

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۱/۱۰/۰۲



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد کل سؤالات: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال		مدت پاسخگویی
		از	شماره سؤال تا	
۱	ریاضیات	۱۰	۱ تا ۱۰	۴۵ دقیقه
		۱۰	۱۱ تا ۲۰	
		۱۰	۲۱ تا ۳۰	
۲	فیزیک ۲	۲۵	۳۱ تا ۵۵	۳۰ دقیقه
۳	شیمی ۲	۲۵	۵۶ تا ۸۰	۲۵ دقیقه



حسابان (۱)

۱- اگر $f(x) = \frac{a(x^2 - 7x + 10)}{bx - 2b}$ و $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1}$ باشد، مقدار $\frac{b}{2a}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲- اگر $f(x) = x^2 - x - 2$ و $g(x) = |x^2 - 1| + 1$ باشند، معادله $f(g(x)) = 0$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳- اگر $f(x) = \frac{cx + d}{2x + b}$ و $(f \circ f)(x) = x$ باشد، حاصل $(c + b)^{100}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) 2^{100} (۴) 2^{50}

۴- اگر $f(x) = x - 5[\frac{x}{5}]$ و $g(x) = 2^x$ باشد، برد تابع $g(f(x))$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $[1, 32)$ (۲) $[1, 5)$ (۳) $[-1, 32)$ (۴) $[-1, 5)$

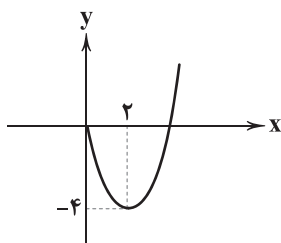
۵- اگر وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2}$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{x^2 + a}{bx}$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۴

۶- برد تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \times \frac{|x - 1|}{\sqrt{x^2 - 4}}$ به صورت کدام بازه است؟

- (۱) $(1, +\infty)$ (۲) $[1, +\infty)$ (۳) $(1, +\infty) - \{3\}$ (۴) $[1, +\infty) - \{3\}$

۷- در صورتی که $f(x) = x + b\sqrt{x}$ و $g(x) = x - b\sqrt{x}$ و نمودار $(f \times g)(x)$ به صورت زیر باشد و هم‌چنین برد تابع $(f + g)(x)$



بازه $[a, +\infty)$ باشد، مقدار $a^2 - a$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۶

۸- اگر تابع $f(x) = |\frac{x-1}{x+1}|$ در بازه $[a, -a]$ یک‌به‌یک باشد، مساحت ناحیه محدود به نمودار $g(x) = 2x - [2x]$ و محور x ها در این بازه کدام است؟

($a \in \mathbb{Z}$ و [] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۱

محل انجام محاسبات



۹- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x+1} \times \sqrt{2x-b}}{|x|-d}$ به صورت $(+\infty, 4) \cup (3, 2]$ باشد، حاصل $b \times d$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۱۰ (۴) -۱۰

۱۰- چه تعداد از توابع زیر یک به یک هستند؟

(الف) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$ (ب) $y = x - \sqrt{x}$ (ج) $y = (x-1)^2 \sqrt{\frac{x-4}{x+2}}$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

آمار و احتمال

۱۱- اگر $A = \{y-1, 3, z+2\}$ و $B = \{x-1, 5, -3\}$ در این صورت، با فرض $A \times B = B \times A$ ، بیشترین مقدار $x+2y+z$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۱

۱۲- اگر $A = [-2, 3]$ و $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ باشد، نمودار $A \times B$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۳- اگر مجموعه A دارای ۵ عضو و مجموعه B دارای ۴ عضو باشند و داشته باشیم $n((A \times B) - (B \times A)) = 16$ ، آنگاه مجموعه $A \cup B$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۱۴- در پرتاب n سکه و یک تاس، تعداد فضای نمونه‌ای ۳ برابر پرتاب ۴ سکه است. n کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۵- احمد و عباس ۳ مرتبه با هم سنگ، کاغذ و قیچی بازی می‌کنند. فضای نمونه‌ای این بازی چند عضو دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۸۱ (۳) ۲۴۳ (۴) ۷۲۹

۱۶- تاسی را ۳ مرتبه پرتاب می‌کنیم با چه احتمالی عدد رو شده در بار سوم بزرگ‌تر از عدد رو شده در بار دوم است و عدد رو شده در بار دوم بزرگ‌تر از عدد رو شده در بار اول است؟

- (۱) $\frac{5}{54}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{7}{54}$ (۴) $\frac{4}{27}$

۱۷- ۳ زن و ۵ مرد در یک صف قرار دارند با چه احتمالی هیچ دو زنی کنار هم نیستند؟

- (۱) $\frac{5}{14}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۱۸- عددی به تصادف از بین ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم با چه احتمالی این عدد نه مضرب ۲ و نه مضرب ۵ است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{7}$

محل انجام محاسبات



۱۹- در کیسه‌ای ۸ مهره سفید و n مهره سیاه وجود دارد. اگر ۳ مهره سیاه از کیسه خارج کنیم و به جای آن ۳ مهره سفید قرار دهیم، احتمال آنکه اگر مهره‌ای را از کیسه خارج کنیم و سفید باشد، $\frac{1}{4}$ افزایش یابد، n کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۰- از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ، دو عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این دو عدد غیر متوالی هستند؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

هندسه (۲)

۲۱- در مثلث ABC ، $AB = 2\sqrt{5}$ و $AC = 4$ و $BC = 6$ است. عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه A یکدیگر را در نقطه D قطع می‌کنند. فاصله نقطه D تا مرکز دایره محیطی مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) ۴

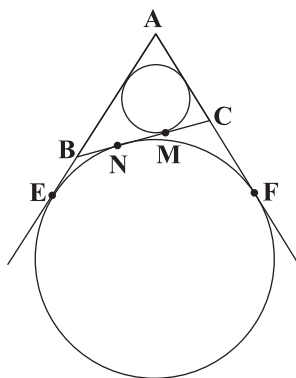
۲۲- در مثلث ABC رابطه $a + b = 5c$ برقرار است. اگر شعاع دایره محاطی داخلی مثلث ۲ باشد، h_c کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۳- در مثلثی به ابعاد ۱۰ و ۱۰ و ۱۶ تفاضل اندازه بزرگ‌ترین شعاع دایره محاطی خارجی از شعاع دایره محاطی داخلی مثلث کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) $\frac{68}{3}$ (۳) $\frac{64}{3}$ (۴) ۲۰

۲۴- در شکل مقابل $AB = 11$ و $AC = 8$ و $BC = 7$ است. اندازه مماس مشترک داخلی دو دایره محاطی داخلی و دایره محاطی خارجی (MN) کدام است؟



- (۱) ۱

- (۲) ۲

- (۳) ۳

- (۴) ۴

۲۵- در یک مثلث قائم‌الزاویه اندازه شعاع دایره محاطی داخلی ۲ و اندازه بزرگ‌ترین شعاع دایره محاطی خارجی برابر ۸ است. اندازه شعاع دایره محیطی این مثلث کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۶- در مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۵ فاصله مرکز دایره محیطی از مرکز دایره محاطی داخلی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{7}$

محل انجام محاسبات



۲۷- در مثلث قائم الزاویه‌ای طول یک ضلع قائمه ۵ و شعاع دایره محاطی داخلی برابر ۲ است. اندازه وتر این مثلث کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) $10\sqrt{3}$ (۳) ۱۳ (۴) $15\sqrt{2}$

۲۸- در یک دوزنقه قائم الزاویه محیطی، اندازه قاعده کوچک ۵ و طول ساق قائم ۶ است. طول قاعده بزرگ این دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) $6/5$ (۳) ۷ (۴) $7/5$

۲۹- در مثلث قائم الزاویه ABC ، اضلاع قائمه $AC=8$ و $AB=6$ است. اگر این مثلث را تحت تبدیل طولی پای T به مثلث $A'B'C'$ تبدیل

کنیم، در مثلث $A'B'C'$ شعاع دایره محاطی داخلی کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) $2/5$

۳۰- چند تا از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

(الف) بازتاب موقعیت شکل را تغییر می‌دهد و زاویه را حفظ می‌کند.

(ب) دوران موقعیت شکل را تغییر می‌دهد و اندازه پاره‌خط را حفظ می‌کند.

(ج) انتقال موقعیت شکل را تغییر می‌دهد و اندازه پاره‌خط و اندازه زاویه را حفظ می‌کند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



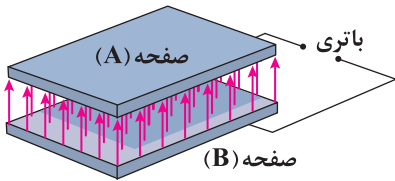
سایت کنکور



DriQ.com

فیزیک

۳۱- مطابق شکل زیر، دو صفحه خازن تختی را با اتصال به یک باتری، باردار می‌کنیم. کدام گزینه در ارتباط با این خازن درست است؟



- (۱) $|Q_A| = |Q_B|$ و $Q_A < 0$ ، $Q_B > 0$ و میدان الکتریکی بین دو صفحه تخت، صفر است.
 (۲) $|Q_A| = |Q_B|$ و $Q_A < 0$ ، $Q_B > 0$ و میدان الکتریکی بین دو صفحه تخت، یکنواخت است.
 (۳) $|Q_A| < |Q_B|$ و $Q_A > 0$ ، $Q_B < 0$ و میدان الکتریکی بین دو صفحه تخت، یکنواخت است.
 (۴) $|Q_A| > |Q_B|$ و $Q_A < 0$ ، $Q_B > 0$ و میدان الکتریکی بین دو صفحه تخت، یکنواخت است.

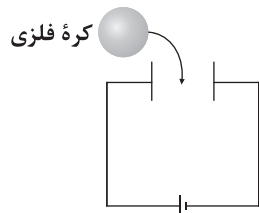
۳۲- صفحه‌های خازن تختی را به پایانه‌های یک باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی V وصل می‌کنیم. اگر بار ذخیره‌شده روی صفحات این خازن

برابر با $۲۰/۸ \mu C$ ، بردار میدان الکتریکی یکنواخت بین این دو صفحه در SI برابر $\vec{E} = (۱۰\vec{i} + ۲۴\vec{j}) \times ۱۰^۵$ و فاصله میان دو صفحه ۱۰ mm باشد، ظرفیت این خازن چند نانوفاراد است؟

- (۱) $۳/۲$ (۲) $۰/۸$ (۳) $۰/۰۰۰۸$ (۴) $۰/۰۰۳۲$

۳۳- مطابق شکل زیر، خازن تختی به یک باتری متصل است. اگر یک کره فلزی را بین صفحات خازن وارد کنیم، اختلاف پتانسیل الکتریکی میان

صفحات خازن و ظرفیت خازن می‌یابد.



