

سورة الاحقاف

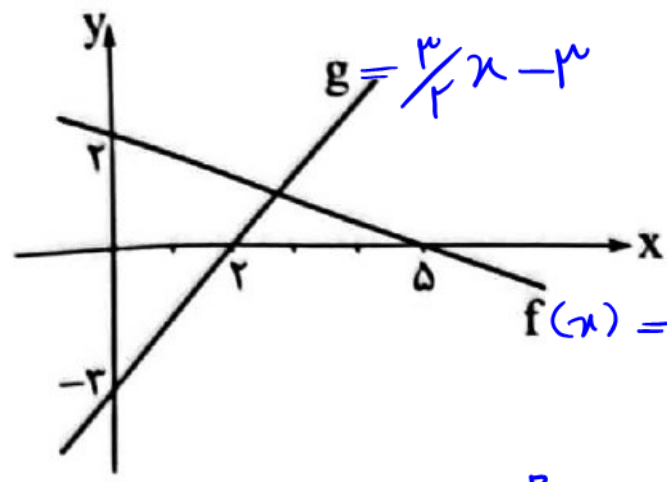
حل و تشریح تست های حسابان

آزمون خیلی سبز ۲۹ مهر ۱۴۰۱

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

[t.me/Aliveza\\_feizian](https://t.me/Aliveza_feizian)

۱- نمودار توابع  $f$  و  $g$  مطابق شکل روبه‌رو است. حاصل  $(f \circ (f + g))(1)$  کدام است؟



$$f(x) = -\frac{2}{5}x + 2$$

$$g = \frac{3}{2}x - 3$$

$$\frac{22}{25} \quad (2)$$

$$\frac{49}{25} \quad (3)$$

$$\frac{24}{25} \quad (1)$$

$$\frac{48}{25} \quad (3)$$

$$f(1) = -\frac{2}{5} + \frac{10}{5} = \frac{8}{5}$$

$$g(1) = \frac{3}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{16 - 15}{10} = \frac{1}{10}$$

$$f\left(\frac{1}{10}\right) = -\frac{2}{5} \times \frac{1}{10} + 2 = \frac{49}{25}$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های مسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۲- هرگاه توابع  $f = \{(1, 2), (k, n), (3, 0), (0, 1)\}$  و  $g^{-1} = \{(3, 2), (2, 3), (n+1, p)\}$  تعریف شده باشد، به طوری که

$$g = \{(2, 3)\}$$

$(f + g)(2) = 4$ ، مقدار  $f \circ g(p)$  کدام است؟

✓ (۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

$$n + 3 = 4 \Rightarrow n = 1$$

$$f\left(\frac{g(2)}{3}\right) = 0$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های حسابان آزمون فیلد سبز ۱۲۹ مهر ۱۴۰۱

۳- هرگاه  $f(x) = \left[ \sqrt{\frac{x}{3} + 1} \right]$  در بازه  $(24, \alpha)$  تابعی ثابت باشد، بیشترین مقدار  $f\left(\frac{\alpha}{3}\right)$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

۵ (۴)
۳ (۳)
۲ (۲) ✓
۴ (۱)

$$\frac{\frac{24}{3} + 1}{4}$$

$$y = 3$$

$$\frac{24}{3} + 1 = \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow x = 48$$

$$f(15) = \left[ \sqrt{\frac{15}{3}} \right] = 2$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های مسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۴- اگر توابع  $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, -1), (4, 0)\}$  و  $g(x) = x + \frac{2}{x-2}$  داده شده باشد، جمع اعضای برد تابع  $y = \frac{f}{g}$

$$g = \{(1, -1), (3, 5), (4, -1)\}$$

کدام است؟

$$\frac{9}{5} (4)$$

$$-7 (3)$$

$$7 (2)$$

$$-\frac{11}{5} (1) \checkmark$$

$$R_{\frac{f}{g}} = \{0, -2, -\frac{1}{5}\}$$

$$-2 - \frac{1}{5} = -\frac{11}{5}$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های حسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۵- اگر دامنه تعریف  $f(x) = \log_2(ax - b)$  بازه  $(-\infty, \frac{1}{2})$  باشد، دامنه تعریف  $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(bx + a)$  کدام است؟


$(2, +\infty)$  (۴)

$(-2, +\infty)$  (۳)


$(-\infty, 2)$  (۲)

$(-\infty, -2)$  (۱) ✓

$ax - b$   
 $a < 0$



$\frac{1}{2}a - b = 0 \Rightarrow a = 2b$



۶- با فرض  $f(x) = 3x - 2$ ، اگر  $R_f = [-5, 10]$ ، دامنه تعریف تابع  $y = f \circ f$  کدام است؟

