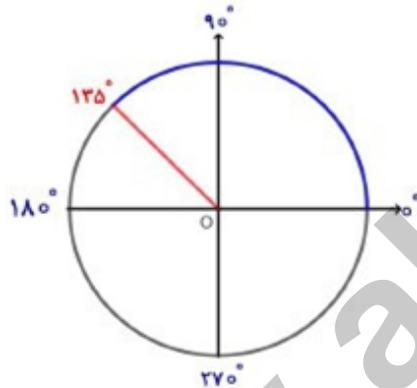
راه دوم:



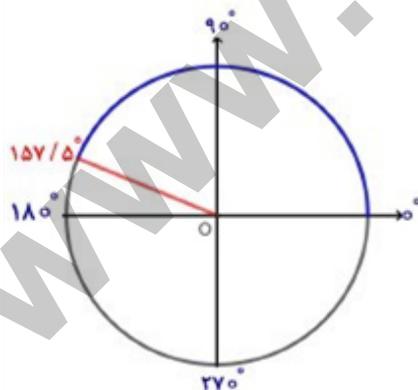
$$\text{رادیان } \frac{-\pi}{18} \xrightarrow{\text{رادیان } \pi = 180^\circ} \frac{-180^\circ}{18} = -10^\circ$$



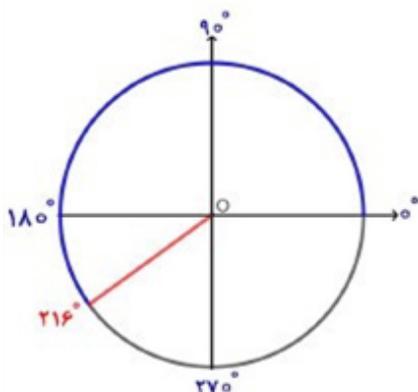
$$\text{رادیان } \frac{-2\pi}{5} \xrightarrow{\text{رادیان } \pi = 180^\circ} \frac{-360^\circ}{5} = -72^\circ$$



$$\text{رادیان } \frac{3\pi}{4} \xrightarrow{\text{رادیان } \pi = 180^\circ} \frac{540^\circ}{4} = 135^\circ$$

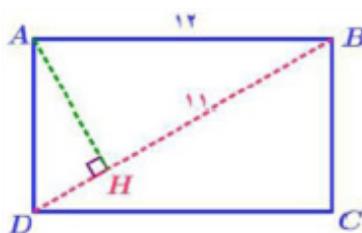
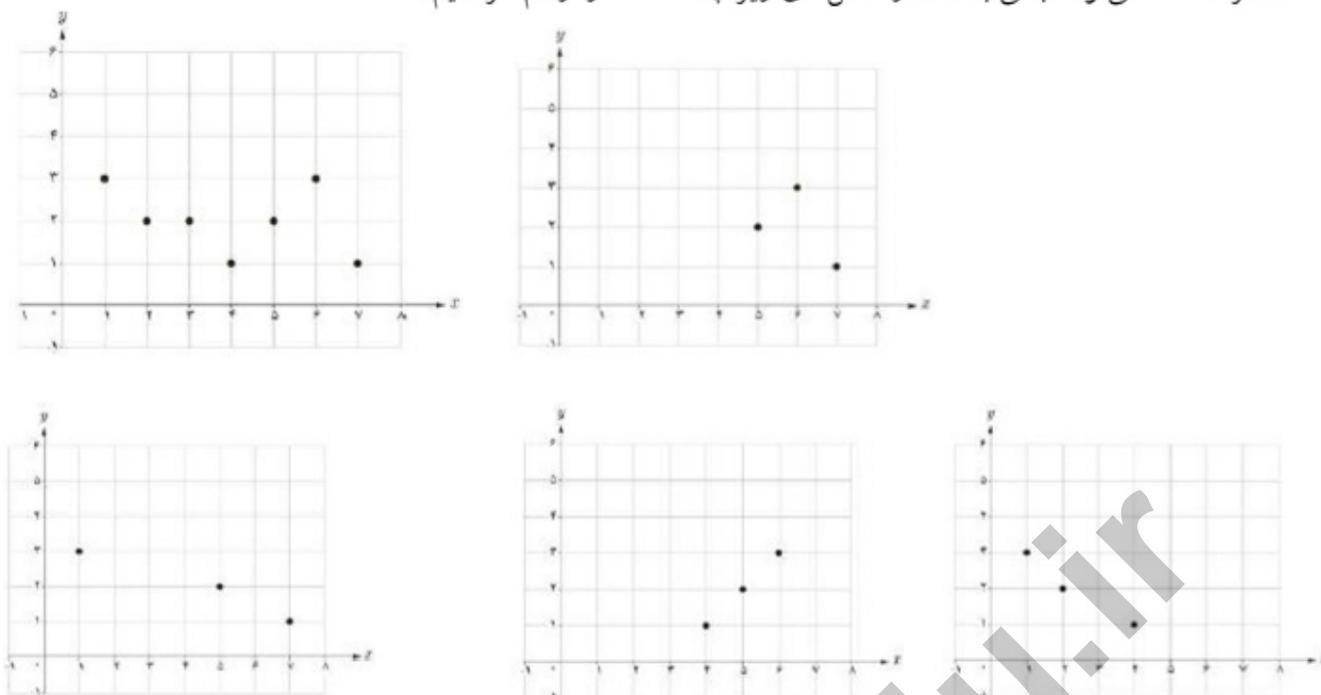


$$\text{رادیان } \frac{7\pi}{8} \xrightarrow{\text{رادیان } \pi = 180^\circ} \frac{1260^\circ}{8} = 157.5^\circ$$



$$\text{رادیان } \frac{6\pi}{5} \xrightarrow{\text{رادیان } \pi = 180^\circ} \frac{1080^\circ}{5} = 216^\circ$$

حداکثر ۳ نقطه می‌تواند باقی بماند. در شکل‌های زیر چند حالت را رسم کرده‌ایم.



$$AD = ? , BD = ? , AH = ? , BH = 11 , AB = 12$$

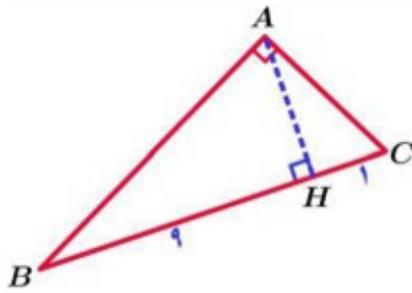
$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow (12)^2 = (AH)^2 + (11)^2$$

$$\Rightarrow (AH)^2 = 144 - 121 = 23 \Rightarrow AH = \sqrt{23}$$

$$(AH)^2 = BH \times HD \Rightarrow (\sqrt{23})^2 = 11 \times HD \Rightarrow HD = \frac{23}{11}$$

$$BD = BH + HD \Rightarrow BD = 11 + \frac{23}{11} = \frac{121 + 23}{11} = \frac{144}{11}$$

$$(AD)^2 = HD \times BD \Rightarrow (AD)^2 = \frac{23}{11} \times \frac{144}{11} \Rightarrow (AD)^2 = \frac{23 \times 144}{121} \Rightarrow AD = \frac{12}{11} \sqrt{23}$$

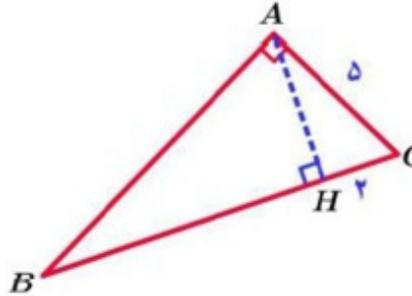
الف) $AC = ?$, $AB = ?$, $AH = ?$, $BH = 9$, $BC = 10$

$$BH + HC = BC \Rightarrow 9 + HC = 10 \Rightarrow HC = 10 - 9 \Rightarrow HC = 1$$

$$(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = 9 \times 1 \Rightarrow (AH)^2 = 9 \Rightarrow AH = 3$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = 9 \times 10 \Rightarrow (AB)^2 = 90 \\ \Rightarrow AB = \sqrt{90}$$

$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (AC)^2 = 1 \times 10 \Rightarrow (AC)^2 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$$

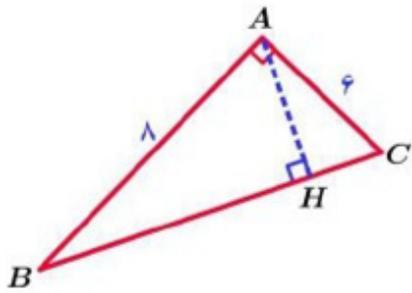
ب) $AB = ?$, $AH = ?$, $BC = ?$, $CH = 2$, $AC = 5$

$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (5)^2 = 2 \times BC \Rightarrow BC = \frac{25}{2}$$

$$BH + HC = BC \Rightarrow BH + 2 = \frac{25}{2} \Rightarrow BH = \frac{25}{2} - 2 \Rightarrow BH = \frac{21}{2}$$

$$(AH)^2 = BH \times HC \Rightarrow (AH)^2 = \frac{21}{2} \times 2 \Rightarrow (AH)^2 = 21 \Rightarrow AH = \sqrt{21}$$

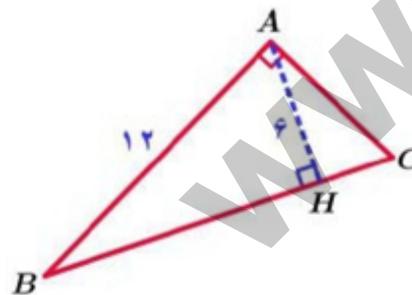
$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21}{2} \times \frac{25}{2} \Rightarrow (AB)^2 = \frac{21 \times 25}{2} \Rightarrow AB = \frac{5\sqrt{21}}{2}$$

ب) $AH = ?$, $BC = ?$, $AC = 6$, $AB = 8$

$$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2 \Rightarrow (BC)^2 = (6)^2 + (8)^2 \\ = 36 + 64 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (8)^2 = BH \times 10 \Rightarrow BH = \frac{64}{10}$$

$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 8 \times 6 = AH \times 10 \Rightarrow AH = \frac{48}{10}$$

 $AC = ?$, $BC = ?$, $BH = ?$, $AH = 6$, $AB = 12$

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow (12)^2 = (6)^2 + (BH)^2 \\ \Rightarrow (BH)^2 = 144 - 36 = 108 \Rightarrow BH = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

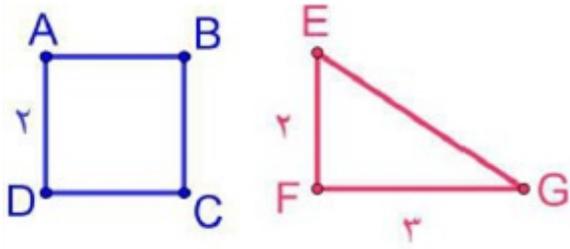
$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (12)^2 = 6\sqrt{3} \times BC \Rightarrow BC = \frac{144}{6\sqrt{3}} \Rightarrow BC = \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{3}$$

$$BH + HC = BC \Rightarrow 6\sqrt{3} + HC = 8\sqrt{3} \Rightarrow HC = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \Rightarrow HC = 2\sqrt{3}$$

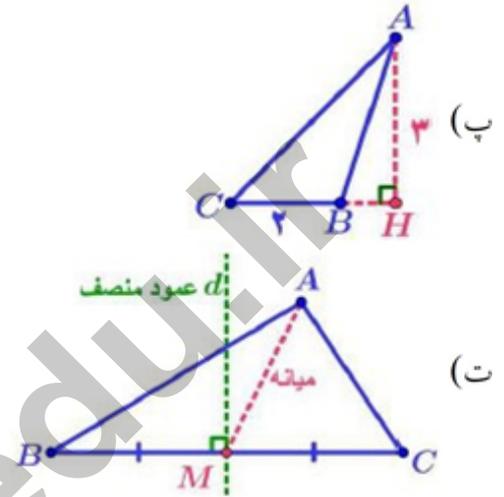
$$(AC)^2 = HC \times BC \Rightarrow (AC)^2 = 2\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} \Rightarrow (AC)^2 = 48 \Rightarrow AC = \sqrt{48} \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$$

۲۷ الف) ۲۱۱ عدد اول است و از ۱۲۷ بزرگتر است.



(ب)

$$S_{\triangle EFG} < S_{\square ABCD} \Leftrightarrow S_{\square ABCD} = 2 \times 2 = 4, S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$$

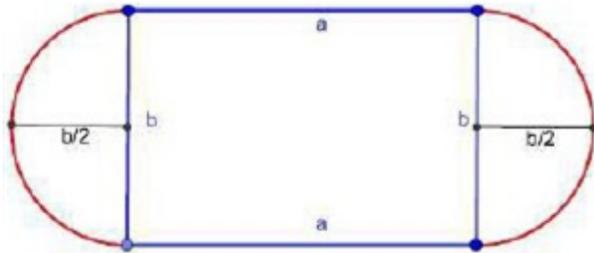


www.akoedu.ir

$$\text{الف) } P = P_O + 2a \Rightarrow P = 2\pi \times \frac{b}{2} + 2a \Rightarrow \pi b + 2a = 1500 \Rightarrow a = 750 - \frac{\pi}{2}b$$

$-\frac{\pi}{2} < 0$ دهانه‌ی سهمی رو به پایین است و نقطه‌ی ماکزیمم دارد

$$S_{\square} = ab \Rightarrow S_{\square} = \left(750 - \frac{\pi}{2}b\right)b \Rightarrow S_{\square} = -\frac{\pi}{2}b^2 + 750b \Rightarrow b = \frac{750}{2\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{750}{\pi}$$



$$\pi = 3 \rightarrow b = 250 \text{ m}, a = 750 - \frac{\pi}{2} \times \frac{750}{\pi} = 375 \text{ m}$$

$$S_{\square} = 250 \times 375 = 93750 \text{ m}^2, S = S_{\square} + S_{\circ} = 93750 + 3(1250) = 140625$$

$$\text{ب) } a = 750 - \frac{\pi}{2}b$$

$-\frac{\pi}{2} < 0$ دهانه‌ی سهمی رو به پایین است و نقطه‌ی ماکزیمم دارد

$$S = S_{\square} + S_{\circ} \Rightarrow S = -\frac{\pi}{2}b^2 + 750b + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \pi \Rightarrow S = -\frac{\pi}{2}b^2 + 750b$$

$$b = \frac{-750}{2\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{750}{\pi} \Rightarrow a = 750 - \frac{\pi}{2} \times \frac{750}{\pi} = 375$$

$$S = 3 \times (250)^2 = 187500 \text{ m}^2$$

$$\text{الف) } f(x) = -2x^2 + 8x - 5$$

$a = -2 < 0$ دهانه‌ی سهمی رو به پایین و نقطه‌ی ماکزیمم دارد

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = 2$$

$$f(2) = -2 \times 2^2 + 8 \times 2 - 5 = 3 \Rightarrow f(2) = 3$$

$$\text{ب) } g(x) = 3x^2 + 6x + 5$$

$a = 3 > 0$ دهانه سهمی رو به بالا و نقطه‌ی مینیمم دارد

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -1$$

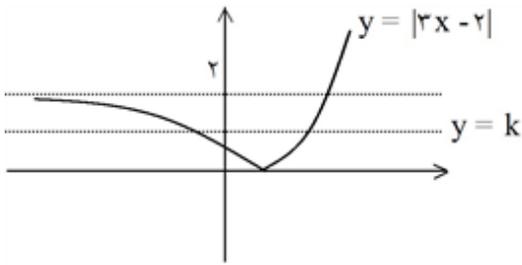
$$g(-1) = 3 \times 1 + 6(-1) + 5 = 2 \Rightarrow f(-1) = 2$$

۳۰

$$\alpha = 1 - \sqrt{2}, \beta = 1 + \sqrt{2}$$

$$S = \alpha + \beta \Rightarrow S = 1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} = 2, P = \alpha \cdot \beta = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = -1$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$



