



# آزمون‌های سراسری کاج

گوینده درس‌درا انلخاپ کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

دفترچه شماره ۴

آزمون شماره ۶

جمعه ۲۵ مهر ۱۴۰۱

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
۱۸۵ دقیقه	تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۶۰

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال	مدت پاسخگویی
۱	فارسی ۲ / فارسی ۳	۲۰	۱	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی ۲ / زبان عربی ۳	۲۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۳	دین و زندگی ۲ / دین و زندگی ۳	۲۰	۴۱	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی ۲ / زبان انگلیسی ۳	۲۰	۶۱	۱۵ دقیقه
۵	حسابان ۱	۱۰	۸۱	۹۰
	هندسه ۱	۱۰	۹۱	۱۰۰
	آمار و احتمال	۱۰	۱۰۱	۱۱۰
	حسابان ۲	۵	۱۱۱	۱۱۵
	ریاضی ۱	۵	۱۱۶	۱۲۰
	هندسه ۲	۵	۱۲۱	۱۲۵
	هندسه ۱	۵	۱۲۶	۱۳۰
۶	فیزیک ۲	۱۰	۱۳۱	۱۴۰
	فیزیک ۳	۱۰	۱۴۱	۱۵۰
	فیزیک ۱	۱۰	۱۵۱	۱۶۰
۷	شیمی ۲	۱۰	۱۶۱	۱۷۰
	شیمی ۳	۱۰	۱۷۱	۱۸۰
	شیمی ۱	۱۰	۱۸۱	۱۹۰

## حقوق دانشآموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۶۴۲—۰۲۱ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا، 

صدای دانشآموز است.

**۳ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۳): دل محل**

تجّلی خداست.

**مفهوم سایر گزینه‌ها:**

۱) ناکامی عاشق

۲) ناکامی عاشق

۴) غم نهفته شاعر

**۴ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۴): همه‌چیز به خواست**

و توفیق خداست.

**مفهوم سایر گزینه‌ها:**

۱) تقابل عشق و عقل

۲) از ماست که بر ماست

۳) ناکارآمدی تدبیر

**۲ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۲): تغییر شرایط از بد**

به خوب

**مفهوم سایر گزینه‌ها:**

۱) خودکم بیتی عاشقانه / پاکبازی عاشق

۳) همه جهان تحت اراده معشوق است.

۴) وفاداری عاشقانه

**۳ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۳): خوداتکایی و ترجیح**

استعداد هر کسی بر اصل و نسب و تبار او

**مفهوم سایر گزینه‌ها:**

۱ و ۲) رفتار هر کسی معرف خانواده اوست. / اهمیت و تأثیر نژاد

۴) تقديرگرایی

**۳ معنی درست واژه‌ها: اجانب: بیگانگان / موسوم: نامیده شده**

املای درست واژه: اهرمن: اهریمن، شیطان

املای درست واژه: موسوم: نامیده شده

نقش مسندي:

الف) مقدم

ج) گویا

د) دور [باشد] / بهتر [است] / مهجور [باشد] / بهتر [است]

۳ استعاره با ذکر مشبّه: نسبت دادن بستر و خواب به کباب

مجاز: حرف: مجاز از سخن

حس‌آمیزی: حرف تلخ

تناسب: کباب و نمک

**فارسی****۴ معنی درست واژه‌ها: رایت: بیرق، پرچم، درفش / جهد:**

کوشش، رنج بدن / سرشت: فطرت، آفرینش، طبع / موسوم: زمان، هنگام

**۳ بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) غرض

۲) غالب

۴) منسوب

**۱ کنایه: گشوده شدن دل**

جناس ناهمسان: —

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

۲) مجاز: شهر مجاز از مردم

ایهام: سودا: ۱- معامله ۲- عشق

۳) استعاره: لعل: استعاره از لب

تشبیه: فرد بهره‌برده از وصال (هر کس) به ماه

۴) ایهام تناسب: شور: ۱- هیجان (معنی مورد نظر) ۲- مزءه شور (معنی نادرست، متناسب با «نمک»)

تشبیه: نمک عشق و جنون (اضافهٔ تشبیه‌ی)

**۴ بررسی آرایه‌ها:**

تناقض (بیت «ه»): نماندن نم در دریا

جناس تام (بیت «ج»): پرده (اول و دوم «حجاب» / سوم «آهنگ»)

تضاد (بیت «ب»): انجام ≠ آغاز / مطلع ≠ مقطع

تشبیه (بیت «الف»): مهر خاموشی (اضافهٔ تشبیه‌ی)

کنایه (بیت «د»): زمین‌بوسی

**۵ بررسی افعال مجھمول:**

ج) گفته نیاید (نشود)

ه) کشته گردد (شود)

**بررسی سایر ایيات:**

الف) کشته شدن» مصدر است، نه فعل.

ب) «سوخته»، صفت «نفس» است.

د) «گشته» بخشی از واژه «خم گشته» است.

و) «شکسته»، صفت برای «بال» است.

**۶ ما همه (بدل)**



## زبان عربی

■ صحیح ترین و دقیق ترین جواب را در ترجمه یا تعریف مشخص کن (۲۱ - ۲۵):

٣ ٢١ ترجمه کلمات مهم: أخيه میتاً: برادرش که مرد است / آقاوا

الله: از خدا بترسید

دلایل رد سایر گزینه‌ها:

۱) «میتاً» صفت برای کلمه «أخ» نیست، «أخیه میتاً: برادرش که مرد است»

۲) «الله: خدا» نباید همراه ضمیر ترجمه شود.

۴) «آقاوا الله: خدا را تقوا پیشه کنید، از خدا بترسید»، «باید» اضافی است.

٣ ٢٢ ترجمه کلمات مهم: تعنت: به منظور مج‌گیری؛ [رد گزینه‌های

(۱) و (۴) / سلوکه: رفتارش [رد گزینه (۲)] / یضرّ: زیان می‌رساند [رد گزینه

(۲)] / یسائل: سؤال می‌پرسد [رد گزینه (۲)] / الکیمیاء: شیمی؛ در گزینه (۲)

ترجمه نشده است. / در گزینه (۴) «در کلاس» اضافی است.

٤ ٢٣ ینتفع: بهره برده شود؛ فعل مجھول است.

١ ٢٤ ترجمه کلمات مهم:

یُقنِع: قانع شود؛ غایب است نه مخاطب. [رد گزینه (۲)]

کلام لَيْن: سخن نرمی، کلامی نرم؛ موصوف و صفت است. [رد گزینه‌های

(۳) و (۴)]

همچنین در گزینه (۴)، کلمه «هیچ» اضافی است و در گزینه (۳)، «به» ترجمه

نشده است.

٣ ٢٥ گزینه صحیح را در تعریف مشخص کن:

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به فعل «تهرب» ضمیر «ـهـ» در «واجباته» مناسب نیست.

۲) «تکالیف درسی خود: واجباته الدراسیة» [در این گزینه ضمیر ترجمه نشده است].

۴) فعل «لا يهرب» [مفرد مذکر غایب] با فعل «تنجح» [مفرد مذکر مخاطب] مطابقت ندارد.

■ صحیح ترین گزینه را در پاسخ به سؤال‌های آمده مشخص کن (۳۰ - ۲۶):

٣ ٢٦ المُفَسِّرِينَ ← المُفَسَّرَيْنَ [اسم فاعل است].

٤ ٢٧ ترجمه: «دوستم در کارخانه موفق نشد و او در کارش شکست

خورد».

ترجمه سایر گزینه‌ها:

۱) هرچه امروز انجام دهی، حتماً فردا آن را درو می‌کنی.

۲) هرگز علمی را یاد بدهد، پاداش کسی را دارد که به آن عمل کرده است.

۳) هرگز مردم را مسخره کند از خداوند دور می‌شود.

٣ ١٦ مفهوم گزینه (۳): لزوم همراهی پیران در به هدف رساندن جوانان

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: همت موجب کمال و کامیابی است.

١ ١٧ مفهوم گزینه (۱): رهایی‌ناپذیری از تعلقات

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: لزوم وجود راهنمای در رسیدن به مقصد

دقّت کنیم؛ «دلیل» در گزینه (۲) به معنی راهنمایست و مفهوم بیت را از

کاربرد «حضر» در مصراج دوم می‌توان دریافت.

٤ ١٨ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۴): آسودگی در عین

نیازمندی و بی‌بهرجی مادّی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) بی‌خبری از حقیقت موجب بی‌بهرجی است.

۲) نایابی‌داری دنیا و نکوهش دل‌بستن به آن

۳) نکوهش اظهار تنگ‌دستی در برابر افراد فرومایه و ضرورت حفظ عزّت نفس

١ ١٩ مفهوم بیت سؤال: همت موجب کمال است.

مفهوم گزینه (۱): کمال در گرو همت پست است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۲) اثرباری زبایی معشوق / تقابل عشق و عقل

۳) لذت رنج عاشقی / غم‌پرستی

۴) پاکیازی و جانشانی عاشق / ترک عشق ناممکن است.

٣ ٢٠ مفهوم گزینه (۳): ضرورت بی‌تعلّق و وارستگی

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها:

ضرورت بهره‌گیری از راهنمای در طریق عرفان



١ ٣٣ ترجمه کلمات مهم: إنما: فقط، تنها / لا غُرُوز: هیچ غروری

نیست

## اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

۲ همانا (← فقط، تنها)، هیچ در جای نادرستی از ترجمه آمده است، «فی: در»

۳) «بی‌شک» اضافی است، کارش (← کارهایش؛ «أعمال» جمع است.)

۴) «تنها» در جای نادرستی از ترجمه آمده است، نمی‌یابی (← هیچ ... نیست؛ لای نفی جنس داریم.)

■ متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سوالات پاسخ بده:  
:(۳۷ - ۳۴)

زبان - هر زبانی - از چهار مهارت اصلی تشکیل شده است. مهارت نخست از زمان تولد انسان شروع می‌شود زمانی که به صدای اطرافش گوش فرا می‌دهد و بعد از مرور زمان و آموختن (مهارت) نخست، (مهارت) دومی را یاد می‌گیرد و می‌تواند که سخن بگوید و بعد از این که وارد مدرسه شود، (مهارت) سومی را یاد می‌گیرد؛ به گونه‌ای که می‌تواند متن‌های مختلف را بخواند. به نظر می‌رسد که آن (مهارت سوم) مهم‌ترین مهارت زبانی است و نقش بزرگی در پیشرفت انسان در یادگیری زبان خارجی دارد. و اما آخرین مهارتی که آن را به دست می‌آوریم، (مهارت) نوشتمن است. آن سخت‌ترین مهارت زبانی است؛ زیرا به تمرین زیاد و تلاش فراوان نیاز دارد.

٢ ٤٤ ترجمه عبارت سؤال: طبق متن، مهم‌ترین مهارت زبانی ..... است.

## ترجمه گزینه‌ها:

(۱) نوشتمن (۲) خواندن

(۳) شنیدن (۴) حرف زدن

٤ ٢٥ ترجمه گزینه‌ها:

۱) مهارت‌های زبانی براساس آموختنشان به ترتیب عبارتند از: شنیدن، حرف زدن، خواندن و نوشتمن.

۲) نوشتمن از دیگر مهارت‌های زبانی سخت‌تر است.

۳) انسان بعد از به دنیا آمدنش سریعاً شروع به آموختن مهارت نخست (شنیدن) می‌کند.

۴) اگر کسی بی‌سواد باشد، نمی‌تواند هیچ‌کدام از مهارت‌های زبانی را یاد بگیرد.

توضیح: مهارت شنیدن هیچ ارتباطی به سواد داشتن یا نداشتن انسان ندارد.

٢ ٢٨ «متکلم: گوینده» با کلمه مستمع: شنونده متصاد هستند

نه مترادف.

٢ ٢٩ «ی فوق» در این عبارت جمله وصفیه است و همراه «که» ترجمه می‌شود.

ترجمه: مورجه قادر به حمل چیزی است که پنجاه بار از وزنش بالاتر است. در گزینه (۱)، «ینچه» جواب شرط است و در گزینه (۳)، «یذهب» خبر است. در گزینه (۴)، «خدمه» چون بعد از «التي» آمده است نمی‌تواند جمله وصفیه باشد.

١ ٣٠ ترجمه عبارت سؤال: اسم فاعل را معین کن که نکره است:

## بررسی گزینه‌ها:

۱) سیّاحاً که مفرد آن «سائح» است، اسم فاعل و نکره می‌باشد.

۲) المُتَكَلِّم ← اسم فاعل و معرفه / «مخبوء» ← اسم مفعول

۳) مُجاَدِلة ← مصدر باب «مُفاغَلة»

۴) مُعَمَّرًا ← اسم مفعول

دقت کنید: فعل‌هایی که بعد از «الذی، الذین، الی، ...» وسط جمله می‌آیند نمی‌توانند جمله وصفیه باشند.

■ صحیح ترین و دقیق ترین گزینه را در پاسخ به ترجمه مشخص کن (۳۳ - ۳۱):

٣ ٣١ ترجمه کلمات مهم: أقِم وجهك لـ: به ... روی بیاور / حنیفأ:

با یکتاپرستی، یکتاپرستانه

## اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

۱) دین را به جا بیاور (← به دین روی بیاور)

۲) به دین یکتاپرستی (← به دین، یکتاپرستانه؛ «حنیفأ» حال است نه صفت!)

۴) یکتاپرست باش (← یکتاپرستانه) / دین را به جا بیاور (← به دین روی بیاور!)

٤ ٣٢ ترجمه کلمات مهم: کان یقدمون: تقدیم می‌کردند / قرابین:

قربانی‌هایی / لکسب: برای به دست آوردن / تجنب: دوری

## اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

۱) قربانی می‌کردند (← قربانی‌هایی را تقدیم می‌کردند)

۲) تا به دست آورده (← برای به دست آوردن؛ «لکسب» جار و مجرور است)، دور شوند (← دوری؛ «تجنب» مصدر است).

۳) جای «الآلهة» در ترجمه عوض شده است، پیشکش کردند (← تقدیم می‌کردند)



## دین و زندگی

**۱ ۴۱** در یکی از روزها، فرشته وحی از جانب خداوند آیه‌ای بر پیامبر نازل کرد که در آن ویژگی‌های ولی و سرپرست مسلمانان مشخص شده بود: «إِنَّمَا وَلِيُّكُمُ اللَّهُ وَرَسُولُهُ وَالَّذِينَ آمَنُوا أَلَّذِينَ يَقِيمُونَ الصَّلَاةَ وَبُوتُونَ الرَّكَأَةَ وَهُمْ رَاكِعُونَ» نزول آیه ولایت و اعلام ولایت حضرت علی (ع) از جانب رسول خدا (ص)، برای آن بود که مردم با چشم ببینند و از زبان پیامبر بشنوند تا امكان مخفی کردن (مکتوم نمودن) آن نباشد.