- (۱) کاهش - کاهش
 (۲) ثابت می‌ماند - کاهش
 (۳) کاهش - افزایش
 (۴) ثابت می‌ماند - افزایش

۳۴- خازن تختی در اختیار داریم که بین صفحات آن ماده‌ای عایق با ثابت دی‌الکتریک K قرار دارد. چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد این خازن صحیح است؟

(الف) ظرفیت خازن با دی‌الکتریک برابر با $C = \kappa^N C$ است.

(ب) وقتی یک دی‌الکتریک مثل HCl در میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن قرار می‌گیرد، بر اثر القا، مولکول‌ها قطبیده می‌شوند.

(ج) اگر دی‌الکتریک مثل متان در میدان بین دو صفحه خازن قرار گیرد، میدان الکتریکی اعمال‌شده باعث می‌شود که ابر الکترونی مولکول‌های دی‌الکتریک در خلاف جهت میدان جابه‌جا شوند.

(د) رفتار مولکول‌های دی‌الکتریک قطبی در میدان الکتریکی بین صفحات خازن، سبب افزایش ظرفیت خازن و رفتار مولکول‌های دی‌الکتریک غیرقطبی در میدان الکتریکی بین صفحات خازن سبب کاهش ظرفیت خازن می‌شوند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۵- دو سر صفحات خازن تختی با ظرفیت C به باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی ۴ ولت متصل هستند. در این حالت مقدار بار الکتریکی ذخیره‌شده در این خازن برابر با ۲۰ نانوکول است. اگر دی‌الکتریک بین صفحات این خازن، شیشه پیرکس و صفحات این خازن مربع‌هایی به

ضلع ۲۰ cm باشند، فاصله میان صفحات این خازن چند میلی‌متر است؟ ($\kappa = ۵$ شیشه $\epsilon_0 = ۸/۸۵ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{F}{m}$)

- (۱) $۰/۰۴۴۲۵$ (۲) $۴/۴۲۵$ (۳) $۳۵/۴$ (۴) $۰/۳۵۴$

محل انجام محاسبات



۳۶- دو صفحه رسانای باردار تخت به مساحت A و به فاصله d از هم که شیشه بین آن‌ها قرار دارد، خازنی به وجود آورده‌اند. اگر فاصله بین دو صفحه را ۸۰% درصد افزایش، مساحت مشترک صفحات تخت را ۵۰% درصد کاهش دهیم و شیشه را از بین این صفحات برداشته تا فقط هوا جایگزین شیشه بین صفحات خازن باشد، ظرفیت خازن حدوداً چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟ ($\epsilon = ۵$ شیشه K)

- (۱) $۵/۵$ و کاهش (۲) $۵/۵$ و افزایش (۳) $۹۴/۵$ و افزایش (۴) $۹۴/۵$ و کاهش

۳۷- کدام گزینه به ترتیب جاهای خالی عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحه یک خازن را به اندازه کافی زیاد کنیم، تعدادی از الکترون‌های توسط میدان الکتریکی ایجادشده بین دو صفحه کنده شده و مسیرهای درون دی‌الکتریک ایجاد می‌شود که سبب تخلیه خازن شده و به این پدیده، فروریزش الکتریکی ماده دی‌الکتریک می‌گویند. این پدیده معمولاً با ایجاد همراه است.»

(۱) اتم‌های ماده دی‌الکتریک - رسانشی سرخس شکل - جرقه

(۲) اتم‌های ماده دی‌الکتریک - نارسانای بی‌نظم - پتانسیل الکتریکی بیشتر

(۳) ذخیره‌شده درون خازن - رسانشی سرخس شکل - ظرفیت بیشتر در خازن

(۴) ذخیره‌شده درون خازن - نارسانای بی‌نظم - جرقه

۳۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) هنگامی که دو سر خازن پرشده‌ای را به دو سر یک لامپ کوچک وصل کنیم، به شرط آن‌که ظرفیت و اختلاف پتانسیل الکتریکی خازن به اندازه کافی زیاد باشد، لامپ روشن و روشن تر می‌شود.

(ب) در هنگام شارژ شدن خازن توسط باتری، دائماً باری جزئی از یک صفحه خازن جدا و به همان اندازه به صفحه دیگر انتقال می‌یابد. این بار روی باتری کار ($W = Q\Delta V$) انجام می‌دهد.

(ج) هنگام انتقال بار جزئی از یک صفحه به صفحه دیگر خازن، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن به آهستگی افزایش می‌یابد.

(د) در هنگام باردار شدن خازن، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحه خازن همواره ثابت و برابر V است.

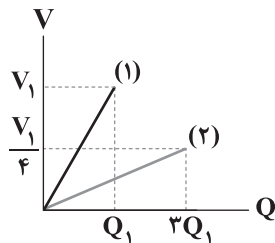
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۹- مساحت سطح مقطع مشترک صفحات خازن تختی برابر با A ، فاصله عایق میان صفحات آن برابر با d و ثابت دی‌الکتریک آن برابر با κ است. اگر این خازن را به یک باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی V متصل کنیم، اندازه نیرویی که هر یک از صفحات خازن به دیگری وارد می‌کند، برابر کدام گزینه است؟

$$(۱) \frac{\kappa A \epsilon_0 V^2}{d^2} \quad (۲) \frac{\kappa A \epsilon_0 V^2}{2d^2} \quad (۳) \frac{2\kappa A \epsilon_0 V^2}{d^2} \quad (۴) \frac{4\kappa A \epsilon_0 V^2}{3d^2}$$

۴۰- شکل زیر، نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن را برحسب بار ذخیره‌شده روی صفحات آن برای دو خازن تخت C_1 و C_2 نشان

می‌دهد. کدام گزینه رابطه انرژی ذخیره‌شده در دو خازن را درست نشان می‌دهد؟



$$U_p = 0.25U_1 \quad (۱)$$

$$U_p = 0.5U_1 \quad (۲)$$

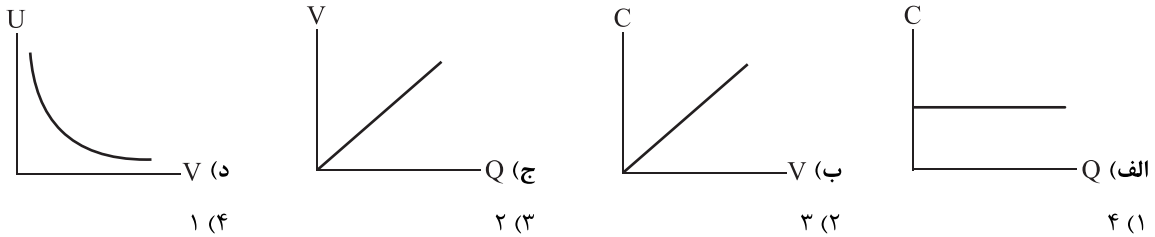
$$U_p = 0.75U_1 \quad (۳)$$

$$U_p = 0.3U_1 \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات



۴۱- خازن تختی در اختیار داریم که فاصله میان صفحات باردار آن d ، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر صفحات آن برابر با V و بار ذخیره شده بر روی صفحات آن برابر با Q است. چه تعداد از نمودارهای داده شده در ارتباط با این خازن نادرست است؟



۴۲- ظرفیت خازن تختی $4\mu F$ و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر صفحات آن V است. چنانچه $2\mu C$ بار الکتریکی از صفحه منفی به صفحه مثبت آن انتقال دهیم، انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در آن $10/25\mu J$ کاهش می یابد. V چند ولت است؟

(۱) $5/375$ (۲) $4/625$ (۳) $9/25$ (۴) $10/75$

۴۳- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن تختی، 20% درصد افزایش یابد، به ترتیب از راست به چپ، بار الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در این خازن چند درصد و چگونه تغییر می کنند؟

(۱) 20% و افزایش 44% - افزایش (۲) 20% و افزایش 56% - کاهش (۳) 80% و افزایش 56% - افزایش (۴) 80% و کاهش 44% - کاهش

۴۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) هر مجموعه ای از بارهای متحرک لزوماً جریان الکتریکی ایجاد می کنند.

(ب) الکترون های آزاد درون سیمی فلزی، حرکتی کاتوره ای در تمام جهات دارند و تندی آنها برابر با $10^6 \frac{m}{s}$ است.

(ج) هنگام قرار دادن سیم فلزی در مدار الکتریکی، اختلاف پتانسیل الکتریکی در دو سر سیم ایجاد می شود که باعث به وجود آمدن میدان الکتریکی در بیرون سیم می شود که این میدان عامل حرکت الکترون های آزاد در سیم و در جهت میدان الکتریکی می باشد.

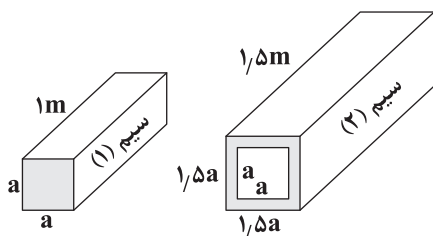
(د) اندازه سرعت سوق در یک رسانای فلزی، بسیار زیاد و در سیم های مسی از مرتبه بزرگی $10^4 \frac{m}{s}$ یا $10^5 \frac{m}{s}$ است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۵- ولتاژ باتری یک نوع ماشین حساب برابر با $5V$ است. هنگام روشن بودن این ماشین حساب، باتری باعث عبور جریان $25mA$ در آن می شود. چنانچه این ماشین حساب $5/$ ساعت روشن باشد، باتری چه مقدار انرژی برحسب میکروژول به مدار ماشین حساب می دهد؟

(۱) 6×10^4 (۲) $2/25 \times 10^6$ (۳) $0/6 \times 10^6$ (۴) $2/25 \times 10^4$

۴۶- در شکل زیر اگر مقاومت ویژه سیم (۱)، ۲ برابر مقاومت ویژه سیم (۲) باشد، مقاومت الکتریکی سیم (۱) چند برابر مقاومت الکتریکی سیم (۲) است؟ (در جریان های بسیار بالا به جای سیم با مقطع دایره ای از شمش های مسی (شینه) با مقطع مربع یا مستطیل استفاده می کنند).