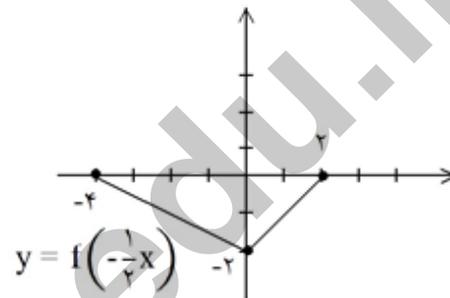
نمودار توابع $y = |3x - 2|$ و $y = k$ را رسم می‌کنیم از روی شکل معلوم است که فقط وقتی $0 < k < 2$ باشد، نمودارها یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند و معادله‌ی موردنظر دارای ۲ جواب است. پس:

$$k \in (0, 2)$$

۳۲

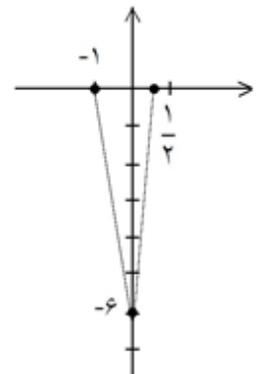
برای به دست آوردن جواب باید X تمام نقاط تابع داده شده را در عدد $\frac{1}{4}$ ضرب کنیم بنابراین داریم:

$$y = f\left(-\frac{1}{4}x\right) \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -4 & 0 & 2 \\ \hline y & 0 & -2 & 0 \end{array}$$



$$y = f(-2x) \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & \frac{1}{2} \\ \hline y & 0 & -2 & 0 \end{array}$$

$$y = 3f(-2x) \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & \frac{1}{2} \\ \hline y & 0 & -6 & 0 \end{array}$$



$$x \Rightarrow -x \Rightarrow -f(-x) \times \operatorname{tg} x - f(x) \times \operatorname{Cotg} x = -x$$

$$\begin{cases} f(x) \times \operatorname{tg} x + \frac{f(-x)}{\operatorname{tg} x} = x \xrightarrow{\times \operatorname{tg}^2 x} f(x) \times \operatorname{tg}^3 x + f(-x) \times \operatorname{tg} x = x \times \operatorname{tg}^2 x & (1) \\ -f(-x) \times \operatorname{tg} x - \frac{f(x)}{\operatorname{tg} x} = -x & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1 + 2 &\Rightarrow f(x) \left(\operatorname{tg}^3 x - \frac{1}{\operatorname{tg} x} \right) = x (\operatorname{tg}^3 x - 1) \Rightarrow f(x) \left(\frac{\operatorname{tg}^4 x - 1}{\operatorname{tg} x} \right) = x (\operatorname{tg}^3 x - 1) \\ &\Rightarrow f(x) \times \frac{(\operatorname{tg}^2 x - 1)(\operatorname{tg}^2 x + 1)}{\operatorname{tg} x} = x (\operatorname{tg}^2 x - 1) \Rightarrow f(x) = \frac{x \times \operatorname{tg} x}{\operatorname{tg}^2 x + 1} \end{aligned}$$

$$u = 2 \Rightarrow 2(4a - 2 - 5) = 2 \xrightarrow{\div 2} 4a - 7 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$u(2u^2 - u - 5) = 2 \Rightarrow 2u^3 - u^2 - 5u - 2 = 0 \Rightarrow (u - 2)(2u^2 + 3u + 1) = 0 \Rightarrow S = -\frac{3}{2}$$

$$f(x) = 4 \cos(19\pi + x) - 1 \Rightarrow f(x) = -4 \cos(x) - 1 \Rightarrow f\left(\frac{11\pi}{4}\right) = -4 \cos\left(\frac{11\pi}{4}\right) - 1$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{11\pi}{4}\right) = -4 \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = -4 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 1 = 2\sqrt{2} - 1$$

$$f(x) = 3 \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + 1 \Rightarrow f(x) = 3 \cos(x) + 1 \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{6}\right) = 3 \cos\left(\frac{\sqrt{\pi}}{6}\right) + 1$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{6}\right) = 3 \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = -3 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + 1 = -3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + 1$$

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in Z \\ -1 & x \notin Z \end{cases}$$

$$x \in Z \Rightarrow 4x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{غ ق ق} \quad \text{(الف)}$$

$$x \notin Z \Rightarrow 4x^2 - 5 = -1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \quad \text{غ ق ق}$$

$x \in Z \Rightarrow$ جواب ندارد زیرا مخرج صفر می شود

جواب ندارد
(ب)

$$x \notin Z \Rightarrow 3x^2 - 4x = \frac{1}{-1} \Rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{1}{3} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$BC \text{ معادله} \Rightarrow m_{BC} = \frac{4+2}{-2-1} = -2 \xrightarrow{C(1, -2)} y = -2x$$

۳۸

خط AH بر BC عمود است پس شیب AH قرینه و معکوس شیب BC است.

$$AH \text{ معادله} \Rightarrow m_{AH} = \frac{1}{2} \xrightarrow{A(3, 5)} y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

$$H \text{ مختصات} \Rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} = -2x \Rightarrow \frac{5}{2}x = -\frac{7}{2} \Rightarrow x = -\frac{7}{5} \Rightarrow y = \frac{14}{5} \Rightarrow H\left(-\frac{7}{5}, \frac{14}{5}\right)$$

$$R = \max - \min = 250 - 12 = 238$$

۳۹ الف)

$$Q_1 = 23$$

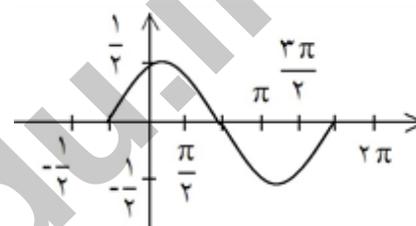
(ب)

$$Q_2 = 80/5$$

(پ)

$$Q_3 = 100$$

(ت)



۴۰

$$8x^6 - 7x^3 - 1 = 0$$

$$t = x^3 \Rightarrow 8t^2 - 7t - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} t = 1 \Rightarrow x = 1 \\ t = -\frac{1}{8} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۴۱

$$[2x-1] = 3 \Rightarrow 3 \leq 2x-1 < 4 \Rightarrow 2 \leq x < \frac{5}{2}$$

۴۲

الف) رابطه ضریب تغییرات را می نویسیم: ۴۳

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \Rightarrow 3 = \frac{\sigma}{5} \Rightarrow \sigma = 15 \Rightarrow \sigma^2 = 225$$

ب) مجموع ۱۰ داده‌ی اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \Rightarrow 5 = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \Rightarrow x_1 + \dots + x_{10} = 50$$

حال با دو داده‌ی ۵ محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{X}' = \frac{x_1 + \dots + x_{10} + 5 + 5}{12} \Rightarrow \bar{X}' = \frac{50 + 5 + 5}{12} = 5$$

حال رابطه‌ی انحراف معیار را برای ۱۰ داده‌ی اولیه می‌نویسیم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2}{10}} \Rightarrow 15 = \sqrt{\frac{(x_1 - 5)^2 + \dots + (x_{10} - 5)^2}{10}}$$

$$\frac{(x_1 - 5)^2 + \dots + (x_{10} - 5)^2}{10} = 225 \Rightarrow (x_1 - 5)^2 + \dots + (x_{10} - 5)^2 = 2250$$

رابطه‌ی انحراف معیار را برای ۱۲ داده‌ی جدید می‌نویسیم:

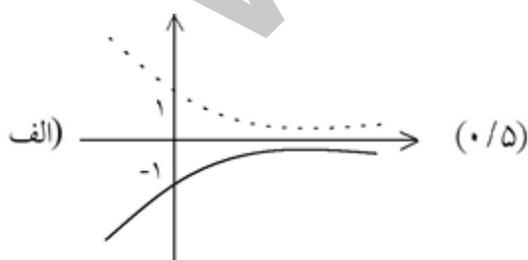
$$\sigma' = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2 + (5 - \bar{X})^2 + (5 - \bar{X})^2}{12}}$$

$$\Rightarrow \sigma' = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2 + 0 + 0}{12}}$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{2250}{12}} = \sqrt{187.5}$$

رابطه‌ی ضریب تغییرات را می‌نویسیم:

$$CV' = \frac{\sigma'}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{187.5}}{5}$$

ب) $D_f = R$ $R_f = (-\infty, 0)$ (۰/۵) ۴۴

پ) بله زیرا هر خط موازی محور X ها نمودار را در یک نقطه قطع می‌کند. (۰/۵)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{D} \\ \hat{\Lambda}_1 = \hat{\Lambda}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADE \cong \triangle ABC \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases} \quad (0/5)$$

تساوی دو زاویه

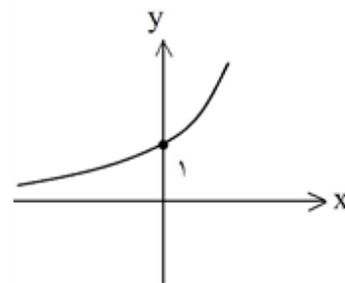
$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-3x}-2}{x^2+3x+2} \times \frac{\sqrt{1-3x}+2}{\sqrt{1-3x}+2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\overbrace{1-3x-4}^{-3(x+1)}}{(x+2)\cancel{(x+1)}(\sqrt{1-3x}+2)} = \frac{-3}{4} \quad (0/0)$$

$$\text{ب) } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \quad (0/0) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \quad (0/0) \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2} = \text{وجود ندارد} \quad (0/0)$$

$$\text{پ) } \sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^2 \quad \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 - 3t + 1}{t^2 - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\cancel{(t-1)}(2t-1)}{\cancel{(t-1)}(t+1)} = \frac{1}{2} \quad (0/0)$$

$$\begin{cases} \alpha = 2 + \sqrt{3} \\ \beta = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4 \\ P = \alpha \cdot \beta = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1 \end{cases}$$

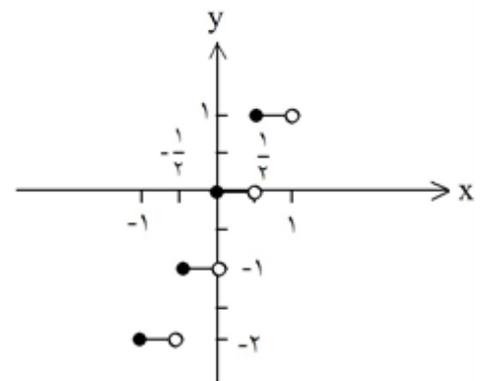
$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$



$$\begin{aligned} f(x) &= 2^x \\ D_f &= \mathbb{R} \\ R_f &= (0, +\infty) \end{aligned}$$

$$f(x) = [2x] \quad x \in [-1, 1)$$

$$\begin{aligned} -1 \leq x < -\frac{1}{2} &\Rightarrow -2 \leq 2x < -1 \Rightarrow f(x) = -2 \\ -\frac{1}{2} \leq x < 0 &\Rightarrow -1 \leq 2x < 0 \Rightarrow f(x) = -1 \\ 0 \leq x < \frac{1}{2} &\Rightarrow 0 \leq 2x < 1 \Rightarrow f(x) = 0 \\ \frac{1}{2} \leq x < 1 &\Rightarrow 1 \leq 2x < 2 \Rightarrow f(x) = 1 \end{aligned}$$



$$\text{شرط پیوستگی: } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1)$$

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} rx + b = -r + b$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 + [x]}{|x|} = \frac{1 - 2}{1} = -1 \Rightarrow -r + b = -1 \Rightarrow b = r$$

$$x^2 + 2x > 0 \Rightarrow x > 0 \text{ یا } x < -2 \quad (1)$$

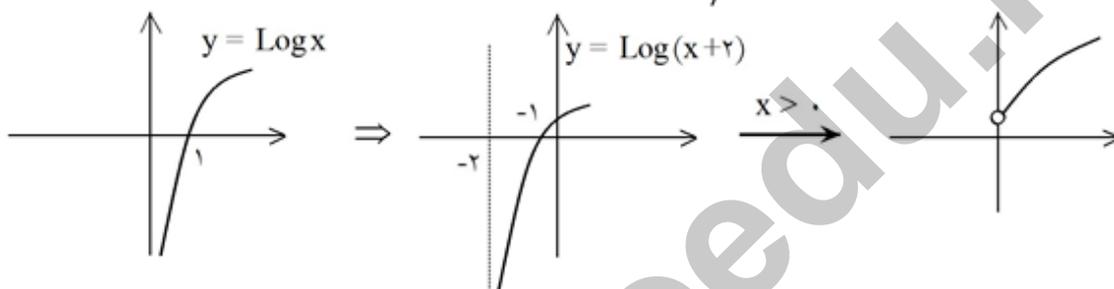
$$x > 0 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2)$$

$$\longrightarrow D = (0, +\infty)$$



$$y = \log(x^2 + 2x) - \log x = \log \frac{(x^2 + 2x)}{x} = \log \frac{x(x+2)}{x} = \log(x+2)$$



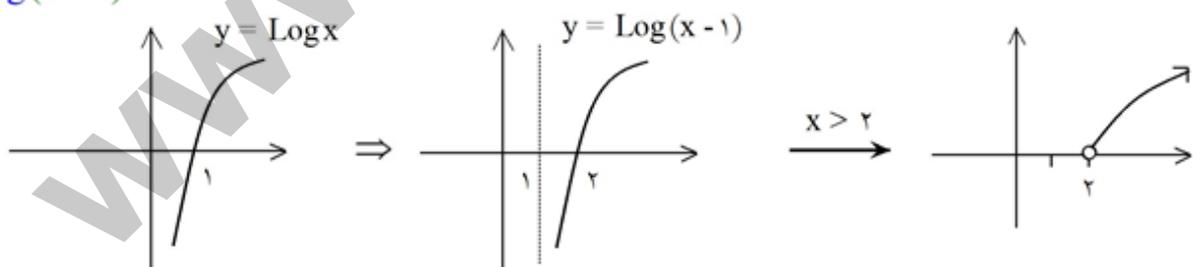
$$x^2 - 3x + 2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < 1 \quad (1)$$

$$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2)$$

$$\longrightarrow D = (2, +\infty)$$

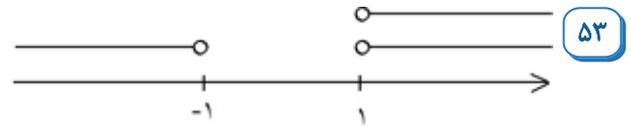
$$y = \log(x^2 - 3x + 2) - \log(x-2) = \log \frac{(x^2 - 3x + 2)}{(x-2)} = \log \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)} = \log(x-1)$$



$$x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \quad (1)$$

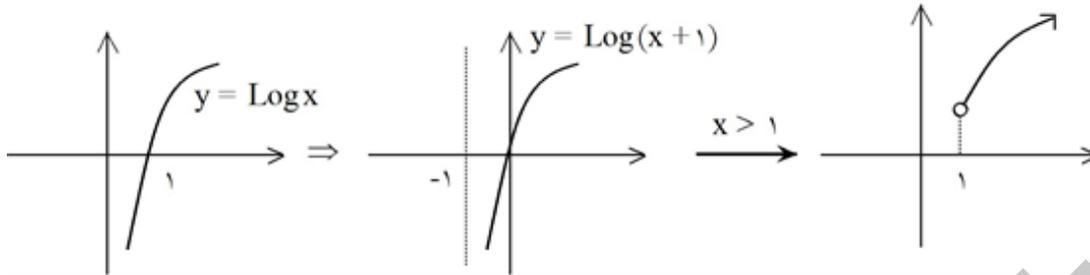
$$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow D = (1, +\infty)$$

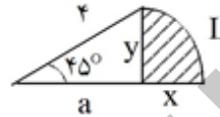


۵۳

$$y = \text{Log}(x^2 - 1) - \text{Log}(x - 1) = \text{Log} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \text{Log} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} \Rightarrow y = \text{Log}(x+1)$$



$$L = r\theta \Rightarrow L = r \times \frac{\pi}{4} = \pi$$



۵۴

$$\sin 45 = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\cos 45 = \frac{a}{r} \Rightarrow a = r \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$a = 2\sqrt{2}$$