**۱ ۴۲** طبق آیه ۷ سوره پیتنه: «إِنَّ الَّذِينَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ أُولَئِكَ هُمُ الْجَيْرُ الْبَرِّيَّةُ»، مؤمنان صالح که در بیان پیامبر (ص)، علی (ع) و پیروان او هستند، رستگار و اهل نجات‌اند و بهترین مخلوقات خدا می‌باشند.  
**۲ ۴۳** اگر انسان هدف حقیقی خود را نشناسد یا در شناخت آن دچار خطای شود، عمر خود را از دست داده است (اتلاف عمر) به همین خاطر، امام سجاد (ع) پیوسته این دعا را می‌خواند که: «خدا ایام زندگانی مرا به آن چیزی اختصاص بده که مرا برای آن آفریده‌ای.»

**۱ ۴۴** امام علی (ع) در عهدنامه مالک اشتر توصیه می‌کند: «در به دست آوردن رضایت عموم مردم سعی و تلاش کن نه در جلب رضایت خواص؛ که با وجود رضایت عمومی، خشم خواص به تو آسیبی نمی‌رساند و با خشم عموم مردم، رضایت خواص سودی نمی‌بخشد.» کسانی را که از دیگران عیوب جویی می‌کنند، از خود دور کن؛ زیرا در نهایت مردم عیوب‌هایی دارند و مدیر جامعه باید بیش از همه در پنهان کردن آن‌ها بکوشد.

**۲ ۴۵** ائمه اطهار (ع) در راستای اجرای تعليم و تفسیر قرآن کریم از اقدامات مربوط به مرجعیت دینی در هر فرستی که به دست می‌آوردند، معارف این کتاب آسمانی را بیان می‌کرند و رهنمودهای آن را آشکار می‌ساختند. هم‌چنین ایشان به منظور تبیین معارف اسلامی متناسب با نیازهای نو، درباره مسائل مختلف اظهارنظر کردند که ثمره و نتیجه این حضورسازنده گردآوری کتاب‌هایی چون «نهج‌البلاغه» و «صحیفة سجادیه» می‌باشد.

**۱ ۴۶** فطرت مشترک، منشأ دین واحد است. فطرت به معنای نوع خاص آفرینش است. وقتی از فطرت انسان سخن می‌گوییم، منظور آفرینش خاص انسان و ویژگی‌هایی است که خداوند در اصل آفرینش وی قرار داده است و انسان‌ها با این ویژگی‌های خاص شناخته می‌شوند.  
 فقط خداوند دقیقاً می‌داند که عوامل ختم بوت فراهم شده است یا نه. اما این امر در توانایی انسان نیست.

■ گزینه دوست را در اعراب و تحلیل صرفی مشخص کن (۳۶ و ۳۷):

### ۱ ۳۶ موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

(۱) فعل ماضی ← فعل مضارع / فاعله «الأولى» ← فاعله «المهارة»؛ «الأولى» صفت است.

(۲) لمحاظة ← للغائية

(۳) مجھول ← معلوم / فاعله محدود ← فاعله «المهارة»

### ۴ ۳۷ موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

(۱) معرفة ← نكرة / اسم المفعول ← مصدر؛ «ممارسة» بر وزن «مفائلة» مصدر این باب است.

(۲) مفرد مذکر ← مفرد مؤنث / من المجزد الثلاثي ← من المزيد الثلاثي / مفعول ← مجرور بحرف الجر

(۳) اسم المفعول ← مصدر / مفعول ← مجرور بحرف الجر

■ گزینه صحیح را در پاسخ به سوالات آمده مشخص کن (۴۰ - ۴۸):

### ۲ ۳۸ بررسی گزینه‌ها:

(۱) «الخرافات» جمع مؤنث سالم از «الغرافه: خرافه» و «أديان» جمع مكسر از «دین» است.

(۲) «ثمرات» جمع مؤنث سالم از «ثمرة: میوه» است.

(۳) «آلهه» جمع مكسر «إله: خدا» است.

(۴) «أموات» جمع مكسر از «میت: مرده» است.

**تذکر:** «ات»، «بن» و «ون» به شرطی نشانه جمع سالم‌اند که با حذف کردنشان از آخر اسم، به مفرد آن‌ها برسیم؛ از این‌رو «أموات، أبيات، أصوات، میادین، شیاطین و ...» جمع مكسرند.

**۴ ۳۹ حرف لیت: کاش» بر آرزوی دستنیافتی و حسرت دلالت دارد.**

### بررسی و ترجمه گزینه‌ها:

(۱) فعل «أنتي» برای بیان آرزو به کار می‌رود نه برای بیان حسرت.

ترجمه: «آرزو دارم که دوباره عتبات عالیات را زیارت کنم.»

(۲) «إنما» بر حصر دلالت دارد.

ترجمه: مردم درباره ابراهیم پیامبر (ص) گفتند: «او فقط قصد دارد که عبادت‌های ما را ریشخند نماید.»

(۳) «لعل» برای بیان امید شاید یا ممکن‌الوقوع بودن امری دلالت دارد.

ترجمه: «امید است که خداوند به روی تو دری را برای خارج شدن از گمراهی بگشاید.»

(۴) در این گزینه «لیت» به کار رفته است.

ترجمه: کافر در روز قیامت خواهد گفت: «ای کاش من خاک بودم.»

**۱ ۴۰ چون در ترجمه «هیچ» آمده پس «لا»ی نفی جنس داریم.**

اسم بعد از «لا»ی نفی جنس بدون «ال» و «تنوین» می‌آید و علامت فتحه «ـ» را می‌گیرد.



۵۳ ۲ فرقان کریم در آیه شریفه: «أَرَأَيْتَ مَنِ اتَّخَذَ لِهُ هَوَاءً أَفَإِنَّ

تَكُونُ عَلَيْهِ وَكِيلًا؟ آیا دیدی آن کسی را که هوای نفس خود را معبود خود گرفت آیا تو ضامن او می‌باشی [و به دفاع از او برخیزی؟؟] با استفهام انکاری غیرقابل دفاع بودن کسی که هوای نفس خود را معبود خویش قرار داده است را بیان می‌کند و تسلیم بودن در برابر امیال نفسانی و فرمان پذیری از طاغوت باعث می‌شود شخص، درونی نازار و شخصیتی ناپایدار داشته باشد.

۵۴ ۴ با توجه به آیه شریفه «يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آتَيْنَاكُمْ أَنْتَنَا لَا تَتَّخِذُوا عَدُوّي وَ

عَدُوّكُمْ أَوْلِيَاءَ تُلْقُونَ إِلَيْهِم بِالْمَؤْدَدَةِ وَ قَدْ كَفَرُوا بِمَا جَاءَكُم مِّنَ الْحَقِّ: ای کسانی که ایمان آورده‌اید، دشمن من و دشمن خودتان را دوست نگیرید [به گونه‌ای که] با آنان مهربانی کنید، حال آن که آنان به دین حقی که برای شما آمده است، کفر ورزیده‌اند ...» عبارت «وَ قَدْ كَفَرُوا بِمَا جَاءَكُم مِّنَ الْحَقِّ» علت به دوستی نگرفتن دشمنان خداوند است.

۵۵ ۲ امروزه، بسیاری از انسان‌ها، جهان خلقت را ملک خود تلقی

می‌کنند و بدون توجه به نظر مالک حقیقی آن، یعنی خدا، هرگونه که بخواهد در این جهان تصرف می‌کنند، این افراد و جوامع، در واقع خود را مالک و ولی و پرورش‌دهنده (رب) جهان می‌پنداشند (وجود مراتبی از شرک مالکیت و ربویت) که از جمله پیامدهای آن تخریب محیط زیست، آلوده شدن طبیعت، پیدا شدن جوامع بسیار فقیر در کنار جوامع بسیار ثروتمند و مانند آن‌هاست. برخی از این انسان‌ها، مانند فرعون که «اَنَا رَبُّكُمُ الْاَعْلَى» می‌گفت و خود را پروردگار بزرگ مردم معرفی می‌کرد، خود را مالک دیگر جوامع می‌پنداشند و برای آن‌ها تصمیم‌گیری می‌کنند.

۵۶ ۲ با توجه به آیه شریفه «إِنَّ اللَّهَ رَبِّيْ وَ رَبُّكُمْ فَاعْبُدُوهُ هَذَا صِرَاطٌ

مستقیم» عبارت «فاعبدهوه» نتیجه توحید در ربویت است و با عنایت به آیه شریفه «... وَ إِنْ أَصَابَتْهُ فِتْنَةٌ انْقَلَبَ عَلَى وَجْهِهِ حَسَرَ الدُّنْيَا وَ الْآخِرَةِ ذَلِكَ هُوَ الْخُسْرَانُ الْمُبِينُ: از مردم کسی هست که خدا را بر یک جانب و کناره‌ای [تنها به زبان و هنگام وسعت و آسودگی] عبادت و بندگی می‌کند. پس اگر خیری به او رسد، دلش به آن آرام می‌گیرد و اگر بلایی به او رسد، از خدا رویگردان می‌شود. او در دنیا و آخرت [هر دو] زیان می‌بیند. این همان زیان آشکار است.»

۵۷ ۲ برای انسان موحد، جهان معنای خود را دارد. از نظر او هیچ

حداده‌ای در عالم بی‌حکمت نیست گرچه حکمت آن را نداند از همین‌رو موحد واقعی همواره انسانی امیدوار است. در مقابل سختی‌ها و مشکلات، صبور و استوار است و آن‌ها را زمینه موقفیت‌های آینده‌اش قرار می‌دهد، باور دارد که دشواری‌های زندگی نشانه بی‌مهری خداوند نیست، بلکه بستری برای رشد و شکوفایی اوست. انسان موحد، چون زندگی خود را براساس رضایت خداوند (مخلص بودن در عبودیت الهی) تنظیم کرده و پیرو فرمان‌های اوست شخصیتی ثابت و پایدار دارد و برخوردار از آرامش روحی است.

۴۷ ۳ این‌که طالبان قدرت و ثروت جایگاه و منزلت یافتند، مربوط به چالش تبدیل حکومت عدل نبوی به سلطنت است؛ زیرا شاخصه‌های قدرت و ثروت، مربوط به سلطنت هستند. این‌که حاکمان تلاش می‌کردند تا افرادی را که در اندیشه و عمل از معیارهای اسلامی دور بودند، به جایگاه برجسته برسانند، مربوط به چالش ارائه الگوهای نامناسب است.

۴۸ ۱ مردم زمانی گفته‌ها و هدایت‌های پیامبر (ص) را می‌پذیرند (مقبولیت) که مطمئن باشند که او هیچ‌گاه مرتکب گناه و اشتباه نمی‌شود. اگر آنان احتمال دهند که پیامرشان گناه می‌کند و دچار خطای شود، به او اعتماد نمی‌کنند و از وی پیروی نخواهند کرد. به عبارت دیگر، بدون وجود عصمت، مسئولیت پیامبری به نتیجه نخواهد رسید.

۴۹ ۲ برای درک درست رهبری امام در عصر غیبت لازم است ابتدا بدانیم که امام را از آن جهت «غایب» نامیده‌اند که ایشان از نظرها «غایب» است، نه این‌که در جامعه حضور ندارد. (درک صحیح از شرایط و ویژگی‌های غیبت امام زمان (عج))

۵۰ ۴ قرآن کریم در آیات خود به حرکت زمین اشاره می‌کند که از آن جمله، تشبيه زمین به ذلول است. ذلول به شتری گفته می‌شود که به گونه‌ای حرکت می‌کند که سوار خود را نمی‌آزاد. در آیه «وَ السَّمَاءَ بَيَّنَاهَا بِأَيْدِٰ وَ إِنَّا لَمُوسِعُونَ: وَ آسماَن را با قدرت خود برافراشتمیم و همواره آن را وسعت می‌بخشیم.» گستردن آسمان و وسعت بخشی به آن، به قدرت الهی نسبت داده شده است.

۵۱ ۳ با توجه به آیه ۱۱ سوره حج «وَ مِنَ النَّاسِ مَنْ يَعْبُدُ اللَّهَ عَلَىٰ حَرَفٍ فَإِنَّ أَصَابَهُ خَيْرٌ اطْمَأَنَ بِهِ وَ إِنْ أَصَابَتْهُ فِتْنَةٌ انْقَلَبَ عَلَىٰ وَجْهِهِ حَسَرَ الدُّنْيَا وَ الْآخِرَةِ ذَلِكَ هُوَ الْخُسْرَانُ الْمُبِينُ: از مردم کسی هست که خدا را بر یک جانب و کناره‌ای [تنها به زبان و هنگام وسعت و آسودگی] عبادت و بندگی می‌کند. پس اگر خیری به او رسد، دلش به آن آرام می‌گیرد و اگر بلایی به او رسد، از خدا رویگردان می‌شود. او در دنیا و آخرت [هر دو] زیان می‌بیند. این همان زیان آشکار است.»

۵۲ ۲ اگر قرار باشد همه فقط خواسته‌ها و تمایلات دنیوی خود را دنبال کنند و تنها منافع خود را محور فعالیت اجتماعی قرار دهند و اهل ایثار و تعاون و خیر رساندن به دیگران نباشند، تفرقه و تصاد جامعه را فرا می‌گیرد و امکان رشد و تعالی از بین می‌رود. در چنین جامعه‌ای، روزبه روز انسان‌های ستمگر قدرت بیشتری پیدا می‌کنند و دیگران را در خدمت امیال خود به کار می‌گیرند.



## زبان انگلیسی

درست است! من فقط چند تا دوست دارم، ولی زمان زیادی با آن‌ها می‌گذرانم و این جوری خوشحالم. ۶۱

**توضیح:** می‌دانیم که از صفت‌های شمارشی "little" و "few" به ترتیب برای اشاره به اسم‌های غیرقابل شمارش و قابل شمارش استفاده می‌شود تا معنای «اندک» و «ناکافی» را برسانیم، از طرفی "a little" و "a few" معنای «اندک ولی کافی» را می‌رسانند، ولی به این نکته نیز دقت داشته باشید که پس از "only"، فقط می‌توان از "a little" و "a few" استفاده کرد (رد گزینه‌های (۳) و (۴)). از سوی دیگر برای نشان دادن تعداد یا مقدار زیاد، چه برای اسمی قابل شمارش و چه غیرقابل شمارش می‌توانیم از "lots of" و "a lot of" استفاده کنیم که شکل صحیح یکی از این دو ساختار تنها در گزینه‌های (۱) و (۳) دیده می‌شود.

