دفترچهٔ سؤال

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

سال یازدهم ریاضی

۲۲ مهر ۱۴۰۱

مدت پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات جهت پاسخ‌گویی: ۹۰ سؤال

عنوان	نام درس		تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	شمارهٔ صفحه (دفترچهٔ سؤال)	وقت پیشنهادی (دقیقه)
دروس اختصاصی	حسابان (۱)	طراحی	۲۰	۱-۲۰	۳-۴	۳۰
	هندسه (۲)	طراحی	۱۰	۲۱-۳۰	۵-۶	۱۵
	آمار و احتمال	طراحی	۱۰	۳۱-۴۰	۷-۸	۲۵
		آشنا	۱۰	۴۱-۵۰		
	فیزیک (۲)	طراحی	۲۰	۵۱-۷۰	۹-۱۱	۳۰
	شیمی (۲)	طراحی	۲۰	۷۱-۹۰	۱۲-۱۵	۲۰
جمع کل			**۹۰**	**۱-۹۰**	**۳-۱۵**	**۱۲۰**

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب – بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

@kanoonir_11r

حسابان ۱

۳۰ دقیقه

حسابان (۱)
جبر و معادله
(مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی و معادلات درجهٔ دوم تا ابتدای روش هندسی حل معادلات)
صفحه‌های ۱ تا ۱۳

هدف‌گذاری قبل از شروع هر درس در دفترچهٔ سؤال

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤال‌های درس **حسابان (۱)**، هدف‌گذاری چند از ۱۰ خود را بنویسید:
از هر ۱۰ سؤال به چند سؤال می‌توانید پاسخ صحیح بدهید؟
هدف‌گذاری شما برای آزمون امروز چیست؟

هدف‌گذاری چند از ۱۰ برای آزمون امروز

۱- حداقل چند جملهٔ اول از دنبالهٔ $a_n = \frac{3^{n-2}}{4}$ را با هم جمع کنیم تا مجموع آن‌ها از ۱۵ بیشتر شود؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۷

۲- جملات سوم، هفتم و دهم دنبالهٔ حسابی $a_n = a + 2n$ به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی هستند. مجموع ۵ جملهٔ اول این دنبالهٔ حسابی کدام است؟

۱) ۲۲۰ ۲) -160 ۳) -70 ۴) -140

۳- در یک دنبالهٔ هندسی، مجموع شش جملهٔ اول برابر ۲۰ و جملهٔ هفتم از جملهٔ اول ۱۰ واحد بیشتر است. جملهٔ ششم این دنباله چند برابر جملهٔ دوم است؟

۱) $\frac{243}{16}$ ۲) $\frac{81}{32}$ ۳) $\frac{27}{8}$ ۴) $\frac{81}{16}$

۴- طول پله‌های یک نردبان به‌طور یکنواخت از پایین به بالا کوتاه می‌شوند. اگر طول پلهٔ پایینی ۵۰ سانتی‌متر و پلهٔ بعدی ۴۸ سانتی‌متر باشد و مجموع طول پله‌ها ۴۱۰ سانتی‌متر باشد، نردبان چند پله دارد؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۵- توپی را از ارتفاع ۶۴ متری رها می‌کنیم، هر بار که زمین می‌خورد نصف ارتفاع قبل بالا می‌آید. این توپ دقیقاً در چندمین برخورد با زمین مسافتی که بالا و پایین رفته است، برابر با ۱۹۰ متر می‌شود؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

۶- حاصل $x + x^3 + x^5 + ... + x^{15}$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

۱) $512\sqrt{2}$ ۲) $511\sqrt{2}$ ۳) $256\sqrt{2}$ ۴) $255\sqrt{2}$

۷- اگر جواب‌های معادلهٔ $4x^2 + 8x + m - 1 = 0$ نصف جواب‌های معادلهٔ $x^2 + 4x - 1 = 0$ باشند، m کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) -2 ۴) -1

۸- یک ریشهٔ معادلهٔ $x(x+m) = m^2 + 4$، ۶ واحد از ریشهٔ دیگر بزرگتر است. مقدار مثبت m کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

۹- اگر جواب‌های حقیقی معادلهٔ $5x^4 - 42x^2 = 27$ برابر x_1 و x_2 باشند، مجموعهٔ جواب‌های کدام معادله به‌صورت $\left\{\frac{1}{2}x_1 + 1, \frac{1}{2}x_2 + 1\right\}$ است؟

۱) $2x^2 - 4x = 3$ ۲) $4x^2 - 8x = 5$ ۳) $4x^2 + 8x = 5$ ۴) $2x^2 + 4x = 7$

۱۰-به‌ازای چند مقدار منفی m، جواب‌های معادله $3x^2 + (3-m)x + 117 = 0$ اعداد صحیح هستند؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۱- معادلهٔ $x^4-2x^2+m^2-4=0$ چهار جواب متمایز دارد. حدود m کدام است؟

۱) $m\in(-\sqrt{5},\sqrt{5})$
۲) $m\in(-2,2)$
۳) $m\in(-\sqrt{5},\sqrt{5})-[-2,2]$
۴) $m\in(-\infty,-\sqrt{5})\cup(\sqrt{5},+\infty)$

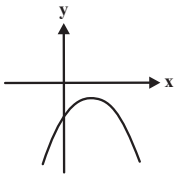
۱۲- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $2x^2+(c+2)x+8=0$ باشد، جواب‌های معادلهٔ $x^2+bx+c=0$ به‌صورت $\sqrt{\alpha\beta}$ و $2\sqrt{\alpha\beta}$ خواهد بود. حاصل $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) -5
۲) 5
۳) 4
۴) -4

۱۳- به ازای کدام محدوده از m معادلهٔ $x^2+x+\frac{1}{m^2}=0$ همواره دو ریشهٔ حقیقی منفی دارد؟

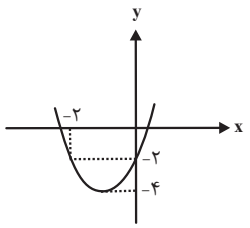
۱) $|m|>2$
۲) $|m|<2$
۳) $0<m<2$
۴) $-2<m<0$

۱۴- شکل مقابل مربوط به نمودار تابع درجهٔ دوم $f(x)=cx^2+ax+b$ است، کدام گزینه در مورد تابع $g(x)=ax^2+bx+c$ همواره درست است؟



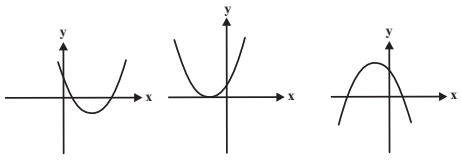
۱) max دارد.
۲) دو ریشهٔ حقیقی متمایز دارد.
۳) ریشهٔ حقیقی ندارد.
۴) طول رأس سهمی منفی است.

۱۵- با توجه به شکل مقابل که مربوط به یک تابع درجهٔ دوم است، مجموع مربعات ریشه‌های تابع کدام است؟



۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۱۶- نمودارهای زیر مربوط به توابع درجهٔ دوم با ضابطهٔ $f(x)=ax^2+bx+c$ است. در چه تعداد از آن‌ها حاصل abc عددی مثبت است؟



۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) صفر

۱۷- صفرهای تابع f با ضابطهٔ $f(x)=2(x^3+\frac{3}{8})^2-3(x^3+\frac{3}{8})+1$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}$ و $\frac{5}{8}$
۲) $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt[3]{5}}{2}$
۳) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ و $\sqrt[3]{5}$
۴) $\frac{\sqrt[3]{11}}{2}$ و $\frac{\sqrt[3]{5}}{2}$

۱۸- اگر در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ بین ضرایب، رابطهٔ $4a+c=2b$ برقرار باشد، آن‌گاه یکی از ریشه‌ها همواره کدام است؟

۱) $\frac{c}{2a}$
۲) 2
۳) $2-\frac{b}{a}$
۴) $2+\frac{b}{a}$

۱۹- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $2x^2-x-4=0$ باشند، آن‌گاه ریشه‌های کدام معادلهٔ زیر برابر $2\alpha^3$ و $2\beta^3$ هستند؟

۱) $x^2-\frac{25}{4}x-32=0$
۲) $x^2+\frac{25}{8}x-32=0$
۳) $x^2-\frac{25}{4}x-16=0$
۴) $2x^2-25x+16=0$

۲۰- اعداد طبیعی مضرب ۴ را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شمارهٔ آن دسته باشد، یعنی: $\{4\}, \{8, 12\}, \{16, 20, 24\}, \ldots$، مجموع اعداد واقع در دستهٔ پانزدهم کدام است؟

۱) ۶۷۸۰
۲) ۶۷۵۰
۳) ۱۳۵۰۰
۴) ۱۳۵۶۰

هندسه ۲

هدف‌گذاری قبل از شروع هر درس در دفترچهٔ سؤال

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤال‌های درس **هندسه (۲)**، هدف‌گذاری چند از ۱۰ خود را بنویسید:
از هر ۱۰ سؤال به چند سؤال می‌توانید پاسخ صحیح بدهید؟
هدف‌گذاری شما برای آزمون امروز چیست؟

هدف‌گذاری چند از ۱۰ برای آزمون امروز

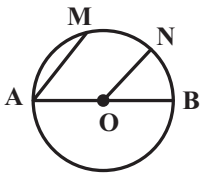
۱۵ دقیقه

هندسه (۲)
دایره
(مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره تا ابتدای زاویهٔ ظلی)
صفحه‌های ۹ تا ۱۴

۲۱- خط d و دایرهٔ C متقاطع‌اند. چند نقطه روی خط d وجود دارد که فاصلهٔ آن نقطه از مرکز دایره کوچکتر از شعاع دایره باشد؟

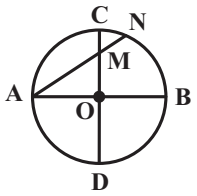
۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

۲۲- در شکل زیر، نقطهٔ O مرکز دایره و $AM \parallel ON$ است. اندازهٔ کمان MNB چند برابر اندازهٔ کمان NB است؟



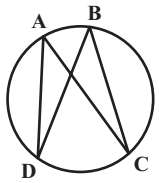
۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۳

۲۳- در شکل زیر، نقطهٔ O مرکز دایره است و دو قطر AB و CD بر هم عمودند. اگر $OM = MN$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ A چند درجه است؟



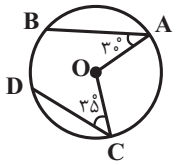
۱) ۳۰
۲) ۴۰
۳) ۴۵
۴) ۵۵

۲۴- در شکل زیر، AC قطر دایره و $BC = BD$ است. اگر $D\hat{B}C = ۴۰^\circ$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ ADB چند درجه است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۲۵

۲۵- در شکل زیر، حاصل $\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}$ چند درجه است؟

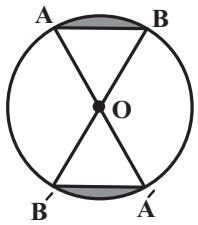


۱) ۱۴۵
۲) ۱۴۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۳۰

۲۶- مساحت ناحیهٔ محصور بین دو دایرهٔ هم مرکز برابر ۱۶π است. طول وتری از دایرهٔ بزرگتر که بر دایرهٔ کوچکتر مماس باشد، کدام است؟

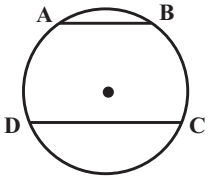
۱) ۴
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) ۸
۴) $۸\sqrt{۲}$

۲۷- در شکل زیر، در دایرهٔ $C(O,۴)$، دو قطر AA' و BB' با یکدیگر زاویهٔ ۴۵° می‌سازند. مساحت ناحیه‌ای رنگی کدام است؟



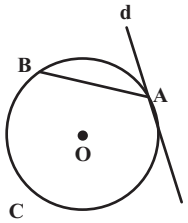
۱) $۴(\pi-۲\sqrt{۲})$
۲) $۴(\pi-۲)$
۳) $۲(\pi-۲\sqrt{۲})$
۴) $۲(\pi-۲)$

۲۸- در شکل زیر، $AB=۳۰$ ، $DC=۴۸$ و $AB \parallel DC$ است. اگر شعاع دایره برابر ۲۵ باشد، فاصلهٔ دو وتر AB و DC از یکدیگر کدام است؟



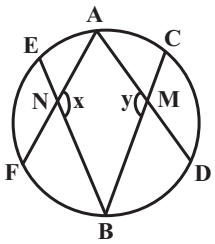
۱) ۲۴
۲) ۲۵
۳) ۲۷
۴) ۳۰

۲۹- در شکل زیر، خط d در نقطهٔ A بر دایرهٔ $C(O.۳)$ مماس است. اگر خط d با وتر AB، زاویهٔ ۴۵° بسازد، طول وتر AB کدام است؟



۱) $۳\sqrt{۲}$
۲) $۳\sqrt{۳}$
۳) ۴/۵
۴) ۵

۳۰- در شکل زیر، اگر $\widehat{CD}=۸۰^\circ$ و $\widehat{EF}=۷۰^\circ$ باشد، حاصل $x+y$ چند درجه است؟



۱) ۲۲۵
۲) ۲۳۵
۳) ۲۴۵
۴) ۲۵۵

آمار و احتمال

هدف‌گذاری قبل از شروع هر درس در دفترچهٔ سؤال

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤال‌های درس **آمار و احتمال**، هدف‌گذاری چند از ۱۰ خود را بنویسید:

از هر ۱۰ سؤال به چند سؤال می‌توانید پاسخ صحیح بدهید؟

هدف‌گذاری شما برای آزمون امروز چیست؟

هدف‌گذاری چند از ۱۰ برای آزمون امروز

۲۵ دقیقه

آمار و احتمال
آشنایی با مبانی ریاضیات
(آشنایی با منطق ریاضی تا ابتدای سورها)
صفحه‌های ۱ تا ۱۳

۳۱- ارزش کدام‌یک از گزاره‌های مرکب زیر درست است؟

۱) $(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2,3,4\})$

۲) $(2<3) \wedge (4\times 3=10)$

۳) اگر ۲ عددی فرد باشد، آن‌گاه ۴ عددی زوج است.

۴) $(3>2) \Leftrightarrow (-3>-2)$

۳۲- کدام‌یک از گزاره‌های زیر، هم‌ارز منطقی گزارهٔ «اگر $x>2$ باشد، آن‌گاه $x^2>4$ است.» می‌باشد؟

۱) اگر $x^2 \leq 4$ باشد، آن‌گاه $x \leq 2$ است.

۲) اگر $x^2>4$ باشد، آن‌گاه $x>2$ است.

۳) اگر $x \leq 2$ باشد، آن‌گاه $x^2 \leq 4$ است.

۴) $x>2$ است اگر و تنها اگر $x^2>4$ باشد.

۳۳- مجموعهٔ جواب کدام‌یک از گزاره نماهای زیر تهی است؟

۱) $(D=\mathbb{Z})\ 3x^2-5x+2=0$

۲) $(D=\mathbb{N})\ 2^n<n^2$

۳) $(D=\mathbb{R})\ x^2-3x+3<0$

۴) $(D=\mathbb{N})\ n^2>n!$

۳۴- ارزش گزارهٔ $(p \vee q) \Rightarrow r$ در چند حالت از جدول ارزش گزاره‌ها نادرست است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

۳۵- a و b دو عدد حقیقی غیر صفر هستند. اگر گزارهٔ p برابر $a+b<0$، گزارهٔ q برابر $ab \leq 0$ و ارزش گزارهٔ $p \wedge \sim q$ درست باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) $b>0, a>0$

۲) $b<0, a>0$

۳) $b>0, a<0$

۴) $b<0, a<0$

۳۶- نقیض گزارهٔ «اگر عددی که به فرم $2k+1$ نوشته می‌شود فرد باشد، آن‌گاه ۶ عددی فرد است» کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) اگر عددی که به فرم $2k+1$ نوشته می‌شود زوج باشد، آن‌گاه ۶ فرد است.