$[\frac{1}{3}, 2]$  (۴) ✓

$[-1, -\frac{1}{3}]$  (۳)

$[-1, 4]$  (۲)

$[-1, 2]$  (۱)

$$D_{f \circ f} = \left\{ x \in D_f ; f(x) \in D_f \right\}$$

$$-5 \leq 3x - 2 \leq 10$$

$$-3 \leq 3x \leq 12$$

$$-1 \leq x \leq 4$$

$$-1 \leq 3x - 2 \leq 4$$

$$1 \leq 3x \leq 6$$

$$\frac{1}{3} \leq x \leq 2$$



۷- تابع  $f(x) = (2-a)x^2 - 4ax + 1$  با دامنه  $(-2, 2)$  تابعی یک به یک است. حدود  $a$  کدام است؟

•  $0 < a < 1$  (۴)

•  $0 < a < 2$  (۳)

$a \geq 1$  (۲)

$-2 < a < 0$  (۱)

$a=2 \Rightarrow f(x) = -4x + 1$

$a \neq 2$



$$\frac{2a}{2-a} \geq 2 \quad \vee \quad \frac{2a}{2-a} \leq -2 \Rightarrow \left| \frac{2a}{2-a} \right| \geq 2$$

$$|a|^2 \geq |a-2|^2 \Rightarrow (a-2)^2 - a^2 \leq 0$$

$$(2a-2)(-2) \leq 0$$

$$2a-2 \geq 0 \Rightarrow a \geq 1$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های حسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۸- نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x+10}{x-1}$  نمودار وارون خودش را در نقاط A و B قطع می‌کند. اندازه پاره خط AB کدام است؟

$$7\sqrt{2} \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$5\sqrt{2} \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$y = x - y = 2x + 10$$

$$(y - 2)x = y + 10$$

$$x = \frac{y + 10}{y - 2}$$

$$f(x) = \frac{2x + 10}{x - 2}$$

$$\frac{2x + 10}{x - 1} = \frac{x + 10}{x - 2}$$

$$2x^2 + 4x - 20 = x^2 + 9x - 10$$

$$x^2 - 5x - 10 = 0 \quad A(5, 5)$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$B(-2, -2)$$

$$\sqrt{49 + 49} = 7\sqrt{2}$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های مسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۹- اگر نمودار تابع  $f(x) = ax^3 + b$ ، نمودار وارون خودش را در نقطه  $A(1, -2)$  قطع کند، مقدار  $f^{-1}(40)$  کدام است؟

$$\sqrt[3]{9} (4)$$

$$(-2, 1)$$

$$-5 (3)$$

$$\sqrt[3]{-25} (2)$$

$$-3 (1)$$

$$\begin{aligned} a + b &= -2 \\ -1a + b &= 1 \end{aligned} \Rightarrow 9a = -3 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \Rightarrow b = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3} = 4.$$

$$\frac{-1}{3}x^3 = \frac{17.5}{3} \Rightarrow x = -5$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های حسابان آزمون فیلد سبز ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۱۰- اگر  $f(x) = \frac{1}{3}(x + \sqrt{x^2 + 9})$  تابع  $y = f^{-1}(-\frac{1}{x})$  با کدام تابع مساوی است؟

$$y = -f^{-1}(-x) \quad (۲)$$

$$y = f^{-1}(x) \quad (۴)$$

$$y = f^{-1}(\frac{1}{x}) \quad (۱)$$

$$y = -f^{-1}(x) \quad (۳)$$

$$3y - x = \sqrt{x^2 + 9}$$

$$x^2 + 9y^2 - 6xy = x^2 + 9$$

$$6xy = 9y^2 - 9$$

$$x = \frac{3}{2}(y - \frac{1}{y}) \Rightarrow$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3}{2}(x - \frac{1}{x})$$

$$f^{-1}(-\frac{1}{x}) = \frac{3}{2}(-\frac{1}{x} + x)$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های حسابان آزمون فیلد سبز ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۱۱- نمودار تابع  $y = |x - 1|$  با کدام تبدیلات بر نمودار تابع  $y = |x| - 1$  منطبق می‌گردد؟

