

دفتر چه اختصاصی

علوم  
ریاضی  
وفنی

# دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچه شماره ۱  
صبح جمعه  
۱۴۰۱/۱۰/۲۳



## آزمون جامع (۲۳ دی ۱۴۰۱)

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۵۰	۱	۵۰	۸۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۱ است.

# دفترچه سؤال



## آزمون ۲۳ دی ماه ۱۴۰۱ دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
عادل حسینی-افشین خاصه-خان-علی شهبابی-حمید عزیزاده-مهدی ملارمضانی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-محسن بهرام پور-علیرضا بیگلری-رضا توکلی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد افشین خاصه-خان-سوگند روشنی-علی صادقی-محمد صحت کار-احمدرضا فلاح-مهرداد ملونندی-مجید نیکنام	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	سوگند روشنی
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملونندی	ویراستار استاد: مهرداد ملونندی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

## ریاضیات

۱- جملات اول و سوم دنباله هندسی  $x, x+2, x+10, \dots$ ، جملات اول و دوم یک دنباله حسابی نیز هستند. جمله پنجم دنباله حسابی، چند برابر جمله دوم دنباله هندسی است؟

(۱)  $\frac{32}{3}$  (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴)  $\frac{61}{4}$

۲- خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای  $x^2 - x^2 + 3$  بر  $x+1$  چندجمله‌ای  $q(x)$  است. باقی‌مانده تقسیم  $q(x)$  بر عبارت  $x-1$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله  $x^2 + 3x = 1$  باشند، حاصل  $(\alpha^2 + \alpha)(\beta - \frac{1}{\beta})$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۴-  $x=3$  یک جواب معادله  $x^2 - x + \frac{4}{x^2 - x - 2} + m = 0$  است. کوچک‌ترین جواب این معادله کدام است؟

(۱)  $1 - \sqrt{13}$  (۲)  $\frac{1 - \sqrt{13}}{2}$  (۳) -۲ (۴) ۳

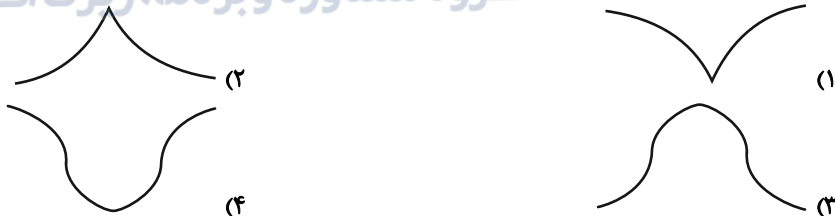
۵- به ازای  $x \in (a, b)$  نابرابری  $(\frac{1}{2}x - 1)(\sqrt{x} - 1) < x - x\sqrt{x}$  برقرار است. حداکثر حاصل  $b - a$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴) ۱

۶- اگر  $g(x) = \frac{x}{x+1}$  و  $(f \circ g)(x) = \frac{x+1}{x-1}$  باشد، ضابطه تابع  $f$  کدام است؟

(۱)  $\frac{x}{2x-1}$  (۲)  $\frac{x}{2x+1}$  (۳)  $\frac{1}{2x-1}$  (۴)  $\frac{1}{2x+1}$

۷- نمودار تابع  $y = x^3$  را یک واحد به پائین منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع  $f$  حاصل شود. نمودار تابع  $g(x) = f^{-1}(-|x|)$  کدام است؟



۸- اگر  $f(x) = 1 - \sqrt{1-x}$  و  $g(x) = \begin{cases} \frac{1+x}{1-x} & ; x < 0 \\ 1+x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$  باشد، دامنه تابع  $g^{-1}$  of بازه  $(a, b]$  است. حاصل  $b - a$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۳

۹- اگر  $x = a$  جواب معادله  $\log_{\sqrt{e}}(x-1) = \log_e x - \frac{1}{e}$  باشد، حاصل  $\log_{a+2}(\Delta a - 2)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{2}{3}$

زمان پاسخگویی ریاضیات:  
۸۰ دقیقه

زمان نقصانی ریاضیات:  
۶۰ دقیقه

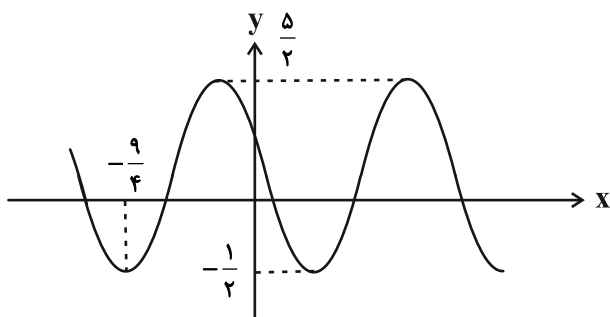
۱۰- ساده شده عبارت  $(\tan 110^\circ + \tan 20^\circ) \sin 40^\circ$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\sin 50^\circ$  (۲)  $2 \sin 50^\circ$  (۳)  $-\sin 50^\circ$  (۴)  $\sin 50^\circ$

۱۱- نمودار تابع  $y = \sin(2x + 1) \frac{\pi}{4}$  روی بازه  $[-\frac{3}{4}, k]$  اکیداً صعودی است. بیشترین مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۲- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a - b \sin c\pi x$  در شکل زیر رسم شده است.  $f(\frac{11}{2})$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{4}$   
 (۲)  $1 - \frac{3\sqrt{3}}{4}$   
 (۳)  $\frac{7}{4}$   
 (۴)  $1 + \frac{3\sqrt{3}}{4}$

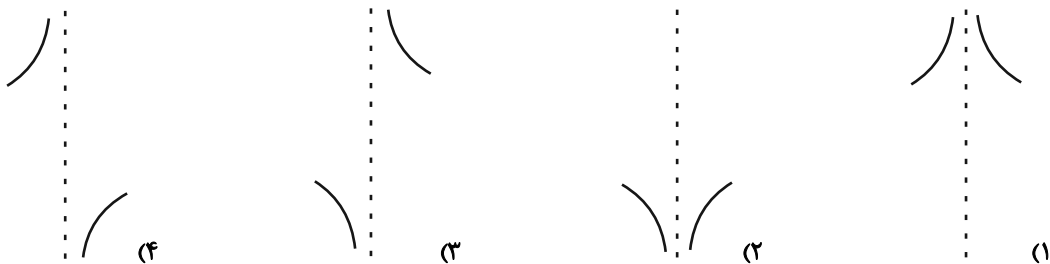
۱۳- مجموع جوابهای معادله  $\sin x = \frac{1}{2} (2 - \cot^2 x)$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5\pi}{2}$  (۲)  $\frac{7\pi}{2}$  (۳)  $3\pi$  (۴)  $4\pi$

۱۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - [x]}{\sqrt{x} + 2[x] - 3}$  کدام است؟ ([، ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳)  $-\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۱۵- نمودار تابع  $f(x) = \frac{1+2x+3x^2}{1-2x-3x^3}$  در همسایگی مجانب قائم آن کدام است؟





۱۶- تابع  $f(x) = \begin{cases} a & ; x=1 \\ \frac{\sin \pi x}{\pi(1-x)} & ; x \neq 1 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است. اگر  $g(x) = 3x + [-2x]$  باشد، وضعیت پیوستگی تابع  $g \circ f$  در نقطه

$x=1$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) پیوسته (۲) فقط از راست پیوسته

(۳) فقط از چپ پیوسته (۴) نه از چپ پیوسته و نه از راست پیوسته

۱۷- اگر  $f(x) = \begin{cases} \sin x - 2x & ; x < 0 \\ x^3 + 2x & ; x \geq 0 \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(-2h)}{h}$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸- تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^3 + 2[-x] & ; x < 1 \\ bx^2 + x[x] & ; x \geq 1 \end{cases}$  در  $x=1$  مشتق پذیر است. حاصل  $\frac{b}{a}$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

(۱)  $\frac{8}{5}$  (۲)  $\frac{14}{9}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{11}{3}$

۱۹- اگر  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  و  $g(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{2-x}}$  باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع  $f \circ g$  در  $x=1$  کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۸

۲۰-  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی مثبت هستند به طوری که  $a^2 + b = 10$  است. بیشترین مقدار عبارت  $ab^2$  کدام است؟

(۱)  $32\sqrt{2}$  (۲)  $64\sqrt{2}$  (۳)  $64\sqrt{2}$  (۴) ۱۲۸

۲۱- خطوط مجانب نمودار تابع هموگرافیک  $f(x) = ax - \frac{x^2 - 1}{x + 2}$  محورهای مختصات را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع می‌کنند. مساحت مثلث

$AOB$  کدام است؟ (  $O$  مبدأ مختصات است.)

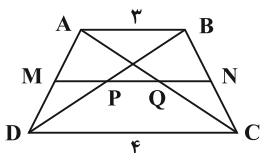
(۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴) ۲

۲۲- خط  $y=0$  بر نمودار تابع  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx + c$  در نقطه عطف آن، با طول  $x=-1$ ، مماس است. مینیمم نسبی تابع  $f$  کدام

است؟

(۱)  $-\frac{9}{16}$  (۲)  $-\frac{27}{8}$  (۳)  $-\frac{27}{16}$  (۴)  $-\frac{9}{8}$

۲۳- در شکل زیر  $MN \parallel AB \parallel CD$  است. اگر  $MP = PQ = QN$  باشد، طول پاره خط  $MN$  کدام است؟



(۱)  $\frac{3}{5}$

(۲)  $\frac{3}{6}$

(۳)  $\frac{3}{8}$

(۴)  $\frac{3}{9}$

۲۴- مساحت مثلثی با اندازه ارتفاع‌های ۶، ۴ و ۴ کدام است؟

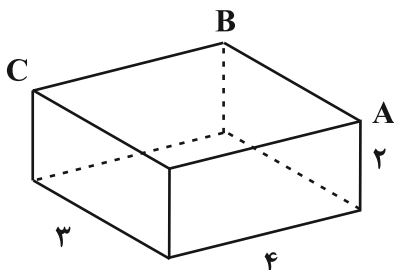
(۴) ۱۲

(۳) ۸

(۲)  $9\sqrt{2}$

(۱)  $6\sqrt{3}$

۲۵- صفحه  $P_1$  در برخورد با مکعب مستطیل شکل زیر از نقاط  $A$  و  $B$  می‌گذرد و بزرگ‌ترین سطح مقطع ممکن را پدید آورده است و صفحه  $P_2$  نیز شامل نقاط  $A$  و  $C$  است و به طور قائم این مکعب مستطیل را قطع می‌کند. نسبت مساحت دو سطح مقطع پدیدآمده (سطح مقطع کوچک‌تر به بزرگ‌تر) کدام است؟



(۱)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(۲)  $\frac{3}{5}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

۲۶- در مثلث متساوی‌الساقینی به طول قاعده ۶ و طول ساق ۵، نسبت شعاع دایره محاطی خارجی نظیر قاعده به شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ساق کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۱)  $\frac{6}{5}$

۲۷- دو دایره  $C(O, 3)$  و  $C'(O', 4)$  با طول خط‌المركزین  $d = 5$  مفروض‌اند. از بازتاب دایره  $C$  نسبت به وتر مشترک دو دایره، دایره  $C''$  حاصل شده است. طول مماس مشترک خارجی دو دایره  $C'$  و  $C''$  کدام است؟

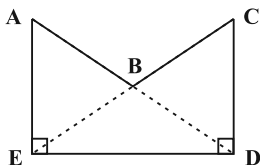
(۴)  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

(۳)  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

(۲)  $\frac{4}{5}$

(۱)  $\frac{2}{5}$

۲۸- در شکل زیر  $AE = CD$  و  $\hat{D} = \hat{E} = 90^\circ$  است. اگر بخواهیم مساحت چندضلعی  $ABCDE$  را بدون تغییر در محیط آن، افزایش دهیم، نسبت مساحت اولیه به مساحت ثانویه چندضلعی کدام است؟



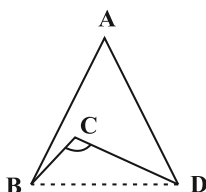
(۱)  $\frac{5}{5}$

(۲)  $\frac{5}{6}$

(۳)  $\frac{5}{7}$

(۴)  $\frac{5}{8}$

۲۹- در شکل زیر  $AB = 5$ ،  $AD = 7$ ،  $BC = \sqrt{5} - 1$ ،  $CD = \sqrt{5} + 1$  و  $\hat{BCD} = 120^\circ$  است. مساحت مثلث  $ABD$  کدام است؟



(۱)  $4\sqrt{2}$

(۲)  $4\sqrt{6}$

(۳)  $6\sqrt{2}$

(۴)  $3\sqrt{3}$

۳۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$  باشند، مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس  $ABC$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

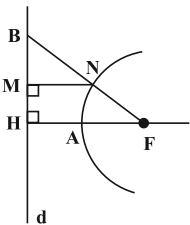
۳۱- اگر  $4A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $|2A^{-1}|$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) -۱

۳۲- دایره‌ای که در ناحیه اول بر هر دو محور مختصات مماس است، روی خط  $y=2$  و تری به طول ۱۲ جدا می‌کند. این دایره بر کدام یک از خطوط زیر مماس است؟

- (۱)  $x=16$  (۲)  $x=18$  (۳)  $x=20$  (۴)  $x=24$

۳۳- در سهمی شکل زیر کانون  $F$  و کانون  $d$  خط هادی سهمی است. اگر  $AH=1$  و  $BN=4$  باشد، طول پاره خط  $MN$  کدام است؟



- (۱)  $2\sqrt{3}-2$

- (۲)  $2\sqrt{2}-1$

- (۳) ۲

- (۴)  $\frac{3}{2}$

۳۴- بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  مفروض‌اند. اگر  $|\vec{a}|=2$ ،  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$  و  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 4\sqrt{2}$  باشد، اندازه بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳) ۴ (۴)  $\sqrt{17}$

۳۵- بردارهای  $\vec{a} = (2, m, -2)$ ،  $\vec{b} = (3, 2, 2)$  و  $\vec{c} = (1, -m, 2)$  در یک صفحه قرار دارند. زاویه بین دو قطر متوازی الاضلاعی که بر بردارهای  $\vec{d} = (-m, 3, 4)$  و  $\vec{e} = m\vec{k} + 5\vec{i}$  بنا می‌شود، کدام است؟

- (۱)  $30^\circ$  (۲)  $45^\circ$  (۳)  $60^\circ$  (۴)  $90^\circ$

۳۶- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند. گزاره  $(\sim(p \Rightarrow q)) \vee (q \vee \sim p)$  هم‌ارز با کدام گزاره است؟