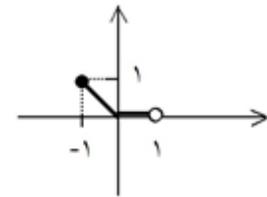
$$a + x = r \rightarrow x = r - 2\sqrt{2}$$

$$\text{محیط قسمت هاشور خورده } P = x + y + L = 2 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \pi = 2 + \pi$$

(الف) ۵۵

$$-1 \leq x < 0 \xrightarrow{[x] = -1} y = -x \quad \begin{array}{c|cc} x & -1 & 0 \\ \hline y & 1 & 0 \end{array}$$

$$0 \leq x < 1 \xrightarrow{[x] = 0} y = 0 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 0 & 0 \end{array}$$



x	-0/1	-0/01	-0/001	0	0/001	0/01	0/1
f(x)	0/1	0/01	0/001	0	0	0	0

(ب)

(ج) موجود است. زیرا حد راست و چپ برابر است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$y = \log_5(x-1) + 5 \Rightarrow y-5 = \log_5(x-1) \Rightarrow x-1 = 5^{y-5} \Rightarrow x = 5^{y-5} + 1$$

$$\xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = 5^{x-5} + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 5^{x-5} + 1$$

۵۶

$$y = 3^{x-1} + 5 \Rightarrow y-5 = 3^{x-1} \Rightarrow \log_3(y-5) = x-1 \Rightarrow x = \log_3(y-5) + 1$$

$$\xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \log_3(x-5) + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_3(x-5) + 1$$

۵۷

$$\text{الف) } 3^{x^2+2x} \leq 3^{5x+10} \Rightarrow x^2+2x \leq 5x+10 \Rightarrow x^2-3x-10 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 5$$

۵۸

$$\text{ب) } \left(\frac{1}{5}\right)^{1-7x} > \left(\frac{1}{5}\right)^{4x-21} \Rightarrow 1-7x < 4x-21 \Rightarrow -11x < -22 \Rightarrow x > 2$$

ابتدا نقطه‌ی وسط پاره‌خط AB را حساب می‌کنیم. ۵۹

$$M \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-7 + 1}{2} = -3 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1 \end{cases}$$

سپس شیب خط گذرنده از پاره‌خط AB را حساب کرده و قرینه و معکوس می‌کنیم.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 - 4}{-7 - 1} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس}} m' = -\frac{4}{3}$$

معادله خط عمودمنصف برابر است با:

$$y - y_M = m'(x - x_M) \Rightarrow y - 1 = -\frac{4}{3}(x + 3) \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x - 3$$

برای مشخص کردن آن‌که نقطه‌ی C روی عمودمنصف است باید x را در معادله‌ی خط عمودمنصف قرار داده و y به دست آمده با y نقطه‌ی C برابر باشد.

$$x = 3 \Rightarrow y = -\frac{4}{3}(3) - 3 \Rightarrow y = -7$$

نقطه C روی عمودمنصف قرار دارد.

ابتدا نقطه‌ی (۲, ۵) را درون ضابطه تابع قرار می‌دهیم تا a به دست آید. ۶۰

$$\begin{cases} x = 2 \Rightarrow 5 = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{5} \Rightarrow y = (\sqrt{5})^x \\ y = 5 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = (\sqrt{5})^1 \Rightarrow y = \sqrt{5} \Rightarrow A(1, \sqrt{5})$$

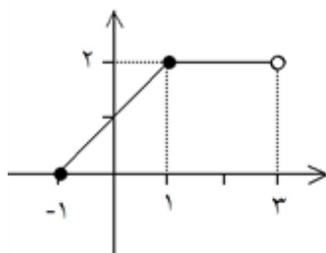
$$x = -1 \Rightarrow y = (\sqrt{5})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow B\left(-1, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$$

$$x = -4 \Rightarrow y = (\sqrt{5})^{-4} = \frac{1}{25} \Rightarrow C\left(-4, \frac{1}{25}\right)$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \leq x < 1 \\ 2 & 1 \leq x < 3 \end{cases}$$

x	-1	1
y	0	2

x	1	3
y	2	2



x	0/9	0/99	0/999	1	1/0.01	1/0.1	1/1
f(x)	1/9	1/99	1/999	2	2	2	2

(ب)

(ج)

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$$

۶۲ برای آن که در $x = 3$ دارای حد باشد باید حد راست و چپ در $x = 3$ برابر باشد.

$$x \rightarrow 3^+ \Rightarrow x > 3 \xrightarrow{\times (-3)} -3x < -9 \Rightarrow [-3x] = -10$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} [-3x] = -10$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{x-3} + ax = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x-3)}{(x-3)} + ax = -1 + 3a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \Rightarrow -10 = -1 + 3a \Rightarrow 3a = -9 \Rightarrow a = -3$$

۶۳ فاصله نقطه A تا خط موردنظر برابر است با طول ضلع مربع

$$\forall x - y - 3 = 0, A(-1, 5)$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|v(-1) - 5 - 3|}{\sqrt{v^2 + (-1)^2}} = \frac{15}{\sqrt{50}} \Rightarrow S = d^2 = \left(\frac{15}{\sqrt{50}}\right)^2 = \frac{225}{50} = \frac{9}{2}$$

محور y ها را در نقطه ای به عرض ۲ قطع می کند ۶۴

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow A(0, 2)$$

$$\Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2$$

$$B(1, -1) \Rightarrow a(1)^2 + b(1) + 2 = -1 \Rightarrow a + b = -3$$

$$C(-2, 14) \Rightarrow a(-2)^2 + b(-2) + 2 = 14 \Rightarrow 4a - 2b = 12 \Rightarrow 2a - b = 6$$

$$\begin{cases} a + b = -3 \\ 2a - b = 6 \end{cases} \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 2$$

محور y ها را در نقطه ای به عرض یک قطع می کند ۶۵

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow A(0, 1)$$

$$\Rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$B(1, 6) \Rightarrow a(1)^2 + b(1) + 1 = 6 \Rightarrow a + b = 5$$

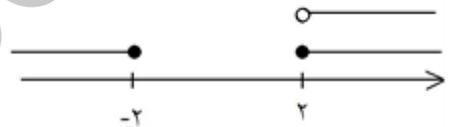
$$C(-3, 22) \Rightarrow a(-3)^2 + b(-3) + 1 = 22 \Rightarrow 9a - 3b = 21 \Rightarrow 3a - b = 7$$

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ 3a - b = 7 \end{cases} \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow y = 3x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2 \quad (1)$$

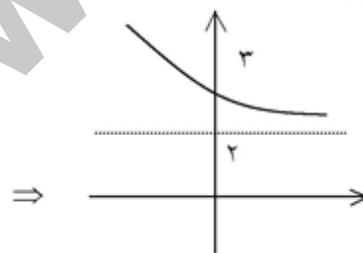
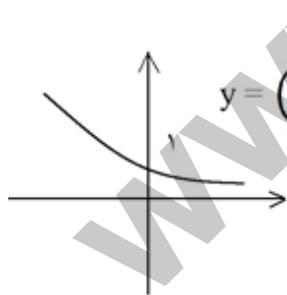
$$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (2, +\infty)$$



$$\text{Log}_a^b = b$$

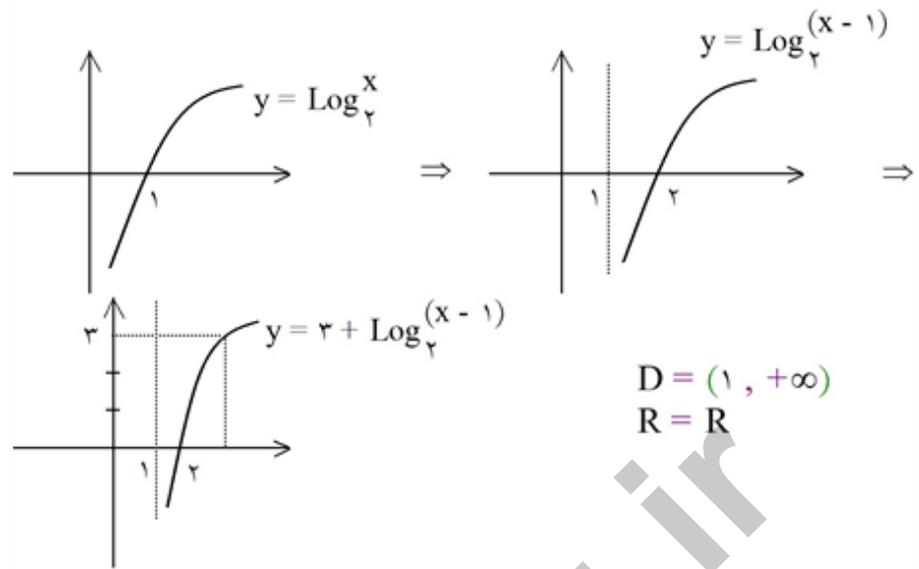
$$y = 3^{-\text{Log}_3^x} + 2 \Rightarrow y = 3^{\text{Log}_3(x^{-1})} + 2 \Rightarrow y = \left(\frac{1}{x}\right)^x + 2$$



$$D = \mathbb{R}$$

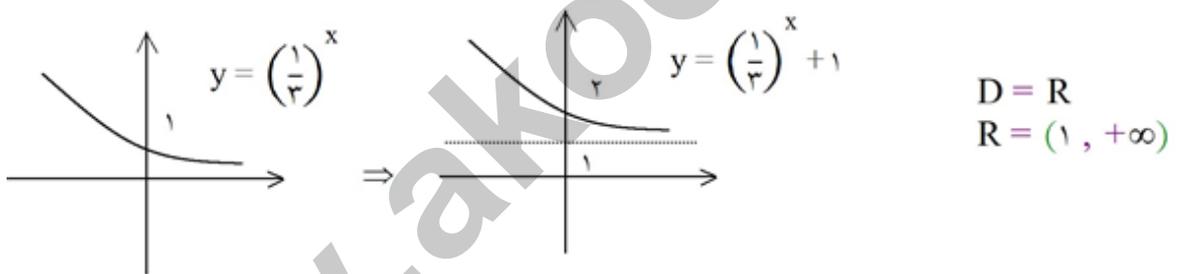
$$R = (2, +\infty)$$

$$y = r - \text{Log}_r(x-1)^{-1} \Rightarrow y = r + \text{Log}_r(x-1)$$



a $\text{Log}_a^b = b$

$$y = r^{\text{Log}_r^{r^{-x}} + 1} \Rightarrow y = r^{-x} + 1 \Rightarrow y = \left(\frac{1}{r}\right)^x + 1$$

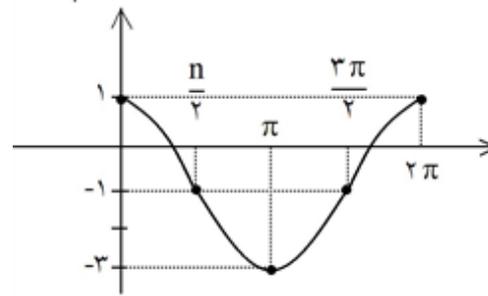


الف) $\text{Log}_{\sqrt{r}}^r = \text{Log}_{\frac{r}{2}}^r = \frac{r}{\frac{r}{2}} \text{Log}_{\frac{r}{2}}^r = \frac{r}{\frac{r}{2}} = 2$

ب) $\text{Log}_{r^2}^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r^2} \text{Log}_r^r = \frac{1}{r^2} = \frac{1}{49}$

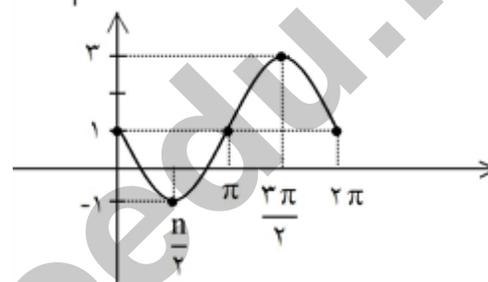
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	1	-1	1	-1	1

۷۱



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	1	-1	1	-1	1

۷۲



$B = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$ هر دو عدد زوج باشد
 $A \Rightarrow A \cap B = \{(2, 6), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$ حداقل یکی مضرب ۳ باشد

۷۳

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{5}{9}$$

f یک تابع خطی گذرنده از $A(0, 5)$ و $B(5, 0)$ است. ۷۴

$$f(x) = ax + b$$

$$A(0, 5) \Rightarrow a(0) + b = 5 \Rightarrow b = 5$$

$$B(5, 0) \Rightarrow a(5) + b = 0 \xrightarrow{b=5} a = -1 \Rightarrow f(x) = -x + 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x(x-5)}{-(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{-1} = -5$$

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ شرط پیوستگی در } : \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} a \sin 2x - b \tan x = a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - b \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = a - b$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} a \sin 6x - 3 = a \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) - 3 = -a - 3$$

$$-a - 3 = 5 \Rightarrow -a = 8 \Rightarrow a = -8$$

$$a - b = 5 \xrightarrow{a = -8} -8 - b = 5 \Rightarrow -b = 13 \Rightarrow b = -13$$

$$x = 3 \text{ شرط پیوستگی در } : \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3} - ax = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} - ax = 6 - 3a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} b[-x] + ax = -3b + 3a$$

$$6 - 3a = 12 \Rightarrow -3a = 6 \Rightarrow a = -2$$

$$-3b + 3a = 12 \xrightarrow{a = -2} -3b - 6 = 12 \Rightarrow -3b = 18 \Rightarrow b = -6$$

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_9}{9} = 18 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 162$$

$$\bar{x}_2 = \frac{x_{10} + x_{11} + \dots + x_{20}}{11} = 4 \Rightarrow x_{10} + x_{11} + \dots + x_{20} = 44$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{20}}{20} = \frac{162 + 44}{20} = \frac{206}{20} = \frac{103}{10} = 10.3$$

$$x = 2 \text{ در پیوستگی شرط پیوستگی: } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} a[-x] + bx^2 = -3a + 4b$$

$$f(2) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} b[x] - 1 = b - 1$$

$$b - 1 = 3 \Rightarrow b = 4$$

$$-3a + 4b = 3 \xrightarrow{b=4} -3a + 16 = 3 \Rightarrow -3a = -13 \Rightarrow a = \frac{13}{3}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5^+} 3[x] + 1 = 3(5) + 1 = 16$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x} = \frac{1+1}{1} = 2$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \sin x} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-2}{\sqrt{3x+4}} = \frac{5-2}{\sqrt{21+4}} = \frac{3}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 3^-} (2 - [-x]) = 2 - (-3) = 2 + 3 = 5$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x+3} = \frac{3}{3+3} = \frac{1}{2}$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x + \sin^2 x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x + \sin^2 x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{1 + 1 + 1}{1 + 1} = \frac{3}{2}$$

الف) درست است زیرا در $(-\infty, +\infty)$ پیوسته و در $x = 0$ پیوستگی راست دارد.
ب) نادرست است. زیرا در $x = 0$ پیوستگی چپ ندارد.