(۱) $1/25$

(۲) $1/5$

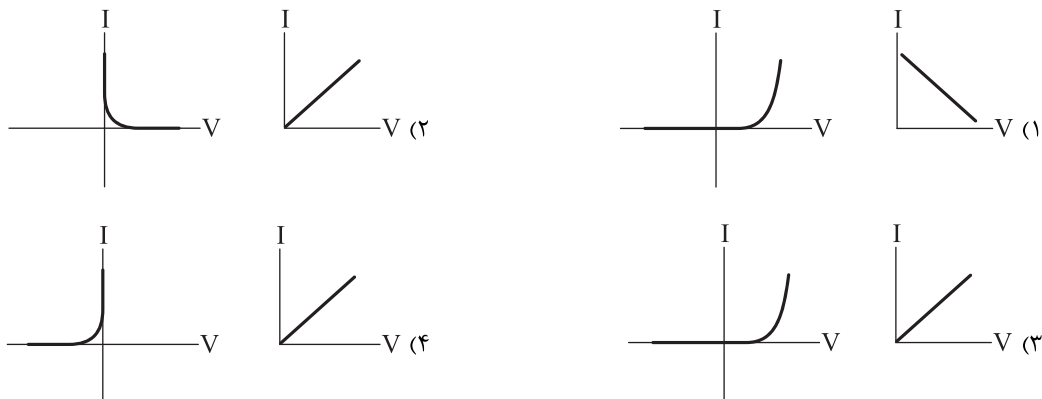
(۳) $3/5$

(۴) $5/3$

محل انجام محاسبات



۴۷- نمودار جریان الکتریکی برحسب اختلاف پتانسیل الکتریکی برای رسانای اهمی و یک دیود نور گسیل (LED) به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



۴۸- سیم فلزی از جنس طلا به طول $12/56$ متر و قطر سطح مقطع 20 میلی‌متر در اختیار داریم. اگر بارهای گذرنده از مقطع این سیم رسانا در مدت 20 دقیقه معادل 144 میکروکولن باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این سیم چند نانولت است؟ (دمای این سیم را ثابت فرض کنید و $\rho_{\text{طلا}} = 2/4 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$)

(۱) $19/2 \times 10^{-6}$ (۲) $115/2 \times 10^{-6}$ (۳) $19/2 \times 10^{-3}$ (۴) $115/2 \times 10^{-3}$

۴۹- دو سیم رسانا از جنس طلا و نقره در اختیار داریم، به طوری که شعاع سطح مقطع سیم نقره‌ای، 25 درصد بیشتر از شعاع سطح مقطع سیم از جنس طلا است و هم‌چنین طول سیم از جنس طلا، 50 درصد بیشتر از طول سیم از جنس نقره است. مقاومت الکتریکی سیم نقره‌ای چند درصد بیشتر (یا کم‌تر) از سیم از جنس طلا است؟ ($\rho_{\text{طلا}} = 2/4 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$, $\rho_{\text{نقره}} = 1/6 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$)

(۱) حدود 28 درصد کم‌تر است. (۲) حدود 72 درصد بیشتر است. (۳) حدود 72 درصد کم‌تر است. (۴) حدود 28 درصد بیشتر است.

۵۰- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست هستند؟

(الف) مقاومت ویژه یک ماده به مقاومت الکتریکی آن جسم و قطر سطح مقطع آن بستگی دارد.

(ب) رساناهای الکتریکی بسیار خوب، مقاومت ویژه بسیار زیاد و عایق‌های خوب، مقاومت ویژه بسیار کم دارند.

(ج) مقاومت ویژه نیم‌رساناها با افزایش دما، افزایش می‌یابد.

(د) دماسنج مقاومت پلاتینی، یکی از سه دماسنج معیار برای اندازه‌گیری دما در گستره دمایی بسیار بالا حدود 3000 کلوین تا 2235 کلوین است.

(ه) اساس کار دماسنج‌های مقاومت پلاتینی مبتنی بر تغییر مقاومت الکتریکی با دما است.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۵۱- المنت یک اجاق برقی از جنس آلومینیم به طول 3 متر و قطر سطح مقطع $0/2$ میلی‌متر است. با عبور جریان، المنت داغ می‌شود. مقاومت ویژه این المنت در دمای $25^\circ C$ برابر با $5 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ است. اگر ضریب دمایی مقاومت ویژه این المنت برابر با $4/4 \times 10^{-3} K^{-1}$ باشد، مقاومت این المنت در دمای $498 K$ چند اهم است؟ ($\pi = 3$)

(۱) ۹۴۰ (۲) ۳۴۴ (۳) ۴۷۰ (۴) ۶۸۸

محل انجام محاسبات



۵۲- مقاومت الکتریکی سیمی برابر با 12Ω است. 40°C درصد از طول این سیم رسانا را بریده و باقی مانده را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا آن را یکنواخت نازک کرده و طولش را به طول سیم اولیه برساند. با فرض ثابت ماندن دمای سیم، مقاومت سیم جدید چند اهم است؟

- (۱) 20 (۲) $7/2$ (۳) $4/8$ (۴) 30

۵۳- دمای یک سیم مسی را از 40°C به 413K می‌رسانیم. کدام گزینه در مورد مقاومت ویژه این سیم صحیح است؟ $(\alpha_{\text{مس}} = 4/3 \times 10^{-3} \text{K}^{-1})$

- (۱) $\rho_0 < \rho < 2\rho_0$ (۲) $\rho_0 < \rho < 4\rho_0$ (۳) $\rho_0 < \rho < 1/4\rho_0$ (۴) $\rho_0 < \rho < 1/2\rho_0$

۵۴- ضریب دمایی مقاومت سیم رسانایی در حدود $4 \times 10^{-3} \text{K}^{-1}$ است. مفهوم این عبارت در کدام گزینه به درستی آمده است؟

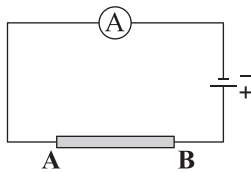
(۱) اگر دمای این سیم را $0/004$ کلوین افزایش دهیم، مقاومت آن ۱ اهم افزایش می‌یابد.

(۲) اگر دمای این سیم را یک کلوین افزایش دهیم، مقاومت آن $0/004$ اهم می‌شود.

(۳) اگر دمای این سیم، یک کلوین افزایش یابد، $0/004$ مقاومت اولیه به مقاومتش افزوده می‌شود.

(۴) اگر دمای این سیم، یک کلوین افزایش یابد، ۴ درصد به مقاومتش افزوده می‌شود.

۵۵- مطابق شکل زیر، سیم رسانای AB به یک باتری متصل است. اگر این سیم را با سیم هم جنس دیگری که جرمش ۲۵ درصد کم تر از این سیم است، جابه‌جا کنیم، عدد نشان داده شده توسط آمپرسنج، ۴۰ درصد افزایش می‌یابد. طول سیم جایگزین چند برابر طول سیم AB است؟



(دمای هر دو سیم را ثابت و برابر فرض کنید.)

(۱) $\frac{1}{\sqrt{1/0.5}}$

(۲) $\frac{4}{3}\sqrt{1/0.5}$

(۳) $\frac{5}{\sqrt{1/0.5}}$

(۴) $1/4\sqrt{1/0.5}$

سایت کنکور



۵۶- دلیل اصلی این که آلکان‌ها اغلب به عنوان سوخت به کار می‌روند در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) تولید آلاینده‌های کم
(۲) انرژی زیاد حاصل از سوختن
(۳) واکنش پذیری کم
(۴) میل ترکیبی زیاد با اکسیژن

۵۷- اگر در فرمول پیوند - خط هیدروکربن‌های بنزن، نفتالن و سیکلوهگزان به ترتیب از a ، b و c خط استفاده شود، کدام یک از روابط زیر درست است؟

$$(1) a + c = b \quad (2) \frac{a^2 + c^2}{8} = b \quad (3) 9b = 4c^2 \quad (4) 3\sqrt{a} = 2\sqrt{b}$$

۵۸- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با صنعت پتروشیمی و فرآورده‌های پتروشیمیایی درست است؟

- (۱) در صنعت پتروشیمی، ترکیب‌ها، مواد و وسایل گوناگون از نفت، زغال سنگ یا گاز طبیعی به دست می‌آیند.
(۲) در شرکت‌های پتروشیمی سالانه میلیون‌ها تن فرآورده‌های شیمیایی مانند پلی اتن تولید می‌شود که در تمامی آن‌ها کربن وجود دارد.
(۳) کم‌تر از ۱۰ درصد نفت خام به عنوان خوراک پتروشیمی در تولید مواد پتروشیمیایی به کار می‌رود.
(۴) در برج تقطیر نفت خام، مواد پتروشیمیایی که مولکول‌های آن‌ها سبک‌تر و فرارتر است به سوی پایین برج حرکت می‌کنند.