- (۱)  $\sim p$  (۲)  $F$  (۳)  $p$  (۴)  $\sim p$

۳۷- تاسی را به هوا پرتاب و به تعداد عدد ظاهر شده سکه پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم سکه ۳ بار رو آمده است. چقدر احتمال دارد تاسی عدد ۴ آمده باشد؟

- (۱)  $\frac{5}{16}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

۳۸- در جعبه  $A$ ، ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه، در جعبه  $B$ ، ۳ مهره سیاه و ۳ مهره سفید و در جعبه  $C$ ، ۲ مهره سفید و ۴ مهره سیاه موجود است. دو جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم و از هر جعبه یک مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه ۲ مهره سفید خارج شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{13}{45}$  (۲)  $\frac{13}{54}$  (۳)  $\frac{31}{54}$  (۴)  $\frac{31}{45}$

۳۹- فراوانی نسبی داده‌ای  $\frac{1}{2}$  است. اگر فراوانی این داده ۸ برابر شود و فراوانی سایر داده‌ها ثابت بماند. فراوانی نسبی جدید این داده کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۴۰- از جامعه‌ای با واریانس ۹، نمونه  $\{1, 2, 3, \dots, 400\}$  انتخاب شده‌اند. میانگین جامعه با اطمینان ۹۵٪ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

- (۱)  $[198/8, 200/8]$  (۲)  $[200/2, 200/8]$  (۳)  $[200/1, 200/9]$  (۴)  $[199/6, 201/4]$

۴۱- اگر  $A, B$  و  $C$  سه مجموعه دلخواه و  $A - B = A - C$  باشد، کدام رابطه لزوماً درست است؟

- (۱)  $(A \cap B) \subseteq C$  (۲)  $(B \cap C) \subseteq A$  (۳)  $A \cap (B \cup C) = \emptyset$  (۴)  $A \subseteq (B \cup C)$

۴۲- در تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر ۴۱، باقی‌مانده از مربع خارج قسمت، به اندازه ۱۲۳ واحد کمتر است. مجموع ارقام عدد  $a$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۴۳- اگر  $a \equiv 1402! + 1402! + \dots + 6! + 4! + 2!$  باشد. باقی‌مانده تقسیم  $a^{1401}$  بر ۴۴ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۰

۴۴- می‌دانیم  $m$  بزرگ‌ترین عدد دو رقمی است که به ازای آن معادله  $mx + 36y = 24$  در مجموعه اعداد صحیح فاقد جواب بوده و

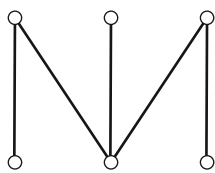
عدد  $10a9a$  بر  $m$  بخشپذیر است. مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۵- گراف غیر تهی  $G$  از مرتبه ۷، منتظم و ناهمبند است. گراف  $G$  چند دور دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴۶- گراف روبرو شامل چند  $\gamma$ -مجموعه است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۴۷- می‌خواهیم با استفاده از ۳ عدد طبیعی متمایز یک رقمی و حروف  $A, B$  و  $A$ ، یک کد شش حرفی بسازیم به طوری که هیچ دو

عددی کنار هم نباشند. به چند روش مختلف می‌توان این کار را انجام داد؟

- (۱) ۶۰۴۸ (۲) ۵۰۴۸ (۳) ۶۰۸۴ (۴) ۵۰۸۴

۴۸- در یک کارگاه بافندگی سه کارگر به اسامی  $a, b$  و  $c$  می‌خواهند در روزهای شنبه، یکشنبه و دوشنبه روی سه دستگاه بافندگی

$A, B$  و  $C$  کار کنند به طوری که هر کارگر در روزهای مختلف روی دستگاه‌های مختلف کار کند. برای این کار به چند حالت

می‌توان برنامه‌ریزی کرد اگر بدانیم کارگر  $a$  در روز شنبه روی دستگاه  $C$  کار می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۹- می‌خواهیم ۵ خودکار با رنگ‌های متفاوت را بین علی، رضا، صادق و بابک توزیع کنیم که به هر یک حداقل یک خودکار برسد. به

چند طریق می‌توان این کار را انجام داد به طوری که خودکار آبی، سهم علی و خودکار قرمز برای رضا باشد؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۷

۵۰- نمرات یک آزمون از ۰ تا ۲۰ و به صورت مضربی از  $5/2$  محاسبه می‌شود. حداقل چند نفر در این آزمون شرکت داشته باشند تا

دست کم ۳ نفر از آن‌ها نمره یکسانی کسب کنند؟

- (۱) ۱۶۱ (۲) ۱۶۳ (۳) ۲۴۱ (۴) ۲۴۴

## دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچه شماره ۲  
صبح جمعه  
۱۴۰۱/۱۰/۲۳

## آزمون جامع (۲۳ دی ۱۴۰۱)

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۷۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۴۰	۵۱	۹۰	۵۰ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۹۱	۱۲۰	۳۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۱ است.

# دفترچه سؤال

## آزمون ۲۳ دی ماه ۱۴۰۱ دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)



### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-مهدی آذر نسب-زهره آقامحمدی-امیر مهدی جعفری-سید ابوالفضل خالقی مجتبی خلیل ارجمندی-بهنام رستمی-سعید شرق-پویا علاقه مند-عبداله فقه زاده - مسعود قره خانی-محسن قندچلر-علیرضا گونه- امیر حسین مجوزی - حسین مخدومی-محمود منصور-سید علی میرنوری-مصطفی واثقی-شادمان ویسی
شیمی	محمد رضا پور جاوید-احمد رضا جعفری نژاد-امیر حاتمیان-یاسر راش-روزبه رضوانی-امیر حسین طیبی-امیر حسین مسلمی

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش امیر حسین عزیزی
	ویراستار استاد: سید علی میرنوری	ویراستار استاد: محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	بابک اسلامی	امیر حسین مسلمی
مستندسازی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

فیزیک

مجموع زمان پاسخگویی  
فیزیک و شیمی: ۸۰ دقیقه

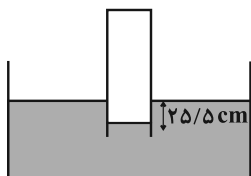
مجموع زمان نقصانی  
فیزیک و شیمی: ۶۰ دقیقه

۵۱- اگر گیاهی طی مدت ۲۵ روز ۵۴ سانتی متر رشد کند، آهنگ رشد این گیاه بر حسب میکرومتر بر دقیقه کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۹۰۰ (۴) ۹۰

۵۲- در شکل زیر مجموعه در حال تعادل و فشار گاز محبوس داخل لوله برابر با ۷۸cmHg است. چگالی

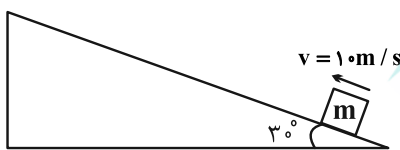
مایع چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟ ( $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$  و  $P_0 = ۱۰۲\text{kPa}$  و  $g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



- (۱) ۱/۲ (۲) ۱/۷۵ (۳) ۱/۶ (۴) ۱/۸

۵۳- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $m$  با تندی  $۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سمت بالای سطح پرتاب می شود. اگر اندازه کار نیروی اصطکاک در طی

مسیر جسم تا توقف آن ( $۲\text{mg}$ ) ژول باشد، جسم چه مسافتی را بر حسب متر روی سطح طی می کند تا بایستد؟ ( $g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۱۲ (۴)  $۱۲\sqrt{۳}$

۵۴- در دمای صفر درجه سلسیوس طول هر یک از نوارهای آلومینیومی و مسی  $۱۲۰\text{m}$  است. پس از رسیدن به دمای  $x$  طول نوار مسی  $۷/۲\text{cm}$  از طول نوار آلومینیومی کم تر است. دمای  $x$  بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟

( $\alpha_{\text{Cu}} = ۱/۷ \times ۱۰^{-۵} \text{K}^{-۱}$ ,  $\alpha_{\text{Al}} = ۲/۳ \times ۱۰^{-۵} \text{K}^{-۱}$ )

- (۱) ۸۰ (۲) ۷۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۱۰

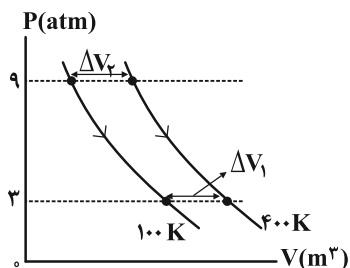
۵۵- اگر  $۲۲۵$  گرم یخ صفر درجه سلسیوس را داخل مقداری آب  $۱۶^\circ\text{C}$  بیاندازیم، در نهایت  $۱/۲\text{kg}$  آب صفر درجه سلسیوس خواهیم

داشت. چه کسری از جرم یخ، ذوب نشده باقی مانده است؟ ( $L_F = ۳۳۶ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ,  $c_{\text{آب}} = ۴/۲ \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$  و از اتلاف انرژی صرف نظر

شود.)

- (۱)  $\frac{۱}{۳}$  (۲)  $\frac{۲}{۳}$  (۳)  $\frac{۱}{۹}$  (۴)  $\frac{۸}{۹}$

۵۶- نمودار دو فرایند همدمای مجزا که مقدار معینی گاز کامل در دو دمای متفاوت طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. نسبت



کدام است؟  $\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1}$

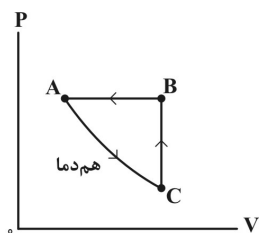
(۱) ۱

(۲)  $\frac{1}{3}$

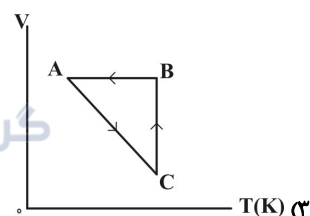
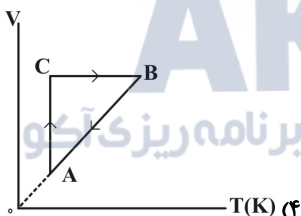
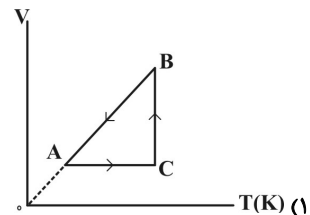
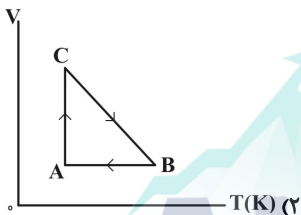
(۳)  $\frac{4}{3}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

۵۷- نمودار P-V فرایندهای ترمودینامیکی انجام شده بر روی مقدار معینی از یک گاز کامل، در شکل زیر رسم شده است. نمودار

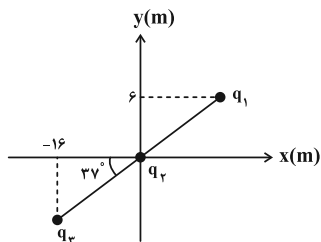


V-T آن کدام است؟



۵۸- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای بر روی خط مستقیمی در مکان خود ثابت نگه داشته شده‌اند. اندازه نیروی الکتریکی

خالص وارد بر بار  $q_2$ ، چند برابر اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_3$  است؟ ( $q_1 = 3.0 \mu C$ ،  $q_2 = -2.0 \mu C$ ،



$$(\tan 37^\circ = \frac{3}{4} \text{ و } k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, q_3 = -1.0 \mu C)$$

(۱) ۳۹

(۲) ۲۹

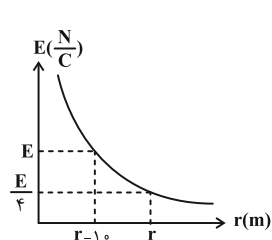
(۳) ۳۱

(۴) ۲۱

محل انجام محاسبات



۵۹- نمودار اندازه میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای  $q = 4\mu\text{C}$  بر حسب فاصله از آن، مطابق شکل زیر است. اختلاف پتانسیل بین دو صفحه خازن تختی که فاصله بین صفحه‌هایش  $2\text{cm}$  و اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات آن برابر با اندازه



میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای  $q$  در فاصله  $r$  است، چند ولت است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

۷/۲ (۱)

۵/۴ (۲)

۳/۶ (۳)

۱/۸ (۴)

۶۰- درون یک میدان الکتریکی یکنواخت، بار الکتریکی  $q = +5\mu\text{C}$  از نقطه A با پتانسیل الکتریکی  $24\text{V}$  تا نقطه B جابه‌جا می‌شود.

اگر کار نیروی الکتریکی در این جابه‌جایی  $20\mu\text{J}$  باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B چند ولت است؟

۱۸ (۴)

۲۰ (۳)

۲۸ (۲)

۴ (۱)

۶۱- حداکثر ولتاژ قابل تحمل یک خازن تخت خالی  $20$  ولت است. اگر این خازن توسط مولد با اختلاف پتانسیل  $16$  ولت شارژ شود و سپس از آن جدا شود، برای اینکه خازن بتواند حداکثر ولتاژ خود را تحمل کند، فاصله صفحات خازن چگونه تغییر کند؟

۲۰ درصد افزایش یابد. (۲)

۲۵ درصد کاهش یابد. (۱)

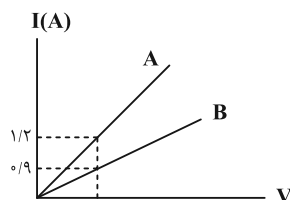
۲۵ درصد افزایش یابد. (۴)

۲۰ درصد کاهش یابد. (۳)

۶۲- نمودار جریان عبوری از دو سیم رسانای هم جنس و مجزای A و B بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آنها مطابق شکل زیر است.

اگر طول سیم A، سه برابر طول سیم B باشد، سطح مقطع سیم A چند برابر سطح مقطع سیم B است؟ (دهما ثابت و یکسان

است.)



