

کد کنترل

121

A



121A

صبح پنج شنبه  
۱۴۰۱/۰۴/۰۹

دقت رجه دوازده سه



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.  
امام خمینی (ره)

آزمون سراسری ورودی دانشگاه ها و مؤسسات  
آموزش عالی کشور سال ۱۴۰۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی  
آزمون اختصاصی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی
۱	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۸۰ دقیقه

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضاء:

۱۰۱- دنباله‌های هندسی با قدر نسبت طبیعی و بزرگ‌تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله‌ها می‌توان یافت که جملات آن عضو مجموعه  $\{1, 2, \dots, 100\}$  باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۰۲- کمترین مقدار تابع  $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$  برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

- (۱)  $x = 2$  (۲)  $x = 2/5$  (۳)  $x = 3$  (۴)  $x = 3/5$

۱۰۳- مجموعه‌های  $A, B, C$  و  $D$  را در نظر بگیرید. تعداد اعضای  $C$ ، دو واحد بیشتر از  $A$  و تعداد اعضای  $D$ ، سه واحد کمتر از  $B$  است. اگر تعداد اعضای مجموعه  $C \times B$ ، ۲۵٪ بیشتر از تعداد اعضای مجموعه  $A \times B$  و  $1/5$  برابر تعداد اعضای مجموعه  $A \times D$  باشد، اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های  $A$  و  $B$  چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۰

۱۰۴- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع  $U$  باشند، مجموعه  $A' \cup ((B \cap A) \cap ((B \cup A) \cap B))$  با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱)  $(A - B)'$  (۲)  $B - A$  (۳)  $B$  (۴)  $\emptyset$

۱۰۵- کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره  $q \Leftrightarrow (p \vee q) \sim$  است؟

- (۱)  $p$  (۲)  $p \vee q$  (۳)  $q$  (۴)  $\sim p \Leftrightarrow q$

۱۰۶-  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + px + a = 0$  هستند. اگر  $0 < \beta < \alpha$  و  $12\sqrt{2} + 85 = 2\beta^2 + 2\alpha^2$  باشد، مقدار  $a$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{13}{4}$  (۲)  $\frac{21}{5}$  (۳) ۲ (۴) ۱

۱۰۷- اگر  $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{a^2-1} = 2$  باشد، حاصل  $\left( \frac{1}{a^2 - \sqrt{a^2+1}} + \frac{1}{a^2 + \sqrt{a^2+1}} \right)^{1201}$  چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰۸- تابع  $f(x) = x^2 \sqrt{x^2}$  در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{x^2}, x \leq 0$  (۲)  $-\sqrt[3]{x}, x \leq 0$  (۳)  $-\sqrt{x^2}, x \geq 0$  (۴)  $-\sqrt[3]{x}, x \geq 0$

۱۰۹- فاصله نقطه A روی خط  $x+y=a$  از دو نقطه  $B(-3, 2)$  و  $C(-1, 2)$  به ترتیب برابر  $\sqrt{29}$  و ۵ است. مقدار a چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴) -۲

۱۱۰- اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{2}x}{3x - \sqrt{2}}$  باشد، حاصل  $f \circ f \circ f(\sqrt{2})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{1}{2}$

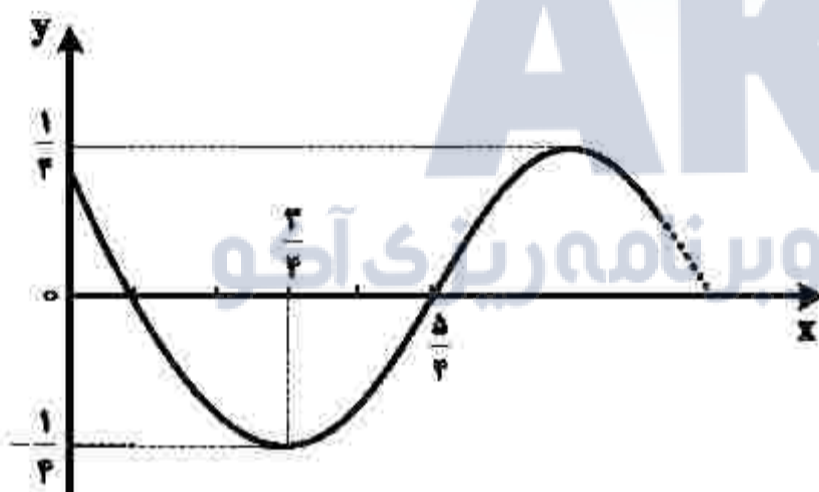
۱۱۱- فرض کنید  $5^x = 10$  است. اگر  $f^2(x) = 20$  باشد، ضابطه f کدام است؟