۵۹- اگر در یک هیدروکربن خطی (زنجیری) نسبت شمار پیوندهای $H - C - H$ به شمار پیوندهای $C - C$ برابر ۴ و مجموع شمار جفت الکترون‌های پیوندی مولکول آن برابر با ۱۴ باشد، چند درصد جرم این هیدروکربن را کربن تشکیل می‌دهد؟ (این هیدروکربن فاقد پیوند

سه‌گانه است.) ($C = 12, H = 1; g.mol^{-1}$)

$$(1) 85/7 \quad (2) 88/2 \quad (3) 87/8 \quad (4) 83/9$$

۶۰- برای سوختن کامل ۲/۵ مول از کدام یک از هیدروکربن‌های زیر ۲۷/۵ مول گاز اکسیژن لازم است؟

- (۱) بنزن
(۲) نفتالن
(۳) سیکلوهگزان
(۴) ۳، ۳-دی متیل پنتان

۶۱- کدام یک از مقایسه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) قیمت: نفت برنت دریای شمال < نفت سبک کشورهای عربی
(۲) اندازه مولکول: نفت کوره < گازوئیل
(۳) فراریت: بنزین < نفت سفید
(۴) نقطه جوش: گریس < وازلین

۶۲- کدام مطالب زیر درباره نفت خام نادرست‌اند؟

- (آ) نفت خام مخلوطی از هیدروکربن‌های گوناگون، برخی نمک‌ها، اسیدها، آب و ... است.
(ب) مقدار نمک، اسید و آب در نفت خام کم بوده و در نواحی گوناگون متغیر است.
(پ) بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام، سیرشده و خطی هستند.
(ت) حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود.

$$(1) \text{«آ»، «پ»} \quad (2) \text{«ب»، «ت»} \quad (3) \text{«ب»، «پ»} \quad (4) \text{«آ»، «ت»}$$

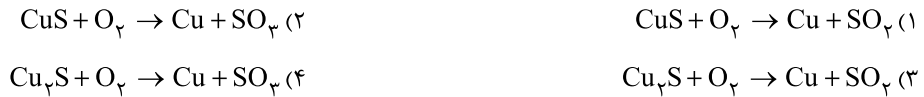
محل انجام محاسبات



۶۳- کدام موارد جزو مزایای استفاده از زغال سنگ در مقایسه با بنزین است؟

- (ب) مقدار گرمای آزاد شده به ازای سوختن (kJ.g^{-1})
(پ) طول عمر ذخایر آن
(ت) تأثیر روی محیط زیست
(پ) شرایط استخراج
(۱) «آ»، «ب»
(۲) «آ»، «پ»
(۳) فقط «آ»
(۴) «ب»، «ت»

۶۴- در مجتمع مس سرچشمه کرمان، برای تهیه مس خام از سنگ معدن آن، کدام واکنش زیر انجام می شود؟ (واکنش ها موازنه شده نیستند.)



۶۵- چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با هگزان راست زنجیر و ۱- هگزن درست است؟

- هر دو ترکیب بی رنگ بوده و در دما و فشار اتاق به حالت مایع هستند.
- برای ترکیبی که برم مایع بر آن اثر می کند می توان ۲ ساختار راست زنجیر دیگر با فرمول مولکولی یکسان در نظر گرفت.
- درصد جرمی کربن در ۱- هگزن بیشتر از هگزان است.
- واکنش پذیری ۱- هگزن بیشتر از هگزان است.
- ۱- هگزن در مجاورت گاز هیدروژن، در دما و فشار اتاق به هگزان تبدیل می شود.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۶۶- چه تعداد از عبارت های زیر در ارتباط با تیتانیم درست است؟

- فلزی محکم با چگالی کم و مقاوم در برابر اکسایش است.
- یکی از کاربردهای آن، استفاده در ترمز دوچرخه است.
- با آهن (III) اکسید در اثر گرما واکنش داده و طی آن، فلز آهن و ترکیب Ti_2O_3 به دست می آید.
- واکنش پذیری آن از فلز منیزیم کم تر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۷- چه تعداد از فرمول های زیر نمی تواند وجود داشته باشد؟



۶۸- چه تعداد از عبارت های زیر را می توان به «سنگ بنای صنایع پتروشیمی» نسبت داد؟

- این ماده در بیشتر گیاهان وجود دارد.
- در اثر واکنش با آب (در حضور سولفوریک اسید) به یک ترکیب بی رنگ و فرار تبدیل می شود.
- درصد جرمی کربن در آن با درصد جرمی کربن در سیکلوتان برابر است.
- شمار جفت الکترون های پیوندی در مولکول آن، $\frac{1}{3}$ شمار جفت الکترون های پیوندی در مولکول ۱- هگزن است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۱/۱۰/۰۲



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه	تعداد سؤال: ۸۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱ ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک ۲	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی ۲	۳

آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان ۱	سیروس نصیری - مهدی وارسته
	آمار و احتمال	مجید فرهمندپور
	هندسه ۲	مجید فرهمندپور
فیزیک	کامبیز افضلی فر	مروارید شاه‌حسینی
شیمی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	ایمان زارعی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

سایت کنکور

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گل‌فر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجیبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقضی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

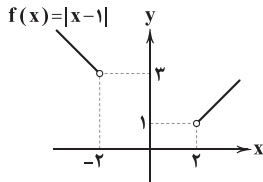
صدای دانش‌آموز است.

جای x و y عوض شود:

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 2}{2x} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 0$$

۱ ۶

$$D_{f(x)} = x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -2$$

با ساده‌سازی ضابطه f داریم:

$$R_{f(x)} = (1, +\infty)$$

با توجه به شکل

$$D_{fg} = [0, +\infty)$$

۱ ۷

ضابطه $(fg)(x)$ به صورت زیر است:

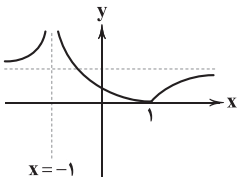
$$(fg)(x) = a(x-2)^2 - 4 \xrightarrow{f(0)=0} a = 1$$

$$\Rightarrow f(x) \times g(x) = x^2 - 4x$$

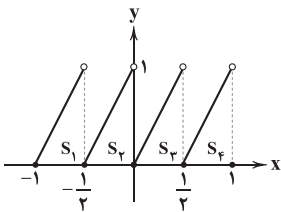
واضح است که $g(x) = x + 2\sqrt{x}$ و $f(x) = x - 2\sqrt{x}$

$$\Rightarrow f(x) + g(x) = 2x \Rightarrow R_{f(x)+g(x)} = [0, +\infty)$$

$$\Rightarrow a = 0 \Rightarrow a^2 - a = 0$$

نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است:واضح است که بازه داده شده $[-1, 1)$ است. در این بازه نمودار تابع $g(x)$ به

صورت زیر است:



$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 4 \left(\frac{1}{2} \times 1 \right) = 1$$

ریشه زیر رادیکال است: $x = 2$

۱ ۹

$$\Rightarrow 2 \times 2 - b = 0 \Rightarrow b = 4$$

از طرفی $[3, 4]$ ریشه مخرج است در نتیجه $d = 3$ است پس:

$$b \times d = 12$$

ریاضیات

شرط آن‌که $f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x)$ باشد آن است

$$D_f = R_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

در نتیجه باید $R_f = \mathbb{R} - \{2\}$ باشد.

$$f(x) = \frac{a(x-2)(x-5)}{bx-2b} \Rightarrow f(x) = \frac{a}{b}(x-5), x \neq 2$$

 $x = 2$ در دامنه تابع f قرار ندارد پس $f(2)$ تعریف نمی‌شود. در نتیجه $(2, 2)$ نقطه تو خالی در نمودار تابع f هست بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{a}{b}(-3) = 2 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}a \Rightarrow \frac{b}{2a} = \frac{-\frac{3}{2}a}{2a} = -\frac{3}{4}$$

۴ ۲

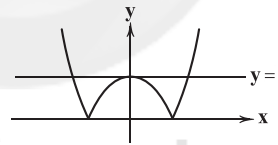
$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

اکنون:

$$\begin{cases} g(x) = -1 \\ g(x) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x^2 - 1| + 1 = -1 \Rightarrow |x^2 - 1| = -2 \\ |x^2 - 1| + 1 = 2 \Rightarrow |x^2 - 1| = 1 \end{cases}$$

نمودار دو تابع $y = |x^2 - 1|$ و $y = 1$ را رسم می‌کنیم:

با توجه به شکل، معادله ۳ جواب دارد.

نکته: شرط آن‌که تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ بر وارون خودمنطبق باشد این است که $a+d=0$ باشد.با توجه به رابطه $f(x) = f^{-1}(x)$ در نتیجه:

$$c + b = 0 \Rightarrow (c+b)^{100} = 0$$

باتوجه به رابطه $1 < [ax] - ax \leq 0$ داریم:

$$0 \leq \frac{x}{\Delta} - \left[\frac{x}{\Delta} \right] < 1$$

$$f(x) = \Delta \left(\frac{x}{\Delta} - \left[\frac{x}{\Delta} \right] \right) \Rightarrow 0 \leq f(x) < \Delta \quad (1)$$

$$g(f(x)) = 2^{f(x)} \xrightarrow{(1)} 2^0 \leq 2^{f(x)} < 2^\Delta$$

$$\xrightarrow{\text{صعودی}} R_{g(f(x))} = [1, 2^\Delta)$$

$$(y-x)^2 = x^2 + 2 \Rightarrow y^2 + x^2 - 2yx = x^2 + 2$$

۱ ۵

$$\Rightarrow 2yx = y^2 - 2 \Rightarrow x = \frac{y^2 - 2}{2y}$$



(الف)

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 2xy \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \Rightarrow y = x$$

(ب)

$$y = (\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^2 - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x_1} - \frac{1}{\sqrt{x_1}})^2 - \frac{1}{4} = (\sqrt{x_2} - \frac{1}{\sqrt{x_2}})^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow |\sqrt{x_1} - \frac{1}{\sqrt{x_1}}| = |\sqrt{x_2} - \frac{1}{\sqrt{x_2}}|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x_1} - \frac{1}{\sqrt{x_1}} = \sqrt{x_2} - \frac{1}{\sqrt{x_2}} \\ \sqrt{x_1} - \frac{1}{\sqrt{x_1}} = \frac{1}{\sqrt{x_2}} - \sqrt{x_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 1 \end{cases}$$

(ج) به وسیله عددگذاری ساده واضح است که یک به یک نیست.

$$y = 0 \Rightarrow x = 1, x = 4$$

$$A = B \text{ در این صورت } A \times B = B \times A \text{ اگر } ۴ \quad ۱۱$$

$$x - 1 = 3 \Rightarrow x = 4$$

دو حالت وجود دارد، حالت اول:

$$y - 1 = 5 \Rightarrow y = 6$$

$$z + 2 = -3 \Rightarrow z = -5$$

$$x + 2y + z = 4 + 12 - 5 = 11$$

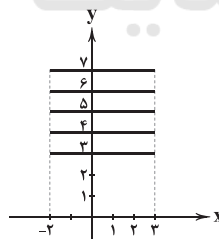
حالت دوم:

$$y - 1 = -3 \Rightarrow y = -2$$

$$z + 2 = 5 \Rightarrow z = 3$$

$$x + 2y + z = 4 - 4 + 3 = 3$$

نمودار به صورت شکل زیر است. ۲ ۱۲



۳ ۱۳

$$n((A \times B) - (B \times A)) = n(A) \times n(B) - n(A \cap B)^2$$

$$\Rightarrow 16 = 5 \times 4 - n(A \cap B)^2 \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5 + 4 - 2 = 7$$