$$x \rightarrow x + 1$$

(۱) انتقال به چپ و بالا

(۲) انتقال به راست و پایین

(۳) انتقال به راست و بالا

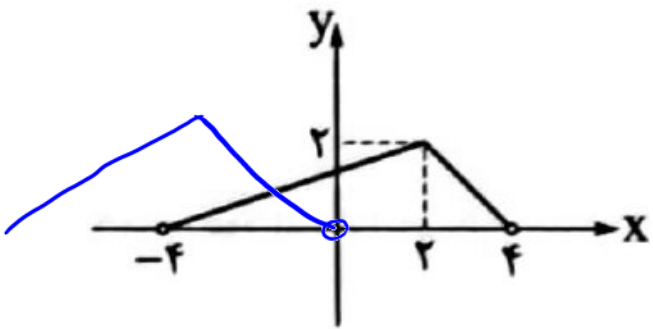
(۴) انتقال به چپ و پایین

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های حسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۱۲- اگر نمودار  $y = f(x)$  مطابق شکل باشد، نمودار  $y = f(x-2)$  و  $y = f(4-x)$

یکدیگر را در چند نقطه قطع می کنند؟



$$y = f(x+4)$$

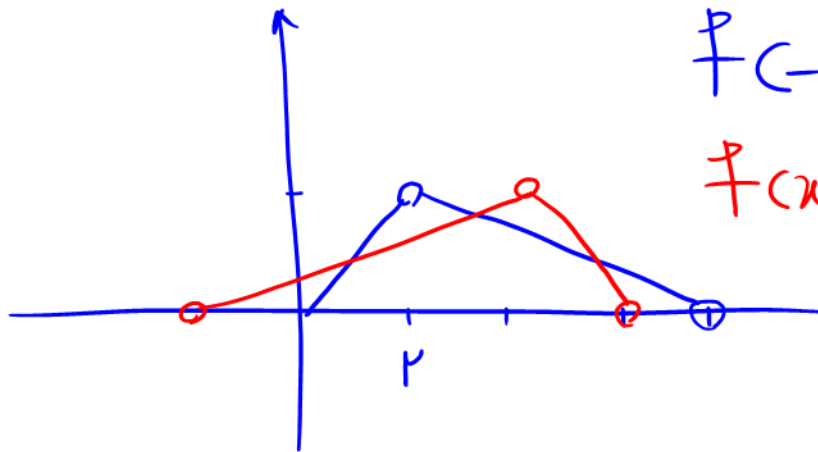
$$x \rightarrow -x$$

$$2 \checkmark$$

$$4 (4)$$

$$1 (1)$$

$$3 (3)$$



$$f(-x+4)$$

$$f(x-2)$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های مسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۱۳- نمودار تابع  $f(x) = 4 - \sqrt{2-x}$  را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و سپس ۴ واحد به سمت چپ منتقل

$$x \rightarrow x+4$$

$$[-6, 30] \quad (۲)$$

می‌کنیم تا به تابع  $g(x)$  برسیم. دامنه تعریف تابع  $(f \circ g)(x)$  کدام است؟

$$[2, 38] \quad (۳)$$

$$[-8, 24] \quad (۲)$$

$$[4, 39] \quad (۱)$$

$$g(x) \quad y = -4 + \sqrt{2+x}$$

$$D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g ; \underbrace{g(x) \in D_f}_{x \leq 3} \right\}$$

$$\cancel{-4 + \sqrt{2+x}} \leq \cancel{\sqrt{2-x}}$$

$$x+4 \leq \cancel{2-x}$$

$$x \leq 3$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های مسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۱۴- از نقطه  $A(\alpha, 3)$  روی نمودار تابع  $y = 2 - 3f\left(\frac{x}{2}\right)$  به کمک برخی عملیات روی نمودار به نقطه  $A'(\beta, 3)$  روی نمودار تابع  $y = 1 + 2f^{-1}(3x)$  رسیده‌ایم. مقدار  $\alpha - 9\beta$  کدام است؟

$$\begin{array}{c} f(f) \\ \frac{\alpha}{2} = 1 \Rightarrow \alpha = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3(\alpha) \\ \frac{\alpha}{2 - 9\beta} = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2(2) \\ \frac{3}{2} = 1 + 2f^{-1}(3\beta) \\ f^{-1}(3\beta) = 1 \\ f(1) = 3\beta \end{array} \quad \begin{array}{c} 1(1) \end{array}$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های حسابان آزمون فیلد سبز ۲۹ مهر ۱۴۰۱



۱۵- نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{6+2x}$  را نسبت به محور  $y$ ها قرینه کرده و سپس  $k$  واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم.