۸۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 3f(x)}{2f(x) + 7} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 1 - 3 \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} 7} = 5 \xrightarrow{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = k} \frac{1 - 3k}{2k + 7} = 5$$

۸۲

$$\Rightarrow 1 \cdot k + 35 = 1 - 3k \Rightarrow 4k = -34 \Rightarrow k = -\frac{34}{4} = -\frac{17}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{13}{17} f(x) + 5 = \frac{13}{17} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} 5 = \frac{13}{17} \times \left(-\frac{17}{2}\right) + 5 = -\frac{13}{2} + 5 = -\frac{13}{2} + \frac{10}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\theta = 240^\circ \Rightarrow \theta = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = \frac{L}{36} \Rightarrow L = 48\pi$$

۸۳

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = 8^{\frac{2}{3}} + 1 = (2^3)^{\frac{2}{3}} + 1 = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

۸۴

$$f(x) = 35 - vx \Rightarrow y = 35 - vx \Rightarrow vx = 35 - y \Rightarrow x = \frac{35 - y}{v} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{35 - x}{v}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{35 - x}{v}$$

$$h(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)} = \frac{1}{\frac{35 - x}{v}} \Rightarrow h(x) = \frac{v}{35 - x} \Rightarrow 35 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 35$$

$$D_h = \mathbb{R} - \{35\}$$

الف) $\begin{cases} x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 & (1) \\ 5 - \sqrt{x - 1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x - 1} \leq 5 & \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x - 1 \leq 25 \Rightarrow x \leq 26 & (2) \end{cases}$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = [1, 26]$$



ب) $x^2 - v|x| + 10 = 0 \xrightarrow{x^2 = |x|^2} |x|^2 - v|x| + 10 = 0 \Rightarrow (|x| - 5)(|x| - 2) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x| = 5 \Rightarrow x = \pm 5 \\ |x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{\pm 5, \pm 2\}$$

$$D = 150^\circ \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{150}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow 180 \cdot R = 150 \cdot \pi \Rightarrow R = \frac{150 \cdot \pi}{180} \Rightarrow R = \frac{5\pi}{6}$$

شعاع $r = 30 \text{ cm}$ $\theta = \frac{5\pi}{6}$ $L = ?$

$$L = r\theta = 30 \times \frac{5\pi}{6} = 25\pi = 78.5$$

$$m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{4 - 2}{-1 + 3} = \frac{2}{2} = 1 \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس}} m' = -1$$

$$M \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-3 - 1}{2} = -2 \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \end{cases}$$

$$(معادله عمودمنصف) y - y_M = m'(x - x_M) \Rightarrow y - 3 = -1(x + 2) \Rightarrow y - 3 = -x - 2 \\ \Rightarrow x + y - 1 = 0$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-1 + 3 - 1|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

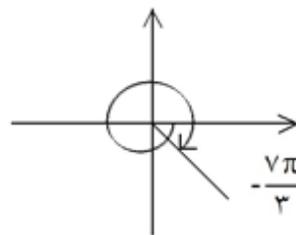
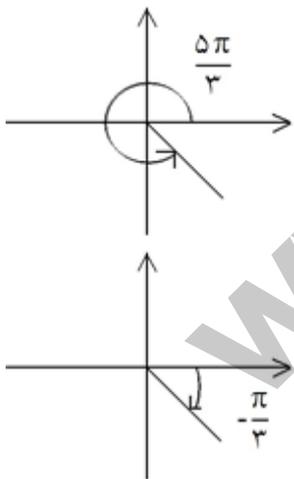
$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} + 2 = 2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} + 4 = 2 \cdot 5 + 4 = 29$$

اگر فاصله نقطه تا خط را حساب کنیم، طول ضلع مربع را حساب کرده ایم.

$$x - 2y - 7 = 0$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 - 10 - 7|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{16}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = d^2 = \left(\frac{16}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{256}{5}$$

دو زاویه هم‌انتهای هستند هرگاه انتهای آن بر هم منطبق باشد.



باید معادله $3x^2 - ax + 2b - 1 = 0$ به ازای $x = 1$ و $x = 5$ صفر شود بنابراین:

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow x - 1 = 0 \\ x = 5 \Rightarrow x - 5 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\times} (x - 1)(x - 5) = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 18x + 15 = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} -a = -18 \Rightarrow a = 18 \\ 2b - 1 = 15 \Rightarrow b = 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{3}{3 + \text{Log}_3^3} + \frac{1}{\text{Log}_3^3 + 3\text{Log}_3^2} = \frac{3}{3\text{Log}_3^2 + \text{Log}_3^3} + \frac{1}{\text{Log}_3^3 + \text{Log}_3^4} \\
 &= \frac{3}{\text{Log}_3^4 + \text{Log}_3^3} + \frac{1}{\text{Log}_3^3 + \text{Log}_3^4} = \frac{3}{\text{Log}_3^{24}} + \frac{1}{\text{Log}_3^{24}} = 3\text{Log}_3^{24} + \text{Log}_3^{24} \\
 &= \text{Log}_3^4 + \text{Log}_3^3 = \text{Log}_3^{24} = 1
 \end{aligned}$$

محل برخورد تابع با محور X ها -1 و 4 است. بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است:

$$y = a(x + 1)(x - 4) \xrightarrow{\substack{x=0 \\ y=4}} 4 = a(0 + 1)(0 - 4) \Rightarrow a = -1$$

$$y = -(x + 1)(x - 4) = -(x^2 - 3x - 4) \Rightarrow y = -x^2 + 3x + 4$$

$$-x^2 + 3x + 4 = 4 - 3x \Rightarrow -x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(-x + 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

الف) در نقاط A و B سهمی صفر است.

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 4 \\ 0 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

(ب)

$$AB = |x_A - x_B| = 6 \text{ cm}$$

(پ)

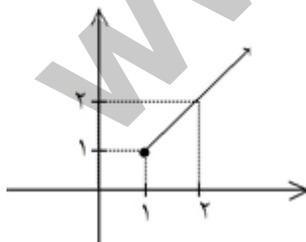
$$x_c = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow y_c = 1 - 2 - 8 = -9 \Rightarrow \text{بیشترین ضخامت} = 9 \text{ mm}$$

$$D_f: x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$D_g: x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_g = [1, +\infty) \Rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g = [1, +\infty)$$

$$y = (f + g)(x) = f(x) + g(x) = x - \sqrt{x-1} + \sqrt{x-1} = x$$

x	1	2
y	1	2

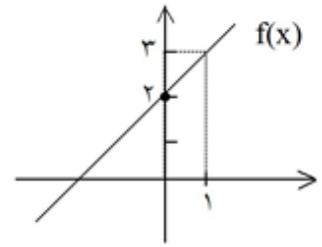


$$x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 16 = -12 < 0 \Rightarrow \text{مخرج ریشه ندارد}$$

$$D = R$$

$$f(x) = \frac{(x+2)(x^2 - 2x + 4)}{x^2 - 2x + 4} \Rightarrow f(x) = x + 2$$

x	۰	۱
y	۲	۳



الف) $\frac{5 + |x - 2|}{3 - |x + 3|} \geq 0$ $\xrightarrow{\text{همواره مثبت است } 5 + |x - 2|}$ $3 - |x + 3| > 0 \Rightarrow |x + 3| < 3$

$$\Rightarrow -3 < x + 3 < 3 \xrightarrow{-3} -6 < x < 0 \Rightarrow D_f = (-6, 0)$$

ب) $x - |x| \geq 0 \Rightarrow x \geq |x| \xrightarrow{x > |x| \text{ غیرممکن است}}$ $x = |x| \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow D_g = [0, +\infty)$

الف) $(3 - [x])^2 > 0 \Rightarrow 3 - [x] \neq 0 \Rightarrow [x] \neq 3 \Rightarrow x \in R - [3, 4) \Rightarrow D_f = R - [3, 4)$

ب) $1 + 2x > 0 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$ (۱)

$2 - \log_2(1 + 2x) > 0 \Rightarrow \log_2(1 + 2x) < 2 \Rightarrow 1 + 2x < 4 \Rightarrow 2x < 3 \Rightarrow x < \frac{3}{2}$ (۲)

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_g = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

الف) $\log_{27} 10 = \log_3 3^3 \times 10 = 3 \log_3 3 + \log_3 10 = 3b + 1$

ب) $\log_8 10 = \log_2 2^3 \times 10 = 3 \log_2 2 + \log_2 10 = 3a + 1$

پ) $\log_{125} 0.1 = \log_{5^3} \frac{1}{10} = \log_5 1 - \log_5 2^3 = 0 - 3a = -3a$

ت) $\log_5 50 = \log_5 \frac{100}{2} = \log_5 10^2 - \log_5 2 = 2 - a$

$$E = \frac{2}{5} \times 10^{19} \text{ Erg}$$

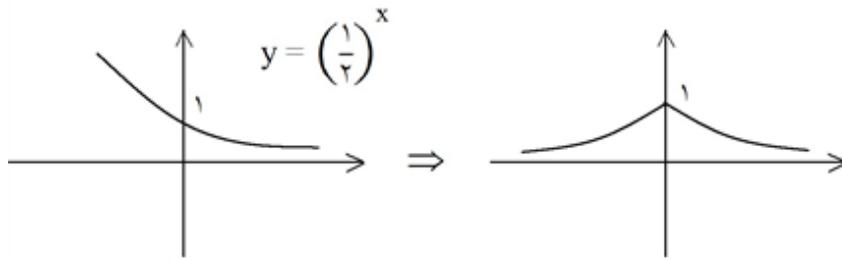
$$M = ?$$

$$\log_{2/5} \frac{2}{5} \times 10^{19} = \frac{11}{8} + \frac{1}{5}M \Rightarrow \log_{2/5} \frac{2}{5} + \log_{2/5} 10^{19} = \frac{11}{8} + \frac{1}{5}M$$

$$\Rightarrow 0.4 + 19 = \frac{11}{8} + \frac{1}{5}M \Rightarrow \frac{1}{5}M = \frac{7}{6} \Rightarrow M = \frac{5}{6}$$

شدت زلزله ۵/۰۶ ریشتر است.

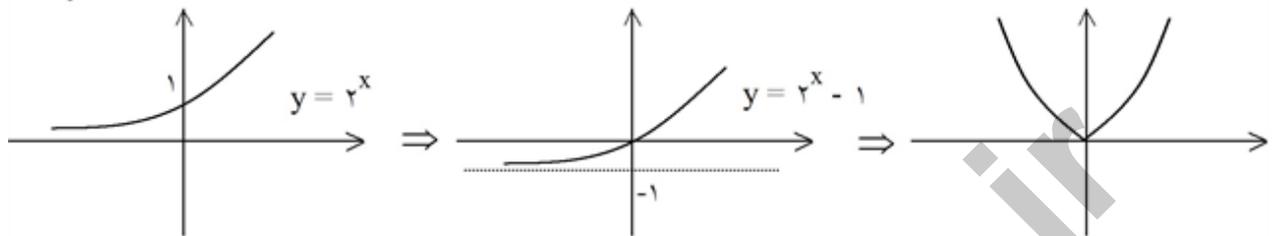
الف) $y = 2^{-|x|} = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$



$$D = \mathbb{R}$$

$$R = (0, 1]$$

ب) $y = 2^{|x|} - 1$



$$D = \mathbb{R}$$

$$R = [0, +\infty)$$

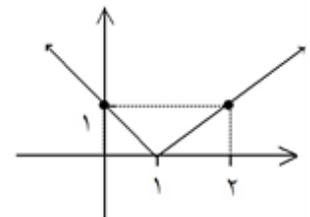
همواره مثبت

$$y = \frac{|(x-1)(x^2+x+1)|}{x^2+x+1} = \frac{|x-1|(x^2+x+1)}{x^2+x+1}$$

$$= |x-1|$$

x	0	1	2
y	1	0	1

$$D = \mathbb{R}$$



۱۰۴ باید دو تابع را برابر قرار داد و بعد از تشکیل معادله درجه ۲ باید $\Delta < 0$ باشد.

$$x^2 + mx + 5 = x + 1 \Rightarrow x^2 + mx - x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + (m-1)x + 4 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 16 < 0 \Rightarrow (m-1)^2 < 16 \Rightarrow |m-1| < 4$$

$$\Rightarrow -4 < m-1 < 4 \xrightarrow{+1} -3 < m < 5$$

با تساوی قرار دادن دو تابع باید $\Delta < 0$ باشد. (۱۰۵)

$$(m-1)x^2 + 2\sqrt{3}x - m = \sqrt{3}x - 2m \Rightarrow (m-1)x^2 + \sqrt{3}x + m = 0$$

$$\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow (\sqrt{3})^2 - 4m(m-1) < 0 \Rightarrow 3 - 4m^2 + 4m < 0 \xrightarrow{\times(-1)} 4m^2 - 4m - 3 > 0$$

$$\Rightarrow m < -\frac{1}{4} \text{ یا } m > \frac{3}{4}$$

با تساوی قرار دادن دو تابع باید $\Delta < 0$ باشد. (۱۰۶)

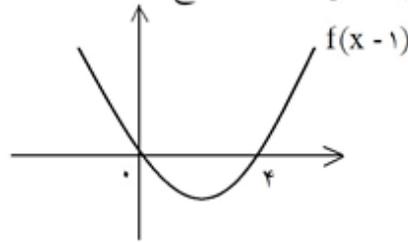
$$(2m-1)x^2 + x + 3 = 5x + 6 \Rightarrow (2m-1)x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

$$\Rightarrow 16 - 4(-3)(2m-1) < 0 \Rightarrow 16 + 24m - 12 < 0 \Rightarrow 24m < -4 \Rightarrow m < -\frac{1}{6}$$

$$g(x) = a + \frac{b}{x+2} = \frac{ax+2a+b}{x+2} = f(x) \Rightarrow \frac{ax+2a+b}{x+2} = \frac{3x-1}{x+2} \quad (107)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ 2a + b = -1 \Rightarrow 6 + b = -1 \Rightarrow b = -7 \end{cases}$$

ابتدا نمودار $f(x-1)$ را رسم می‌کنیم و برای این کار باید تابع $f(x)$ را یک واحد به راست منتقل کنیم. ۱۰۸



$$(x^2 - 4)f(x-1) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, 4 \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

x	-2	0	2	4
f(x-1)	+	+	-	-
x ² -4	+	-	-	+
(x ² -4)f(x-1)	+	-	+	+
(x ² -4)f(x-1) ≥ 0	ج	ج	ج	ج

$$D_g = (-\infty, -2] \cup [0, 2] \cup [4, +\infty)$$

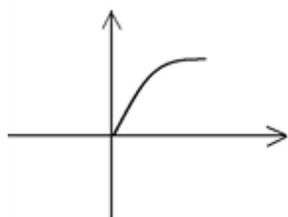
$$f(x) = kx + b \Rightarrow y = kx + b \Rightarrow y - b = kx \Rightarrow \frac{1}{k}y - \frac{b}{k} = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{1}{k}x - \frac{b}{k}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{k}x - \frac{b}{k}$$

در خود سوال گفته شده شیب تابع وارون k است. بنابراین:

$$\frac{1}{k} = 9k \Rightarrow 9k^2 = 1 \Rightarrow k^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow k = \pm \frac{1}{3}$$

۱۱۰ با توجه به این که نمودار $y = \sqrt{x}$ به صورت زیر است.

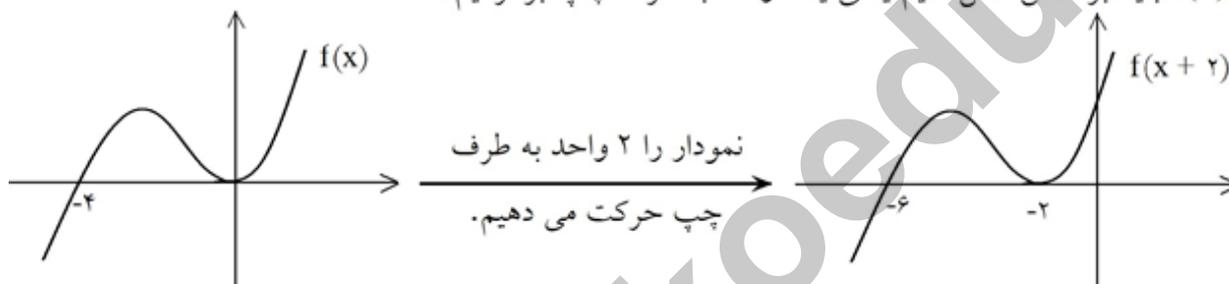


با توجه به این که نمودار ۲ واحد به طرف راست رفته درون رادیکال $x - 2$ بوده و یک واحد به طرف بالا رفته باید کل تابع با عدد یک جمع شود یعنی:

$$f(x) = \sqrt{x - 2} + 1$$

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$$

۱۱۱ برای رسم $f(x)$ باید برعکس عمل کنیم یعنی یک واحد به طرف چپ برگردیم.