آن بانک سیستمی از بانکداری ساخته است تا نیازهای تهی‌دستان را در سراسر مناطق روستایی برآورده کند. ۶۲

- (۱) امتداد داشتن؛ در نوسان بودن؛ منظم کردن
- (۲) ملاقات کردن با؛ مواجه شدن با؛ [نیاز، انتظار] برآورده کردن
- (۳) تفاوت داشتن؛ تغییر کردن
- (۴) تشکیل دادن؛ [ضرر] جبران کردن؛ [دعوا] پایان دادن به

خواهر من عادت دارد با مویش هنگامی که تلویزیون تماشا می‌کند، بازی کند. ۶۳

- (۱) عادت، خو
- (۲) قاعده؛ قانون
- (۳) سبک زندگی
- (۴) روش، شیوه

اگرچه او به کشورهای زیادی رفته است، [ولی] هنوز نمی‌تواند انگلیسی یا هیچ زبان بین‌المللی دیگری را به خوبی صحبت کند. ۶۴

**توضیح:** برای صحبت کردن از تجربیات گذشته از زمان حال کامل استفاده می‌کنیم. مشخص است که در این جمله نیز صحبت از سفرهای زیادی است که فرد مورد اشاره داشته و بنابراین زمان حال کامل مناسب جای خالی است (رد گزینه‌های (۱) و (۲)). از طرفی به خاطر داشته باشید که برای اشاره به مکان‌هایی که فرد از آن‌ها دیدن کرده اما دیگر در آن‌جا حضور ندارد، از حرف اضافه "to" مانند گزینه (۳) استفاده می‌کنیم.

**دقت کنید:** ساختار "have / has been in" این مفهوم را می‌رساند که فرد مورد اشاره هم‌چنان در آن مکان حضور دارد.

۳ اگر کسی دل به هوای نفس (بت درون = نفس امّاره) سپرده و او را معبود خود قرار دهد و اوامرش را به فرمان‌های خداوند ترجیح دهد یا در بی کسب رضایت قدرت‌های مادی و طاغوت‌ها (بت بیرون) برآید، چنین شخصی گرفتار شرک عملی شده است. آیه «أَرَأَيْتَ مَنِ اتَّحَدَ إِلَهٌ هُوَ أَيَا دیدی آن کسی را که هوای نفس خود را معبود خود گرفت» مؤید متابعت از هوای نفس و بت درون (نخستین) است.

۱ در آیه ۱۱ سوره حج می‌خوانیم: «وَ مِنَ النَّاسِ مَنْ يَعْبُدُ اللَّهَ عَلَى حَرْفٍ» کسانی که به صورت مقطعی و بر یک جانب و کناره‌ای خدا را عبادت می‌کنند در مواجهه با بلا و فتنه رویگردان می‌شوند: «وَ إِنَّ أَصَابَتَهُ فِتْنَةٌ انْقَلَبَ عَلَى وَجْهِهِ» و این آیه مؤید شرک عملی در بعد فردی است که با توحید عملی در بعد فردی در تقابل است.

۳ با توجه به عبارت «إِنَّ اللَّهَ رَبُّهُ وَرَبُّكُمْ» اعتقاد به خداوند یگانه و پروردگار هستی علت و عامل تأثیرگذاری است که سبک زندگی فرد موحد را متحول می‌کند و خدا را پرستش و بندگی می‌کنند «فَاعْبُدُوهُ». ۶۰

گروه مشاوره و بررسی آنلاین



۲ ۷۰

۱) احسان؛ آگاهی

۲) دانش، علم، آگاهی

۳) فرهنگ؛ پرورش، تربیت

۴) باور، اعتقاد

۳ ۷۱

تجربه فوق العاده‌ای بودا به خصوص به خاطر این‌که تمام هزینه‌ها توسط شرکت تأمین شده بود.

**توضیح:** فعل "cover" (پوشش دادن؛ تأمین کردن) فعلی متعدد است و از آن جا که مفعول آن "all the costs" "پیش از جای خالی آمده، در جای خالی به ساختار مجھول نیاز داریم (رد گزینه‌های (۱) و (۲)). از طرفی اشاره گوینده به کاری است که در گذشته انجام شده و پایان یافته است، بنابراین زمان گذشته ساده مناسب خواهد بود (رد گزینه‌های (۲) و (۴)).

۱ ۷۲

دفتر خاطرات آن فرانک به ۳۰ زبان ترجمه شده است و هم به عنوان یک نمایش تئاتر و هم یک فیلم هالیوود اقتباس شده است.

۱) دفتر خاطرات؛ خاطرات ۲) میلت

۳) پژوهش؛ [در خانه] آتاق مطالعه ۴) کتاب درسی

۱ ۷۳

سلول‌ها در بدن ما در شکل‌ها و اندازه‌های مختلف بسیاری ظاهر می‌شوند و در خدمت کاربردهای بی‌شمار گوناگونی هستند.

(۱) بی‌شمار؛ بی‌اندازه ۲) بی‌معنا؛ بی‌بهوده  
(۳) گران‌بها، پرارزش ۴) معمولی، عادی

۲ ۷۴

کدام‌یک از جملات زیر از لحاظ دستور زبان نادرست است؟

۱) او یکی از مشهورترین دانشمندان زنده است، مگر نه؟

۲) وقتی در مدرسه بودیم تو هیچ وقت واقعاً من را دوست نداشتی، مگر نه؟

۳) همه افراد در شرکت درباره پروژه جدید تردید دارند، مگر نه؟

۴) او برای یکی دو ماه گذشته داشته به شدت درس می‌خوانده، مگر نه؟

**توضیح:** با توجه به گزینه‌ها، در این سؤال، پرسش تأییدی مدنظر است. دقت داشته باشید که اگر در جمله از کلماتی مانند "never" (هرگز)، "nothing" (نهیج)، "none" (نهیج کدام)، "nobody" (نهیج کس)، "هیچ‌کس) و ... استفاده شود، هر چند ظاهر جمله مثبت است، در ساخت هیچ‌چیز) و ... استفاده شود، هر چند ظاهر جمله مثبت است، در جای خالی به پرسش تأییدی آن را جمله‌ای منفی در نظر می‌گیریم و پرسش تأییدی آن را به صورت مثبت می‌آوریم. بنابراین در گزینه (۲) نیز پرسش تأییدی مناسب به صورت مثبت "did you" می‌باشد.

۴ ۷۵

پیراهنی را که آنلاین سفارش دادم خیلی برايم کوچک بود، بنابراین بلافضله آن را بزرگ‌داندم.

۱) اما ۲) یا

۳) برای ۴) بنابراین

۳ ۶۵

اگر در این هتل بمانی، می‌توانی کوبن‌هایی برای تحفیض‌هایی

در جاذبه‌های گردشگری مختلف دریافت کنی.

۱) رسم، عادت؛ [در جمع] آداب و رسوم

۲) تجربه؛ مهارت؛ کارآزمودگی

۳) تخفیف

۴) منبع؛ مرجع؛ [در جمع] ذخایر

مصری‌های باستان از سیستم نگارش تصویری به نام هیروگلیف استفاده می‌کردند. معنای این نگارش ۱,۶۰۰ سال پیش فراموش شد، بنابراین هیچ کس نمی‌توانست مدارک مصری را تا [سال] ۱۷۹۹ بخواند وقتی که برخی سربازان فرانسوی کشف فوق العاده‌ای انجام دادند. نزدیک اسکندریه مصر آن‌ها سنگی پیدا کردند با کتیبه‌ای روی آن. لغات به هیروگلیف و به یونانی حکاکی شده بودند. محققان با استفاده از دانش یونانی خود توانستند کشف کنند هیروگلیف‌ها به چه معنا بود.

۲ ۶۶

**توضیح:** برای مرتبط ساختن دو اسم به یکدیگر می‌توانیم از ساختارهای "the ... of ..."، ساختار ملکی S'‌دار و هم‌چنین «اسم + اسم» استفاده کنیم. با توجه به گزینه‌ها در اینجا ساختار «اسم + اسم» مورد نیاز است که اسم اول حالت صفت‌گونه می‌یابد و در توصیف اسم دوم می‌آید. با توجه به آن که هسته گروه اسامی "writing" است، اسم صفت‌گونه "picture" است که به معنای «تصویری» می‌آید و در گزینه (۲) به صورت صحیح دیده می‌شود.

۱ ۶۷

۱) هیچ کس ۲) هیچ کدام

۳) هیچ چیز ۴) هر کدام، هر یک

۳ ۶۸

**توضیح:** با یک بند موصولی مواجهیم و در میان گزینه‌ها به دنبال ضمیر موصولی مناسب هستیم. با توجه به آن‌که قبل از جای خالی ظرف زمانی رویدادی که پس از جای خالی رخداده مطرح شده، در جای خالی به دنبال ضمیر موصولی زمان، یعنی "when" هستیم که در گزینه (۳) دیده می‌شود.

۱ ۶۹

۱) یافتن، پیدا کردن ۲) اختراج کردن، ابداع کردن

۳) استفاده کردن، به کار بردن

۴) حل کردن، پاسخ ... را پیدا کردن؛ برطرف کردن



**توضیح:** در این سؤال با یک جمله مركب رو به رو هستیم که باید با یک کلمه ربط همپایه ساز که در جای خالی می آید تکمیل شود. در این موقع وقته که جمله دوم نتیجه جمله اول است از "so" (بنابراین، در نتیجه) استفاده می کنیم. با توجه به مفهوم واضح است که در اینجا هم برگرداندن لباس، نتیجه کوچک بودن آن است.

**۷۷** **۴** نویسنده در کجا متن در مورد اولین تابلوی نقاشی معروف

- لئوناردو توضیح می دهد؟
- (۱) پاراگراف اول
  - (۲) انتهای پاراگراف دوم
  - (۳) آغاز پاراگراف سوم
  - (۴) آغاز پاراگراف دوم

**۷۸** **۲** چه چیزی تابلوهای نقاشی لئوناردو از انسانها را آنقدر جالب

توجه می ساخت؟

- (۱) او تلاش می کرد تا آنها را به مجسمه ها و تابلوهای نقاشی تبدیل کند.
- (۲) سوزه ها هم چون افراد واقعی نمود حرکت کردن داشتند.
- (۳) تابلوهای نقاشی او همگی شبیه مونالیزا بودند.
- (۴) او اولین [کسی] بود که افراد را با رنگ های روغن کشید.

**۷۹** **۲** کلمه "it" که در پاراگراف سوم زیر آن خط کشیده شده به

"The Last Supper" اشاره دارد.

- (۱) میلان
- (۲) شام آخر
- (۳) رنگ
- (۴) دیوار

**۸۰** **۲** دیدگاه نویسنده در مورد لئوناردو داوینچی چیست؟

- (۱) گیج، سرد رگم
- (۲) تحسین آمیز
- (۳) درمانده، ناچار
- (۴) احساسی، عاطفی

آیا می توانید یک دانشمند معروف و نقاشی مشهور بودن را [به صورت هم زمان] تصور کنید؟ آن هم چون ترکیبی غیرعادی به نظر می رسد، ولی آن دقیقاً [همان] چیزی است که لئوناردو داوینچی بود. او به عنوان یکی از باهوش ترین افرادی [که] تاکنون زیسته، شناخته می شود. وی در شهری در ایتالیا متولد و بزرگ شد. او نقاشی کردن را از هنرمندی معروف در شهر فلورانس آموخت.

وی در سال ۱۴۸۷، کارگاه هنری خودش را راه اندازی کرد. او به عنوان بهترین نقاش در فلورانس شناخته شد. لئوناردو روش نقاشی ای داشت که سوزه ها را [طوری] جلوه می داد [که] انگار واقعی بودند. آنها دقیقاً مانند افراد واقعی [که] حرکت می کردند، نمود حرکت داشتند. لئوناردو بدن انسان را جالب توجه یافت و چگونگی حرکت و نحوه عملکرد آن را مطالعه می کرد.

در [سال] ۱۴۸۲ به میلان نقل مکان کرد. آنجا بود که یکی از معروف ترین تابلوهای نقاشی خود را کشید. آن شام آخر نامیده می شود. اما رنگی که او به کار برد، به دیوار نمی چسبید، بنابراین مجبور شد مجدداً آن را رنگ آمیزی کند. سرانجام لئوناردو به فلورانس بازگشت. آن جا بود که وی تابلوی نقاشی بسیار معروف دیگری را کشید. این تابلوی نقاشی مونالیزا نامیده می شود. در این زمان، لئوناردو در حال مطالعه طبیعت بود. او می خواست بداند پرنده ها چگونه پرواز می کنند. این علاقه وی را ترغیب به ترسیم طرح هایی برای یک هوایپیما کرد. وی پس از عزیمت به رم، به تحصیل علم ادامه داد. او در فرانسه نیز زندگی می کرد. وی در سراسر جهان به عنوان یک نابغه شناخته می شود.

**۷۶** **۳** کدام گزاره به بهترین شکل (بیان) موفقیت لئوناردو داوینچی را

شرح می دهد؟

- (۱) او در شهری در ایتالیا متولد و بزرگ شد.
- (۲) او نقاشی کردن را از یک هنرمند معروف آموخت.
- (۳) او هم به عنوان دانشمند و هم به عنوان نقاش یک نابغه بود.
- (۴) او در سال ۱۴۷۸، کارگاه هنری خودش را راه انداخت.



۱ ۸۵ ابتدا محل تلاقي دو نمودار را می‌یابیم:

$$4^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-3x} \Rightarrow (2^2)^x = (2^{-1})^{1-3x} \Rightarrow 2^{2x} = 2^{3x-1}$$

$$\Rightarrow 3x-1=2x \Rightarrow x=1 \Rightarrow A(1, 4)$$

$$OA = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$$

یادآوری: فاصله نقطه‌ی  $M(x, y)$  از مبدأ مختصات برابر  $\sqrt{x^2 + y^2}$  است.

