بسم الله الرحمن الرحیم

فرمول های کاربردی ریاضیات تجربی

- ✓ مشتق
- ✓ هم ارزی
- ✓ مثلثات
- ✓ انتگرال
- ✓ اتحاد ها

مشتق

تابع	مشتق	تابع	مشتق	تابع	مشتق
C	0	$\text{Arcsin}\,x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
x^n	nx^{n-1}	$\text{Arccos}\,x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\sqrt[m]{u}$	$\frac{u'}{m\sqrt[m]{u^{m-1}}}$
$\text{Ln}\lvert x\rvert$	$\frac{1}{x}$	$\text{Arctan}\,x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{au+b}{cu+d}$	$\frac{ad-bc}{(cu+d)^2}u'$
e^x	e^x	$\text{Arccot}\,x$	$-\frac{1}{1+x^2}$	$\text{Arcsin}\,u$	$\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$\sin x$	$\cos x$	u^n	$nu'u^{n-1}$	$\text{Arccos}\,u$	$-\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$\cos x$	$-\sin x$	e^u	$u'e^u$	$\text{Arctan}\,u$	$\frac{u'}{1+u^2}$
$\tan x$	$1+\tan^2 x$	$\text{Ln}\lvert u\rvert$	$\frac{u'}{u}$	$\text{Arccot}\,u$	$-\frac{u'}{1+u^2}$
$\cot x$	$-(1+\cot^2 x)$	$\sin u$	$u'\cos u$	$\sin^m u$	$mu'\cos u\sin^{m-1}u$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos u$	$-u'\sin u$	$\cos^m u$	$-mu'\sin u\cos^{m-1}u$
$\sqrt[m]{x}$	$\frac{1}{m\sqrt[m]{x^{m-1}}}$	$\tan u$	$u'(1+\tan^2 u)$	$\tan^m u$	$mu'(1+\tan^2 u)\tan^{m-1}u$
$\frac{ax+b}{cx+d}$	$\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$	$\cot u$	$-u'(1+\cot^2 u)$	$\cot^m u$	$-mu'(1+\cot^2 u)\cot^{m-1}u$

هم ارزی

$u \to 0 : \sin u \sim u \quad , \quad \tan u \sim u \quad , \quad (1+u)^n \sim 1+nu$

$u \to 0 : \operatorname{Ln}(1+u) \sim u \quad , \quad e^u - 1 \sim u \quad , \quad \sqrt[n]{1+u} \sim 1+\frac{u}{n}$

$u \to 0 : 1-\cos^m u \sim m\frac{u^2}{2} \quad , \quad u-\sin u \sim \frac{u^3}{6} \quad , \quad u-\tan u \sim \frac{-u^3}{3}$

$x \to 0$: جمله‌ی کم توان ~ عبارت جبری

$x \to \pm\infty$: جمله‌ی پرتوان ~ عبارت جبری

$x \to \pm\infty : \sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \cdots} \sim \sqrt[n]{a}\,|x+\frac{b}{na}|$

اگر n فرد باشد نیازی به قدرمطلق نیست.

$n \to \infty : 1<|a|<|b| \Longrightarrow a^n \pm b^n \sim \pm b^n$

$n \to \infty : \sqrt[n]{n!} \sim \frac{n}{e}$

$n \to \infty : 1^k + 2^k + 3^k + \cdots + n^k \sim \frac{n^{k+1}}{k+1}$

$u \to \pm\infty : [u] \sim u$

مثلثات

$$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x} \quad , \quad \cot x=\frac{\cos x}{\sin x} \quad , \quad \cot x=\frac{۱}{\tan x}$$

$$\sin^۲ x+\cos^۲ x=۱ \quad , \quad ۱+\tan^۲ x=\frac{۱}{\cos^۲ x} \quad , \quad ۱+\cot^۲ x=\frac{۱}{\sin^۲ x}$$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta \quad , \quad \sin ۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta \quad , \quad \cos ۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha$$

$$\cos ۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱=۱-۲\sin^۲\alpha \quad , \quad ۱-\cos ۲\alpha=۲\sin^۲\alpha \quad , \quad ۱+\cos ۲\alpha=۲\cos^۲\alpha$$

$$(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^۲=۱\pm\sin ۲\alpha \quad , \quad \tan\alpha+\cot\alpha=\frac{۲}{\sin ۲\alpha} \quad , \quad \cot\alpha-\tan\alpha=۲\cot ۲\alpha$$

$$\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\sin^۲\alpha-\sin^۲\beta \quad , \quad \sin ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$$

$$\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\cos^۲\alpha-\sin^۲\beta \quad , \quad \cos ۲\alpha=\frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$$

$$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{۱\mp\tan\alpha\tan\beta} \quad , \quad \tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$$