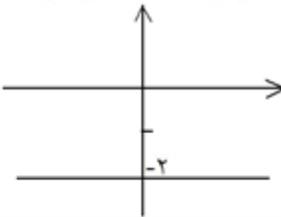


$$(x^2 - 5x)f(x+2) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x = 0, 5 \\ f(x+2) = 0 \Rightarrow x = -6, -2 \end{cases}$$

x	-6	-2	0	5	
$x^2 - 5x$	+	+	+	-	+
$f(x+2)$	-	+	+	+	+
$(x^2 - 5x)f(x+2)$	-	+	+	-	+
$(x^2 - 5)f(x+2) \geq 0$	ج	ج	ج	ج	

$$D_g = [-6, 0] \cup [5, +\infty)$$

۱۱۲) باید تابع ثابت باشد که یک به یک نباشد. بنابراین ضریب X را صفر قرار می‌دهیم.

$$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = -2$$


الف) $5^{2x+2} \times 2^{x-1} = \frac{5}{1000} \Rightarrow 5^{2x+2} \times 2^{x-1} = 5 \times 10^{-3} \Rightarrow 2^{2x+2} \times 2^{x-1} = 5(2 \times 5)^{-3}$ ۱۱۳

$$\Rightarrow 5^{2x+2} \times 2^{x-1} = 5 \times 2^{-3} \times 5^{-3} \Rightarrow 2^{2x+2} \times 2^{x-1} = 5^{-2} \times 2^{-3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = -3 \Rightarrow x = -2 \\ 2x + 2 = -2 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

ب) $\frac{5^{2x} \left(1 - \frac{1}{5}\right)}{2 \times 8^x + 8 \times 8^x} = \frac{5^{2x} \left(\frac{4}{5}\right)}{8x(2+8)} = \frac{5^{2x} \times 2^2}{5 \times 10 \times 2^{3x}} = \frac{5^{2x-2}}{2^{3x-1}} = \frac{5^2}{2^5}$

$$\begin{cases} 2x - 2 = 2 \Rightarrow x = 2 \\ 3x - 1 = 5 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

۱۱۴) x_0 راس سهمی $= \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow -b = 4a \Rightarrow b = -4a$

$$A(0, 2) \Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2$$

$$S(2, -1) \Rightarrow -1 = a(2)^2 + b(2) + 2 \Rightarrow 4a + 2b = -3 \xrightarrow{b = -4a} 4a + 2(-4a) = -3$$

$$\Rightarrow 4a - 8a = -3 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow b = -4\left(\frac{3}{4}\right) = -3$$

$$y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$$

۱۱۵) $D_f: \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -2 \\ x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ x + 1 \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (2, +\infty)$

$$D_g: \begin{cases} (x-5)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 5 \\ |x| > 0 \Rightarrow x \neq 0 \\ |x| \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_g = \mathbb{R} - \{5, 0, \pm 1\}$$

$$6x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 6$$

۱۱۶) $0 \leq 2x + 1 \leq 6 \xrightarrow{-1} -1 \leq 2x \leq 5 \xrightarrow{\div 2} -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \Rightarrow D_{f(2x+1)} = \left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right]$

$$x + 4 > 0 \Rightarrow x > -4 \quad (1)$$

$$5 + \text{Log} \frac{1}{2} \geq 0 \Rightarrow \text{Log} \frac{1}{2} \geq -5 \Rightarrow x + 4 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$$

$$\Rightarrow x + 4 \leq (2^{-1})^{-5} \Rightarrow x + 4 \leq 2^5 \Rightarrow x + 4 \leq 32 \Rightarrow x \leq 28 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (-4, 28]$$

$$\theta = 210^\circ \Rightarrow \theta = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \theta = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{7\pi}{6} = \frac{1}{15} \Rightarrow r = \frac{35\pi}{2} \quad (118)$$

$$[x] + [-x] \neq 0 \Rightarrow D = R - Z \quad (\text{الف } 119)$$

$$-x^2 + 4 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$|x| - 1 = 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$D = [-2, 2] - \{+1, -1\}$$

$$x^2 + x = t \Rightarrow t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t+3)(t-2) = 0 \Rightarrow t = 2, t = -3 \quad (\text{الف } 120)$$

$$x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 1$$

$$x^2 + x = -3 \Rightarrow x^2 + x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

$$2\sqrt{x} = \sqrt{5x-1} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} 4x = 5x - 1 \Rightarrow x = 1$$

$$2[x] + 3 = 5 \quad (121)$$

$$2[x] = 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow 1 \leq x < 2$$

$$\text{الف) } x - 2 + x = 5x(x-2) \Rightarrow 5x^2 - 12x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 + \sqrt{26}}{5} \text{ و } \frac{6 - \sqrt{26}}{5} \quad (122)$$

$$\text{ب) } \sqrt{2x+9} = 2 + \sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} 2x+9 = 4+x+1+4\sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow x+4 = 4\sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x^2 + 8x + 16 = 16x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{ق ق} \\ x = 8 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$h = \frac{|4 \times 1 + 3 \times 2 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (123)$$

$$D_{\frac{g}{f}} = (D_g \cap D_f) - \{x \mid f(x) = 0\}$$

$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

$$x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow D_f = [-2, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{2}{x-3}$$

$$x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$D_{\frac{g}{f}} = (\mathbb{R} - \{3\}) \cap [-2, +\infty) - \{x \mid \sqrt{x+2} = 0\} = ([-2, +\infty) - \{3\}) - \{-2\}$$

$$\Rightarrow D_{\frac{g}{f}} = (-2, +\infty) - \{3\}$$

(ب)

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{\frac{2}{x-3}}{\sqrt{x+2}} = \frac{2}{(x-3)\sqrt{x+2}}$$

(پ)

$$(3f-2g)(-1) = 3f(-1) - 2g(-1) = 3\sqrt{-1+2} - 2 \times \frac{2}{-1-3} = 3 - (-1) = 4$$

الف) با توجه به قضیه تالس داریم: ۱۲۵

$$\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+4} = \frac{2y-1}{x+4} \xrightarrow{x=6} \frac{6}{10} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 2y-1 = \frac{48}{10} \Rightarrow 2y-1 = 4.8$$

$$\Rightarrow 2y = 5.8 \Rightarrow y = 2.9$$

ب) با توجه به قضیه تالس داریم:

$$\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{CQ} \Rightarrow \frac{4x}{5} = \frac{20}{x} \Rightarrow 4x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{20}{20+x} = \frac{x+15}{y-10} \xrightarrow{x=5} \frac{20}{25} = \frac{20}{y-10} \Rightarrow y-10 = 25 \Rightarrow y = 35$$

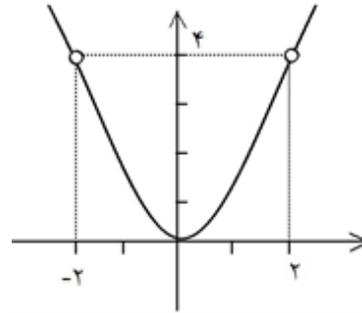
$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3 \times 2 - 4 \times (-2) - 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{9}{5}$$

۱۲۶

$$f(x) = \frac{x^2(x^2 - 4)}{x^2 - 4} \Rightarrow f(x) = x^2$$

x	-2	0	2
y	4	0	4

۱۲۷



$$\text{دامنه } D_f = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

$$\text{برد } R_f = [0, +\infty) - \{4\}$$

$$[-x] = \begin{cases} -[x] & x \in \mathbb{Z} \\ -[x] - 1 & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z} \end{cases}$$

۱۲۸

$$\begin{aligned} x \in \mathbb{Z} &\Rightarrow 3[x] + 5 - 2[x] = 13 \Rightarrow [x] = 8 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = 8 \text{ ق ق} \\ x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z} &\Rightarrow 3[x] + 5 + 2(-[x] - 1) = 13 \Rightarrow 3[x] + 5 - 2[x] - 2 = 13 \\ &\Rightarrow [x] = 10 \xrightarrow{x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}} 10 < x < 11 \xrightarrow{\text{جواب نهایی}} x \in (10, 11) \cup \{8\} \end{aligned}$$

۱۲۹ اگر A' قرینه A نسبت به B باشد، باید B در وسط A و A' قرار داشته باشد.

$$x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow b = \frac{1 + 7}{2} \Rightarrow b = 4$$

$$y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow 2a + 1 = \frac{4 + 2}{2} \Rightarrow 2a + 1 = 3 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

زلزله ۷ ریشتری

$$\longrightarrow \text{Log } E_1 = 11/8 + 1/5(7) \Rightarrow \text{Log } E_1 = 11/8 + 10/5$$

$$\Rightarrow E_1 = 10^{22/3} \text{ Erg}$$

زلزله ۵ ریشتری

$$\longrightarrow \text{Log } E_2 = 11/8 + 1/5(5) \Rightarrow \text{Log } E_2 = 11/8 + 7/5 \Rightarrow E_2 = 10^{19/3} \text{ Erg}$$

$$\frac{\text{انرژی زلزله ۷ ریشتری}}{\text{انرژی زلزله ۵ ریشتری}} = \frac{10^{22/3}}{10^{19/3}} = 10^3 = 1000$$

$$\text{الف) } \text{Log}_5^{(2x-1)} = 2 \Rightarrow 2x-1 = 25 \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow x = 13 \text{ ق ق}$$

$$\text{ب) } \text{Log}_x^{(x+1)} + \text{Log}_x^{(2x+1)} = \text{Log}_x^6 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 6 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$\frac{(2x+5)(2x-2)}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق} \\ x = -\frac{5}{2} \text{ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد}$$

۱۳۱

$$\text{الف) } \text{Log}_3(x+3)(x-3) = 3 \Rightarrow x^2 - 9 = 27 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ ق ق} \\ x = -6 \text{ غ ق} \end{cases} \quad (132)$$

$$\text{ب) } \text{Log}_2 512 = 1 - 2x \Rightarrow 512 = 2^{1-2x} \Rightarrow 2^9 = 2^{1-2x} \Rightarrow 9 = 1 - 2x \Rightarrow 2x = -8 \Rightarrow x = -4 \text{ ق ق}$$

$$\begin{aligned} r^{(x-b)} > 0 \xrightarrow{+a} a + r^{(x-b)} > a & \Rightarrow a = 2 \\ \text{با توجه به نمودار} & \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} y = a + r^{(x-b)} > 2 & \\ y = 2 + r^{(x-b)} \xrightarrow[x=y=3]{x=1} 3 = 2 + r^{(1-b)} \Rightarrow 1 = r^{(1-b)} \Rightarrow 3^0 = r^{(1-b)} & \\ \Rightarrow 1 - b = 0 \Rightarrow b = 1 & \end{aligned} \quad (133)$$

$$\begin{aligned} M \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2a+2}{2} = a+1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{a+b+b-a}{2} = b \end{cases} & \xrightarrow[\text{قرار می دهیم}]{\text{در معادله مورد نظر}} b = 2(a+1) + 5 \\ b - 2a = 7 & \\ m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{a+b-b+a}{2-2a} = \frac{2a}{2(1-a)} = \frac{a}{1-a} & \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس}} \frac{a-1}{a} = 2 \\ \Rightarrow 2a = a-1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow b - 2(-1) = 7 \Rightarrow b = 5 & \end{aligned} \quad (134)$$

$$\begin{aligned} (AB \text{ وسط}) M \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+1}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4-2}{2} = 1 \end{cases} & \Rightarrow M(2, 1) \\ m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4+2}{3-1} = \frac{6}{2} = 3 & \xrightarrow{\text{شیب عمود منصف}} m' = -\frac{1}{3} \\ \xrightarrow{\text{معادله عمود منصف}} y - y_M = m'(x - x_M) \Rightarrow y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 2) \Rightarrow 3y - 3 = -x + 2 & \\ \Rightarrow 3y + x - 5 = 0 & \end{aligned} \quad (135)$$

$$(AC \text{ نقطه وسط } M) \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3 + 1}{2} = -1 \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{5 - 1}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1, 2)$$

$$m_{BM} = \frac{y_M - y_B}{x_M - x_B} = \frac{2 - 5}{-1 - 2} = \frac{-3}{-3} = 1 \xrightarrow{\text{معادله میانه BM}} y - y_B = m(x - x_B)$$

$$\Rightarrow y - 5 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x + 3$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{2\} \Rightarrow D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} - \{2\}$$

(الف) ۱۳۷

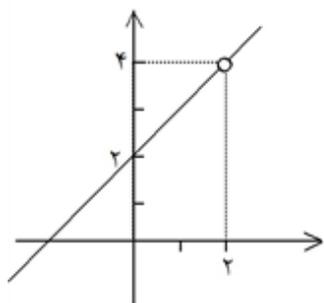
$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) = (x^2 - 4) \times \left(\frac{1}{x-2}\right) = \frac{x^2 - 4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2$$

(ب)

$$(f \times g)(x) = x + 2$$

x	۰	۲
y	۲	۴

(ج)



شیب تابع f را حساب می‌کنیم. ۱۳۸

$$A(2, 0)$$

$$B(0, 1) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 0}{0 - 2} = -\frac{1}{2}$$

از آنجا که f و g عمود برهم هستند شیب g قرینه و معکوس شیب f است.

$$m' = 2 \Rightarrow y - y_1 = m'(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x - 2 \Rightarrow g(x) = 2x - 2$$

$$y = 2x - 2 \Rightarrow y + 2 = 2x \xrightarrow{\div 2} \frac{y+2}{2} = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{x+2}{2} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+2}{2}$$

(الف) ۱۳۹

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} \Rightarrow D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \{-2\} = \mathbb{R} - \{-2\}$$

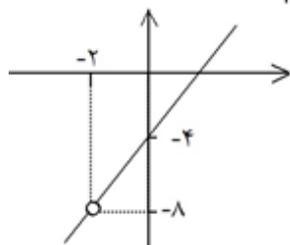
(ب)

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2x^2 - 8}{x+2} = \frac{2(x^2 - 4)}{x+2} = \frac{2(x-2)(x+2)}{x+2} = 2x - 4$$

(ج)

$$y = 2x - 4$$

x	-2	0
y	-8	-4



$$A(2, 0) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 0}{2 - 0} = \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

۱۴۰

$$\Rightarrow y - 0 = 0(x - 2) \Rightarrow y = 0$$

$$y = -x + 2 \Rightarrow x = -y + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 2$$

$$(f^{-1} + f)(x) = f^{-1}(x) + f(x) = -x + 2 + (-x + 2) = -2x + 4$$

(الف) ۱۴۱

$$f(x) = \frac{x(x-2)}{x} \Rightarrow y = x - 2 \Rightarrow y + 2 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = x + 2$$

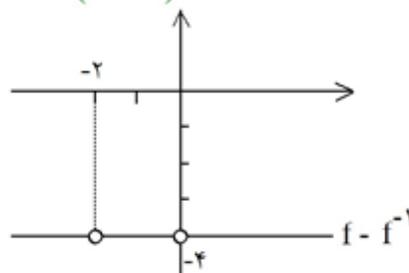
(ب) تابع f در $(0, -2)$ توخالی است. بنابراین f^{-1} در $(-2, 0)$ تعریف نشده است.

