

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۲

جمعه ۱۴۰۱/۰۴/۳۱



آزمون‌های سراسر کنکور

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

| | |
|---------------------|------------------------|
| نام و نام خانوادگی: | شماره داوطلبی: |
| تعداد سؤال: ۷۰ | مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

| مدت پاسخگویی | شماره سؤال | | وضعیت پاسخگویی | تعداد سؤال | مواد امتحانی | ردیف |
|--------------|------------|----|----------------|------------|---------------|------|
| | تا | از | | | | |
| ۸۰ دقیقه | ۱۰ | ۱ | اجباری | ۱۰ | حسابان ۱ | ۱ |
| | ۲۰ | ۱۱ | | ۱۰ | ریاضی ۱ | |
| | ۳۰ | ۲۱ | | ۱۰ | هندسه ۲ | |
| | ۴۰ | ۳۱ | | ۱۰ | هندسه ۱ | |
| | ۵۰ | ۴۱ | | ۱۰ | آمار و احتمال | |
| | ۶۰ | ۵۱ | اختیاری | ۱۰ | حسابان ۲ | |
| | ۷۰ | ۶۱ | اختیاری | ۱۰ | هندسه ۳ | |



حسابان (۱)

۱- در دنباله $t_n = 3^n$ ، حاصل ضرب بیست جمله اول برابر 3^a است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲۲۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۹۰

۲- بین دو عدد ۳ و ۲۳ چه تعداد واسطه حسابی با مجموع ۵۲ می توان درج کرد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳- مجموع ریشه های متمایز معادله $x^2 + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = 4$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۴- اگر $x = -2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ باشد، مجموع صفرهای دیگر کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) -۱

۵- نمودار زیر مربوط به یک سهمی است، مقدار x_0 چقدر است؟

(۱) -۱

(۲) -۲

(۳) $1 - \sqrt{3}$

(۴) $2 - \sqrt{5}$

۶- ریشه کدام معادله زیر است؟

- (۱) $x^4 + 2x^2 - 1 = 0$ (۲) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$ (۳) $x^4 + 2x^2 + 1 = 0$ (۴) $x^4 - 4x^2 - 3 = 0$

۷- با حذف نقطه ای از نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، برد تابع تغییر می کند. حاصل ضرب طول و عرض این نقطه کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

۸- اگر $x < 0$ باشد، حاصل $A = |7x + |10x||$ کدام است؟

- (۱) $17x$ (۲) $-3x$ (۳) $-17x$ (۴) $3x$

۹- دو تابع $y = |\sin x|$ و $y = \left|\frac{x}{\pi}\right|$ در چند نقطه متقاطع اند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰- شیب خطی که از نقطه $A(-2, 1)$ گذشته، از نقطه $B(3, 1)$ به فاصله ۴ بوده و با جهت مثبت محور x زاویه ی حاده می سازد، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

ریاضی (۱)

۱۱- اگر A مجموعه مضرب های طبیعی عدد ۱۲، B مجموعه مضرب های طبیعی عدد ۴ و C مجموعه مضرب های عدد ۵ باشد، کدام مجموعه زیر

در \mathbb{N} متناهی است؟

- (۱) $C - A$ (۲) $B - A$ (۳) $A - B$ (۴) $A - C$

۱۲- اگر $A_n = \left(-\frac{1}{n}, n+1\right]$ باشد، مجموعه $(A_1 \cup A_2) - A_3$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات



۱۳- حاصل مجموعه‌ی $(B \cap C) \cup (A - B) \cup (B - C)$ برابر با کدام است؟

$A \cup B$ (۱) B' (۲) C' (۳) $A' \cap B'$ (۴)

۱۴- اگر $[7, 16] = [7, 3a+1] \cup (a-2b, 9)$ باشد، با شرط $b \in \mathbb{Z}$ کدام است؟

-6 (۱) 6 (۲) -4 (۳) 4 (۴)

۱۵- اگر اشتراک دو بازه‌ی $(8, 2x+y]$ و $(2, 3x+y+1]$ برابر $\{4\}$ باشد، حاصل y^x کدام است؟

-6 (۱) 2 (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴)

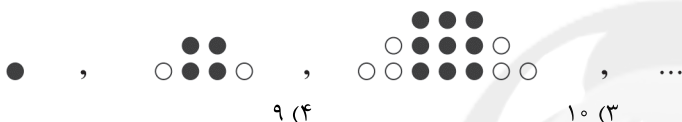
۱۶- حاصل $A \cap (A' \cup B)$ کدام است؟

$A \cap B$ (۱) $A \cup B$ (۲) A (۳) B (۴)

۱۷- در یک کلینیک پزشکی ۱۵ نفر دارای بیماری قلبی و ۲۰ نفر دارای دیابت می‌باشند. اگر ۵ نفر دارای دیابت و بیماری قلبی باشند، این کلینیک چند نفر بیمار قلبی یا دیابتی دارد؟

30 (۱) 35 (۲) 40 (۳) 25 (۴)

۱۸- اختلاف تعداد دایره‌های توپر و توخالی در شکل نهم الگوی زیر کدام است؟



46 (۱) 45 (۲) 10 (۳) 9 (۴)

۱۹- اعداد $5x-5$ ، $3x$ ، $2x+1$ به ترتیب جمله‌های چهارم، پنجم و ششم یک دنباله حسابی هستند. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

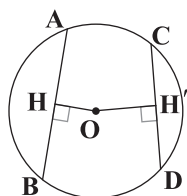
57 (۱) 60 (۲) 63 (۳) 66 (۴)

۲۰- مجموع سه عدد که تشکیل دنباله هندسی می‌دهند ۲۸ و حاصل ضرب آن‌ها ۵۱۲ می‌باشد. قدرنسبت کدام می‌تواند باشد؟

2 (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴)

هندسه (۲)

۲۱- اگر بدانیم وتر AB نسبت به وتر CD به مرکز دایره نزدیک‌تر، $AB = 2m - 8$ و $CD = 24 - 4m$ باشد، مجموعه جواب m کدام است؟



$4 < m < 6$ (۱)

$m > 4$ (۲)

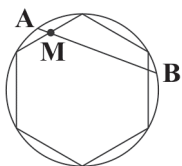
$m > \frac{16}{3}$ (۳)

$\frac{16}{3} < m < 6$ (۴)

۲۲- دو دایره‌ی $C(O, 5cm)$ و $C'(O', 4cm)$ به فاصله‌ی $8cm$ از یک‌دیگر مفروض‌اند، این دو دایره نسبت به هم هستند.

(۱) متداخل (۲) متخارج (۳) متقاطع (۴) مماس برون

۲۳- اگر $AM = 2cm$ ، $AB = 10cm$ و نقطه‌ی M وسط ضلع شش‌ضلعی منتظم باشد، مطلوب است محیط شش‌ضلعی منتظم:



15 (۱)

24 (۲)

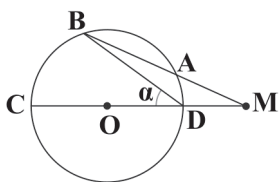
30 (۳)

48 (۴)

محل انجام محاسبات



۲۴- در شکل زیر، اگر $MA = R$ و $\widehat{AD} = 24^\circ$ باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی α کدام است؟ (R شعاع دایره است.)



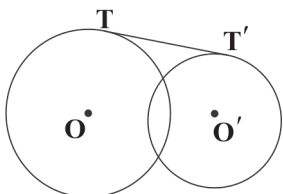
(۱) 72°

(۲) 24°

(۳) 48°

(۴) 36°

۲۵- TT' مماس مشترک دو دایره است. اگر شعاع دایره‌ی بزرگ‌تر 7cm ، $OO' = 5\text{cm}$ و $TT' = 4\text{cm}$ باشد، شعاع دایره‌ی کوچک‌تر چند سانتی‌متر است؟



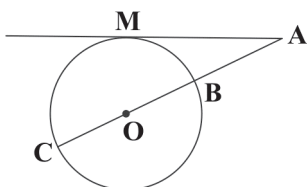
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۲۶- در شکل زیر، O مرکز دایره است. اگر $AO = 6$ و $AM = 3\sqrt{3}$ باشد، شعاع دایره چقدر است؟



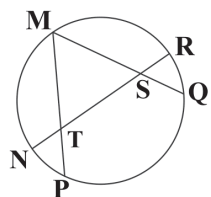
(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۳

۲۷- اگر در شکل زیر، مثلث MTS متساوی‌الاضلاع باشد، محیط مثلث چقدر است؟ ($SQ = \frac{1}{4}$ ، $TP = \frac{1}{4}$ ، $SR = \frac{1}{4}$)



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۴

(۳) ۱

(۴) ۲

۲۸- مثلثی به اضلاع 3 ، $3\sqrt{3}$ و 6 در دایره‌ای محاط شده است. دو خط مماس بر دایره در دو سر ضلع متوسط مثلث با هم زاویه‌ی چند درجه می‌سازند؟

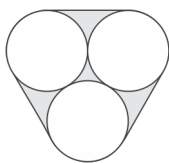
(۴) ۷۰

(۳) ۴۵

(۲) ۶۰

(۱) ۳۰

۲۹- در شکل زیر، سه دایره یکسان با شعاع یک واحد دایره‌ی بزرگ‌تر هم مماس هستند. مساحت قسمت رنگی کدام است؟



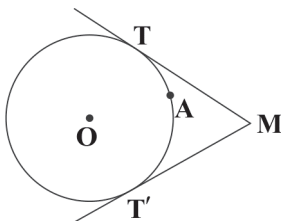
(۲) $3(1 - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3}$

(۱) $3(1 + \pi) + \sqrt{3}$

(۴) $6(1 - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3}$

(۳) $3(1 - \pi) + \sqrt{3}$

۳۰- در شکل مقابل $\hat{M} = 60^\circ$ و شعاع دایره برابر ۲ سانتی‌متر است، طول کمان TAT' کدام است؟



(۱) $\frac{2\pi}{3}$

(۲) 2π

(۳) $\frac{4\pi}{3}$

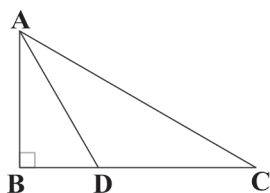
(۴) $\frac{8\pi}{3}$

محل انجام محاسبات



هندسه (۱)

۳۱- در شکل زیر AD نیمساز \hat{A} از مثلث قائم‌الزاویه ABC است. اگر AB یک واحد کوچک‌تر از وتر و CD $\frac{1}{5}$ واحد بزرگ‌تر از BD باشد،



طول BD کدام است؟

(۱) $\frac{2}{4}$

(۲) $\frac{2}{2}$

(۳) $\frac{2}{8}$

(۴) $\frac{2}{6}$

۳۲- در مثلث MNP با زاویه $P = 40^\circ$ عمود منصف NP ضلع MP را در نقطه O قطع می‌کند. زاویه NOM چند درجه است؟

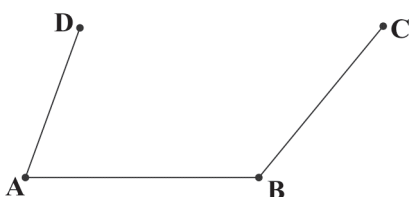
(۴) ۲۰

(۳) ۵۰

(۲) ۸۰

(۱) ۴۰

۳۳- با توجه به شکل مقابل، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از ۴ نقطه A, B, C, D



به یک فاصله باشد؟

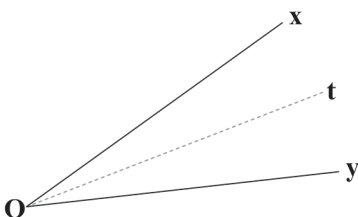
(۱) دقیقاً یک نقطه

(۲) حداقل یک نقطه

(۳) حداکثر یک نقطه

(۴) دقیقاً دو نقطه

۳۴- در شکل مقابل، Ot نیمساز زاویه xOy است. چند نقطه روی Ot وجود دارد که از



Ox و Oy به فاصله 5 واحد باشد؟

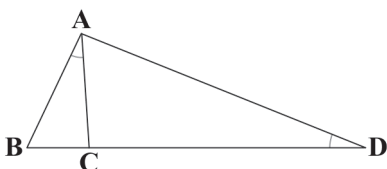
(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) بی‌شمار

(۳) صفر

۳۵- در شکل زیر، $\hat{BAC} = \hat{D}$ است. کدام رابطه همواره درست است؟



(۱) $AD > AC$

(۲) $AD > AB$

(۳) $AB = AD$

(۴) $AC < AB$

۳۶- کدام یک از چهارضلعی‌های زیر به صورت یکتا قابل ترسیم نیست؟

(۲) لوزی به ضلع ۱۳ و قطر ۲۴

(۱) مربعی به قطر ۸

(۴) لوزی با قطرهای ۶ و ۱۰

(۳) متوازی‌الاضلاع با قطرهای ۱۲ و ۱۵

۳۷- کدام قضیه را می‌توان به صورت دوشرطی بیان کرد؟

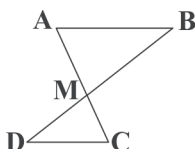
(۱) هر مربع دارای ۴ ضلع مساوی است.

(۲) در هر مثلث مانند ABC ، اگر $\hat{A} > \hat{B}$ آن‌گاه $BC > AC$.

(۴) هر دو مثلث هم‌نهشت، هم‌مساحت‌اند.

(۳) اگر دو عدد مساوی باشند، توان دوم آن‌ها نیز مساوی است.

۳۸- در شکل مقابل، اگر $\hat{A} > \hat{B}$ و $\hat{C} > \hat{D}$ ، آن‌گاه کدام گزینه درست است؟



(۲) $AB < BD$

(۱) $AB < CD$

(۴) $BD < AC$

(۳) $AC < BD$

محل انجام محاسبات

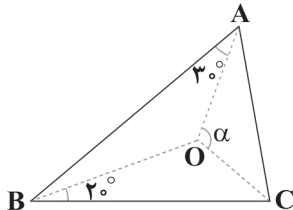


۳۹- برای اثبات درستی یا نادرستی کدام یک از موارد زیر، از استدلال استنتاجی کمک می‌گیریم؟

- (۱) مجموع زوایای داخلی مربع، مستطیل و لوزی 360° است، پس مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی 360° است.
 (۲) در هر مثلث قائم‌الزاویه محل هم‌مرسی عمودمنصف‌ها، روی وتر است، بنابراین محل هم‌مرسی عمودمنصف‌ها در همه‌ی مثلث‌ها روی بزرگ‌ترین ضلع آن‌ها است.
 (۳) در مثلث ABC ، دو زاویه‌ی B و C نابرابر می‌باشند، بنابراین مثلث ABC متساوی الساقین نیست.
 (۴) مثلث ABC دارای دو ضلع نابرابر است، پس این مثلث زاویه‌ای بزرگ‌تر از 60° دارد.

۴۰- اگر OA و OB نیمساز زوایای A و B باشد، زاویه‌ی α چند درجه است؟

- (۱) 115
 (۲) 110
 (۳) 105
 (۴) 100



آمار و احتمال

۴۱- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) به جمله‌ای که در حال حاضر یا آینده دارای ارزش درست یا نادرست باشد، گزاره می‌گوییم.
 (۲) به هر جمله‌ای که در یک استدلال استفاده می‌شود، یک گزاره می‌گوییم.
 (۳) حدس‌ها در ریاضیات، گزاره نمی‌باشند.
 (۴) جمله «سیزدهمین رقم بعد از ممیز در عدد $\sqrt{2}$ ، برابر صفر است.» یک گزاره است.

۴۲- مجموعه جواب گزاره‌نمای $4^x - 6(2^x) + 8 = 0 \Leftrightarrow 2^x + 1 = 0$ در مجموعه‌ی عددهای حقیقی کدام است؟

- (۱) \emptyset (۲) $\{1, 2\}$ (۳) \mathbb{R} (۴) $\mathbb{R} - \{1, 2\}$

۴۳- گزاره‌ی $\exists x \in \mathbb{R} : 5^{-x} = a$ در کدام حالت زیر نادرست است؟

- (۱) a عدد گویای مثبت است.
 (۲) a عدد گویای منفی است.
 (۳) a عدد صحیح مثبت است.
 (۴) a عدد حقیقی مثبت است.

۴۴- گزاره‌ی $(\sim p \Rightarrow \sim q)$ ، نقیض کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱) $p \Rightarrow q$ (۲) $p \wedge \sim q$ (۳) $q \wedge \sim p$ (۴) $\sim q \vee p$

| ردیف | p | q | ? |
|------|---|---|---|
| ۱ | د | ن | د |
| ۲ | د | د | ن |
| ۳ | ن | ن | ن |
| ۴ | ن | د | د |

۴۵- با توجه به جدول ارزش مقابل ۱، به جای علامت سؤال، کدام گزینه را می‌توان قرار داد؟

- (۱) $p \Rightarrow q$
 (۲) $\sim p \Leftrightarrow \sim q$
 (۳) $\sim p \Rightarrow q$
 (۴) $p \Leftrightarrow \sim q$

۴۶- گزاره $(\sim p \vee (\sim p \wedge (q \Rightarrow r \vee s)))$ چه زمانی درست است؟

- (۱) اگر همه گزاره‌ها درست باشند.
 (۲) اگر p نادرست باشد.
 (۳) اگر r, s و p درست باشند.
 (۴) اگر q و s نادرست و p درست باشند.

۴۷- تعداد افرازهای مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ که همه‌ی بخش‌های آن مجموعه‌های زوج‌عضوی باشد، کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۱۰۶ (۳) ۱۶ (۴) ۳۰

۴۸- مجموع تعداد زیرمجموعه‌های سه مجموعه $k+1$ عضو و $k-1$ عضو و $2k-1$ عضو و $k+3$ عضو، 22 است. اجتماع مجموعه‌ی بزرگ‌تر و کوچک‌تر،

چند زیرمجموعه‌ی سره‌نا تهی دارد؟ (مجموعه‌ها هیچ عضو مشترکی ندارند.)