۲ ۱۴

$$2^n \times 6 = \text{تعداد فضای نمونه‌ای } n \text{ سکه و یک تاس}$$

$$= 2^4 = 16 = \text{تعداد فضای نمونه‌ای پرتاب ۴ سکه}$$

$$2^n \times 6 = 3 \times 16 \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

۴ ۱۵ تعداد فضای نمونه‌ای در یک بار بازی به صورت زیر است:

$$n(S) = \text{تعداد حالات عباس} \times \text{تعداد حالات احمد} = 3 \times 3 = 9$$

پس در یک بازی ۹ حالت وجود دارد بنابراین در ۳ بازی $9^3 = 729$ حالت داریم.

$$n(S) = 6^3 = 216 \quad ۱ \quad ۱۶$$

باید از بین اعداد $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ عدد انتخاب کنیم و تنها به یک صورت صف کنیم.

$$n(A) = \binom{6}{3} = 20$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{216} = \frac{5}{54}$$

$$n(S) = 8! \quad ۱ \quad ۱۷$$

ابتدا مردها را به ۵! حالت صف می‌کنیم و ۶ فضا بین مردها وجود خواهد داشت که ۳ فضا را باید انتخاب کرده و ۳ زن را بین آن‌ها صف کنیم.

$$n(A) = 5! \times \binom{6}{3} \times 3! = 5! \times 20 \times 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5! \times 20 \times 6}{8!} = \frac{5! \times 20 \times 6}{8 \times 7 \times 6 \times 5!} = \frac{5}{14}$$

$$n(S) = 1000 \quad ۱ \quad ۱۸$$

$$n(A) = \left[\frac{1000}{2} \right] = 500$$

$$n(B) = \left[\frac{1000}{5} \right] = 200$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{1000}{10} \right] = 100$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 500 + 200 - 100 = 600$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{600}{1000} = 0.6$$

$$P((A \cup B)') = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$P(A) = \frac{\lambda}{\lambda + n} \text{ احتمال سفید در حالت اول} \quad ۲ \quad ۱۹$$

$$P(B) = \frac{11}{\lambda + n} \text{ احتمال سفید در حالت دوم}$$

$$P(B) - P(A) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{11}{\lambda + n} - \frac{\lambda}{\lambda + n} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{\lambda + n} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \lambda + n = 12 \Rightarrow n = 4$$

$$n(S) = \binom{8}{2} = 28 \quad ۳ \quad ۲۰$$

$$A' = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8)\}$$

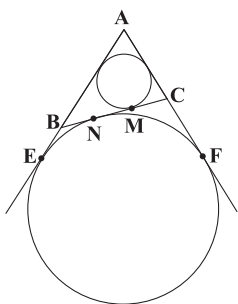
$$\Rightarrow n(A') = 7$$

$$n(A) = n(S) - n(A') = 28 - 7 = 21$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$$



۳ ۲۴



$$\text{محیط} = 2p = 11 + 8 + 7 = 26 \Rightarrow p = 13$$

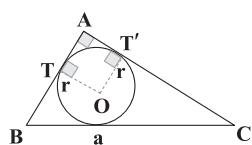
$$AE = AF = p = 13$$

$$\left. \begin{array}{l} CF = AF - AC = 13 - 8 = 5 \\ CF = CN \end{array} \right\} \Rightarrow CN = 5$$

$$CM = p - AB = 13 - 11 = 2$$

$$MN = CN - CM = 5 - 2 = 3$$

۱ ۲۵ چهارضلعی OTAT' مربع است پس AT = r



$$AT = p - a \Rightarrow r = p - a$$

$$r_a = \frac{S}{p-a} \Rightarrow 8 = \frac{S}{r} \Rightarrow S = 16$$

$$r = \frac{S}{p} \Rightarrow r = \frac{16}{p} \Rightarrow p = 18$$

$$p - a = 2 \Rightarrow 18 - a = 2 \Rightarrow a = BC = 16$$

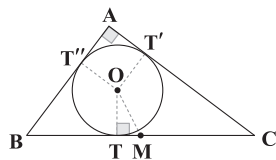
می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، وتر، قطر دایره محیطی مثلث است. پس:

$$2R = BC = 16 \Rightarrow R = 8$$

۱ ۲۶

مثلث با اضلاع ۳ و ۴ و ۵ قائم‌الزاویه است و مرکز دایره

محیطی مثلث، نقطه M وسط وتر است.



$$2p = 3 + 4 + 5 = 12 \Rightarrow p = 6$$

$$S = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow OT = 1$$

$$CT = p - AB = 6 - 5 = 1$$

$$TM = CT - MC = 1 - 2/5 = 3/5$$

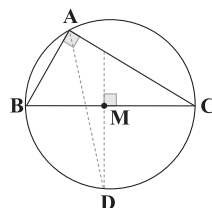
$$OTM: OM^2 = OT^2 + TM^2 = 1^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{34}{25} \Rightarrow OM = \frac{\sqrt{34}}{5}$$

۲ ۲۱

عمودمنصف هر ضلع و نیمساز زاویه روبه‌روی آن، هم‌دیگر را

روی دایره محیطی مثلث قطع می‌کنند و مرکز دایره محیطی در مثلث

قائم‌الزاویه، وسط وتر است.



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

$$MD = MB = MC = R = \frac{BC}{2} = 3$$

۴ ۲۲ می‌دانیم در هر مثلث، نسبت اضلاع عکس نسبت ارتفاع‌ها است.

$$\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$$

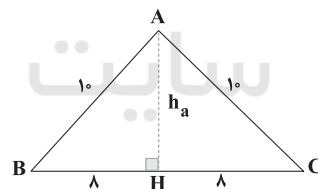
$$a + b = 5c \xrightarrow{+c} \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = 5 \Rightarrow \frac{h_c}{h_a} + \frac{h_c}{h_b} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{h_c}{h_a} + \frac{h_c}{h_b} + \frac{h_c}{h_c} = 5 + 1 \Rightarrow h_c \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right) = 6$$

$$\Rightarrow h_c \times \frac{1}{r} = 6 \Rightarrow \frac{h_c}{r} = 6 \Rightarrow h_c = 12$$

۳ ۲۳ در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده مثلث، میانه

هم می‌باشد.



$$\Delta ABH: AB^2 = BH^2 + h_a^2 \Rightarrow 100 = 64 + h_a^2$$

$$\Rightarrow h_a^2 = 36 \Rightarrow h_a = 6$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} h_a \cdot BC = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 = 30$$

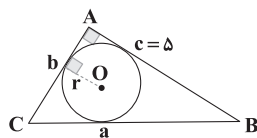
$$ABC \text{ محیط}: 2p = 10 + 10 + 16 \Rightarrow 2p = 36 \Rightarrow p = 18$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

بزرگ‌ترین دایره محاطی خارجی در هر مثلث مماس بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث است.

$$r_a = \frac{S}{p-a} = \frac{30}{18-10} = 3.75$$

$$r_a - r = 3.75 - \frac{5}{3} = \frac{12.5 - 5}{3} = \frac{7.5}{3} = 2.5$$



$$2p = a + b + c \Rightarrow p = \frac{a+b}{2} + \frac{c}{2}$$

$$S = \frac{\Delta b}{2}$$

$$r = \frac{S}{p} \Rightarrow r = \frac{\frac{\Delta b}{2}}{\frac{a+b}{2} + \frac{c}{2}} \Rightarrow \Delta + a + b = \frac{2}{\Delta} b \Rightarrow a = \frac{2}{\Delta} b - \Delta$$

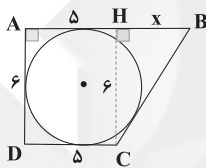
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \left(\frac{2}{\Delta} b - \Delta\right)^2 = b^2 + \Delta^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{\Delta^2} b^2 - 4b + 2\Delta^2 = b^2 + 2\Delta^2 \Rightarrow \frac{3}{\Delta^2} b^2 - 4b = 0$$

$$\Rightarrow b\left(\frac{3}{\Delta^2} b - 4\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ \frac{3}{\Delta^2} b = 4 \Rightarrow b = \frac{4\Delta^2}{3} \end{cases}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow a = 13$$

۴ ۲۸



$$AB + DC = AD + BC \Rightarrow 6 + 6 + x = 6 + BC \Rightarrow BC = 6 + x$$

$$BC^2 = HC^2 + HB^2 \Rightarrow (6+x)^2 = 6^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 16 + 12x + x^2 = 36 + x^2 \Rightarrow 12x = 20 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$AB = AH + HB = 6 + \frac{5}{3} = \frac{23}{3}$$

در تبدیل طولها مساحت و محیط حفظ می شود. ۳ ۲۹

$$a^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow a = 10$$

$$2p = 6 + 8 + 10 = 24 \Rightarrow p = 12$$

$$S = \frac{6 \times 8}{2} = 24$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{24}{12} = 2$$

به طور شهودی می توان دید که بازتاب، انتقال و دوران ۱ ۳۰

می توانند موقعیت شکل را تغییر دهند ولی اندازه پاره خط و زاویه ها را تغییر

نمی دهند پس هر ۳ گزاره صحیح هستند.



با توجه به رابطه ظرفیت خازن با توجه به ساختمان آن داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow d = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{C} = \frac{5 \times 10^{-12} \times (20 \times 10^{-2})^2}{5 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow d = 35/4 \times 10^{-5} \text{ m} \times 10^3 \Rightarrow 35/4 \times 10^{-2} \text{ mm} \Rightarrow d = 0/354 \text{ mm}$$

با توجه به رابطه خازن داریم: **۴ ۳۶**

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{5} \times \frac{A_1 - \frac{1}{2}A_1}{A_1} \times \frac{d_1}{d_1 + \frac{1}{10}d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{11}{10}}$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{10}{11} = \frac{1}{11} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{11} C_1$$

درصد تغییرات ظرفیت خازن برابر است با:

$$\Rightarrow \frac{\Delta C}{C_1} \times 100 = \frac{C_2 - C_1}{C_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta C}{C_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{11}C_1 - C_1}{C_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta C}{C_1} \times 100 = -\frac{10}{11} \times 100 = -90/11$$

ظرفیت خازن تقریباً $94/5$ درصد کاهش می‌یابد.