$$\cot(\alpha\pm\beta)=\frac{\cot\alpha\cot\beta\mp۱}{\cot\alpha\pm\cot\beta} \quad , \quad \cot ۲\alpha=\frac{\cot^۲\alpha-۱}{۲\cot\alpha}$$

$$\tan(\alpha+\beta)+\tan(\alpha-\beta)=\frac{\sin ۲\alpha}{\cos^۲\alpha-\sin^۲\beta}$$

$$\sqrt{2}\sin(\alpha\pm\frac{\pi}{4})=\sin\alpha\pm\cos\alpha \quad , \quad \sqrt{2}\cos(\alpha\pm\frac{\pi}{4})=\cos\alpha\mp\sin\alpha \quad , \quad \tan(\frac{\pi}{4}+\alpha)=\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}$$

$$\sin^4\alpha+\cos^4\alpha=1-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1-\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha$$

$$\sin^6\alpha+\cos^6\alpha=1-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1-\frac{3}{4}\sin^2 2\alpha$$

$$\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha \quad , \quad \cos 3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$$

$$\tan 3\alpha=\frac{3\tan\alpha-\tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha} \quad , \quad \cot 3\alpha=\frac{3\cot\alpha-\cot^3\alpha}{1-3\cot^2\alpha}$$

$$4\sin\alpha\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)\sin(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\sin 3\alpha$$

$$4\cos\alpha\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\cos 3\alpha$$

$$\tan\alpha\tan(\frac{\pi}{3}-\alpha)\tan(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\tan 3\alpha$$

$$\cot\alpha\cot(\frac{\pi}{3}-\alpha)\cot(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\cot 3\alpha$$

$$\alpha+\beta+\gamma=k\pi+\frac{\pi}{2} \Longrightarrow \tan\alpha\tan\beta+\tan\alpha\tan\gamma+\tan\beta\tan\gamma=1$$

$$\alpha+\beta+\gamma=k\pi \Longrightarrow \tan(\alpha+\beta+\gamma)=0 \Longrightarrow \tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma=\tan\alpha\tan\beta\tan\gamma$$

انتگرال

$$\int ۱dx=\int dx=x+C$$

$$\int \frac{۱}{x^{۲}}dx=\frac{-۱}{x}+C$$

$$\int x^{r}dx=\frac{x^{r+۱}}{r+۱}+C \quad (r\in \mathbb{Q}\ ,\ r\neq -۱)$$

$$\int \frac{۱}{\sqrt{x}}dx=۲\sqrt{x}+C$$

$$\int e^{x}dx=e^{x}+C$$

$$\int \frac{۱}{x}dx=Ln|x|+C=Ln|C'x|$$

$$\int \sin x dx=-\cos x+C$$

$$\int \cos x dx=\sin x+C$$

$$\int \sqrt{x}dx=\frac{۲}{۳}x\sqrt{x}+C$$

$$\int (۱+\tan^{۲}x)dx=\int \frac{۱}{\cos^{۲}x}dx=\tan x+C$$

$$\int (۱+\cot^{۲}x)dx=\int \frac{۱}{\sin^{۲}x}dx=-\cot x+C$$

$$\int u^{n}u'dx=\int u^{n}du=\frac{u^{n+۱}}{n+۱}+C$$

$$\int u'\sin u dx=\int \sin u du=-\cos u+C$$

$$\int u'\cos u dx=\int \cos u du=\sin u+C$$

$$\int \frac{u'}{u}dx=Ln|u|+C$$

$$\int u'e^{u}dx=e^{u}+C$$

$$\int \tan x dx=-Ln|\cos x|+C$$

$$\int \cot x dx=Ln|\sin x|+C$$

اتحادها

$(a+b)^۲=a^۲+۲ab+b^۲ \quad , \quad (a-b)^۲=a^۲-۲ab+b^۲$

$(a+b)^۲+(a-b)^۲=۲a^۲+۲b^۲ \quad , \quad (a+b)^۲-(a-b)^۲=۴ab$

$(a+b)(a-b)=a^۲-b^۲$

$(a-b)^۳=a^۳-۳a^۲b+۳ab^۲-b^۳ \quad , \quad (a+b)^۳=a^۳+۳a^۲b+۳ab^۲+b^۳$

$(x+a)(x+b)=x^۲+(a+b)x+ab$

$a^۳-b^۳=(a-b)(a^۲+ab+b^۲) \quad , \quad a^۳+b^۳=(a+b)(a^۲-ab+b^۲)$

$(a+b+c)^۲=a^۲+b^۲+c^۲+۲ab+۲ac+۲bc$

$a^۳+b^۳+c^۳-۳abc=(a+b+c)(a^۲+b^۲+c^۲-ab-ac-bc)=\frac{۱}{۲}(a+b+c)[(a-b)^۲+(a-c)^۲+(b-c)^۲]$