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۲۶ (۳) ۲۵۴ (۴) ۳۰

۴۹- چه تعداد از اعضای مجموعه $\{n^2 - 16, (n^2 - 5n^2 + 4)(n^2 - 16) = 0\}$ ، گنگ می‌باشند؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات



- ۵۰- اگر مجموعه‌های A و B ، ناتهی و $A \neq B$ باشد، آنگاه $X = \{(x, y) | x \in (A-B), y \in (B-A), x = y\}$ ، چند زیرمجموعه دارد؟
 (۱) $2^{n(A)+n(B)}$ (۲) $2^{n(A-B)}$ (۳) ۲ (۴) ۱

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سؤالات ۵۱ تا ۶۰ درس حسابان (۲) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

حسابان (۲)

- ۵۱- سهمی $f(x) = x^2 + 2x + 5$ را چگونه منتقل کنیم تا بر نمودار $y = x^2$ منطبق شود؟
 (۱) ابتدا یک واحد به سمت راست، سپس چهار واحد به سمت پایین (۲) ابتدا یک واحد به سمت چپ، سپس پنج واحد به سمت پایین
 (۳) ابتدا یک واحد به سمت چپ، سپس چهار واحد به سمت پایین (۴) ابتدا یک واحد به سمت راست، سپس پنج واحد به سمت پایین
 ۵۲- نقطه‌ی $A(a, b)$ از نمودار تابع $y = f(x)$ ، متناظر با کدام نقطه از نمودار تابع $y = 1 - f(3x - 1)$ می‌باشد؟

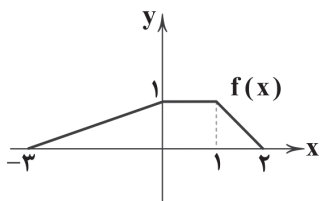
- (۱) $(3a - 1, b + 1)$ (۲) $(3a - 1, 1 - b)$ (۳) $(\frac{a}{3} + 1, 1 - b)$ (۴) $(\frac{a+1}{3}, 1 - b)$

- ۵۳- اگر $D_f(x) = [a, 3]$ و $D_{f \circ f}(x) = [-1, b + 3]$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) صفر

- ۵۴- نمودار دو تابع $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = \log_p(x+3)$ در چند نقطه مشترکند؟

- (۱) ۲ نقطه با طول مثبت (۲) ۱ نقطه با طول مثبت (۳) ۲ نقطه با طول منفی (۴) ۱ نقطه با طول منفی



- ۵۵- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد، ریشه معادله $f(1-x) = \frac{x}{y}$ کدام است؟

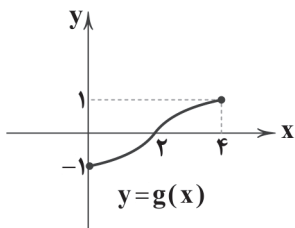
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

- ۵۶- اگر $f(x-2) = x^2 - \frac{1}{x}$ باشد، نمودار تابع $y = 2 + f(2x)$ از کدام نقطه زیر عبور می‌کند؟

- (۱) $(\frac{1}{2}, \frac{22}{3})$ (۲) $(\frac{1}{2}, \frac{31}{3})$ (۳) $(\frac{1}{2}, \frac{35}{3})$ (۴) $(\frac{1}{2}, -\frac{31}{3})$

- ۵۷- کدام تابع زیر باشد تا $f(x+2) = f(x) + 2$ باشد؟

- (۱) $\sin x$ (۲) $[x]$ (۳) $|x|$ (۴) \sqrt{x}



- ۵۸- نمودار تابع $g(x)$ به صورت مقابل است، دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-g(2-x)}}$ کدام است؟

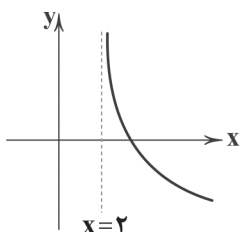
- (۱) $(2, 4)$ (۲) $[0, 2)$ (۳) $(0, 2]$ (۴) $(-2, 0)$

- ۵۹- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ فقط از ناحیه‌ی اول نگذرد، نمودار تابع $y = -f(-x)$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

- (۱) دوم (۲) اول (۳) چهارم (۴) سوم

- ۶۰- اگر شکل زیر، نمودار تابع $\log(P(x))$ باشد، $P(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{1}{x+2}$ (۲) $\frac{1}{x-2}$ (۳) $x+2$ (۴) $x-2$



محل انجام محاسبات



توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۶۱ تا ۷۰ درس هندسه (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

هندسه (۳)

۶۱- اگر ماتریس $A = [n + ij]_{(4-n) \times (n)}$ مربعی باشد، مجموع درایه‌های روی قطر اصلی چقدر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۷

۶۲- اگر $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & m \end{bmatrix}$ و $2A - 3I = B + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، در صورتی که مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس A برابر ۵- باشند، مجموع

درایه‌های سطر دوم ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) -۱۹ (۳) ۷ (۴) -۷

۶۳- اگر ماتریس A به صورت $[a_{ij}]_{2 \times 2}$ با شرط $a_{ij} = \begin{cases} \sin \frac{ij\pi}{2} & i = j \\ \left[\frac{-ij}{2} \right] & i \neq j \end{cases}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A چقدر است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) ۲

۶۴- اگر $A = [i + j]_{2 \times 2}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $A + B + X = I$ باشد، مجموع درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس X چقدر است؟

- (۱) -۷ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) -۶

۶۵- حاصل ضرب درایه‌های ستون دوم ماتریس $A = [i^2 - j^2]_{8 \times 2}$ کدام است؟

- (۱) -۱۶۲ (۲) ۱۶۸ (۳) ۸ (۴) صفر

۶۶- اگر دو ماتریس $\begin{bmatrix} a+b & a+c \\ c+d & d+e \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} b+2 & -1 \\ -d & -e+3 \end{bmatrix}$ برابر باشند، آن‌گاه ماتریس $A = \begin{bmatrix} \frac{4e}{3} & 2d-3 \\ c+3 & a-1 \end{bmatrix}$ چگونه ماتریسی است؟

- (۱) \bar{O} (۲) I (۳) اسکالر غیرهمانی (۴) قطری غیرهمانی

۶۷- اگر تعداد سطرهای ماتریس A از مرتبه $(4n-5) \times (2n+1)$ ، دو تا بیش‌تر از ستون‌های آن باشد، سطر دوم چند درایه دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۶۸- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با فرض $a_{ij} = \begin{cases} 2x+y & i > j \\ 2x-y-4 & i < j \\ x+y & i = j \end{cases}$ یک ماتریس اسکالر باشد، حاصل جمع درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن چقدر است؟

- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۳

۶۹- در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که در آن $a_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ ai + bj & i = j \end{cases}$ می‌باشد، مجموع درایه‌ها برابر ۱۲ است. حاصل ضرب قطر اصلی ماتریس

$B = \begin{bmatrix} a+b & 0 \\ 1 & a+b \end{bmatrix}$ چقدر است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳

۷۰- اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{(2n) \times (2n-2)}$ ستونی و $a_{ij} = i + nj$ باشد، در این صورت a_{21} کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲

جمعه ۱۴۰۱/۰۴/۳۱



آزمون‌های سرانسرک گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

| | |
|---------------------|------------------------|
| نام و نام خانوادگی: | شماره داوطلبی: |
| تعداد سؤال: ۸۰ | مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

| مدت پاسخگویی | شماره سؤال | | وضعیت پاسخگویی | تعداد سؤال | مواد امتحانی | ردیف |
|--------------|------------|-----|----------------|------------|--------------|------|
| | تا | از | | | | |
| ۵۰ دقیقه | ۸۵ | ۷۱ | اجباری | ۱۵ | فیزیک ۲ | ۱ |
| | ۱۰۰ | ۸۶ | | ۱۵ | فیزیک ۱ | |
| | ۱۱۰ | ۱۰۱ | | ۱۰ | فیزیک ۳ | |
| ۴۰ دقیقه | ۱۲۵ | ۱۱۱ | اجباری | ۱۵ | شیمی ۲ | ۲ |
| | ۱۴۰ | ۱۲۶ | | ۱۵ | شیمی ۱ | |
| | ۱۵۰ | ۱۴۱ | | ۱۰ | شیمی ۳ | |



DriQ.com

فیزیک

فیزیک (۲)

۷۱- هنگامی که جسم A را با جسم B مالش می‌دهیم، A دارای بار مثبت می‌شود و هنگامی که جسم B را با جسم C مالش می‌دهیم، C دارای بار منفی می‌شود، در سری الکتروسیسته مالشی، A، B و C چگونه قرار می‌گیرند؟

| |
|---|
| C |
| B |
| A |

(۴)

| |
|---|
| A |
| B |
| C |

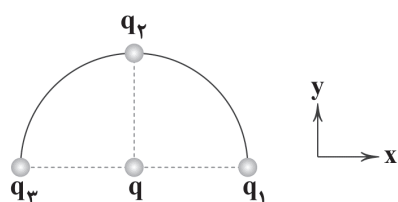
(۳)

| |
|---|
| C |
| A |
| B |

(۲)

| |
|---|
| B |
| A |
| C |

(۱)



۷۲- مطابق شکل مقابل، سه بار الکتریکی $q_1 = +4\mu C$ و $q_2 = -4\mu C$ و $q_3 = -4\mu C$ روی محیط یک نیم‌دایره به شعاع ۳ cm ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q = +3\mu C$

در مرکز دایره بر حسب نیوتون برابر کدام گزینه است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

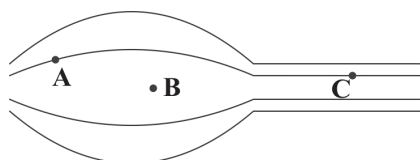
(۲) $240\vec{i} + 120\vec{j}$

(۱) $2\vec{i}$

(۴) $-240\vec{i} - 120\vec{j}$

(۳) $-2\vec{i} - \vec{j}$

۷۳- شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی را در فضای معینی نشان می‌دهد. بار الکتریکی q را یک مرتبه در نقطه A، سپس در نقطه B و در نهایت در نقطه C قرار می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟



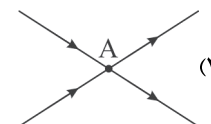
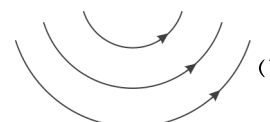
(۱) نیروی وارد بر بار در نقطه A کم‌ترین میزان را دارد.

(۲) نیروی وارد بر بار در نقطه C از نقطه B بیشتر و از نقطه A کم‌تر است.

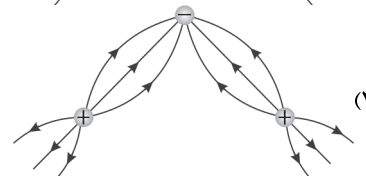
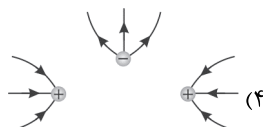
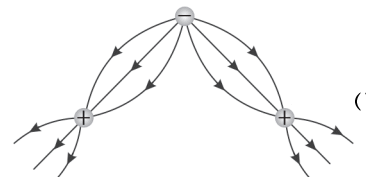
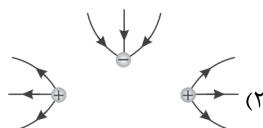
(۳) نیروی وارد بر بار در نقطه B کم‌ترین مقدار را دارد.

(۴) نیروی وارد بر بار در نقطه C بیش از B و در نقطه B بیش از A است.

۷۴- کدام یک از شکل‌های زیر، نمی‌تواند نشان‌دهنده یک میدان الکتریکی باشد؟



۷۵- در کدام گزینه خطوط میدان الکتریکی به درستی رسم شده‌اند؟



محل انجام محاسبات



۷۶- در شکل زیر، اگر از نقطه A به نقطه B برویم، در مورد بزرگی میدان الکتریکی کدام گزینه درست است؟
(۱) میدان افزایش می‌یابد.



(۲) میدان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۳) میدان کاهش می‌یابد.

(۴) میدان ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۷۷- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 9q_1$ در فاصله r از هم واقع‌اند. برابندی میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در فاصله d_1 از بار q_1 برابر صفر است. اگر فاصله دو بار از هم ۴ برابر شود، برابندی میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در فاصله d_2 از بار q_2 برابر صفر می‌شود. d_2 چند برابر d_1 است؟

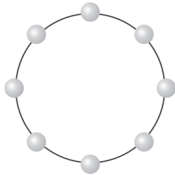
۱۲ (۴)

۸ (۳)

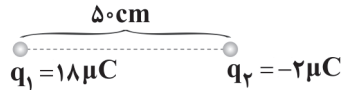
۳ (۲)

۲ (۱)

۷۸- مطابق شکل زیر، هشت بار الکتریکی نقطه‌ای هر یک به اندازه $5 \times 10^{-9} \text{ C}$ با فواصل مساوی روی محیط دایره‌ای به شعاع 30 cm ثابت شده‌اند. اگر فقط یکی از بارها منفی باشد، بزرگی میدان الکتریکی کل در مرکز دایره چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$

۱۰^۳ (۱)۵ × ۱۰^۲ (۲)۳ × ۱۰^۳ (۳)۱۵ × ۱۰^۲ (۴)

۷۹- در شکل زیر، در چند سانتی‌متری بار q_1 ، میدان الکتریکی خالص ناشی از دو بار q_1 و q_2 برابر صفر است؟



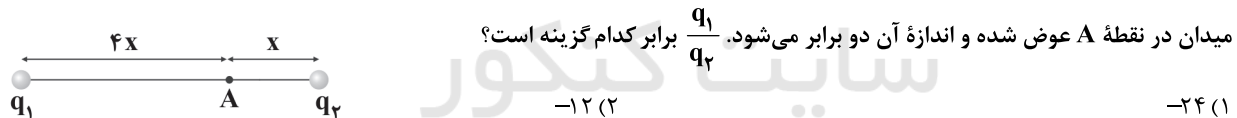
۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

۱۰۰ (۴)

۷۵ (۳)

۸۰- در شکل زیر، برابندی میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه A برابر \vec{E} است. اگر بار q_1 را برداریم، جهت



میدان در نقطه A عوض شده و اندازه آن دو برابر می‌شود. $\frac{q_1}{q_2}$ برابر کدام گزینه است؟

-۱۲ (۲)

-۲۴ (۱)

۱۲ (۴)

۲۴ (۳)

۸۱- بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -3 \mu\text{C}$ از نقطه A با پتانسیل الکتریکی -20 V تا نقطه B با پتانسیل الکتریکی V_B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی

پتانسیل الکتریکی این بار در این جابه‌جایی 12×10^{-5} ژول افزایش یابد، V_B چند ولت است؟

-۲۰ (۴)

+۲۰ (۳)

-۶۰ (۲)

+۶۰ (۱)

۸۲- ذره‌ای باردار به جرم 2×10^{-2} گرم در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $2 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ از حال سکون رها می‌شود. اگر تندی این ذره پس از 10^{-5} ثانیه

متر جابه‌جایی در جهت خطوط میدان به 20 متر بر ثانیه برسد، بار چند میکروکولن است؟

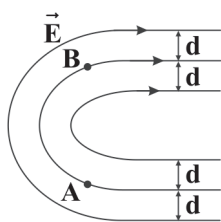
+۴ (۴)

-۴ (۳)

+۲ (۲)

-۲ (۱)

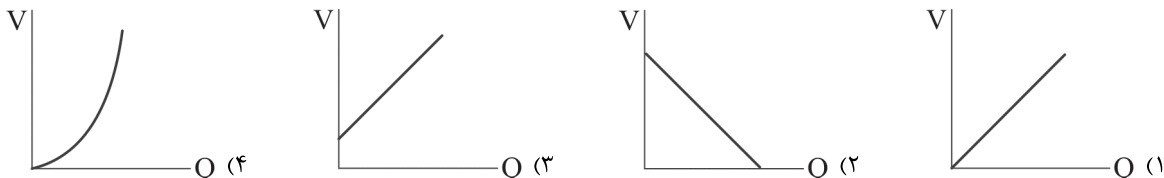
محل انجام محاسبات



۸۳- در شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی در فاصله مساوی از هم قرار دارند. کدام گزینه درست است؟

- (۱) این میدان، یک میدان الکتریکی یکنواخت است.
- (۲) پتانسیل الکتریکی نقطه B بیشتر از نقطه A است.
- (۳) پتانسیل الکتریکی نقطه B برابر نقطه A است.
- (۴) پتانسیل الکتریکی نقطه B کم‌تر از نقطه A است.

۸۴- کدام یک از نمودارهای زیر می‌تواند نمودار ولتاژ برحسب بار برای خازن تختی باشد که توسط یک باتری باردار می‌شود؟



۸۵- ظرفیت خازن تختی، $20 \mu\text{F}$ است. اگر بار الکتریکی ذخیره شده روی صفحات آن 40 درصد افزایش یابد، انرژی ذخیره شده در آن 60

میکروژول افزایش می‌یابد. بار اولیه خازن چند میکروکولن بوده است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۵۵

فیزیک (۱)

۸۶- اگر در یک دستگاه فرضی یک‌گانه، یکای زمان A، یکای طول B و یکای جرم C باشد، یکای وزن، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{BC}{A^2}$ (۲) $\frac{BC^2}{A}$ (۳) $\frac{BA}{C}$ (۴) $\frac{AB}{C^2}$

۸۷- در کدام گزینه تمام کمیت‌های مطرح شده جزو کمیت‌های اصلی هستند و یکای آن‌ها در SI نیز به درستی بیان شده است؟

- (۱) طول (یکای: متر)، جریان الکتریکی (یکای: آمپر)، انرژی (یکای: ژول)
- (۲) شدت روشنایی (یکای: کندلا)، دما (یکای: سلسیوس)، زمان (یکای: ثانیه)
- (۳) جرم (یکای: کیلوگرم)، زمان (یکای: ثانیه)، نیرو (یکای: نیوتون)
- (۴) مقدار ماده (یکای: مول)، شدت روشنایی (یکای: کندلا)، جرم (یکای: کیلوگرم)

۸۸- اعداد زیر توسط چهار دستگاه اندازه‌گیری رقمی جرم برای محاسبه جرم یک ذره گزارش شده است. کدام گزینه مربوط به دستگاهی با دقت

اندازه‌گیری 0.1 mg است؟

- (۱) 0.504 g (۲) 0.4 cg (۳) $0.4 \times 10^7 \text{ ng}$ (۴) $0.40 \times 10^4 \mu\text{g}$

۸۹- کدام گزینه در مورد مدل‌سازی فیزیکی یک لامپ روشن درست است؟

- (۱) لامپ روشن را همواره یک چشمه نور گسترده در نظر می‌گیریم.
- (۲) لامپ روشن را در فاصله نزدیک، یک چشمه نور نقطه‌ای و در فاصله دور، یک چشمه نور گسترده در نظر می‌گیریم.
- (۳) لامپ روشن را همواره یک چشمه نور نقطه‌ای در نظر می‌گیریم.
- (۴) لامپ روشن را در فاصله نزدیک، یک چشمه نور گسترده و در فاصله دور، یک چشمه نور نقطه‌ای در نظر می‌گیریم.