۲) عددی که به فرم $2k+1$ نوشته می‌شود فرد است و ۶ عددی زوج است.

۳) عددی که به فرم $2k+1$ نوشته می‌شود زوج است یا ۶ عددی فرد است.

۴) اگر عددی که به فرم $2k+1$ نوشته می‌شود فرد باشد، آن‌گاه ۶ عددی زوج است.

۳۷- گزارهٔ $(p \vee q) \Rightarrow \sim (p \vee \sim q)$ هم‌ارز منطقی با کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) $\sim p$

۲) p

۳) q

۴) $\sim q$

۳۸- گزارهٔ $p \Leftrightarrow q$ معادل کدام‌یک از گزاره‌های زیر نیست؟

۱) $\sim p \Leftrightarrow \sim q$

۲) $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

۳) $(\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$

۴) $(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$

۳۹- اگر p، q و r سه گزاره باشند به‌طوری که گزارهٔ $p \vee \sim q$ نادرست و گزارهٔ $p \vee r$ درست باشد، آن‌گاه ارزش کدام‌یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱) $(\sim p \vee \sim q) \wedge r$

۲) $(\sim p \wedge \sim r) \vee q$

۳) $(p \wedge q) \vee (\sim r)$

۴) $(\sim q \vee r) \wedge (\sim p)$

۴۰- اگر گزارهٔ $p \Leftrightarrow \sim q$ درست باشد، آن‌گاه کدام‌یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

۱) $p \Rightarrow q$

۲) $(p \wedge q) \Rightarrow p$

۳) $(p \vee q) \Rightarrow p$

۴) $\sim p \Rightarrow \sim q$

آمار و احتمال – سؤالات آشنا

۴۱- به ازای کدام مقدار x، گزاره نمای «در پرتاب یک تاس، احتمال آن که عددی بزرگ‌تر از x رو شود، برابر $\frac{1}{3}$ است.» به گزاره‌ای درست تبدیل می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

۴۲- اگر گزاره‌های p، q و r به ترتیب به صورت «۱۰۱ عددی اول است.»، «۱۰۰۱ بر ۱۱ بخش‌پذیر است.» و « 2^6 بر ۶ بخش‌پذیر است.» تعریف شده باشند، ارزش گزاره‌های $(p \wedge q) \vee r$ و $(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim r$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) د- د ۲) د- ن

۳) ن- د ۴) ن- ن

۴۳- ارزش کدام گزارهٔ مرکب زیر همواره نادرست است؟

۱) $(p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p)$ ۲) $(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \vee q)$ ۳) $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$ ۴) $(p \vee \sim q) \vee (\sim p \vee \sim q)$

۴۴- ارزش گزارهٔ $[\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$ معادل ارزش کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) r ۲) $p \vee q$

۳) $p \wedge q$ ۴) $\sim r$

۴۵- کدام گزینه در مورد گزارهٔ $\sim (p \Rightarrow \sim p)$ درست است؟

۱) این گزاره همیشه درست است. ۲) این گزاره همیشه نادرست است.

۳) با گزارهٔ $\sim p$ هم‌ارز منطقی است. ۴) با گزارهٔ p هم‌ارز منطقی است.

۴۶- گزارهٔ $p \Rightarrow (q \vee \sim r)$ در چه صورتی قطعاً درست است؟

۱) p درست باشد. ۲) r نادرست باشد.

۳) r درست باشد. ۴) q نادرست باشد.

۴۷- عکس نقیض ترکیب شرطی $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$، معادل کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) $p \wedge q$ ۲) $\sim (p \wedge q)$

۳) $p \vee q$ ۴) $\sim (p \vee q)$

۴۸- گزارهٔ $q \Rightarrow \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim p]$، هم‌ارز منطقی با کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) p ۲) $p \Rightarrow q$

۳) $\sim p \Rightarrow \sim q$ ۴) $\sim p \Rightarrow q$

۴۹- گزارهٔ $[p \Rightarrow (q \wedge r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ چگونه است؟

۱) فقط هنگامی درست است که p درست باشد.

۲) فقط هنگامی درست است که p و q درست باشند.

۳) فقط هنگامی درست است که $p \Rightarrow r$ درست باشد.

۴) همواره درست است.

۵۰- کدام‌یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱) $2 > 3 \Leftrightarrow -2 < -3$

۲) ۲ عدد اول نیست اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل باشد.

۳) $(3 \times 3 = 9) \Leftrightarrow (2 \times 5 = 10)$

۴) فرد بودن عدد یک، شرط لازم و کافی برای اول بودن آن است.

فیزیک ۲

۳۰ دقیقه

فیزیک (۲)
الکتریسیتهٔ ساکن
(بار الکتریکی، پایستگی و کوانتیده بودن بار الکتریکی، قانون کولن و برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی)
صفحه‌های ۱ تا ۱۰

هدف‌گذاری قبل از شروع هر درس در دفترچهٔ سؤال

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤال‌های درس **فیزیک (۲)**، هدف‌گذاری چند از ۱۰ خود را بنویسید:
از هر ۱۰ سؤال به چند سؤال می‌توانید پاسخ صحیح بدهید؟
هدف‌گذاری شما برای آزمون امروز چیست؟

هدف‌گذاری چند از ۱۰ برای آزمون امروز

۵۱- کدام گزینه در مورد بار الکتریکی نادرست است؟

۱) یکای بار الکتریکی در دستگاه اندازه‌گیری SI کولن (C) است.

۲) در یک آذرخش باری از مرتبهٔ $۱۰C$ به زمین منتقل می‌شود.

۳) در مالش شانهٔ پلاستیکی با موهای سر، بارهای منتقل شده از مرتبهٔ نانوکولن (nC) است.

۴) بار الکتریکی کمیتی پیوسته است.

۵۲- میله‌ای نارسانا و خنثی را با پارچه‌ای از جنس کتان مالش می‌دهیم. از بین جنس‌های شیشه، چوب و لاستیک، چند مورد را می‌توانیم به میلهٔ نارسانا نسبت دهیم تا پس از مالش میله با پارچهٔ کتان، بار میلهٔ نارسانا برابر با $+۴\times۱۰^{-۱۰}\,nC$ شود؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

انتهای مثبت سری
شیشه
چوب
پارچه کتان
لاستیک
انتهای منفی سری

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۵۳- الکتروسکوپی با بار منفی مفروض است. اگر میله‌ای رسانا که دارای بار مثبت است را به کلاهک آن تماس دهیم (میلهٔ رسانا دارای دستهٔ عایق است.)، زاویهٔ بین ورقه‌های الکتروسکوپ بعد از تعادل نسبت به حالت اولیه چگونه تغییر می‌کند؟

۱) افزایش می‌یابد. ۲) کاهش می‌یابد. ۳) بدون تغییر می‌ماند. ۴) تمام موارد ممکن است.

۵۴- اگر به جسمی با بار اولیهٔ q تعداد ۶×۱۰^{۱۳} الکترون دهیم، اندازهٔ بار جسم دو برابر بار اولیه می‌شود بار اولیهٔ جسم (q) چند میکروکولن می‌تواند باشد؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $+۳/۲$ ۲) $-۴/۸$

۳) $+۹/۶$ ۴) $-۱/۶$

۵۵- چرا وقتی روکش پلاستیکی را روی یک ظرف غذا می‌کشید و آن‌را در لبه‌ها فشار می‌دهید، روکش در جای خود ثابت می‌ماند؟

۱) به دلیل نیروی کشسانی پلاستیک

۲) نیروی کشش سطحی

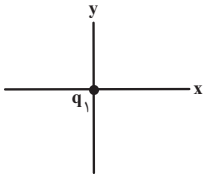
۳) نیروی ربایشی بین بارهای ناهم‌نام ظرف و روکش

۴) نیروی رانشی بین بارهای هم‌نام ظرف و روکش

۵۶- دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r، نیروی الکتریکی F را به‌یکدیگر وارد می‌کنند. اگر ۵۰ درصد از بار $q_۱$ را به $q_۲$ انتقال داده و فاصلهٔ بین دو بار را ۲۵ درصد افزایش دهیم، اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) ۸۰ ۲) ۵۲ ۳) ۸۴ ۴) ۴۰

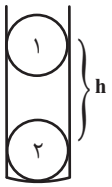
۵۷- مطابق شکل، بار $q_۱=۲\mu C$ روی مبدأ مختصات قرار دارد. بار $q_۲=-۱\mu C$ را در کدام نقطه قرار دهیم تا بردار نیروی وارد بر بار $q_۲$ از طرف بار $q_۱$ در SI برابر، $\vec{F}_{۱۲}=-۲۰\vec{j}$ باشد؟ $(k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $y=۳cm$ ۲) $y=-۳cm$

۳) $x=-۶cm$ ۴) $y=۶cm$

۵۸- مطابق شکل زیر، دو کرهٔ باردار (۱) و (۲) به‌ترتیب با جرم‌های ۱۰۰ گرم و ۲۰۰ گرم در فاصلهٔ h از یکدیگر در حال تعادل قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر کرهٔ (۱) از طرف کرهٔ (۲) چند نیوتون و به کدام سمت است؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ و از هر گونه اصطکاک صرف‌نظر شود.)

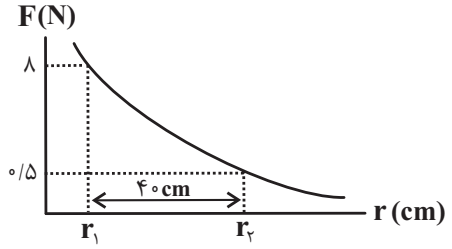


۱) ۱ و پایین
۲) ۱ و بالا
۳) ۲ و پایین
۴) ۲ و بالا

۵۹- دو کرهٔ رسانای مشابه با بارهای q_1 و $q_2=-2q_1$ در فاصلهٔ r نسبت به یکدیگر ثابت شده‌اند و نیرویی که بار q_1 به q_2 وارد می‌کند، در SI به‌صورت $\vec{F}_{12}=-96\vec{i}+160\vec{j}$ است. اگر دو کره را با یکدیگر تماس دهیم و در محل قبلی قرار دهیم، بردار نیرویی که از طرف بار q_1 به q_2 وارد می‌شود، در SI کدام است؟

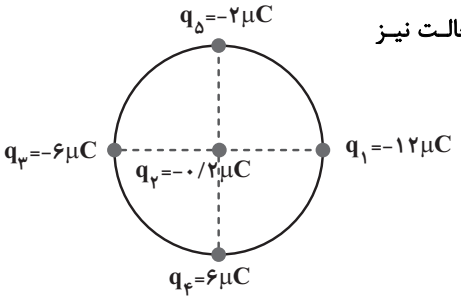
۱) $24\vec{i}-40\vec{j}$ ۲) $12\vec{i}-20\vec{j}$ ۳) $-24\vec{i}+40\vec{j}$ ۴) $-3\vec{i}+5\vec{j}$

۶۰- نمودار نیروی الکتریکی برحسب فاصله برای دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 مطابق شکل زیر است. r_1 چند سانتی‌متر است؟



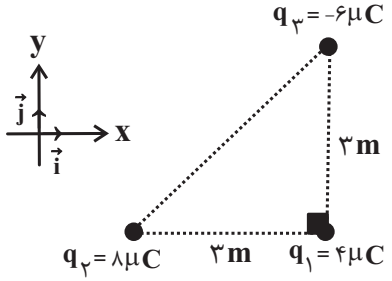
۱) $\frac{40}{3}$
۲) $\frac{8}{3}$
۳) ۱۰
۴) $\frac{1}{10}$

۶۱- در شکل مقابل، قطر دایره برابر با ۴cm و برایند نیروهای وارد بر بار $q_2=-0/2\mu C$ در مرکز دایره برابر با $\vec{F}$ است. اگر بار q_1 را حذف نماییم، اندازهٔ بار q_3 چند میکروکولن شود تا در این حالت نیز برایند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر با $\vec{F}$ گردد؟ ($k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}$)



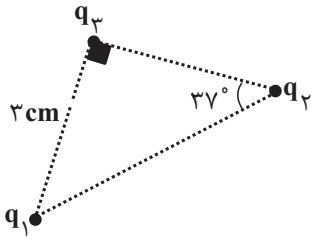
۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۳

۶۲- سه ذرهٔ باردار مطابق شکل زیر در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار واقع در رأس قائمهٔ مثلث (q_1) در SI کدام است؟ ($k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}$)



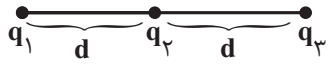
۱) $\vec{F}=3/2\times10^{-2}\vec{i}+2/4\times10^{-2}\vec{j}$
۲) $\vec{F}=3/2\times10^{-2}\vec{i}-2/4\times10^{-2}\vec{j}$
۳) $\vec{F}=2/4\vec{i}+3/2\vec{j}$
۴) $\vec{F}=2/4\vec{i}-3/2\vec{j}$

۶۳- مطابق شکل اندازهٔ برایند نیروهایی که دو بار $q_1=1\mu C$ و q_2 بر بار $q_3=4\mu C$ وارد می‌کنند، ۵۰N می‌باشد. اندازهٔ نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($\sin37^\circ=0/6, k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}$ و مثلث قائم‌الزاویه است.)



۱) ۱۹/۲ ۲) ۴/۸
۳) ۲/۴ ۴) ۹/۶

۶۴- مطابق شکل زیر، سه ذرهٔ باردار q_1، q_2 و q_3 روی یک خط راست قرار دارند. اگر بزرگی نیروی خالص وارد بر بار q_2، $\frac{1}{3}$ برابر بزرگی نیروی وارد بر بار q_3 از طرف q_2 باشد، نسبت $\frac{q_1}{q_3}$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

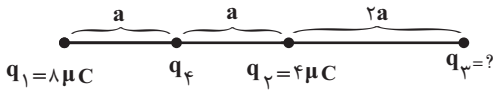


۱) $-\frac{2}{3}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $-\frac{1}{3}$
۴) $\frac{1}{3}$

۶۵- دو بار q_1 و q_2 در فاصلهٔ $2d$ از یکدیگر قرار دارند. بار سوم q_3 را در نقطهٔ O وسط بارهای q_1 و q_2 و روی خط واصل آن‌ها قرار می‌دهیم و مشاهده می‌کنیم که برایند نیروهای وارد بر q_3 برابر $\vec{F}$ می‌باشد. اگر بار q_2 را خنثی کنیم و بار q_1 را به اندازهٔ $\frac{d}{2}$ به بار q_3 نزدیک کنیم، برایند نیروهای وارد بر q_3 در این حالت نیز برابر $\vec{F}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟

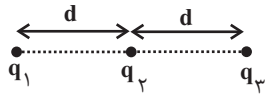
۱) ۳
۲) -۳
۳) ۵
۴) -۵

۶۶- در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 صفر است. بار q_3 چند میکروکولن می‌باشد؟



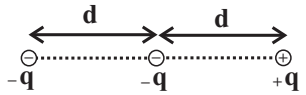
۱) ۱۸
۲) -۱۸
۳) ۳۶
۴) -۳۶

۶۷- سه بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل زیر، در یک راستا قرار دارند و برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از سه بار نقطه‌ای صفر است. حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ برابر کدام گزینه است؟



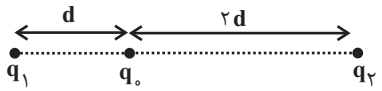
۱) ۲
۲) -۲
۳) ۴
۴) -۴

۶۸- بارهای الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل زیر، روی خط راست قرار دارند و فاصلهٔ بین بارهای مجاور برابر است. اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر یکی از بارها بزرگترین و اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر یکی دیگر از بارها کوچکترین است. نسبت اندازهٔ نیروی بیشینه به اندازهٔ نیروی کمینه کدام است؟



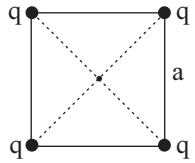
۱) ۲
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{8}{3}$
۴) ۳

۶۹- در شکل زیر، بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_0 برابر $\vec{F}$ است. اگر جای دو بار q_1 و q_2 عوض شود بردار نیروی خالص وارد بر بار q_0 برابر $\frac{\vec{F}}{2}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



۱) $-\frac{3}{2}$
۲) $-\frac{4}{3}$
۳) $\frac{4}{3}$
۴) $\frac{3}{2}$

۷۰- مطابق شکل زیر، چهار بار مشابه در چهار رأس مربعی به ضلع a ثابت شده‌اند. اگر یکی از بارها را به مرکز مربع منتقل کنیم، اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر آن از طرف سه بار دیگر چند برابر خواهد شد؟ $(\sqrt{2} \simeq 1/4)$



۱) $\frac{5}{19}$
۲) $\frac{5}{14}$
۳) $\frac{10}{7}$
۴) $\frac{20}{19}$

شیمی ۲

هدف‌گذاری قبل از شروع هر درس در دفترچهٔ سؤال

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤال‌های درس **شیمی (۲)**، هدف‌گذاری چند از ۱۰ خود را بنویسید:
از هر ۱۰ سؤال به چند سؤال می‌توانید پاسخ صحیح بدهید؟
هدف‌گذاری شما برای آزمون امروز چیست؟

هدف‌گذاری چند از ۱۰ برای آزمون امروز

۲۰ دقیقه

شیمی (۲)
قدر هدایای زمینی را بدانیم (از ابتدای فصل تا ابتدای دنیایی رنگی با عنصرهای دستهٔ d)
صفحه‌های ۱ تا ۱۴

۷۱- کدام گزینه نادرست است؟

۱) گسترش صنعت خودرو مدیون شناخت و دسترسی به فولاد است.
۲) امروزه ترتیب میزان تولید یا مصرف نسبی برخی مواد به‌صورت «مواد معدنی > فلزها > سوخت‌های فسیلی» است.
۳) با گسترش دانش تجربی، شیمی‌دان‌ها به رابطه میان خواص مواد با عنصرهای سازندهٔ آن‌ها پی بردند.
۴) گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است.