در پدیده فروریزش الکتریکی، با افزایش اختلاف پتانسیل **۱ ۳۷**

الکتریکی دو صفحه یک خازن، الکترون‌های اتم‌های ماده دی‌الکتریک کنده شده و مسیره‌های رسانشی سرخس‌شکل درون دی‌الکتریک ایجاد می‌شوند. در نهایت فروریزش الکتریکی با جرقه همراه بوده و بیشتر مواقع، خازن را می‌سوزاند.

فقط عبارت «ج» درست است. **۴ ۳۸**

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) اگر دو سر خازن پر شده‌ای را به دو سر لامپ کوچکی وصل کنیم، لامپ برای مدتی روشن و سپس خاموش می‌شود.

ب) در هنگام شارژ شدن خازن توسط باتری و انتقال بار جزئی از یک صفحه به صفحه دیگر آن، باتری روی این بار کار $W = Q\Delta V$ انجام می‌دهد.

د) اختلاف پتانسیل دو صفحه خازن، تابع خطی از بار ذخیره‌شده در آن می‌شود که به طور یکنواخت از صفر تا V افزایش می‌یابد. در هنگام باردار شدن خازن، می‌توان اختلاف پتانسیل الکتریکی متوسطی به صورت $\bar{V} = \frac{V}{2}$

برای دو صفحه خازن در نظر گرفت.

فیزیک

بار از طریق سیم‌های رسانا جریان یافته و این شارش تا **۲ ۳۱**

لحظه‌ای ادامه پیدا می‌کند که اختلاف پتانسیل الکتریکی میان دو صفحه خازن با اختلاف پتانسیل الکتریکی میان دو پایانه باتری، یکسان شود. با باردار شدن خازن، صفحه‌ها دارای بارهایی با بزرگی یکسان ($|Q_A| = |Q_B|$)، ولی با علامت‌های مخالف خواهند شد.

از طرفی اگر به جهت خطوط میدان توجه کنید، متوجه دو نکته می‌شوید:

(۱) خطوط همگی در یک جهت هستند، پس میدان الکتریکی بین دو صفحه تخت، یکنواخت است.

(۲) خطوط میدان الکتریکی همیشه از بار مثبت ($Q_B > 0$) خارج و به بار منفی ($Q_A < 0$) وارد می‌شوند.

اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه این خازن برابر است با: **۲ ۳۲**

$$E = \sqrt{(10)^2 + (24)^2} \times 10^5 = \sqrt{(5 \times 2)^2 + (12 \times 2)^2} \times 10^5$$

$$\Rightarrow E = (13 \times 2) \times 10^5 \Rightarrow E = 26 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو سر این خازن برابر است با:

$$V = Ed = (26 \times 10^5) \times (10 \times 10^{-3}) = 26 \times 10^3 \text{ V}$$

ظرفیت این خازن برابر است با: $C = \frac{Q}{V} = \frac{(13 \times 1/6) \times 10^{-6}}{26 \times 10^3} = 0/8 \times 10^{-9} \text{ F}$

$$\Rightarrow C = 0/8 \times 10^{-9} \times 10^9 = 0/8 \text{ nF}$$

چون خازن به باتری متصل است. بنابراین اختلاف پتانسیل **۴ ۳۳**

الکتریکی میان صفحات خازن ثابت می‌ماند. با وارد کردن کره فلزی میان صفحات خازن، فاصله عایق میان صفحات (d) کاهش یافته و طبق

رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

فقط عبارت «ج» صحیح است. **۱ ۳۴**

بررسی سایر عبارت‌ها:

الف) ظرفیت خازن با دی‌الکتریک برابر با $C = \kappa C_0$ است.

ب) قطبیده شدن مولکول‌ها بر اثر القا، مربوط به رفتار مولکول‌های دی‌الکتریک‌های غیرقطبی، مثل متان و بنزن است. (دی‌الکتریک HCl ، NH_3 و آب جزء دی‌الکتریک‌های قطبی هستند.)

د) رفتار مولکول‌های دی‌الکتریک قطبی و غیرقطبی در میدان الکتریکی صفحات خازن، هر دو سبب افزایش ظرفیت خازن می‌شوند.

ظرفیت این خازن برابر است با: **۴ ۳۵**

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{20 \times 10^{-9}}{4} = 5 \times 10^{-9} \text{ F}$$



۴۳ | ۱ با توجه به رابطه ظرفیت خازن داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow{\text{ثابت } C} q \propto V \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1 + \frac{2}{100} V_1}{V_1} = \frac{\frac{6}{5} V_1}{V_1} = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{6}{5} Q_1 (*)$$

درصد تغییرات بار ذخیره شده بر روی خازن برابر است با:

$$\frac{\Delta Q}{Q_1} \times 100 = \frac{\frac{6}{5} Q_1 - Q_1}{Q_1} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

بار الکتریکی ذخیره شده بر روی خازن، ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow U \propto Q^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{Q_2^2}{Q_1^2} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}$$

درصد تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$\frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = \frac{\frac{36}{25} U_1 - U_1}{U_1} \times 100 = \frac{11}{25} \times 100 = 44\%$$

انرژی ذخیره شده در این خازن نیز ۴۴ درصد افزایش می‌یابد

۴۴ | ۱ بررسی عبارت‌ها:

الف) بارهای متحرک زمانی جریان الکتریکی ایجاد می‌کنند که شارش خالص بار از یک سطح مقطع معین داشته باشیم. (*)

ب) تندی الکترون‌های آزاد درون سیم فلزی از مرتبه $10^6 \frac{m}{s}$ می‌باشد، ولی

برابر $10^6 \frac{m}{s}$ نیستند. (*)

ج) هنگام قرار دادن سیم فلزی در مدار الکتریکی، اختلاف پتانسیل الکتریکی در دو سر سیم ایجاد شده و میدانی الکتریکی درون سیم تشکیل می‌شود (نه بیرون سیم)، این میدان الکتریکی عامل حرکت الکترون‌های آزاد در سیم و در خلاف جهت میدان الکتریکی می‌باشد. (*)

د) اندازه سرعت سوق در یک رسانای فلزی، بسیار کم است. مثلاً در سیم‌های مسی از مرتبه بزرگی $10^{-4} \frac{m}{s}$ یا $10^{-5} \frac{m}{s}$ می‌باشد. (*)

۴۵ | ۲ مقدار بار عبوری از مدار این ماشین حساب در مدت ۵/۰

ساعت (۳۰ دقیقه) برابر است با:

$$\Delta q = I \Delta t = (25 \times 10^{-5}) \times (30 \times 60) = 450 \times 10^{-3} = 45 \times 10^{-2} C$$

مقدار انرژی که باتری به مدار می‌دهد، برابر است با:

$$W = q \Delta V = (45 \times 10^{-2}) \times 5 = 225 \times 10^{-2} J \Rightarrow W = 225 \times 10^{-2} \times 10^6$$

$$\Rightarrow W = 225 \times 10^4 = 2/25 \times 10^6 \mu J$$

۳۹ | ۲ میدان الکتریکی میان صفحات خازن برابر $E = \frac{V}{d}$ است.

چون بار الکتریکی ذخیره شده روی صفحات مثبت و منفی خازن هم اندازه است، بنابراین میدان الکتریکی هر یک از صفحات برابر $\frac{E}{2} = \frac{V}{2d}$ است که مجموع آن‌ها همان E می‌شود. از طرفی قدرمطلق بار ذخیره شده روی هر صفحه خازن برابر با $Q = CV$ است، بنابراین:

$$F = \frac{E}{2} |Q| = \frac{V}{2d} \times CV \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} F = \frac{\kappa A \epsilon_0 V^2}{2d^2}$$

۴۰ | ۳ با استفاده از انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} QV \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{3Q_1}{Q_1} \times \frac{V_1}{V_1} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow U_2 = 0/75 U_1$$

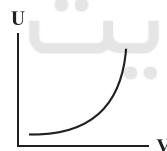
۴۱ | ۳ نمودارهای «ب» و «د» نادرست هستند.

در نمودار (ب) باید توجه داشت که تغییرات اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن (V) و بار الکتریکی ذخیره شده بر روی صفحات آن (Q) روی ظرفیت خازن هیچ اثری ندارد، یعنی شکل نمودار C-V نیز باید مشابه C-Q باشد.

در نمودار «د» باید توجه داشت:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U \propto V^2$$

مطابق این رابطه، انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن با مجذور اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن نسبت مستقیم دارد، پس نمودار U بر حسب V مطابق شکل زیر است:



۴۲ | ۱ با جدا کردن بار منفی از صفحه منفی خازن تخت و انتقال به

صفحه مثبت خازن، انرژی ذخیره شده و بار الکتریکی کاهش می‌یابند، بنابراین:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{\Delta U = -10/25 \mu J} \frac{Q_2^2}{2C} - \frac{Q_1^2}{2C} = -10/25$$

$$\Rightarrow \frac{(Q_1 - 2)^2}{2 \times 4} - \frac{Q_1^2}{2 \times 4} = -10/25 \Rightarrow \frac{(Q_1 - 2)^2 - Q_1^2}{8} = -10/25$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1^2 - 4Q_1 + 4 - Q_1^2}{8} = -10/25 \Rightarrow -4Q_1 + 4 = -82$$

$$\Rightarrow -4Q_1 = -86 \Rightarrow Q_1 = 21/5 \mu C$$

با توجه به رابطه خازن داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q_1}{C} = \frac{21/5}{4} = 5/375 V$$



$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{16}{25} = \frac{64}{9 \times 25} \Rightarrow R_2 = \frac{64}{9 \times 25} R_1$$

$$\Rightarrow R_2 \approx 0.28 R_1$$

بنابراین:

$$\frac{R_2 - R_1}{R_1} \times 100 = \frac{0.28 R_1 - R_1}{R_1} \times 100 = -\frac{0.72 R_1}{R_1} \times 100 = -72\%$$

یعنی مقاومت نقره حدوداً ۷۲ درصد کم‌تر از مقاومت طلا است.