۹۰- جرم الکترون برابر با $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ است. مقدار این جرم در کدام یک از گزینه‌های زیر برحسب نمادگذاری علمی، درست بیان شده است؟

- (۱) $9.11 \times 10^{-27} \text{ g}$ (۲) $9.11 \times 10^{-25} \text{ mg}$ (۳) $9.11 \times 10^{-29} \text{ g}$ (۴) $9.11 \times 10^{-37} \text{ Mg}$

محل انجام محاسبات



۹۱- نتایج اندازه‌گیری جرم جسم A با چهار ترازوی دیجیتال متفاوت در چهار گزینۀ زیر نشان داده شده است. دقت اندازه‌گیری در کدام یک از آن‌ها بیشتر است؟

(۱) 92g (۲) $9/20 \times 10^{-2}\text{kg}$ (۳) $92 \times 10^{-3}\text{kg}$ (۴) $92/0.0\text{g}$

۹۲- با استفاده از چند ابزار اندازه‌گیری رقمی، فاصله بین دو نقطه را چهار بار اندازه‌گیری کرده‌ایم. کدام یک از این اندازه‌گیری‌ها دقیق‌تر است؟

(۱) $5/68\text{km}$ (۲) $5/680 \times 10^6\text{mm}$ (۳) 568000cm (۴) $5/680 \times 10^3\text{m}$

۹۳- در چندین بار اندازه‌گیری جرم یک جسم، نتایج 30g ، 32g ، 34g ، 40g و 33g به دست آمده است. نتیجۀ این اندازه‌گیری چند گرم گزارش می‌شود؟

(۱) $32/12$ (۲) $32/25$ (۳) $33/8$ (۴) $33/9$

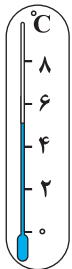
۹۴- $1/524 \times 10^{13}$ پیکومتر برابر چند فوت است؟ (هر اینچ (in) معادل $2/54\text{cm}$ است و هر فوت (ft) برابر 12 اینچ می‌باشد.)

(۱) 46 (۲) 50 (۳) 75 (۴) 80

۹۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) $3/02\text{mg} < 4 \times 10^{-3}\text{g}$ (۲) $4/4 \times 10^{-3}\text{m} > 0/44\text{mm}$
(۳) $3/04\text{cm} < 0/4 \times 10^{-6}\text{km}$ (۴) $3/2 \times 10^{-1}\text{s} > 1/04 \times 10^2\text{ms}$

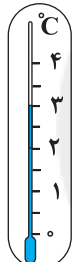
۹۶- کدام یک از دماسنج‌های زیر دقت بیشتری دارند؟



(A)



(B)



(C)

(۱) A

(۲) B

(۳) C

(۴) دقت اندازه‌گیری دماسنج‌های B و C برابر و بیشتر از دماسنج A است.

۹۷- برای ساخت آلیاژی، مقدار 270g از فلز مس به چگالی $9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را با 154g از فلز روی با چگالی $7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ مخلوط می‌کنیم. چنانچه در اثر

اختلاط از حجم کل به اندازه 12cm^3 کاسته شده باشد، چگالی آلیاژ حاصل چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌شود؟

(۱) $8/4$ (۲) $9/2$ (۳) $10/6$ (۴) 12

۹۸- مخلوطی از دو ماده A و B به چگالی‌های $3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ درست می‌کنیم. اگر در مخلوط حاصل جرم ماده A، پنج برابر جرم ماده B

باشد، چگالی مخلوط حاصل چند درصد چگالی ماده A است؟

(۱) 20 (۲) 30 (۳) 75 (۴) 90

۹۹- ظرفی محتوی آب را که قطعه‌ای یخ بر سطح آن شناور است، حرارت می‌دهیم تا همه یخ ذوب شود، اگر بعد از ذوب تمام یخ، 5cm^3 از حجم

مخلوط آب و یخ کاسته شود. حجم اولیه یخ چند سانتی‌متر مکعب بوده است؟ ($\rho_{\text{یخ}} = 0/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

(۱) 20 (۲) 30 (۳) 40 (۴) 50

محل انجام محاسبات



۱۰۰- ۴۵ گرم از مایع A با چگالی $\frac{g}{cm^3} = 1/5$ را با ۵۰ گرم از مایع B با چگالی $\frac{g}{cm^3} = 2/5$ مخلوط می‌کنیم. اگر چگالی مخلوط حاصل برابر

با $\frac{g}{cm^3} = 2$ باشد، بر اثر اختلاط، چند سانتی‌متر مکعب از حجم مواد کاسته شده است؟

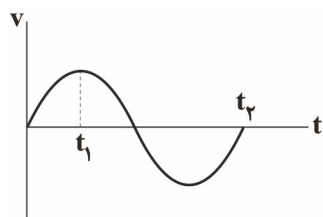
- (۱) $2/5$ (۲) $1/5$
(۳) 2 (۴) 3

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۱۰۱ تا ۱۱۰ درس فیزیک (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

فیزیک (۳)

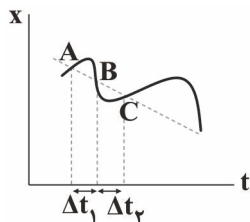
۱۰۱- مطابق شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی در دستگاه SI، سینوسی است. در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، جابه‌جایی این متحرک چند برابر

مسافت طی شده توسط آن است؟



- (۱) ۳
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) -۳
(۴) $-\frac{1}{3}$

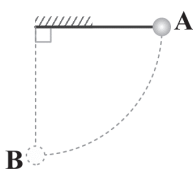
۱۰۲- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند را نشان می‌دهد. با توجه به آن بیان کنید که الزاماً کدام کمیت برای



دو بازه زمانی نابرابر Δt_1 و Δt_2 برابر است؟

- (۱) مسافت طی شده
(۲) جابه‌جایی
(۳) تغییرات سرعت در دو سر بازه زمانی
(۴) سرعت متوسط

۱۰۳- مطابق شکل زیر، آونگی از نقطه A رها می‌شود. اگر مسافت طی شده توسط متحرک از نقطه A تا نقطه B برابر ۷۵cm باشد، اندازه



جابه‌جایی متحرک از نقطه A تا نقطه B چند متر است؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $2\sqrt{2}$
(۳) ۱
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۰۴- اتومبیلی در یک مسیر مستقیم از شهر A تا شهر B را با سرعت ۲۴۰ کیلومتر بر ساعت رفته و $\frac{1}{4}$ مسیر را با سرعت ۱۸۰ کیلومتر بر ساعت

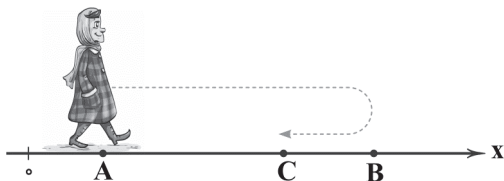
بر می‌گردد. اندازه سرعت متوسط آن در کل این مدت چند کیلومتر بر ساعت است؟

- (۱) ۱۷۵ (۲) ۱۵۸ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۱۶

محل انجام محاسبات



۱۰۵- مطابق شکل زیر، متحرکی در لحظه $t_0 = 0$ از نقطه A حرکت خود را روی محور X شروع کرده و مطابق مسیر نشان داده شده در لحظات $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ به ترتیب در نقاط B و C قرار می‌گیرد. چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد حرکت این متحرک در ۴ ثانیه اول حرکتش درست است؟



(الف) بردار مکان متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.

(ب) بردار مکان متحرک ابتدا در جهت محور X و سپس در خلاف محور X است.

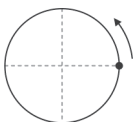
(ج) اندازه بردار مکان ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد.

(د) بردار جابه‌جایی این متحرک در بازه زمانی $t_0 = 0$ تا $t_2 = 4s$ در جهت محور X است.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۶- مطابق شکل زیر، متحرکی با تندی ثابت ۷ بر روی محیط دایره‌ای به شعاع ۲m در حال حرکت است. اگر سرعت متوسط متحرک بعد از گذشت ۶s برای اولین بار بعد از شروع حرکت به صفر برسد، تندی متوسط متحرک در یک بازه زمانی سه ثانیه‌ای چند واحد SI است؟ ($\pi \approx 3$)



۲ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲)

۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

۱۰۷- پرنده‌ای از لحظه شروع پرواز خود، به مدت ۲s با سرعت $3 \frac{m}{s}$ به سمت شرق و پس از آن، ۸s با سرعت $1 \frac{m}{s}$ به طرف شمال حرکت می‌کند.

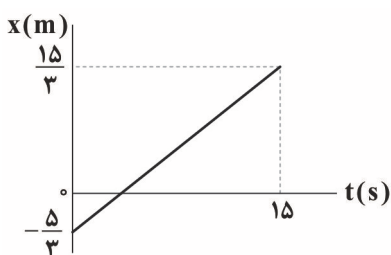
اختلاف تندی متوسط با اندازه سرعت متوسط پرنده پس از طی کردن این مسیر، چند متر بر ثانیه است؟

۰/۲ (۱) ۰/۴ (۲) ۱ (۳) ۱/۴ (۴)

۱۰۸- معادله مکان - زمان یک متحرک که روی خط راست حرکت می‌کند در دستگاه SI به صورت $x = t^2 - 6t + 13$ است. سرعت متوسط متحرک از شروع حرکت تا لحظه‌ای که در کم‌ترین فاصله از مبدأ قرار دارد، چند متر بر ثانیه است؟

۲ (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴)

۱۰۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چند ثانیه پس از شروع حرکت ($t=0$) متحرک تغییر



جهت می‌دهد؟

۳ (۱)

۳/۷۵ (۲)

۶ (۳)

(۴) متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۱۱۰- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، در دستگاه SI به صورت $x = 2t^2 - 6t - 4$ است. سرعت متوسط این

متحرک در دو ثانیه سوم حرکت چند برابر سرعت متوسط آن در سه ثانیه دوم حرکت می‌باشد؟

۱ (۱) $\frac{7}{6}$ (۲)

$\frac{6}{7}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)



شیمی (۲)

۱۱۱- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با عنصرهای گروه چهاردهم جدول دوره‌ای درست است؟

(آ) سه عنصر نخست این گروه در اثر ضربه خرد می‌شوند.

(ب) سطح دومین عنصر این گروه، براق و صیقلی است.

(پ) سرب و قلع متعلق به گروه چهاردهم جدول دوره‌ای هستند.

(ت) نخستین عنصر این گروه که در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد متعلق به دوره پنجم جدول است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۲- از واکنش ترمیت برای جوش دادن خطوط راه‌آهن استفاده می‌شود. اگر بازده این واکنش ۷۰٪ باشد، برای تولید ۱ تن فلز مذاب، به تقریب

چند تن آلومینیم با خلوص ۷۰٪ نیاز است؟ ($\text{Fe} = 56, \text{O} = 16, \text{Al} = 27: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۰/۹۸۳ (۲) ۰/۴۸۲ (۳) ۰/۹۳۸ (۴) ۰/۴۲۸

۱۱۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) عنصری با عدد اتمی ۵۵، فعال‌ترین فلز موجود در شش دوره نخست جدول دوره‌ای است.

(ب) عنصری با عدد اتمی ۱۶، تمایل دارد در واکنش با عنصری با عدد اتمی ۲۰، الکترون بگیرد.

(پ) عنصری با عدد اتمی ۲۷، رسانای جریان گرما و برق است.

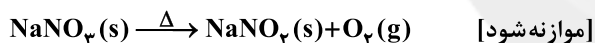
(ت) عنصری با عدد اتمی ۳۲، شکننده است و در اثر ضربه خرد می‌شود.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۴- ۲۸ گرم سدیم نیترات با خلوص ۶۰ درصد در یک ظرف بدون سرپوش بر اثر گرما تجزیه می‌شود. اگر جرم مواد جامد موجود در ظرف برابر

با ۲۵/۵ گرم باشد، بازده درصدی واکنش به تقریب کدام است؟ (ناخالصی‌ها بر اثر گرما تجزیه نمی‌شوند

و $\text{Na} = 23, \text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰

۱۱۵- عنصر X ششمین عنصر واسطه جدول دوره‌ای است. آرایش الکترونی کاتیون X در اکسیدی از آن که نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار

آنیون‌ها برابر $\frac{2}{3}$ می‌باشد، کدام است؟

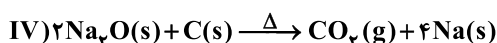
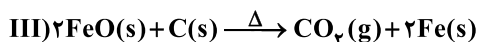
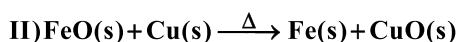
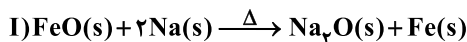
(۱) $[\text{Ar}]3d^4$ (۲) $[\text{Ar}]3d^6$ (۳) $[\text{Ar}]3d^3$ (۴) $[\text{Ar}]3d^5$

۱۱۶- اگر در واکنش استخراج آهن که در فولاد مبارکه انجام می‌شود، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف‌شده برابر با ۲ تن باشد، پس از پایان

واکنش، به تقریب چند کیلوگرم از جرم موجود در واکنش‌گاه کاسته شده است؟ ($\text{Fe} = 56, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۸۱۲/۵ (۲) ۵۷۲/۵ (۳) ۷۴۱/۵ (۴) ۴۶۱/۵

۱۱۷- در کدام واکنش‌های زیر، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است؟



(۱) I و II (۲) I و III (۳) II و IV (۴) III و IV

محل انجام محاسبات



۱۱۸- چه تعداد از مطالب زیر درباره فلزهای قلیایی درست است؟

(آ) شامل ۶ فلز بوده و نماد شیمیایی یکی از آن‌ها به صورت تک حرفی است.

(ب) هر کدام از آن‌ها با تشکیل کاتیون M^+ ، قاعده هشت تایی را رعایت می‌کنند.

(پ) میان شعاع اتمی و واکنش پذیری آن‌ها رابطه مستقیم وجود دارد.

(ت) ممکن است آرایش الکترونی اتم فلزی به ns^1 ختم شود، اما جزو فلزهای قلیایی نباشد.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۱۹- در سه دوره نخست جدول دوره‌ای، در مجموع چند عنصر در دمای $25^\circ C$ و فشار 1 atm ، به حالت گازند؟

۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۱۲۰- نمونه‌ای از فلز روی به جرم $19/5$ گرم در یک ظرف سربسته با $39/5$ گرم پتاسیم پرمنگنات، حرارت داده می‌شود و اکسیژن حاصل از

تجزیه $KMnO_4$ مقداری از روی را به روی اکسید تبدیل می‌کند. اگر در نهایت مجموع جرم روی و اکسید آن برابر $22/7$ گرم باشد، بازده

واکنش تجزیه $KMnO_4$ چند درصد است؟ ($K=39, Mn=55, O=16, Zn=65; g.mol^{-1}$)



۷۰ (۱) ۸۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۰۰ (۴)

۱۲۱- چه تعداد از عنصرهای زیر در طبیعت به حالت آزاد وجود ندارد؟

• گوگرد • نقره • مس

• سیلیسیم • پلاتین • کربن

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۲- شعاع اتمی سدیم از شعاع اتمی کلر بوده و دلیل اصلی آن، است.

(۱) بزرگ‌تر - کم‌تر بودن شمار لایه‌های الکترونی (۲) کوچک‌تر - کم‌تر بودن شمار لایه‌های الکترونی

(۳) بزرگ‌تر - کم‌تر بودن شمار پروتون‌ها (۴) کوچک‌تر - کم‌تر بودن شمار پروتون‌ها

۱۲۳- در کدام گزینه هر دو عدد اتمی مربوط به فلزها است؟

۲۰، ۱۴ (۱) ۶۰، ۱۶ (۲) ۴۰، ۳۲ (۳) ۸۰، ۴۶ (۴)

۱۲۴- اگر $126/4$ گرم پتاسیم پرمنگنات ناخالص با $58/8$ گرم سولفوریک اسید ناخالص مطابق معادله موازنه نشده زیر به طور کامل با هم واکنش

دهند (طوری که به جز ناخالصی‌ها، چیزی از آن‌ها باقی نماند) و $12/8$ گرم گاز اکسیژن تولید شود، نسبت درصد خلوص پتاسیم پرمنگنات به

درصد خلوص سولفوریک اسید کدام است؟ ($K=39, Mn=55, O=16, S=32, H=1; g.mol^{-1}$)



۰/۲ (۱) ۰/۵ (۲) ۵ (۳) ۲/۵ (۴)

۱۲۵- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) در تولید لامپ چراغ‌های عقب خودروها از هالوژن‌ها استفاده می‌شود.

(۲) خواص فیزیکی شبه فلزها بیش‌تر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است.

(۳) آهن در طبیعت به صورت کانه‌ی بوکسیت یافت می‌شود.

(۴) آهن (II) اکسید به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود.

محل انجام محاسبات



شیمی (۱)

۱۲۶- اگر چگالی مایع مولکولی X برحسب $g \cdot mL^{-1}$ برابر با d و جرم مولی آن M گرم بر مول باشد، شمار مولکولهای X در یک دسی لیتر از این مایع از کدام رابطه به دست می آید؟

$$\frac{100d \cdot N_A}{M} \quad (۲) \qquad \frac{d \cdot N_A}{100M} \quad (۱)$$

$$\frac{10000d \cdot N_A}{M} \quad (۴) \qquad \frac{d \cdot N_A}{10000M} \quad (۳)$$

۱۲۷- بر اثر چه تعداد از تغییرهای زیر، ماهیت عنصر دستخوش تغییر می شود؟

- تغییر شمار پروتونها
- جدا کردن یک یا چند الکترون
- تغییر شمار نوترونها
- افزودن یک یا چند الکترون

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۸- جرم هر مولکول از یک ترکیب آلی برابر با $2/126 \times 10^{-22}$ گرم و حجم ۹۰ میلیون از مولکول آن برابر با $1/68 \times 10^{-14}$ سانتی متر مکعب است.