۷۲- کدام گزینه درست است؟

۱) پیشرفت صنایع الکترونیک مبتنی بر اجزایی است که از مواد رسانا ساخته می‌شوند.
۲) به دلیل وجود چرخهٔ مواد، جرم کل مواد در کرهٔ زمین ثابت است.
۳) مهم‌ترین گام در پیشرفت علم شیمی مطالعه خواص و رفتار فیزیکی و شیمیایی عناصر می‌باشد.
۴) مطابق قانون دوره‌ای عنصرها، تنها خواص شیمیایی عناصر به‌صورت دوره‌ای تکرار می‌شود.

۷۳- در بین ویژگی‌های زیر، چند ویژگی مشترک برای عناصر گروه ۱۴ وجود دارد؟

آ) رسانایی الکتریکی **ب) نحوهٔ واکنش با سایر عناصر** **پ) شکنندگی** **ت) داشتن سطح کدر**

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۷۴- با توجه به شکل زیر که مربوط به برخی عناصر دورهٔ سوم جدول تناوبی است، کدام ویژگی در مورد آن‌ها نادرست است؟

A B C

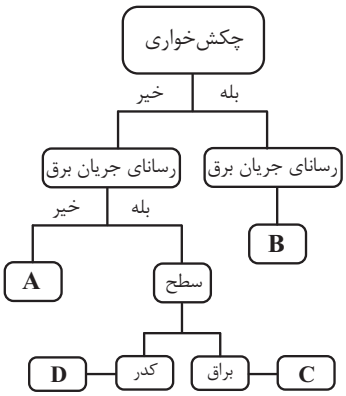
۱) هر سه رسانای جریان برق نیستند.
۲) C دومین عنصر گروه ۱۷ است.
۳) واکنش‌پذیری عنصر B از دو عنصر دیگر، بیشتر است.
۴) A در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی خود ۳ الکترون دارد.

۷۵- از بین عناصر زیر، به‌ترتیب از راست به چپ چند عنصر رسانای جریان برق هستند، چند عنصر برای تشکیل پیوند فقط پیوند کووالانسی و چند عنصر می‌توانند یون تولید نمایند؟

– سومین عنصر دوره سوم **– چهاردهمین عنصر دوره چهارم**
– ششمین عنصر دوره دوم **– پنجمین عنصر گروه ۱۴**

۱) ۳-۳-۴ ۲) ۲-۱-۳ ۳) ۳-۱-۳ ۴) ۲-۲-۲

۷۶- با توجه به نمودار داده شده، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟



آ) سه عنصر D، C و B می‌توانند آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت مشابهی داشته باشند.
ب) عنصر A، برای تشکیل پیوند می‌تواند هم الکترون بگیرد و هم به اشتراک بگذارد.
پ) در دما و فشار اتاق، عنصر A می‌تواند یک مولکول دو اتمی گازی باشد که هفتمین خانه دوره سوم را اشغال کرده است.
ت) عنصر C می‌تواند در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی خود ۲ الکترون داشته باشد.

۱) (آ)، (ب) و (پ) ۲) (پ) و (ت)
۳) (آ) و (ت) ۴) همهٔ موارد

۷۷- چند مورد از عبارت‌های زیر جملهٔ داده شده را به درستی کامل می‌کنند؟

«در دورهٔ سوم جدول تناوبی . . . گروه چهاردهم جدول دوره‌ای، . . . .»

آ) برخلاف - عنصری را می‌توان یافت که در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دو اتمی یافت می‌شود.

ب) همانند - همهٔ عناصر به دستهٔ p جدول تعلق دارند.

پ) همانند - عنصری را می‌توان یافت که فقط الکترون به اشتراک می‌گذارد.

ت) برخلاف - با افزایش عدد اتمی عنصرها، شعاع اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۸- با توجه به آرایش الکترونی آخرین زیرلایه ذره‌های داده شده، داده‌های کدام‌یک از ردیف‌های جدول همگی درست‌اند؟ (D, C, B, A در دورهٔ چهارم جدول تناوبی قرار دارند و نماد آن‌ها فرضی است.)

ردیف	ویژگی	ذرات			
		$A^{+}: 3p^{6}$	$B: 4p^{2}$	$C^{3+}: 3p^{6}$	$D^{-}: 4p^{6}$
۱	چکش‌خواری	دارد	دارد	دارد	ندارد
۲	تمایل به دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون	دادن	فقط اشتراک	دادن	گرفتن و اشتراک
۳	حالت فیزیکی در دمای اتاق	جامد	گاز	جامد	مایع
۴	رسانایی الکتریکی	دارد	کم	دارد	ندارد

۱) ۲، ۴ ۲) ۱، ۲

۳) ۱، ۲، ۳ ۴) ۲، ۳، ۴

۷۹- عنصر X در دورهٔ چهار و گروه پانزدهم جدول تناوبی قرار دارد. کدام گزینه دربارهٔ آن درست است؟

۱) آنیون X^{3-} را تشکیل می‌دهد.

۲) عدد اتمی آن با عدد اتمی تنها عنصر مایع دورهٔ چهارم جدول تناوبی، ۲۰ واحد اختلاف دارد.

۳) مجموع اعداد کوانتومی l و n تمامی الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه آن ۵ است.

۴) نسبت به عنصر شمارهٔ ۳۲ جدول، خصلت نافلزی کمتری دارد.

۸۰- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- در هر دوره از جدول تناوبی با افزایش شعاع اتمی، به‌طور کلی ابتدا واکنش‌پذیری کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

- در واکنش فلزهای قلیایی با گاز کلر، با کوتاه‌تر شدن طول موج پرتوهای تولیدی در واکنش، شعاع اتمی عنصر فلزی افزایش می‌یابد.

- خواص شیمیایی $_{14}X$ با $_{24}M$ مشابه است.

- ژرمانیم برخلاف سیلیسیم، در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۸۱- چند مورد از ویژگی‌های زیر از دسته رفتارهای فیزیکی عناصر محسوب می‌شوند؟

- رسانایی الکتریکی **- شمار پیوندهایی که هر عنصر در مولکول می‌تواند تشکیل دهد.**

- شکل‌پذیری **- رسانایی گرمایی** **- واکنش‌پذیری**

۱) ۳ ۲) ۴

۳) ۲ ۴) ۵

۸۲- کدام گزینه پاسخ سؤالات زیر را به‌درستی نشان می‌دهد؟

- دو عنصر B و A در واکنش با گاز کلر به‌ترتیب از راست به چپ یکی با تولید نور قرمز و دیگری با تولید نور زرد به شدت واکنش می‌دهند؛ کدام عنصر شعاع بزرگ‌تری دارد؟

- در دورهٔ دوم جدول تناوبی، کدام عنصر در تشکیل پیوند اشتراکی کوچک‌ترین شعاع اتمی را دارد؟

- عدد اتمی عنصری با کمترین عدد اتمی که شعاع اتمی عنصر بعدی آن به شدت افزایش می‌یابد، چند است؟

۱) A - فلوئور - ۲ ۲) B - بور - ۳

۳) A - بور - ۳ ۴) B - فلوئور - ۲

۸۳- عنصر A رسانایی الکتریکی کمی دارد. این عنصر در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ الکترونی خود دو الکترون دارد و هم دوره با یازدهمین عنصر دستهٔ p است. عنصر B شکننده است و با تشکیل ۲ پیوند اشتراکی به آرایش الکترونی چهارمین گاز بی‌اثر می‌رسد. کدام گزینه در مورد این دو عنصر درست است؟

۱) اختلاف عدد اتمی عنصر B با فلز قلیایی خاکی دورهٔ بعد، ۳ می‌باشد.

۲) عنصر هم گروه A که در دورهٔ بعد قرار دارد برای تشکیل پیوند الکترون می‌گیرد.

۳) عناصر هم‌دوره عنصر A که عدد اتمی بزرگ‌تری دارند، به جز گاز بی‌اثر، همگی در دما و فشار اتاق جامد هستند.

۴) اختلاف عدد اتمی دو عنصر B و A، ۲۰ می‌باشد.

۸۴- چند مورد از مقایسه‌های زیر، با توجه به آرایش الکترونی آخرین زیرلایهٔ اتم داده شده نادرست است؟

آ) شعاع اتمی: $۳s^۱ > ۳p^۴ > ۳p^۵$ **ب) رسانایی الکتریکی:** $۳p^۱ > ۳p^۲ > ۳s^۲$

پ) واکنش‌پذیری: $۲s^۱ > ۳s^۱ > ۳s^۲$ **ت) خصلت نافلزی:** $۲p^۵ > ۲p^۴ > ۲p^۳$

۱) ۳ ۲) ۲

۳) ۴ ۴) ۱

۸۵- با توجه به جدول زیر که بخشی از جدول تناوبی را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟ (نمادهای داده شده فرضی هستند.)

دوره \ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵
۳		D		Z	X
۴	A		E	B	

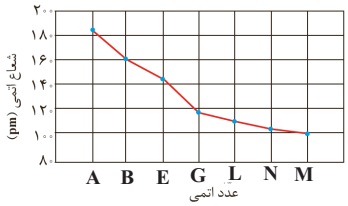
۱) عنصر A همانند دیگر عناصر هم‌گروه خود، با از دست دادن یک الکترون به آرایش الکترونی هشت‌تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.

۲) عناصر Z و X بیشترین اختلاف شعاع اتمی را در بین عناصر دورهٔ سوم جدول دوره‌ای دارند.

۳) در بین عناصر مشخص‌شده، A بزرگ‌ترین شعاع اتمی و X کمترین خصلت نافلزی را دارد.

۴) سه عنصر در بین عناصر جدول بالا وجود دارد که هم رسانای خوب گرما هستند و هم قابلیت مفتول شدن دارند.

۸۶- با توجه به شکل زیر، که تغییر شعاع اتمی عناصر دورهٔ سوم را با نمادهای فرضی نشان می‌دهد، کدام گزینه همواره درست است؟



۱) عنصری که در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم خود یک الکترون دارد، خواص فلزی بیشتری از سایر این عناصر دارد.

۲) تفاوت شعاع اتمی $_{۱۴}G$ و $_{۱۳}E$ از تفاوت شعاع اتمی سایر این عناصر بیشتر است.

۳) عنصری که در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم خود ۲ الکترون دارد با عنصر کربن هم‌گروه است.

۴) با افزایش نسبت شمار الکترون‌های با $l=۱$ به $l=۰$ شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

۸۷- چند مورد از موارد پیشنهاد شده، عبارت زیر را به درستی پر می‌کند؟

«در عنصرهای . . . جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی به‌طور کلی . . . افزایش و . . . کاهش می‌یابد.»

آ) دورهٔ دوم، خاصیت نافلزی، واکنش‌پذیری

ب) گروه هفدهم، شعاع اتمی، واکنش‌پذیری

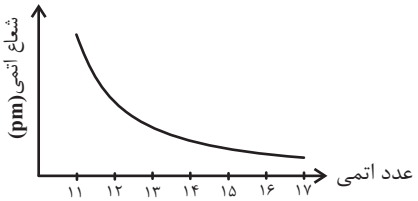
پ) گروه اول، شعاع اتمی، انرژی لازم برای جدا کردن الکترون

ت) دورهٔ سوم، شعاع اتمی، بار یون پایدار آن‌ها

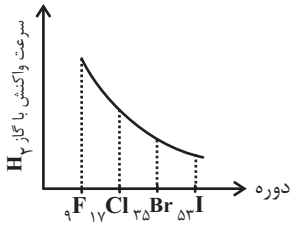
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۸- در رابطه با الگوها و روندهای تناوبی عناصر جدول دوره‌ای، چه تعداد از نمودارهای داده شده درست است؟ (نمودارهای رسم شده کیفی هستند.)

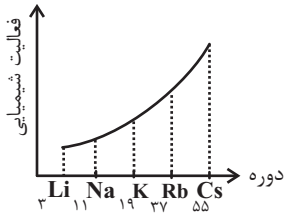
آ)



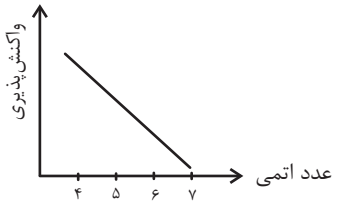
ب)



پ)



ت)



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۹- همهٔ عبارت‌های زیر درست‌اند، به‌جز . . .

۱) میزان تولید یا مصرف نسبی مواد معدنی از میزان تولید یا مصرف نسبی زغال‌سنگ بیشتر است.

۲) عناصر دسته‌های s، d و f را می‌توان بر اساس رفتار آن‌ها در سه دسته شامل فلز، نافلز و شبه‌فلز جای داد.

۳) تولید نور، آزادسازی گرما، تشکیل رسوب و خروج گاز نشانه‌هایی از تغییر شیمیایی هستند.

۴) در گروه هالوژن‌ها با افزایش شعاع اتمی، خواص نافلزی و واکنش‌پذیری عناصر کاهش می‌یابد.

۹۰- عنصر X یکی از ۳۶ عنصر اول جدول تناوبی است که در آخرین زیرلایه اشغال شده خود، دارای یک الکترون با $n+l=۴$ است. در صورتی که این عنصر بتواند تنها کاتیون یکبار مثبت تشکیل دهد؛ کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ عنصر X درست است؟

آ) این عنصر در واکنش با گاز کلر، نسبت به دیگر عناصر هم‌گروه خود، راحت‌تر الکترون از دست می‌دهد.

ب) $n+l$ بیرونی‌ترین الکترون X با تعداد زیرلایه‌های پر شده در $_{۱۴}Si$ برابر است.

پ) عنصر X نسبت به عنصرهای هم‌دوره، شعاع اتمی و خصلت فلزی بیشتری دارد.

ت) شمار الکترون‌های با $l=۰$ در اتم این عنصر، با شمار عناصری از جدول تناوبی که در دما و فشار اتاق به‌صورت مولکول‌های دو اتمی یافت می‌شوند؛ برابر است.