۴۵ فقط عبارت «ه» درست است.

بررسی عبارتهای نادرست:

(الف) مقاومت ویژه یک ماده به ساختار اتمی و دمای آن بستگی دارد.

(ب) رساناهای الکتریکی خوب، مقاومت ویژه بسیار کم و عایق خوب، مقاومت ویژه بسیار زیاد دارند.

(ج) مقاومت ویژه نیم‌رساناها (مثل ژرمانیم و سیلیسیم) با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

(د) از دماسنج مقاومت پلاتینی می‌توان برای اندازه‌گیری دقیق دما در گستره دمایی حدوداً از ۱۴K تا ۱۲۳۵K استفاده کرد.

مقاومت ویژه این المنت در دمای ۴۹۸K برابر است با:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha \Delta T] \quad T_1 = \theta_1 + 273 \Rightarrow T_1 = 298K$$

$$\rho = (\delta \times 10^{-8}) \times [1 + (\frac{4}{4} \times 10^{-3}) \times (498 - 298)]$$

$$\Rightarrow \rho = (\delta \times 10^{-8}) \times [1 + (\frac{1}{1} \times 10^{-1})] = 9/4 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

بنابراین مقاومت المنت در این دما برابر است با:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{(9/4 \times 10^{-8}) \times 3}{\pi \times (1 \times 10^{-5})^2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{9/4 \times 10^{-8}}{10^{-10}} = 9/4 \times 10^2 = 940 \Omega$$

۴۲ طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$L_1 = L \text{ و } A_1 = A \text{ قبل از برش}$$

$$L_2 = 0.6L \text{ و } A_2 = A \text{ پس از برش}$$

$$L_3 = L \text{ و } A_3 = A \text{ پس از عبور از دستگاه}$$

حجم سیم در پس از برش و پس از عبور از دستگاه، برابر هستند:

$$V_2 = V_3 \Rightarrow A_2 L_2 = A_3 L_3$$

$$\Rightarrow A \times (0.6L) = A_3 \times L$$

$$\Rightarrow A_3 = 0.6A$$

با استفاده از رابطه مقاومت داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \rho \text{ ثابت} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{L}{L} \times \frac{A}{0.6A}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1 \times \frac{1}{0.6} \Rightarrow R_2 = 20 \Omega$$

۴۶ ابتدا نسبت مساحت سطح مقطع سیم (۲) را به مساحت

سطح مقطع سیم (۱) به دست می‌آوریم:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{(1/5a)^2 - a^2}{a^2} = \frac{2/25a^2 - a^2}{a^2} = \frac{1/25a^2}{a^2} = 1/25$$

حال با استفاده از رابطه مقاومت الکتریکی یک رسانا بر اساس مشخصات ساختمانی داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} = 2 \times \frac{1}{1/5} \times 1/25$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{2/5}{1/5} = \frac{2}{1}$$

۴۷ در رسانای اهمی، کسر $\frac{I}{V}$ همواره ثابت است. جریان عبوری از

رسانا (I) با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر رسانا (V) نسبت مستقیم دارد.

دیود نورگسیل (LED) از اختلاف پتانسیل الکتریکی مخالف (منفی) شروع

شده و با مثبت شدن آن ($V > 0$) هم‌چنین با رسیدن به مقدار کافی (اثر

گسیل یا تابش نور مرئی) سریعاً جریان الکتریکی عبوری از آن افزایش می‌یابد.

۴۸ با توجه به رابطه مقاومت داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2} \quad r = \frac{D}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ mm}$$

$$R = \frac{2/4 \times 10^{-8} \times 12/56}{3/14 \times (10 \times 10^{-3})^2} = \frac{2/4 \times 12/56}{3/14} \times \frac{10^{-8}}{10^{-4}}$$

$$\Rightarrow R = 2/4 \times 4 \times 10^{-4} = 9/6 \times 10^{-4} \Omega$$

جریان عبوری از هر سطح مقطع این سیم برابر است با:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{144 \times 10^{-6}}{20 \times 60} = \frac{144 \times 10^{-6}}{12 \times 10^2} = 12 \times 10^{-8} \text{ A}$$

با توجه به قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow V = RI = 9/6 \times 10^{-4} \times 12 \times 10^{-8} = 115/2 \times 10^{-12} \text{ V}$$

$$\Rightarrow V = 115/2 \times 10^{-12} \times 10^9 = 115/2 \times 10^{-3} \text{ nV}$$

۴۹ اگر اطلاعات مربوط به طلا را با اندیس (۱) و اطلاعات مربوط

به نقره را با اندیس (۲) نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$r_2 = r_1 + 0.25r_1 = r_1 + \frac{1}{4}r_1 = \frac{5}{4}r_1$$

$$L_1 = L_2 + 0.5L_2 = L_2 + \frac{1}{2}L_2 = \frac{3}{2}L_2$$

با توجه به رابطه مقاومت الکتریکی داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1/6 \times 10^{-8}}{2/4 \times 10^{-8}} \times \frac{L_2}{\frac{3}{2}L_2} \times \left(\frac{r_1}{\frac{5}{4}r_1}\right)^2$$



۴ ۵۳

مقاومت ویژه این سیم در دمای ۴۱۳K برابر است با:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 413 - (273 + 40) = 100 \text{ K}$$

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T) \xrightarrow{\Delta T = 100 \text{ K}} \rho = \rho_0 (1 + 100\alpha)$$

$$\Rightarrow \rho = \rho_0 [1 + (43 \times 10^{-3})] \Rightarrow \rho = 1.43 \rho_0 \Rightarrow \rho_0 < \rho < 2\rho_0$$

تغییرات مقاومت این سیم را به ازای ۱K افزایش دما

۳ ۵۴

محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta R}{R_1} = \alpha \Delta T$$

$$\frac{\alpha = 0.004 \text{ K}^{-1}}{\Delta T = 1 \text{ K}} \rightarrow \frac{\Delta R}{R_1} = 0.004 \times 1 = 0.004 \Rightarrow \Delta R = 0.004 R_1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R}{R_1} \times 100 = 0.004 \times 100 = 0.4\%$$

سیم‌ها هم‌جنس هستند، پس چگالی آن‌ها ثابت است، بنابراین:

۳ ۵۵

$$\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow \left(\frac{m}{V}\right)_1 = \left(\frac{m}{V}\right)_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m_1 - 0.25 m_1}{m_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{0.75 m_1}{m_1} = \frac{3}{4} (*)$$

با توجه به رابطه حجم داریم:

$$V = AL \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{L_1}{L_2} \xrightarrow{(*)} \frac{A_2}{A_1} = \frac{3}{4} \frac{L_1}{L_2} \quad (1)$$

با توجه به قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow{\text{ثابت: } V} \frac{R_2}{R_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{I_1}{I_1 + 0.4 I_1} = \frac{I_1}{1.4 I_1} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{7} \quad (2)$$

دمای سیم‌ها ثابت و برابر است، بنابراین با توجه به رابطه مقاومت داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\text{ثابت: } \rho} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \frac{5}{7} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{4}{3} \times \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 = \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$$

$$\Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \sqrt{\frac{15}{28}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{15}{7}} = \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{14} \sqrt{105} = \frac{1}{14} \sqrt{100 \times 1.05}$$

$$\Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{10}{14} \sqrt{1.05} = \frac{5}{7} \sqrt{1.05}$$



بررسی گزینه‌ها:

۱) $C_6H_6: 6 + \frac{6}{4} = 7/5$

۲) $C_{10}H_8: 10 + \frac{8}{4} = 12$

۳) $C_6H_{12}: 6 + \frac{12}{4} = 9$

۴) $C_7H_{16}: 7 + \frac{16}{4} = 11$

۶۱) در آلکان‌ها و به طور کلی هیدروکربن‌ها با افزایش جرم مولی

هیدروکربن، نقطه جوش افزایش می‌یابد. نقطه جوش وازلین با فرمول تقریبی $C_{25}H_{52}$ بیشتر از گریس با فرمول تقریبی $C_{18}H_{38}$ است.

۶۲) بررسی عبارت‌هاک نادرست:

ب) مقدار نمک و اسید در نفت خام کم بوده و در نواحی گوناگون متغیر است.

ت) بیش از ۹۰ درصد نفت خام صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود.

۶۳) طول عمر ذخایر زغال‌سنگ بیشتر از نفت خام است که بنزین از آن تهیه می‌شود.

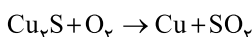
• مقدار گرمای آزاد شده ($\frac{kJ}{g}$) زغال‌سنگ کم‌تر از بنزین است.

• یکی از مشکلات زغال‌سنگ، شرایط دشوار استخراج آن است.

• جایگزینی نفت (بنزین) با زغال‌سنگ، سبب ورود مقدار بیشتری از انواع آلاینده‌ها به هوا کرده شده و تشدید اثر گلخانه‌ای می‌شود.

۶۴) معدن مس سرچشمه کرمان، یکی از بزرگ‌ترین مجتمع‌های

صنعتی معدنی جهان به شمار می‌رود و بزرگ‌ترین تولیدکننده مس است. برای تهیه مس خام از سنگ معدن آن، واکنش زیر انجام می‌شود:



۶۵) به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

فرمول مولکولی هگزان و ۱- هگزن به ترتیب C_6H_{14} و C_6H_{12} است.

• بر روی ۱- هگزن سیر نشده برخلاف هگزان سیر شده، برم اثر می‌کند. دو ترکیب

۲- هگزن و ۳- هگزن همانند ۱- هگزن، راست‌زنجیر هستند.

• ۱- هگزن در مجاورت گاز هیدروژن و کاتالیزگر نیکل به هگزان تبدیل می‌شود.

۶۶) فقط عبارت آخر درست است.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• تیتانیوم در برابر خوردگی مقاوم است، نه در برابر اکسایش!!

• یکی از کاربردهای تیتانیوم، استفاده در بدنه دوچرخه است.

• Ti با Fe_2O_3 در اثر گرما واکنش داده و طی آن فلز Fe و ترکیب TiO_2

تولید می‌شود.