جرم مولی این ترکیب ($g \cdot mol^{-1}$) و چگالی آن ($g \cdot cm^{-3}$) در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱) ۱/۱۴، ۲۸ (۲) ۱/۸۲، ۲۸ (۳) ۱/۱۴، ۱۲۸ (۴) ۱/۸۲، ۱۲۸

۱۲۹- اگر در ${}^{79}X^{2-}$ ، تفاوت شمار نوترونها و شمار الکترونها برابر با ۹ باشد. کدام رابطه زیر در مورد این یون درست است؟

$$A = 2Z + 11 \quad (۱) \qquad A = 2Z + 7 \quad (۲)$$

$$A = 2Z + 13 \quad (۳) \qquad A = 2Z + 5 \quad (۴)$$

۱۳۰- طول موج رنگ شعله فلز سدیم در مقایسه با طول موج رنگ شعله فلز لیتیم و فلز مس به ترتیب و است. (گزینه ها را از

راست به چپ بخوانید.)

(۱) کوتاه تر - کوتاه تر (۲) بلندتر - بلندتر

(۳) بلندتر - کوتاه تر (۴) کوتاه تر - بلندتر

۱۳۱- میانگین طول موج کدام پرتوهای زیر، تفاوت کمتری با هم دارند؟

(a) پرتوهای ایکس (b) پرتوهای گاما

(c) پرتوهای فروسرخ (d) پرتوهای فرابنفش

(۱) a و b (۲) b و d (۳) c و d (۴) a و c

۱۳۲- فراوان ترین عنصر سازنده سیاره ی مشتری که در دما و فشار اتاق به حالت جامد یافت می شود، کدام است؟

(۱) گوگرد (۲) کربن (۳) آهن (۴) سیلیسیم

۱۳۳- هنگامی که نور خورشید از منشور عبور کرده و تجزیه می شود، رنگ کمترین شکست را پیدا می کند و همین رنگ در رنگین کمان

بخش کمان را تشکیل می دهد.

(۱) سرخ - بیرونی (۲) سرخ - درونی

(۳) بنفش - بیرونی (۴) بنفش - درونی

محل انجام محاسبات



۱۳۴- چه تعداد از مطالب زیر در مورد هلیوم درست است؟

- (آ) عنصری است که تمایل به انجام واکنش شیمیایی ندارد.
 (ب) فراوانی آن در سیاره‌ی مشتری بیش تر از هر کدام از عنصرهای کربن، اکسیژن و نیتروژن است.
 (پ) دانشمندان بر این باورند که هلیوم از هیدروژن تشکیل شده است.
 (ت) شمار خط‌های رنگی در طیف نشری خطی هلیوم، بیش تر از خط‌های طیف نشری خطی هیدروژن است.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۱۳۵- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با عنصر اورانیم با عدد اتمی ۹۲ درست است؟

- (آ) شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که هر کدام از ایزوتوپ‌های آن به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌روند.
 (ب) نماد شیمیایی آن U بوده و در دوره‌ی هفتم جدول جای دارد.
 (پ) همه‌ی اورانیم موجود در جهان باید به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود.
 (ت) منظور از غنی‌سازی اورانیم، افزایش مقدار اورانیم - ۲۳۸ در مخلوط ایزوتوپ‌های این عنصر است.

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۱۳۶- نمونه‌ای از عنصر زیرکونیم دارای پنج ایزوتوپ با عدد جرمی ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۴ و ۹۶ است. اگر فراوانی ایزوتوپ اول، ۴ برابر فراوانی ایزوتوپ دوم و ۲۰ برابر فراوانی ایزوتوپ آخر باشد و فراوانی ایزوتوپ‌های سوم و چهارم نیز با هم برابر باشد، فراوانی ^{91}Zr چند درصد است؟ (جرم اتمی میانگین Zr در این نمونه برابر $91/325 \text{amu}$ است و عدد جرمی ایزوتوپ‌ها را برابر با جرم اتمی آن‌ها در نظر بگیرید.)

- (۱) $17/5$
 (۲) 15
 (۳) $12/5$
 (۴) 10

۱۳۷- جرم $\frac{1}{4}$ مول فلز A با جرم $\frac{1}{11}$ مول فلز M برابر است. اگر 15 گرم از فلز A و 21 گرم از فلز M در دسترس باشد، نسبت شمار اتم‌های M به شمار اتم‌های A کدام است؟

- (۱) $\frac{49}{60}$
 (۲) $\frac{60}{49}$
 (۳) $\frac{5}{12}$
 (۴) $\frac{12}{5}$

۱۳۸- عنصر M دارای چندین ایزوتوپ است که فقط یکی از ایزوتوپ‌های آن، (M') پرتوزا است. اگر درصد فراوانی ایزوتوپ M' در مخلوطی از ایزوتوپ‌های این عنصر برابر ۲۰ درصد باشد، پس از گذشت یک شبانه‌روز، درصد M' در مخلوط باقی‌مانده کدام است؟ (نیم عمر ایزوتوپ M' برابر ۸ ساعت است.)

- (۱) $6/06$
 (۲) $3/03$
 (۳) $7/7$
 (۴) $4/4$

۱۳۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) از ۱۱۸ عنصر شناخته‌شده، ۲۶ عنصر ساختگی است.
 (۲) پایداری و فراوانی ایزوتوپ 7Li بیشتر از ایزوتوپ 6Li است.
 (۳) جرم نوترون اندکی بیشتر از جرم پروتون است.
 (۴) از آن‌جا که، مولکول‌های YD با یون حاوی تکنسیم اندازه‌ی مشابهی دارند، از تکنسیم - ۹۹ در تصویربرداری تیروئید استفاده می‌شود.

محل انجام محاسبات



۱۴۰- از یک قطعه از آلیاژ مونل با چگالی 8 g.cm^{-3} که شامل 0.2% درصد جرمی سیلیسیم است جهت ساخت صفحه‌ای به طول 20 cm ، عرض 10 cm و ضخامت 4 mm استفاده می‌شود. اگر در مرکز این صفحه سوراخ گردی به قطر 4 cm وجود داشته باشد، چه تعداد اتم ^{30}Si در این صفحه وجود دارد؟ (جرم‌های اتمی ^{28}Si و ^{30}Si را به ترتیب 28 amu و 30 amu و فراوانی ^{30}Si را 5% درصد در نظر بگیرید، $\pi \approx 3$)

$$1/982 \times 10^{22} \text{ (4)}$$

$$1/425 \times 10^{22} \text{ (3)}$$

$$1/288 \times 10^{20} \text{ (2)}$$

$$1/792 \times 10^{20} \text{ (1)}$$

توجه: داوطلب گرامی، می‌توانید به سوالات ۱۴۱ تا ۱۵۰ درس شیمی (۳) به صورت اختیاری پاسخ دهید.

شیمی (۳)

۱۴۱- چه تعداد از ماده‌های زیر در هگزان محلول هستند؟

• نمک خوراکی

• اتیلن گلیکول

• اوره

• بنزین

• وازلین

• روغن زیتون

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۴۲- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

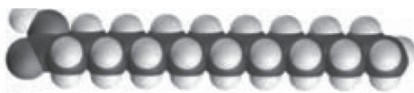
(۱) اوره جزو ترکیبات آلی است که هم در آب و هم در هگزان حل می‌شود.

(۲) فرمول شیمیایی اوکتان را می‌توان به بنزین نسبت داد.

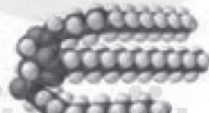
(۳) عسل به راحتی با آب شسته و در آن پخش می‌شود.

(۴) چربی‌ها، مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند.

۱۴۳- با توجه به شکل‌های (۱) و (۲) کدام یک از مطالب پیشنهاد شده نادرست هستند؟



(۱)



(۲)

(۱) شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب فرمول‌های ساختاری اسید چرب و استر بلند زنجیر را نشان می‌دهند.

(۲) شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۲)، سه برابر شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۱) است.

(۳) شمار پیوندهای دوگانه‌ی کربن - اکسیژن مولکول شکل (۲)، سه برابر شمار همین پیوند در مولکول شکل (۱) است.

(۴) نیروی بین مولکولی غالب در دو مولکول از یک نوع است.

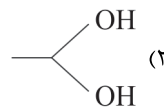
۱۴۴- کدام یک از ترکیب‌های زیر به عنوان ضدیخ به کار می‌رود؟



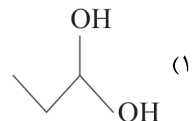
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

محل انجام محاسبات



۱۴۵- شمار عنصرهای تشکیل‌دهنده صابون جامد و صابون‌های مایع در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

- (۱) جامد: ۴، مایع: ۴ (۲) جامد: ۳، مایع: ۴ (۳) جامد: ۴، مایع: ۴ یا ۵ (۴) جامد: ۳، مایع: ۴ یا ۵

۱۴۶- چند درصد جرم اوره را کربن تشکیل می‌دهد؟ ($C=12, H=1, N=14, O=16: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸

۱۴۷- از سوختن کامل هر مول روغن زیتون به ترتیب چند مول کربن دی‌اکسید و چند گرم بخار آب تولید می‌شود؟ ($H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۹۳۶ و ۵۷ (۲) ۹۹۰ و ۵۷ (۳) ۹۳۶ و ۵۴ (۴) ۹۹۰ و ۵۴

۱۴۸- اگر در یک صابون مایع، بخش آب‌گریز دارای ۱۶ اتم کربن باشد، حداکثر شمار اتم‌های موجود در هر واحد فرمولی از این صابون کدام عدد می‌تواند باشد؟

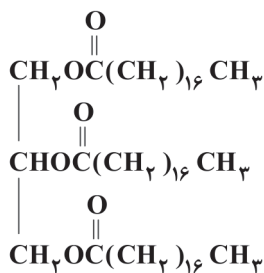
- (۱) ۵۵ (۲) ۵۹ (۳) ۵۳ (۴) ۵۷

۱۴۹- در نمونه‌ای از یک صابون مایع، درصد جرمی نیتروژن برابر با ۴/۶۸ است. درصد جرمی هیدروژن در این صابون به تقریب کدام است؟ (زنجیر

هیدروکربنی در صابون تنها یک پیوند دوگانه دارد و سایر پیوندها یگانه است.) ($C=12, H=1, N=14, O=16: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۱۱/۰۳ (۲) ۱۲/۳۷ (۳) ۱۳/۹۶ (۴) ۱۵/۰۲

۱۵۰- ساختار زیر یکی از اجزای سازنده را نشان می‌دهد که تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن دو مولکول آلی سازنده آن برابر با است.



(۱) اسیدهای چرب - ۲۸

(۲) اسیدهای چرب - ۲۷

(۳) چربی‌ها - ۲۸

(۴) چربی‌ها - ۲۷

سایت کنکور



آزمون‌های سراسری کاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۲

جمعه ۱۴۰۱/۰۴/۳۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

| | |
|---------------------|-------------------------|
| نام و نام خانوادگی: | شماره داوطلبی: |
| تعداد سؤال: ۱۵۰ | مدت پاسخگویی: ۱۷۰ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

| مدت پاسخگویی | شماره سؤال | | تعداد سؤال | مواد امتحانی | ردیف |
|--------------|------------|-----|------------|---------------|------|
| | از | تا | | | |
| ۸۰ دقیقه | ۱۰ | ۱ | ۱۰ | حسابان ۱ | ۱ |
| | ۲۰ | ۱۱ | ۱۰ | ریاضی ۱ | |
| | ۳۰ | ۲۱ | ۱۰ | هندسه ۲ | |
| | ۴۰ | ۳۱ | ۱۰ | هندسه ۱ | |
| | ۵۰ | ۴۱ | ۱۰ | آمار و احتمال | |
| | ۶۰ | ۵۱ | ۱۰ | حسابان ۲ | |
| ۵۰ دقیقه | ۸۵ | ۷۱ | ۱۵ | فیزیک ۲ | ۲ |
| | ۱۰۰ | ۸۶ | ۱۵ | فیزیک ۱ | |
| | ۱۱۰ | ۱۰۱ | ۱۰ | فیزیک ۳ | |
| ۴۰ دقیقه | ۱۲۵ | ۱۱۱ | ۱۵ | شیمی ۲ | ۳ |
| | ۱۴۰ | ۱۲۶ | ۱۵ | شیمی ۱ | |
| | ۱۵۰ | ۱۴۱ | ۱۰ | شیمی ۳ | |



ریاضیات

۱ ۳

۵ ۳ رأس سهمی $S(1, 2)$ است، پس معادله آن

$y = a(x-1)^2 + 2$ می‌باشد. ضمناً سهمی از نقطه $(2, 0)$ عبور می‌کند، لذا داریم:

$$x=0 \Rightarrow y=a+2=0 \Rightarrow a=-2 \Rightarrow y=-(x-1)^2+2$$

x_0 ریشه منفی معادله $-(x-1)^2+2=0$ است.

$$-(x-1)^2+2=0 \Rightarrow (x-1)^2=2 \Rightarrow x-1=\pm\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{x<0} x_0=1-\sqrt{2}$$

۶ ۱ برای ساختن معادله‌ای با ضرایب گویا که یکی از ریشه‌های آن $\sqrt{\sqrt{2}-1}$ باشد، به صورت زیر عمل کنیم:

$$x=\sqrt{\sqrt{2}-1} \Rightarrow x^2=\sqrt{2}-1 \Rightarrow \sqrt{2}=x^2+1$$

$$\Rightarrow 2=(x^2+1)^2 \Rightarrow x^4+2x^2-1=0$$

۷ ۲ تنها نقطه‌ای که با حذف آن برد سهمی تغییر می‌کند، رأس سهمی است. پس باید مختصات رأس سهمی را به دست آوریم:

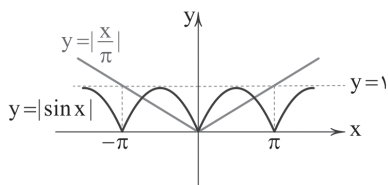
$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow y_S = (-1)^2 + 2(-1) - 3 = -4$$

$$y_S \text{ و } x_S \text{ حاصل ضرب } = (-1)(-4) = 4$$

۸ ۲ چون $x < 0$ است، پس $|x| = -x$ و در نتیجه:

$$A = |7x - 10x| = |-3x| \xrightarrow{x < 0} A = -3x$$

۹ ۴ تابع $y = |\sin x|$ محور x ها را در صفر قطع می‌کند و بیش‌ترین مقدار آن ۱ است. خط $y = \frac{1}{\pi}x$ را به کمک دو نقطه $(0, 0)$ و $(\pi, 1)$ رسم و سپس $y = |\frac{1}{\pi}x|$ را رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل، دو تابع در سه نقطه متقاطع‌اند.

۱۰ ۴ معادله‌ی خط موردنظر d را به صورت استاندارد $y = mx + h$ در نظر می‌گیریم، با توجه به فرض‌های تست داریم:

$$A \in d \xrightarrow{(-2, 1)} 1 = -2m + h \Rightarrow h = 2m + 1$$

$$B \in d \xrightarrow{(3, 1)} \frac{|1 - 3m - h|}{\sqrt{1 + (-m)^2}} = 4$$

$$\xrightarrow{h=2m+1} \frac{|1 - 3m - 2m - 1|}{\sqrt{1 + m^2}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{|-5m|}{\sqrt{1 + m^2}} = 4 \Rightarrow |-5m| = 4\sqrt{1 + m^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان } 2} 25m^2 = 16(1 + m^2) \Rightarrow 25m^2 = 16 + 16m^2$$

$$\Rightarrow 9m^2 = 16 \Rightarrow m^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow m = \pm \frac{4}{3}$$

با توجه به این‌که خط با جهت مثبت محور x ها زاویه‌ی حاده می‌سازد، پس

$$m = \frac{4}{3}$$

شیب خط یعنی m مثبت است، پس:

$$t_1 t_2 \dots t_n = 3^1 \times 3^2 \times \dots \times 3^n = 3^{1+2+\dots+n} = 3^{\frac{2 \times 21}{2}} = 3^{21} = 3^a$$

$$\Rightarrow a = 21$$

۲ ۳ اگر تعداد واسطه‌ها را n در نظر بگیریم، آن‌گاه:

$$3, a_2, a_3, \dots, a_{n+1}, 23$$

$$a_2 + a_3 + \dots + a_{n+1} = 52 \Rightarrow \frac{n}{2}(a_2 + a_{n+1}) = 52$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}(2a_1 + (n+1)d) = 52 \Rightarrow n(6 + (n+1)d) = 104 \quad (1)$$

$$a_{n+2} = 23 \Rightarrow a_1 + (n+1)d = 23 \Rightarrow 3 + (n+1)d = 23$$

$$\Rightarrow (n+1)d = 20 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow n(6 + 20) = 104 \Rightarrow n = \frac{104}{26} = 4$$

۳ ۱ ابتدا معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$(x + \frac{1}{x})^2 - 2 + (x + \frac{1}{x}) - 4 = 0 \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 + (x + \frac{1}{x}) - 6 = 0$$

با تغییر متغیر $t = x + \frac{1}{x}$ به ادامه‌ی حل می‌پردازیم:

$$t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t+3)(t-2) = 0 \Rightarrow t = -3 \text{ یا } t = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = -3 \\ x + \frac{1}{x} = 2 \end{cases} \xrightarrow{\times x} \begin{cases} x^2 + 1 = -3x \\ x^2 + 1 = 2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} x_1 + x_2 = -3 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta = 0} x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = -3 + 1 = -2$$

۴ ۴ چون $x = -2$ یک صفر تابع $f(x)$ است، پس $f(x)$ عاملی

به صورت $x+2$ دارد. با تقسیم $f(x)$ بر $x+2$ داریم:

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \quad | \quad x+2 \\ -(x^3 + 2x^2) \\ \hline x^2 - 4x - 12 \\ -(x^2 + 2x) \\ \hline -6x - 12 \\ -(-6x - 12) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x+2)(x^2 + x - 6)$$

$$\Delta = 1 - 4(-6) = 25$$

چون $\Delta > 0$ ، پس دو ریشه‌ی دیگر داریم که مجموع آن‌ها برابر است با:

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{1} = -1$$



$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x+y+1=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x+y=3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} -2x-y=-4 \\ 3x+y=3 \end{cases} \\ \hline x=-1 \xrightarrow{3x+y=3} 3(-1)+y=3 \Rightarrow y=6 \end{array}$$

$$y^x = 6^{-1} = \frac{1}{6}$$

۱ ۱۶

$$A \cap (A' \cup B) = (\underbrace{A \cap A'}_{\emptyset}) \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B$$

۱ ۱۷

بیماری دیابت بیماری قلبی

$$\begin{array}{c} \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\ n(A)=15, n(B)=20, n(A \cap B)=5 \end{array}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 15 + 20 - 5 = 30$$

جدول زیر را در نظر بگیرید. ۴ ۱۸

| شماره شکل | ۱ | ۲ | ۳ | ... | n |
|------------------|---|------|--------|-----|----------------|
| دایره‌های توپر | ۱ | ۴ | ۹ | ... | n ^۲ |
| دایره‌های توخالی | ۰ | ۲(۱) | ۲(۱+۲) | ... | ۲(۱+۲+...+n-۱) |

پس در شکل نهم داریم:

$$\begin{cases} \text{تعداد دایره‌های توپر} = 9^2 = 81 \\ \text{تعداد دایره‌های توخالی} = 2(1+2+\dots+8) = \frac{2 \times 8(1+8)}{2} = 72 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 81 - 72 = 9$$

طبق خاصیت دنباله حسابی برای سه جمله متوالی داریم: ۲ ۱۹

$$2(3x) = (2x+1) + (\delta x - 5) \Rightarrow 6x = 7x - 4 \Rightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow t_4 = 2(4) + 1 = 9, t_5 = 2(4) = 12 \Rightarrow d = 12 - 9 = 3$$

$$t_{21} = t_5 + (21-5)d \Rightarrow t_{21} = 12 + 16(3) = 60$$

فرض کنید این سه عدد a, b, c و قدرنسبت r باشد، داریم: ۱ ۲۰

$$\frac{a \times b \times c}{b^2} = 512 \Rightarrow b^3 = 512 \Rightarrow b^3 = 8^3 \Rightarrow b = 8$$

می‌دانیم $a = \frac{b}{r}$ و $c = br$ ، پس داریم:

$$a + b + c = 28 \Rightarrow \frac{b}{r} + b + br = 28 \xrightarrow{b=8} \frac{8}{r} + 8 + 8r = 28$$

$$\Rightarrow \frac{8}{r} + 8r = 20 \xrightarrow{\times r} 8 + 8r^2 = 20r \Rightarrow 8r^2 - 20r + 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 4} 2r^2 - 5r + 2 = 0$$

با امتحان کردن گزینه‌ها $r = 2$ به دست می‌آید.