۱) (آ) و (پ) ۲) (ب) و (پ) ۳) (ب)، (پ) و (ت) ۴) (آ)، (پ) و (ت)

پدید آورندگان آزمون ۲۲ مهر

سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
حسابان (۱)	محمد حمیدی، احسان غنی‌زاده، حمید علیزاده، محمدمصطفی ابراهیمی، جواد زنگنه‌قاسم‌آبادی، محمدابراهیم توزنده‌جانی، مجتبی نادری، علی‌اکبر اسکندری، عادل حسینی، پدرام نیکوکار، اکبر کلاه‌ملکی
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب، محمدابراهیم توزنده‌جانی، فرزانه خاکپاش، محمد خندان
آمار و احتمال	محمد خندان، فرزانه خاکپاش، محمدابراهیم توزنده‌جانی، نیما زارع، امیرحسین ابومحبوب
فیزیک (۲)	فرشید رسولی، سیدمحمدجواد موسوی‌مبارکه، بهنام دیبائی، حسین ناصحی، محمدفاضل میرحاج، سعید منبری، هوشنگ غلام‌عابدی، سعید اردم، علی پیراسته، خسرو ارغوانی‌فرد، علیرضا کرمی، مهرداد مردانی، معصومه افضلی، بیتا خورشید
شیمی (۲)	عباس هنرجو، منصور سلیمانی‌ملکان، یاسر علیشائی، سیدرحیم هاشمی‌دهکردی، مرتضی حسن‌زاده، محمد عظیمیان‌زواره

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
حسابان (۱)	ایمان چینی‌فروشان	ایمان چینی‌فروشان	حمیدرضا رحیم‌خانلو، مهرداد ملوندی، عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیقیازاریان تبریزی
آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیقیازاریان تبریزی
فیزیک (۲)	معصومه افضلی	معصومه افضلی	حمید زرین‌کفش، زهره آقامحمدی، بابک اسلامی	محمدرضا اصفهانی
شیمی (۲)	ایمان حسین‌نژاد	ایمان حسین‌نژاد	سینا رحمانی‌تبار، یاسر راش، مسعود خانی	الهه شهبازی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: مازیار شیروانی‌مقدم
	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	زیبنده فرهادزاده
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

حسابان (۱)

۱- گزینهٔ «۱» *(محمد حمیدی)*

جملات دنبالهٔ هندسی داده شده به‌صورت زیر هستند:

$$\frac{1}{12},\frac{1}{4},\frac{3}{4},\dots$$

$$S_n>15\Rightarrow a_1\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)>15\Rightarrow\frac{1}{12}\times\frac{3^n-1}{3-1}>15$$

$$\Rightarrow 3^n-1>360\Rightarrow 3^n>361\Rightarrow n_{min}=6$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۴ تا ۶)

۲- گزینهٔ «۲» *(احسان غنی‌زاده)*

$$\begin{cases}a_3=a+2\times3=a+6\\a_7=a+2\times7=a+14\\a_{10}=a+2\times10=a+20\end{cases}$$

$$\Rightarrow a+6,a+14,a+20\xrightarrow[\text{دنبالهٔ هندسی}]{\text{جملات متوالی}}$$

$$(a+6)(a+20)=(a+14)^2\Rightarrow a^2+26a+120=a^2+28a+196$$

$$\Rightarrow -2a=76\Rightarrow a=-38\Rightarrow a_n=2n-38$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a_1=2\times1-38=-36\\d=2\end{cases}$$

طبق رابطهٔ $S_n=\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$ داریم:

$$S_5=\frac{5}{2}[2a_1+4d]=\frac{5}{2}[2\times(-36)+4\times2]=\frac{5}{2}[-72+8]=-160$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲ تا ۴)

۳- گزینهٔ «۴» *(احسان غنی‌زاده)*

طبق رابطهٔ $S_n=\frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$ داریم:

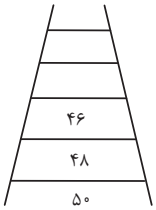
$$\begin{cases}S_6=a_1\times\frac{q^6-1}{q-1}=20\\a_7=a_1+10\Rightarrow a_1q^6=a_1+10\Rightarrow a_1q^6-a_1=10\\\Rightarrow a_1(q^6-1)=10\end{cases}$$

$$\xrightarrow{a_1(q^6-1)=10}\frac{10}{q-1}=20\Rightarrow q-1=\frac{1}{2}\Rightarrow q=\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases}a_6=a_1q^5\\a_2=a_1q\end{cases}\Rightarrow\frac{a_6}{a_2}=\frac{a_1q^5}{a_1q}=q^4=\left(\frac{3}{2}\right)^4=\frac{81}{16}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴- گزینهٔ «۲» *(حمید علیزاده)*



$$50,48,46,\dots\Rightarrow d=-2$$

$$S_n=410$$

$$n=?$$

$$S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$$

$$410=\frac{n}{2}(100-2(n-1))\Rightarrow 410=\frac{n}{2}(2(50-n+1))$$

$$410=51n-n^2\Rightarrow n^2-51n+410=0$$

$$\Rightarrow(n-10)(n-41)=0\Rightarrow\begin{cases}n=10\\n=41\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

به ازای $n=41$ طول پله‌ها منفی می‌شود که قابل قبول نیست.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲ تا ۴)

۵- گزینهٔ «۴» *(حمید علیزاده)*

$$64+2\left(\frac{64}{2}\right)+2\left(\frac{64}{4}\right)+\dots+2\left(\frac{64}{2^{n-1}}\right)=190$$

$$\xrightarrow{+64}2(64)+2\left(\frac{64}{2}\right)+2\left(\frac{64}{4}\right)+\dots+2\left(\frac{64}{2^{n-1}}\right)=190+64$$

$$\longrightarrow 2(64)\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\dots+\frac{1}{2^{n-1}}\right)=254$$

$$\Rightarrow(64)\left(\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}\right)=127\Rightarrow 128\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)=127$$

$$\Rightarrow 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{127}{128}\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{128}\Rightarrow n=7$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۴ تا ۶)

۶- گزینهٔ «۴» *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول x و قدرنسبت x^2 داریم. تعداد جملات این دنباله برابر $\frac{15-1}{2}+1=8$ است. حالا مجموع این ۸ جمله را به دست می‌آوریم:

$$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}\Rightarrow S_8=\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}$$

$$=\frac{x(1-(x^2)^8)}{1-x^2}=\frac{x(1-x^{16})}{1-x^2}\xrightarrow{x=\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}(1-(\sqrt{2})^{16})}{1-2}$$

$$=\frac{\sqrt{۲}(۱-۲^{۸})}{-۱}=\frac{\sqrt{۲}(۱-۲۵۶)}{-۱}=۲۵۵\sqrt{۲}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۷- گزینهٔ «۱» *(حمید علیزاده)*

$$t=\frac{x}{۲}\Rightarrow x=۲t\xrightarrow{x^{۲}+۴x-۱=۰}(۲t)^{۲}+۴(۲t)-۱=۰$$

$$\Rightarrow ۴t^{۲}+۸t-۱=۰$$

$$\left.\begin{array}{l}۴x^{۲}+۸x-۱=۰\\ ۴x^{۲}+۸x+m-۱=۰\end{array}\right\}\Rightarrow m-۱=-۱\Rightarrow m=۰$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۳)

۸- گزینهٔ «۴» *(احسان غنی‌زاده)*

$$x(x+m)=m^{۲}+۴$$

$$\Rightarrow x^{۲}+mx-m^{۲}-۴=۰$$

فرض می‌کنیم α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ ۲ هستند: ($\alpha>\beta$)

$$\alpha=\beta+۶$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=-m\Rightarrow\beta+۶+\beta=-m\Rightarrow-۲\beta-۶=m\\ \alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{-m^{۲}-۴}{۱}=-m^{۲}-۴\\ \Rightarrow(\beta+۶)\beta=-(-۲\beta-۶)^{۲}-۴\end{cases}$$

$$\Rightarrow\beta^{۲}+۶\beta=-(۴\beta^{۲}+۲۴\beta+۳۶)-۴$$

$$\Rightarrow\beta^{۲}+۶\beta=-۴\beta^{۲}-۲۴\beta-۴۰\Rightarrow۵\beta^{۲}+۳۰\beta+۴۰=۰$$

$$\xrightarrow{\div۵}\beta^{۲}+۶\beta+۸=۰\Rightarrow(\beta+۲)(\beta+۴)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\beta+۲=۰\Rightarrow\beta=-۲\Rightarrow m=-۲(-۲)-۶=۴-۶=-۲\\ \beta+۴=۰\Rightarrow\beta=-۴\Rightarrow m=-۲(-۴)-۶=۸-۶=۲\end{cases}$$

بنابراین مقدار مثبت m، ۲ است.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۹- گزینهٔ «۲» *(احسان غنی‌زاده)*

ابتدا معادلهٔ فرض را تجزیه می‌کنیم و ریشه‌های آن را به‌دست می‌آوریم:

$$۵x^{۴}-۴۲x^{۲}-۲۷=۰\Rightarrow(۵x^{۲}+۳)(x^{۲}-۹)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x^{۲}-۹=۰\Rightarrow x^{۲}=۹\Rightarrow x=\pm۳\\ ۵x^{۲}+۳=۰\Rightarrow x^{۲}=-\frac{۳}{۵}.\text{ریشهٔ حقیقی ندارد}\end{cases}$$

بنابراین معادلهٔ جدید باید ریشه‌هایی با مقدارهای $\frac{۱}{۲}(-۳)+۱=-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲}(۳)+۱=\frac{۵}{۲}$ داشته باشد، پس داریم:

$$S=\frac{۵}{۲}-\frac{۱}{۲}=\frac{۴}{۲}=۲,P=(\frac{۵}{۲})(-\frac{۱}{۲})=\frac{-۵}{۴}\Rightarrow x^{۲}-Sx+P=۰$$

$$\Rightarrow x^{۲}-۲x-\frac{۵}{۴}=۰\xrightarrow{\times۴}۴x^{۲}-۸x-۵=۰\text{ یا }۴x^{۲}-۸x=۵$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۳)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(جواد زنگنه‌قاسم‌آبادی)*

حاصلضرب جواب‌ها برابر است با: $P=\frac{۱۱۷}{۳}=۳۹$

از طرفی چون جواب‌ها صحیح‌اند، باید ۳۹ را به‌صورت ضرب دو عدد صحیح بنویسیم:

$$۳۹=\begin{cases}۳\times۱۳\\ -۳\times(-۱۳)\\ ۱\times۳۹\\ -۱\times(-۳۹)\end{cases}$$

$$\begin{cases}۳,۱۳\Rightarrow\text{جمع جواب‌ها}=۱۶=\frac{m-۳}{۳}\Rightarrow m=۵۱\\ -۳,(-۱۳)\Rightarrow\text{جمع جواب‌ها}=-۱۶=\frac{m-۳}{۳}\Rightarrow m=-۴۵\\ ۱,۳۹\Rightarrow\text{جمع جواب‌ها}=۴۰=\frac{m-۳}{۳}\Rightarrow m=۱۲۳\\ -۱,(-۳۹)\Rightarrow\text{جمع جواب‌ها}=-۴۰=\frac{m-۳}{۳}\Rightarrow m=-۱۱۷\end{cases}$$

پس m چهار مقدار ۵۱، ۴۵-، ۱۲۳ و ۱۱۷- دارد که دو تای آن‌ها منفی است. $\{-۱۱۷,-۴۵\}$

توجه کنید به‌ازای m های به‌دست آمده باید دلتای معادله نامنفی باشد که این شرط برقرار است.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

اگر فرض کنیم $x^{۲}=t$، آن‌گاه $x=\pm\sqrt{t}$، $t\geq۰$ و هم‌چنین معادله به شکل $t^{۲}-۲t+m^{۲}-۴=۰$ در می‌آید. اگر این معادله دو جواب مثبت داشته باشد، معادلهٔ اصلی ۴ جواب متمایز خواهد داشت. بنابراین در معادلهٔ $t^{۲}-۲t+m^{۲}-۴=۰$ باید شرط‌های زیر برقرار باشد:

$$\Delta > ۰ \Rightarrow ۴ - ۴(m^۲ - ۴) > ۰ \Rightarrow m^۲ < ۵ \Rightarrow -\sqrt{۵} < m < \sqrt{۵} \quad (I)$$

$$\underbrace{\frac{-b}{a} > ۰}_{\text{حاصل‌جمع ریشه‌ها}} \Rightarrow ۲ > ۰, \underbrace{\frac{c}{a} > ۰}_{\text{حاصل‌ضرب ریشه‌ها}} \Rightarrow m^۲ - ۴ > ۰ \Rightarrow m < -۲ \text{ یا } m > ۲ \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(II)\cap(I)} m \in (-\sqrt{۵}, \sqrt{۵}) - [-۲, ۲]$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۳)

۱۲- گزینهٔ «۱» *(حمید علیزاده)*

$$۲x^۲ + (c+۲)x + ۸ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b'}{a'} = \frac{-(c+۲)}{۲} \\ P = \alpha\beta = \frac{c'}{a'} = \frac{۸}{۲} = ۴ \end{cases}$$

$$\text{ریشه‌های معادله جدید} \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = \sqrt{\alpha\beta} \\ t_۲ = ۲\sqrt{\alpha\beta} \end{cases}$$

معادلهٔ جدید

$$S' = S_{\text{جدید}} = t_۱ + t_۲ = \sqrt{\alpha\beta} + ۲\sqrt{\alpha\beta} = ۳\sqrt{\alpha\beta} = ۳\sqrt{P} = ۳\sqrt{۴} = ۶$$

$$P' = P_{\text{جدید}} = t_۱ t_۲ = \sqrt{\alpha\beta}\, ۲\sqrt{\alpha\beta} = ۲\alpha\beta = ۲P = ۲(۴) = ۸$$

$$\Rightarrow x^۲ - S'x + P' = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x^۲ - ۶x + ۸ = ۰ \\ x^۲ + bx + c = ۰ \end{cases} \Rightarrow c = ۸$$

$$۲x^۲ + (c+۲)x + ۸ = ۰ \xrightarrow{c=۸} ۲x^۲ + ۱۰x + ۸ = ۰$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b'}{a'} = \frac{-۱۰}{۲} = -۵$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۳- گزینهٔ «۱» *(محمد حمیدی)*

برای آن‌که معادلهٔ دو ریشهٔ حقیقی منفی داشته باشد:

اولاً باید Δی مثبت داشته باشیم: $(\Delta > ۰)$ $\quad \Delta = ۱ - ۴(\frac{۱}{m^۲}) > ۰$

ثانیاً جمع ریشه‌ها منفی باشد: $S = -\frac{b}{a} = -۱ < ۰$

ثالثاً ضرب ریشه‌ها مثبت باشد: $P = \frac{c}{a} = \frac{۱}{m^۲} > ۰ \Rightarrow m \in \mathbb{R} - \{۰\}$

بنابراین: $۱ > \frac{۴}{m^۲} \Rightarrow m^۲ > ۴ \Rightarrow |m| > ۲$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۴- گزینهٔ «۲» *(مجتبی نادری)*

ابتدا با توجه به نمودار تابع f، علامت ضرایب a، b و c را تعیین می‌کنیم.

چون تابع f، $\max$ دارد، لذا $c < ۰$ است و چون نمودار f محور yها را در قسمت منفی قطع کرده است، بنابراین عرض از مبدأ آن منفی است و لذا $b < ۰$ است.