$$x \rightarrow x-k$$

اگر نمودار نهایی، نمودار تابع وارون  $f$  را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند،  $k$  کدام است؟

$$4/4$$

$$4/5(3)$$

$$(2, 2)$$

$$3/4$$

$$3/5(1)$$

$$y = \sqrt{6+2x-2k}$$

$$10-2k = 4$$

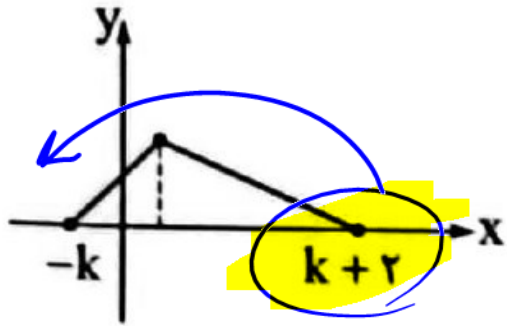
$$2k = 6$$

$$k = 3$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

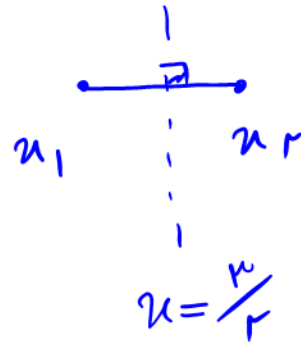
تست های حسابان آزمون فیلد سبز ۱۲۹ مهر ۱۴۰۱

۱۶- نمودار تابع  $f$  مطابق شکل زیر است. قرینه نمودار  $f$  نسبت به خط  $x = \frac{3}{2}$  از ناحیه دوم عبور نمی‌کند. حداکثر  $k$



$$2(2)$$

$$\frac{5}{2}(4)$$



$$x_1 \rightarrow 3 - x_2$$

کدام است؟

$$1(1)$$

$$\frac{3}{2}(3)$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow x_2 = 3 - x_1$$

$$y = f(3 - x)$$

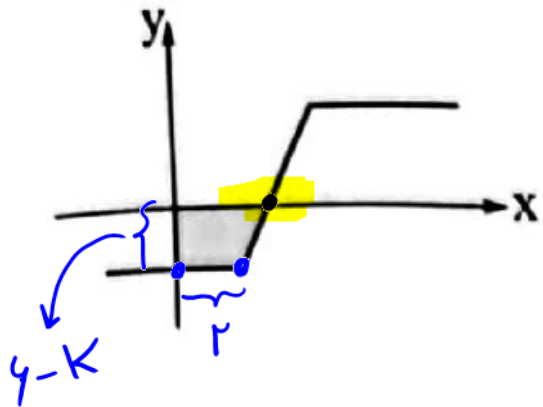
$$3 - x = k + 2 \Rightarrow x = 1 - k \geq 0 \Rightarrow k \leq 1$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های مسابان آزمون **فیلی سبز** ۱۲۹ مهر ۱۴۰۱

$$x \rightarrow x-3$$

۱۷- نمودار تابع  $f(x) = |x+1| - |x-5|$  را سه واحد به راست و  $k$  واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا به نموداری مطابق شکل برسیم. به ازای کدام مقدار  $k$ ، مساحت ناحیه رنگی برابر ۵ است؟



$$4(2)$$

$$3(1)$$

$$6(4)$$

$$5(3)$$

$$y = |x-2| - |x-8| + k = 0$$

$$y(2) = -6 + k$$

$$2-2 + 2-8 + k = 0 \Rightarrow k = \frac{10-k}{2}$$

$$(4-k)(14-k) = 2$$

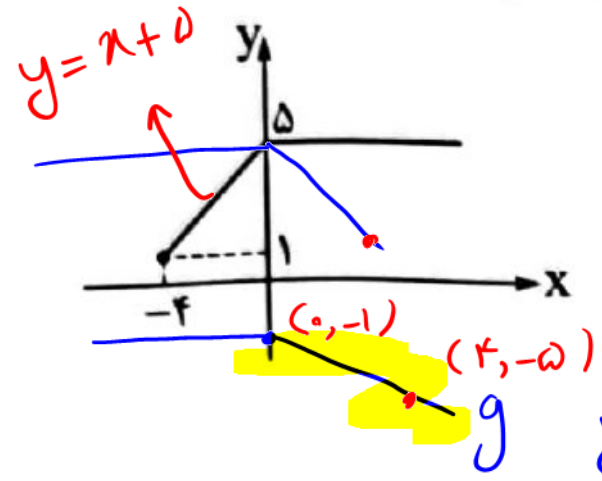
$$2 \times 10$$

$$S = \frac{1}{2} \times (4-k) \left( 2 + \frac{10-k}{2} \right) = 5$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های مسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۱۸- نمودار تابع  $f$  مطابق شکل است. قرینه نمودار  $f$  نسبت به محور  $y$  ها را  $f$  واحد به سمت پایین انتقال می دهیم تا به نمودار  $g$  برسیم. مساحت ناحیه محدود به نمودار  $f + g$  و محور  $x$  ها چه قدر است؟