شیمی

۵۶) آلکان‌ها بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را

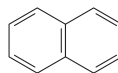
تشکیل می‌دهند و به دلیل واکنش‌پذیری کم اغلب به عنوان سوخت به کار می‌روند.

۵۷) ۳



بنزن

a=9



نفتالن

b=16



سیکلوهگزان

c=6

$$9b = 4c^2 \Rightarrow 9(16) = 4(6)^2$$

$$\frac{144}{144} = \frac{144}{144}$$

۵۸) بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در صنعت پتروشیمی، ترکیب‌ها، مواد و وسایل گوناگون از نفت یا گاز طبیعی به دست می‌آیند.

۲) برخی از فراورده‌های پتروشیمیایی مانند آمونیاک (NH_3) و سولفوریک اسید (H_2SO_4) فاقد کربن هستند.

۴) در برج تقطیر نفت خام، مواد پتروشیمیایی به سوی بالای برج حرکت می‌کنند.

۵۹) فرمول این هیدروکربن را به صورت C_xH_y در نظر می‌گیریم،

در این صورت اگر این هیدروکربن a پیوند دوگانه داشته باشد، شمار اتم‌های هیدروژن آن برابر است با:

$$y = 2x + 2 - 2a$$

$$\frac{C - H}{C - C} = \frac{\text{شمار پیوندهای (شمار اتم‌های هیدروژن)}}{\text{شمار پیوندهای (شمار اتم‌های کربن)}} = \frac{2x + 2 - 2a}{x - (a + 1)}$$

$$= \frac{2x + 2 - 2a}{x - (a + 1)} = 4 \Rightarrow x + 1 - a = 2x - 2a - 2 \Rightarrow x = a + 2 \text{ (I)}$$

$$14 = \frac{4(x) + (2x + 2 - 2a)}{2} = \text{مجموع شمار جفت الکترون‌های پیوندی}$$

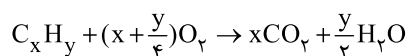
$$\Rightarrow 3x + 1 - a = 14 \Rightarrow 3x - a = 13 \text{ (II)}$$

فرمول هیدروکربن C_5H_8 : $(I) \Rightarrow x = 5, a = 2$

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{5(12)}{5(12) + 8(1)} \times 100 = 78.88\%$$

۶۰) معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل هیدروکربنی با فرمول

کلی C_xH_y به صورت زیر است:

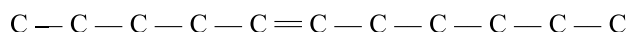
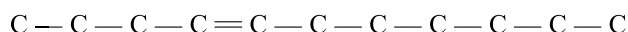
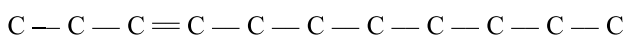
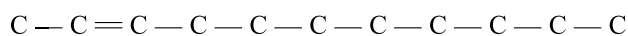
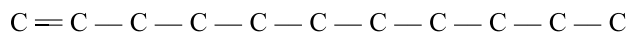


مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$x + \frac{y}{4} = \frac{27/5}{2/5} \Rightarrow x + \frac{y}{4} = 11$$



برای آلکنی با ۱۱ اتم کربن می توان ۵ ساختار راست‌زنجیر در نظر گرفت:



جزئی از نفت خام که به عنوان سوخت هواپیما به کار می‌رود

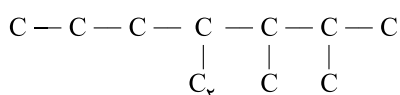
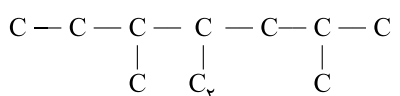
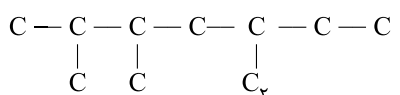
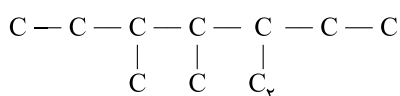
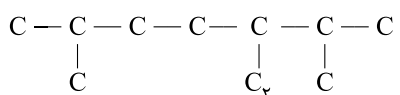
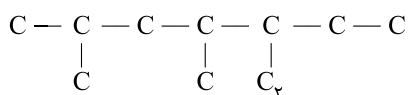
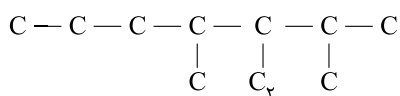
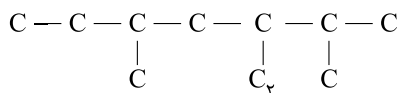
۷۲ | ۳

همان نفت سفید بوده که در نفت سنگین کشورهای عربی، درصد آن از سه نوع نفت خام دیگر کم‌تر است.

تمام ساختارهای زیر با فرم کلی a- اتیل - b و c- دی‌متیل هپتان

۷۳ | ۴

نام‌گذاری می‌شوند.



چند ساختار دیگر می‌توان در نظر گرفت؟

هر چهار فرمول می‌تواند وجود داشته باشد.

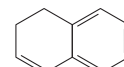
۶۷ | ۱



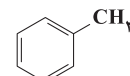
C_4H_6



C_5H_8



$C_{10}H_8$



C_7H_8

هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

۶۸ | ۴

گاز اتن سنگ بنای صنایع پتروشیمی است.

بررسی عبارت‌ها:

• بدون شرح

• اتن در واکنش با آب (در حضور H_2SO_4) به اتانول تبدیل می‌شود که بی‌رنگ و فرار است.

• درصد جرمی کربن در آلکن‌ها و سیکلوآلکن‌ها با هم برابر است.

• در مولکول‌های اتن (C_2H_2) و ۱-هگزن (C_6H_{12})، به ترتیب ۶ و ۱۸ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

۶۹ | ۲

بررسی عبارت‌های نادرست:

• برای بهبود کارایی زغال‌سنگ، گاز SO_2 خارج شده از نیروگاه‌ها را با عبور از روی CaO به کلسیم سولفیت ($CaSO_3$) تبدیل می‌کنند.

• متان، گازی سبک است.

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

۷۰ | ۱

A آلکن: C_aH_{2a}

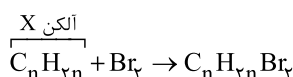
B آلکین: C_bH_{2b-2}

$$2a = 2(2b-2) \Rightarrow a = 2b-2$$

اتم‌های H آلکن اتم‌های H آلکین

$$(شمار اتم‌های H آلکین) - (شمار اتم‌های C آلکن) = a - (2b-2) = 0$$

۷۱ | ۳



مطابق داده‌های سؤال اگر جرم آلکن X برابر 100° گرم باشد، جرم Br_2

مصرف شده 104° گرم خواهد بود:

$$\frac{100g C_nH_{2n}}{1 \times (12n + 2n)} = \frac{104g Br_2}{2 \times 80} \Rightarrow \frac{52}{7n} = \frac{52}{80}$$

$$\Rightarrow n = 11 \Rightarrow \text{آلکن X: } C_{11}H_{22}$$



۷۸ ۴ بخش عمده اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌های موجود در بدن شما از غذایی که می‌خورید، تأمین می‌شود.

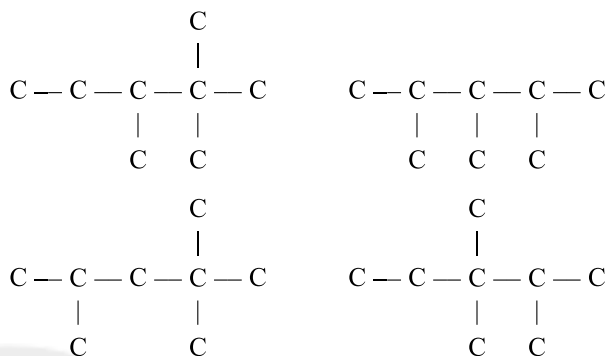
۷۹ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۸۰ ۳ • میانگین تندی مولکول‌های آب معرف دمای آن است که مطابق شکل در دو ظرف یکسان (۸۵°C) است.

• انرژی گرمایی هم به دما و هم به جرم ماده بستگی دارد. با توجه به این که دمای آب موجود در دو ظرف، برابر و جرم آب در ظرف B بیشتر است، می‌توان نتیجه گرفت که انرژی گرمایی آب موجود در ظرف B بیشتر است.

۷۴ ۳ در ساختار اوکتان راست‌زنجیر، ۶ گروه CH_3 و ۲ گروه CH_2 وجود دارد.

$\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$
فرمول مولکولی C_8H_{18} را به ۴ آلکان شاخه‌دار با ۳ شاخه فرعی می‌توان نسبت داد:



۷۵ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

با توجه به شکل داده‌شده، فرمول مولکولی ترکیب A به صورت C_7H_{16} است.

بررسی عبارت‌ها:

• در بنزن (C_6H_6) همانند ترکیب A، شمار اتم‌های کربن برابر با شمار اتم‌های هیدروژن است.
• شمار پیوندهای دوگانه در مولکول A و مولکول نفتالن (C_{10}H_8) به ترتیب برابر با ۱۲ و ۵ پیوند است.

$$\frac{12}{5} > 2$$

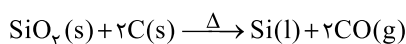
• در مولکول A و مولکول سیکلوپنتان (C_5H_{10}) به ترتیب ۳ و ۶ اتم کربن وجود دارد.

$$\frac{3}{6} = 0.5$$

• در مولکول A و مولکول اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) به ترتیب ۳ و ۶ اتم هیدروژن وجود دارد.

۷۶ ۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

درصد خلوص سیلیسیم در صنایع الکترونیک در حدود ۹۹/۹۹۹۹ است. سیلیسیم را از واکنش زیر تهیه می‌کنند که نشان می‌دهد واکنش‌پذیری آن کم‌تر از کربن (نخستین عنصر گروه چهاردهم) است.



۷۷ ۲ به هیدروکربن‌های سیرنشده با یک پیوند سه‌گانه کربن - کربن، آلکین گفته می‌شود.

در ارتباط با درستی گزینه (۴) باید گفت که فرمول مولکولی پنجمین عضو خانواده آلکین‌ها C_6H_10 بوده و نسبت شمار اتم‌های H به C در آن برابر $\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ است.