۱ ۸۶

$$\begin{cases} \log \sqrt[3]{4} = \log 2^2 = \frac{2}{3} \log 2 \\ \log 2^{\Delta} = \log 2^{\Delta} \cdot 1^{\circ} = \log 2^{\Delta} + \log 1^{\circ} = \log 2^{\Delta} + 1 = 2 \log 2 + 1 \\ = 2(\log 1^{\circ} - \log 2) + 1 = 2(1 - \log 2) + 1 = 3 - 2 \log 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3 \log \sqrt[3]{4} - \log 2^{\Delta} = 2\left(\frac{2}{3} \log 2\right) - 3 + 2 \log 2$$

$$= 4 \log 2 - 3 = 4a - 3$$

$$\log(x - 4y) = 2 \log 2$$

$$\log(x - 4y) = \log 4 \Rightarrow x - 4y = 4 \Rightarrow x = 4y + 4$$

$$\log(x + y - 1) + \log(2y + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \log((x + y - 1)(2y + 3)) = 0 \Rightarrow (x + y - 1)(2y + 3) = 1$$

$$\Rightarrow 2xy + 3x + 2y^2 + 3y - 2y - 3 - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{x=4y+4} 2(4y+4)y + 3(4y+4) + 2y^2 + y - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 8y^2 + 18y + 12y + 12 + 2y^2 + y - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 10y^2 + 21y + 8 = 0 \Rightarrow y = \frac{-21 \pm \sqrt{121}}{20} \begin{cases} y = -\frac{1}{2} & (\text{غایق}) \\ y = -\frac{1}{2} & \checkmark \end{cases}$$

$$x = 4y + 4 = 4\left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = 2 \Rightarrow xy = 2 \times -\frac{1}{2} = -1$$

۴ ۸۸ اگر انتقال‌ها را بر عکس انجام دهیم به تابع اولیه، یعنی  $f$ می‌رسیم. بنابراین ابتدا باید  $x = \frac{3\pi}{2}$  واحد به راست و سپس ۲واحد به پایین انتقال دهیم. با انجام این مراحل به صورت زیر به ضابطه  $f$ 

می‌رسیم:

$$y_1 = 2 \cos x \xrightarrow[\text{انتقال دهیم.}]{\text{واحد به راست}} y_2 = 2 \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{انتقال دهیم.}]{\text{واحد به پایین.}} y_3 = 2 \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - 2 = 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 2 = -2 \sin x - 2$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - 2 = -2 \times \frac{1}{2} - 2 = -3$$

## ریاضیات

۲ ۸۱ با توجه به این‌که  $1-a, 4-2a, 3-5a$  سه جمله متولی

دنباله حسابی هستند، داریم:

$$1-a+3-5a=2(4-2a) \Rightarrow 4-6a=8-4a$$

$$\Rightarrow -4=2a \Rightarrow a=-2$$

با قرار دادن  $a=-2$ ، جملات دنباله به صورت  $3, 8, 13, \dots$  به دست می‌آید. قدرنسبت این دنباله ۵ بوده و مجموع  $20$  جمله اول آن برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}[2(3) + (20-1)(5)]$$

$$\Rightarrow S_{20} = 10(6+95) = 1010$$

۳ ۸۲ با توجه به تساوی‌های داده شده، دو طرف تساوی‌ها را به توان دو می‌رسانیم تا بتوانیم قدرمطلق را حذف کنیم:

$$\begin{aligned} |a| = |b-m| &\xrightarrow{\text{به توان دو}} \begin{cases} a^2 = b^2 - 2mb + m^2 \\ b^2 = c^2 - 2mc + m^2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{طرفین تساوی‌ها} \\ \text{را با هم جمع می‌کنیم.}}} \\ |b| = |c-m| &\xrightarrow{\text{به توان دو}} \begin{cases} b^2 = c^2 - 2ma + m^2 \end{cases} \\ |c| = |a-m| &\xrightarrow{\text{به توان دو}} \end{aligned}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = b^2 + c^2 + a^2 - 2m(a+b+c) + 3m^2$$

$$\Rightarrow 2m(a+b+c) = 3m^2 \Rightarrow a+b+c = \frac{3m^2}{2m} = \frac{3m}{2}$$

۳ ۸۳ هم‌دامنه تابع را می‌توان هر مجموعه دلخواهی شامل برد

تابع در نظر گرفت. با استفاده از نامساوی‌های زیر برد تابع را تعیین می‌کنیم:

$$a, b > 0 \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$a, b < 0 \Rightarrow a+b \leq -2\sqrt{ab}$$

$$f(x) = x + \frac{9}{x+2} = x + \frac{9}{x+2} + 2 - 2 = \frac{a}{x+2} + \frac{b}{\frac{9}{x+2}} - 2$$

$$\begin{cases} x > -2 \Rightarrow a, b > 0 \Rightarrow f(x) \geq 2\sqrt{(x+2) \times \frac{9}{x+2}} - 2 \Rightarrow f(x) \geq 4 \\ x < -2 \Rightarrow a, b < 0 \Rightarrow f(x) \leq -2\sqrt{(x+2) \times \frac{9}{x+2}} - 2 \Rightarrow f(x) \leq -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع } (-\infty, -8] \cup [4, +\infty)$$

مشاهده می‌شود که تنها گزینه (۳) برد را شامل می‌شود.

۲ ۸۴

$$f(g(x)) = g(f(x)) \Rightarrow f(x^3) = g(x^2 + x)$$

$$\Rightarrow (x^3)^2 + x^3 = (x^2 + x)^3$$

$$\Rightarrow x^6 + x^3 = x^6 + 3x^5 + 3x^4 + x^3$$

$$\Rightarrow 3x^5 + 3x^4 = 0 \Rightarrow 3x^4(x+1) = 0 \Rightarrow 3x^4 = 0 \text{ یا } (x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -1 \Rightarrow \text{دو جواب متمایز}$$



**نکته:** مساحت یک ذوزنقه‌ای که هم محیطی و هم محاطی باشد، برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی دو قاعده آن در میانگین هندسی آن‌ها. بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{4+6}{2}=5 & \text{میانگین حسابی ۴ و ۶} \\ \sqrt{4 \times 6}=\sqrt{24}=2\sqrt{6} & \text{میانگین هندسی ۴ و ۶} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5 \times 2\sqrt{6}=10\sqrt{6} = \text{مساحت ذوزنقه}$$

$$A(2, \frac{11}{3}) \xrightarrow[\text{در معادله قرار}]{\text{می‌دهیم}} 2(2)-3y+7=0 \quad ۴ \quad ۹۵$$

$$\Rightarrow -3y=-11 \Rightarrow y=\frac{11}{3}$$

نقطه  $(\frac{11}{3}, 2)$  روی خط قرار دارد. بنابراین بازتاب نقطه نسبت به خط همان نقطه است.

**۳ ۹۶** اگر زاویه دوران  $2k\pi$  یا  $k\pi$  باشد، شیب خط حفظ می‌شود

که حالت  $2k\pi$  زیرمجموعه حالت  $k\pi$  است، پس کامل‌ترین پاسخ  $k\pi$  است.

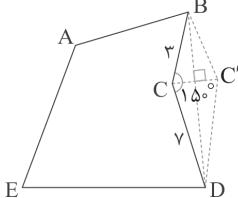
**۴ ۹۷** چون خط اولیه از مبدأ مختصات می‌گذرد پس انتقال یافته

مبدأ مختصات نسبت به بردار انتقال باید در معادله خط مفروض صدق کند.

تنها گزینه‌ای که در معادله خط  $2x+2y=2$  صدق نمی‌کند، گزینه (۴) است.

$$(3, 2) \xrightarrow[\text{در معادله خط}]{\text{معادله خط}} 3+2(2) \neq 2$$

**۳ ۹۸** میزان افزایش مساحت، برابر مساحت چهارضلعی  $'DCBC'$  است.



$$S_{BCDC'} = BC \times CD \times \sin 15^\circ = 3 \times 7 \times \frac{1}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$$

**۲ ۹۹** با توجه به قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow a \sin B = b \sin A$$

با جایگذاری در رابطه داده شده داریم:

$$a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 A = 4 \Rightarrow a^2 \cos^2 B + a^2 \sin^2 B = 4$$

$$\Rightarrow a^2 (\cos^2 B + \sin^2 B) = 4 \Rightarrow a = 2$$

**۱ ۱۰۰** **نکته:** در مثلث قائم‌الزاویه  $(\hat{A}=90^\circ)$   $ABC$  اگر

به ترتیب اندازه‌های ارتفاعاتی نظیر اضلاع  $a$ ,  $b$  و  $c$  باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2}$$

$$\begin{aligned} \sin^4 x + \frac{1}{3} &= \cos^4 x \Rightarrow \frac{1}{3} = \cos^4 x - \sin^4 x \\ &\Rightarrow \frac{1}{3} = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{3} \end{aligned} \quad ۳ \quad ۸۹$$

$$\text{می‌دانیم } \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}, \text{ بنابراین داریم:}$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\frac{1}{3}}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos^2 x = (\cos^2 x)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\text{می‌دانیم رابطه } ۱ \cos x = 2 \cos^2 \left(\frac{x}{2}\right) - 1 \text{ همواره برقرار است,} \quad ۲ \quad ۹۰$$

در نتیجه:

$$\cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow 2 \cos^2 \left(\frac{x}{2}\right) - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos^2 \left(\frac{x}{2}\right) = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \cos \left(\frac{x}{2}\right) = \pm \frac{3}{4} \xrightarrow[\text{حاذه}]{\text{حاذه}} \cos \frac{x}{2} = \frac{3}{4}$$

**۱ ۹۱** اگر فاصله‌ها با هم برابر باشند، کمان‌ها نیز برابرند.

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA} = x$$

$$5x = 360^\circ \Rightarrow x = 72^\circ$$

$$\alpha = \frac{2x+x}{2} = \frac{3}{2}x = \frac{3}{2} \times 72^\circ = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$$

**۴ ۹۲** دو مثلث  $MCD$  و  $AMB$  به دلیل برابری دو زاویه مشابه‌اند.

$$\begin{cases} \hat{CMD} = \hat{AMB} & \text{مشترک} \\ \hat{ABM} = \hat{C} = \alpha & \end{cases} \Rightarrow \Delta MAB \sim \Delta MCD$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{DM}{AM} = \frac{CM}{BM} \Rightarrow DM \times BM = AM \times CM$$

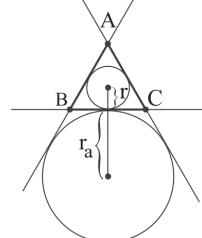
$$\Rightarrow MT^2 = DM \times BM = 16 \Rightarrow MT = 4$$

**۲ ۹۳** **نکته:** در مثلث متساوی‌الاضلاع دایره‌های محاطی خارجی با

دایره‌محاطی داخلی در نقطه وسط هر ضلع بر هم مماسند.

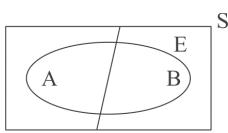
با توجه به شکل زیر، طول خط‌المرکزین دو دایره مماس خارج مطلوب مسأله

است که مقدار آن برابر  $r + r_a$  است بنابراین:



$$a = \sqrt{3} r \quad S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{3}r)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} r^2$$

$$r + r_a = \frac{S}{p} + \frac{S}{p-a} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{4} r^2}{\frac{3\sqrt{3}}{2} r} + \frac{\frac{3\sqrt{3}}{4} r^2}{\frac{\sqrt{3}}{2} r} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$



$$P(E|B) = 1 - P(E'|B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$P(E) = P(A) \times P(E|A) + P(B) \times P(E|B)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$$

**نکته:** مجموع فراوانی نسبی کل داده‌ها همواره برابر ۱ است.

**نکته:** با کمی دقت می‌توان دریافت که داده‌های گروه B همان داده‌های گروه A هستند که ابتدا نصف و سپس یک واحد به آن‌ها اضافه شده است، پس داریم:

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{4} \sigma_A^2$$

**نکته:** اگر داده‌ها  $k$  برابر شوند، واریانس آن‌ها  $k^2$  برابر می‌شوند. همچنین اضافه و یا کم کردن مقدار مشخصی به داده‌ها واریانس را تغییر نمی‌دهد.

$$CV = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \quad (3) \quad 110$$

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = \bar{x} \quad (4) \quad 111$$

$$CV = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = \frac{\sigma_{(0/\sqrt{5}x)}}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = \frac{0/\sqrt{5}\sigma_x}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = CV_{\text{قدیم}}$$

بنابراین ضریب تغییرات تغییری نمی‌کند.

**نکته:** برای محاسبه دامنه  $-1 < x - 1 < 4$  کافی است که  $4 < x - 1 < 4$  باشد، پس:

$$D_{y=f(x-1)-1} = D_{g(x)} = [0, 5] \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 5 \end{cases}$$

و اما برد:

$$0 \leq f(x) \leq 6 \Rightarrow 0 \leq f(x-1) \leq 6 \Rightarrow 0 \leq x-1 \leq 2f(x-1)-1 \leq 2x-1$$

$$\Rightarrow -1 \leq g(x) \leq 11 \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ d = 11 \end{cases} \Rightarrow \frac{c+d}{a+b} = \frac{1}{5} = 2$$

**نکته:** اگر  $f$  نزولی اکید باشد و داشته باشیم  $f(y) < f(x)$

آن‌گاه  $y > x$  خواهد بود، یعنی در حالت نزولی اکید جهت نامساوی عوض می‌شود.

$$f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) > f(x+1) \xrightarrow{\text{f نزولی اکید}} \frac{x+1}{x-1} < x+1$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1} - (x+1) < 0 \Rightarrow \frac{(x+1)(1-x+1)}{x-1} < 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{(x+1)(2-x)}{x-1}}_{P(x)} < 0$$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & -1 & 1 & 2 & +\infty \\ \hline p(x) & + & 0 & - & + & - \end{array}$$

$$P < 0 \Rightarrow x \in (-1, 1) \cup (2, +\infty)$$

طبق قاعده احتمال کل داریم:

۲ ۱۰۷

عبارت  $\equiv ((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \Rightarrow p$

۳ ۱۰۱

$$\equiv \sim ((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \vee p$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee q \vee p$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (p \vee (p \vee q)) \wedge (\sim q \vee (p \vee q))$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge T$$

$$\equiv p \vee q$$

$$n(P(A)) = 2^m = 56 + n(P(B)) \Rightarrow 2^m = 56 + 2^n \quad (2) \quad 102$$

$$\Rightarrow 2^m - 2^n = 56 \xrightarrow{m > n} 2^n (2^{m-n} - 1) = 56$$

$$\Rightarrow 8 \times 7 = 2^3 (2^3 - 1) \Rightarrow n = 3$$

$$\Rightarrow m - n = 3 \Rightarrow m = 6$$

$$x \subseteq A \cap B \Leftrightarrow x \subseteq A \wedge x \subseteq B$$

۴ ۱۰۳ می‌دانیم:

پس گزینه (۴) صحیح است.