هر سه مجموعه داده شده نامتناهی هستند. با علم به این

موضوع گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها:

(۱) $C - A$ مجموعه‌ای شامل مضارب ۵ است که مضارب ۱۲ از آن برداشته شده است؛ چون ۱۲ شمارنده ۵ نیست و نسبت به آن اول است، در واقع فقط مضارب ۶۰ از مجموعه C حذف می‌شود، پس این گزینه هم‌چنان نامتناهی است.

(۲) $B - A$ مجموعه‌ای شامل مضارب ۴ است که مضارب ۱۲ از آن برداشته شده است؛ پس این مجموعه نیز نامتناهی است.

(۳) $A - B$ شامل مضارب ۱۲ است که مضارب ۴ از آن برداشته شده است؛ می‌دانیم تمام اعداد مضارب ۱۲ مضرب ۴ هم هستند؛ پس این مجموعه، مجموعه تهی و لذا متناهی است.

(۴) $A - C$ مجموعه‌ای از مضارب ۱۲ است که مضارب ۵ از آن برداشته می‌شود. چون ۵ شمارنده ۱۲ نیست در واقع فقط مضارب ۶۰ از مجموعه A کم می‌شود؛ پس این مجموعه هم‌چنان نامتناهی است.

۱ ۱۲

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = (-1, 2] \\ A_2 = (-\frac{1}{3}, 3] \end{array} \right\} \Rightarrow A_1 \cup A_2 = (-1, 3]$$

$$A_3 = (-\frac{1}{3}, 4]$$

$$\Rightarrow (A_1 \cup A_2) - A_3 = (-1, 3] - (-\frac{1}{3}, 4] = (-1, -\frac{1}{3}]$$

شامل هیچ عدد صحیحی نیست. \Rightarrow

۱ ۱۳

$$\begin{aligned} & \overbrace{(B \cap C) \cup (A - B) \cup (B - C)}^{A \cap B'} \cup \overbrace{(B - C)}^{B \cap C'} \\ & = ((B \cap C) \cup (B \cap C')) \cup (A \cap B') \end{aligned}$$

$$= (B \cap (C \cup C')) \cup (A \cap B')$$

$$= B \cup (A \cap B') = (B \cup A) \cap (B \cup B') = B \cup A$$

اجتماع دو بازه $(9, 2b - a)$ و $(7, 3a + 1)$ برابر $(7, 16)$ ۱ ۱۴شده است. پس حتماً $3a + 1$ برابر ۱۶ می‌باشد و داریم:

$$3a + 1 = 16 \Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5$$

از طرفی چون ابتدای بازه اجتماع عدد ۷ بوده، نتیجه می‌گیریم که $7 \leq a - 2b$ و چون انتهای بازه همیشه بزرگ‌تر از ابتدای بازه است، پس $a - 2b < 9$ و داریم:

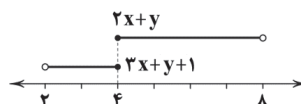
$$7 \leq a - 2b < 9 \xrightarrow{a=5} 7 \leq 5 - 2b < 9 \Rightarrow 2 \leq -2b < 4$$

$$\Rightarrow -2 < b \leq -1 \xrightarrow{b \in \mathbb{Z}} b = -1$$

پس $b - a = -1 - 5 = -6$ می‌شود.

با توجه به این‌که این دو بازه فقط در یک نقطه مشترک ۳ ۱۵

هستند، بایستی انتهای بازه سمت چپ دقیقاً برابر ابتدای بازه سمت راست شود. بنابراین خواهیم داشت:





۴ ۲۶

$$AM^2 = AB \times AC \Rightarrow 27 = (AO - R)(AO + R)$$

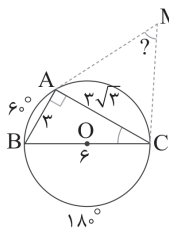
$$\Rightarrow 27 = (6 - R)(6 + R) \Rightarrow 36 - R^2 = 27$$

$$\Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$$

فرض می‌کنیم $MS = TS = MT = x$ و $NT = y$ باشد. ۴ ۲۷

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x = \frac{1}{3}(x+y) \Rightarrow \frac{1}{6}x = \frac{1}{3}y \Rightarrow y = \frac{1}{2}x \\ \frac{1}{3}x = y(x + \frac{1}{3}) \Rightarrow \frac{1}{3}x = \frac{1}{3}x(x + \frac{1}{3}) \xrightarrow{x \neq 0} 1 = x + \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$2P_{MTS} = 3x = 3 \times \frac{2}{3} = 2$$

مثلث با ابعاد $3, 3, 3\sqrt{3}$ قائم‌الزاویه است. ۴ ۲۸

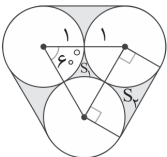
$$\sin \hat{C} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = 60^\circ$$

$$\hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 120^\circ$$

$$\hat{M} = \frac{\widehat{ABC} - \widehat{AC}}{2} = \frac{(180^\circ + 60^\circ) - 120^\circ}{2} = 60^\circ$$

۴ ۲۹



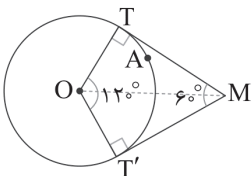
مساحت نیم‌دایره - مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(2)^2 - \frac{1}{2}\pi(1)^2 = \sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$$

$$S_p = 2 - \frac{\pi}{4} \quad \text{مساحت نیم‌دایره - مساحت مستطیل}$$

$$S_{\text{نگی}} = S_1 + 2S_p = \sqrt{3} - \frac{\pi}{4} + 2(2 - \frac{\pi}{4}) = 6(1 - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3}$$

۴ ۳۰



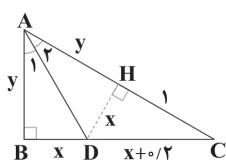
$$\text{طول کمان } TAT' = \frac{\alpha}{360} \times 2\pi r$$

$$= \frac{120}{360} \times 2 \times \pi \times (2) = \frac{4\pi}{3}$$

روی نیمساز \hat{A} قرار دارد، بنابراین: ۴ ۳۱

$$BD = DH = x$$

(H ارتفاع وارد بر وتر AC است.)



$$\begin{cases} BD = DH = x \\ AD = AD \end{cases}$$

هرچه یک وتر فاصله‌اش از مرکز دایره بیش‌تر باشد، طول آن ۴ ۲۱

کم‌تر است. بنابراین:

$$OH' > OH \Rightarrow CD < AB \Rightarrow 24 - 4m < 2m - 8$$

$$\xrightarrow{+2} 12 - 2m < m - 4 \Rightarrow 3m > 16 \Rightarrow m > \frac{16}{3} \quad (I)$$

از طرفی طول هر دو پاره خط AB و CD مثبت است، پس:

$$\begin{cases} 2m - 8 > 0 \Rightarrow m > 4 \quad (II) \\ 24 - 4m > 0 \Rightarrow m < 6 \quad (III) \end{cases}$$

از اشتراک (I)، (II) و (III) نتیجه می‌شود:

$$\frac{16}{3} < m < 6$$

$$|r - r'| < d < r + r'$$

$$5 - 4 < 8 < 5 + 4$$

$$1 < 8 < 9$$

با توجه به این‌که مشخصات دو دایره، در رابطه‌ی فوق صدق کرد، پس این دو دایره متقاطع هستند.

چون M وسط CD است در نتیجه: ۴ ۲۳

$$CM = MD = a$$

طبق روابط طولی در دایره داریم:

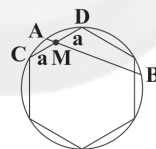
$$AM \times MB = CM \times MD = a^2$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\begin{cases} AM = 2 \\ AB = 10 \end{cases} \Rightarrow BM = AB - AM = 10 - 2 = 8 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow AM \times MB = 2 \times 8 = 16 = a^2 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow \text{محیط شش‌ضلعی منتظم} = 6 \times 2a = 6 \times 2 \times 4 = 48$$

با استفاده از شکل زیر، \hat{AOD} یک زاویه‌ی مرکزی است؛ ۴ ۲۴لذا $\hat{AOD} = \widehat{AD} = 24^\circ$ ، همچنین $MA = OA = R$. بنابراین:مثلث OAM متساوی‌الساقین است و در نتیجه $\hat{M} = \hat{AOD} = 24^\circ$.

از طرفی بنا به تمرین ۶ صفحه‌ی ۱۷ کتاب درسی، اندازه‌ی زاویه‌ی

مرکزی \hat{BOC} برابر $3\hat{M}$ است:

$$\hat{BOC} = 3\hat{M} = 3 \times 24^\circ = 72^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = 72^\circ$$

$$\alpha = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

در نتیجه:

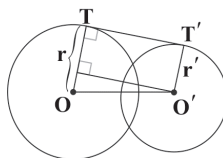
۴ ۲۵

$$|r - r'|^2 + TT'^2 = OO'^2$$

با توجه به شکل داریم:

$$\Rightarrow |r - r'|^2 = 25 - 16 = 9 \xrightarrow{r > r'} r - r' = 3$$

$$\Rightarrow r' = 7 - 3 = 4 \text{ cm}$$





۳۸ ۳ قضیه: در هر مثلث ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر و برعکس.

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABM: \hat{A} > \hat{B} \Rightarrow BM > AM \\ \triangle DCM: \hat{C} > \hat{D} \Rightarrow DM > MC \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} BM + MD > AM + MC \Rightarrow BD > AC$$

۳۹ ۴

$\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB \Rightarrow$ مثلث متساوی‌الاضلاع نیست.

\Rightarrow همه‌ی زوایا 60° نیست.

اگر همه‌ی زوایا کوچک‌تر از 60° باشند، مجموع زوایا کوچک‌تر از 180° می‌گردد.

پس چون همه‌ی زوایا 60° یا کوچک‌تر از 60° نیست، لذا حداقل زاویه‌ای بزرگ‌تر از 60° وجود دارد.

۴۰ ۲ نیمساز زوایای یک مثلث هم‌رسند، بنابراین OC نیز نیمساز زاویه‌ی C است، داریم:

$$\begin{aligned} \hat{C} &= 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) \\ &\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (2 \times 30^\circ + 2 \times 20^\circ) \\ &\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ \\ \Rightarrow \hat{C}_1 = \frac{\hat{C}}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ &\Rightarrow \triangle OAC: \hat{\alpha} = 180^\circ - \left(\frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2}\right) \\ &\Rightarrow \alpha = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ \end{aligned}$$

۴۱ ۴ نکته: ۱- به جمله‌ای خبری که در حال حاضر یا آینده دارای ارزش درست یا نادرست باشد، گزاره می‌گوییم.

۲- به هر جملهٔ خبری که در یک استدلال استفاده می‌شود، یک گزاره می‌گوییم.

۳- حدس‌ها در ریاضیات، گزاره می‌باشند.

با توجه به ۳ نکتهٔ بالا، فقط گزینهٔ (۴) درست است.

۴۲ ۴ ترکیب دوشروطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که p و q هر دو

دارای یک ارزش باشند. یعنی هر دو درست یا نادرست باشند. در ترکیب

دوشروطی $4^x - 6(2^x) + 8 = 0 \Leftrightarrow 2^x + 1 = 0$ ، مجموعه جواب عبارت $2^x + 1 = 0$ ، تهی است، زیرا به‌ازای هیچ $x \in \mathbb{R}$ ، تساوی برقرار نمی‌شود

(ریشه ندارد)، پس $2^x + 1 = 0$ گزاره‌ای همواره نادرست است. در نتیجه

گزاره‌نمای دوشروطی موردنظر زمانی درست است که $4^x - 6(2^x) + 8 = 0$ فاقد ریشه یا جواب باشد. ریشه‌های این معادله به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(2^x)^2 - 6(2^x) + 8 = 0 \Rightarrow (2^x - 2)(2^x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \Rightarrow x = 1 \\ \text{یا} & \text{یا} \\ 2^x = 4 & x = 2 \end{cases}$$

پس مجموعه جواب نهایی با توجه به توضیحات داده‌شده به صورت $\mathbb{R} - \{1, 2\}$ است.

بنابراین دو مثلث قائم‌الزاویه ABD و ADH به حالت وتر و یک ضلع قائمه با هم، هم‌نهشت می‌باشند و بنا به اطلاعات مسئله داریم:

$$\begin{cases} CH = AC - AH = AC - AB = 1 \\ CD = BD + \frac{1}{5} = x + 0.2 \end{cases}$$

بنابراین طبق رابطه‌ی فیثاغورس در $\triangle CDH$ داریم:

$$\begin{aligned} (x + 0.2)^2 &= x^2 + 1 \Rightarrow x^2 + 0.4x + 0.04 = x^2 + 1 \\ \Rightarrow 0.4x &= 1 - 0.04 \Rightarrow 0.4x = 0.96 \Rightarrow x = \frac{0.96}{0.4} = \frac{96}{40} = 2.4 \end{aligned}$$

۳۲ ۲ هر نقطه روی عمودمنصف از

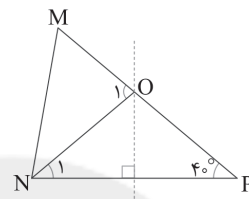
دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.

بنابراین $ON = OP$ و مثلث ONP

متساوی‌الساقین است. حال در مثلث ONP

زاویهٔ \hat{O}_1 زاویهٔ خارجی است.

$$\hat{O}_1 = \hat{N}_1 + \hat{P} = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$



۳۳ ۳ عمودمنصف هر پاره‌خط مجموعه نقاطی است که از دو سر آن

به یک فاصله است. عمودمنصف‌های پاره‌خط‌های AB، AD و BC را رسم

می‌کنیم. اگر این سه خط در یک نقطه متقاطع باشند، آن‌گاه همان نقطه

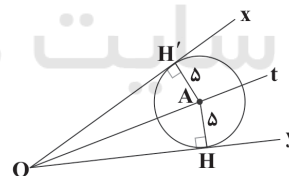
جواب مسئله است، اما اگر نقطه‌ی اشتراکی نداشته باشند، مسئله جواب ندارد،

پس جواب مسئله حداکثر یک نقطه است.

۳۴ ۱ نقطه‌ای مانند A جواب مسئله است به طوری که فاصله‌اش تا

دو ضلع زاویه برابر ۵ باشد. در واقع فقط یک دایره وجود دارد که شعاع آن ۵

باشد و بر دو ضلع زاویه مماس باشد.



۳۵ ۱ در مثلث ABC، \hat{ACD} زاویه‌ی خارجی است، پس:

$$\hat{ACD} > \hat{BAC} \xrightarrow{\hat{BAC} = \hat{D}} \hat{ACD} > \hat{D} \quad (1)$$

طبق (۱) در مثلث ACD دو زاویه برابر است، پس می‌توان نتیجه گرفت که

اضلاع روبه‌روی آن‌ها نیز برابر است، در نتیجه $AD > AC$.

۳۶ ۳ با معلوم بودن دو قطر متوازی‌الاضلاع چون زاویه بین قطرهای

مشخص نیست بی‌نهایت متوازی‌الاضلاع مختلف می‌توان ساخت.

۳۷ ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) لوزی دارای ۴ ضلع مساوی است اما مربع نیست.

$$(3) \quad 1^2 = (-1)^2 \quad \text{اما } 1 \neq -1$$

(۴) دو مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع ۳ و ۴ و اضلاع ۲ و ۶ هم‌مساحت‌اند، اما

هم‌نهشت نیستند.



۴ ۴۸

$${}^k P_{k+1} + {}^k P_{2k-1} + {}^k P_{k+3} = 22 \Rightarrow 2({}^k P_k) + \frac{({}^k P_k)^2}{2} + 8 \times {}^k P_k = 22$$

$${}^k P_k = x \Rightarrow 2x + \frac{x^2}{2} + 8x = 22$$

$$\Rightarrow x^2 + 20x - 44 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow {}^k P_k = 2 \Rightarrow k=1 \\ \text{غ ق ق} \\ x=-22 \end{cases}$$

بنابراین مجموعه‌ها به ترتیب ۲ عضوی، ۱ عضوی و ۴ عضوی می‌باشند. اجتماع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مجموعه، ۵ عضوی است و $2 - 2^5$ یعنی ۳۰ زیرمجموعه ناتهی سره دارد.