گروه مشاوره و برنامهریزی آکو

۴ (۱)

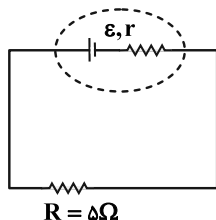
۲ (۲)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۴)

۶۳- در مدار شکل زیر، اگر افت پتانسیل در مقاومت درونی مولد برابر با  $0.5\text{V}$  و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $5$  اهمی برابر

$1.25\text{V}$  باشد، نیروی محرکه مولد بر حسب ولت و و مقاومت درونی آن بر حسب اهم به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۲,۳/۵ (۱)

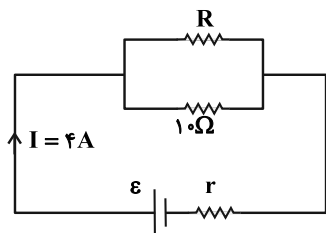
۲,۱/۷۵ (۲)

۱,۱/۷۵ (۳)

۱,۳/۵ (۴)

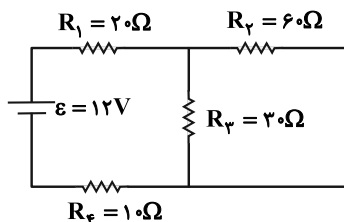
محل انجام محاسبات

۶۴- در مدار شکل زیر، اگر توان خروجی باتری  $۸۰$  وات باشد، مقاومت  $R$  چند اهم است؟



- (۱) ۱۰
- (۲) ۵
- (۳) ۱۵
- (۴) ۲/۵

۶۵- در مدار شکل زیر، جریان عبوری از مقاومت  $R_p$  چند آمپر است؟

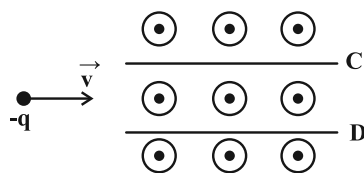


- (۱) ۰/۱۶
- (۲) ۰/۰۸
- (۳) ۰/۳۲
- (۴) ۰/۲۴

۶۶- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار منفی و جرم ناچیز با تندی  $۲/۵ \times 10^4 \frac{m}{s}$  در امتداد محور افقی وارد فضای بین دو صفحه خازن

تخت  $C$  و  $D$  می‌شود. اگر بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت و برون‌سوی بین صفحات  $۰/۰۲ mT$  باشد، برای اینکه ذره بدون

انحراف به مسیر خود ادامه دهد، علامت بار صفحه  $D$  چیست و اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه  $C$  و  $D$  چند  $\frac{N}{C}$



است؟ (از اثر میدان گرانشی صرف نظر شود.)

- (۱) مثبت، ۵۰۰
- (۲) منفی، ۵۰۰
- (۳) مثبت، ۰/۵
- (۴) منفی، ۰/۵

۶۷- اگر جریان  $۱/۲۵ A$  از سیم‌لوله‌ای آرمانی عبور کند، اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت درون آن برابر با  $۲۴ G$  می‌شود. در هر

سانتی‌متر از این سیم‌لوله چند دور سیم وجود دارد؟ ( $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ )

- (۱) ۸
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۶
- (۴) ۲۴

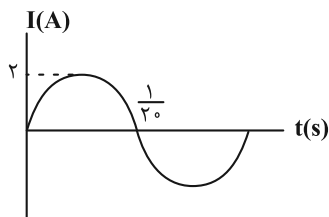
۶۸- سطح پیچ‌های مسطح به مساحت  $۲۰ cm^2$  و مقاومت  $۳ \Omega$  عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $۰/۰۱ T$  قرار

دارد. اگر پیچه در مدت  $۰/۵ s$  به اندازه  $۳۰^\circ$  حول یکی از قطرهای خود بچرخد، به طوری که جریانی متوسط به بزرگی  $۰/۰۲ A$

در آن القا شود، تعداد حلقه‌های پیچه کدام است؟  $\left( \frac{\sqrt{3}}{2} = ۰/۸۵ \right)$

- (۱) ۱۵۰۰
- (۲) ۳۰۰۰
- (۳) ۵۰۰۰
- (۴) ۱۰۰۰۰

۶۹- نمودار جریان متناوب سینوسی تولید شده توسط یک مولد بر حسب زمان به صورت زیر است. اگر مقاومت الکتریکی مولد ۴ اهم



باشد، معادله نیروی محرکه القایی بر حسب زمان در SI کدام است؟

(۱)  $\epsilon = 2 \sin(10\pi t)$

(۲)  $\epsilon = 8 \sin(10\pi t)$

(۳)  $\epsilon = 2 \sin(20\pi t)$

(۴)  $\epsilon = 8 \sin(20\pi t)$

۷۰- معادله حرکت دو متحرک A و B که در امتداد محور x حرکت می کنند، در SI به صورت زیر داده شده است. از لحظه  $t = 0$  و قبل

از رسیدن دو متحرک به هم، حداکثر چند ثانیه فاصله آنها از هم بیشتر از ۴۰ متر است؟

$$\begin{cases} x_A = -2t + 16 \\ x_B = \frac{1}{2}t - 29 \end{cases}$$

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) همواره فاصله آنها از هم بیشتر از ۴۰ متر است.

(۳) ۳

۷۱- معادله سرعت - زمان متحرکی که در راستای افقی حرکت می کند در SI به صورت  $v = 2t - 4$  است. بزرگی جابه جایی متحرک در

۲ ثانیه دوم حرکت چند متر است؟

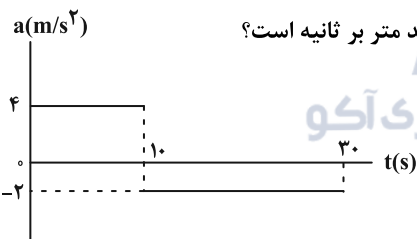
(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۲

(۱) ۴

۷۲- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه  $5 \text{ m/s}$  متر بر ثانیه روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. سرعت



متوسط متحرک در مدتی که متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می کند، چند متر بر ثانیه است؟

(۱)  $17/5$

(۲)  $26/25$

(۳) ۳۵

(۴)  $52/5$

۷۳- متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت در حال حرکت است. اگر حداکثر مدت زمانی که متحرک به صورت کندشونده حرکت کرده

است ۴ ثانیه باشد و تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیه اول حرکت  $6 \text{ m/s}$  باشد، بزرگی شتاب این حرکت چند  $\text{m/s}^2$  است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۷۴- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع h بدون سرعت اولیه رها می شود. اگر ۶۴٪ از طول مسیرش تا رسیدن به زمین را در ۲ ثانیه آخر

حرکتش طی کرده باشد، زمان حرکت گلوله چند ثانیه است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۷۵- سه نیروی افقی ۷، ۸ و ۹ نیوتونی به جسمی به جرم ۴kg وارد می‌شوند و جسم که روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد،

همچنان ساکن می‌ماند. اگر نیروی ۸ نیوتونی را حذف کنیم، جابه‌جایی جسم پس از پنج ثانیه چند متر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۱۰۰

۷۶- دو گلوله مشابه و هم‌اندازه از جنس آهن و مس را از ساختمان بلندی رها می‌کنیم. با فرض اینکه نیروی مقاومت هوا در طی

حرکت دو گلوله ثابت و یکسان باشد، تا قبل از رسیدن دو گلوله به زمین و در یک بازه زمانی دلخواه، سرعت متوسط گلوله

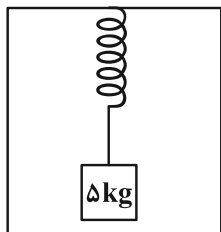
مسی . . . . . از گلوله آهنی است و اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم، نسبت اندازه تندی گلوله آهنی به گلوله مسی در لحظه

برخورد به زمین . . . . . یک است. ( $P_{\text{مس}} < P_{\text{آهن}}$ )

- (۱) بیشتر، کمتر از (۲) کمتر، برابر با (۳) بیشتر، برابر با (۴) کمتر، بیشتر از

۷۷- مطابق شکل زیر، وزنه‌ای به جرم ۵kg را از فنری با جرم ناچیز از سقف آسانسوری آویزان کرده و بعد از تعادل، طول فنر ۱۰cm

از حالت عادی آن بیشتر می‌شود. اگر آسانسور با شتاب  $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$  به سمت پایین شروع به حرکت کند، بعد از ایجاد تعادل، تغییر



طول فنر از حالت عادی آن چند سانتی‌متر خواهد شد؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۷۸- جسمی به جرم m با شتاب ثابت  $\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$  از حال سکون در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. نسبت اندازه تکانه آن در

لحظه  $t = 4s$  به اندازه تکانه آن در لحظه  $t = 6s$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{4}$

۷۹- جسمی به جرم ۵ گرم روی صفحه افقی گردانی که با تندی ثابت دوران می‌کند، ساکن است و همراه آن می‌گردد. اگر بیشینه

اندازه شتاب مرکزگرا برای آنکه جسم روی صفحه نلغزد، برابر با  $\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$  باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین صفحه و جسم چقدر

است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴

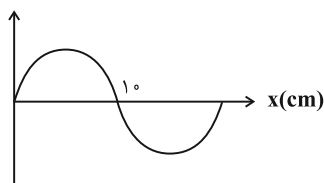
۸۰- دوره نوسان‌های نوسانگر هماهنگ ساده‌ای  $0/4$  ثانیه است. اگر در یک لحظه مکان نوسانگر مثبت و برابر  $A \frac{\sqrt{3}}{4}$  بوده و حرکتش در آن لحظه کندشونده باشد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا پس از این لحظه نوسانگر به مکان  $-\frac{A}{4}$  برسد و سرعت آن مثبت باشد؟

- (۱)  $0/2$  (۲)  $0/3$  (۳)  $\frac{5}{30}$  (۴)  $\frac{8}{30}$

۸۱- طول آونگ ساده‌ای که نوسانات کم‌دامنه با دوره  $T$  انجام می‌دهد را چگونه تغییر دهیم تا این آونگ در هر نوسان به اندازه  $\frac{T}{4}$  عقب بیافتد؟

- (۱)  $75/73$  درصد کاهش (۲)  $43/75$  درصد افزایش  
(۳)  $56/25$  درصد کاهش (۴)  $56/25$  درصد افزایش

۸۲- شکل زیر موج تشکیل شده در طول یک ریسمان کشیده شده را در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد. اگر جرم هر نیم متر از سیم  $10$  گرم و بسامد نوسانات  $200$  Hz باشد، اندازه نیروی کشش ریسمان چند نیوتون است؟

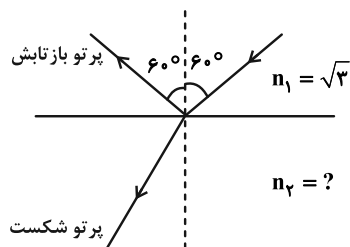


- (۱) ۳۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۸۳- شخصی در فاصله  $40$  متری از یک منبع صوتی قرار دارد. با صرف نظر از اتلاف انرژی، چند متر از منبع صوتی می‌توان دور شد تا تراز شدت صوت  $2$  دسی‌بل کاهش یابد؟  $(\log 2 = 0/3)$

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰ (۳) ۳۲ (۴) ۸

۸۴- پرتو نوری از محیطی به ضریب شکست  $n_1 = \sqrt{3}$  تحت زاویه  $60^\circ$  نسبت به خط عمود بر سطح می‌تابد، بخشی از آن بازتاب و بخشی دیگر می‌شکند و وارد محیطی به ضریب شکست  $n_2$  می‌شود. در صورتی که پرتوهای بازتابش و شکست بر هم عمود باشند،  $n_2$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\sqrt{6}$

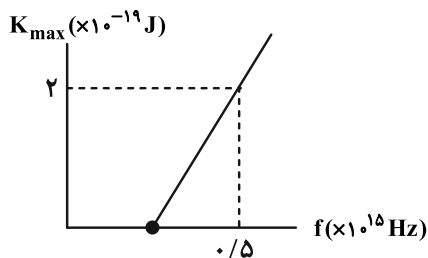
۸۵- در آزمایش تداخل امواج صوتی، در نقطه‌ای که در فاصله یکسان از دو چشمه صوت قرار دارد، تداخل . . . . صورت می‌گیرد و این نقطه . . . . است.

- (۱) سازنده - S  
 (۲) ویرانگر - S  
 (۳) سازنده - L  
 (۴) ویرانگر - L

۸۶- در ریسمانی کشیده، که دو سر آن ثابت است، موج ایستاده‌ای با ۴ شکم تشکیل شده است اگر فاصله دو گره متوالی ۱۸ سانتی‌متر و تندی انتشار موج در ریسمان  $\frac{270}{s} m$  باشد، بسامد هماهنگ دوم ریسمان چند هرتز است؟

- (۱) ۷۵۰  
 (۲) ۳۷۵  
 (۳) ۱۵۰۰  
 (۴) ۱۸۷/۵

۸۷- نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بر حسب بسامد پرتو فرودی در یک آزمایش فوتوالکتریک مطابق شکل زیر است.



تابع کار فلز بکار رفته در این آزمایش چند ژول است؟ ( $h = 6 \times 10^{-34} J.s$ )

- (۱)  $5 \times 10^{-19}$   
 (۲)  $10^{-19}$   
 (۳)  $10^{-18}$   
 (۴)  $5 \times 10^{-18}$

۸۸- بیش‌ترین بسامد نور مرئی گسیلی در هیدروژن اتمی چند تراهرتز است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ,  $R = 0.109 \text{ nm}^{-1}$ )

- (۱) ۴۱۶/۶  
 (۲) ۷۵۰  
 (۳)  $\frac{2000}{3}$   
 (۴) ۷۲۰

۸۹- انرژی چه تعداد فوتون با بسامد  $10^{15} \text{ Hz}$  برابر با انرژی بستگی هسته‌ای یک هسته عنصر، با کاستی جرم  $25/6 \times 10^{-26} \text{ kg}$

خواهد شد؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} C$ ,  $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$ ,  $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )

- (۱)  $9 \times 10^9$   
 (۲)  $18 \times 10^9$   
 (۳)  $27 \times 10^9$   
 (۴)  $36 \times 10^9$

۹۰- تعداد هسته‌های اولیه یک ماده رادیواکتیو ۴۰۰۰ می‌باشد. اگر نیمه‌عمر این ماده ۶ ساعت باشد، پس از ۲۴ ساعت، تعداد

هسته‌های متلاشی شده آن کدام است؟

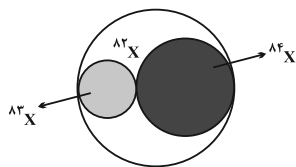
- (۱) ۲۵۰  
 (۲) ۱۰۰۰  
 (۳) ۳۷۵۰  
 (۴) ۳۰۰۰

## شیمی

۹۱- در یون  ${}^{2-}A^{79}$  تعداد الکترون‌ها و نوترون‌ها ۹ واحد با یکدیگر اختلاف دارند. مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایه اتم عنصر A چقدر بوده و عدد اتمی این عنصر چند است؟ (اعداد را از راست به چپ بخوانید).