**نکته:** اگر  $A'$  متمم پیشامد  $A$  باشد، آنگاه:

$$P(A) = 1 - P(A')$$

احتمال آن که تعداد مهره‌های قرمز و آبی برابر باشند، برابر است با:

$$P(A') = \frac{\binom{3}{2} \binom{5}{2}}{\binom{8}{4}} = \frac{3 \times 10}{8 \times 7 \times 6 \times 5} = \frac{3}{7}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

۲ ۱۰۵

$$\frac{x-2}{x-4} \geq 2 \Rightarrow \frac{x-2}{x-4} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{6-x}{x-4} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-6}{x-4} \leq 0$$

$$\Rightarrow 4 \leq x \leq 6 \Rightarrow n(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

**نکته:** در فضای متنهاهی با احتمال غیر همسانس

اگر  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ،  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$  یک

زیرمجموعه  $k$  از  $S$  باشد، همواره داریم:

$$\begin{cases} P(S) = 1 \\ 0 \leq P(A) \leq 1 \\ P(A) = P(a_1) + \dots + P(a_n) \end{cases}$$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} P(a) = 0/2 + P(b) \\ P(a) = P(c) - 0/4 \end{cases} \Rightarrow P(a) + P(b) + P(c) = 1$$

$$\Rightarrow P(a) + P(a) - 0/4 + P(a) + 0/4 = 1$$

$$\Rightarrow 2P(a) = \frac{1}{15} \Rightarrow P(a) = \frac{1}{15}$$

$$P(c) = P(a) + 0/4 \Rightarrow P(c) = \frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{1}{15} + \frac{2}{5} = \frac{4+5}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

۱۱۶ جملات دنباله هندسی  $x - 2, x, x + 4$ 

$$\text{خاصیت دنباله هندسی} \rightarrow x^2 = (x - 2)(x + 4)$$

$$\Rightarrow x^2 = x^2 + 2x - 8 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Rightarrow q = \frac{x}{x - 2} = \frac{x = 4}{2} = 2$$

$$\frac{\sin x}{1 - \cos x} + \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + (1 - \cos x)^2}{\sin x (1 - \cos x)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x - 2\cos x + 1}{\sin x (1 - \cos x)} \\ &= \frac{1 - 2\cos x}{\sin x (1 - \cos x)} = \frac{2(1 - \cos x)}{\sin x (1 - \cos x)} = \frac{2}{\sin x} \end{aligned}$$

$$(x+2)^2 > 2x(x-2) \Rightarrow x^2 + 4x + 4 > 2x^2 - 4x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x - x^2 - 4x - 4 < 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 4 < 0$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(-4) = 64 + 16 = 80 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 \pm 4\sqrt{5}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{5}$$

$$\frac{x^2 - 8x - 4}{x^2 - 4} \quad \left| \begin{array}{ccccc} & 4 - 2\sqrt{5} & & 4 + 2\sqrt{5} & \\ \hline & + & \circ & - & \circ + \end{array} \right. \Rightarrow \underbrace{4 - 2\sqrt{5}}_{\leq 0} < x < \underbrace{4 + 2\sqrt{5}}_{\geq 0}$$

۱۱۹ روش اول: حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

(۱) کلمات شامل حروف غیرتکراری TAM

TAM, TMA, AMT, ATM, MAT, MTA

۶ کلمه

(۲) کلمات شامل حروف A و T آ تا  $\Rightarrow 3^2 = 9$ (۳) کلمات شامل حروف A, M و T آ تا  $\Rightarrow 3^2 = 9$ (۴) کلمات شامل حروف M, M و A آ تا  $\Rightarrow 3^2 = 9$ (۵) کلمات شامل حروف M, M و T آ تا  $\Rightarrow 3^2 = 9$ 

پس تعداد کل حالات برابر است با:

۶ + ۴ × ۳ = ۱۸

روش دوم: دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

۱) فاقد حروف تکراری (ATM)  $\rightarrow 3! = 6$ 

$$\begin{aligned} &\text{شامل ۲ حرف تکراری (TMM, AAT)} \\ &\left\{ \begin{array}{l} MM \square \Rightarrow \binom{2}{1} \times 3 = 6 \\ AA \square \Rightarrow \binom{2}{1} \times 3 = 6 \end{array} \right. \\ &\text{T با M} \end{aligned}$$

⇒ تعداد کل حالات  $= 3 \times 6 = 18$ 

۱۱۶

۱۱۷

۱۱۸

۱۱۹

۱۱۳ روش اول: اگر باقیمانده را به صورت

 $R(x) = ax^2 + bx + c$  در نظر بگیریم، آنگاه:

$$x^5 = (x^3 - x)q(x) + ax^2 + bx + c$$

$$= x(x-1)(x+1)q(x) + ax^2 + bx + c$$

رابطه بالا یک اتحاد است و به ازای هر  $x$  برقرار است. اعدادی که مقسوم‌علیه را

صفر می‌کنند، را انتخاب می‌کنیم:

$$x = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow 1 = a + b + c \xrightarrow{c=0} a + b = 1$$

$$x = -1 \Rightarrow 1 = a - b + c \xrightarrow{c=0} a - b = 1$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ a - b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 0 \Rightarrow R(x) = x^2$$

روش دوم: مقسوم‌علیه را برابر صفر قرار می‌دهیم و به رابطه  $x^3 = x$ می‌رسیم. اگر در مقسوم‌علیه  $x^5$  به جای  $x^3$  عبارت  $x$  را قرار دهیم به باقی‌مانده خواهیم رسید.

$$x^5 = (\underbrace{x^3}_x)^1 x^2 = x^{1+2} = (\underbrace{x^3}_x)^2 = x^6 = (\underbrace{x^3}_x)^3 = x^9$$

تابع  $x$  برای  $\tan x = k\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) تعریف نمی‌شود.

$$\frac{\pi}{1+x^2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div \pi} \frac{1}{1+x^2} = \frac{2k+1}{2} \Rightarrow x^2 + 1 = \frac{2}{2k+1}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{2}{2k+1} - 1 = \frac{-2k+1}{2k+1}$$

چون  $x^2$  نامنفی است، پس:

$$\frac{-2k+1}{2k+1} \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < k \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

پس دامنه تابع،  $\{1, -1\} \subset \mathbb{R}$  است، بنابراین اعداد ۱ و -۱، در دامنه تابع قرار ندارد.۱۱۵ ۱ با توجه به شکل  $2/5$  برابر دوره تناوب برابر ۵ است.

$$2/5T = 5 \Rightarrow T = 2$$

با توجه به شکل نتیجه می‌شود که  $b$  و  $a$  مختلف علامت می‌باشند.

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

کمترین مقدار تابع -۲ است، پس:

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \quad \text{پس } a + b = -1 \text{ می‌باشد،}$$

در نتیجه  $|a + b| = 1$  است.



**روش دوم؛ نکته:** اگر به درایه  $a_{ij}$ ، واحد اضافه شود، به دترمینان ماتریس به اندازه  $|M_{ij}^{i+j}|(-1)^{i+j}k$  که در آن  $M_{ij}$  ماتریس حاصل از حذف سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام است، اضافه می‌شود.

در این سؤال اگر به درایه  $a_{33}$ ، دو واحد اضافه کنیم، به دترمینان

$$\text{آن } \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}^{2+3}(-1)^{2+3} = 2 \text{ واحد اضافه می‌شود.}$$

= عدد اضافه شده  $-2(1+1) = -22$

چون A یک ماتریس  $2 \times 2$  است، پس:

$$|A|/|A|=1 \Rightarrow |A|^2/|A|=1 \Rightarrow |A|^3=1 \Rightarrow |A|=2$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} m & 4 \\ m & 1 \end{vmatrix}=2 \Rightarrow m-4m=2 \Rightarrow m=-\frac{2}{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 4 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 3A = \begin{bmatrix} -2 & 12 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow 3A - I = \begin{bmatrix} -3 & 12 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |3A - I| = -6 + 24 = 18$$

با توجه به ماتریس ضرایب دستگاه،  $a=3$ ،  $b=-1$ ،  $c=2$ ،  $d=0$  است و در نتیجه دستگاه به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{4}{5}, y = 2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$$

: فرض خلف  $A \cup B \neq B$

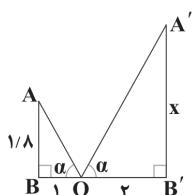
**۳** محل تلاقي عمودمنصفها در مثلث قائم الزاويه، وسط وتر مثلث است. توجه کنید که عمودمنصف AB و AC بنا به قضية تالس از وسط وتر BC می‌گذرند و چون عمودمنصفها همسرستند، عمودمنصف BC نیز از M می‌گذرد.

از طرفی می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره خط، از دو سر پاره خط به یک فاصله است پس:

$$AM = BM = MC = 5 \Rightarrow BC = BM + MC$$

$$= 2 \times 5 = 10.$$

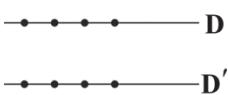
۱ ۱۲۸



$$\Delta OAB \sim \Delta OA'B' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{OB}{OB'}$$

$$\Rightarrow \frac{1/8}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2 \times 1/8 = 2/6 \text{ متر}$$

**۲** مطابق شکل، فضای نمونه‌ای تمام حالات انتخاب ۳ نقطه از ۸ نقطه روی دو خط است که تعداد اعضای آن برابر است با:



$$n(S) = \binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3!} = 56$$

برای آن که بتوان با ۳ نقطه یک مثلث ساخت، دو حالت وجود دارد:

حالت اول: ۲ نقطه روی خط D و یک نقطه روی خط D' باشد که در این

$$\binom{4}{2} \binom{4}{1} = 24$$

حالت دوم: ۲ نقطه روی خط D' و یک نقطه روی خط D باشد که در این

$$\binom{4}{2} \binom{4}{1} = 24$$

حالات تعداد مثلثها برابر است با:

اگر A پیشامد مطلوب باشد، آن‌گاه:

$$n(A) = 24 + 24 = 48 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{48}{56} = \frac{6}{7}$$

۲ ۱۲۱

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$ab + cd = 5 \times 3 + 3 \times 2 = 15 + 6 = 21$$

۱ ۱۲۲

برای هر ماتریس قطری  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots \\ a & 0 & \dots \\ \dots & \dots & b \end{bmatrix}$  وارون آن خواهد بود.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & m^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m+1} & 0 \\ 0 & n+m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+1=3 \Rightarrow m=2 \\ m^2=n+m \Rightarrow 4=n+2 \Rightarrow n=2 \end{cases}$$

**۲** روش اول: ابتدا دترمینان A را حول سطر دوم حساب می‌کنیم:

$$|A| = -3 \begin{vmatrix} 1 & a \\ 5 & c \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 2 & a \\ -1 & c \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$$

حال اگر به درایه واقع در سطر دوم ستون سوم دو واحد اضافه کنیم داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & a \\ 3 & 4 & b+2 \\ -1 & 5 & c \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = -3 \begin{vmatrix} 1 & a \\ 5 & c \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 2 & a \\ -1 & c \end{vmatrix} - (b+2) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$$

ملحوظه می‌کنیم که به دترمینان A به اندازه  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$  اضافه شده است.

$$-2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = -2(1+1) = -22$$

۲ ۱۲۳

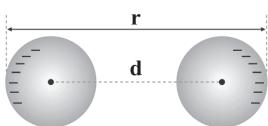


## فیزیک

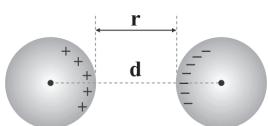
قبل از هر مطلبی باید توجه داشت در صورت سؤال به نوع بار در کره‌ها و همچنین رسانا یا نارسانا بودن کره‌ها اشاره نشده است. حالاتی مختلف را در نظر می‌گیریم.

**حالت اول:** اگر دو کره نارسانا باشند، بار بر روی دو کره به صورت یکجا خست می‌شود، آن‌گاه نیروی الکتریکی بین آن‌ها برابر با  $F = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2}$  خواهد بود و گزینه (۱) درست است.

**حالت دوم:** چنان‌چه دو کره رسانا باشند، اندازه نیروی الکتریکی به نوع بار دو کره بستگی دارد، اگر بار دو کره همنام باشند (به عنوان مثال بار منفی مطابق شکل زیر) به علم نیروی رانشی، بارها از هم دور شده‌اند و فاصله آن‌ها از یکدیگر زیاد می‌شود و نیروی الکتریکی کوچک‌تر از  $F = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2}$  می‌باشد، گزینه (۲) درست است.

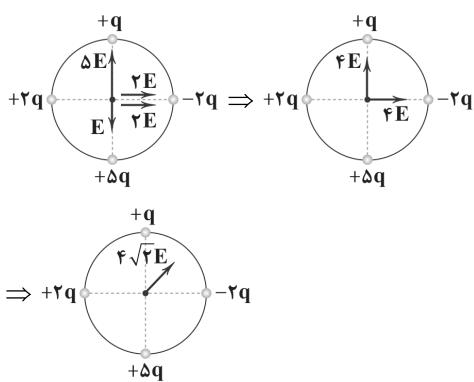


**حالت سوم:** اگر دو کره رسانا باشند و بار دو کره ناهمنام باشند (به عنوان مثال بار منفی مطابق شکل زیر) به علت نیروی ربانشی، بارها به هم نزدیک شده‌اند و فاصله آن‌ها از یکدیگر کم می‌شود و نیروی الکتریکی کوچک‌تر از  $F = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2}$  می‌باشد و گزینه (۳) درست است.



بنابراین بسته به شرایط فوق، هر سه گزینه می‌توانند درست باشند.

**با توجه به یکسان بودن فاصله چهار بار الکتریکی تا مرکز دایره** و با فرض این‌که میدان الکتریکی بار  $q$  در مرکز دایره برابر  $E$  باشد، می‌توان شکل زیر را متصور شد:

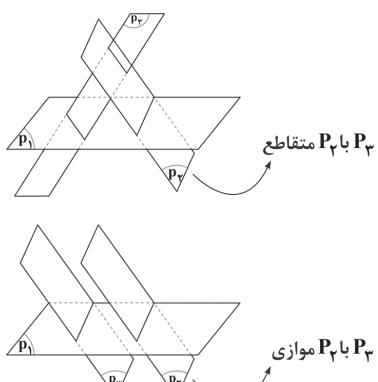


$$E_{\text{کل}} = 4\sqrt{2}E = 4\sqrt{2} \times (2 \times 10^5) = 8\sqrt{2} \times 10^5 \frac{V}{m}$$

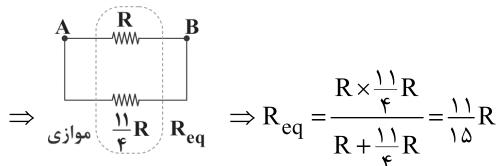
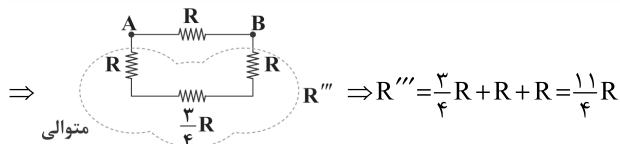
۴ ۱۲۹ بنا به قضیه خطوط موازی و مورب و مطابق شکل داریم:

$$\begin{aligned} x &= 180^\circ - (90^\circ - \alpha) \\ &= 90^\circ + \alpha \end{aligned}$$

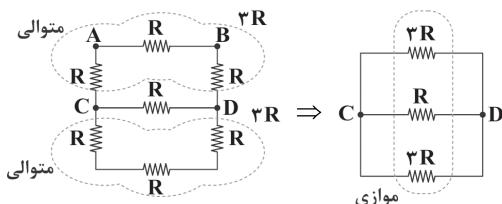
حالاتی زیر را ببینید:



# گروه مشاوره و برنامه‌ریزی آکو



حال مقاومت معادل بین دو نقطه C و D را محاسبه می‌کنیم:



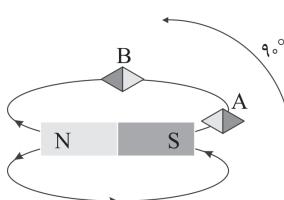
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \Rightarrow R'_{eq} = \frac{3R}{5}$$

حال نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_{eq}}{R'_{eq}} = \frac{\frac{11R}{15}}{\frac{3R}{5}} = \frac{11}{9}$$

۳۷) ابتدا خطوط میدان مغناطیسی اطراف آهنربا را رسم می‌کنیم.