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

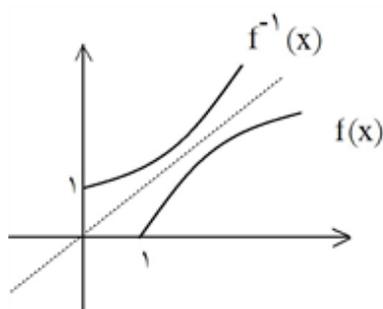
$$D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{-2\} \Rightarrow D_{f \circ f^{-1}} = D_f \cap D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{0, -2\}$$

(ج)

$$(f \circ f^{-1})(x) = f(x) - f^{-1}(x) = x - 2 - (x + 2) = -4$$



۱۴۲



$$D_f = [1, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} D_{f^{-1}} = [0, +\infty) \\ R_{f^{-1}} = [1, +\infty) \end{cases}$$

$$R_f = [0, +\infty)$$

۱۴۳

برای آن که تابع در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد باید درجه ۲ نباشد بنابراین ضریب x^2 را صفر قرار می‌دهیم.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = 3x + 1 \Rightarrow f(5) = 15 + 1 = 16$$

۱۴۴

الف) $[x]^2 - 4 = 0 \Rightarrow [x]^2 = 4 \Rightarrow [x] = \pm 2$

$$[x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3$$

$$[x] = -2 \Rightarrow -2 \leq x < -1 \Rightarrow x \in [2, 3) \cup [-2, -1)$$

ب) $3[x]^2 - [x] = 0 \Rightarrow [x](3[x] - 1) = 0$

$$[x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

$$[x] = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{جواب ندارد} \Rightarrow x \in [0, 1)$$

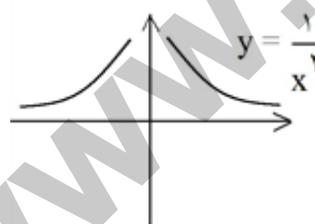
۱۴۵

$$(f \times g)(10) = f(10) \times g(10) = 150 \times \frac{1}{11} = \frac{150}{11} \approx 13\frac{7}{11}$$

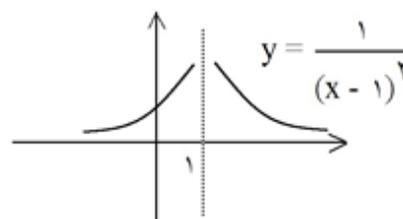
$$\left[\frac{150}{11} \right] = 13$$

۱۴۶

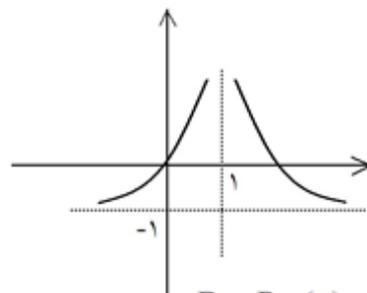
$$y = \frac{1}{x^2 - 2x + 1} - 1 = \frac{1}{(x-1)^2} - 1$$



یک واحد به راست
منتقل می‌کنیم



یک واحد به پایین
منتقل می‌کنیم



$$D = R - \{1\}$$

$$R = (-1, +\infty)$$

$$2x^4 - 7x^2 - 4 = 0 \xrightarrow{x^2 = t} 2t^2 - 7t - 4 = 0$$

$$\Delta = 49 + 32 = 81 \Rightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{81}}{4} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{7+9}{4} = 4 \\ t = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm 2 \\ t = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

۱۵۲ اگر زمان فرد A را x در نظر بگیریم، زمان فرد B برابر (x + ۱۰) خواهد بود، لذا:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12} \xrightarrow{\text{ضرب جملات در } 12x(x+10)} 12x(x+10) + 12x = x(x+10)$$

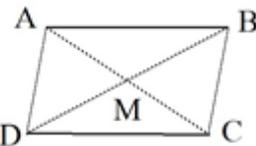
$$\Rightarrow 12x + 120 + 12x = x^2 + 10x \Rightarrow \underbrace{x^2 - 14x - 120 = 0}_{\text{تجزیه}} \Rightarrow (x-20)(x+6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 20 = 0 \Rightarrow x = 20 & (\text{ق ق}) \\ x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 & (\text{غ ق ق}) \end{cases}$$

$$x + 10 = 20 + 10 = 30 \text{ (ساعت)}$$

پس زمان شخص B هم برابر است با: تذکر: در ابتدای حل مسئله، می‌توانستید زمان فرد B را x و زمان فرد A را (x - ۱۰) فرض کنید.

۱۵۳ چون در متوازی‌الضلاع قطرها منصف یکدیگرند، داریم:



$$M = \left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2} \right) \text{ یا } M = \left(\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2} \right)$$

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2} \Rightarrow \frac{-10 + 3}{2} = \frac{-3 + x_D}{2} \Rightarrow x_D = -4$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_D}{2} \Rightarrow \frac{-13 + 1}{2} = \frac{3 + y_D}{2} \Rightarrow y_D = -15$$

$$L: x + 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{-x}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow m_L = -\frac{1}{2}$$

$$L': y = 2x - 3 \Rightarrow m_{L'} = 2$$

$$d: 0/5x - 0/25y = 0/75 \Rightarrow y = 2x - 3 \Rightarrow m_d = 2$$

$$L \perp L', L \perp d, L' \parallel d$$

بنابراین می‌توان گفت:

$$\text{الف) مرکز } O = \frac{A+B}{2} = (1, 3)$$

$$OA = R = \sqrt{(-1-1)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$\text{ب) محیط دایره} = 2\pi R = 2\pi(\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}\pi$$

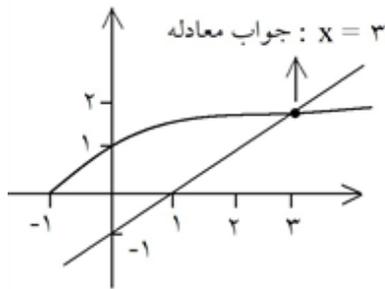
$$\text{مساحت دایره} = \pi R^2 = \pi(\sqrt{5})^2 = 5\pi$$

حل جبری: ۱۵۶

$$\sqrt{x+1} = x-1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 & (\text{غ ق ق}) \\ x=3 & (\text{ق ق}) \end{cases}$$

حل هندسی:



$$y_1 = \sqrt{x+1} \quad \begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & 3 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$y_2 = x-1 \quad \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 3 \\ \hline y & -1 & 0 & 2 \end{array}$$

$$m + m' = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow m' = \frac{2}{\sqrt{3}} - m$$

$$\text{دو خط عمود} \Rightarrow mm' = -1 \Rightarrow m \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - m \right) = -1 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}}m - m^2 + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\times \sqrt{3}} 2m - \sqrt{3}m^2 + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sqrt{3}m^2 - 2m - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \Delta = 4 + 12 = 16$$

$$\Rightarrow m, m' = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ \\ m' = -\frac{2}{2\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 150^\circ \end{cases}$$

برای این که تابعی نمایی باشد، $(y = a^x)$ باید a بزرگتر از صفر و همچنین مخالف ۱ باشد. چون مخرج همیشه مثبت است \Leftarrow

الف) صورت: $\frac{2t}{t^2+1} > 0 \Rightarrow t > 0$

$$\frac{2t}{t^2+1} \neq 1 \quad t^2+1 \neq 2t \quad t^2-2t+1 = (t-1)^2 \Rightarrow t \neq 1$$

$$t \in (0, +\infty) - \{1\}$$

ب) $\left(\frac{1}{t}\right)^x$ در این عبارت، $[t]$ نباید صفر باشد تا مخرج صفر نشود پس t نباید بین ۰ تا یک باشد.

$$t \notin [0, 1) \quad (1)$$

$$(2) \quad t \notin [1, 2) \Leftarrow [t] \neq 1 \text{ پس } \frac{1}{[t]} \neq 1$$

$$(1) \cup (2) = [0, 1) \cup [1, 2) = [0, 2)$$

پس t نباید در بازه $[0, 2)$ قرار گیرد و چون $\frac{1}{[t]} > 0$ پس: $t \in (0, +\infty) - [0, 2)$

$$t \in [2, +\infty)$$

ج) $\left(\frac{t^2}{5}\right)^{2x} = \left(\left(\frac{t^2}{5}\right)^2\right)^x = \left(\frac{t^4}{25}\right)^x \Rightarrow \frac{t^4}{25} \neq 1 \Rightarrow t \neq \pm\sqrt{5}$

$$\frac{t^4}{25} \neq 0 \quad t \neq 0$$

$$t \in \mathbb{R} - \{0, \pm\sqrt{5}\}$$

پس t در کل سه مقدار $\{0, \pm\sqrt{5}\}$ را نمی‌تواند داشته باشد.

$$P = \frac{4 - x^2}{x^2 - \sqrt{x}} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 0, \sqrt{v} \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	0	2	\sqrt{v}	$+\infty$
$4 - x^2$	-	o	+	+	o	-
$x^2 - \sqrt{x}$	+	+	o	-	-	o
P	-	o	+	-	o	+
$P \geq 0$			ج		ج	

$$D_f = [-2, 0) \cup [2, \sqrt{v})$$

صفحه ۷۴ کتاب ۱۶۰

$$x + 12 = x^2 \quad (0/5) \quad x^2 - x - 12 = 0 \quad (0/25)$$

$$(x + 3)(x - 4) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 4 & (0/25) \\ x = -3 & \text{غیر قابل قبول} & (0/25) \end{cases}$$

صفحه ۵۲ کتاب ۱۶۱

$$\text{الف) } s = \frac{-b}{a} = \frac{1}{4} \quad (0/5) \quad p = \frac{c}{a} = \frac{-5}{4} \quad (0/5)$$

$$\text{ب) } x - \sqrt{2} = 0, \quad x + \sqrt{2} = 0 \quad (0/25)$$

$$(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0 \quad (0/25)$$

$$x^2 - 2 = 0 \quad (0/5)$$

$$\text{حد چپ) } \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{|x|} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{-x} = \frac{1}{-(-1)} = 1 \quad (0/25) \quad f(-1) = 1 \quad (0/25) \quad 162$$

$$\text{حد راست) } \lim_{x \rightarrow -1^+} (2x + 1) = 2(-1) + 1 = -1 \quad (0/25)$$

$$\text{مقدار تابع } f \text{ در } x = -1 \text{ پیوسته نمی باشد} \Rightarrow \text{حد راست} \neq \text{حد چپ} = \text{مقدار تابع} \quad (0/25)$$

$$\frac{W}{L} = \frac{L}{W+L} \quad (./25) \Rightarrow \frac{2}{L} = \frac{L}{2+L} \quad (./25) \Rightarrow L^2 - 2L - 4 = 0 \quad (./25)$$

$$\Delta = 4 + 16 = 20 \quad (./25) \Rightarrow L = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} \Rightarrow L_1 = \frac{2 + \sqrt{20}}{2} \quad (./25)$$

$$\sqrt{x} \left(2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = 3 \times \sqrt{x} \quad (./25) \Rightarrow 2x + 1 = 3\sqrt{x} \quad (./25)$$

$$(2x + 1)^2 = (3\sqrt{x})^2 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 9x \Rightarrow 4x^2 - 5x + 1 = 0 \quad (./25)$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9 \quad x = \frac{5 \pm 3}{8} \quad x_1 = \frac{1}{4} \quad (./25) \quad x_2 = 1 \quad (./25)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2} \quad (./25)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} [x] + a = 1 + a \quad (./25)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 1 + a = \frac{1}{2} \quad (./25) \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad (./25)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2 \quad (./25)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + 3b) = 2 + 3b \quad (./25)$$

$$f(2) = 2a \quad (./25)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + 3b) = 2 + 3b \\ f(2) = 2a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 2 + 3b = -2 \Rightarrow b = -2 \\ 2a = -2 \Rightarrow a = -1 \end{array} \quad (./25)$$

۱۶۷

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3} = \frac{0}{0}$$

x → 4

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3} \times \frac{\sqrt{x+5}+3}{\sqrt{x+5}+3} \stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x+5}+3)}{x-4} = 6 \stackrel{0/0}{}$$

x → 4

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3x+5}{x} = \frac{(x^2-4)(3x+5)}{x(x^2-4)}$$

۱۶۸

$$D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{\pm 2\} - \{0\} = \mathbb{R} - \{0, \pm 2\} \quad (1/5)$$

$$2x = \sqrt{3x-1} \quad 4x^2 = 3x-1 \quad 4x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \Delta = -7 \quad (0/25)$$

(0/25)

(0/25)

(0/25)

معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد. (0/25)

۱۶۹

$$\frac{2}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{4}{(x-3)(x+3)}$$

(0/25)

$$\frac{2x+6+x-3}{(x-3)(x+3)} = \frac{4}{(x-3)(x+3)} \Rightarrow 3x+3 = 4 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \quad (0/25)$$

(0/25)

(0/25)

(0/25)

جواب قابل قبول است. (0/25)

۱۷۰

$$\text{دامنه} = \mathbb{R} - \{1, -1\} \quad \text{یا} \quad \text{دامنه} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1, x \neq -1\}$$

(0/5)

(0/25)

(0/25)

۱۷۱

$$\underbrace{x^2 - 4x}_{p} \geq 0 \quad (0/25) \quad x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4 \quad (1/25)$$

x	-∞	0	4	+∞
p ≥ 0		+	-	+

$$D_f = (-\infty, 0] \cup [4, +\infty) \quad (0/25)$$

۱۷۲

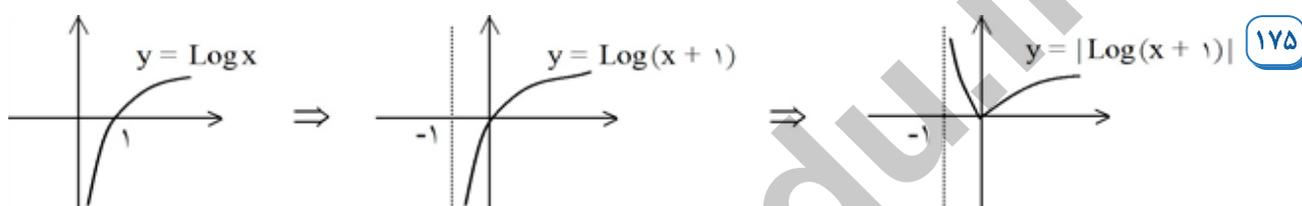
$$\text{Log}_r(x+1)^2 - \text{Log}_r(x+7) = r^2 \text{Log}_r \sqrt{1/5} - \text{Log}_{10} 10^{-r} \Rightarrow \text{Log}_r \frac{(x+1)^2}{x+7} = \frac{r}{2} - \left(-\frac{r}{2}\right) \quad (173)$$

$$\frac{(x+1)^2}{x+7} = r^3 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 8x + 56 \Rightarrow x^2 - 6x = 55 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 64$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} x-3=8 \Rightarrow x=11 \\ x-3=-8 \Rightarrow x=-5 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$r^a = 20 \Rightarrow \text{Log}_r 20 = a \Rightarrow \text{Log}_r (r^2 \times 5) = a \Rightarrow 2 + \text{Log}_r 5 = a \Rightarrow \text{Log}_r 5 = a - 2 \quad (174)$$

$$\text{عبارت مورد نظر} = a - \text{Log}_{r^3} 5^2 - r^2 \text{Log}_r \sqrt{r} = a - \frac{2}{3}(a-2) - r = \frac{1}{3}a - \frac{5}{3} = \frac{a-5}{3}$$



$$\left(\frac{f}{g+f}\right)(\cdot) = \frac{f(\cdot)}{g(\cdot) + f(\cdot)} = \frac{2}{3+2} = \frac{2}{5} \quad (176)$$

$$f(\cdot) = \sqrt{v(\cdot) + 2} = 2$$

$$g(\cdot) = \frac{2(\cdot) + 3}{\cdot + 1} = 3$$

$$P_t = P_0 (1+r)^t \Rightarrow 30 = 10 (1+0.03)^t \Rightarrow 3 = (1.03)^t \Rightarrow \text{Log } 3 = t \text{Log } 1.03 \quad (177)$$

$$0.477 = t(0.0128) \Rightarrow t = \frac{0.477}{0.0128} = 37.26 \text{ سال}$$

$$\text{Log}(4x-2) - \text{Log}(x-2) = \text{Log } 2 + \text{Log } 5 \quad (178)$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{4x-2}{x-2} = \text{Log } 10 \Rightarrow \frac{4x-2}{x-2} = 10 \Rightarrow 4x-2 = 10x-20 \Rightarrow 6x = 18 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{Log}[(x-3) \times 9] = \text{Log } 8x \Rightarrow 9x - 27 = 8x \Rightarrow x = 27 \quad (179)$$

$$\text{Log}_a x = y \Rightarrow a^y = x \Rightarrow \text{Log } a^y = \text{Log } x \Rightarrow y \text{Log } a = \text{Log } x \Rightarrow y = \frac{\text{Log } x}{\text{Log } a} \quad (180)$$

$$\frac{1}{4} \quad (181)$$

$$6 \quad (182)$$

$$\text{Log}_1 a = x_1, \text{Log}_1 b = x_2 \quad (183)$$

$$1^{x_1} = a, 1^{x_2} = b$$

$$\frac{a}{b} = 1^{x_1 - x_2} \Rightarrow \text{Log} \frac{a}{b} = x_1 - x_2 = \text{Log}_1 a - \text{Log}_1 b$$

$$\text{Log} x^r + \text{Log} \sqrt[r]{y^r} - \text{Log} a = \text{Log} \frac{x^r \sqrt[r]{y^r}}{a} \quad (184)$$

$$\text{Log}_4 2^x = x \quad (185)$$



$$(186)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{3x^2 - x^3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-4)}{-x^2(x-3)} = \frac{3-4}{-9} = \frac{1}{9} \quad (187)$$

$$1 = a \sin(\cdot) + b \cos(\cdot) \Rightarrow b = 1 \quad (188)$$

$$2 = a \sin \frac{\pi}{2} + b \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = 1$$

$$\Delta x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\Delta} \Rightarrow D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{\Delta} \right\} \quad (189)$$

$$\frac{3-4x}{x^2-9} > 0 \Rightarrow \begin{cases} 3-4x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \\ x^2-9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases} \quad \text{دامنه} = (-\infty, -3) \cup \left[\frac{3}{4}, 3 \right) \quad (190)$$

x	$-\infty$	-3	$\frac{3}{4}$	3	$+\infty$
P > 0		+	-	+	-

$$2b + 1 = 2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} + 1 \Rightarrow 2b + 1 = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \quad (191)$$

$$\frac{x-1}{4-x} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ 4-x = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases} \quad (192)$$