۳ ۴۹

$$(n^4 - 5n^2 + 4)(n^2 - 16) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n^2 - 16 = 0 \Rightarrow n = \pm 4 \\ n^4 - 5n^2 + 4 = (n^2 - 1)(n^2 - 4) = 0 \Rightarrow n = \pm 1, \pm 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \left\{ \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^2}, 2^2, 2, \frac{1}{2}, 2^1, 2^{-1} \right\}$$

$$= \left\{ \sqrt[4]{2}, \frac{1}{\sqrt[4]{2}}, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 2, \frac{1}{2} \right\}$$

۲ و $\frac{1}{2}$ ، گویا و بقیه اعضا، گنگ می‌باشند.

۴ ۵۰ $A - B$ و $B - A$ ، مجموعه‌هایی جدا از هم می‌باشند:

$$(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$$

بنابراین هیچ عضو مشترکی در آن‌ها وجود ندارد، پس:

$$X = \emptyset \Rightarrow n(P(X)) = 2^0 = 1$$

$$y = x^2 + 2x + 5 = (x+1)^2 + 4$$

۱ ۵۱

نمودار $y = (x+1)^2 + 4$ را می‌توان ابتدا ۱ واحد به سمت راست $(x \rightarrow x-1)$ منتقل کرد. در این حالت به نمودار $y = x^2 + 4$ می‌رسیم. سپس می‌توان نمودار جدید را ۴ واحد به پایین منتقل نمود و به نمودار $y = x^2$ رسید.

۴ ۵۲ می‌دانیم $f(a) = b$ است. فرض می‌کنیم

$$\text{که } g(x) = 1 - f(3x - 1) \text{ باشد.}$$

$$g(x) = 1 - f\left(3\left(x - \frac{1}{3}\right)\right) \xrightarrow{x \rightarrow x + \frac{1}{3}} g\left(x + \frac{1}{3}\right) = 1 - f(3x)$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow \frac{1}{3}x} g\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{3}\right) = 1 - f(x) \xrightarrow{x=a} g\left(\frac{a}{3} + \frac{1}{3}\right) = 1 - f(a)$$

$$\Rightarrow g\left(\frac{a}{3} + \frac{1}{3}\right) = 1 - b \Rightarrow B\left(\frac{a+1}{3}, 1-b\right)$$

۳ ۵۳

$$D_{f(x)} = [a, 3] \Rightarrow D_{2f(x)} = [a, 3] \Rightarrow D_{2f(x-1)} = [a+1, 4]$$

$$\Rightarrow [a+1, 4] = [-1, b+3]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+1 = -1 \\ b+3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a+b = -1$$

۲ ۴۳

یک سور وجودی زمانی نادرست است که مجموعه‌جواب گزاره‌نمای آن، تهی باشد. با توجه به این‌که توابع نمایی $y = b^x$ ، $b > 0$ ، $b \neq 1$ همواره مثبت هستند، داریم:

$$5^{-x} > 0 \Rightarrow a > 0$$

بنابراین اگر a عددی منفی یا صفر باشد این معادله یعنی $5^{-x} = a$ فاقد جواب بوده و سور وجودی نادرست است.

۴ ۴۴

می‌دانیم نقیض، نقیض یک گزاره هم‌ارز با خود گزاره است. بنابراین نقیض گزاره‌ی موردنظر به صورت $\sim p \Rightarrow \sim q$ است. داریم:

$$(\sim p \Rightarrow \sim q) \equiv (q \Rightarrow p) \equiv q \vee p$$

تبدیل ترکیب شرطی
عکس
به ترکیب فصلی
نقیض

۴ ۴۵ بررسی گزینه‌ها:

(۱) در ردیف ۱، زمانی که p درست و q نادرست است، نتیجه باید نادرست شود که این‌طور نیست، بنابراین گزینه‌ی (۱) جواب نیست.

(۲) در ردیف ۱، زمانی که p درست و q نادرست است، $\sim p$ نادرست و $\sim q$ درست است، بنابراین این گزینه نیز جواب سؤال نیست.

(۳) در ردیف ۲، زمانی که p درست و q درست است، $\sim p$ نادرست است، بنابراین $\sim p \Rightarrow q$ به انتفاء مقدم درست است، بنابراین این گزینه نیز جواب سؤال نیست.

در گزینه‌ی (۴) داریم:

| p | q | $\sim q$ | $p \Leftrightarrow (\sim q)$ |
|---|---|----------|------------------------------|
| د | ن | د | د |
| د | د | ن | ن |
| ن | ن | د | ن |
| ن | د | ن | د |

۲ ۴۶ نکته: روابط زیر به قانون جذب معروف می‌باشند:

$$\begin{cases} p \wedge (p \vee q) \equiv p \\ p \vee (p \wedge q) \equiv p \end{cases}$$

$$\sim p \vee (\sim p \wedge (q \Rightarrow r \vee s)) \equiv \sim p$$

بنابراین اگر p نادرست باشد، $\sim p$ درست است.

۱ ۴۷

افراز یک مجموعه‌ی شش‌عضوی به مجموعه‌هایی زوج‌عضوی به صورت زیر امکان‌پذیر است:

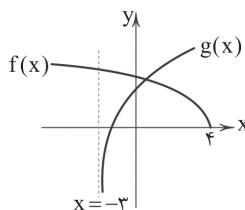
سه تا دوعضوی یا دوعضوی و چهارعضوی یا شش‌عضوی

$$\binom{6}{6} + \binom{6}{4} \binom{2}{2} + \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = 1 + 15 + 15 = 31$$



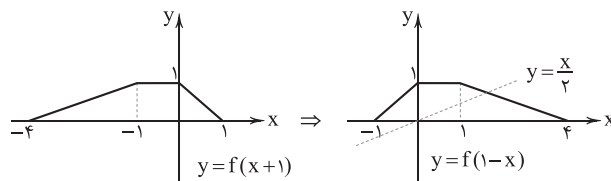
۲ ۵۴

نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم.



f و g در یک نقطه با طول مثبت متقاطع‌اند.

۲ ۵۵

ریشه معادله $f(1-x) = \frac{x}{2}$ طول نقطه برخورد دو تابع $f(1-x)$ و $\frac{x}{2}$ است.با توجه به شکل، محل برخورد خط $\frac{x}{2}$ با تابع $f(1-x)$ ، روی پاره‌خطی قرار دارد که دو سر آن نقاط $(1, 1)$ ، $(4, 0)$ می‌باشند و معادله پاره‌خط به صورت زیر است:

$$y - 0 = \frac{1-0}{1-4}(x-4) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(x-4)$$

$$-\frac{1}{3}(x-4) = \frac{x}{2} \xrightarrow{\times 6} -2x+8=3x \Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

در ضابطه اول x را برابر 3 و در ضابطه دوم x را برابر $\frac{1}{3}$ قرار

می‌دهیم:

$$f(x-2) = x^2 - \frac{1}{x} \xrightarrow{x=3} f(1) = 9 - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}$$

$$y = 2 + f(2x) \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} y = 2 + f(1) = 2 + \frac{26}{3} = \frac{32}{3}$$

پس نقطه $(\frac{1}{3}, \frac{32}{3})$ روی تابع $y = 2 + f(2x)$ قرار دارد.

۲ ۵۷

رابطه داده شده در تابع $[x]$ رخ می‌دهد زیرا انتقال افقی و

عمودی آن به اندازه دو واحد یکسان است.

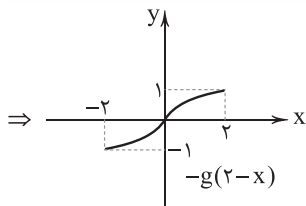
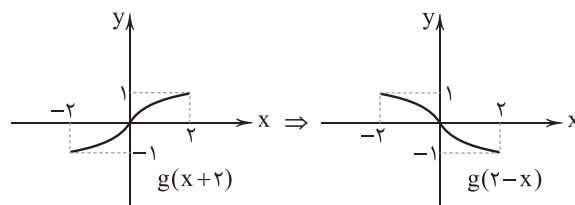
$$\text{انتقال افقی: } f(x+2) = [x+2] = [x] + 2$$

$$\text{انتقال عمودی: } f(x) + 2 = [x] + 2$$

پس اگر $f(x) = [x]$ باشد آن‌گاه $f(x) + 2 = f(x+2)$ نمودار تابع $-g(2-x)$ را به کمک مراحل زیر رسم می‌کنیم.

۳ ۵۸

$$g(x) \xrightarrow{(1)} g(x+2) \xrightarrow{(2)} g(-x+2) \xrightarrow{(3)} -g(2-x)$$



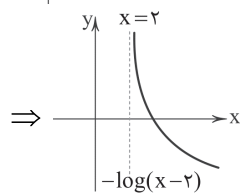
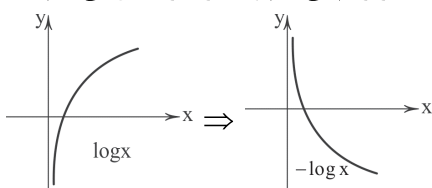
$$-g(2-x) > 0 \Rightarrow 0 < x \leq 2 \Rightarrow D_f = (0, 2]$$

بنابراین $y = f(x)$ از ناحیه‌ی اول نمی‌گذرد، بنابرایننمودار $y = f(-x)$ که قرینه‌ی $y = f(x)$ نسبت به محور y هاست ازناحیه‌ی دوم نمی‌گذرد. سپس نمودار $y = f(-x)$ را نسبت به محور طولقرینه کنیم که $y = -f(-x)$ به دست آید. بنابراین نمودار $y = -f(-x)$ از

ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد.

نمودار $\log x$ را رسم می‌کنیم و تغییرات را اعمال می‌کنیم:

۲ ۶۰

پس تابع مورد نظر $-\log(x-2)$ یا $\log \frac{1}{x-2}$ می‌تواند باشد که در اینصورت $P(x) = \frac{1}{x-2}$ می‌باشد.

۲ ۶۱

چون ماتریس مربعی است، پس:

$$4 - n = n \Rightarrow n = 2$$

پس ماتریس از مرتبه 2×2 است.

$$A = [2 + ij]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2+1 \times 1 & 2+1 \times 2 \\ 2+2 \times 1 & 2+2 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی برابر ۹ است.

۴ ۶۲

$$2A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & m+4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{m+4}{2} \end{bmatrix}, \frac{5}{2} + \frac{m+4}{2} = -5 \Rightarrow m+9 = -10 \Rightarrow m = -19$$

$$\frac{1}{2} + \frac{m+4}{2} = \frac{m+5}{2} = \frac{-19+5}{2} = -\frac{14}{2} = -7$$

۱ ۶۳

$$a_{11} = \sin \frac{\pi}{2} = 1, a_{12} = a_{21} = \left[-\frac{2 \times 1}{2} \right] = -1, a_{22} = \sin 2\pi = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} = -1$$

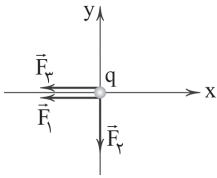


فیزیک

۱ ۶۴

۷۱ ۳ در سری الکتروسیستۀ ماشی، اجسامی که بار مثبت می‌گیرند، بالاتر قرار می‌گیرند، پس A بالاتر از B و B بالاتر از C قرار می‌گیرد.

۷۲ ۴ ابتدا جهت نیروهای وارد بر بار q را مشخص می‌کنیم:



با توجه به این‌که اندازه بارهای q_1 و q_2 و q_3 یکسان است، داریم:

$$|F_1| = |F_2| = |F_3| = k \frac{|q_1||q|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 3 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-4}} = 120 \text{ N}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -F_1 \vec{i} - F_2 \vec{i} - F_3 \vec{j} \Rightarrow \vec{F}_T = -(F_1 + F_2) \vec{i} - F_3 \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T = -240 \vec{i} - 120 \vec{j} \text{ (N)}$$

۷۳ ۳ تراکم خطوط میدان الکتریکی در نقطه B کم‌تر از نقطه A است و در نقطه A کم‌تر از نقطه C است، بنابراین:

- اندازه میدان و در نتیجه نیروی وارد بر بار در نقطه B کم‌ترین مقدار را دارد.
- اندازه میدان و در نتیجه نیروی وارد بر بار در نقطه C بیشتر از نقطه A است.

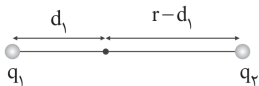
۷۴ ۳ خطوط میدان الکتریکی هرگز یک‌دیگر را قطع نمی‌کنند، بنابراین گزینه (۳) که در آن خطوط میدان در نقطه A یک‌دیگر را قطع کرده‌اند، نمی‌تواند نشان‌دهنده یک میدان الکتریکی باشد.

۷۵ ۳ خطوط میدان الکتریکی از بار الکتریکی مثبت، خارج و به بار الکتریکی منفی وارد می‌شوند.

دقت کنید: در گزینه (۲) بین بارهای مثبت و منفی میدانی برقرار نشده است، یعنی خطوط میدان از بار مثبت به بار منفی نرفته‌اند.

۷۶ ۲ دو بار، همنام هستند، پس نقطه‌ای بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر (q_1) وجود دارد که برابری میدان‌های الکتریکی در آن صفر است. در نتیجه با حرکت از نقطه A تا نقطه B ابتدا میدان کاهش می‌یابد تا به صفر برسد و با دور شدن از نقطه‌ای که برابری صفر است، افزایش می‌یابد.

۷۷ ۴ دو بار q_1 و q_2 هم‌علامتند، پس نقطه‌ای که میدان الکتریکی در آن صفر است، روی خط واصل دو بار و بین دو بار و در نزدیکی بار کوچک‌تر قرار دارد:



حالت اول:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{d_1^2} = k \frac{|q_2|}{(r-d_1)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{d_1^2} = \frac{9q_1}{(r-d_1)^2} \Rightarrow \frac{1}{d_1^2} = \frac{9}{(r-d_1)^2} \Rightarrow \frac{1}{d_1} = \frac{3}{r-d_1}$$

$$\Rightarrow 3d_1 = r - d_1 \Rightarrow 4d_1 = r \Rightarrow d_1 = \frac{r}{4} \text{ (I)}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A + B + X = I \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$X \text{ اصلی مجموع درایه‌های روی قطر اصلی } = -2 - 5 = -7$$

۶۵ ۴ چون درایه a_{pp} در ستون دوم قرار دارد و هم‌چنین:

$$a_{pp} = (2)^2 - (2)^2 = 0$$

$$a_{1p} \times a_{p1} \times a_{pp} \times \dots \times a_{pp} = 0$$

پس:

۶۶ ۲ در دو ماتریس مساوی، باید درایه‌ها نظیر به نظیر برابر باشند.

$$a + b = b + 2 \Rightarrow a = 2$$

$$a + c = -1 - \frac{a=2}{2} \Rightarrow 2 + c = -1 \Rightarrow c = -3$$

$$c + d = -d - \frac{c=-3}{2} \Rightarrow 2d = 3 \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$d + e = -e + 3 \xrightarrow{d=\frac{3}{2}} \frac{3}{2} + e = -e + 3 \Rightarrow 2e = \frac{3}{2} \Rightarrow e = \frac{3}{4}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{4e}{3} & 2d-3 \\ c+3 & a-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} & 2 \times \frac{3}{2} - 3 \\ -3+3 & 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

۶۷ ۲ تعداد سطرها ($2n+1$) و تعداد ستون‌ها ($4n-5$) است.

$$2n+1 = 4n-5+2 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2$$

چون $n=2$ است، پس مرتبه‌ی ماتریس، 5×3 است، یعنی ۵ سطر و ۳ ستون دارد، پس در هر سطر ماتریس، سه عضو (درایه) وجود دارد. پس در سطر دوم هم سه درایه وجود دارد.

۶۸ ۱ در ماتریس اسکالر درایه‌های غیر از قطر اصلی صفر است.

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} 4x = 4 \Rightarrow x = 1, y = -2$$

پس درایه‌های قطر اصلی برابر $x + y = -1$ خواهد بود.

$$a_{11} + a_{22} + a_{33} = -1 - 1 - 1 = -3$$

۶۹ ۳ ماتریس مورد نظر، قطری است.

$$A = \begin{bmatrix} a+b & 0 & 0 \\ 0 & 2(a+b) & 0 \\ 0 & 0 & 3(a+b) \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها را برابر ۱۲ قرار می‌دهیم:

$$(a+b) + 2(a+b) + 3(a+b) = 12 \Rightarrow a+b = 2$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی} = 2 \times 2 = 4$$

۷۰ ۱ هر ماتریس ستونی فقط یک ستون دارد، پس:

$$2n - 3 = 1 \Rightarrow n = 2$$

$$\Rightarrow a_{ij} = i + 2j \Rightarrow a_{p1} = 2 + 2 \times 1 = 4$$



حالت دوم:

۸۱ | ۲ وقتی بار از نقطه A (V_A) تا نقطه B (V_B) جابه‌جا شود، داریم:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow V_B - (-20) = \frac{12 \times 10^{-5}}{-3 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B + 20 = -40$$

$$\Rightarrow V_B = -60 \text{ V}$$

۸۲ | ۲ ذره در جهت خطوط میدان حرکت کرده و انرژی جنبشی آن افزایش یافته است، در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته، بنابراین ذره دارای بار مثبت است:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-5} \times [(20)^2 - 0] = 0.004 \text{ J}$$

از طرفی:

$$\Delta K = W_E = E |q| d \cos \theta \Rightarrow 0.004 = 2 \times 10^4 \times |q| \times 0.1 \times \frac{\cos 0^\circ}{1}$$

$$\Rightarrow |q| = 2 \times 10^{-6} \text{ C} = 2 \mu\text{C} \xrightarrow{q > 0} q = +2 \mu\text{C}$$

۸۳ | ۴ برای این‌که میدان الکتریکی یکنواخت باشد، باید خطوط میدان موازی، هم فاصله و مستقیم باشند، پس این میدان، یک میدان الکتریکی غیریکنواخت است.

برای رسیدن از نقطه A به نقطه B باید در جهت میدان الکتریکی حرکت کنیم، بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطه B کم‌تر از پتانسیل الکتریکی نقطه A است.

۸۴ | ۱ با توجه به رابطه $V = \frac{Q}{C}$ و با توجه به این‌که در این فرایند، ظرفیت خازن همواره مقدار ثابتی است، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه خازن، تابعی خطی از بار ذخیره‌شده در آن می‌باشد که به طور یکنواخت از صفر تا V افزایش می‌یابد.