همان طور که در شکل زیر می‌بینید هنگامی که عقریه مغناطیسی از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود،  $180^\circ$  دوران می‌کند، بنابراین می‌توانیم بگوییم هنگامی که عقریه  $90^\circ$  به دور آهنربا می‌چرخد،  $180^\circ$  دوران می‌کند. اگر عقریه موردنظر را  $1/5$  دور به دور این آهنربا بچرخانیم، عقریه به اندازه  $6^\circ$  ربع دایره به دور آهنربا می‌چرخد و در نتیجه در مجموع به اندازه  $180^\circ$  که معادل  $1080^\circ$  است، دوران خواهد کرد.



۱۳۸) چون میدان مغناطیسی در راستای محور X است، تنها مؤلفه Y سرعت باعث اعمال نیروی مغناطیسی بر الکترون می‌شود، بنابراین:

$$F = |q|vB\sin\alpha \Rightarrow F = |q|v_y B \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow F = 1/6 \times 10^{-19} \times 12 \times 500 \times 10^{-4} \times 1 = 9/6 \times 10^{-20} N$$

در شکل گزینه (۳)، ابعاد حوزه‌های مغناطیسی، برابر و

سمت‌گیری دوقطبی‌ها به گونه‌ای است که اثر هم را خنثی می‌کنند.

۲) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی الکترون برابر کار کل انجام شده بر روی آن است، بنابراین:

$$\Delta K = W_E \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F_E \cdot d$$

$$\frac{v_0}{F} = \frac{1}{|q|E} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = |q|Ed$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 10^{-30} \times (2 \times 10^7)^2 = 1/6 \times 10^{-19} \times 5000 \times d$$

$$\Rightarrow d = \frac{\frac{1}{2} \times 10^{-30} \times 4 \times 10^{14}}{1/6 \times 5000 \times 10^{-19}} = \frac{1}{8} = 0.125 m = 12.5 cm$$

۲) با توجه به این‌که حجم سیم موردنظر ثابت است، بنابراین با دو

برابر شدن طول سیم، سطح مقطع آن نصف می‌شود، پس داریم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{2} A = \frac{1}{2}$$

با توجه به تعداد الکترون‌های عبوری از سیم‌ها، نسبت جریان الکتریکی گذرنده از آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta q = ne} I = \frac{ne}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{n' \times \Delta t}{n \times \Delta t'} = \frac{6 \times 10^{14}}{2 \times 10^{14}} \times \frac{t}{2t} = \frac{3}{2}$$

به کمک قانون اهم نسبت اختلاف پتانسیل‌ها برابر است با:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow V = RI \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{R'}{R} \times \frac{I'}{I} = 4 \times \frac{3}{2} = 6$$

۱۳۵) وضعیت روشن بودن هر یک لامپ‌ها را در هر گزینه مشخص می‌کنیم:

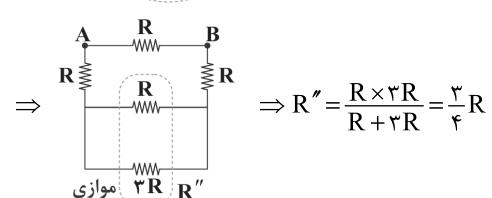
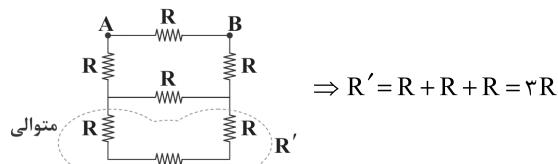
۱) هر سه لامپ خاموش می‌شوند.

۲) روشن می‌مانند.

۳) هر سه لامپ روشن می‌مانند.

۴) روشن می‌مانند.

۲) ابتدا مقاومت معادل بین دو نقطه A و B را به دست می‌آوریم:

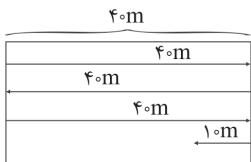




**۳ ۱۴۴** مسافت طی شده توسط شناگر را در باره زمانی موردنظر به دست می آوریم:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{100} \Rightarrow l = 130 \text{ m}$$

با توجه به این که طول استخر ۴۰m است، شناگر برای طی کردن مسافتی به اندازه ۱۳m باید مسیری را مطابق شکل زیر طی کند.



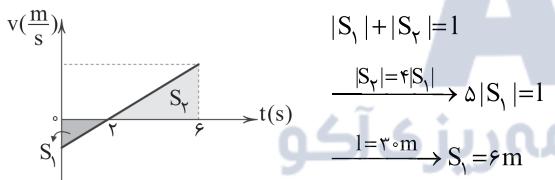
همان طور که در شکل بالا می بینید، بزرگی جابه جایی متحرك در ۱۰s ابتدای حرکت برابر ۳۰m است و داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30}{100} = 0.3 \text{ m/s}$$

**۲ ۱۴۵** ابتدا مسافت طی شده توسط متحرك را در ۶ ثانیه اول حرکت به دست می آوریم:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{1}{6} \Rightarrow l = 30 \text{ m}$$

همان طور که در شکل زیر می بینید، دو مثلث هاشور خورده با یکدیگر متشابه هستند و ضلع مثلث  $S_1$  دو برابر ضلع مثلث  $S_2$  می باشد، بنابراین با توجه به نسبت تشابه دو مثلث می توانیم نتیجه بگیریم که مساحت مثلث  $S_2$  چهار برابر مساحت مثلث  $S_1$  است و داریم:

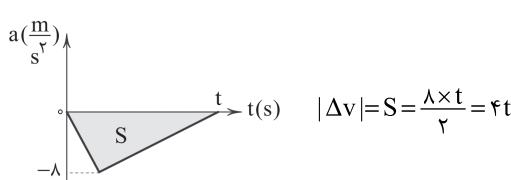


با مشخص شدن مقدار  $S_1$  می توان جابه جایی و سرعت متوسط متحرك را در دو ثانیه اول حرکتش به دست آورد.

$$|\Delta x| = |S_1| = 6 \text{ m}$$

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ m/s}$$

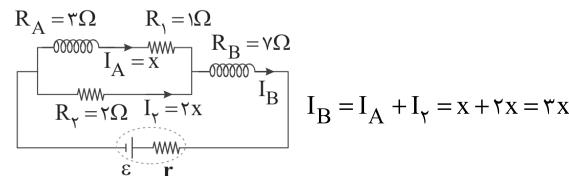
**۲ ۱۴۶** مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان، بیانگر اندازه تغییرات سرعت متحرك است، بنابراین داریم:



با کمک اندازه تغییرات سرعت متحرك می توانیم اندازه شتاب متوسط متحرك را در t ثانیه اول حرکتش به دست آوریم:

$$|a_{av}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{4t}{t} = 4 \text{ m/s}^2$$

**۳ ۱۴۰** فرض می کنیم مطابق شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از سیموله A برابر X باشد، با توجه به این که مقاومت الکتریکی شاخه بالا  $4\Omega$  بوده و مقاومت الکتریکی  $R_2$  برابر  $2\Omega$  است، جریان الکتریکی عبوری از مقاومت  $R_2$  برابر  $2X$  می شود و داریم:



در ادامه به کمک یک تناسب ساده نسبت دور واحد طول دو سیموله را به دست می آوریم:

$$B = \mu_0 n I \Rightarrow \frac{B_B}{B_A} = \frac{n_B}{n_A} \times \frac{I_B}{I_A}$$

$$\frac{B_A}{B_B} = \frac{1}{6} = \frac{n_B}{n_A} \times \frac{3x}{x} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = 18$$

**۳ ۱۴۱** ابتدا لحظه ای را که متحرك B از مبدأ عبور می کند، به دست می آوریم:

$$x_B = 6t - 18 \xrightarrow{x_B = 0} = 6t - 18 \Rightarrow t = 3s$$

در ادامه مکان متحرك A را در لحظه  $t = 3s$  به دست می آوریم:

$$x_A = t^2 - 2t + 4 \xrightarrow{t=3s} x_A = 9 - 6 + 4 = 7m$$

بنابراین در لحظه  $t = 3s$  در مکان  $x = 7m$  متحرك B در مکان  $x = 0$  و متحرك A در مکان  $x = 7m$  قرار دارند و فاصله آن ها از یکدیگر  $7m$  است.

**۳ ۱۴۲** در گزینه (۱)، نمودار  $-x$  درجه ۱ است، در حالی که در حرکت با شتاب ثابت، نمودار  $-x$  درجه ۲ است. در گزینه های (۲) و (۴)، شتاب متحرك، متغیر است.

نمودار گزینه (۳) مربوط به معادله سرعت - جابه جایی در حرکت با شتاب ثابت است.

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \xrightarrow{v_0 = 0} v = \pm \sqrt{2ax}$$

**۲ ۱۴۳** در لحظه  $t_0$  تندی متحرك صفر شده و علامت سرعت آن تغییر می کند و در نتیجه در لحظه  $t_2$  متحرك تغییر جهت می دهد، بنابراین عبارت های «الف» و «ب» نادرست هستند.

**دقت کنید:** با توجه به مجھول بودن مکان اولیه حرکت نمی توان با توجه به نمودار داده شده در رابطه با تغییر جهت بردار مکان اخهار نظر کرد. از طرف دیگر در لحظه  $t_3$  شیب خط مماس بر نمودار  $-v$  صفر بوده و  $a = 0$  است و با توجه به این که علامت شتاب تغییر می کند، بردار شتاب تغییر جهت می دهد و عبارت «ج» درست است.

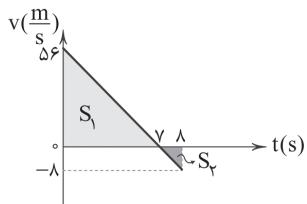


۳ ۱۴۹ چون سرعت متوسط متحرک در ۲ ثانیه چهارم

حرکتش ( $6s \leq t \leq 8s$ ) صفر است، طبق رابطه  $v_{av} = \frac{v_6 + v_8}{2}$ ، سرعت متحرک در لحظات  $t_1 = 6s$  و  $t_2 = 8s$  یکدیگر است، بنابراین متحرک در لحظه وسط این بازه زمانی، ساکن می‌شود، یعنی سرعت متحرک در لحظه  $t = 7s$  برابر صفر است.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=7s} 0 = (-\lambda)(7) + v_0 \Rightarrow v_0 = +56 \frac{m}{s}$$

$$v = -\lambda t + 56 \xrightarrow{t=8s} v = (-\lambda)(8) + 56 = -\lambda \frac{m}{s}$$



بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{7 \times 56}{2} + \frac{1 \times 8}{2} = 196 + 4 = 200 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{200}{8} = 25 \frac{m}{s}$$

تنندی متوسط برابر است با:

۱ ۱۵۰ تنندی متوسط با سرعت متوسط برابر است، بنابراین:

$$v = gt = 9.8t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 19.6 \frac{m}{s} \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = 39.2 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{19.6 + 39.2}{2} = 29.4 \frac{m}{s}$$

۲ ۱۵۱ در مدل سازی حرکت گلوله از لحظه خارج شدن از لوله تفنج تا برخورد به هدف می‌توان داغ شدن گلوله، چرخش گلوله و شکل گلوله را نادیده گرفت. اما چشم پوشی از وزن آن ممکن نیست. چراکه همان طور که در شکل سؤال نشان داده است، نیروی گرانش باعث شده است که گلوله در یک مسیر مستقیم حرکت نکند و در ارتفاعی کمتر از ارتفاع شلیک به هدف برخورد کند.

۴ ۱۵۲ از آن جا که چگالی آب بیشتر از چگالی یخ است، در نتیجه با

ذوب شدن یخ، حجم آن کاهش می‌یابد. جرم یخ ذوب شده برابر است با:

$$V = \frac{m}{\rho} \xrightarrow{\text{ذوب}} V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = -6 \text{ cm}^3 \xrightarrow{\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3} \frac{m}{1000} - \frac{m}{917} = -6 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \frac{m}{1000} - \frac{m}{917} = -6 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow m - \frac{1000m}{917} = -6 \Rightarrow -\frac{m}{917} = -6 \Rightarrow m = 54.0 \text{ g}$$

پس جرم نهایی آب باید بیشتر از ۵۴۰ گرم باشد، در نتیجه گزینه (۴) درست است.

۳ ۱۴۷ سرعت متحرک B را به دست آورده و معادله مکان - زمان آن

را می‌نویسیم:

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6}{2} = -3 \frac{m}{s}$$

$$x_B = v_B t + x_0 \quad (1)$$

دو متحرک در لحظه  $t = 3s$  به یکدیگر می‌رسند، با توجه به این مطلب

می‌توان سرعت متحرک A را به دست آورد:

$$x_A = x_B \Rightarrow v_A t + x_0 = v_B t + x_0$$

$$\xrightarrow{t=3s} 3(v_A) - 9 = -3(3) + 6 \Rightarrow v_A = 2 \frac{m}{s}$$

با مشخص شدن سرعت متحرک A، معادله مکان - زمان حرکت آن به صورت

زیر به دست می‌آید:

$$x_A = v_A t + x_0 \quad (2)$$

با توجه به این که فاصله اولیه دو متحرک از یکدیگر  $15m$  بوده است و در

ابتدا دو متحرک در حال نزدیک شدن به یکدیگر بوده‌اند، نتیجه می‌گیریم که بعد از لحظه  $t = 3s$  که دو متحرک شروع به دور شدن از یکدیگر می‌کنند،

فاصله دو متحرک از یکدیگر می‌تواند به  $20m$  برسد و داریم:

$$x_A - x_B = 20 \xrightarrow{(1), (2)} (2t - 9) - (-3t + 6) = 20$$

$$\Rightarrow 5t - 15 = 20 \Rightarrow 5t = 35 \Rightarrow t = 7s$$

۲ ۱۴۸ روش اول: با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$\left. \begin{aligned} v_{av} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ &\quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta t_1 = \frac{2}{3} \Delta t \\ \Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = 50 \times \frac{2}{3} \Delta t = \frac{100}{3} \Delta t \\ \Delta t_2 = \frac{1}{3} \Delta t \\ \Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 20 \times \frac{1}{3} \Delta t = \frac{20}{3} \Delta t \end{array} \right. \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\frac{100}{3} \Delta t + \frac{20}{3} \Delta t}{\frac{2}{3} \Delta t + \frac{1}{3} \Delta t} \Rightarrow v_{av} = 40 \frac{m}{s}$$

روش دوم: اگر متحرک  $\frac{a}{n}$  زمان حرکت را با سرعت  $v_1$  و  $\frac{b}{n}$  زمان حرکت را با

سرعت  $v_2$  طی کند، به شرطی که  $a + b = n$  باشد، سرعت متوسط از

$$\text{رابطه } v_{av} = \frac{a}{n} v_1 + \frac{b}{n} v_2 \text{ قابل محاسبه است.}$$

$$v_{av} = \frac{a}{n} v_1 + \frac{b}{n} v_2 = \frac{2}{3} \times 50 + \frac{1}{3} \times 20 = \frac{100}{3} + \frac{20}{3} = \frac{120}{3} = 40 \frac{m}{s}$$



در ۱۵ متر بعدی اندازه نیروی  $\vec{F}$  برابر ۱۲ نیوتون است، در نتیجه:

$$W_\gamma = Fd \cos\theta = 12 \times 15 \times 1 = 180 \text{ J}$$

بنابراین کار کل برابر است با:

$$W_t = W_1 + W_\gamma = 40 + 180 = 220 \text{ J}$$

**۱۵۶** نیروی وزن، یک نیروی پایستار است و کار آن به مسیر حرکت

بستگی ندارد، در نتیجه در این سؤال از آن جا که تغییر ارتفاع برابر صفر است،

پس تغییر انرژی پتانسیل گرانشی و در نتیجه کار نیروی وزن برابر صفر است.