- (۱) ۳۴-۲۰ (۲) ۳۴-۵ (۳) ۳۲-۲۰ (۴) ۳۲-۵

۹۲- یک نمونه ایزوتوپ‌های عنصر فرضی X، مطابق شکل زیر در اختیار داریم، جرم اتمی میانگین عنصر X در این نمونه کدام است و اگر نیم‌عمر ایزوتوپ‌های  ${}^{82}X$  و  ${}^{84}X$  به ترتیب برابر ۹ و ۱۲ ساعت باشد، پس از گذشت ۱/۵ روز، درصد فراوانی ایزوتوپ  ${}^{82}X$  در این نمونه تقریباً به چند درصد می‌رسد؟ (ایزوتوپ  ${}^{83}X$  را پایدار در نظر بگیرید.) (در بین دایره‌های تیره رنگ، قطر دایره بزرگ‌تر، ۲ برابر قطر دایره کوچک‌تر می‌باشد و نسبت فراوانی ایزوتوپ‌ها با مساحت دایره‌ها متناسب است.) (جرم اتمی را هم ارز عدد جرمی در نظر بگیرید.)



(۱) ۵۷، ۸۳/۵

(۲) ۵۷، ۸۳

(۳) ۶۹، ۸۳/۵

(۴) ۶۹، ۸۳

۹۳- از بین عبارتهای زیر چند مورد در ارتباط با فلز مس ( $Cu$  ۲۹) درست است؟  
- در آرایش الکترونی این اتم ۷ الکترون با  $I=0$  وجود دارد.

- آرایش الکترونی فشرده این عنصر طبق قاعده آفا بصورت  $[Ar]3d^{10}4s^1$  است.

- طیف نشری خطی  $Cu$  ۲۹ با طیف نشری خطی  $Cu$  ۲۹ یکسان است.

- در آرایش الکترونی  $Cu^+$ ، ۱۰ الکترون با  $I=2$  وجود دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۴- نام‌گذاری چند ترکیب زیر درست است؟

-  $V_2O_5$ : وانادیم اکسید -  $CCl_4$ : کربن تتراکلرید -  $MnO_2$ : منگنز اکسید

-  $NaOH$ : سدیم هیدروکسید -  $CaCO_3$ : کلسیم (II) کربنات

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۵- چند مورد از مطالب زیر، در مورد گونه‌های زیر صدق می‌کنند؟ (اعداد را از راست به چپ به ترتیب برای الف، ب، پ و ت بخوانید.)  
 $CO_2, NO_3^+, O_3, SO_3^{2-}, SCO$

الف) ... گونه ساختار لوویس مشابه دارند.

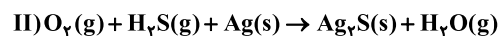
ب) در ساختار لوویس ... گونه، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

پ) در ساختار لوویس ... گونه، ۴ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

ت) اتم‌های سازنده ... گونه از قاعده هشتایی پیروی نمی‌کند.

- (۱) ۱، ۳، ۴ و ۱ (۲) ۱، ۴، ۲ و ۱ (۳) ۳، ۳، ۳ و ۰ (۴) ۲، ۴، ۵ و ۰

۹۶- مطابق واکنش‌های موازنه نشده زیر، گاز  $H_2S$  تولیدی در اثر واکنش فلز قلع با سولفوریک اسید، به طور کامل در واکنش (II) مصرف می‌شود. اگر در واکنش (I)، ۹۳۳ گرم فراورده جامد تولید شود، چند اتم فلز نقره در واکنش (II) به مصرف می‌رسد و در مجموع دو واکنش، چند لیتر بخار آب در شرایط غیر STP که حجم مولی گازها ۲۲/۴ لیتر است، تولید می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛  $g \cdot mol^{-1}$ :  $Sn=119, Ag=108, S=32, O=16, H=1$ )



(۲)  $168, 3/612 \times 10^{24}$

(۴)  $336, 3/612 \times 10^{24}$

(۱)  $168, 1/806 \times 10^{24}$

(۳)  $336, 1/806 \times 10^{24}$

محل انجام محاسبات

۹۷- معادله انحلال پذیری - دمای یک نمک فرضی به صورت:  $S = 0/6\theta + 32$  می‌باشد. غلظت مولار محلول سیرشده آن در دمای  $80^{\circ}\text{C}$  کدام است و اگر دمای  $465$  گرم از محلول سیرشده این نمک در دمای  $80^{\circ}\text{C}$  را به اندازه  $37/5\%$  کاهش دهیم، رسوب به دست آمده در چند گرم آب  $50^{\circ}\text{C}$  به طور کامل حل می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ جرم مولی این نمک را  $150$  گرم بر مول و چگالی محلول سیرشده آن در دمای  $80^{\circ}\text{C}$  را  $1/35$  گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید.)

(۱)  $50,3$  (۲)  $50,4$  (۳)  $75,3$  (۴)  $75,4$

۹۸- در کدام یک از محلول‌های زیر، شمار یون‌های آب پوشیده بیشتری وجود دارد؟ (از تغییر حجم محلول‌ها بر اثر انحلال صرف نظر کنید:  $(\text{Ca} = 40, \text{P} = 31, \text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1})$ )

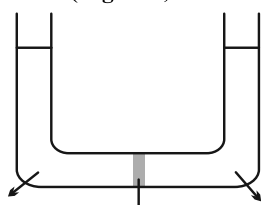
(۱)  $2/5$  لیتر محلول  $3$  مولار آلومینیم نیترات

(۲)  $5$  لیتر محلول  $64$  درصد جرمی متانول با چگالی  $1/2$  گرم بر لیتر

(۳) محلول حاصل از اضافه کردن  $93$  گرم کلسیم فسفات به  $2$  لیتر آب مقطر

(۴)  $4$  لیتر محلول سیرشده سدیم کربنات در دمای اتاق  $(S(\text{g}/100\text{g H}_2\text{O}) = 21/2)$ ،  $(\text{چگالی محلول} = 1/21 \text{g.mL}^{-1})$

۹۹- با توجه به شکل داده شده، چند مورد از عبارات‌های زیر نادرست هستند؟  $(\text{Mg} = 24, \text{Cl} = 35/5; \text{g.mol}^{-1})$



محلول  $\text{MgCl}_2$  (غلظت  $= 4 \text{mol.L}^{-1}$ )  
غشای نیمه‌تراوا

محلول  $\text{MgCl}_2$  (جرمی  $28\%$ )  
( $1/5 \text{g.L}^{-1}$  چگالی)

- \* تعداد مول‌های  $\text{MgCl}_2$  در دو طرف لوله ثابت باقی می‌ماند.
- \* با گذشت زمان ارتفاع آب در لوله سمت راست بالاتر خواهد رفت.
- \* غلظت محلول سمت راست لوله  $1/5$  برابر غلظت محلولی است که در سمت چپ لوله قرار دارد.
- \* برای انجام شدن فرایند اسمز معکوس باید یک فشار خارجی به محلول سمت راست وارد شود.

(۱) صفر

(۲)  $1$

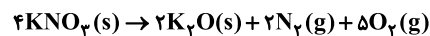
(۳)  $2$

۱۰۰- کدام گزینه درست است؟

- (۱) همه نافلزها تمایل به گرفتن الکترون دارند و این ویژگی در گروه‌های نافلزی از بالا به پایین، کاهش می‌یابد.
- (۲) برخی از نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن و هالوژن‌ها در طبیعت به شکل مولکول‌های دو اتمی یافت می‌شوند و از لحاظ شیمیایی بی‌اثر هستند.
- (۳) رنگ رسوب  $\text{Fe}(\text{OH})_3$  و کانی  $\text{MnCO}_3$  مشابه می‌باشد و در کاتیون آن‌ها، لایه چهارم فاقد الکترون است.
- (۴) مقایسه شعاع اتمی بعضی از فلزات قلیایی و قلیایی خاکی به صورت:  $19\text{K} > 38\text{Sr} > 20\text{Ca} > 11\text{Na}$  می‌باشد.

۱۰۱- اگر نمونه‌ای به جرم  $50.5$  گرم از پتاسیم نیترات با خلوص  $50\%$  در شرایط استاندارد با بازدهی  $80\%$  طبق واکنش زیر تجزیه شود،

حجم گاز تولید شده چند لیتر خواهد بود؟  $(\text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{K} = 39; \text{g.mol}^{-1})$



$490$  (۴)

$313/6$  (۳)

$122/5$  (۲)

$78/4$  (۱)

۱۰۲- اگر نسبت جرم کربن به جرم هیدروژن در یک آلکان شاخه‌دار برابر با  $5/4$  و دو شاخه فرعی متیل و یک شاخه فرعی اتیل در ساختار آن وجود داشته باشد، با توجه به ساختارهای متفاوت قابل رسم برای آن کدام گزینه درست است؟

$(\text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1})$

- (۱) برای این آلکان،  $4$  نامگذاری متفاوت در آیوپاک می‌توان در نظر گرفت.
- (۲) حداقل تعداد گروه‌های  $\text{CH}_3$  در ساختار این آلکان، با تعداد این گروه‌ها در ساختار بنزن برابر است.
- (۳) در نیمی از ساختارهای قابل رسم برای این آلکان، اتم کربنی وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.
- (۴) حداکثر مجموع شمار اعداد به کار رفته در نامگذاری آیوپاک آن، با تعداد اتم‌ها در دومین عضو خانواده آلکن‌ها برابر است.

محل انجام محاسبات



103- بر پایه واکنش موازنه شده مقابل، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ( $C = 12, N = 14, O = 16, H = 1: g \cdot mol^{-1}$ )  
 $HOOC(CH_2)_4COOH + H_2N(CH_2)_6NH_2 \rightarrow H_2O + \dots$

- \* اختلاف جرم مولی واکنش دهنده‌ها برابر جرم مولی 2.2- دی‌متیل بوتان است.  
 \* اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی ترکیب آلی حاصل 34 است.  
 \* مولکول حاصل شامل هر سه گروه عاملی آمینی و آمیدی و کربوکسیلی است.  
 \* بین مولکول‌های فرآورده آلی حاصل نیروی بین مولکولی از نوع هیدروژنی نیز می‌تواند وجود داشته باشد.  
 \* فرمول شیمیایی ترکیب حاصل  $C_{12}H_{24}N_2O_3$  است.

104- مخلوطی به جرم 26 گرم از اتان و پروپان را به طور کامل می‌سوزانیم. اگر گرمای حاصل از این فرایند، بتواند دمای 6700 گرم آب را به اندازه  $50^\circ C$  افزایش دهد، درصد مولی پروپان در مخلوط اولیه به تقریب کدام است؟ (آنتالپی سوختن متان و بوتان را در شرایط آزمایش به ترتیب برابر با 880- و 2920- کیلوژول بر مول در نظر بگیرید،  $c_{H_2O} = 4 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ،  $C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$ )

- 5 (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) 66 (4) 55 (3) 45 (2) 33 (1)

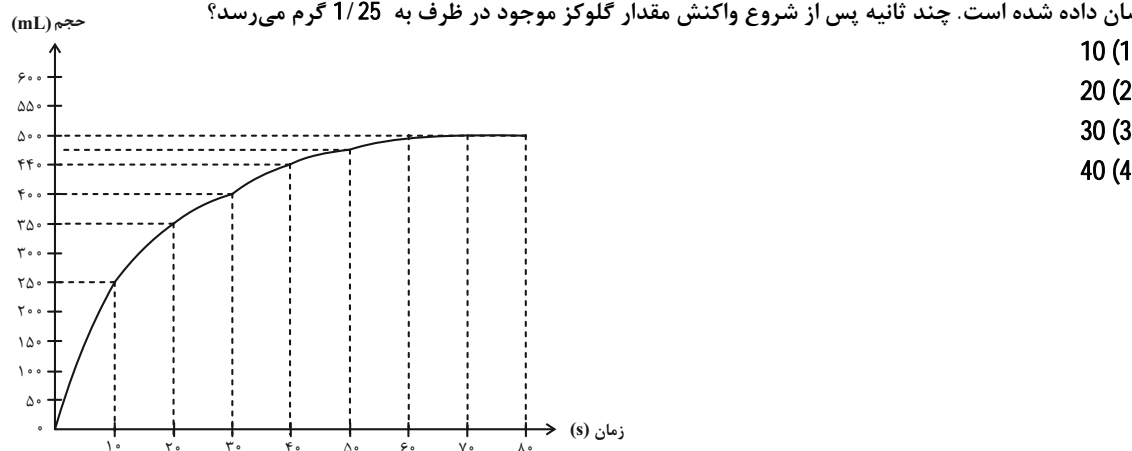
105- چند مورد از مطالب زیر درباره آلدئید موجود در بادام و کتون موجود در میخک درست است؟  
 \* برای سوختن کامل یک مول از هر کدام آن‌ها به ترتیب به 8 و 10 مول اکسیژن نیاز است و مقدار مول کربن‌دی‌اکسید تولید شده یکسان است.  
 \* آنتالپی پیوند بین کربن و اکسیژن موجود در آن‌ها از آنتالپی پیوند بین اتم‌های کربن و اکسیژن موجود در کربن مونوکسید کوچک‌تر است.  
 \* اختلاف شمار پیوندهای  $C-H$  موجود در آن‌ها دو برابر تعداد مول گاز هیدروژن لازم برای سیرشدن کامل پیوندهای  $C=C$  هر مول آلدئید موجود در بادام است.

- \* هر کدام از ترکیب‌ها یک اتم کربن دارند که با هیچ اتم هیدروژنی پیوند تشکیل نداده است.  
 4 (1) 3 (2) 2 (3) 1 (4)

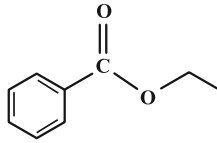
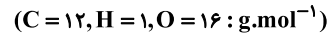
106- با توجه به واکنش‌های زیر،  $\Delta H$  واکنش تشکیل یک مول آب مایع از گازهای هیدروژن و اکسیژن به تقریب کدام است؟  
 1)  $2NH_3(g) + 3N_2O(g) \rightarrow 4N_2(g) + 3H_2O(l)$   $\Delta H_1 = -920 kJ$   
 2)  $N_2O(g) + H_2(g) \rightarrow N_2(g) + H_2O(l)$   $\Delta H_2 = -367 / 4 kJ$   
 3)  $4NH_3(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2N_2(g) + 6H_2O(l)$   $\Delta H_3 = -1350 kJ$

- 1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4)  $+449/7$   $-449/7$   $-285/7$

107- حجم گاز  $CO_2$  حاصل از تجزیه 2/5 گرم از گلوکز طبق معادله:  $C_6H_{12}O_6(s) \rightarrow 2C_2H_5OH(l) + 2CO_2(g)$  در نمودار زیر نشان داده شده است. چند ثانیه پس از شروع واکنش مقدار گلوکز موجود در ظرف به 1/25 گرم می‌رسد؟

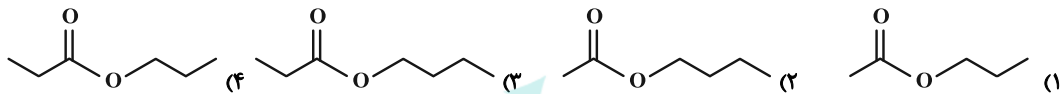


۱۰۸- محصول فرایند آکسیداسیون مقابله، دو مولکول A و B هستند. چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (B نوعی الکل است).