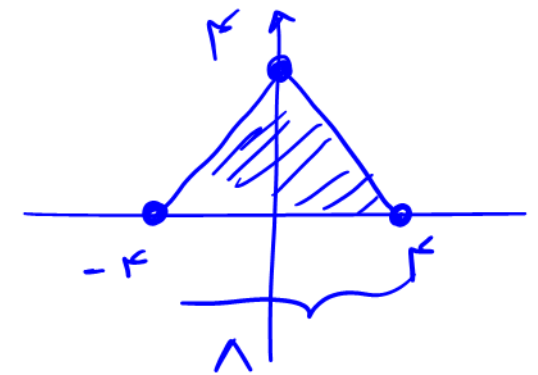
$$24(2)$$

$$12(1)$$

$$32(4)$$

$$16(3)$$

$$\begin{cases} x + 4 & x < 0 \\ -x + 4 & x > 0 \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های مسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۱۹- نمودار  $f(x) = \sqrt{k+2x}$  را نسبت به محور عرض‌ها بازتاب کرده و سپس ۶ واحد به چپ انتقال می‌دهیم. شکل

$$x \rightarrow x+6$$

$$x \rightarrow -x$$

حاصل و نمودار  $f$  همواره نسبت به کدام خط قرینه یکدیگرند؟

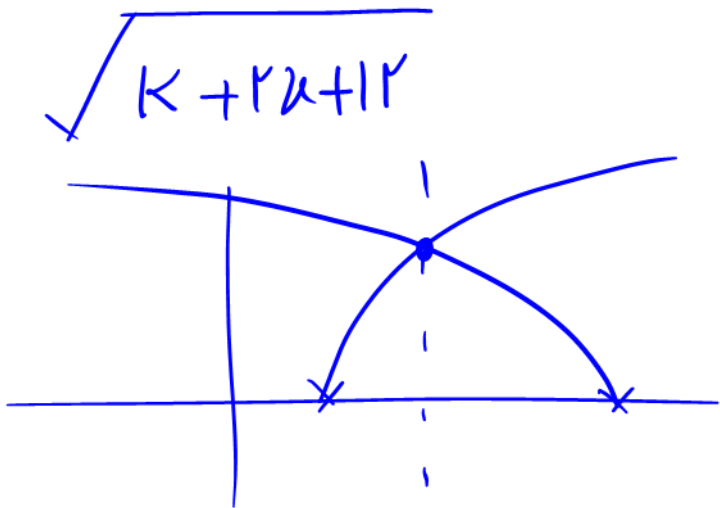
$$x = -\frac{9}{2} \quad (۴)$$

$$x = -3 \quad (۳)$$

$$x = -6 \quad (۲)$$

$$x = -4 \quad (۱)$$

خط تقارن ندارد



$$\cancel{k} - 2x = 2x + \cancel{k} + 12$$

$$4x = -12$$

$$x = -3$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های مسابان آزمون **فیلی سبز** ۲۹ مهر ۱۴۰۱

۲۰- دامنه و برد تابع  $y = f(x)$  به ترتیب برابر  $[-2, 3]$  و  $[-3, 1]$  است. به ازای کدام مقادیر  $a$ ، اشتراک دامنه و برد تابع

$y = 2 - f(a - 3x)$  یک مجموعه تک‌عضوی است؟

۱۲ یا ۷ (۴)      ۱۸ یا ۷ (۳)      ۱۸ یا ۱ (۲)      ۱۲ یا ۱ (۱)

$$-a-2 \leq a-3x \leq 3-a \Rightarrow \frac{a-3}{3} \leq x \leq \frac{a+2}{3}$$

$$-3 \leq f \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -f \leq 3 \Rightarrow 1 \leq 2-f \leq 5$$

$$\frac{a+2}{3} = 1 \Rightarrow a = 1 \qquad \frac{a-3}{3} = 5 \Rightarrow a = 18$$

حل و تشریح: **علیرضا فیضیان**

تست های حسابان آزمون فیلد سبز ۲۹ مهر ۱۴۰۱