۸۵ | ۳ از رابطه بین انرژی خازن و بار الکتریکی آن داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2C} (Q_2^2 - Q_1^2)$$

بار الکتریکی ۴۰٪ افزایش یافته، پس:

$$Q_2 = Q_1 + 0.4Q_1 \Rightarrow Q_2 = 1.4Q_1$$

در نتیجه:

$$60 = \frac{1}{2 \times 20} [(1.4Q_1)^2 - Q_1^2] \Rightarrow 60 = \frac{1}{40} (1.96Q_1^2 - Q_1^2)$$

$$\Rightarrow 60 = \frac{1}{40} (0.96Q_1^2) \Rightarrow Q_1^2 = \frac{60 \times 40}{0.96} = 2500$$

$$\Rightarrow Q_1 = 50 \mu\text{C}$$

۸۶ | ۱ می‌دانیم که وزن نوعی نیرو است و نیرو از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = ma \Rightarrow \text{شتاب} \times \text{جرم} = \text{وزن}$$

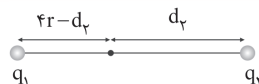
یکای جرم در این دستگاه برابر با C است، حال باید یکای شتاب (جاذبه) را به دست آوریم:

$$\text{شتاب} = \frac{\text{طول}}{(\text{زمان})^2} = \frac{B}{A^2}$$

در نتیجه:

$$\text{یکای شتاب} \times \text{یکای جرم} = \text{یکای وزن}$$

$$\Rightarrow \text{یکای وزن} = C \times \frac{B}{A^2} = \frac{CB}{A^2} = \frac{BC}{A^2}$$



$$\vec{E}'_1 = \vec{E}'_2 \Rightarrow k \frac{q_1}{(4r - d_p)^2} = k \frac{9q_1}{d_p^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(4r - d_p)^2} = \frac{9}{d_p^2} \Rightarrow \frac{1}{4r - d_p} = \frac{3}{d_p} \Rightarrow 12r - 3d_p = d_p$$

$$\Rightarrow 12r = 4d_p \Rightarrow d_p = 3r \quad (\text{II})$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{d_p}{d_1} = \frac{3r}{r} = 12$$

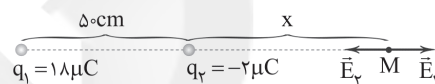
بنابراین:

۷۸ | ۱ همه بارهای همنام مقابل یکدیگر، اثر میدان الکتریکی هم را

در مرکز دایره خنثی می‌کنند. پس فقط می‌ماند دو بار ناهمنام که میدان آن‌ها در مرکز دایره هم جهت و هم‌اندازه است، بنابراین:

$$E_T = 2E = 2 \times k \frac{|q|}{r^2} = 2 \times 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-9}}{(0.3)^2} \Rightarrow E_T = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۷۹ | ۳ دو بار، ناهمنام هستند، پس نقطه‌ای که در آن برابری میدان‌ها صفر شود، بیرون از دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر (q_2) است:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r_1^2} = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\frac{r_1 = 50 + x}{r_2 = x} \rightarrow \frac{18}{2} = \left(\frac{50 + x}{x}\right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{50 + x}{x}$$

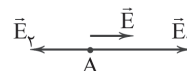
$$\Rightarrow 3x = 50 + x \Rightarrow 2x = 50 \Rightarrow x = 25 \text{ cm} \Rightarrow d = 50 + 25 = 75 \text{ cm}$$

۸۰ | ۳ وقتی بار q_1 را برداریم، میدان باقی‌مانده میدان حاصل از

بار q_2 است که عکس جهت \vec{E} و ۲ برابر آن است:

$$\vec{E}_2 = -2\vec{E} \quad (I)$$

و میدان‌های ناشی از دو بار باید در خلاف جهت هم باشند و چون نقطه A در میان دو بار است، پس بارها همنام هستند:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \xrightarrow{(I)} \vec{E} = \vec{E}_1 - 2\vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1 = 3\vec{E}$$

با استفاده از رابطه میدان داریم:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{x}{4x}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{3 \times 16}{2} = 24$$

$$\frac{q_1}{q_2} = 24$$

چون بارها همنام هستند، بنابراین:



۹۲ ۳ دقت اندازه‌گیری هر یک از گزینه‌ها را برحسب متر به دست

می‌آوریم:

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) ۵/۶۸ \text{ km} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۱۰^{-۲} \text{ km} \times ۱۰^۳ = ۱۰^{-۱} \text{ m}$$

$$۲) ۵/۶۸۰ \times ۱۰^۶ \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۶ \text{ mm} = ۱۰^۳ \times ۱۰^{-۳} \text{ m} = ۱ \text{ m}$$

$$۳) ۵۶۸۰۰۰ \text{ cm} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۱ \text{ cm} = ۰/۰ \text{ m}$$

$$۴) ۵/۶۸۰ \times ۱۰^۳ \text{ m} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۳ \text{ m} = ۱ \text{ m}$$

۹۳ ۲ در بین اعداد گزارش شده، عدد ۴۰ گرم اختلاف زیادی با سایر

نتایج دارد، در نتیجه در میانگین‌گیری برای گزارش نهایی به حساب نمی‌آید، بنابراین:

$$\frac{۳۰ + ۳۲ + ۳۳ + ۳۴}{۴} = ۳۲/۲۵ \text{ g}$$

۹۴ ۲ با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۱/۵۲۴ \times ۱۰^{۱۲} \text{ pm} \times \frac{۱۰^{-۱۲} \text{ m}}{۱ \text{ pm}} \times \frac{۱۰^۰ \text{ cm}}{۱ \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ in}}{۲/۵۴ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ ft}}{۱۲ \text{ in}} = ۵۰ \text{ ft}$$

۹۵ ۳ بررسی گزینه‌ها:

$$۱) ۳/۰۲ \text{ mg} \times \frac{۱ \text{ g}}{۱۰^۳ \text{ mg}} = ۳/۰۲ \times ۱۰^{-۳} \text{ g} < ۴ \times ۱۰^{-۳} \text{ g} (\checkmark)$$

$$۲) ۴/۴ \times ۱۰^{-۳} \text{ m} = ۴/۴ \times ۱۰^{-۳} \text{ m} \times \frac{۱۰^۳ \text{ mm}}{۱ \text{ m}} = ۴/۴ \text{ mm} > ۰/۴۴ \text{ mm} (\checkmark)$$

$$۳) ۳/۰۴ \text{ cm} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱۰^۲ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ km}}{۱۰^۳ \text{ m}}$$

$$= ۳/۰۴ \times ۱۰^{-۵} \text{ km} > ۰/۴ \times ۱۰^{-۶} \text{ km} (*)$$

$$۴) ۳/۲ \times ۱۰^{-۱} \text{ s} \times \frac{۱۰^۳ \text{ ms}}{۱ \text{ s}} = ۳/۲ \times ۱۰^۲ \text{ ms} > ۱/۰۴ \times ۱۰^۲ \text{ ms} (\checkmark)$$

۹۶ ۳ دماسنج‌های A و C مدرج هستند، پس دقت اندازه‌گیری آن‌ها

برابر کمینه درجه‌بندی وسیله است، در نتیجه دقت اندازه‌گیری دماسنج A برابر ۲°C و دقت اندازه‌گیری دماسنج C برابر ۰/۵°C است.

دماسنج B یک دماسنج رقمی (دیجیتال) است، پس دقت اندازه‌گیری آن برابر یک واحد از آخرین رقمی است که دماسنج نشان می‌دهد، بنابراین دقت

اندازه‌گیری آن برابر ۱°C است. در نتیجه در بین این سه دماسنج، دماسنج C دقت بیشتری از دو دماسنج دیگر دارد.

۹۷ ۳ ابتدا حجم هر فلز را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{۲۷۰}{۹} = ۳۰ \text{ cm}^3 \\ V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{۱۵۴}{۷} = ۲۲ \text{ cm}^3 \end{cases} \Rightarrow V_1 + V_2 = ۵۲ \text{ cm}^3$$

اما در اثر اختلاط ۱۲ cm^۳ از حجم مخلوط کاسته شده است، پس حجم آلیاژ حاصل برابر است با:

$$V = ۵۲ - ۱۲ = ۴۰ \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V} = \frac{۲۷۰ + ۱۵۴}{۴۰} = ۱۰/۶ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \text{در نتیجه:}$$

۸۷ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) انرژی کمی فرعی است.

۲) همه کمیت‌ها اصلی هستند، اما یکای دما در SI کلین است.

۳) نیرو کمی فرعی است.

۸۸ ۴ بررسی گزینه‌ها:

$$۱) ۰/۵۰۴ \text{ g} \Rightarrow \text{دقت} = ۱۰^{-۳} \text{ g} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۳ \text{ mg} = ۱ \text{ mg} (*)$$

$$۲) ۵/۰۴ \text{ cg} \Rightarrow \text{دقت} = ۱۰^{-۲} \text{ cg} = ۱۰^{-۲} \times ۱۰^{-۲} \text{ g}$$

$$= ۱۰^{-۴} \times ۱۰^۳ \text{ mg} = ۰/۱ \text{ mg} (*)$$

$$۳) ۵/۰۴ \times ۱۰^۷ \text{ ng} \Rightarrow \text{دقت} = ۱۰^{-۲} \times ۱۰^۷ \text{ ng} = ۱۰^۵ \times ۱۰^{-۹} \text{ g}$$

$$= ۱۰^{-۴} \times ۱۰^۳ \text{ mg} = ۰/۱ \text{ mg} (*)$$

$$۴) ۵/۰۴۰ \times ۱۰^۴ \mu\text{g} \Rightarrow \text{دقت} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۴ \mu\text{g} = ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \text{ g}$$

$$= ۱۰^{-۵} \times ۱۰^۳ \text{ mg} = ۰/۰۱ \text{ mg} (\checkmark)$$

۸۹ ۴ لامپ روشنی که در زیر نور آن مطالعه می‌کنیم، نمونه‌ای از

چشمه گسترده نور است و لامپ روشنی که در فاصله نسبتاً دوری از ما قرار دارد، یک چشمه نقطه‌ای نور می‌باشد.

۹۰ ۲ بررسی گزینه‌ها:

$$۱) ۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg} = ۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg} \times \frac{۱۰^۳ \text{ g}}{۱ \text{ kg}} = ۹/۱۱ \times ۱۰^{-۲۸} \text{ g} (*)$$

$$۲) ۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg} = ۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg} \times \frac{۱۰^۳ \text{ g}}{۱ \text{ kg}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ mg}}{۱ \text{ g}}$$

$$= ۹/۱۱ \times ۱۰^{-۲۵} \text{ mg} (\checkmark)$$

۳) به صورت نمادگذاری علمی نوشته نشده و نمی‌تواند پاسخ باشد، اگرچه که تبدیل واحد آن درست است. (*)

$$۴) ۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg} = ۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg} \times \frac{۱۰^۳ \text{ g}}{۱ \text{ kg}} \times \frac{۱ \text{ Mg}}{۱۰^۶ \text{ g}}$$

$$= ۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۴} \text{ Mg} (*)$$

۹۱ ۴ برای بررسی گزینه‌ها دقت آن‌ها را به کیلوگرم محاسبه می‌کنیم:

$$۱) ۹۲ \text{ g} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۱ \text{ g} = ۱ \text{ g} \times ۱۰^{-۳} \text{ kg} = ۱۰^{-۳} \text{ kg}$$

$$۲) ۹/۲۰ \times ۱۰^{-۲} \text{ kg} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۰/۰۱ \times ۱۰^{-۲} \text{ kg} = ۱۰^{-۴} \text{ kg}$$

$$۳) ۹۲ \times ۱۰^{-۳} \text{ kg} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۱ \times ۱۰^{-۳} \text{ kg} = ۱۰^{-۳} \text{ kg}$$

$$۴) ۹۲/۰۰ \text{ g} \Rightarrow \frac{1}{100} \text{ دقت اندازه‌گیری} = ۰/۰۱ \text{ g}$$

$$= ۰/۰۱ \text{ g} \times ۱۰^{-۳} \text{ kg} = ۱۰^{-۵} \text{ kg}$$

با مقایسه گزینه‌ها می‌بینیم که دقت اندازه‌گیری در گزینه (۴) از همه بیشتر است.



۱۰۲ ۴ می‌دانیم در نمودار $x-t$ شیب خط قاطع میان دو نقطه از

نمودار، بیانگر سرعت متوسط بازه زمانی نظیر آن دو نقطه است، بنابراین چون شیب خط‌های AB و BC یکی است، سرعت متوسط نیز در بازه‌های زمانی نظیر این پاره‌خطها یکی است و در نتیجه برای دو بازه زمانی Δt_1 و Δt_2 میزان سرعت متوسط با هم برابر است.

۱۰۳ ۴ مسافت طی شده توسط متحرک از نقطه A تا نقطه B برابر $\frac{1}{4}$

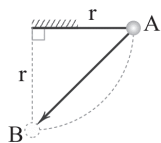
محیط دایره است.

بنابراین داریم:

$$l = \frac{1}{4}(2\pi r) \Rightarrow l = \frac{1}{4}(2\pi r)$$

$$\Rightarrow \frac{75}{100} = \frac{3(r)}{4} \Rightarrow r = \frac{1}{4}m$$

در ادامه، جابه‌جایی متحرک را که برابر فاصله نقطه A از نقطه B است، به صورت زیر به دست می‌آوریم:



$$\text{اندازه جابه‌جایی} = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{r = \frac{1}{4}m} \text{اندازه جابه‌جایی} = \frac{\sqrt{2}}{4}m$$

۱۰۴ ۳ ابتدا زمان‌های رفت و برگشت را به دست می‌آوریم:

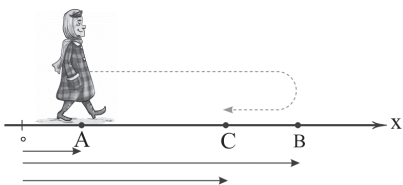
$$t_{\text{رفت}} = \frac{\Delta x_{\text{رفت}}}{v_{\text{رفت}}} = \frac{AB}{240} \quad \text{و} \quad t_{\text{برگشت}} = \frac{\Delta x_{\text{برگشت}}}{v_{\text{برگشت}}} = \frac{\frac{1}{4}AB}{180}$$

حال با استفاده از رابطه سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{AB - \frac{1}{4}AB}{\frac{AB}{240} + \frac{\frac{1}{4}AB}{180}} = \frac{\frac{3}{4}AB}{\frac{3 \times 180}{4}} = 135 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

۱۰۵ ۲ در شکل زیر، بردار مکان متحرک در چند نقطه متفاوت رسم

شده است. به این شکل دقت کنید.



همان‌طور که در این شکل می‌بینید بردار مکان همواره در جهت محور x است و جهت آن تغییر نمی‌کند و اندازه آن ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. بنابراین عبارت‌های (الف) و (ب) نادرست بوده و عبارت (ج) درست است. از طرف دیگر بردار جابه‌جایی از A به C بوده و در جهت محور x است و عبارت (د) نیز درست است.

۹۸ ۲ با توجه به رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\xrightarrow{m_A = \Delta m_B} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\Delta m_B + m_B}{\frac{\Delta m_B}{3} + \frac{m_B}{5}} = \frac{6m_B}{\frac{20}{3}m_B} = \frac{18}{20} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{18}{20} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} = 0.3$$

بنابراین:

۹۹ ۴ جرم ماده در اثر ذوب شدن تغییر نمی‌کند، بنابراین:

$$m_{\text{یخ}} = m$$

$$m = \rho V$$

و می‌دانیم که:

در نتیجه:

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow 0.9 \times V_1 = 1 \times (V_1 - \Delta)$$

$$\Rightarrow 0.1 V_1 = \Delta \Rightarrow V_1 = 50 \text{ cm}^3$$

۱۰۰ ۱ ابتدا حجم هر یک از مواد را به طور جداگانه و سپس حجم

مخلوط را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$V_A = \frac{m_A}{\rho_A} = \frac{45}{1/5} = 225 \text{ cm}^3$$

$$V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{50}{2/5} = 125 \text{ cm}^3$$

حال حجم مخلوط را محاسبه می‌کنیم:

$$m_{\text{مخلوط}} = m_A + m_B = 45 + 50 = 95 \text{ g}$$

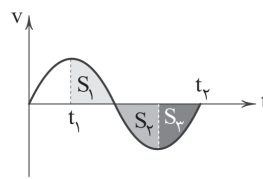
$$V_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{\rho_{\text{مخلوط}}} = \frac{95}{2} = 47.5 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم کاسته شده برابر است با:

$$(V_A + V_B) - V_{\text{مخلوط}} = (225 + 125) - 47.5 = 302.5 \text{ cm}^3$$

۱۰۱ ۴ با توجه به سینوسی بودن نمودار، مساحت‌های S_1 ، S_2 و S_3

با هم برابر هستند.



$$\begin{cases} \Delta x = S_1 - S_2 - S_3 & S_1 = S_2 = S_3 = S \\ |l| = S_1 + S_2 + S_3 = 3S \end{cases} \rightarrow S - S - S = -S$$

$$\frac{\Delta x}{l} = \frac{-S}{3S} = -\frac{1}{3}$$

بنابراین:



سه ثانیه دوم حرکت، یعنی از لحظه $t_1 = 3s$ تا لحظه $t_2 = 6s$ ، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} x_2' = 2(3)^2 - 6(3) - 4 = -4m \\ x_1' = 32m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av}' = \frac{x_2' - x_1'}{t_2 - t_1} = \frac{32 - (-4)}{6 - 3} = 12 \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_{av}}{v_{av}'} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

بنابراین:

شیمی

۱۱۱ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

بررسی چهار عبارت:

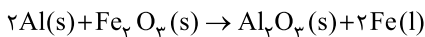
آ سه عنصر نخست گروه چهاردهم یعنی Si، C و Ge در اثر ضربه خرد می‌شوند.

ب) سطح دومین عنصر گروه چهاردهم یعنی Si ۱۴ براق و صیقلی است.

ب) عنصرهای Sn (قلع) و Pb (سرب) در گروه چهاردهم جدول دوره‌ای جای دارند و به ترتیب متعلق به دوره‌های پنجم و ششم هستند.