- \* برای سوختن کامل هر مول از ماده A نسبت به ماده B، بیش از دو برابر اکسیژن نیاز است و تعداد مول  $H_2O$  یکسانی از هر دو واکنش تولید می‌شود.
  - \* ماده A در تمشک وجود داشته و می‌تواند مدت زمان انجام بعضی از واکنش‌ها را افزایش دهد.
  - \* در هنگام انحلال هر دو ماده A و B در آب، بین مولکول‌هایشان با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.
  - \* مولکول B را می‌توان از آکسیداسیون موجود در آناناس و انگور هم بدست آورد.
  - \* تفاوت جرم مولی مولکول‌های A و B برابر با جرم مولی الکی است که در محصولات ضد یخ از آن استفاده می‌شود.
- ۱ (۴)                      ۲ (۳)                      ۳ (۲)                      ۴ (۱)

۱۰۹- در ساختار الکل یک عاملی سیرشده A، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر با ۷ و در ساختار کریوکسیلیک اسید یک عاملی سیرشده B، نسبت شمار پیوندهای C-H به پیوندهای C-C برابر با ۳ می‌باشد. کدام گزینه ساختار استر حاصل از واکنش الکل A و اسید B را به درستی نشان می‌دهد؟



۱۱۰- چند مورد از موارد زیر درباره کریوکسیلیک اسیدهای یک عاملی درست است؟ ( $C = 12, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$ )

- \* گروه عاملی آن‌ها برخلاف گروه عاملی استری، شامل سه عنصر می‌باشد.
  - \* برای سوختن کامل ۳ گرم از آشناترین عضو این خانواده، ۱/۱ مول گاز اکسیژن نیاز است.
  - \* با افزایش شمار اتم‌های کربن در آن‌ها، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی افزایش می‌یابد.
  - \* عضوی از این خانواده که در ساختار خود ۳ گروه  $CH_3$  دارد، می‌تواند جرم مولی ۸۸ گرم بر مول داشته باشد.
  - \* با افزایش نیروی بین مولکولی و اندروالس در آن‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها به انحلال‌پذیری ویتامین K در آب نزدیک می‌شود.
- ۱) یک                      ۲) دو                      ۳) سه                      ۴) چهار

۱۱۱- واکنش زیر با  $pH = 1/4$  آغاز می‌شود، اگر در ۲ ثانیه اول، سرعت متوسط تولید  $I_3^-$  برابر  $2 \times 10^{-3}$  مول بر لیتر بر ثانیه باشد، pH محلول بعد از ۲ ثانیه از شروع واکنش چند واحد تغییر می‌کند؟ ( $\log 2 = 0/3$ )



۰/۰۰۸ (۴)

۰/۰۳۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۰/۱ (۱)

۱۱۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ (دما  $25^\circ C$  است.  $\log 2 = 0/3$ )

\* pH محلول  $8 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  هیدروسیانیک اسید با یونش ۲ درصد برابر ۲/۸ است.

\* pH محلول ۰/۲ مولار آمونیاک برابر با ۱۳/۷ است.

\* مقدار درجه یونش اسیدها محدوده‌ای به صورت  $0 \leq \alpha \leq 1$  دارد.

\* غلظت یون هیدرونیوم در یک نمونه شیر ترش شده با  $pH = 2/7$  برابر  $4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$  است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۱۳- غلظت سود در یک نمونه آب برابر ۲۲/۴ ppm است. برای خنثی کردن سود موجود در ۴ تن از این آب به چند کیلوگرم محلول

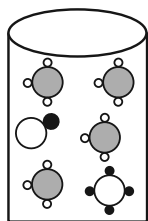
HBr(aq) با  $\text{pH} = 2/7$  و چگالی  $1/05 \text{ g.mL}^{-1}$  نیاز است؟ ( $\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )

۱۲۲۴ (۱) ۱۱۷۶ (۲)

۱۵۱۲ (۳) ۱۳۴۲ (۴)

۱۱۴- با توجه به شکل زیر که یک محلول در حال تعادل را نشان می‌دهد:

اگر هر ذره را ۰/۰۰۲ مول و حجم محلول را ۸۰۰ میلی‌لیتر در نظر بگیریم، اندازه  $K_b$  محلول آمونیاک و  $\text{pH}$  آن به ترتیب کدام است؟



۱۳/۳-۰/۶۲۵×۱۰<sup>-۳</sup> (۱)

۱۳/۳-۱/۲۵×۱۰<sup>-۴</sup> (۲)

۱۱/۴-۱/۲۵×۱۰<sup>-۴</sup> (۳)

۱۱/۴-۰/۶۲۵×۱۰<sup>-۳</sup> (۴)

۱۱۵- با توجه به سلول گالوانی Fe-Cu چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

( $E^\circ(\text{Fe}^{2+} / \text{Fe}) = -0/44 \text{ V}, E^\circ(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = +0/34 \text{ V}, \text{Fe} = 56, \text{Cu} = 64: \text{g.mol}^{-1}$ )

\* غلظت کاتیون  $\text{Cu}^{2+}$  با گذشت زمان کاهش می‌یابد.

\* فلز آهن کاهنده‌تر از فلز مس است و فلز آهن قطب مثبت این سلول است.

\* اگر فلز M با Fe یک سلول گالوانی تشکیل دهد که emf این سلول برابر ۰/۳۲ ولت باشد. در این حالت می‌تواند

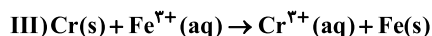
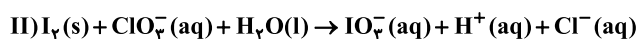
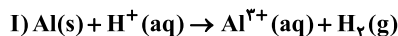
$E^\circ_{\text{M}^{2+}/\text{M}} = -0/76 \text{ V}$  برقرار باشد.

\* اگر جرم آند ۲/۸ گرم کاهش یابد، تعداد  $0/1 N_A$  الکترون در مدار بیرونی مبادله می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۶- با توجه به واکنش‌های «اکسایش - کاهش» زیر مجموع ضرایب گونه‌های واکنش (I) و (II) چند برابر ضریب گونه‌های اکسند

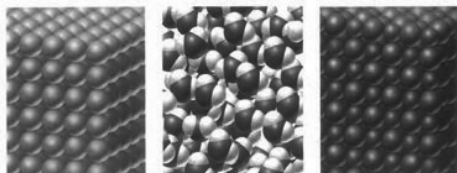
واکنش (III) است؟



۴ (۱) ۶ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۱۷- ساختار چند مورد از موارد کادر زیر به ترتیب با شکل‌های «آ»، «ب» و «پ» مطابقت دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).



(پ) (ب) (آ)

گرافیت -  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  -  $\text{CO}_2$  -  $\text{Al}_2\text{O}_3$  -  $\text{SO}_2$  -  $\text{Au}$  -  $\text{CaO}$

(۱) ۳-۱-۲

(۲) ۲-۲-۲

(۳) ۱-۲-۳

(۴) ۳-۲-۱

۱۱۸- کدام گزینه در رابطه با سیلیسیم درست است؟

(۱) به صورت خالص در طبیعت وجود ندارد و تنها در ساختار سیلیس یافت می‌شود.

(۲) فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است.

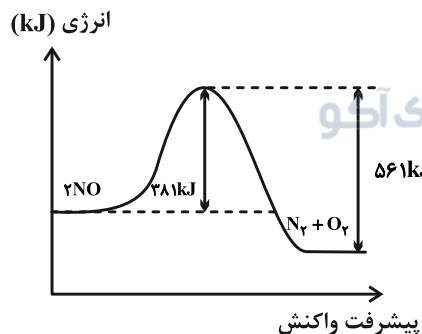
(۳) ساختار شبکه آن با یکی از دگرشکل‌های کربن مشابه است.

(۴) در واکنش با دیگر عناصر، هم می‌تواند الکترون به اشتراک بگذارد و هم الکترون به دست آورد.

۱۱۹- با توجه به نمودار و داده‌های جدول زیر، در اثر پیمایش  $300 \text{ km}$  مسافت به وسیله یک خودروی دارای مبدل کاتالیستی، مبدل از

رود چند کیلوگرم از آلاینده مورد نظر به هوا کره جلوگیری می‌کند و چند کیلوژول گرما در آن تولید می‌شود؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ( $\text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$ )



NO	فرمول شیمیایی آلاینده	
۱/۰۴	در غیاب مبدل کاتالیستی	مقدار آلاینده بر حسب گرم به
۰/۰۴	در حضور مبدل کاتالیستی	ازای طی یک کیلومتر

۹۳۶-۰/۳۱۲ (۴)

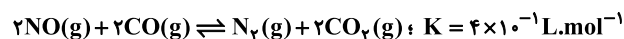
۹۰۰-۰/۳۱۲ (۳)

۹۳۶-۰/۳ (۲)

۹۰۰-۰/۳ (۱)

۱۲۰- اگر غلظت تعادلی گازهای  $\text{CO}_2$ ،  $\text{N}_2$  و  $\text{CO}$  در سامانه تعادلی زیر به ترتیب برابر  $0/6$ ،  $0/4$  و  $1$  مول بر لیتر باشد، جرم گاز  $\text{NO}$

در مخلوط تعادلی چند گرم است؟ (حجم ظرف واکنش  $200$  میلی لیتر است و  $\text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$ )



۷/۲ (۴)

۱/۸ (۳)

۵/۱ (۲)

۳/۶ (۱)

محل انجام محاسبات

# آزمون آمادگی شناختی ۲۳ دی ۱۴۰۱

دانش آموز عزیز!

یادگیری فرایندی است که نیازمند پشتیبانی ساز و کارهای شناختی مغز است. آگاهی از این ساز و کارها می‌تواند توانایی یادگیری شما را توسعه دهد. آمادگی شناختی توانایی بهره‌مندی از کارکردهای شناختی مغز در موقعیت‌های مختلف است.

آمادگی شناختی					
توجه و حافظه	فراشناخت	حل مساله	تصمیم‌گیری	سازگاری	خلاقیت

بنیاد علمی آموزشی قلم چی در راستای حمایت از فراگیران با همکاری اساتید علوم اعصاب شناختی دانشگاه شهید بهشتی در مرکز پژوهشی علوم اعصاب شناختی رفتار در نظر دارد آمادگی شناختی داوطلبان را به صورت دوره‌ای مورد سنجش قرار دهد. سوالات این بخش پاسخ درست و یا غلط ندارد و هدف این سوالات آگاهی شما از میزان آمادگی شناختی خود است. هدف این بخش حمایت شرکت‌کنندگان برای استفاده بهتر از توانایی‌های شناختی خود در فرایند یادگیری است. ما برای ارتقاء این توانایی‌ها، توصیه‌هایی را برای شما فراهم خواهیم نمود. دانش آموزانی که در نوبت قبل در آزمون شرکت کرده بودند می‌توانند در این آزمون هم شرکت کنند. پس از ارزیابی‌های چندگانه با هدف شناخت وضعیت پایه آمادگی شناختی شما، ارزیابی‌های موقعیتی در فواصل بین آزمون‌ها اجرا خواهد شد. کارنامه این آزمون را در صفحه شخصی دریافت خواهید کرد.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید. دقت داشته باشید که سوال‌ها از شماره ۲۶۱ شروع می‌شود.

۲۶۱. در هنگام مطالعه می‌توانم زیر مطالب مهم تر خط بکشم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۶۲. روخوانی برایم دشوار است و نمی‌توانم سریع بخوانم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۶۳. نمی‌توانم از مطالب درسی نکته‌برداری کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۶۴. من از روش‌های مطالعه خود آگاهم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۶۵. من می‌دانم چه مطالبی برای یادگیری مهم‌تر است.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۶۶. من ارتباط بین تلاش و هدفم را می‌دانم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۶۷. موانع برنامه‌ریزی ام را پیش‌بینی می‌کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۸. می‌توانم موانع پیش‌آمده در حین برنامه را مدیریت کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۶۹. در برنامه‌ریزی وقت کم می‌آورم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۰. نمی‌توانم پیامدهای مختلف انتخابم را در نظر بگیرم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۱. در تصمیم‌گیری یک گزینه مانع فکر کردن من به سایر گزینه‌ها می‌شود.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۲. به خاطر برنامه‌ام از یک فعالیت تفریحی صرف‌نظر می‌کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۳. کتاب‌های کمک‌درسی و آموزشی جدید را دوست دارم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۴. اگر قبلاً یک موضوع را اشتباه یاد گرفته باشم، تصحیح آن برایم سخت است.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۵. عضویت در یک گروه جدید مرا نگران می‌کند.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۶. برای یادگیری مطالب درسی از مثال‌های عجیب مخصوص خودم استفاده می‌کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۷. دوست دارم راه حل‌های متفاوت برای حل یک مساله را پیدا کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۸. دوست دارم مطالب مختلف ظاهراً غیرمرتبط را به هم ربط دهم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۹. چه میزان مایل به دریافت توصیه‌های مرتبط با بهبود آمادگی شناختی خود هستید؟
۱. بسیار زیاد ۲. زیاد ۳. بسیار کم ۴. مایل نیستم
۲۸۰. تاچه میزان انتظار دارید این توصیه‌ها در بهبود آمادگی شناختی شما موثر باشند؟
۱. بسیار زیاد ۲. زیاد ۳. بسیار کم ۴. انتظار ندارم



# آزمون ۲۳ دی ۱۴۰۱

## اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

# دفترچه پاسخ

### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
عادل حسینی-افشین خاصه-خان-علی شهرابی-حمید علیزاده-مهدی ملارمضانی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-محسن بهرام-پور-علیرضا بیگلری-رضا توکلی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد افشین خاصه-خان-سوگند روشنی-علی صادقی-محمد صحت کار-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-مجید نیکنام	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
خسرو ارغوانی-فرد بابک اسلامی-عبدالرضا امینی-نسب-مهدی آذر-نسب-زهره آقامحمدی-امیر مهدی جعفری-سیدابوالفضل خالقی-مجتبی خلیل ارجمندی-بهنام رستمی-سعید شرق-پویا علاقه-مند-عبداله فقهزاده-مسعود قره-خانی-محسن قندچلر-علیرضا گونه-امیر حسین مجوزی-حسین مخدومی-محمود منصور-سیدعلی میرنوری-مصطفی واثقی-شادمان ویسی	فیزیک	
محمدرضا پورجاوید-احمدرضا جعفری-نژاد-امیر حاتمیان-یاسر راش-روزبه رضوانی-امیر حسین طیبی-امیر حسین مسلمی	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش امیر حسین عزیزی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیر حسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	میلاذ سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

۱- گزینه «۴»

(ممد علیزاده)

در ابتدا، مقادیر  $x$ ،  $x+2$  و  $x+10$  باید جملات متوالی دنباله هندسی باشند، پس باید رابطه  $x(x+10) = (x+2)^2$  برقرار باشد:

$$\Rightarrow x^2 + 10x = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow 6x = 4 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

پس جملات دنباله هندسی  $\dots, \frac{2}{3}, \frac{8}{3}, \frac{32}{3}$  است؛ در این دنباله جمله دوم  $\frac{8}{3}$  است.