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
P > 0		-	+	-
		تعریف	نشده	

$$D_f = [1, 4)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)}{2(x+2)} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \quad (193)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3} \quad (194)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 3x}{x-3} = \frac{x(x-3)}{x-3} = x \quad x \neq 3 \quad (195)$$

$$x - x^2 > 0 \Rightarrow x(1-x) > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} D_f = [0, 1] \quad (196)$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$x - x^2 > 0$	-	+	-	-

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= 2 \\ f(0) &= 1 \end{aligned} \right\} \cdot + 2 = 3a \times 1 \rightarrow a = \frac{2}{3} \quad (197)$$

$$\frac{f(3) + g(3)}{f(3) - g(3)} = \frac{11 + 2}{11 - 2} = \frac{13}{9} \quad (198)$$

$$p = \frac{5 - 7x}{x^2 - x - 12} > 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, -3) \cup \left[\frac{5}{7}, 4\right) \quad (199)$$

x	$-\infty$	-3	$\frac{5}{7}$	4	$+\infty$
$5 - 7x$	+	+	-	-	-
$x^2 - x - 12$	+	-	-	+	+
$P > 0$	+	-	+	-	-

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -1 \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3 \quad -1 + 3 = 2 \quad (200)$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) = (2x - 1) \times \frac{x}{2x^2 - 1} \quad (201)$$

$$(f \times g)(x) = \cancel{(2x-1)} \times \frac{x}{\cancel{(2x-1)}(2x+1)} \Rightarrow (f \times g)(x) = \frac{x}{2x+1}$$

$$x^2 + 3x + 2 > 0 \quad (202)$$

$$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x < -2 \cup x > -1\} \cup (-\infty, -2) \cup (-1, +\infty)$$

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$x^2 + 3x + 2$	+	-	+	+

۲۰۳

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x^2 - 9)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = 3 + 3 = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (x - 1) = 3 - 1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) + f(3) + \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 6 + 2 + 2 = 10$$

۲۰۴

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2 + 1}{3x - 2} \quad \left(\frac{f}{g}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1}{3\left(\frac{1}{3}\right) - 2} = \frac{-10}{9}$$

۲۰۵

$$f(-2) = 2 + 2 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} (x^2 + 2a) = 4 + 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} (3x - 2b) = -6 - 2b$$

$$\begin{aligned} 2a + 4 = 4 &\Rightarrow a = 0 \\ -6 - 2b = 4 &\Rightarrow b = -5 \end{aligned}$$

۲۰۶

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x+1)(x-1)}{(x+3)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x+1)}{x+3} = \frac{1(1+1)}{1+3} = \frac{1}{2}$$

۲۰۷

$$\frac{f}{g}(3) = \frac{f(3)}{g(3)} = \frac{3+1}{\sqrt{3+1}} = \frac{4}{2} = 2$$

۲۰۸

$$\frac{x+3}{x^2-4} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x+3=0 \rightarrow x=-3 \\ x^2-4=0 \rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$$

P	x	-3	-2	2
x+3		-	0	+
x^2-4		+	0	-
P > 0		-	0	+

$$D_f = [-3, -2) \cup (2, +\infty)$$

۲۰۹

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \Rightarrow 4 - 2b + 2a = -2 + b \Rightarrow 2b - 2a = 6 \Rightarrow b - a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \Rightarrow \sqrt{2 \times 4 - 4a} = 2 \Rightarrow 8 - 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$b - a = 3 \Rightarrow b - 1 = 3 \Rightarrow b = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2) \quad \text{○/۲۵} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -2a + 1 \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = 8a - 2b - 1 \\ f(-2) = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = -31 \end{cases} \quad \text{۲۱۰}$$

$$a < 0 \quad \text{○/۲۵} \quad b < 0 \quad \text{○/۲۵} \quad c < 0 \quad \text{○/۲۵} \quad \text{۲۱۱}$$

نمودار محور طول‌ها را در دو نقطه قطع می‌کند در نتیجه معادله دو جواب دارد. ○/۲۵

$$x + 9 \geq 0 \Rightarrow x \geq -9 \quad \text{○/۵} \quad \text{۲۱۲}$$

باید داده‌ها را مرتب کنیم: ۲۱۳

۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۱۹, ۲۳, ۲۵, ۲۷, ۳۱, ۳۲, ۳۴, ۴۱, ۴۳

چون تعداد داده‌ها فرد است، عدد وسط یعنی ۲۳ میانه است.

۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۱۹ ۲۱۴

عدد ۱۵ میانه‌ی نیمه‌ی اول است. ۲۱۵

۲۵, ۲۷, ۳۱, ۳۲, ۳۴, ۴۱, ۴۳ ۲۱۶

۳۲ میانه‌ی این اعداد است. ۲۱۷

$$1 - x = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \text{دامنه} = \mathbb{R} - \{1\} \quad \text{○/۵} \quad \text{۲۱۸}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-1)} = 2 \quad \text{○/۲۵} \quad \text{○/۲۵} \quad \text{○/۲۵} \quad \text{۲۱۹}$$

$$D_f = (-\infty, 1] \quad \text{۲۲۰}$$

$$(I) f(1) = \sqrt{1-1} = 0 \Rightarrow f(1) = 0$$

$$(II) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{1-x} = \sqrt{1-1} = 0$$

$$(III) f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$$

این تابع در دامنه پیوسته است. تابع در $x = 1$ پیوستگی دارد.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} \times \frac{\sqrt{x+2} + 2}{\sqrt{x+2} + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \frac{1}{4} \quad \text{۲۲۱}$$

$$x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+3}{x} = \frac{9}{3} = 3 \quad \left(\frac{0}{0}\right) \quad (222)$$

$$S = \{ (پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, پ), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر) \} \quad \left(\frac{0}{25}\right) \quad (223)$$

$$A = \{ (پ, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (ر, ر, ر) \} \quad \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$B = \{ (ر, پ, پ), (ر, پ, ر) \} \quad \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$A \cap B = \{ (پ, ر, ر), (ر, پ, ر) \}$$

$$P(A) \times P(B) = \frac{1}{8} \left(\frac{0}{25}\right), P(A \cap B) = \frac{2}{8} \left(\frac{0}{25}\right) \Rightarrow A \text{ و } B \text{ مستقل نیستند} \quad \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 5 = 7 \quad \left(\frac{0}{5}\right) \quad (224)$$

$$3 - 2 + 4 = 5 \quad \left(\frac{0}{25}\right) \quad \left(\frac{0}{25}\right) \quad \left(\frac{0}{25}\right) \quad \left(\frac{0}{25}\right) \quad (225)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-1}{2} \quad f(1) = \frac{1}{2} \quad (226)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq f(1) \quad \text{پس تابع در } x=1 \text{ پیوسته نیست}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0 \quad \left(\frac{0}{25}\right) \quad (227)$$

$$D = R - \{1\}$$

$$\text{الف) } 2x + 1 = \frac{5}{x-1} \Rightarrow (2x+1)(x-1) = 5 \Rightarrow 2x^2 - x - 6 = 0$$

$$a = 2, b = -1, c = -6 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(2)(-6) = 1 + 48 = 49 \Rightarrow \Delta = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{1 \pm 7}{4} \begin{cases} x = \frac{1+7}{4} = \frac{8}{4} = 2 \\ x = \frac{1-7}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

$$\text{ب) } 2y - 6 = \sqrt{3y+1}$$

$$\begin{cases} 3y+1 \geq 0 \Rightarrow 3y \geq -1 \Rightarrow y \geq -\frac{1}{3} \\ 2y-6 \geq 0 \Rightarrow 2y \geq 6 \Rightarrow y \geq 3 \end{cases} \Rightarrow \text{دامنه جواب اصلی} = \left\{ y \mid y \geq -\frac{1}{3} \right\}$$

$$\text{حل: } (2y-6)^2 = (\sqrt{3y+1})^2 \Rightarrow 4y^2 - 24y + 36 = 3y+1 \Rightarrow 4y^2 - 27y + 35 = 0$$

$$a = 4, b = -27, c = 35 \Rightarrow \Delta = (-27)^2 - 4(4)(35) = 729 - 560 = 169 \Rightarrow \Delta = 169$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-27) \pm \sqrt{169}}{2(4)} = \frac{27 \pm 13}{8} \begin{cases} x = \frac{27+13}{8} = \frac{40}{8} = 5 \\ x = \frac{27-13}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4} \end{cases}$$

$\frac{7}{4}$ قابل قبول نمی‌باشد، زیرا در شرط $y \geq 3$ صدق نمی‌کند پس معادله فقط یک جواب $x = 5$ دارد.

$$\text{مجموعه‌ی ریشه‌ها} = \{-3 + 2\sqrt{3}, -3 - 2\sqrt{3}\}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها: } S = x_1 + x_2 = (-3 + 2\sqrt{3}) + (-3 - 2\sqrt{3}) = -3 + 2\sqrt{3} - 3 - 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S = -6$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها } P = x_1 \cdot x_2 = (-3 + 2\sqrt{3})(-3 - 2\sqrt{3}) = (-3)^2 - (2\sqrt{3})^2$$

$$= 9 - 12 = -3 \Rightarrow P = -3$$

$$\text{معادله } x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - (-6)x + (-3) = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x} = \frac{x}{x^2-x} \Rightarrow x \neq 1, x \neq 0 \Rightarrow \text{دامنه} = \mathbb{R} - \{0, 1\}$$

$$\text{حل: } \frac{x^2 - 2x + 2}{x(x-1)} = \frac{x}{x^2-x} \Rightarrow \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2-x} = \frac{x}{x^2-x}$$

مخرج دو طرف مساوی است پس صورت‌ها هم مساوی‌اند.

$$x^2 - 2x + 2 = x \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

غ ق چون در دامنه صدق نمی‌کند $x=1$

$$\sqrt{x} \times \sqrt{x-3} = 2 \Rightarrow (\sqrt{x} \times \sqrt{x-3})^2 = 4 \Rightarrow x(x-3) = 4 \quad (\text{ب})$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

غیرقابل قبول $x=-1$

$x = -1$ به این علت غیرقابل قبول است که به ازای آن زیر رادیکال $\sqrt{x-3}$ منفی شده و عبارت نامعین (تعریف

نشده) می‌شود و در واقع $x = -1$ جزء دامنه جواب نیست. ($\{x | x > 3\}$ = دامنه‌ی جواب)

$$\frac{t-3}{t} = \frac{2}{t-3}$$

دامنه = $R - \{0, 3\}$ $t \neq 0, t - 3 \neq 0 \Rightarrow t \neq 0, t \neq 3$ برای تعیین دامنه

برای حل معادله از خاصیت تناسب استفاده می‌کنیم.

$$(t-3)(t-3) = 2t \Rightarrow t^2 - 6t + 9 = 2t \Rightarrow t^2 - 8t + 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(1)(9) = 64 - 36 = 28$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{4 \times 7}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{7}}{2} = \frac{2(4 \pm \sqrt{7})}{2} = 4 \pm \sqrt{7}$$

$$2y + 1 = \sqrt{11y - 1}$$

(ب)

برای تعیین دامنه: $\begin{cases} 11y - 1 \geq 0 \Rightarrow 11y \geq 1 \Rightarrow y \geq \frac{1}{11} \\ 2y + 1 \geq 0 \Rightarrow y \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$ دامنه اصلی = $\left\{ y \mid y \geq \frac{1}{11} \right\}$

برای حل معادله از توان رساندن طرفین معادله استفاده می‌کنیم.

$$(2y+1)^2 = (\sqrt{11y-1})^2 \Rightarrow 4y^2 + 4y + 1 = 11y - 1 \Rightarrow 4y^2 + 4y - 11y + 1 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4y^2 - 7y + 2 = 0 \Rightarrow a = 4, b = -7, c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4(4)(2) = 49 - 32 = 17$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{2(4)} = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{8} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{7 + \sqrt{17}}{8} \\ y = \frac{7 - \sqrt{17}}{8} \end{cases}$$

$$x_1 = -2 + 3\sqrt{2}, x_2 = -2 - 3\sqrt{2}$$

(۲۳۲)

روش اول برای نوشتن معادله استفاده از فرمول $x^2 - Sx + P = 0$ است.

$$S = x_1 + x_2 = -2 + 3\sqrt{2} - 2 - 3\sqrt{2} = -4$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = (-2 + 3\sqrt{2})(-2 - 3\sqrt{2}) = (-2)^2 - (3\sqrt{2})^2 = 4 - 18 = -14$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - (-4)x + (-14) = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 14 = 0$$

روش دوم استفاده از $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ است.

$$(x - (-2 + 3\sqrt{2}))(x - (-2 - 3\sqrt{2})) = 0 \Rightarrow x^2 - (-4)x + (-14) = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 14 = 0$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow a = 3, b = -2, c = -1 \quad (233)$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{مجموع دو ریشه}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{3}$$

$$f(1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x + 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{(1 + 1)(\sqrt{1 + 1})} = \frac{1}{4}$$

حد تابع با مقدار تابع در نقطه $x = 1$ برابر نیست پس تابع در $x = 1$ پیوسته نیست. $2 \neq \frac{1}{4}$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (x - a) = 4 - a \quad (234)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} (\Delta x^2 + bx + 4) = 16 + 4b + 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) \Rightarrow 4 - a = 4b + 16 \Rightarrow a + 4b = -12$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 - 3a = 2 \Rightarrow a = 0, b = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = a(2) + 2 = 1 \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad (235)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = b(2) - 1 = -1 \Rightarrow 2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax^2 + bx - 1) = 4a + 2b - 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ax + 5}{bx - 1} = \frac{2a + 5}{2b - 1} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4a + 2b - 1 = 9 \\ 2a + 5 = 9 \\ 2b - 1 = 9 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4a + 2b = 10 \\ 2a + 5 = 9 \\ 2a - 18b = -14 \end{array} \right. \Rightarrow a = 2, b = 1 \quad (237)$$

۲۴۵

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} [x - 1] + 2a = [3^- - 1] + 2a = [2^-] + 2a = 1 + 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} |x-1| = |3-1| = 2$$

$$f(3) = 3 + b - 1 = 2 + b$$

$$\text{شرط پیوستگی: } 1 + 2a = 2 + b \Rightarrow \begin{cases} 1 + 2a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ 2 + b = 2 \Rightarrow b = 0 \end{cases}$$

$$\text{شرط پیوستگی: } f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \quad 2 = -1 + b = a \Rightarrow a = 2, b = 3$$

۲۴۶

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} ([x] - 1) = -3$$

۲۴۷

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(\sqrt[3]{x^2} + 4 + 2\sqrt[3]{x})}{(\sqrt[3]{x} - 2)(\sqrt[3]{x^2} + 4 + 2\sqrt[3]{x})} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(\sqrt[3]{x^2} + 4 + 2\sqrt[3]{x})}{(x-8)} = 12$$

۲۴۸

$$D_f = [-1, 1]$$

۲۴۹

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Rightarrow$ وجود ندارد یا معنی ندارد

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \sqrt{1 - (-1)^2} = 0$$

در $x = 2$ و همسایگی $x = 2$ زیر رادیکال مثبت است.