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -mg(h_2 - h_1) \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow W_{\text{وزن}} = 0$$

صفر

**۱۵۷** توان، بیانگر سرعت انجام کار است، بنابراین هرچه توان یک

دستگاه، کمتر باشد، مدت زمان بیشتری برای انجام کار صرف می شود. همچنین

بازده نیز بیانگر مقدار کار مفید است، هرچه بازده یک دستگاه بیشتر باشد،

یعنی کار بیشتری انجام می دهد، بنابراین دستگاه A با مقدار انرژی برابر با

دستگاه B، کار بیشتری را در زمان بیشتری انجام می دهد.

**۱۵۸** روش اول: از فرمول  $K = \frac{1}{2}mv^2$  حل می کنیم. ابتدا جرم و

بعد سرعت ثانویه را برای این که  $K' = K$  باشد، حساب می کنیم:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ K' = \frac{1}{2}m'v'^2 \\ m' = m - \frac{19}{100}m = \frac{81}{100}m \\ v' = ? \end{cases}$$

از برابری  $K = K'$  داریم:

$$K' = K \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m'v'^2 \Rightarrow mv^2 = \frac{81}{100}mv'^2$$

$$\Rightarrow \frac{v'^2}{v^2} = \frac{100}{81} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{10}{9} \Rightarrow v' = \frac{10}{9}v$$

حال  $\Delta v$  را تعیین می کنیم:

$$\Delta v = v' - v = \frac{10}{9}v - v = \frac{1}{9}v$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta v}{v} \times 100 = \frac{10}{9} \approx 111 \text{ درصد تغییرات}$$

پس باید تقریباً ۱۱ درصد سرعت آن را زیاد کنیم.

**۱۵۹** دقت کنید که بین ثانیه ۳۶۰ تا ۶۰۰ علی رغم این که مایع گرما

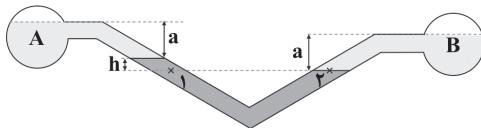
گرفته است، دمای آن تغییر نکرده، پس دمای  $12^\circ C$  دمای تبخیر این مایع است با توجه به رابطه توان گرمایی داریم:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt = 400 \times (600 - 360) = 96000 \text{ J}$$

از طرف دیگر:

$$Q = mL_V \Rightarrow 96000 = \frac{300}{1000} \times L_V \Rightarrow L_V = \frac{3}{2} \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

**۱۵۳** با توجه به نقاط هم تراز (۱) و (۲) داریم:



$$P_1 = P_2$$

$$\Rightarrow \rho_1 gh + \rho_2 a g a + P_A = \rho_2 a g a + P_B$$

$$\Rightarrow 14000 \times 10 \times h + P_A = P_B$$

$$\Rightarrow 1/4 \times 10^5 h = P_B - P_A$$

$$\Rightarrow 1/4 \times 10^5 h = 28 \times 10^3 \Rightarrow h = 0.28 \text{ m}$$

$$\sin \theta = \frac{h}{0.4} \Rightarrow \sin \theta = \frac{0.28}{0.4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

بنابراین:

**۱۵۴** حجم مایع جایه جا شده در دو طرف لوله یکسان است. اگر

جایه جایی مایع در لوله سمت چپ  $h_1$  و سطح مقطع آن  $A_1$  و جایه جایی مایع

در لوله سمت راست  $h_2$  و سطح مقطع آن  $A_2$  باشد:

در حالت اول:

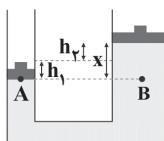
$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{\pi \frac{x^2}{4}} = \frac{F_2}{\pi x^2} \Rightarrow F_1 = mg$$

$$\Rightarrow \frac{4mg}{\pi x^2} = \frac{F_2}{\pi x^2} \Rightarrow F_2 = 4mg > 2mg$$

بنابراین پیشتون (۲) به سمت بالا حرکت می کند.

سطح مایع در لوله سمت چپ (لوله با سطح مقطع کوچکتر) پایین می آید و

در لوله سمت راست بالا می رود.



در حالت دوم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{mg}{\pi \times x^2} = \rho g(h_1 + h_2) + \frac{2mg}{\pi (2x)^2}$$

$$h_1 + h_2 = x \Rightarrow \frac{4mg}{\pi x^2} = \rho gx + \frac{2mg}{\pi x^2}$$

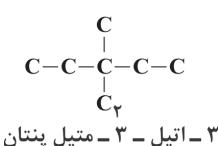
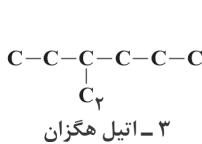
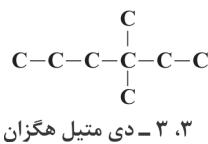
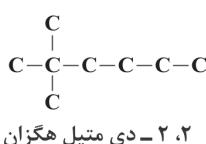
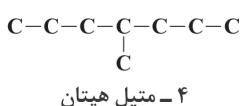
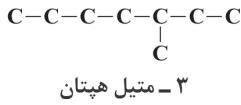
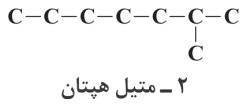
$$\Rightarrow \rho gx = \frac{2mg}{\pi x^2} \Rightarrow \rho = \frac{2m}{\pi x^3}$$

**۱۵۵** اندازه نیروی  $\vec{F}$  در ۵ متر اول برابر ۸ نیوتون است، پس:

$$W_1 = Fd \cos\theta = 8 \times 5 \times 1 = 40 \text{ J}$$

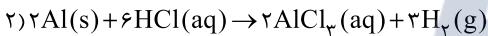
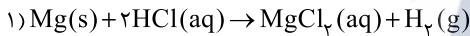


تمام ایزومرهای ممکن به همراه نام آنها در زیر آمده است:



۳ - اتیل - ۳ - متیل پنتان

معادله واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



فرض می‌کنیم آلیاژ مورد نظر شامل a مول فلز Mg و b مول فلز Al باشد:

$$? \text{mol H}_2 = a \text{ mol Mg} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol Mg}} = a \text{ mol H}_2 \quad (\text{واکنش ۱})$$

$$? \text{mol H}_2 = b \text{ mol Al} \times \frac{3 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol Al}} = \frac{3}{2} b \text{ mol H}_2 \quad (\text{واکنش ۲})$$

از آن جا که  $13/44 \text{ L}$  از هر گاز در شرایط STP معادل  $6/100$  مول از آن گاز

است، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a + \frac{3}{2} b = 6/100 \\ 24a + 27b = 12/100 \end{cases} \Rightarrow a = 6/100, b = 6/100$$

$$\text{درصد خلوص Mg} = \frac{6/100(24)}{12/100} \times 100 = 57\%$$

با افزایش عدد اتمی در گروه هفدهم جدول تناوبی، نیروی جاذبه‌ی هسته بر الکترون‌های ظرفیتی، کاهش می‌یابد. با کاهش نیروی جاذبه‌ی هسته بر الکترون‌های ظرفیتی، تمایل اتم‌ها به جذب الکترون کم شده و واکنش‌پذیری این عناصر نافلزی کاهش می‌یابد. در گروه ۱۷ (هالوژن‌ها)، با افزایش عدد اتمی، نقطه‌ی ذوب و جوش این عناصر و دمای لازم برای واکنش آنها با گاز هیدروژن افزایش می‌یابد.

۱۶۰ گرمایی که بخ در یک دقیقه می‌گیرد، برابر است با:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt \Rightarrow Q = 3 \times 10^3 \times 60 = 18 \times 10^4 \text{ J}$$

گرمایی که صرف ذوب بخ می‌شود برابر است با:

$$Q_1 = mL_F \Rightarrow Q_1 = 30.0 \times 336 = 10080.0 \text{ J}$$

بنابراین گرمایی باقی‌مانده باعث افزایش دمای آب می‌شود:

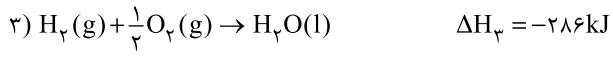
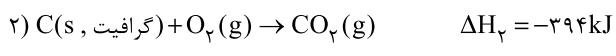
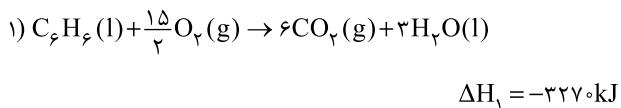
$$Q_2 = 18 \times 10^4 - 10080.0 = 7920.0 \text{ J} = mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 7920.0 = 0.3 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 62/8^\circ \text{ C}$$

در نتیجه حجم بخ ابتدا کاهش می‌یابد و به آب  $62/8^\circ \text{ C}$  تا  $4^\circ \text{ C}$  باز هم حجم آب کاهش پیدا می‌کند (به دلیلانبساط غیرعادی آب)، اما از دمای  $4^\circ \text{ C}$  تا  $62/8^\circ \text{ C}$  حجم آب شروع به افزایش می‌کند.**گروه مشاوره بورنامی**



با توجه به اطلاعات داده شده، معادله واکنش های کمکی به صورت زیر خواهد بود:

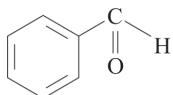


برای رسیدن به واکنش هدف، کافیست ضرایب واکنش (۲) را در عدد ۶ ضرب کرد، ضرایب واکنش (۳) را در عدد ۳ ضرب کرد و سپس آنها را با معکوس واکنش (۱) جمع کرد.

$$\Delta H = 6\Delta H_2 + 3\Delta H_3 - \Delta H_1 = 6(-394) + 3(-286) - (-3270) = +48 \text{ kJ}$$

علامت مثبت  $\Delta H$ ، نشان دهنده مصرف شدن گرمای است.

۴ تمام عبارت های پیشنهاد شده درباره بنز آلدهید (C<sub>6</sub>H<sub>5</sub>O) درست هستند:



در زیر علت درستی عبارت های «پ» و «ت» بررسی شده است:

پ) در هر مولکول بنز آلدهید، ۴ پیوند دوگانه شامل یک پیوند C=O و سه پیوند C=C وجود دارد. همچنین در این مولکول در مجموع ۱۰ پیوند یگانه شامل ۶ پیوند C—C و ۴ پیوند C—H دیده می شود.

ت) مولکول بنز آلدهید (C<sub>6</sub>H<sub>5</sub>O) همانند کتون موجود در میخک (C<sub>6</sub>H<sub>10</sub>O) دارای ۷ اتم کربن و همانند ساده ترین اتر (CH<sub>3</sub>OCH<sub>3</sub>) دارای ۶ اتم هیدروژن است.

فرمول پلیمر و مونومر سازنده و جرم مولی مونومر هر چهار

شکل در زیر آمده است:

$$a) (C_6H_6)_n \rightarrow C_6H_6 : 3(12) + 6(1) = 42 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$b) (CH_2 - CH)_n \rightarrow CH_2CHCl : 2(12) + 3(1) + 35/5 \\ = 62/5 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$c) (CH_2 - CH)_n \rightarrow CH_2CHCN : 3(12) + 3(1) + 14 \\ = 53 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$d) (C_2F_4)_n \rightarrow C_2F_4 : 2(12) + 4(19) = 100 \text{ g.mol}^{-1}$$

۳ به جز عبارت (ب) سایر عبارت ها درست هستند. موادی مانند

آمونیاک (NH<sub>3</sub>) و سولفوریک اسید (H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>) در شرکت های پتروشیمی تولید می شوند.

۴ معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\bar{R}_{O_2(0-20s)} = \frac{\Delta [O_2]}{\Delta t} = \frac{0.04 \text{ mol.L}^{-1}}{(20s \times \frac{1 \text{ min}}{60s})} = 0.12 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{NO_2(0-20s)} = 4\bar{R}_{O_2} = 4 \times 0.12 = 0.48 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

از آن جا که با اخذ شدت زمان، سرعت واکنش ها کاهش می یابد، سرعت متوسط تولید گاز NO<sub>2</sub> در ۳۰ ثانیه ای اول، کمتر از ۲۰ ثانیه ای اول است (حذف گزینه ۱). به همین ترتیب، سرعت متوسط تولید NO در ۳۰ ثانیه ای اول، بیشتر از ۴۰ ثانیه ای اول است:

$$\bar{R}_{O_2(0-40s)} = \frac{\Delta [O_2]}{\Delta t}$$

$$= \frac{(0.04 + 0.03) \text{ mol.L}^{-1}}{(40s \times \frac{1 \text{ min}}{60s})} = 0.15 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{NO_2} = 4\bar{R}_{O_2} = 4 \times 0.15 = 0.42 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

بنابراین سرعت متوسط تولید NO<sub>2</sub> در ۳۰ ثانیه ای اول، کمتر از ۰.۴۸ و بیشتر از ۰.۴۲ مول بر لیتر بر دقیقه است، با این حساب فقط گزینه ۲ می تواند پاسخ این تست باشد.

۵ از آن جا که نوع و مقدار فراورده در واکنش های I و II

بکسان است، کافیست مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش دهنده های دو واکنش را حساب کنیم:

$$I: \Delta H(N \equiv N) + 3\Delta H(H-H) = 945 + 3(436) = 2253$$

$$II: \Delta H(N-N) + 4\Delta H(N-H) + \Delta H(H-H) = 163 + 4(391) + 436 = 2163$$

مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش دهنده های واکنش I در مقایسه با همین کمیت در واکنش II به اندازه ۹۰ = ۲۱۶۳ - ۲۲۵۳ = ۹۰ کیلوژول بیشتر است. با توجه به رابطه زیر می توان نتیجه گرفت که آنتالپی واکنش I بیز به اندازه ۹۰ kJ بیشتر از آنتالپی واکنش II است.

$$\Delta H = \left[ \frac{\text{مجموع آنتالپی پیوندها}}{\text{در مواد فراورده}} \right] - \left[ \frac{\text{مجموع آنتالپی پیوندها}}{\text{در مواد واکنش دهنده}} \right]$$

۶ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:





۳ ۱۷۵ مواردی که اسیدی هستند رابطه  $[H_3O^+] > [OH^-]$  در

آنها برقرار است. خاکی که گل ادریسی در آن به رنگ آبی شکوفا می‌شود و محلول جوهر نمک جزو گونه‌های اسیدی و سایر موارد اشاره شده جزو گونه‌های بازی هستند.