و دنباله حسابی مورد نظر  $\dots, \frac{2}{3}, \frac{32}{3}$  است که جمله عمومی آن

$$t_n = 10n - \frac{28}{3} \text{ است؛ جمله پنجم این دنباله } t_5 = 50 - \frac{28}{3} = \frac{122}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جمله پنجم حسابی}}{\text{جمله دوم هندسی}} = \frac{\frac{122}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{122}{8} = \frac{61}{4}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۲- گزینه «۴»

(مهری ملارمضان)

رابطه تقسیم را می‌نویسیم:

$$2x^5 - x^2 + 3 = (x+1)q(x) + r$$

$x = -1$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$-2 - 1 + 3 = 0 + r \Rightarrow r = 0$$

$$\Rightarrow 2x^5 - x^2 + 3 = (x+1)q(x)$$

باقی‌مانده تقسیم چند جمله‌ای  $q(x)$  بر  $x-1$  برابر  $q(1)$  است. پس در رابطه بالا  $x = 1$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$2 - 1 + 3 = 2q(1) \Rightarrow q(1) = 2$$

(حسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳- گزینه «۴»

(علی شهرابی)

جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، پس داریم:

$$\alpha^2 + 3\alpha = 1 \Rightarrow \alpha^2 = 1 - 3\alpha$$

حال در عبارت داده شده داریم:

$$A = (\alpha^2 + \alpha)(\beta - \frac{1}{\alpha}) = \alpha^2\beta + \alpha\beta - \frac{1}{\alpha}\alpha^2 - \frac{1}{\alpha}\alpha$$

$$A = \alpha^2\beta + \alpha\beta - \frac{1}{\alpha}(1 - 3\alpha) - \frac{1}{\alpha}\alpha$$

$$= \alpha\beta(\alpha+1) + \frac{3}{\alpha}\alpha - \frac{1}{\alpha}\alpha - \frac{1}{\alpha}$$

از طرفی معادله به صورت  $x^2 + 3x - 1 = 0$  است که در آن حاصل ضرب

$$\Rightarrow A = -(\alpha+1) + \alpha - \frac{1}{\alpha} = -\frac{3}{\alpha} \text{ جواب‌ها } \alpha\beta = -1 \text{ است.}$$

(حسابان ۱- بیرو و معادله، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴- گزینه «۳»

(جوینش نیکنام)

$x = 3$  جواب معادله است، پس در آن صدق می‌کند:

$$(3)^2 - (3) + \frac{4}{(3)^2 - (3) - 2} + m = 0 \Rightarrow 6 + 1 + m = 0$$

$$\Rightarrow m = -7$$

پس معادله به صورت روبرو است:

$$x^2 - x + \frac{4}{x^2 - x - 2} - 7 = 0$$

با تغییر متغیر  $x^2 - x - 2 = A$  داریم:

$$A + 2 + \frac{4}{A} - 7 = 0 \xrightarrow{A \neq 0} A^2 - 5A + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (A-4)(A-1) = 0 \Rightarrow A = 1 \text{ یا } 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = x^2 - x - 2 = 1 \Rightarrow x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ A = x^2 - x - 2 = 4 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ یا } -2 \end{cases}$$

کوچک‌ترین جواب  $x = -2$  است.

(حسابان ۱- بیرو و معادله، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۵- گزینه «۲»

(مهری ملارمضان)

نامعادله داده شده را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{x}}x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}x - \sqrt{x} + 1 < x - x\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}}x\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}}x - \sqrt{x} + 1 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}}x(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}-1) < 0 \Rightarrow (\frac{3}{\sqrt{x}}x-1)(\sqrt{x}-1) < 0$$

جدول تعیین علامت عبارت بالا را با دامنه  $x \geq 0$  می‌نویسیم:

	۰	$\frac{2}{3}$	۱	
$\frac{3}{\sqrt{x}}x-1$		-	+	+
$\sqrt{x}-1$		-	-	+
$(\frac{3}{\sqrt{x}}x-1)(\sqrt{x}-1)$		+	-	+



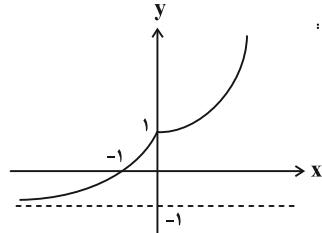
۸- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

$$D_{g^{-1} \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_{g^{-1}}\}$$

دامنه تابع  $f$ :  $D_f = (-\infty, 1]$  است و از آنجا که دامنه تابع  $g^{-1}$  با برد  $g$

برابر است، کافی است با رسم نمودار تابع  $g$  برد آن را حساب کنیم. این



نمودار را در شکل زیر رسم کرده ایم:

با توجه به نمودار بالا، برد  $g$  یا دامنه  $g^{-1}$  بازه  $(-1, +\infty)$  است. حال داریم:

$$D_{g^{-1} \circ f} = \{x \leq 1 \mid 1 - \sqrt{1-x} > -1\} = \{x \leq 1 \mid \sqrt{1-x} < 2\}$$

$$= \{x \leq 1 \mid 1-x < 4\} = \{x \leq 1 \mid x > -3\}$$

$$\Rightarrow D_{g^{-1} \circ f} = (-3, 1] \Rightarrow b-a = 1 - (-3) = 4$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰ و ۶۶ تا ۶۸)

(عمید علیزاده)

۹- گزینه «۲»

ابتدا معادله لگاریتمی را حل می‌کنیم تا  $a$  را پیدا کنیم:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = \log_{\frac{1}{2}} x - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} x - \frac{1}{2}$$

دقت کنید که از ویژگی  $\log_b m a^n = \frac{n}{m} \log_b a$  استفاده کرده‌ایم.

طرفین تساوی را در ۲ ضرب می‌کنیم و داریم:

$$3 \log_{\frac{1}{2}}(x-1) - \log_{\frac{1}{2}} x = -1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-1)^3 - \log_{\frac{1}{2}} x = -1$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{(x-1)^3}{x} = -1 \Rightarrow \frac{(x-1)^3}{x} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = \frac{1}{2}x \Rightarrow x^3 - 3x^2 + \frac{5}{2}x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x^2 - x + \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow x = 2$$

$\Delta < 0$  و جواب ندارد

پس  $a = 2$  جواب معادله است. حال داریم:

$$\log_{a+2}(\Delta a - 2) = \log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{\frac{1}{2}} 2^3 = \frac{3}{2} \log_{\frac{1}{2}} 2 = \frac{3}{2}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

پس مجموعه جواب‌های نامعادله بازه  $(\frac{2}{3}, 1)$  است و در نتیجه حاصل

$b-a$  برابر  $\frac{1}{3}$  خواهد شد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۶- گزینه «۳»

(عمید علیزاده)

روش اول: اگر در ضابطه  $f \circ g$ ،  $g^{-1}$  را قرار دهیم به ضابطه  $f$  خواهیم رسید:

$$(f \circ g)(g^{-1}(x)) = f(x) = \frac{g^{-1}(x) + 1}{g^{-1}(x) - 1}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{-x}{x-1} = \frac{x}{1-x}$$

از طرفی داریم:

$$f(x) = \frac{\frac{x}{1-x} + 1}{\frac{x}{1-x} - 1} = \frac{1-x+x}{2x-1} = \frac{1}{2x-1}$$

و در نتیجه:

روش دوم: قطعاً عددگذاری در چنین سؤالاتی راهگشا و ساده‌کننده است. پس

سعی کنید با انتخاب مقادیر مناسب  $x$  مقدار  $f(x)$  را حساب کنید و این مقادیر

را در گزینه‌ها راستی آزمایی کنید. به طور مثال، با جای گذاری  $x = 0$  داریم:

$$g(0) = 0, (f \circ g)(0) = -1 \Rightarrow f(0) = -1$$

که فقط در ضابطه گزینه «۳» این تساوی برقرار می‌شود.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰ و ۶۶ تا ۶۸)

۷- گزینه «۳»

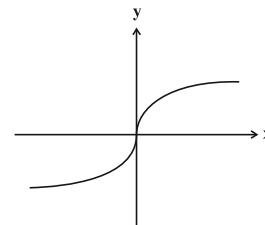
(افشین فاضله‌فان)

ضابطه تابع  $f$ :  $f(x) = x^3 - 1$  به دست می‌آید:

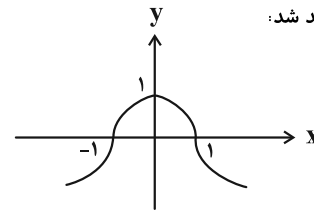
$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow g(x) = \sqrt[3]{1-|x|}$$

$$\Rightarrow g(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{1+x} & ; x < 0 \\ \sqrt[3]{1-x} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

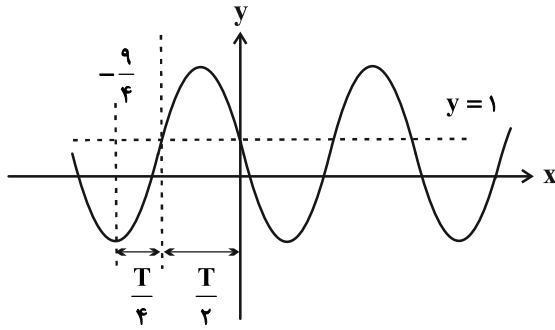
نمودار تابع  $y = \sqrt[3]{x}$  به صورت زیر است:



پس نمودار تابع  $g$  به صورت زیر خواهد شد:



(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)



با توجه به نمودار بالا  $\frac{3}{4}$  دوره تناوب برابر  $\frac{9}{4}$  شده است.

$$\frac{3T}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow T = 3 \Rightarrow \frac{2\pi}{c\pi} = 3 \Rightarrow c = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 - \frac{3}{4} \sin \frac{2}{3} \pi x \Rightarrow f\left(\frac{11}{2}\right) = 1 - \frac{3}{4} \sin \frac{11\pi}{3}$$

$$= 1 - \frac{3}{4} \sin \left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) = 1 - \frac{3}{4} \sin \left(-\frac{\pi}{3}\right) = 1 + \frac{3}{4} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= 1 + \frac{3}{4} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(عادل حسینی)

۱۳- گزینه «۳»

$$\sin x = 1 - \frac{1}{2} \cot^2 x = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right)$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{3}{2} - \frac{1}{2 \sin^2 x} \xrightarrow{\times 2 \sin^2 x} 2 \sin^3 x = 3 \sin^2 x - 1$$

$$\Rightarrow 2 \sin^3 x - 3 \sin^2 x + 1 = (\sin x - 1)(2 \sin^2 x - \sin x - 1)$$

$$= (\sin x - 1)(\sin x - 1)(2 \sin x + 1)$$

$$= (\sin x - 1)^2 (2 \sin x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

پس مجموع این جواب‌ها برابر است با:  $\frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = \frac{7\pi}{2}$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(عمید علیزاده)

۱۴- گزینه «۱»

در همسایگی راست  $x = 3$ ،  $[x] = 3$  است و حاصل حد به صورت زیر

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{\sqrt{x+6}-3} \quad \text{در می‌آید:}$$

حد صفر صفر است و از ساده‌ترین روش، یعنی هوییتال حل می‌کنیم.

(علی شهبازی)

۱۰- گزینه «۱»

با توجه به تعریف اولیه  $\tan \alpha$  یعنی  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  داریم:

$$\sin 40^\circ \left( \frac{\sin 20^\circ + \sin 110^\circ}{\cos 20^\circ + \cos 110^\circ} \right)$$

$$= \sin 40^\circ \times \frac{\sin 20^\circ \cos 110^\circ + \cos 20^\circ \sin 110^\circ}{\cos 20^\circ \cos 110^\circ}$$

$$= \sin 40^\circ \times \frac{\sin(20^\circ + 110^\circ)}{\cos 20^\circ \cos 110^\circ} = \sin 40^\circ \times \frac{\sin 130^\circ}{\cos 20^\circ (-\sin 20^\circ)}$$

$$= \sin 40^\circ \times \frac{\cos 40^\circ}{-\frac{1}{2} \sin 40^\circ} = -2 \cos 40^\circ = -2 \sin 50^\circ$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱)

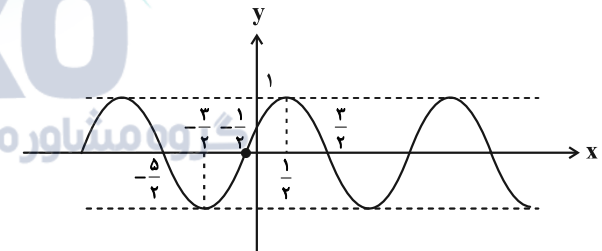
(مهری ملارمضانی)

۱۱- گزینه «۳»

$$y = \sin \left( \frac{\pi}{2} x + \frac{\pi}{4} \right)$$

برای رسم این نمودار، کافی است نمودار  $y = \sin x$  را  $\frac{\pi}{4}$  واحد به چپ

ببریم و در نهایت طول نقاط را بر  $\frac{\pi}{2}$  تقسیم کنیم؛ داریم:



با توجه به نمودار بالا، تابع روی بازه  $\left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right]$  اکیداً صعودی است، پس حداکثر مقدار  $k$  برابر  $\frac{1}{2}$  است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

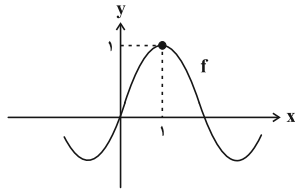
(مهری ملارمضانی)

۱۲- گزینه «۴»

نمودار در همسایگی  $x = 0$ ، نزولی است. پس  $-bc < 0$  و در نتیجه  $bc > 0$ . ما برای سادگی هر دو مقدار  $b$  و  $c$  را مثبت می‌گیریم.