- (۱)  $\frac{2x+1}{x+1}$  (۲)  $\frac{x-1}{2x-1}$  (۳)  $\frac{2x-1}{x-1}$  (۴)  $\frac{x+1}{2x+1}$

۱۱۲- اندازه زاویه A در مثلث ABC، ۲۵ درجه بیشتر از اندازه زاویه B است. حاصل  $2 \cos A \sin B - \sin C$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۱۳- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos(bx + c)$  را نشان می‌دهد. اگر  $b > 0$  و  $0 < c < \pi$  باشد، مقدار  $\frac{ac}{b}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{16}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{4\pi}$  (۴)  $\pi$

۱۱۴- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$  در بازه  $[-\pi, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{3}$  (۲)  $\frac{7\pi}{3}$  (۳)  $\frac{9\pi}{4}$  (۴)  $\frac{11\pi}{6}$

۱۱۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}}$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) -۲ (۴)  $-\frac{3}{2}$

۱۱۶- تابع  $f(x) = \begin{cases} |x| + [-x] & |x^2| < x^2 \\ 1 + \cos \pi x & |x^2| = x^2 \\ [x^2] - [x] & |x^2| > x^2 \end{cases}$  در چند نقطه ناپیوسته است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) در همه نقاط پیوسته است. (۴) بیشمار

۱۱۷- چندجمله‌ای  $p(x) = x^{2n+1} + 2x^{2n} + x^6 + 3x^5 + 16x$  به ازای هر عدد طبیعی  $n$  بر  $x+2$  بخش پذیر است.

برای  $n=1$ ، باقی مانده تقسیم  $p(x)$  بر  $x^2 + 2x - 3$  کدام است؟

- (۱)  $-15x + 24$  (۲)  $-15x + 14$  (۳)  $-5x + 34$  (۴)  $-5x + 44$

۱۱۸- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (بجز دسته اول و دوم)، برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی  $\dots, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \{4, 5, 6\}, \{2, 3\}, \{1\}$ . میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

- (۱)  $2304/5$  (۲)  $3072/5$  (۳)  $4608/5$  (۴)  $6144/5$

۱۱۹- تابع  $f(x) = \frac{|2x+1| + 2x}{|x| + b}$  دارای دو مجانب افقی و دو مجانب قائم است. اگر هر ریشه مخرج با یکی از حدهای تابع

در بی‌نهایت برابر باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۱ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۲۰- در نقطه تلاقی منحنی‌های  $f(x) = \sin x + \frac{1}{4} \cos x$  و  $g(x) = \frac{3}{4} \sin x$  در بازه  $[0, \pi]$  خط مماسی بر منحنی

$f(x)$  رسم می‌شود. این خط، محور  $x$ ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱)  $\frac{\pi}{4} - 1$  (۲)  $\frac{\pi}{4} - 3$  (۳)  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{8}$

۱۲۱- تابع  $f$  مشتق‌پذیر و با دوره تناوب ۵ است. اگر  $f'(-1) = \frac{3}{4}$  و  $g(x) = f(x+1) + f(2x+10)$  باشد، حاصل  $g'(-2)$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{7}{2}$  (۳) ۶ (۴)  $\frac{13}{2}$

۱۲۲- اگر  $f(x) = (x-2)\sqrt{x+3}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(\Delta-h) - 2f(\Delta-h) + 2}{h(\Delta-h)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{13}{30}$  (۲)  $-\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $-\frac{13}{15}$

۱۲۳- نقطه  $A(-1, 1)$  اکسترمم نسبی تابع  $y = x^2|x| + 3ax^2 + b$  است. مقدار  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۲۴- محل تلاقی مجانب‌های تابع هموگرافیک  $y = \frac{ax+3}{(a+1)x+(a-1)}$ ، نقطه مینیمم تابع  $y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{5}{6}$  است. نمودار

این تابع هموگرافیک، محور  $x$ ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۱۲۵- چند عدد طبیعی پنج رقمی با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت که ارقام آن یک در میان زوج و فرد باشند؟

- (۱) ۱۸۴۰ (۲) ۱۹۲۰ (۳) ۲۱۶۰ (۴) ۲۴۰۰

۱۲۶- در یک تجربه تصادفی،  $S = \{x, y, z\}$  یک فضای نمونه‌ای است. اگر  $P(x)$ ،  $P(y)$  و  $P(z)$  یک دنباله هندسی با