۲۵۰

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x^2 + 3x - 5) = (-1)^3 - 2(-1)^2 + 3(-1) - 5 = -1 - 2 - 3 - 5 = -11$$

۲۵۱

$$\text{الف) } 8^{\frac{1}{3}} = 2 \quad \text{ب) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 64 \quad \text{ج) } 9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

۲۵۲

$$\text{الف) } \log_8 64 = 2 \Rightarrow 8^2 = 64$$

۲۵۳

$$\text{ب) } \log_3 81 = 4 \Rightarrow 81 = 3^4$$

$$\text{ج) } \log_2 1 = 0 \Rightarrow 2^0 = 1$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{15}{195}}{\frac{105}{195}} = \frac{15}{105} = \frac{1}{7}$$

۲۵۴

تحصیلات
دانشگاهی

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

جنسیت فرزندان مستقل از یکدیگر است پس:

۲۵۵

$$\text{Log}(p^2 - q^2) - \text{Log}(p - q) = \text{Log} \sqrt{x} \Rightarrow \text{Log} \frac{(p - q)(p + q)}{p - q} = \text{Log} \sqrt{x} \rightarrow$$

۲۵۶

$$\text{Log}(p + q) = \text{Log} \sqrt{x} \rightarrow (p + q)^2 = x$$

$$\text{Log } x + \text{Log } 2^2 = \text{Log } 12^2 \Rightarrow \text{Log } 4x = \text{Log } 144 \Rightarrow 4x = 144 \Rightarrow x = 9$$

۲۵۷

$$\text{Log}(a, b)^{\frac{1}{4}} - \text{Log}(a^2 b)^{\frac{3}{5}}$$

$$\text{Log} \frac{(ab)^{\frac{1}{4}}}{(a^2 b)^{\frac{3}{5}}} = \text{Log} \frac{\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[5]{(a^2 b)^3}}$$

۲۵۸

$$\text{Log} \sqrt[3]{a^2} - \text{Log} \sqrt{b} \sqrt[4]{a^4} = \frac{2}{3} \text{Log } a - [\text{Log} \sqrt{b} + \text{Log} \sqrt[4]{a^4}] =$$

$$\frac{2}{3} \text{Log } a - \frac{1}{2} \text{Log } b - \frac{4}{4} \text{Log } a$$

۲۵۹

$$\text{Log} \sqrt[3]{a} + \text{Log} \sqrt[4]{b} + \text{Log} \sqrt[5]{\Delta} = \frac{1}{3} \text{Log } a + \frac{1}{4} \text{Log } b + \frac{1}{5} \text{Log } \Delta$$

۲۶۰

$$\text{Log} \left(\frac{a^2 b}{c^2} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \text{Log} \frac{a^2 b}{c^2} =$$

$$= \frac{1}{3} [\text{Log } a^2 b - \text{Log } c^2] = \frac{1}{3} [2 \text{Log } a + \text{Log } b - 2 \text{Log } c]$$

۲۶۱

$$2^y = 64 \rightarrow 2^y = 2^6 \rightarrow y = 6$$

۲۶۲

$$\text{Log}_8 4096 = x$$

۲۶۳

$$\text{حد مورد نظر} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x^2-x+1)(x+1)} = \frac{-2}{3}$$

۲۶۴

$$\text{حد مورد نظر} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)(\sqrt{x}+2)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{(x-4)(\sqrt{x}+2)} = \frac{1}{\sqrt{4}+2} = \frac{1}{4}$$

۲۶۵

$$? = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x+1})}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x+1} = 1+1 = 2 \quad (266)$$

$$1) x = \frac{-\Delta}{\Delta} = -1 \Rightarrow y = 4 - 1 + 7 = 3 \Rightarrow \min = 3 \quad (267)$$

$$2) y = 4(x+1)^2 + 3 \Rightarrow \min y = 3$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \quad (268)$$

$$f(4) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 4^3 + 4a = 64 + 4a \xrightarrow{\text{پیوستگی راست}} \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4) \quad (269)$$

$$\Rightarrow 64 + 4a = 3 \rightarrow 4a = -61 \Rightarrow a = \frac{-61}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 5 \quad (270)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5 \Rightarrow \text{حد دارد}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} f(x) = 1 \quad (271)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = 1$$

$$D_g : x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-1\} \quad (272)$$

$$D_h : x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow D_h = \mathbb{R} - \{0, 2\} \quad (273)$$

$$D_g : x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2 \Rightarrow D_g = (-2, +\infty) \quad (274)$$

$$D : \begin{cases} x \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow D_{\text{اصلی}} : x \geq 3 \quad (275)$$

$$\begin{aligned} &\xrightarrow{\text{به توان 2}} x(x-3) = 1 \Rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(1 \times -1) = 13 \\ &x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \quad \text{قابل قبول است.} \end{aligned}$$

$$\sqrt{x^2 - 5} = -2\sqrt{x} \Rightarrow x^2 - 5 = 4x$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 36 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 6}{2} \begin{matrix} 5 \\ -1 \end{matrix}$$

اگر جوابها را در معادله قرار دهیم قابل قبول نمی‌باشد.

بله، در عبارت $\sqrt{x^2 - 5} = -2\sqrt{x}$ سمت چپ مثبت و سمت راست عددی منفی است که این غیرممکن است.

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$\begin{cases} 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \Rightarrow D = R - \left\{ \frac{1}{2}, 3 \right\}$$

$$2x^2 - 7x + 3 \left[\frac{x}{x-3} - \frac{1}{2x-1} = \frac{5x}{2x^2 - 7x + 3} \right]$$

$$(2x - 1)x - (x - 3) = 5x \Rightarrow 2x^2 - x - x + 3 - 5x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

غ ق ق چون در دامنه صدق نمی‌کنند. $\Rightarrow x = 3, \frac{1}{2}$

$$S = (-2 + 3\sqrt{2}) + (-2 - 3\sqrt{2}) = -4$$

$$P = (-2 + 3\sqrt{2})(-2 - 3\sqrt{2}) = (-2)^2 - (3\sqrt{2})^2 = 4 - 18 = -14$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 14 = 0$$

$$x + x' = \frac{-b}{a} = \frac{2}{2} = 1 \quad 279$$

$$x \cdot x' = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

$$x + \frac{35}{x} - 2 = 0 \xrightarrow{\text{طرفین را در } x \text{ ضرب می‌کنیم}} x^2 + 35 - 2x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 35 = 0$$

نمی‌توان تجزیه کرد یا اگر از راه Δ حل کنیم، $\Delta = -136$ می‌شود که معادله جواب ندارد.

$\sqrt{3}$ گنگ نیست $\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}$ فرض خلف

کسر $\frac{a}{b}$ ساده‌ترین فرم ممکن است یعنی دیگر عامل مشترکی ندارند به عبارت دیگر ب.م.م a و b برابر ۱ می‌باشد.

$$\sqrt{3} = \frac{a}{b} \xrightarrow{\uparrow \cdot b} 3 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 3b^2 \xrightarrow{a^2 \text{ مضرب } 3} a = 3k \quad (I)$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری}} 9k^2 = 3b^2 \Rightarrow b^2 = 3k^2 \xrightarrow{b^2 \text{ مضرب } 3} b = 3k' \quad (II)$$

هم a و هم b مضرب ۳ هستند پس ب.م.م آنها حداقل ۳ می‌باشد که متناقض با فرض اولیه است پس فرض خلف غلط است پس $\sqrt{3}$ گنگ است.

فرض خلف: $n = 3k + r$, $r \neq 0$ مضرب ۳ نباشد $n = 3k + r$

$$\Rightarrow n^2 = \underbrace{9k^2 + 6kr + r^2}_{3q} = 3q + r^2 \neq 3q'$$

یعنی n^2 مضرب ۳ نیست که متناقض با فرض مسئله است پس فرض خلف غلط است.

$$\text{سمت چپ} = -\text{tg}(\pi - a) \text{Cotg}(\pi + a) - \text{Cos}(\pi - a) \text{Cos}(\pi - a) \quad (282)$$

$$= -(-\text{tga}) \text{Cotga} - \text{CosaCosa} = 1 - \text{Cosa}^2 = \text{Sina}^2$$

$$\text{Log}_{\sqrt{49}} \sqrt[5]{16} = \text{Log}_{\sqrt{49}} \sqrt[4]{49} + \text{Log}_{\sqrt[5]{16}}$$

$$= \frac{1}{4} \text{Log}_{\sqrt{49}} 49 + \frac{1}{5} \text{Log}_{\sqrt[5]{16}} 16 = \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{5} \text{Log}_{\sqrt[5]{16}} 16 = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \text{Log}_{\sqrt[5]{16}} 16$$

$$\frac{1}{2} \text{Log}_{10} 10000 = \frac{1}{2} \text{Log}_{10} 10^4 = \frac{1}{2} \times 4 \text{Log}_{10} 10 = 2 \quad (285)$$

$$\text{Log}_4 x^3 = \text{Log}_4 125 = x^3 = 125 \rightarrow x = 5 \quad (286)$$

$$\begin{cases} 2^x + y = 16 = 2^4 \rightarrow x + y = 4 \\ 2^x - y = 4 = 2^2 \rightarrow x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \quad (287)$$

فرض کنید دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ متشابه هستند و AM و $A'M'$ میانه‌های نظیر در این دو مثلث هستند.

$$\left. \begin{aligned} \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' &\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{2BM}{2B'M'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BM}{B'M'} \\ \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' &\Rightarrow \hat{B} = \hat{B}' \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle ABM \sim \triangle A'B'M' \Rightarrow \frac{AM}{A'M'} = \frac{AB}{A'B'} \quad (288)$$

پس نسبت میانه‌ها در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه برابر است.

در دو مثلث متشابه نسبت نیمسازهای نظیر با نسبت تشابه برابر است. (۲۸۹)

$$\triangle ABD \sim \triangle EFG \Rightarrow \frac{BC}{FH} = \frac{AD}{EG} \Rightarrow \frac{x}{x-3} = \frac{24}{18} \Rightarrow 18x = 24x - 72 \Rightarrow 6x = 72 \Rightarrow x = 12$$

در دو مثلث $\triangle ABH$ و $\triangle ACH$ را در نظر می‌گیریم. (۲۹۰)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} + \hat{A}_1 = 90^\circ \\ \hat{A}_2 + \hat{A}_1 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{A}_2 \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \times CH$$

پس ارتفاع وارد بر وتر میانگین هندسی بین دو نقطه‌ی ایجاد شده روی وتر است.

پاره خط AB' را مساوی MN روی AB و پاره خط AC' را مساوی MP روی AC جدا می‌کنیم. (۲۹۱)

$$\text{فرض} \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = k \rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = k \xrightarrow{\text{عکس تالس}}$$

$$\left. \begin{array}{l} B'C' \parallel BC \\ \text{فرض} \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{NP}{BC} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} \Rightarrow B'C' = NP$$

$$\left. \begin{array}{l} B'C' \parallel BC \\ \text{مورب } AB \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AB'C' \sim \triangle ABC \quad (1)$$

پس دو مثلث MNP و $AB'C'$ به حالت سه ضلع برابرند بنابراین این با توجه به رابطه‌ی ۱ نتیجه می‌گیریم $MNP \sim ABC$.

در هر تناسب می‌توان هر دو نسبت را معکوس نمود. (۲۹۲)

$$CV = \frac{\sigma}{x} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \quad (293)$$

اگر x_1 و x_2 و ... و x_n با میانگین \bar{x} و واریانس σ^2 باشد (۲۹۴)

و داده‌های جدید ax_1 و ax_2 و ... و ax_n با میانگین \bar{x} جدید باشند، واریانس جدید عبارتست از:

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{(ax_1 - a\bar{x})^2 + (ax_2 - a\bar{x})^2 + \dots + (ax_n - a\bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{a^2(x_1 - \bar{x})^2 + a^2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + a^2(x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = a^2 \frac{[(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}{n} \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}}^2 = a^2 \sigma_{\text{قدیم}}^2$$

۲۹۵

اگر X_1 و X_2 و ... و X_n داده‌های موجود باشد، با میانگین \bar{X} و واریانس σ^2 .

و داده‌های جدید $X_1 + a$ و $X_2 + a$ و ... و $X_n + a$ داریم:

$$\bar{X}_{\text{جدید}} = \frac{x_1 + a + \dots + x_n + a}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n + na}{n} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} + \frac{na}{n} \Rightarrow \bar{X}_{\text{جدید}} = \bar{X}_{\text{قدیم}} + a$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{جدید}}^2 &= \frac{(x_1 + a - \bar{X} - a)^2 + (x_2 + a - \bar{X} - a)^2 + \dots + (x_n + a - \bar{X} - a)^2}{n} \\ &= \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n} = \sigma_{\text{قدیم}}^2 \end{aligned}$$

۲۹۶

میان.

$$\frac{y-1}{y} - \frac{1}{y+1} - \frac{2y-1}{y(y+1)} = 0 \Rightarrow \frac{(y-1)(y+1) - y - 2y + 1}{y(y+1)} = 0$$

۲۹۷

$$\Rightarrow y^2 - 1 - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y(y-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 & \times \rightarrow \text{جواب صفر قابل قبول نیست زیرا مخرج کسر را صفر می‌کند} \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \quad \checkmark \end{cases}$$

۲۹۸

$$\frac{z+1}{z-1} - \frac{z-1}{z+1} - 3z + \frac{3z(z-1)}{z+1} = 0 \Rightarrow \frac{(z+1)^2 - (z-1)^2 - 3z(z^2-1) + 3z(z-1)^2}{(z-1)(z+1) = z^2-1} = 0$$

$$\Rightarrow z^2 + 2z + 1 - z^2 + 2z - 1 - 3z^3 + 3z + 3z^3 - 6z^2 + 3z = 0$$

$$\Rightarrow -6z^2 + 10z = 0 \Rightarrow -2z(3z-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2z = 0 \Rightarrow z = 0 \\ 3z - 5 = 0 \Rightarrow z = \frac{5}{3} \end{cases}$$

۲۹۹

$$\frac{12}{x-4} + \frac{1}{2x-3} = \frac{5}{7x-6} \Rightarrow \frac{12(2x-3)(7x-6) + (x-4)(7x-6) - 5(x-4)(2x-3)}{(x-4)(2x-3)(7x-6)} = 0$$

$$\Rightarrow 12(14x^2 - 33x + 18) + 7x^2 - 34x + 24 - 5(2x^2 - 11x + 12) = 0$$

$$\Rightarrow 168x^2 - 396x + 216 + 7x^2 - 34x + 24 - 10x^2 + 55x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow 165x^2 - 375x + 180 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{375 \pm \sqrt{21825}}{2 \times 165} = \frac{375 \pm 15\sqrt{97}}{2 \times 165} \Rightarrow x = \frac{25 \pm \sqrt{97}}{22}$$

۳۰۰

$$\begin{aligned} x_M &= \frac{1}{2}(x_A + x_B) = \frac{1}{2}(0 - 10) = -5 \\ y_M &= \frac{1}{2}(y_A + y_B) = \frac{1}{2}(-8 + 2) = -3 \end{aligned} \Rightarrow M(-5, -3)$$