همچنین با توجه به نمودار تابع f، طول رأس سهمی (x_S)، مثبت است، پس داریم:

$$x_S > ۰ \Rightarrow x_S = \frac{-a}{۲c} > ۰ \xrightarrow{c<۰} -a < ۰ \Rightarrow a > ۰$$

پس علامت a، b و c عبارتند از: $\begin{cases} a > ۰ \\ b < ۰ \\ c < ۰ \end{cases}$

حال در تابع درجه دوم $g(x) = ax^۲ + bx + c$ چون $a > ۰$ است لذا سهمی $\min$ دارد. (رد گزینهٔ «۱»)

از طرفی داریم: $\Delta = b^۲ - ۴ac \xrightarrow[ac<۰]{b^۲>۰} \Delta > ۰$

بنابراین تابع g دو ریشهٔ حقیقی متمایز دارد. (رد گزینه «۳»)

هم‌چنین داریم: $x'_S = \frac{-b}{۲a} \xrightarrow[a>۰]{-b>۰} x'_S > ۰$ (طول رأس سهمی تابع g)

و لذا طول رأس سهمی تابع g مثبت است. (رد گزینهٔ «۴»)

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۱۲)

۱۵- گزینهٔ «۲» *(حمید علیزاده)*

ضابطهٔ تابع درجهٔ دوم f را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$f(x) = ax^۲ + bx + c \xrightarrow{f(۰)=-۲} c = -۲$$

با توجه به شکل $f(x)$، رأس سهمی وسط $x = -۲$ و $x = ۰$ است. پس:

$$\left.\begin{array}{l} x_S = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۲+۰}{۲} \Rightarrow \frac{-b}{۲a} = -۱ \Rightarrow b = ۲a \\ f(x) = ax^۲ + bx - ۲ \xrightarrow{V(-۱,-۴)} -۴ = a - b - ۲ \Rightarrow a - b = -۲ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ b = ۴ \end{cases}$$

$$f(x) = ۲x^۲ + ۴x - ۲ \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = -۲ \\ P = \frac{c}{a} = -۱ \end{cases}$$

$$x_۱^۲ + x_۲^۲ = S^۲ - ۲P = (-۲)^۲ - ۲(-۱) = ۶$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۱۲)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(احسان غنی‌زاده)*

در توابع درجهٔ دوم می‌دانیم اگر جهت تقعر رو به بالا باشد آن‌گاه $(a>0)$ و اگر پایین باشد $(a<0)$. در رابطه با عرض از مبدأ تابع درجهٔ دوم (c)، اگر محل برخورد سهمی با محور y ها بالای مبدأ باشد $(c>0)$ و اگر بر روی مبدأ باشد $(c=0)$ و اگر زیر مبدأ باشد $(c<0)$ است. در رابطه با (b) به نکتهٔ زیر توجه کنید:

برای تعیین علامت (b) کافی است در محل برخورد تابع درجهٔ دوم با محور y، خط مماس رسم کنیم اگر شیب خط مماس مثبت بود $(b>0)$، اگر شیب خط مماس منفی بود $(b<0)$ و اگر شیب خط مماس صفر بود، آنگاه $(b=0)$ است.

با توجه به توضیحات بالا در دو نمودار (الف) و (ب) حاصل abc مثبت است.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۱۲)

۱۷- گزینهٔ «۲» *(علی‌اکبر اسکندری)*

با تغییر متغیر $x^3+\frac{3}{8}=t$ ضابطهٔ تابع به صورت $f(t)=2t^2-3t+1$ درمی‌آید. داریم:

$$2t^2-3t+1=0\Rightarrow(2t-1)(t-1)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}t=\frac{1}{2}\Rightarrow x^3+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}\Rightarrow x^3=\frac{1}{8}\Rightarrow x=\frac{1}{2}\\ t=1\Rightarrow x^3+\frac{3}{8}=1\Rightarrow x^3=\frac{5}{8}\Rightarrow x=\frac{\sqrt[3]{5}}{2}\end{cases}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(عادل حسینی)*

اگر $x=-2$ را در معادله قرار دهیم، به رابطهٔ $4a-2b+c=0$ می‌رسیم که همان رابطهٔ صورت سؤال است؛ بنابراین یکی از ریشه‌ها $x_1=-2$ است. ریشهٔ دیگر را x_2 می‌نامیم:

$$\begin{cases}-\frac{b}{a}=x_1+x_2=-2+x_2\Rightarrow x_2=2-\frac{b}{a}\\ \frac{c}{a}=x_1x_2=-2x_2\Rightarrow x_2=-\frac{c}{2a}\end{cases}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۹- گزینهٔ «۱» *(پدرام نیکوکار)*

راه‌حل اول: در معادلهٔ درجهٔ دوم $2x^2-x-4=0$ داریم:

$$S_1=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{1}{2}\quad\text{و}\quad P_1=\alpha\beta=\frac{c}{a}=-2$$

مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ جدید را می‌یابیم:

$$S_2=2\alpha^3+2\beta^3=2(\alpha^3+\beta^3)=2(S_1^3-3S_1P_1)$$

$$=2(\frac{1}{8}+3)=\frac{25}{4}$$

$$P_2=(2\alpha^3)(2\beta^3)=4P_1^3=4(-8)=-32$$

$$\xrightarrow{\text{معادلهٔ موردنظر}}x^2-S_2x+P_2=0\Rightarrow x^2-\frac{25}{4}x-32=0$$

راه‌حل دوم: با جایگذاری ریشه‌های α و β در معادلهٔ $2x^2-x-4=0$ داریم:

$$\begin{cases}2\alpha^2=\alpha+4\xrightarrow{\times\alpha}2\alpha^3=\alpha^2+4\alpha=(\frac{\alpha}{2}+2)+4\alpha=\frac{9}{2}\alpha+2\\ 2\beta^2=\beta+4\xrightarrow{\times\beta}2\beta^3=\beta^2+4\beta=(\frac{\beta}{2}+2)+4\beta=\frac{9}{2}\beta+2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}S'=\frac{9}{2}(\alpha+\beta)+4=\frac{9}{2}\times(\frac{1}{2})+4=\frac{25}{4}\\ P'=\frac{81}{4}(\alpha\beta)+9\times(\alpha+\beta)+4=-\frac{81}{2}+\frac{9}{2}+4=-32\end{cases}$$

معادلهٔ جدید: $x^2-\frac{25}{4}x-32=0$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(اکبر کلاه‌ملکی)*

ابتدا مشخص می‌کنیم که تا جملهٔ آخر دستهٔ چهاردهم چند عدد مضرب ۴ دسته‌بندی شده است:

$$\frac{n(n+1)}{2}\xrightarrow{n=14}\frac{14(15)}{2}=105$$

پس اولین عضو دستهٔ پانزدهم برابر ۱۰۶اُمین عدد مضرب طبیعی ۴ است، یعنی: $106\times4=424$

و دستهٔ پانزدهم دارای پانزده جمله است. پس:

$$S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)\Rightarrow S=\frac{15}{2}(848+(14)(4))$$

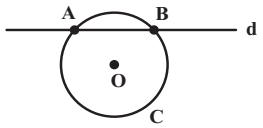
$$=15(424+28)=6780$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲ تا ۶)

هندسه (۲)

۲۱- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

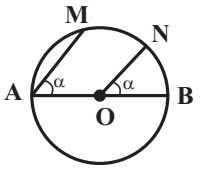
در حالتی که خط و دایره دو نقطهٔ اشتراک داشته باشند، خط و دایره را متقاطع می‌نامند. مطابق شکل فاصلهٔ هر نقطهٔ واقع بین A و B روی خط d از مرکز دایره، کوچکتر از شعاع دایره است، پس بی‌شمار نقطه با این مشخصات وجود دارد.



(هندسه ۲ - صفحهٔ ۱۱)

۲۲- گزینهٔ «۲» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

با فرض $\hat{A}=\alpha$ داریم:



$$AM \parallel ON \text{ و } AB \text{ مورب} \Rightarrow \hat{A}=N\hat{O}B=\alpha \xrightarrow{\hat{O}_1 \text{ مرکزی}} \widehat{NB}=\alpha \quad (1)$$

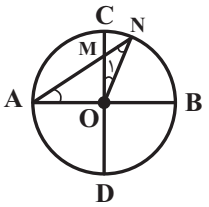
$$\hat{A}=\alpha \xrightarrow{\hat{A} \text{ محاطی}} \widehat{MNB}=2\alpha \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{\widehat{MNB}}{\widehat{NB}}=\frac{2\alpha}{\alpha}=2$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۲۳- گزینهٔ «۱» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

فرض کنیم $\hat{A}=\alpha$ باشد. با رسم شعاع ON داریم:



$$\overset{\Delta}{OAN}: ON=OA \Rightarrow \hat{N}=\hat{A}=\alpha$$

$$\overset{\Delta}{MON}: MO=MN \Rightarrow \hat{O}_1=\hat{N}=\alpha$$

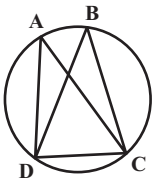
$$\overset{\Delta}{OAN}: A\hat{O}N+\hat{A}+\hat{N}=180^\circ \Rightarrow (90^\circ+\alpha)+\alpha+\alpha=180^\circ$$

$$\Rightarrow 3\alpha=90^\circ \Rightarrow \alpha=30^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۲۴- گزینهٔ «۳» *(فرزانه خاکپاش)*

نقاط C و D را به یکدیگر وصل می‌کنیم. مثلث BCD متساوی‌الساقین است و در نتیجه داریم:



$$BC=BD \Rightarrow B\hat{D}C=B\hat{C}D=\frac{180^\circ-40^\circ}{2}=70^\circ$$

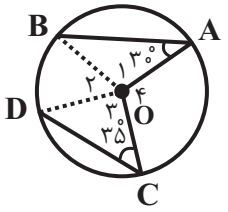
AC قطر دایره و $A\hat{D}C$ زاویهٔ محاطی روبه‌رو قطر است، بنابراین $A\hat{D}C=90^\circ$ و داریم:

$$A\hat{D}B=A\hat{D}C-B\hat{D}C=90^\circ-70^\circ=20^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۲۵- گزینهٔ «۴» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

با رسم شعاع‌های OB و OD داریم:



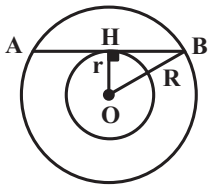
$$\overset{\Delta}{OAB}: OB = OA \Rightarrow \hat{B} = \hat{A} = ۳۰^\circ$$
$$\Rightarrow \hat{O}_۱ = ۱۸۰^\circ - (۳۰^\circ + ۳۰^\circ) = ۱۲۰^\circ$$
$$\overset{\Delta}{OCD}: OD = OC \Rightarrow \hat{D} = \hat{C} = ۳۵^\circ$$
$$\Rightarrow \hat{O}_۳ = ۱۸۰^\circ - (۳۵^\circ + ۳۵^\circ) = ۱۱۰^\circ$$

$$\hat{O}_۱ + \hat{O}_۲ + \hat{O}_۳ + \hat{O}_۴ = ۳۶۰^\circ$$
$$\Rightarrow \hat{O}_۲ + \hat{O}_۴ = ۳۶۰^\circ - (۱۲۰^\circ + ۱۱۰^\circ) = ۱۳۰^\circ$$
$$\Rightarrow \widehat{AC} + \widehat{BD} = ۱۳۰^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۲۶- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر شعاع دایرهٔ بزرگتر را با R و شعاع دایرهٔ کوچکتر را با r نمایش دهیم، آنگاه داریم:



$$\text{مساحت ناحیهٔ محصور} = \pi R^۲ - \pi r^۲ \Rightarrow ۱۶\pi = \pi(R^۲ - r^۲)$$

$$\Rightarrow R^۲ - r^۲ = ۱۶$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OHB داریم:

$$BH^۲ = OB^۲ - OH^۲ = R^۲ - r^۲ = ۱۶ \Rightarrow BH = ۴$$

می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین داریم:

$$AB = ۲BH = ۲ \times ۴ = ۸$$

(هندسه ۲ - صفحهٔ ۱۳)

۲۷- گزینهٔ «۱» *(فرزانه خاکپاش)*

طبق رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث، مساحت مثلثی به اضلاع a و b که زاویهٔ بین این دو ضلع برابر α باشد، از رابطهٔ $S = \frac{۱}{۲}ab\sin\alpha$ محاسبه می‌شود. همچنین مساحت قطاع متناظر با زاویهٔ α در دایره‌ای به شعاع R، از رابطهٔ $S = \frac{\pi R^۲ \alpha}{۳۶۰^\circ}$ به دست می‌آید. اگر مساحت قطاع OAB را با $S_۱$ و مساحت مثلث OAB را با $S_۲$ نمایش دهیم، داریم:

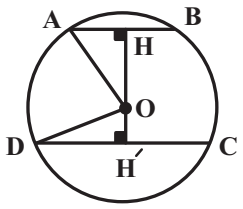
$$S_۱ = \frac{\pi \times ۴^۲ \times ۴۵^\circ}{۳۶۰^\circ} = ۲\pi$$

$$S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۴ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۴\sqrt{۲}$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = ۲(S_۱ - S_۲) = ۲(۲\pi - ۴\sqrt{۲}) = ۴(\pi - ۲\sqrt{۲})$$

(هندسه ۲ - صفحهٔ ۱۲)

۲۸- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*



می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین:

$AH = \frac{AB}{۲} = ۱۵$ و $DH' = \frac{DC}{۲} = ۲۴$ است.

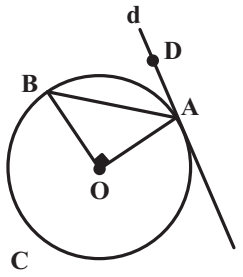
طبق قضیهٔ فیثاغورس در دو مثلث OAH و ODH′ داریم:

$$\overset{\Delta}{OAH}: OH^۲ = OA^۲ - AH^۲ = ۶۲۵ - ۲۲۵ = ۴۰۰ \Rightarrow OH = ۲۰$$
$$\overset{\Delta}{ODH'}: OH'^۲ = OD^۲ - DH'^۲ = ۶۲۵ - ۵۷۶ = ۴۹ \Rightarrow OH' = ۷$$

فاصلهٔ دو وتر $= HH' = OH + OH' = ۲۷$

(هندسه ۲ - صفحهٔ ۱۳)

۲۹- گزینهٔ «۱» *(فرزانه خاکپاش)*



می‌دانیم شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است، بنابراین $O\hat{A}D = ۹۰^\circ$ است و در نتیجه داریم:

$$O\hat{A}B = O\hat{A}D - B\hat{A}D = ۹۰^\circ - ۴۵^\circ = ۴۵^\circ$$
$$\overset{\Delta}{OAB}: OA = OB \Rightarrow O\hat{B}A = O\hat{A}B = ۴۵^\circ \Rightarrow A\hat{O}B = ۹۰^\circ$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AOB داریم:

$$AB^۲ = OA^۲ + OB^۲ = ۹ + ۹ = ۱۸ \Rightarrow AB = ۳\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۳۰- گزینهٔ «۴» *(محمد فندان)*

$$\widehat{CD} + \widehat{EF} = ۸۰^\circ + ۷۰^\circ = ۱۵۰^\circ$$
$$\Rightarrow \widehat{EAC} + \widehat{FBD} = ۳۶۰^\circ - ۱۵۰^\circ = ۲۱۰^\circ$$
$$\left.\begin{array}{l} \hat{A} = \frac{\widehat{FBD}}{۲} \ (\text{زاویهٔ محاطی}) \\ \hat{B} = \frac{\widehat{EAC}}{۲} \ (\text{زاویهٔ محاطی}) \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \frac{\widehat{FBD} + \widehat{EAC}}{۲} = \frac{۲۱۰^\circ}{۲} = ۱۰۵^\circ$$

می‌دانیم مجموع زوایای هر چهارضلعی ۳۶۰° است، بنابراین در چهارضلعی AMBN داریم:

$$x + y = ۳۶۰^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = ۳۶۰^\circ - ۱۰۵^\circ = ۲۵۵^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

آمار و احتمال

۳۱- گزینهٔ «۳» *(محمد خندان)*

گزینهٔ «۱»: هر دو گزاره نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آن‌ها نادرست است.

گزینهٔ «۲»: گزارهٔ $(۴\times۳=۱۰)$ نادرست است، پس ترکیب عطفی آن با هر گزارهٔ دیگر نادرست است.