قدر نسبت کمتر از واحد، تشکیل دهند و واسطه هندسی آنها  $\frac{1}{5}$  باشد، کمترین مقدار احتمال یک پیشامد ساده در

$S$ ، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{2-\sqrt{2}}{5}$  (۲)  $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$  (۳)  $\frac{2-\sqrt{3}}{10}$  (۴)  $\frac{2-\sqrt{2}}{10}$

۱۲۷- در یک کیسه ۱۶ گوی به شماره‌های ۱ تا ۱۶ وجود دارد. دو گوی به‌طور متوالی و بدون جایگذاری، به تصادف انتخاب

می‌کنیم. اگر بدانیم شماره گوی دوم از شماره گوی اول کمتر است، با کدام احتمال شماره گوی اول ۱۶ است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$  (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۲۸- برای برآورد میانگین درآمد افراد یک جامعه از دو نمونه تصادفی استفاده کرده‌ایم. اندازه نمونه دوم را طوری انتخاب

می‌کنیم که انحراف معیار برآورد میانگین با نمونه دوم،  $\frac{2}{3}$  برابر مقدار محاسبه شده با نمونه اول باشد. اندازه نمونه

دوم، چند برابر نمونه اول است؟

- (۱)  $1/5$  (۲)  $2/25$  (۳)  $2/75$  (۴)  $3/5$

۱۲۹- میانگین شش داده آماری، عددی طبیعی است و توان دوم انحراف از میانگین این داده‌ها، به صورت

$1, b^2, 9, 0, a^2, 9$  است. اگر واریانس این داده‌ها برابر ۴ باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟ ( $a, b \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $-4$  (۲)  $4$  (۳)  $2$  (۴)  $-2$

۱۳۰- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ، نقطه  $M$  وسط ساق  $AB$  و عمود منصف آن، ساق  $AC$  را در نقطه  $N$  قطع می‌کند.

اگر  $\angle NBC = 54^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $\angle MNB$  چند درجه است؟

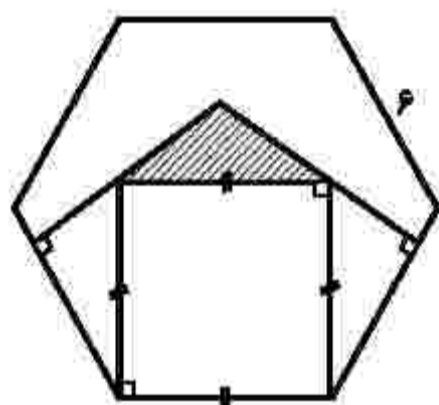
- (۱)  $48$  (۲)  $56$  (۳)  $66$  (۴)  $78$

۱۳۱- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند  $2/5$  و  $14/4$  سانتی‌متر

است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

- (۱)  $4/8$  (۲)  $6$  (۳)  $7/2$  (۴)  $8$

۱۳۲- در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی‌متر مربع است؟



- (۱)  $3\sqrt{3}$

- (۲)  $2\sqrt{3}$

- (۳)  $2$

- (۴)  $2$

۱۳۳- در شکل زیر،  $AB \parallel EF$  و اندازه کمان‌های  $\widehat{AE} = 15^\circ$ ،  $\widehat{EC} = 80^\circ$  و  $\widehat{FD} = 100^\circ$  است. اگر  $\angle BME = 20^\circ$

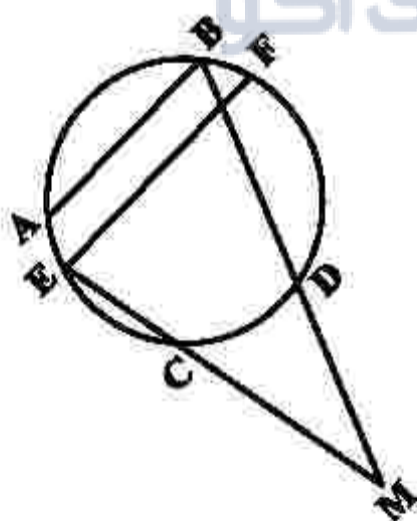
باشد، اندازه زاویه  $\angle ABD$  چند درجه است؟

- (۱)  $71/25$

- (۲)  $74$

- (۳)  $75$

- (۴)  $78/75$



۱۳۴- یک دوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده‌های ۸ و ۶ واحد، بر دایره‌ای به مساحت  $15\pi$  محیط است. مقدار ۸ کدام است؟