۱ ۱۷۶ با افزودن مقداری اسید به آب مقطر، غلظت یون هیدرونیوم

زیاد و غلظت یون هیدروکسید کاهش می‌یابد. با افزایش غلظت یون هیدرونیوم، pH کاهش می‌یابد. ثابت یونش آب نیز تنها به دما بستگی دارد و با افزایش یا کاهش مقدار اسید یا باز، مقدار آن تغییری نمی‌کند.

۳ ۱۷۷

$$\text{?mol Mg(OH)}_2 = 40.0 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{43/5 \text{ g Mg(OH)}_2}{10.0 \text{ g قرص}} = 4.3 \times 10^{-3} \text{ mol Mg(OH)}_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Mg(OH)}_2}{58 \text{ g Mg(OH)}_2} = 3 \times 10^{-3} \text{ mol Mg(OH)}_2$$

$$\text{?mol NaHCO}_3 = 40.0 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{31/5 \text{ g NaHCO}_3}{10.0 \text{ g قرص}} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ mol NaHCO}_3$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} = 1/5 \times 10^{-3} \text{ mol NaHCO}_3$$

هر مول  $Mg(OH)_2$  با ۲ مول  $HCl$  و هر مول  $NaHCO_3$  با ۱ مول  $HCl$  به طور کامل واکنش می‌دهند.

$$\text{?mol HCl} = 2(3 \times 10^{-3}) + 1(1/5 \times 10^{-3}) = 7/5 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}$$

$$\text{?L HCl} = 7/5 \times 10^{-3} \text{ mol} \times \frac{1 \text{ L}}{0.02 \text{ mol}} = 0.375 \text{ L HCl}$$

$$NaOH : pH = 12 \Rightarrow pOH = 14 - 12 = 2$$

۴ ۱۷۸

$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{-pOH} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+].V_{\text{باز}} = [OH^-].V_{\text{باز}} \Rightarrow [H^+] \times 40 = 0.1 \times 20$$

$$\Rightarrow [H^+] = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[Ba(OH)_2] = 0.01 \Rightarrow [OH^-] = 2 \times 0.01 = 0.02 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+].V_{\text{باز}} = [OH^-].V_{\text{باز}} \Rightarrow 0.005 \times 100 = 0.02 \times V_{\text{باز}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{باز}} = 25 \text{ mL Ba(OH)}_2$$

۲ ۱۷۹ نخست مجموع شمار مول‌های هیدرونیوم حاصل از اسیدهای

قوی  $HNO_3$  و  $HBr$  را تعیین می‌کنیم:

$$\text{?mol H}^+ : (0.05 \text{ L} \times 10^{-2} / 4 \text{ mol.L}^{-1}) + (0.03 \text{ L} \times 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1})$$

$$= (0.05 \times 2 \times 10^{-3}) + (6 \times 10^{-5})$$

$$= (20 \times 10^{-5}) + (6 \times 10^{-5}) = 2.6 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

۱ ۱۷۰ پلی‌اتن بدون شاخه همان پلی‌اتن سنتگین و پلی‌اتن شاخه‌دار،

همان پلی‌اتن سبک است. در بین ویژگی‌های مورد اشاره، فقط نقطه ذوب پلی‌اتن بدون شاخه، بیشتر از پلی‌اتن شاخه‌دار است. درصد جرمی کربن در هر دو پلیمر برابر بوده و دو ویژگی دیگر، در پلی‌اتن شاخه‌دار بیشتر از پلی‌اتن بدون شاخه است.

۲ ۱۷۱ مطابق داده‌های سؤال فرمول کلی صابون مایع به

صورت  $C_nH_{2n-1}COONa$  است.

$$\frac{\text{جرم نیتروژن}}{\text{جرم مولی صابون}} \times 100 = \frac{14}{68} = \frac{14/14}{x} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 299 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$12n + (2n-1) + 12 + 2(16) + 14 + 4(1) = 14n + 61$$

$$299 = 14n + 61 \Rightarrow n = 17$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی صابون}} \times 100 = \frac{2(17)-1+4}{299} \times 100 = 12/37\%$$

۳ ۱۷۲ در بین ترکیب‌های داده شده، آمونیوم کلرید و استیک اسید جزو الکترولیتها هستند و در نتیجه رسانایی الکتریکی محلول آبی آنها بیشتر از آب خالص است.

۳ ۱۷۳

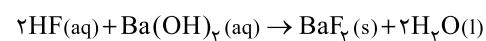
$$HF \left\{ \begin{array}{l} M = 0.02 \text{ mol.L}^{-1} \\ \alpha = 2/4 \times 10^{-2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow [H^+] = \alpha \cdot M = 2/4 \times 10^{-2} \times 0.02 = 4.8 \times 10^{-5}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(4.8 \times 10^{-5})$$

$$= -\log(2^4 \times 3 \times 10^{-5}) = -[4 \log 2 + \log 3 + \log 10^5]$$

$$= -[4(0.3) + 0.5 + (-5)] = 2/3$$



$$\frac{0.02 \text{ mol.L}^{-1} \times 0.02 \text{ L HF}}{2} = \frac{x \text{ g BaF}_2}{1 \times 175}$$

$$\Rightarrow x = 0.35 \text{ g BaF}_2 \equiv 350 \text{ mg BaF}_2$$

۱ ۱۷۴ بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) دلیل سوزش معده که درد شدیدی در ناحیه سینه ایجاد می‌کند، برگشت مقداری از محتویات اسیدی معده به لوله مری است.

ت) یکی از روش‌هایی که برای تعیین غلظت یون هیدرونیوم می‌توان به کار بردن، سنجش رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی است.



با مقایسه نسبت‌های جرمی  $\frac{Cu}{Ag}$  و  $\frac{Au}{Ag}$  که به ترتیب برابر با  $\frac{Cu}{Ag} = \frac{64}{108}$  و  $\frac{Au}{Ag} = \frac{64}{108}$  است، می‌توان نتیجه گرفت که جرم یا درصد جرمی Au در این آلیاز از همه بیشتر و جرم یا درصد جرمی Cu در این آلیاز از Ag بیشتر است.

از روی نسبت جرمی Cu به Ag، نسبت مولی این دو فلز را به دست می‌آوریم:

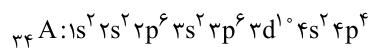
$$\frac{Cu_{\text{جرم}}}{Ag_{\text{جرم}}} = \frac{Cu_{\text{مول}}}{Ag_{\text{مول}}} \times \frac{64}{108} \Rightarrow \frac{1}{58} = \frac{Cu_{\text{مول}}}{Ag_{\text{مول}}} \times \frac{64}{108}$$

$$\Rightarrow \frac{Cu_{\text{مول}}}{Ag_{\text{مول}}} = \frac{1}{58} \times \frac{108}{64} = \frac{1}{58} \times \frac{27}{16} = \frac{27}{58}$$

با مقایسه نسبت‌های مولی  $\frac{Cu}{Ag}$  و  $\frac{Cu}{Au}$  که به ترتیب با  $\frac{27}{58}$  و  $\frac{27}{67}$  است،

می‌توان نتیجه گرفت که مول یا درصد مولی نقره در این آلیاز از همه کمتر و مول یا درصد مولی طلا در این آلیاز از مس کمتر است.

۱۸۳

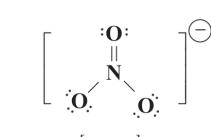
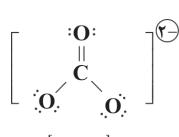
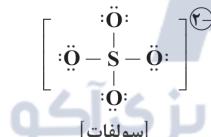
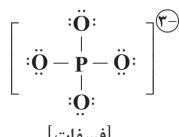


= ۴ + ۱۲ = ۱۶ شماره گروه

= ۲ + ۴ = ۶ شمار کترون‌های ظرفیتی

$$\frac{e(l=2)}{e(l=0, l=1)} = \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

۱ ۱۸۴ ساختار لوویس هر چهار آئیون در زیر رسم شده است:



۲ ۱۸۵ فصل تابستان م العادل ۹۳ روز است.

$$?molO_2 = 93 \text{ day} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ day}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{12 \text{ breath}}{1 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{1 \text{ breath}} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{1 \text{ L Air}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol O}_2}{1 \text{ L Air}} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22/4 \text{ L O}_2} = 7174 \text{ mol O}_2$$

هرچند دما در شرایط  $({}^\circ\text{C})$  STP متفاوت با میانگین دمای تابستان است، اما شمار مول‌های اکسیژن با تغییر دما، تغییر نمی‌کند.

۳ ۱۸۶ به جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

هایر مخلوط واکنش را به حدی سرد کرد که آمونیاک مایع شده و از مخلوط جدا شود.

شمار مول  $\text{OH}^-$  حاصل از KOH برابر است با:

$$?mol\text{OH}^- = (0/04 \text{ L} \times 0/01 \text{ mol.L}^{-1}) = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{OH}^- = \text{شمار مول های باقیمانده} = (4 \times 10^{-4}) - (2/6 \times 10^{-4})$$

$$= 1/4 \times 10^{-4} \text{ molOH}^-$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{1/4 \times 10^{-4} \text{ mol}}{(50+30+40) \times 10^{-3} \text{ L}} = \frac{7}{6} \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{\frac{7}{6} \times 10^{-3}} = \frac{6}{7} \times 10^{-11}$$

$$\text{pH} = -\log(\frac{6}{7} \times 10^{-11}) = -[\log 6 - \log 7 + \log 10^{-11}]$$

$$-[(0/3) + (0/5) - (0/85) - 11] = 11/05$$

۲ ۱۸۰ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

بخش کاتیونی صابون در پاک‌کنندگی آن‌ها هیچ نقشی ندارد.

۳ ۱۸۱ اگر درصد فراوانی ایزوتوپ آخر را با  $x$  و درصد فراوانی هر کدام

از ایزوتوپ‌های سوم و چهارم را با  $F$  نشان دهیم، مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$20x + 5x + F + F + x = 100 \Rightarrow 26x + 2F = 100 \Rightarrow 13x + F = 50$$

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_1}{100} (M_2 - M_1) + \frac{F_2}{100} (M_3 - M_1)$$

$$+ \dots + \frac{F_n}{100} (M_n - M_1)$$

$$91/325 = 90 + \frac{5x}{100} (91-90) + \frac{F}{100} (92-90) + \frac{F}{100} (94-90)$$

$$+ \frac{X}{100} (96-90) \Rightarrow 91/325 = 90 + \frac{1}{100} (5x + 2F + 4F + 6x)$$

$$\Rightarrow 1/325 = \frac{1}{100} (11x + 6F)$$

$$\frac{F=50-13x}{100} \Rightarrow 132/5 = 11x + 6(50-13x)$$

$$\Rightarrow 132/5 - 300 = -67x \Rightarrow 167/5 = 67x \Rightarrow x = 2/5$$

$$91 \text{ Zr} = 5x = 5(2/5) = 12/5 \text{ درصد فراوانی ایزوتوپ}$$

۴ ۱۸۲ هر چهار عبارت درست هستند.

ابتدا از روی نسبت مولی Cu به Au، نسبت جرمی آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{Cu_{\text{مول}}}{Au_{\text{مول}}} = 2/22 \Rightarrow \frac{Cu_{\text{جرم}}}{Au_{\text{جرم}}} = \frac{2/22 \times 64}{197} \approx 0/72$$

از روی نسبت جرمی Cu به Au و نسبت جرمی Au به Ag می‌توان نسبت

جرمی Cu به Ag را نیز به دست آورد:

$$\frac{Cu_{\text{جرم}}}{Au_{\text{جرم}}} \times \frac{Au_{\text{جرم}}}{Ag_{\text{جرم}}} = \frac{Cu_{\text{جرم}}}{Ag_{\text{جرم}}} \Rightarrow \frac{Cu_{\text{جرم}}}{Ag_{\text{جرم}}} = 0/72 \times 2/20 = 1/58$$



است با:

$$\theta = 35^{\circ}\text{C} : S = \frac{100}{\lambda(35)} + 72 = 100\text{g}$$

$$\theta = 60^{\circ}\text{C} : S = \frac{100}{\lambda(60)} + 72 = 120\text{g}$$

در دمای  $60^{\circ}\text{C}$ ، مقدار ۱۲۰ گرم سدیم نیترات در  $100^{\circ}\text{C}$  ۱۰۰ گرم آب حل شده و محلول سیرشده‌ای به جرم  $220^{\circ}\text{C}$  تشكیل می‌شود. اگر این محلول را تادمای  $35^{\circ}\text{C}$  سرد کنیم، به میزان  $120 - 100 = 20^{\circ}\text{C}$  ۱۰۰ گرم نمک تهشینمی‌شود. در صورتی که جرم محلول سیرشده برابر  $55\text{g}$  باشد، مقدار نمک

تهشین شده برابر خواهد بود با:

$$\begin{array}{c} \text{گرم نمک تهشین شده} \\ \left[ \begin{array}{cc} 220 & 20 \\ 55 & x \end{array} \right] \Rightarrow x = 5\text{g} \end{array}$$

از آنجاکه دمای نهایی برابر  $35^{\circ}\text{C}$  و انحلال پذیری سدیم نیترات در این دمابرابر  $100\text{g}$  است، جرم آب موردنیاز برای حل کردن  $5\text{g}$  از این نمک برابر

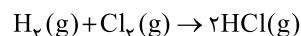
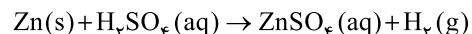
خواهد بود با:

$$\begin{array}{c} \text{گرم نمک} \\ \left[ \begin{array}{cc} 100 & 100 \\ y & 5 \end{array} \right] \Rightarrow y = 5\text{g H}_2\text{O} \end{array}$$

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- قانون هنری تأثیر عامل فشار بر انحلال پذیری گازها را بیان می‌کند.
- رد پای آب نشان می‌دهد هر فرد چه مقدار از آب قابل استفاده و در دسترس را مصرف می‌کند.



$$\text{?mol HCl} = 17/4 \text{mL H}_2\text{SO}_4(\text{aq}) \times \frac{1/61 \text{g H}_2\text{SO}_4(\text{aq})}{1 \text{mL H}_2\text{SO}_4(\text{aq})}$$

$$\times \frac{70 \text{g H}_2\text{SO}_4}{100 \text{g H}_2\text{SO}_4(\text{aq})} \times \frac{1 \text{mol H}_2\text{SO}_4}{98 \text{g H}_2\text{SO}_4} \times \frac{1 \text{mol H}_2}{1 \text{mol H}_2\text{SO}_4}$$

$$\times \frac{2 \text{mol HCl}}{1 \text{mol H}_2} = 0.4 \text{ mol HCl}$$

$$[\text{HCl}] = \frac{0.4 \text{ mol}}{0.2 \text{ L}} = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

هر چهار مورد درست مقایسه شده‌اند.