مقدار ماکزیمم برابر  $\frac{5}{2}$  و مقدار مینیمم برابر  $-\frac{1}{2}$  است.

$$\begin{cases} y_{\min} = a - b = -\frac{1}{2} \\ y_{\max} = a + b = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = \frac{3}{2}$$



دقت کنید که برای پیوستگی تابع  $f$  روی  $\mathbb{R}$ ، لازم است که  $f(1) = a = 1$  باشد. با توجه به نمودار تابع  $f$ ، مشخص است که در همسایگی  $x = 1$ ، مقادیر تابع کم‌تر از ۱ است، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (g \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x - 2) = 1$$

از طرفی مقدار تابع تابع نیز در  $x = 1$  برابر است با:

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(1) = 1$$

حد و مقدار تابع  $g \circ f$  در  $x = 1$  برابر است، پس تابع در این نقطه پیوسته است.

(مسابان -۱ ص ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۷- گزینه «۱» (علی شهبازی)

تابع  $f$  در  $x = 0$  پیوسته است، پس مماس‌های چپ و راست دارد.

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \cos x - 2; & x < 0 \\ 3x^2 + 2; & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'_-(0) = -1, f'_+(0) = 2$$

برای عبارت داده شده می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(-2h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(-2h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h)}{h} + 2 \lim_{H \rightarrow 0^-} \frac{f(H)}{H} \end{aligned}$$

که در آن  $H = -2h$  است.

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(-2h)}{h} = f'_+(0) + 2f'_-(0) = 2 - 2 = 0$$

(مسابان -۲ مشتق: صفحه‌های ۷۷، ۸۷، ۹۳ و ۹۴)

۱۸- گزینه «۱» (جهانبخش نیکنام)

در همسایگی راست و چپ  $x = 1$ ، ضابطه‌های  $f$  به صورت زیر هستند:

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - 2; & x < 1 \\ bx^2 + x; & x \geq 1 \end{cases}$$

در ابتدا تابع باید پیوسته باشد:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \\ \Rightarrow a - 2 &= b + 1 \Rightarrow a - b = 3 \quad (1) \end{aligned}$$

مشتق تابع هم به صورت زیر است:

$$f'(x) = \begin{cases} 3ax^2; & x < 1 \\ 2bx + 1; & x > 1 \end{cases} \Rightarrow f'_-(1) = 3a, f'_+(1) = 2b + 1$$

شرط دوم آن است که مشتق‌های چپ و راست تابع  $f$  در  $x = 1$  برابر باشند.

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{2\sqrt{x+6}} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{2\sqrt{3+6}} = \frac{1}{6}$$

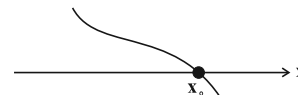
(مسابان -۱ ص ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۵- گزینه «۴» (جهانبخش نیکنام)

عبارت صورت ضابطه، همواره مثبت است، زیرا در این عبارت درجه دوم، ضریب  $x^2$  مثبت و  $\Delta$  منفی است:

$$\Delta = (2)^2 - 4(1)(3) = -8 < 0 \Rightarrow 1 + 2x + 3x^2 > 0$$

تابع چندجمله‌ای  $y = -3x^3 - 2x + 1$  که در مخرج ضابطه  $f$  قرار گرفته است. یک تابع اکیداً نزولی با دامنه و برد  $\mathbb{R}$  است. نمودار این تابع در همسایگی تنها صفر حقیقی آن به صورت زیر است:



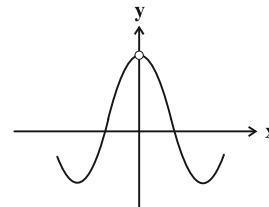
پس با توجه به این نمودار داریم:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) &= \frac{\text{عدم مثبت}}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) &= \frac{\text{عدم مثبت}}{0^-} = -\infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{نمودار گزینه «۴» درست است.}$$

(مسابان -۲ فرهای نامتناهی - ص ۳۹ تا ۵۸)

۱۶- گزینه «۱» (عارل مسینی)

نمودار تابع  $y = \frac{\sin x}{x}$  را در نظر بگیرید:



برای رسم نمودار تابع  $f$ ، کافی است نمودار بالا را در راستای افقی با ضریب  $\pi$  منقبض کنیم، سپس آن را یک واحد به راست انتقال دهیم:

$$y = \frac{\sin x}{x} \xrightarrow{\text{انقباض افقی با ضریب } \pi} y = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به راست}} f(x) = \frac{\sin \pi(x-1)}{\pi(x-1)} = \frac{-\sin \pi x}{\pi(x-1)} = \frac{\sin \pi x}{\pi(1-x)}$$

پس نمودار آن در همسایگی  $x = 1$  به صورت زیر است:

(علی شهرابی)

۲۱- گزینه «۴»

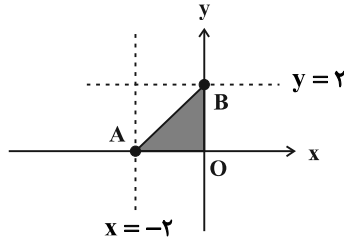
در ابتدا تابع داده شده باید هموگرافیک باشد، پس داریم:

$$f(x) = \frac{ax^2 + 2ax - x^2 + 1}{x+2} = \frac{(a-1)x^2 + 2ax + 1}{x+2}$$

یعنی لازم است ضریب  $x^2$  صفر شود تا صورت نیز یک عبارت درجه یک شود:

$$a-1=0 \Rightarrow a=1 \Rightarrow f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$$

بنابراین خطوط  $x=-2$  و  $y=2$  به ترتیب مجانب‌های قائم و افقی نمودار هستند.



مساحت مثلث هاشورخورده در شکل بالا برابر  $S = \frac{2 \times 2}{2} = 2$  است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳)

(عادل فسینی)

۲۲- گزینه «۳»

$x = -1$  یکی از صفرهای تابع است.

$$\Rightarrow f(-1) = 1 - a - b + c = 0 \Rightarrow a + b - c = 1 \quad (1)$$

هم‌چنین  $x = -1$  طول نقطه عطف با مماس افقی است.

$$\begin{cases} f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + b \xrightarrow{f'(-1)=0} \text{مماس افقی} \\ -4 + 3a + b = 0 \Rightarrow 3a + b = 4 \quad (2) \\ f''(x) = 12x^2 + 6ax \xrightarrow{f''(-1)=0} \text{نقطه عطف} \\ 12 - 6a = 0 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)} b = -2 \xrightarrow{(1)} c = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x - 1, f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2$$

$$f'(x) = 2(2x^3 + 3x^2 - 1) = 2(x+1)^2(2x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1, x = \frac{1}{2}$$

جدول تغییرات رفتار  $f$  به صورت زیر است:

$x$		$-1$		$\frac{1}{2}$	
$f'(x)$	$-$	$\downarrow$	$-$	$\downarrow$	$+$
$f(x)$		$\searrow$		$\swarrow$	

min

پس مقدار مینیمم نسبی برابر  $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{27}{16}$  است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۳۱، ۱۳۳ تا ۱۳۴ و ۱۳۸)

$$\Rightarrow 3a = 2b + 1 \Rightarrow 3a - 2b = 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a = -5, b = -8 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-8}{-5} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}$$

(مسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹)

(عادل فسینی)

۱۹- گزینه «۱»

آهنگ لحظه‌ای تغییرات تابع همان مشتق تابع است.

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot [(f \circ g)'(g(x))] = g'(x) \cdot (2f(g(x)) \cdot f'(g(x)))$$

$$\Rightarrow (f \circ g)'(x) = 2f(g(x)) \cdot g'(x) \cdot f'(g(x)) \quad (*)$$

$$\begin{cases} g(1) = \frac{1}{\sqrt{2-1}} = 1 \Rightarrow f(g(1)) = f(1) = -1 \\ g'(x) = \frac{\sqrt{2-x} + \frac{x}{2\sqrt{2-x}}}{\sqrt{(2-x)^2}} \Rightarrow g'(1) = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1} = \frac{3}{2} \\ f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(g(1)) = f'(1) = -3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} (f \circ g)'(1) = 2(-1) \left(\frac{3}{2}\right) (-3) = 8$$

(مسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶ و ۱۰۲ تا ۱۰۶)

(افشین فاضله‌فان)

۲۰- گزینه «۳»

در عبارت  $a^2 + b = 10$ ، داریم:  $b = 10 - a^2$

پس مقدار عبارت  $ab^2$  را برحسب  $a$  می‌نویسیم:

$$p(a) = a(10 - a^2)^2 = a(a^4 - 20a^2 + 100)$$

$$= a^5 - 20a^3 + 100a$$

در جایی مقدار این عبارت ماکزیمم است که  $p'(a) = 0$  شود:

$$p'(a) = 5a^4 - 60a^2 + 100 = 5(a^2 - 10)(a^2 - 2) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 = 10 \text{ یا } 2 \Rightarrow a = \sqrt{10} \text{ یا } \sqrt{2}$$

$a$	$0$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{10}$
$p'(a)$	$+$	$\downarrow$	$-$
$p(a)$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$

max

پس به ازای  $a = \sqrt{2}$  و  $b = 8$  مقدار عبارت  $ab^2$  ماکزیمم است:

$$ab^2 = \sqrt{2} \times 8^2 = 64\sqrt{2}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸، ۱۱۹ و ۱۲۳)

گزینه ۲۳-  $S_1 = S_{ABMN} = AB \times AN = 3 \times \sqrt{4^2 + 2^2} = 6\sqrt{5}$   
 سطح مقطع  $ACMP$  نیز در برخورد صفحه  $P_1$  با مکعب مستطیل حاصل می‌شود:

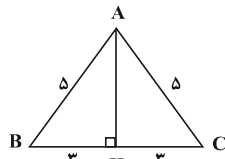
$$S_2 = S_{ACMP} = AC \times AP = \sqrt{3^2 + 4^2} \times 2 = 10$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{10}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

(هنرسه ۱- تقسیم فضایی، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه ۳- ۲۶



محیط این مثلث برابر است با:  $2P = 5 + 5 + 6 = 16 \Rightarrow P = 8$   
 با محاسبه طول ارتفاع وارد بر قاعده، مساحت مثلث را به دست می‌آوریم:

$$AHC: AH^2 = AC^2 - CH^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

$$S = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$

اگر شعاع دایره‌های محاطی خارجی نظیر قاعده و ساق را به ترتیب با  $r_a$  و

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{12}{8-6} = 6$$

$r_b$  نمایش دهیم، آن گاه داریم:

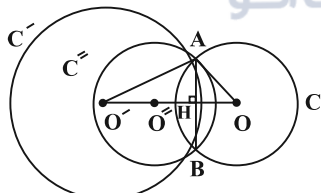
$$r_b = \frac{S}{P-b} = \frac{12}{8-5} = 4$$

$$\frac{r_a}{r_b} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه ۴- ۲۷



مطابق شکل در مثلث  $OAO'$ ،  $OO' = 5$ ،  $OA = 3$  و  $O'A = 4$  است. با توجه به اینکه طول اضلاع این مثلث در قضیه فیثاغورس صدق می‌کند، پس این مثلث قائم‌الزاویه است و طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$OA^2 = OH \times OO' \Rightarrow 9 = OH \times 5 \Rightarrow OH = \frac{9}{5}$$

اگر  $O''$  مرکز دایره  $C''$  باشد، با توجه به طولیابی بازتاب داریم:

$$O''H = OH = \frac{9}{5} \Rightarrow O'O'' = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}$$

شعاع دایره  $C''$  برابر شعاع دایره  $C$  است، پس طول مماس مشترک خارجی دایره‌های  $C'$  و  $C''$  برابر است با:

$$\sqrt{O'O''^2 - (R' - R'')^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2 - (4 - 3)^2} = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه ۲- ۲۸

برای افزایش مساحت چندضلعی بدون تغییر محیط، کافی است بازتاب نقطه  $B$  را نسبت به خط گذرنده از نقاط  $A$  و  $C$  به دست آوریم. مطابق شکل

(سیرمهر رضا حسینی‌فر)

گزینه ۲- ۲۳

فرض کنید  $\frac{AM}{MD} = k$  باشد. در این صورت  $\frac{AM}{AD} = \frac{k}{k+1}$  و

$$\frac{MD}{AD} = \frac{1}{k+1} \text{ است.}$$

با فرض  $MP = PQ = QN = x$  داریم:

$$\triangle ABD: MP \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MP}{AB} = \frac{MD}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{k+1} \quad (1)$$

$$\triangle ACD: MQ \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MQ}{DC} = \frac{AM}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{4} = \frac{k}{k+1} \quad (2)$$

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{1}{k+1} + \frac{k}{k+1} = 1$$

با جمع روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow \frac{5x}{6} = 1 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$$

$$MN = 3 \times \frac{6}{5} = \frac{18}{5} = 3 \frac{3}{5}$$

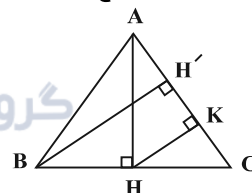
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

(مهرردار ملونری)

گزینه ۲- ۲۴

اندازه دو ارتفاع برابر ۴ است، پس این مثلث متساوی‌الساقین است.

مطابق شکل ارتفاع  $AH = 6$ ، میانه ضلع  $BC$  نیز هست.



از نقطه  $H$  عمود  $HK$  را بر ساق  $AC$  رسم می‌کنیم که طول آن (بر اساس تعمیم قضیه تالس) نصف ارتفاع  $AH = 6$ ، یعنی برابر ۳ است.