- (۱)  $\frac{25}{3}$  (۲) ۸ (۳)  $\frac{22}{3}$  (۴) ۱۰

۱۳۵- طول خط‌المركزین دو دایره مماس درونی  $\frac{3}{5}$  سانتی‌متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها  $21\pi$  سانتی‌متر مربع است. شعاع دایره کوچک‌تر، چند سانتی‌متر است؟

- (۱)  $\frac{1}{25}$  (۲)  $\frac{1}{75}$  (۳)  $\frac{2}{25}$  (۴)  $\frac{2}{75}$

۱۳۶- در مربع ABCD، نقطه (۳، ۵) رأس B و طول راس‌های C و D به ترتیب  $\frac{5}{5}$  و ۳ است. اگر بازتاب نقطه D نسبت به محور x ها بر خودش منطبق شود، فاصله بازتاب نقطه C نسبت به قطر BD از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\sqrt{6/5}$  (۳)  $\sqrt{6}$  (۴) ۲

۱۳۷- نیمساز داخلی زاویه A در مثلث ABC، ضلع مقابل را به پاره‌های  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{2}{5}$  واحدی تقسیم کرده است. اگر اندازه زاویه C برابر ۶۰ درجه باشد، ضلع کوچک‌تر مثلث چند واحد است؟

- (۱)  $\frac{3}{75}$  (۲)  $\frac{4}{25}$  (۳)  $\frac{4}{75}$  (۴)  $\frac{5}{25}$

۱۳۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} x & -1 & -x \\ 0 & 0 & 4 \\ y & z & z \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 2z & \frac{1}{2} & 2 \\ 2z & 0 & -4y \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$  و ماتریس AB به ازای  $y \in \mathbb{Z}$  ماتریس اسکالر باشد، مقدار xy کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  و ماتریس X در رابطه ماتریسی  $X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$  صدق کند،

کوچک‌ترین درایه قطر اصلی ماتریس X کدام است؟

- (۱) -۱۵ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴۰- به ازای هر m، معادله  $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه  $A(-1, 1)$  روی دایره C باشد، محیط دایره C کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}\pi$  (۲)  $2\pi$  (۳)  $3\pi$  (۴)  $2\sqrt{3}\pi$

۱۴۱- در سهمی  $2y^2 - 2ay + 8x + b = 0$  نقطه  $(-1, 1)$  رأس سهمی است. مقدار  $\frac{a}{b}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $-\frac{1}{5}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۱۴۲- سه بردار  $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ،  $\vec{b} = (-1, 2, 0)$  و  $\vec{c}$  غیر واقع در یک صفحه و  $\vec{h} = (x, y, 4)$  بردار ارتفاع متوازی السطوح حاصل از این سه بردار است. اگر  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$  و  $\vec{b} \cdot \vec{c} = 5$  باشد، اندازه بردار  $\vec{c}$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳)  $\sqrt{19}$  (۴)  $\sqrt{21}$

۱۴۳- دو بردار که اندازه یکی دو برابر دیگری است، با هم زاویه  $60^\circ$  درجه می‌سازند. زاویه بین بردار بزرگ‌تر و تفاضل دو بردار، چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

۱۴۴- نقاط  $(a, b)$  روی منحنی  $y = \frac{3x-1}{x+2}$  قرار دارند. اگر  $a, b \in \mathbb{Z}$  باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۵- دو عدد  $a^2 - 1$  و  $14a + 6$  رقم یکان برابری دارند. رقم یکان  $a^2 + a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۴۶- اگر  $x$  و  $y$  هر دو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی  $12x + 11y = 759$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۴۷- در یک گراف کامل  $q(G) = \Delta^2(G) - 2\delta(G)$  است. مقدار  $p(G)$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۴۸- درجه رأس‌های یک گراف ساده و همبند به صورت اعداد  $a, b, c, 2, 4, 5$  هستند. اگر تعداد یال‌های این گراف  $\frac{1}{5}(a+b+c)$  باشد، چند حالت مختلف برای مجموعه  $\{a, b, c\}$  وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) ۲

۱۴۹- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۶۰۰۰ با مجموع ارقام ۸ وجود دارد؟

- (۱) ۱۵۵ (۲) ۱۶۵ (۳) ۱۶۴ (۴) ۱۵۸

۱۵۰- حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$  انتخاب شود تا مطمئن شویم دو زیرمجموعه با اشتراک تهی در آنها وجود دارد؟

- (۱) ۶۵ (۲) ۶۴ (۳) ۴۵ (۴) ۴۶