گزینهٔ «۳»: گزارهٔ « ۲ عددی فرد است.» نادرست است، پس ترکیب شرطی به انتفای مقدم درست است.

گزینهٔ «۴»: گزارهٔ $(۲>۳)$ درست و گزارهٔ $(-۲<-۳)$ نادرست است، پس ترکیب دو شرطی آن‌ها نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۳۲- گزینهٔ «۱» *(محمد خندان)*

عکس نقیض ترکیب شرطی $p\Rightarrow q$ به‌صورت $\sim q\Rightarrow\sim p$ است که با خود ترکیب شرطی هم‌ارز منطقی است. عکس نقیض ترکیب شرطی فوق به‌صورت «اگر $x^۲\le ۴$ باشد، آن‌گاه $x\le ۲$ است.» می‌باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۳۳- گزینهٔ «۳» *(فرزانه خاکپاش)*

گزینهٔ «۱»: $۳x^۲-۵x+۲=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\in\mathbb{Z}\\ x=\frac{۲}{۳}\end{cases}$

مجموعهٔ جواب برابر $\{۱\}$ و غیرتهی است.

گزینهٔ «۲»: به ازای $n=۳$، $۲^۳<۳^۲$، پس مجموعهٔ جواب غیرتهی است.

گزینهٔ «۳»: $x^۲-۳x+۳=۰\Rightarrow\Delta=(-۳)^۲-۴\times۳=-۳<۰$

دلتای معادله منفی و ضریب $x^۲$ مثبت است، پس عبارت $x^۲-۳x+۳$ همواره مثبت بوده و مجموعهٔ جواب تهی است.

گزینهٔ «۴»: به‌ازای $n=۲$، $۲^۲>۲!$، پس مجموعهٔ جواب غیر تهی است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ و ۶)

۳۴- گزینهٔ «۲» *(فرزانه خاکپاش)*

جدول ارزش را برای سه گزارهٔ r,q,p رسم می‌کنیم:

p	q	r	$p\vee q$	$(p\vee q)\Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در سه حالت ارزش گزارهٔ $(p\vee q)\Rightarrow r$ نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۳۵- گزینهٔ «۴» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

چون گزارهٔ $p\wedge\sim q$ درست است، پس هر دو گزارهٔ p و $\sim q$ درست هستند و درنتیجه q نادرست است. بنابراین $a+b<۰$ و $ab>۰$ است، یعنی هر دو عدد a و b منفی هستند.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۹)

۳۶- گزینهٔ «۲» *(نیما زارع)*

نقیض گزارهٔ $p \Rightarrow q$ به‌صورت $p \wedge \sim q$ است، بنابراین نقیض گزارهٔ صورت سؤال به‌صورت «عددی که به فرم $۲k+۱$ نوشته می‌شود فرد است و ۶ عددی زوج است.» خواهد بود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۳۷- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(p \vee q) \Rightarrow \sim (p \vee \sim q) \equiv \sim (p \vee q) \vee \sim (p \vee \sim q)$$
$$\equiv \sim [(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)] \equiv \sim [p \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_{F}] \equiv \sim p$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۳۸- گزینهٔ «۳» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

می‌دانیم اگر $p \equiv q \equiv T$ آن‌گاه $p \Leftrightarrow q \equiv T$، اما ارزش گزینهٔ «۴» اگر $p \equiv q \equiv T$ باشد، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \equiv (F \wedge T) \vee (T \wedge F) \equiv F \vee F \equiv F$$

بنابراین گزینهٔ «۴» هم‌ارز با $p \Leftrightarrow q$ نیست.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۳۹- گزینهٔ «۳» *(فرزانه خاکپاش)*

گزارهٔ $p \vee \sim q$ نادرست است، پس p و $\sim q$ نادرست هستند و درنتیجه q درست است.

گزارهٔ $p \vee r$ درست و گزارهٔ p نادرست است، پس گزارهٔ r قطعاً درست است. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: $(\sim p \vee \sim q) \wedge r \equiv (T \vee F) \wedge T \equiv T \wedge T \equiv T$

گزینهٔ «۲»: $(\sim p \wedge \sim r) \vee q \equiv (T \wedge F) \vee T \equiv F \vee T \equiv T$

گزینهٔ «۳»: $(p \wedge q) \vee (\sim r) \equiv (F \wedge T) \vee F \equiv F \vee F \equiv F$

گزینهٔ «۴»: $(\sim q \vee r) \wedge (\sim p) \equiv (F \vee T) \wedge T \equiv T \wedge T \equiv T$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۴۰- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر گزارهٔ $p \Leftrightarrow \sim q$ آن گاه ارزش‌های $\sim q, p$ یکسان است.

بنابراین: p درست و q نادرست و یا p نادرست و q درست است.

گزینهٔ «۱»: اگر p درست و q نادرست باشد، آن‌گاه $p \Rightarrow q$ نادرست است.

گزینهٔ «۲»: ارزش دو گزارهٔ p و q مخالف یکدیگر است، پس گزارهٔ $p \wedge q$ نادرست بوده و ترکیب شرطی $(p \wedge q) \Rightarrow p$ به انتفای مقدم درست است.

گزینهٔ «۳»: اگر q درست و p نادرست باشد، آن‌گاه $p \vee q$ درست و ترکیب شرطی $(p \vee q) \Rightarrow p$ نادرست است.

گزینهٔ «۴»: اگر q درست و p نادرست باشد، ترکیب شرطی $\sim p \Rightarrow \sim q$ نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

آمار و احتمال - سؤالات آشنا

۴۱- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

در پرتاب یک تاس، فضای نمونه برابر مجموعهٔ $S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ است. پیشامد آن که عددی بزرگ‌تر از ۴ رو شود، به‌صورت $A = \{۵, ۶\}$ می‌باشد که احتمال آن برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ و ۶)

۴۲- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

عدد ۱۰۱، عددی اول است، بنابراین ارزش گزارهٔ p درست است. عدد ۱۰۰۱ را می‌توان به‌صورت ۷×۱۱×۱۳ نوشت، پس ۱۰۰۱ بر ۱۱ بخش‌پذیر است و در نتیجه ارزش گزارهٔ q درست است. عدد $۲^۶$ فاقد عامل ۳ است، پس بر ۶ بخش‌پذیر نیست و ارزش گزارهٔ r نادرست است. مطابق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee r$
د	د	ن	د	د

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$
د	د	ن	ن	ن

$\sim p \wedge \sim q$	$\sim r$	$(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim r$
ن	د	د

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۹)

۴۳- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

روش اول: مطابق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	ن	د
ن	د	د	ن
ن	ن	د	د

$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee q$	$(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$
ن	د	ن
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	د	ن

روش دوم: طبق قانون دمورگان داریم:

$$\sim p \vee q \equiv \sim (p \wedge \sim q)$$

بنابراین عبارت گزینهٔ «۳» را چنین می‌توان نوشت:

$$(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee q) \equiv (p \wedge \sim q) \wedge \sim (p \wedge \sim q) \equiv F$$

ترکیب عطفی یک گزاره و نقیض آن، یک گزارهٔ همیشه نادرست (F) است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴۴- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

روش اول: اگر گزارهٔ مورد نظر در صورت سؤال را s بنامیم، آن‌گاه طبق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$
د	د	د	ن	ن
د	د	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	ن
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	د	د

$p\wedge r$	$q\wedge r$	$\sim q\wedge r$	$\sim p\wedge(\sim q\wedge r)$	s
د	د	ن	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	ن

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌گردد، ارزش گزارهٔ موردنظر دقیقاً معادل ارزش گزارهٔ r است.

روش دوم: طبق قوانین توزیع‌پذیری، شرکت‌پذیری، جابه‌جایی و دمورگان داریم:

$$[\sim p\wedge(\sim q\wedge r)]\vee(q\wedge r)\vee(p\wedge r)$$

$$\equiv[(\sim p\wedge\sim q)\wedge r)]\vee[(q\wedge r)\vee(p\wedge r)]$$

$$\equiv[\sim(p\vee q)\wedge r]\vee[(q\vee p)\wedge r]$$

$$\equiv\underbrace{[\sim(p\vee q)\vee(p\vee q)]}_{T}\wedge r\equiv r$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴۵- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

با تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی دو گزاره داریم:

$$\sim(p\Rightarrow\sim p)\equiv\sim(\sim p\vee\sim p)\equiv\sim(\sim p)\equiv p$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴۶- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

اگر r نادرست باشد، آن‌گاه $\sim r$ و در نتیجه $q\vee\sim r$ درست هستند. در صورتی که تالی (حکم) یک گزارهٔ شرطی درست باشد، ارزش آن گزارهٔ شرطی درست است، پس در این صورت گزارهٔ $p\Rightarrow(q\vee\sim r)$ نیز درست خواهد بود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴۷- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

عکس نقیض یک ترکیب شرطی، معادل همان ترکیب شرطی است، پس کافی است ترکیب شرطی را ساده کنیم. داریم:

$$(p\wedge q)\Rightarrow\sim p\equiv\sim(p\wedge q)\vee\sim p\equiv(\sim p\vee\sim q)\vee\sim p$$

$$\equiv(\sim q\vee\sim p)\vee\sim p\equiv\sim q\vee(\sim p\vee\sim p)$$

$$\equiv\sim q\vee\sim p\equiv\sim(p\wedge q)$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴۸- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

با استفاده از قوانین گزاره‌ها و استفاده از عکس نقیض ترکیب شرطی داریم:

$$q\Rightarrow\sim[(p\Rightarrow q)\wedge\sim p]\equiv q\Rightarrow\sim[\underbrace{(\sim p\vee q)\wedge\sim p}_{\text{قانون جذب}}]$$

$$\equiv q\Rightarrow\sim(\sim p)\equiv q\Rightarrow p\equiv\sim p\Rightarrow\sim q$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴۹- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

روش اول: اگر گزارهٔ p نادرست باشد، آن‌گاه هر دو گزارهٔ $p \Rightarrow (q \wedge r)$ و $p \Rightarrow r$، درست هستند و در نتیجه ترکیب شرطی آن‌ها نیز درست است. در حالتی که گزارهٔ p درست باشد، آن‌گاه در صورتی که r نادرست باشد، هر دو گزارهٔ $p \Rightarrow r$ و $p \Rightarrow (q \wedge r)$، نادرست هستند و در نتیجه ترکیب شرطی آن‌ها درست است و در صورتی که r درست باشد، گزارهٔ $p \Rightarrow r$ درست است و به دلیل درستی ارزش تالی (حکم)، ارزش گزارهٔ شرطی نیز درست است.

روش دوم: مطابق جدول ارزش گزاره‌ها، اگر گزارهٔ صورت سؤال را s بنامیم، داریم:

p	q	r	$q \wedge r$
د	د	د	د
د	د	ن	ن
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن
ن	ن	ن	ن

s	$p \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$
د	د	د
د	ن	ن
د	د	ن
د	ن	ن
د	د	د
د	د	د
د	د	د
د	د	د

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ارزش گزارهٔ موردنظر، همواره درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۵۰- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

در گزینه‌های «۱» و «۲» هر دو گزارهٔ سازندهٔ ترکیب دو شرطی نادرست هستند و در گزینهٔ «۳»، هر دو گزارهٔ سازندهٔ ترکیب دو شرطی، درست می‌باشند، بنابراین ارزش ترکیب دو شرطی در این گزینه‌ها، درست است ولی در گزینهٔ «۴»، فرد بودن عدد یک، گزاره‌ای درست و عدد اول بودن آن، گزاره‌ای نادرست است، پس ارزش ترکیب دو شرطی نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحهٔ ۱۲)

فیزیک (۲)

۵۱- گزینهٔ «۴» *(فرشید رسولی)*

بار الکتریکی کمیت کوانتومی و ناپیوسته است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۵)

۵۲- گزینهٔ «۱» *(سیدمحمدجواد موسوی‌مبارکه)*

می‌دانیم بار الکتریکی جسم همواره مضرب درستی از بار الکترون است. (اصل کوانتیده بودن بار) پس ابتدا این شرط را چک می‌کنیم:

$$n=\frac{q}{e}=\frac{۴\times۱۰^{-۱۰}\times۱۰^{-۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۲/۵$$

چون n اعشاری به‌دست آمد، پس این اتفاق ممکن نیست.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۵)

۵۳- گزینهٔ «۴» *(بهنام ریبائی)*

برحسب این‌که بار میله بیشتر و یا کمتر از بار الکتروسکوپ است و یا پس از تماس، سبب خنثی شدن الکتروسکوپ شود، زاویهٔ بین ورقه‌ها تعیین می‌شود. در نتیجه زاویهٔ نهایی به مقدار بار میله بستگی دارد.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۵)

۵۴- گزینهٔ «۱» *(حسین ناصحی)*

ابتدا بار الکتریکی ۶×۱۰^{۱۳} الکترون را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta q=-ne\Rightarrow\Delta q=-۶\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=-۹/۶\times۱۰^{-۶}C$$

اگر علامت بار جسم تغییر نکند: $q_۲=۲q_۱$

$$q_۲-q_۱=\Delta q\xrightarrow[q_۲=۲q_۱]{\Delta q=-۹/۶\mu C}$$

$$۲q_۱-q_۱=-۹/۶\Rightarrow q_۱=-۹/۶\mu C$$

اگر علامت بار جسم تغییر کند: $q_۲=-۲q_۱$

$$q_۲-q_۱=\Delta q\xrightarrow[q_۲=-۲q_۱]{\Delta q=-۹/۶\mu C}-۲q_۱-q_۱=-۹/۶$$

$$\Rightarrow-۳q_۱=-۹/۶\Rightarrow q_۱=۳/۲\mu C$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۵)

۵۵- گزینهٔ «۳» *(فرشید رسولی)*

وقتی روکش پلاستیکی را روی ظرف غذا می‌کشیم، بر اثر تماس نزدیک دو جسم، بار الکتریکی در فرایندی بین دو سطح منتقل می‌شود که از نوع ناهم‌نام بوده و همدیگر را جذب می‌کنند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۵)

۵۶- گزینهٔ «۳» *(محمدفاضل میرحاج)*

چون دو بار هم‌اندازه و غیرهم‌نام هستند، اگر ۵۰ درصد از یکی برداشته و به دیگری اضافه کنیم، اندازهٔ هر دو بار نصف خواهد شد.

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_۲|}{|q_۲|}\times\frac{|q'_۱|}{|q_۱|}\times(\frac{r}{r'})^۲\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{\frac{۱}{۲}|q_۲|}{|q_۲|}\times\frac{\frac{۱}{۲}|q_۱|}{|q_۱|}\times(\frac{r}{\frac{۵}{۴}r})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱۶}{۲۵}=\frac{۴}{۲۵}$$

درصد تغییرات نیرو $=(\frac{F'}{F}-۱)\times۱۰۰=(\frac{۴}{۲۵}-۱)\times۱۰۰=-۸۴\%$

بنابراین اندازهٔ نیروی جاذبهٔ بین دو بار ۸۴ درصد کاهش یافته است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

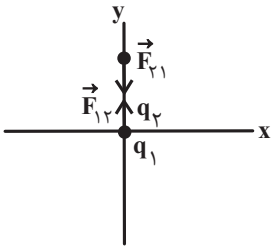
۵۷- گزینهٔ «۱» *(سعید منبری)*

دو بار ناهم‌نام $q_۱$ و $q_۲$ یکدیگر را جذب می‌کنند و اندازهٔ نیروی وارد بر $q_۲$ برابر $۲۰N$ است. پس می‌توانیم فاصلهٔ بار $q_۲$ را به‌دست آوریم:

$$F_{۱۲}=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}\Rightarrow۲۰=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{r_{۱۲}^۲}$$

$$\Rightarrow r_{۱۲}=۳cm$$

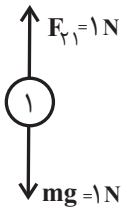
حال چون نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ در امتداد محور قائم است، بار $q_۲$ باید روی محور y قرار بگیرد. مطابق شکل اگر بار $q_۲$ در نقطهٔ $y=۳cm$ قرار بگیرد بردار نیروی وارد بر آن $(\vec{F}_{۱۲})$ در خلاف جهت محور y و به صورت $\vec{F}_{۱۲}=-۲۰\vec{j}$ خواهد شد.