ت) سه عنصر نخست این گروه که در دوره‌های دوم تا چهارم جدول جای دارند، در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

۱۱۲ ۱ معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\frac{\text{تُن آهن مذاب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{تُن آلومینیم ناخالص} \times \frac{P}{100} \times \frac{R}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

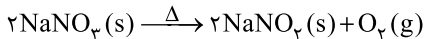
$$\Rightarrow \frac{x \text{ ton Al} \times \frac{54}{100} \times \frac{70}{100}}{2 \times 27} = \frac{1 \text{ ton Fe}}{2 \times 56} \Rightarrow x = 0.983 \text{ ton Al}$$

۱۱۳ ۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

۱۱۴ ۳ با توجه به قانون پایستگی جرم، مقدار گاز تولیدشده (O_2) برابر است با:

$$28 - 25/5 = 2/5 g O_2$$

با فرض بازده ۱۰۰٪ جرم گاز تولیدشده برابر است با:

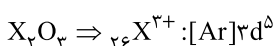
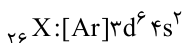


$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم ناخالص} \times \frac{P}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\rightarrow \frac{28 \times \frac{60}{100}}{2 \times 85} = \frac{x}{1 \times 32} \Rightarrow x = 3/16 g O_2 \text{ [مقدار نظری]}$$

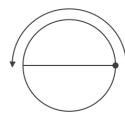
$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{2/5}{3/16} \approx 80\% = \text{بازده درصدی}$$

۱۱۵ ۴ مطابق داده‌های سؤال، عنصر X در دوره چهارم و گروه هشتم جدول دوره‌ای جای داشته و عدد اتمی آن برابر ۲۶ است. فرمول اکسید مورد نظر نیز به صورت X_2O_3 است.



۱۰۶ ۱ با توجه به صورت سؤال، بعد از گذشت ۶s برای اولین بار

سرعت متوسط متحرک، صفر شده است. طبق رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، جابه‌جایی متحرک بعد از گذشت ۶s برای اولین بار صفر می‌شود، بنابراین متحرک در مدت‌زمان ۶s یک دور کامل می‌چرخد و از آن جایی که حرکت متحرک با تندی ثابت انجام می‌شود، می‌توانیم نتیجه بگیریم که در مدت ۳ ثانیه متحرک مسیری به اندازه یک نیم‌دایره را طی می‌کند و داریم:



$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\text{محیط دایره}}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \frac{\pi r}{1}$$

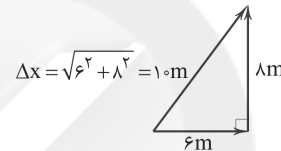
$$\Rightarrow s_{av} = \frac{2\pi r}{\Delta t} = \frac{\pi r}{\Delta t} = \frac{3 \times 2}{3} = 2 \frac{m}{s}$$

۱۰۷ ۲ ابتدا جابه‌جایی پرنده در هر بازه زمانی و سپس جابه‌جایی کل

را محاسبه می‌کنیم:

به طرف شرق $\Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 = 3 \times 2 = 6m$

به طرف شمال $\Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 = 1 \times 8 = 8m$



برای محاسبه اختلاف اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط خواهیم داشت:

$$\begin{cases} |v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{10}{8+2} = 1 \frac{m}{s} \\ s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{6+8}{8+2} = 1.4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow s_{av} - |v_{av}| = 1.4 - 1 = 0.4 \frac{m}{s}$$

۱۰۸ ۳ ابتدا لحظه‌ای که متحرک کم‌ترین فاصله از مبدأ را دارد و

مکان آن در این لحظه را تعیین می‌کنیم:

$$x = t^2 - 6t + 13 = (t^2 - 6t + 9) + 4 = (t-3)^2 + 4$$

$$\xrightarrow{x_{min}} t = 3s, x_{min} = 4m$$

برای محاسبه سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$t = 3s \text{ تا } t = 0 \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(3) - x(0)}{3 - 0} = \frac{4 - 13}{3} = -3 \frac{m}{s}$$

۱۰۹ ۴ تغییر جهت متحرک هنگامی رخ می‌دهد که سرعت متحرک

صفر شده و علامت سرعت عوض شود، در حالی که در نمودار صورت سؤال، شیب همواره مثبت است، بنابراین در بازه زمانی داده‌شده متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۱۱۰ ۲ دو ثانیه سوم حرکت، یعنی از لحظه $t_1 = 4s$ تا

لحظه $t_2 = 6s$ ، در نتیجه برای محاسبه سرعت متوسط متحرک در این بازه زمانی داریم:

$$\begin{cases} x_2 = 2(4)^2 - 6(4) - 4 = 4m \\ x_1 = 2(6)^2 - 6(6) - 4 = 32m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{32 - 4}{6 - 4} = 14 \frac{m}{s}$$



۱۲۴ ۲ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\frac{\text{جرم ناخالص KMnO}_4 \times \frac{P_1}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم ناخالص H}_2\text{SO}_4 \times \frac{P_2}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{126/4 \times \frac{P_1}{100}}{4 \times 158} = \frac{58/8 \times \frac{P_2}{100}}{6 \times 98}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = 0/5$$

۱۲۵ ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها از هالوژن‌ها استفاده می‌شود.

(۳) آهن در طبیعت به صورت کانه‌ی هماتیت یافت می‌شود.

(۴) آهن (III) اکسید به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود.

۱۲۶ ۲

$$? \text{molecule X} = \text{dL X} \times \frac{1000 \text{ mL X}}{\text{dL X}} \times \frac{\text{dg X}}{\text{mL X}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol X}}{\text{M g X}} \times \frac{N_A \text{ molecule X}}{1 \text{ mol X}} = \frac{1000 \cdot N_A}{\text{M}} \text{ molecule X}$$

۱۲۷ ۲ تنها با تغییر شمار پروتون‌ها یا عدد اتمی، عنصری به عنصر

دیگر تبدیل می‌شود.

۱۲۸ ۳ برای محاسبه جرم مولی این ترکیب، جرم یک مول از آن را به دست

می‌آوریم:

$$? \text{g A} = 1 \text{ mol A} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ molecule A}}{1 \text{ mol A}}$$

$$\times \frac{2/126 \times 10^{-22} \text{ g A}}{1 \text{ molecule}} = 128 \text{ g A}$$

برای محاسبه چگالی این ترکیب، جرم یک سانتی‌متر مکعب از آن را به دست

می‌آوریم:

$$? \text{g A} = 1 \text{ cm}^3 \text{ A} \times \frac{90 \times 10^6 \text{ molecule A}}{1/68 \times 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ A}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol A}}{6/02 \times 10^{23} \text{ molecule A}} \times \frac{128 \text{ g A}}{1 \text{ mol A}} = 1/14 \text{ g}$$

۱۲۹ ۱

$${}^{79}\text{X}^{2-} \begin{cases} n - e = 9 \\ e - p = 2 \Rightarrow p = 34, e = 36, n = 45 \\ n + p = 79 \end{cases}$$

رابطه $A = 2Z + 11$ برای اتم X و یون X^{2-} برقرار است.

$$A = 2Z + 11: (34 + 45) = 2(34) + 11$$

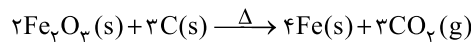
۱۳۰ ۴ مقایسه میان طول موج شعله فلزهای Na, Li, Cu به

صورت زیر است:

$$\text{Li} > \text{Na} > \text{Cu}$$

(سبز) (زرد) (سرخ)

۱۱۶ ۳ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



کاهش جرم مربوط به کربن دی‌اکسید تولید شده است.

به‌ازای مصرف ۲ مول آهن (III) اکسید (۳۲۰g Fe₂O₃) و ۳ مول

کربن (۳۶g C)، یعنی در مجموع ۳۵۶g واکنش‌دهنده، ۳ مول CO₂ تولید

می‌شود.

$$? \text{kg CO}_2 = 2000 \text{ kg واکنش‌دهنده} \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{356 \text{ g واکنش‌دهنده}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 741/5 \text{ kg CO}_2$$

۱۱۷ ۲ در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود،

واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است. واکنش‌های (I) و (III)

به طور طبیعی انجام می‌شوند.

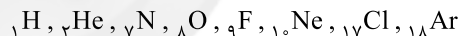
۱۱۸ ۲ به‌جز عبارت «ب»، سایر عبارات در مورد فلزهای قلیایی

درست هستند.

فلز قلیایی لیتیم (Li) با تشکیل کاتیون Li⁺ به آرایش دوتایی ۲He

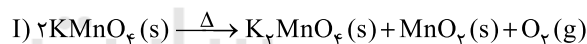
می‌رسد.

۱۱۹ ۳ عنصرهای گازی شکل سه دوره نخست جدول عبارتند از:



۱۲۰ ۲ مطابق داده‌های سؤال بر اثر انجام واکنش (I) و تولید

اکسیژن، واکنش (II) انجام می‌شود:



افزایش جرم مواد جامد به دلیل وجود اکسیژن است:

$$\text{جرم اکسیژن} = 22/7 - 19/5 = 3/2 \text{ g O}_2$$

$$\text{I واکنش: } \frac{x}{2 \times 158} = \frac{3/2}{1 \times 32} \Rightarrow x = 31/6 \text{ g KMnO}_4$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{31/6}{39/5} \times 100 = 78\%$$

۱۲۱ ۱ از بین عنصرهای پیشنهادشده، فقط سیلیسیم است که در

طبیعت به حالت آزاد وجود ندارد.

۱۲۲ ۳ شعاع اتمی Na، بزرگ‌تر از شعاع اتمی Cl است. اتم هر

دو عنصر دارای سه لایه الکترونی هستند و سدیم در مقایسه با کلر پروتون‌های

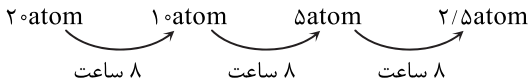
کم‌تری دارد.

۱۲۳ ۴ عدد اتمی ۱۶ مربوط به نافلز گوگرد و اعداد اتمی ۱۴ و ۳۲

مربوط به شبه‌فلزها است.



۱۳۸ ۲ فرض می‌کنیم مخلوط ایزوتوپ‌های عنصر M شامل 100 اتم باشد که 20 اتم آن، M' (پرتوزا) و 80 اتم باقی‌مانده، پایدار هستند. پس از گذشت یک شبانه‌روز که معادل 24 ساعت یا 3 نیم‌عمر ایزوتوپ M' است، شمار اتم‌های باقی‌مانده M' برابر خواهد بود با:



$$20 \text{ درصد } M' \text{ در مخلوط باقی‌مانده} = \frac{2/5}{(80 + 2/5)} \times 100 \approx 3.03\%$$

۱۳۹ ۴ آنیون پدید (Γ^-) با یون حاوی تکنسیم، اندازه‌ی مشابهی دارد.

۱۴۰ ۲

$$\text{حجم آلیاژ} = (20 \times 10 \times 0/4) - (\pi \times (\frac{4}{3})^2 \times 0/4) = 75/2 \text{ cm}^3$$

$$\text{جرم مولی میانگین Si} = \frac{5(30) + 95(28)}{100} = 28/1 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$? \text{ atom}^{23}\text{Si} = 75/2 \text{ cm}^3 \times \frac{8 \text{ g آلیاژ Si}}{1 \text{ cm}^3 \text{ آلیاژ Si}} \times \frac{0/02 \text{ g Si}}{100 \text{ g آلیاژ Si}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Si}}{28/1 \text{ g Si}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom Si}}{1 \text{ mol Si}} \times \frac{5 \text{ atom}^{23}\text{Si}}{100 \text{ atom Si}}$$

$$= 1/288 \times 10^{23} \text{ atom}^{23}\text{Si}$$

۱۴۱ ۲ سه ماده‌ی بنزین، روغن زیتون و وازلین در هگزان محلول هستند.

۱۴۲ ۱ اوره در هگزان حل نمی‌شود.

۱۴۳ ۱ بررسی گزینه‌ها:

(۱) شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب مدل فضا پرکن اسید چرب و استر بلند زنجیر را نشان می‌دهند.

(۲) شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۲) برابر با ۶ و شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۱) برابر با ۲ است.

(۳) در مولکول شکل (۱)، یک پیوند $C=O$ وجود دارد. در صورتی‌که مولکول شکل (۲)، دارای ۳ پیوند $C=O$ است.

(۴) نیروی بین مولکولی غالب در دو مولکول از نوع وان‌دروالسی است.

۱۴۴ ۴ اتیلن گلیکول با فرمول شیمیایی $\text{CH}_2\text{OHCH}_2\text{OH}$ و فرمول ساختاری زیر به عنوان ضدیخ به کار می‌رود.



۱۴۵ ۱ • صابون جامد با فرمول کلی RCOONa از چهار عنصر C،

H، O و Na تشکیل شده است.

• صابون‌های مایع به یکی از دو فرم RCOOK و RCOONH_4 هستند که

هر کدام از سه عنصر C، H و O و یک عنصر K یا N (در مجموع چهار عنصر) تشکیل شده‌اند.

۱۳۱ ۱ هر چه دو پرتو پرنانرژی‌تر باشند، میانگین طول موج آن‌ها تفاوت کم‌تری با هم دارند. پرتوهای گاما و پرتوهای ایکس در مقایسه با سایر پرتوهای الکترومغناطیسی، پرنانرژی‌ترند.

۱۳۲ ۲ پس از گازهای هیدروژن و هلیوم، عنصر کربن فراوان‌ترین عنصر سازنده‌ی سیاره‌ی مشتری است.

۱۳۳ ۱ هنگام عبور نور خورشید از منشور، رنگ سرخ کم‌ترین شکست را پیدا می‌کند، زیرا طول موج بلند و انرژی کم‌تری نسبت به رنگ‌های دیگر دارد. رنگ سرخ، بخش بالایی یا بیرونی رنگین‌کمان را تشکیل می‌دهد.

۱۳۴ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده در مورد هلیوم درست هستند.

۱۳۵ ۱ هر چهار عبارت پیشنهادشده نادرست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

(آ) اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

(ب) نماد شیمیایی اورانیم به صورت U است.

(پ) مطابق متن کتاب درسی فراوانی ^{235}U در مخلوط طبیعی از ۰/۷ درصد کمتر است. این جمله نشان می‌دهد که اورانیم در طبیعت یافت می‌شود.

(ت) منظور از غنی‌سازی اورانیم، افزایش مقدار ^{235}U در مخلوط ایزوتوپ‌های این عنصر است.

۱۳۶ ۳ اگر درصد فراوانی ایزوتوپ آخر را با X و درصد فراوانی هر کدام از ایزوتوپ‌های سوم و چهارم را با F نشان دهیم، مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$20x + 5x + F + F + x = 100 \Rightarrow 26x + 2F = 100 \Rightarrow 13x + F = 50$$

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1)$$

$$+ \dots + \frac{F_n}{100}(M_n - M_1)$$

$$91/325 = 90 + \frac{5x}{100}(91 - 90) + \frac{F}{100}(92 - 90) + \frac{F}{100}(94 - 90)$$

$$+ \frac{x}{100}(96 - 90) \Rightarrow 91/325 = 90 + \frac{1}{100}(5x + 2F + 4F + 6x)$$

$$\Rightarrow 91/325 = \frac{1}{100}(11x + 6F)$$

$$\xrightarrow{F = 50 - 13x} 132/5 = 11x + 6(50 - 13x)$$

$$\Rightarrow 132/5 - 300 = -67x \Rightarrow 167/5 = 67x \Rightarrow x = 2/5$$

$$^{91}\text{Zr} \text{ درصد فراوانی ایزوتوپ} = 5x = 5(2/5) = 12/5$$

۱۳۷ ۱ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{y} (\text{جرم مولی A}) = \frac{1}{12} (\text{جرم مولی M}) \Rightarrow \frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی M}} = \frac{y}{12}$$

$$\frac{\text{جرم مولی M}}{\text{جرم مولی A}} = \frac{\text{شمار مول‌های M}}{\text{شمار مول‌های A}} = \frac{\text{شمار اتم‌های M}}{\text{شمار اتم‌های A}} \times \frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی M}}$$

$$= \frac{\text{جرم مولی M}}{\text{جرم مولی A}} \times \frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی M}} = \frac{21}{15} \times \frac{y}{12} = \frac{49}{60}$$



فرمول شیمیایی اوره به صورت $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ و جرم مولی

آن 60 گرم بر مول است:

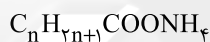
$$\%C = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم مولی اوره}} \times 100 = \frac{12\text{g}}{60\text{g}} \times 100 = 20\%$$

فرمول مولکولی روغن زیتون به صورت $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$ است. هر مول از یک ماده آلی بر اثر سوختن کامل به اندازه شمار اتم‌های کربن خود، مول CO_2 و به اندازه نصف شمار اتم‌های هیدروژن خود، مول بخار آب تولید می‌کند.

$$? \text{mol CO}_2 = 57 \text{mol CO}_2$$

$$? \text{g H}_2\text{O} = \frac{104}{2} \text{mol H}_2\text{O} \times \frac{18\text{g H}_2\text{O}}{1\text{mol H}_2\text{O}} = 936\text{g H}_2\text{O}$$

با فرض این‌که زنجیر هیدروکربنی صابون مورد نظر سیر شده ($\text{C}_n\text{H}_{2n+1}$) و کاتیون آن آمونیوم باشد، شمار اتم‌های موجود در هر واحد فرمولی از آن، حداکثر خواهد بود:



$$n = 16 \Rightarrow \text{مجموع اتم‌ها}: 16 + 33 + 1 + 2 + 1 + 4 = 57$$

مطابق داده‌های سؤال فرمول کلی صابون مایع به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{COONH}_4$ است.

$$N \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم نیتروژن}}{\text{جرم مولی صابون}} \times 100 \Rightarrow 4/68 = \frac{(1 \times 14)}{x} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 299\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$12n + (2n - 1) + 12 + 2(16) + 14 + 4(1) = 14n + 61$$

$$299 = 14n + 61 \Rightarrow n = 17$$

$$H \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم H}}{\text{جرم مولی صابون}} \times 100 = \frac{2(17) - 1 + 4}{299} \times 100 = 12/37\%$$

ساختار داده شده یک استر سه عاملی است و یکی از اجزای سازنده چربی‌ها را نشان می‌دهد که فرمول مولکولی الکل سازنده و اسید آلی سازنده آن به ترتیب به صورت $\text{C}_3\text{H}_7(\text{OH})_2$ و $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_6\text{COOH}$ بوده و تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن آن‌ها برابر است با:

$$(3 + 16(2) + 1) - (5 + 3) = 28$$