(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۵۸– گزینهٔ «۲» *(هوشنگ غلام‌عابدی)*

بر کرهٔ (۱) دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. چون جهت نیروی وزن به سمت پایین است وکره‌ها در حال تعادل قرار دارند، بنابراین جهت نیروی الکتریکی وارد بر کرهٔ (۱) از طرف کرهٔ (۲) به سمت بالا خواهد بود و اندازهٔ آن برابر با اندازهٔ وزن کرهٔ (۱). داریم:



$$|\vec{F}_{21}| = m_1 g \Rightarrow |\vec{F}_{21}| = 0/1\times 10 = 1N$$

(فیزیک ۲ – صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۵۹– گزینهٔ «۲» *(سعید اردم)*

بار دو کره پس از تماس $q' = \frac{-2q_1+q_1}{2} = \frac{-q_1}{2}$ و دو کره دارای بار هم‌نام می‌شوند و نیروی بین آن‌ها از نوع دافعه خواهد شد.

طبق رابطهٔ قانون کولن ($F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$)، اندازهٔ نیرو با حاصل‌ضرب اندازهٔ دو بار و با عکس مجذور فاصلهٔ دو بار متناسب است

$$\frac{F'_{12}}{F_{12}} = \left(\frac{\left|\frac{q_1}{2}\right|\times\left|\frac{q_1}{2}\right|}{|2q_1|\times|q_1|}\right)\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r=r'} \frac{F'_{12}}{F_{12}} = \frac{1}{8}$$

چون نیروی جاذبه به دافعه تبدیل شده جهت نیرو قرینه می‌شود.

$$\Rightarrow \vec{F}'_{12} = -\frac{\vec{F}_{12}}{8}$$

$$\Rightarrow \vec{F}'_{12} = -\frac{1}{8}\times(-96\vec{i}+160\vec{j}) = +12\vec{i}-20\vec{j}\ (N)$$

(فیزیک ۲ – صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۰– گزینهٔ «۱» *(بهنام دیبائی)*

مقدار بارهای q_1 و q_2 ثابت است. طبق رابطهٔ قانون کولن $F = k\frac{|q_1|\times|q_2|}{r^2}$ داریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{0/5}{8} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow r_2 = 4r_1$$

از طرفی داریم:

$$r_1 + 40 = r_2 \Rightarrow r_1 + 40 = 4r_1 \Rightarrow 3r_1 = 40 \Rightarrow r_1 = \frac{40}{3}cm$$

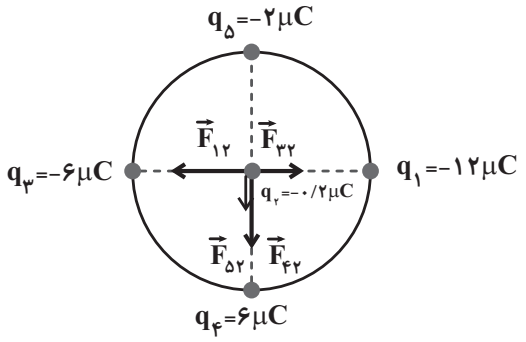
(فیزیک ۲ – صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۱– گزینهٔ «۳» *(علی پیراسته)*

برای به‌دست آوردن شعاع دایره کافیست قطر را بر دو تقسیم کنیم، پس:

$$r = 2cm = 0/02m$$

در حالت اول نیروهای وارد بر بار q_2 مطابق شکل زیر خواهد بود:



حال برای اینکه برایند نیروهای وارد بر بار q_2 بعد از حذف q_1 تغییر نکند می‌بایست نیرویی که از طرف بار q_3 در حالت جدید به q_2 وارد می‌شود برابر تفاضل $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{32}$ باشد. دقت کنید که اندازهٔ بار q_1 دو برابر بار q_3 است پس اندازهٔ نیروی آن نیز دو برابر بار q_1 است و اختلاف آن‌ها نیز برابر اندازهٔ نیروی همان q_3 می‌شود و برای اینکه جهت آن ثابت بماند کافی است بار q_3 فقط مثبت شود پس $q'_3 = 6\mu C$ است.

(فیزیک ۲، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۲- گزینهٔ «۱» *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

$$F_{21}=k\frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2}=9\times10^9\times\frac{(8\times10^{-6})\times(4\times10^{-6})}{(3)^2}$$
$$=3/2\times10^{-2}N$$

با توجه به دستگاه مختصات داده شده $\vec{F}_{21}$ در جهت مثبت محور x هاست. بنابراین $\vec{F}_{21}=3/2\times10^{-2}\vec{i}\,(N)$ می‌شود. به همین ترتیب نیروی دیگری را محاسبه می‌کنیم.

$$F_{31}=k\frac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2}=9\times10^9\times\frac{(6\times10^{-6})\times(4\times10^{-6})}{(3)^2}$$
$$=2/4\times10^{-2}N$$

$\vec{F}_{31}$ در جهت مثبت محور y هاست. پس:

$$\vec{F}_{31}=2/4\times10^{-2}\vec{j}\,(N)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}=3/2\times10^{-2}\vec{i}+2/4\times10^{-2}\vec{j}\,(N)$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۳- گزینهٔ «۲» *(هوشنگ غلام‌عابدی)*

مطابق شکل نیرویی که دو بار q_1 و q_3 بر هم وارد می‌کنند برابر است با:

$$|\vec{F}_{13}|=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2}=40N$$

با توجه به این‌که دو نیروی $\vec{F}_{23}$ و $\vec{F}_{13}$ بر هم عمودند پس:

$$F_{T,3}=\sqrt{|\vec{F}_{13}|^2+|\vec{F}_{23}|^2}\Rightarrow50=\sqrt{40^2+|\vec{F}_{23}|^2}$$
$$\Rightarrow|\vec{F}_{23}|=30N$$

حال می‌توانیم اندازهٔ بار q_2 را بیابیم:

$$\begin{cases}|\vec{F}_{23}|=k\dfrac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}\Rightarrow30=9\times10^9\times\dfrac{|q_2|\times4\times10^{-6}}{(4\times10^{-2})^2}\Rightarrow|q_2|=\dfrac{4}{3}\mu C\\ \tan37^\circ=\dfrac{r_{13}}{r_{23}}\Rightarrow\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{r_{23}}\Rightarrow r_{23}=4cm\end{cases}$$

برای محاسبهٔ $|\vec{F}_{12}|$ داریم:

$$\begin{cases}|\vec{F}_{12}|=k\dfrac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=9\times10^9\times\dfrac{\frac{4}{3}\times10^{-6}\times10^{-6}}{(5\times10^{-2})^2}=4/8N\\ \sin37^\circ=\dfrac{r_{13}}{r_{12}}\Rightarrow\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{r_{12}}\Rightarrow r_{12}=5cm\end{cases}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۴- گزینهٔ «۲» *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

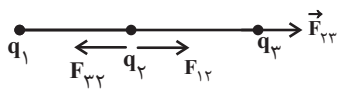
نیرویی که q_2 به q_3 وارد کرده $\vec{F}$ است. عکس‌العمل این نیرو، $-\vec{F}$ می‌باشد که q_3 به q_2 وارد می‌کند. با توجه به این‌که نیروی خالص وارد بر بار q_2 از F کمتر است. بنابراین نیروهای F_{12} و F_{32} خلاف جهت یکدیگر هستند.

حالت اول:

$$F_{12}-F_{32}=\frac{1}{3}F_{23}\xrightarrow{F_{32}=F_{23}}F_{12}=\frac{4}{3}F_{32}$$
$$F_{12}=\frac{4}{3}F_{32}\Rightarrow\frac{k|q_1||q_2|}{d^2}=\frac{4}{3}\frac{k|q_2||q_3|}{d^2}\Rightarrow|q_1|=\frac{4}{3}|q_3|$$

و چون $\frac{4}{3}$ در گزینه‌ها نیست حالت دوم را بررسی می‌کنیم.

$$F_{32}-F_{12}=\frac{1}{3}F_{23}\xrightarrow{F_{32}=F_{23}}$$
$$F_{12}=\frac{2}{3}F_{32}\Rightarrow\frac{k|q_1||q_2|}{d^2}=\frac{2}{3}\frac{k|q_2||q_3|}{d^2}\Rightarrow|q_1|=\frac{2}{3}|q_3|$$
$$\Rightarrow\frac{q_1}{q_3}=\frac{2}{3}$$

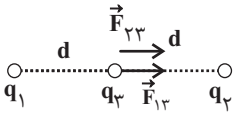


چون نیروهای وارد بر بار q_1 و q_3 از طرف بار q_2 در خلاف جهت یکدیگرند لذا q_1 و q_3 هم‌نام‌اند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

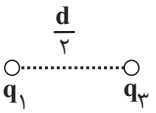
۶۵- گزینهٔ «۲» *(علیرضا کرمی)*

در حالت اول:



$$\vec{F}_{13}+\vec{F}_{23}=\vec{F} \quad (I)$$

حالت دوم:



$$F'_{13}=\vec{F} \quad (II)$$

$$\frac{F'_{13}}{F_{13}}=\left(\frac{d}{d'}\right)^2=\left(\frac{d}{\frac{d}{2}}\right)^2 \Rightarrow F'_{13}=4F_{13} \quad (III)$$

$$\xrightarrow{(I),(II),(III)} \begin{cases}\vec{F}_{13}+\vec{F}_{23}=\vec{F}\\ \vec{F}_{13}=\frac{\vec{F}}{4}\end{cases} \Rightarrow \frac{\vec{F}}{4}+\vec{F}_{23}=\vec{F} \Rightarrow \vec{F}_{23}=\frac{3}{4}\vec{F}$$

پس با نوشتن رابطهٔ قانون کولن به‌صورت مقایسه‌ای:

$$\frac{F_{23}}{F_{13}}=\frac{|q_2|}{|q_1|}\times\left(\frac{d}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}F}{\frac{1}{4}F}=\frac{|q_2|}{|q_1|} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|}=3$$

با توجه به هم‌جهت بودن نیروهای $\vec{F}_{23},\vec{F}_{13}$ می‌توان گفت بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام‌اند:

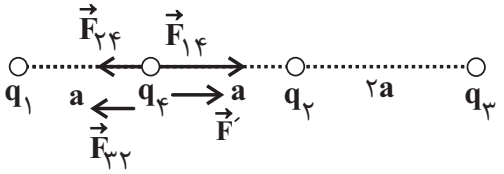
$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1}=-3$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۶- گزینهٔ «۳» *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

نیروی برایند وارد بر بار q_4 از طرف بارهای q_1 و q_2 با نیروی وارد بر بار q_4 از طرف بار q_3 خنثی شود. پس ابتدا $\vec{F}'=\vec{F}_{24}+F_{14}$ را محاسبه کرده و سپس $F'=F_{34}$

فرض مثبت بودن بار q_4:



$$F_{14}-F_{24}=F_{34} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_4|}{a^2}-\frac{k|q_2||q_4|}{a^2}=\frac{k|q_3||q_4|}{(3a)^2}$$

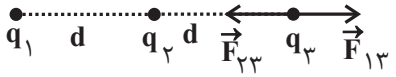
$$\Rightarrow \frac{8}{a^2}-\frac{4}{a^2}=\frac{|q_3|}{9a^2} \Rightarrow |q_3|=36\mu C$$

با توجه به این‌که بار q_3 بار q_4 را دفع کرد، پس q_3 مثبت است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۷- گزینهٔ «۴» *(مهرداد مردانی)*

با توجه به این‌که برایند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر است، داریم:



$$F_{13}=F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{(2d)^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow |q_1|=4|q_2|$$

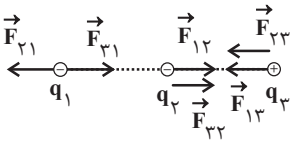
$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2}=-4$$

دقت کنید برای آن‌که هر سه بار در حال تعادل باشند باید بار q_2 ناهم‌نام با بار q_1 و q_3 باشد.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۸- گزینهٔ «۳» *(معصومه افضلی)*

ابتدا نیروهای الکتریکی وارد بر هر بار را رسم می‌کنیم.



با توجه به جهت نیروها مشخص است که برای بار q_1 نیروهای وارد بر آن خلاف جهت هم بوده و می‌توان گفت کمترین نیروی خالص مربوط به بار q_1 است. $F_{T,1}=|F_{21}-F_{31}|$

اما برای بارهای q_2 و q_3 نیروها هم‌جهت هستند با توجه به این‌که فاصله بار q_2 تا q_1 کمتر از فاصله بار q_3 تا q_1 است.

پس $|F_{12}| > |F_{13}|$ در نتیجه نیروی خالص وارد بر بار q_2 نیروی بیشتری است. $F_{T,2} = F_{12} + F_{32}$

ابتدا نیروی خالص وارد بر بار q_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{21} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{21} = \frac{kq^2}{d^2}$$

$$F_{31} = \frac{k|q_3||q_1|}{r^2} \Rightarrow F_{32} = \frac{kq^2}{4d^2}$$

$$F_{T,1} = \frac{kq^2}{d^2}(1-\frac{1}{4}) \Rightarrow F_{T1} = \frac{3}{4}\frac{kq^2}{d^2}$$

حال نیروی خالص وارد بر بار q_2 را می‌یابیم:

$$\begin{cases} F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{12} = \frac{kq^2}{d^2} \\ F_{32} = \frac{k|q_3||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{32} = \frac{kq^2}{d^2} \end{cases} \Rightarrow F_{T,2} = \frac{kq^2}{d^2}(1+1) = \frac{2kq^2}{d^2}$$

در نهایت:

$$\frac{F_{T,2}}{F_{T,1}} = \frac{\frac{2kq^2}{d^2}}{\frac{3kq^2}{4d^2}} = \frac{8}{3}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۹- گزینهٔ «۴» *(معصومه افضلی)*

در حالت اول:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \quad (I)$$

$$F_1 = \frac{k|q_1||q_0|}{d^2} \ , \ F_2 = \frac{k|q_2||q_0|}{4d^2}$$

در حالت دوم: چون جای بارها عوض شده جهت نیروها نیز برعکس می‌شود و اندازه نیروها مطابق شکل زیر است.

$$\begin{cases} F'_1 = \frac{k|q_1||q_0|}{4d^2} = \frac{1}{4}F_1 \\ F'_2 = \frac{k|q_2||q_0|}{d^2} = 4F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}'_1 = -\frac{1}{4}\vec{F}_1 \quad (II) \\ \vec{F}'_2 = -4\vec{F}_2 \quad (III) \end{cases}$$

$$\vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 = \frac{\vec{F}}{2} \xrightarrow{(II),(III)} -\frac{1}{4}\vec{F}_1 - 4\vec{F}_2 = \frac{\vec{F}}{2} \quad (IV)$$

$$\xrightarrow{(I),(IV)} \begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \\ -\frac{1}{4}\vec{F}_1 - 4\vec{F}_2 = \frac{\vec{F}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \\ -\vec{F}_1 - 16\vec{F}_2 = 2\vec{F} \end{cases}$$

$$-15\vec{F}_2 = 3\vec{F} \Rightarrow \vec{F}_2 = -\frac{\vec{F}}{5} \ , \ \vec{F}_1 = +\frac{6\vec{F}}{5}$$

چون جهت نیروهایی که از طرف q_1 و q_2 به بار q_0 وارد می‌شود در حالت اول، مخالف هم هستند، پس بارهای q_1 و q_2 هم‌نام‌اند.

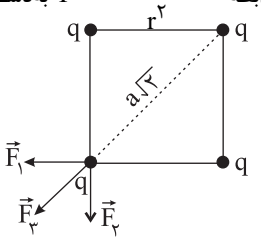
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times (\frac{r_1}{r_2})^2 \Rightarrow \frac{\frac{F}{5}}{\frac{6}{5}F} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times (\frac{d}{2d})^2 \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۷۰- گزینهٔ «۴» *(بیتا خورشید)*

می‌دانیم طبق قانون کولن دو بار مشابه همدیگر را دفع می‌کنند و اندازهٔ نیروی دافعه از رابطهٔ $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ به‌دست می‌آید. در حالت اول داریم:



$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = \frac{kq^2}{a^2} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \frac{kq^2}{a^2} \times \sqrt{2}, F_3 = \frac{kq^2}{(a\sqrt{2})^2}$$

$$(\vec{F}_T)_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \frac{kq^2}{a^2}\sqrt{2} + \frac{kq^2}{2a^2}$$

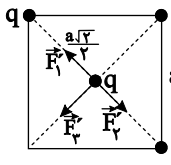
$$\Rightarrow (\vec{F}_T)_1 = (\frac{2\sqrt{2}+1}{2})\frac{kq^2}{a^2} = 1/9\frac{kq^2}{a^2} (I)$$

در حالت دوم:

$$|\vec{F}'_1| = |\vec{F}'_2| = |\vec{F}'_3| = \frac{kq^2}{(\frac{a\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{2kq^2}{a^2} (II)$$

نیروهای $\vec{F}'_1$ و $\vec{F}'_2$ همدیگر را خنثی می‌کنند.

$$(\vec{F}_T)_2 = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 = \frac{2kq^2}{a^2} \quad (II)$$



$$I, II \Rightarrow \frac{(\vec{F}_T)_2}{(\vec{F}_T)_1} = \frac{\frac{2kq^2}{a^2}}{1/9\frac{kq^2}{a^2}} = \frac{2}{1/9} = \frac{20}{19}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

شیمی (۲)

۷۱- گزینهٔ «۲» *(عباس هنرجو)*

با توجه به نمودار صفحهٔ ۴ کتاب درسی، ترتیب میزان تولید یا مصرف نسبی برخی مواد به‌صورت «مواد معدنی > سوخت‌های فسیلی > فلزها» است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۴)

۷۲- گزینهٔ «۲» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: پیشرفت صنایع الکترونیک مبتنی بر اجزایی است که از مواد نیمه رسانا ساخته می‌شوند.

گزینهٔ «۳»: مهم‌ترین گام در علم شیمی یافتن روندها و الگوهای رفتار فیزیکی و شیمیایی عناصر است.

گزینهٔ «۴»: مطابق قانون دوره‌ای عنصرها، خواص فیزیکی و شیمیایی عناصر به‌صورت دوره‌ای تکرار می‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۶ و ۹)

۷۳- گزینهٔ «۲» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

با در نظر گرفتن دگر شکل گرافیت برای کربن، همگی (کم یا زیاد) رسانای جریان برق می‌باشند. کربن، سیلیسیم و ژرمانیم برای تشکیل پیوند الکترون به اشتراک می‌گذارند؛ در حالی‌که قلع و سرب الکترون از دست می‌دهند. کربن، سیلیسیم و ژرمانیم شکننده هستند؛ در حالی‌که قلع و سرب چکش‌خوارند. در بین عناصر گروه ۱۴ فقط کربن سطحی کدر دارد سایر عناصر جلای فلزی دارند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۴- گزینهٔ «۳» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

واکنش‌پذیری نافلزات در یک دوره از چپ به راست افزایش می‌یابد. (گازهای نجیب را در نظر نمی‌گیریم.) پس عنصر C واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

(شیمی ۲ - صفحهٔ ۸)

۷۵- گزینهٔ «۳» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

- سومین عنصر دوره سوم: با آرایش لایهٔ ظرفیت $3s^2 3p^1$ می‌باشد که فلز آلومینیم است و رسانای جریان برق بوده و در تشکیل پیوند می‌تواند سه الکترون از دست بدهد و کاتیون تولید کند یا آن‌ها را به اشتراک بگذارد.

- چهاردهمین عنصر دوره چهارم: آرایش لایهٔ ظرفیت $4s^2 4p^2$ دارد این آرایش به ژرمانیم که یک شبه‌فلز است تعلق دارد. این عنصر نیمه رسانا است؛ بنابراین می‌توان گفت رسانای جریان برق است و چون شبه‌فلز است، برای تشکیل پیوند فقط الکترون به اشتراک می‌گذارد.

- ششمین عنصر دوره دوم: دارای آرایش لایهٔ ظرفیت $2s^2 2p^4$ می‌باشد؛ این عنصر یک نافلز است که رسانای جریان برق نیست و می‌تواند برای رسیدن به پایداری الکترون گرفته و آنیون تولید نماید.

- پنجمین عنصر گروه ۱۴: دارای آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت $6s^2 6p^2$ می‌باشد، یک فلز است و خواص فلزات را دارد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۹)

۷۶- گزینهٔ «۴» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

با توجه به نمودار A نافلز است چون هفتمین عنصر دورهٔ سوم نافلز کلر می‌باشد و این عنصر در دمای محیط به شکل مولکول‌های دو اتمی در حالت گاز وجود دارد و در تشکیل پیوند می‌تواند هم الکترون بگیرد و هم از دست بدهد، پس عبارات (ب) و (پ) درست هستند. همچنین با داده‌های نمودار می‌توان دریافت عنصر B می‌تواند فلز و عنصر C می‌تواند شبه‌فلز و عنصر D می‌تواند نافلز کربن باشد. بنابراین عبارات (آ) و (ت) نیز می‌توانند درست باشند زیرا در گروه چهارده با آرایش لایهٔ ظرفیت $ns^2 np^2$ هم فلز، هم نافلز و هم شبه‌فلز داریم.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۹)

۷۷- گزینهٔ «۲» *(یاسر علیشائی)*

عبارت‌های (آ) و (پ) جملهٔ داده شده را به درستی تکمیل می‌کند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) در دورهٔ سوم کلر به‌صورت مولکول‌های دو اتمی (Cl_2) یافت می‌شود.

ب) در دورهٔ سوم به جز دو عنصر $_{11}Na$ و $_{12}Mg$ که به دستهٔ s تعلق دارند، بقیهٔ عناصر دوره همانند گروه چهاردهم به دستهٔ p متعلق‌اند.

پ) در دورهٔ سوم و گروه چهاردهم؛ به عنوان مثال شبه‌فلز $_{14}Si$ فقط توانایی به اشتراک گذاشتن الکترون دارد.

ت) به‌طور کلی در یک دوره از چپ به راست با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی کاهش و در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۸- گزینهٔ «۱» *(یاسر علیشائی)*

با توجه به یون و آرایش آخرین زیرلایهٔ داده شده:

A: $_{19}K$ (فلز) C: $_{21}Sc$ (فلز)

B: $_{32}Ge$ (شبه‌فلز) D: $_{35}Br$ (نافلز)

ردیف ۱: A و C چکش‌خوارند ولی B و D چکش‌خوار نیستند.

ردیف ۳: حالت فیزیکی B جامد است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۹- گزینهٔ «۱» *(سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: X با آرایش $[_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^3$ دارای عدد اتمی ۳۳ و عنصر نافلزی مایع دورهٔ چهارم جدول تناوبی، برم (Br_2) در دورهٔ چهارم و گروه ۱۷ با آرایش $[_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^5$ و عدد اتمی ۳۵ است، پس اختلاف عدد اتمی آن دو عنصر برابر ۲ است.

گزینهٔ «۳»: مجموع اعداد کوانتومی l و n تمامی الکترون‌های $4p^3$ برابر ۱۵($=4\times3+3\times1$) است.

گزینهٔ «۴»: X در سمت راست عنصر با عدد اتمی ۳۲ و دارای خصلت نافلزی بیشتری است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۸۰- گزینهٔ «۲» *(سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)*

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: $_{14}X$، عنصر سیلیسیم و شبه‌فلز است. در حالی‌که $_{24}M$، فلز واسطه است و خواص شیمیایی مشابهی ندارند.

عبارت چهارم: هر دو عنصر سیلیسیم و ژرمانیم شبه‌فلز هستند و در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۸۱- گزینهٔ «۱» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

- رسانایی الکتریکی: فیزیکی
- تعداد پیوندهای شیمیایی که هر عنصر تشکیل می‌دهد: شیمیایی
- شکل‌پذیری: فیزیکی
- رسانایی گرمایی: فیزیکی
- واکنش‌پذیری: شیمیایی

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۸۲- گزینهٔ «۱» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

فلزات قلیایی به شدت با گاز کلر واکنش داده و نور و گرمای شدیدی تولید می‌کنند. اتم‌های سدیم در این گرمای زیاد نور زرد از خود نشر

می‌کنند، در حالی‌که اتم‌های لیتیم نور قرمز نشر می‌کنند. سدیم در دورهٔ سوم و لیتیم در دورهٔ دوم قرار دارد، پس شعاع سدیم بزرگتر است.

در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد. چون گفته پیوند اشتراکی بدهد؛ پس نافلزی را باید انتخاب کنیم که در گوشهٔ سمت راست جدول قرار دارد؛ بنابراین فلوئور پاسخ این پرسش است.

این عنصر باید یک گاز بی‌اثر باشد. کوچک‌ترین گاز بی‌اثر، هلیم با عدد اتمی ۲ می‌باشد. که عنصر بعد از آن در دوره بعد قرار داشته و شعاع آن بسیار بیشتر از هلیم است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۸۳- گزینهٔ «۴» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده عدد اتمی این دو عنصر را تعیین می‌کنیم. عنصر A رسانایی الکتریکی کمی دارد، پس شبه‌فلز است و مربوط به دستهٔ p است، چون در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود ۲ الکترون دارد و هم‌دوره با یازدهمین عنصر دستهٔ p است و یازدهمین عنصر دستهٔ p آرایش $۳p^۵$ دارد. پس بیرونی‌ترین زیرلایهٔ عنصر A آرایش $۳p^۲$ دارد. بنابراین عدد اتمی این عنصر ۱۴ می‌شود.

عنصر B نیز یک عنصر از دستهٔ p و گروه ۱۶ از دورهٔ چهارم جدول تناوبی است؛ بنابراین اختلاف عدد اتمی دو عنصر A و B برابر با ۲۰(= ۳۴ − ۱۴) است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: فلز قلیایی خاکی مربوط به گروه دوم جدول تناوبی است، بنابراین اختلاف عدد اتمی عنصر B با فلز قلیایی خاکی دورهٔ بعد، ۴ می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: عنصر هم گروه A که در دورهٔ بعد قرار دارد ($_{۳۲}Ge$) است. برای تشکیل پیوند، الکترون به اشتراک می‌گذارد زیرا این عنصر نیز شبه‌فلز است.

گزینهٔ «۳»: عناصر هم‌دوره عنصر A که عدد اتمی بزرگ‌تری دارند به جز گاز بی‌اثر و عنصر کلر با عدد اتمی ۱۷، جامد هستند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۸۴- گزینهٔ «۲» *(عباس هنرپو)*

موارد (ب) و (پ) نادرست هستند.

مورد (ب): $۳p^۲$ مربوط به $_{۱۴}Si$ می‌باشدکه یک شبه‌فلز است و نیمه رساناست. ولی $۳s^۲$ و $۳p^۱$ به‌ترتیب Mg و Al بوده که هر دو فلزند و رسانایی الکتریکی بالایی دارند.

مورد (پ): در یک گروه از بالا به پایین واکنش‌پذیری فلزات افزایش می‌یابد.

واکنش‌پذیری : $۳s^۱ > ۲s^۱$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۸۵- گزینهٔ «۴» *(مرتضی حسن‌زاده)*

عناصر A، D و E همگی فلز بوده و رسانای خوب گرما هستند. فلزها چکش‌خوار بوده و قابلیت مفتول شدن دارند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: لیتیم ($_۳Li$) از گروه یک جدول تناوبی با از دست دادن یک الکترون به آرایش الکترونی هلیم می‌رسد که فاقد آرایش هشت‌تایی است.

گزینهٔ «۲»: بیشترین اختلاف شعاع اتمی در یک دوره، در بین عناصر گروه ۱ و ۱۸ دیده می‌شود.

گزینهٔ «۳»: X در بین عناصر مشخص شده، بیشترین خاصیت نافلزی را دارد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲ و ۷ تا ۱۴)

۸۶- گزینهٔ «۴» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

اتم $_{۱۷}M$ ($_{۱۷}Cl$) بیشترین شمار الکترون‌های با $l = ۱$ در بین این عناصر را دارد و شعاع اتمی آن از شعاع اتمی سایر این عناصر کمتر است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: علاوه بر اتم $_{11}Na$ اتم $_{13}Al$ نیز در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم خود یک الکترون دارد.

گزینهٔ «۲»: تفاوت شعاع اتمی $_{11}A$ و $_{17}M$ از تفاوت شعاع اتمی سایر این عناصر بیشتر است.

گزینهٔ «۳»: علاوه بر اتم عنصر $_{14}Si$ اتم عنصر $_{12}Mg$ نیز در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم خود ۲ الکترون دارد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۸۷- گزینهٔ «۲» *(عباس هنرجو)*

موارد (ب) و (پ) به درستی عبارت را کامل می‌کند.

بررسی موارد نادرست:

آ) در یک دوره از جدول دوره‌ای از چپ به راست خصلت نافلزی افزایش می‌یابد ولی واکنش‌پذیری به‌طور کلی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ت) در یک دوره از جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۸۸- گزینهٔ «۳» *(یاسر علیشائی)*

بررسی نمودارها:

آ) در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

ب) در گروه هالوژن‌ها، از بالا به پایین واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد.

پ) در گروه فلزهای قلیایی، از بالا به پایین فعالیت شیمیایی زیاد می‌شود.

ت): در یک دوره از چپ به راست واکنش‌پذیری فلزها کاهش و نافلزها افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۸۹- گزینهٔ «۲» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

در عناصر دسته‌های s، d و f عنصر شبه‌فلزی وجود ندارد. عناصر این دسته‌ها (به جز H و He) همگی فلزند.

بررسی گزینه‌های درست:

گزینهٔ «۱»: میزان تولید یا مصرف نسبی مواد معدنی از سوخت‌های فسیلی (نفت، گاز، زغال‌سنگ) بیشتر است.

گزینهٔ «۳»: هر چه شدت نور یا آهنگ خروج گاز آزاد شده بیشتر باشد، واکنش شیمیایی سریع‌تر و شدیدتر بوده و واکنش‌دهنده فعالیت شیمیایی بیشتری دارد.

گزینهٔ «۴»: در هر گروه از جدول دوره‌ای، از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

واکنش‌پذیری و خصلت نافلزی : $F_2 > Cl_2 > Br_2 > I_2$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۴، ۶، ۱۲ تا ۱۴)

۹۰- گزینهٔ «۳» *(یاسر علیشائی)*

عنصر X همان $_{19}K$ با آرایش الکترونی $[Ar]4s^1$ است که با تشکیل $_{19}K^+$ به آرایش گاز نجیب Ar می‌رسد.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

آ) در گروه فلزات قلیایی، از بالا به پایین واکنش‌پذیری (فعالیت شیمیایی) افزایش می‌یابد؛ بنابراین $_{19}K$ در مقایسه با عناصر پایین‌تر هم‌گروه خود، فعالیت شیمیایی کمتری دارد.

ب) بیرونی‌ترین الکترون مربوط به زیرلایهٔ 4s است که $n+l=4$ دارد و با توجه به آرایش الکترونی $1s^2/2s^22p^6/3s^23p^2$ در $_{14}Si$، این عنصر دارای ۴ زیرلایه پر شده از الکترون است.

پ) به طور کلی در یک دوره با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی و خصلت فلزی کاهش می‌یابد.

ت) عنصر X، ۷ الکترون با $l=0$ دارد که با شمار عناصری که در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دو اتمی یافت می‌شوند برابر است.

۷ مولکول دو اتمی جدول در دما و فشار اتاق

$H_2, N_2, O_2, F_2, Cl_2, Br_2, I_2$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)