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث  $AHK$  داریم:

$$AK^2 = AH^2 - HK^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow AK = 3\sqrt{3}$$

از طرفی طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه  $AHC$  داریم:

$$AH^2 = AK \cdot AC \Rightarrow AC = \frac{36}{3\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}}$$

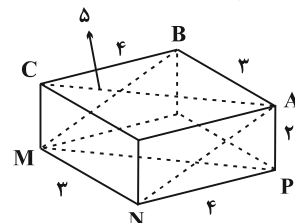
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BH' \cdot AC = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

(مهرردار ملونری)

گزینه ۱- ۲۵

مطابق شکل، سطح مقطع  $ABMN$  بزرگ‌ترین مساحت ممکن در برخورد صفحه  $P_1$  با مکعب مستطیل را خواهد داشت.

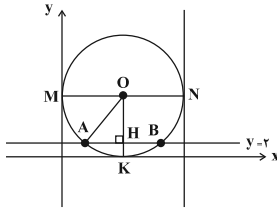


$$|2A^{-1}| = 2^2 |A^{-1}| = 4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۳» - ۳۲



اگر شعاع دایره مورد نظر را برابر R فرض کنیم، آن‌گاه مختصات مرکز دایره به صورت  $O(R, R)$  است. مطابق شکل داریم:

$$AB = 12 \Rightarrow AH = 6$$

$$OH = OK - HK = R - 2$$

$$\Delta OAH : OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow R^2 = (R-2)^2 + 6^2$$

$$\Rightarrow R^2 = R^2 - 4R + 4 + 36 \Rightarrow 4R = 40 \Rightarrow R = 10$$

بنابراین طول قطر دایره برابر  $2R = 20$  و در نتیجه طول نقطه N برابر ۲۰ است و خط  $x = 20$  بر این دایره مماس است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

گزینه «۱» - ۳۳ (علی ایمانی)

می‌دانیم فاصله هر نقطه واقع بر سهمی از کانون و خط هادی برابر یکدیگر است، پس  $AF = AH$  و  $NF = NM$  است. با فرض  $MN = x$  داریم:

$$\Delta BHF : MN \parallel HF \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MN}{HF} = \frac{BN}{BF}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{4}{x+4} \Rightarrow x(x+4) = 8 \Rightarrow x^2 + 4x - 8 = 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4(-8) = 48$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{48}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{3} - 2 \\ x = -2\sqrt{3} - 2 \end{cases}$$

غرض

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه تمرین ۱۲ صفحه ۵۸)

گزینه «۱» - ۳۴ (سولندر روشنی)

برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  داریم:

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow (4\sqrt{2})^2 + (-2)^2 = 2^2 \times |\vec{b}|^2 \Rightarrow 36 = 4 |\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{b}|^2 = 9$$

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 + 9 + 2(-2) = 9$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = 3$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

گزینه «۴» - ۳۵ (سولندر روشنی)

سه بردار  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  در یک صفحه قرار دارند، پس  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$  است.

$$\vec{b} = (3, 2, 2) \Rightarrow \vec{b} \times \vec{c} = (4 + 2m, -4, -3m - 2)$$

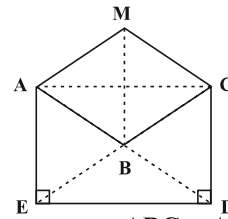
بنابراین داریم:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \Rightarrow (2, m, -2) \cdot (4 + 2m, -4, -3m - 2) = 0$$

$$\Rightarrow 8 + 4m - 4m + 6m + 4 = 0 \Rightarrow 6m = -12 \Rightarrow m = -2$$

بردارهای  $\vec{d} = (2, 3, 4)$  و  $\vec{e} = (5, 0, -2)$  را در نظر می‌گیریم. قطره‌های متوازی‌الاضلاع که روی این دو بردار ساخته می‌شوند، بردارهای

چهارضلعی ACDE مستطیل است و مساحت مثلث‌های ABC، ABE، BCD و BDE برابر یکدیگر است.



از طرفی دو مثلث AMC و ABC هم‌نهشت هستند و مساحت آن‌ها برابر یکدیگر است. اگر مساحت هر کدام از این مثلث‌ها را با S نمایش

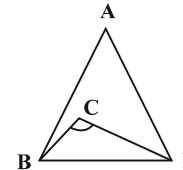
$$\frac{S_{ABCDE}}{S_{AMCDE}} = \frac{3S}{5S} = 0.6$$

دهیم، داریم:

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

گزینه «۲» - ۲۹ (امیرمسین ابومصوب)

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث BCD داریم:



$$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \times CD \times \cos \hat{C}$$

$$= (\sqrt{5}-1)^2 + (\sqrt{5}+1)^2 - 2(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)(-\frac{1}{2})$$

$$= 6 - 2\sqrt{5} + 6 + 2\sqrt{5} + (5-1) = 16 \Rightarrow BD = 4$$

$$P = \frac{5+7+4}{2} = 8$$

طبق قضیه هرون در مثلث ABD داریم:

$$S_{ABD} = \sqrt{8(8-5)(8-7)(8-4)} = 4\sqrt{6}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

گزینه «۴» - ۳۰ (امیرمسین ابومصوب)

ابتدا سطر سوم ماتریس AB را محاسبه می‌کنیم:

$$AB = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 3 & -2 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \\ 0 & -3 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & -3 & -7 \end{bmatrix}$$

برای محاسبه سطر سوم ماتریس ABC، کافی است سطر سوم ماتریس AB را در ماتریس C ضرب کنیم.

$$ABC = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & -3 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ -2 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

$$10 = -2 + 8 + 4 = 10$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۱» - ۳۱ (امیرمسین ابومصوب)

ابتدا از طرفین رابطه صورت سؤال دترمینان می‌گیریم:

$$|4A| = \begin{vmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow 16|A| = |A|^2 + 64$$

$$\Rightarrow |A|^2 - 16|A| + 64 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 8)^2 = 0 \Rightarrow |A| - 8 = 0$$

$$\Rightarrow |A| = 8 \Rightarrow |A|^{-1} = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{26}{3 \times 6 \times 6} = \frac{13}{54}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۳۹- گزینه «۳» (علیرضا بیگلری)

$$\frac{f_i}{n} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{n}{f_i} = 5$$

$$x = \frac{8f_i}{n - f_i + 8f_i} = \frac{8f}{n + 7f_i}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8f_i}{5f_i + 7f_i} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۴۰- گزینه «۲» (علیرضا بیگلری)

$n = 400$

انحراف معیار جامعه  $\sigma = 3 \Rightarrow \sigma^2 = 9$  واریانس

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + 400}{400} = \frac{2}{400} = 200/5$$

فاصله اطمینان ۹۵٪ جامعه

$$\left[ \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

$$= \left[ 200/5 - \frac{2 \times 3}{\sqrt{400}}, 200/5 + \frac{2 \times 3}{\sqrt{400}} \right] = [200/5 - 3/10, 200/5 + 3/10]$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۴۱- گزینه «۱» (امیرمسین ابومصوب)

روش اول: از طرفین رابطه صورت سؤال با مجموعه B اشتراک می‌گیریم:

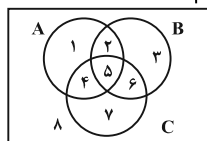
$$A - B = A - C \Rightarrow A \cap B' = A \cap C'$$

$$\Rightarrow (A \cap B') \cap B = (A \cap C') \cap B$$

$$\Rightarrow A \cap (B' \cap B) = (A \cap B) \cap C' \Rightarrow \emptyset = (A \cap B) - C$$

$$\Rightarrow (A \cap B) \subseteq C$$

روش دوم: نمودار ون را برای سه مجموعه A، B و C رسم کرده و نواحی را مطابق شکل نام‌گذاری می‌کنیم. در این صورت داریم:



$$A - B = \{1, 4\}$$

$$A - C = \{1, 2\}$$

تنها در صورتی دو مجموعه A-B و A-C برابر یکدیگر خواهند بود که دو ناحیه ۲ و ۴ تهی باشند. در این صورت A ∩ B تنها شامل ناحیه ۵ بوده که این ناحیه به مجموعه C نیز تعلق دارد، پس (A ∩ B) ⊆ C. به طور مشابه می‌توان نشان داد (A ∩ C) ⊆ B است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۴)

۴۲- گزینه «۱» (علی صارقی)

طبق قضیه تقسیم داریم:  $a = 41q + r$  به طوری که  $0 \leq r < 41$  و همچنین طبق فرض  $r = q^2 - 123$  در نتیجه:

$$a = 41q + q^2 - 123$$

$$0 \leq r < 41 \Rightarrow 0 \leq q^2 - 123 < 41 \Rightarrow 123 \leq q^2 < 164$$

$$\Rightarrow \sqrt{123} \leq q < \sqrt{164} \quad q \in \mathbb{Z} \Rightarrow q = 12$$

بنابراین:  $a = 41(12) + 12^2 - 123 = 513$

$\vec{d} + \vec{e} = (7, 3, 2)$  و  $\vec{d} - \vec{e} = (-3, 3, 6)$  است. اگر زاویه بین این دو بردار برابر  $\theta$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$\cos \theta = \frac{(\vec{d} + \vec{e}) \cdot (\vec{d} - \vec{e})}{\|\vec{d} + \vec{e}\| \|\vec{d} - \vec{e}\|} = \frac{-21 + 9 + 12}{\sqrt{49 + 9 + 4} \times \sqrt{9 + 9 + 36}} = 0$$

$$\Rightarrow \theta = 90^\circ$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۳۶- گزینه «۱» (امیررضا فلاح)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\sim(p \Rightarrow q) \vee (q \vee \sim p) \equiv \sim(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

بنابراین عبارت صورت سؤال به صورت  $p \Rightarrow T$  در می‌آید که به دلیل درستی تالی همواره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۳۷- گزینه «۳» (امیررضا فلاح)

پیشامد آنکه سکه ۳ بار رو آمده باشد: A  
پیشامد آنکه تاس عدد ۴ آمده باشد: B  
برای آنکه سکه ۳ بار رو آمده باشد، باید عدد تاس حداقل ۳ آمده باشد:

$$P(A) = \frac{1}{6} \times \frac{\binom{3}{3}}{\binom{3}{3}} + \frac{1}{6} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{3}{2}}$$

تاس عدد ۳ هر سه سکه رو

تاس عدد ۴ سکه ۳ از سکه ۴

$$+ \frac{1}{6} \times \frac{\binom{3}{1}}{\binom{3}{1}} + \frac{1}{6} \times \frac{\binom{3}{0}}{\binom{3}{0}}$$

تاس عدد ۵ سکه ۲ از سکه ۵

تاس عدد ۶ سکه ۱ از سکه ۶

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{16} + \frac{1}{6} \times \frac{10}{32} + \frac{1}{6} \times \frac{20}{64} = \frac{1}{6} \times \left( \frac{8 + 16 + 20 + 20}{64} \right)$$

$$= \frac{64}{6 \times 64} = \frac{1}{6}$$

طبق قانون بیز داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{3}{2}}}{\frac{1}{6}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۳۸- گزینه «۲» (رضا توکلی)

نمودار درختی مربوط به سؤال را رسم می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{3} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} \text{ هر دو مهره سفید ۱ جعبه A, B انتخاب شود} \\ \frac{4}{3} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \text{ هر دو مهره سفید ۱ جعبه C, A انتخاب شود} \\ \frac{3}{3} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \text{ هر دو مهره سفید ۱ جعبه B, C انتخاب شود} \end{array} \right.$$

طبق قانون احتمال کل داریم:

$$\text{احتمال هر دو مهره سفید} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{6}$$



است. از طرفی  $\{a, c, e\}$  یک مجموعه احاطه گر است پس  $\gamma = 3$  و لذا مجموعه دقیقاً ۳ عنصر خواهد داشت:

$$\binom{2}{1} + \binom{2}{1} + \binom{2}{1} = 8$$

تعداد  $\gamma$  - مجموعه‌ها

یکی از  $\{e, f\}$  یکی از  $\{c, d\}$  یکی از  $\{a, b\}$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۳)

۴۷ - گزینه «۱» (ممنوع صحت کار)

ابتدا ۳ رقم از ۹ رقم عدد طبیعی را انتخاب می‌کنیم و چون عددها نباید کنار هم باشند A و B را ابتدا کنار هم قرار می‌دهیم و ۴ جای خالی برای اعداد به وجود می‌آید که ۳ تای آن‌ها را انتخاب و جایگشت‌ها را نیز در نظر می‌گیریم.

$$\binom{9}{3} \times \binom{4}{3} \times \frac{3!}{2!} = 84 \times 4 \times 3 \times 6 = 6048$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴۸ - گزینه «۳» (ممنوع صحت کار)

هر کدام از حالت‌های زیر را می‌توانیم برای برنامه‌ریزی در نظر بگیریم.

	A	B	C
شنبه	b	c	a
یکشنبه	c	a	b
دوشنبه	a	b	c

	A	B	C
شنبه	b	c	a
یکشنبه	a	b	c
دوشنبه	c	a	b

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۷۳)

۴۹ - گزینه «۲» (ممنوع بهرام‌پور)

مجموعه ابتدا را خودکارهای رنگی و مجموعه انتها را افراد در نظر می‌گیریم. اگر A تعداد حالاتی باشد که به صادق و B تعداد حالاتی باشد که به بایک خودکار نرسد، حالات مطلوب سوال برابر است با:

$$|S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= 4^3 - (3^3 + 3^3 - 2^3) = 64 - 46 = 18$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

۵۰ - گزینه «۲» (امیرمسین ابومصوب)

نمرات آزمون به صورت صفر، ۰/۲۵، ۰/۵، ۰/۷۵، ۱، ... و ۲۰ است. تعداد نمرات متمایز در این آزمون ۸۱ تاست. در نتیجه طبق تعمیم اصل لانه کبوتری داریم:

$$k + 1 = 3 \Rightarrow k = 2$$

$$n = 81 = \text{تعداد لانه‌ها}$$

$$kn + 1 = 2 \times 81 + 1 = 163 = \text{حداقل تعداد افراد}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

$$9 = 3 + 1 + 5 = \text{مجموع ارقام}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴۳ - گزینه «۲» (ممنوع بهرام‌پور)

ابتدا a را بدست می‌آوریم:  $2 + 0 + 0 + \dots + 24 \equiv 2 + 0 + 0 + \dots + 142! \equiv 24$

برای به دست آوردن باقی مانده ۲ بر ۴۴ کافی است ۴۴ را به صورت ضرب دو عدد که نسبت به هم اولند بنویسیم:

$$44 = 4 \times 11$$

$$14014 \equiv 2$$

$$25 = 32 \equiv -1 \xrightarrow{\text{بفوتوان } 280} 1400 \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 1401 \equiv 2$$

$$\begin{cases} 1401 \equiv 0 + 24 = 24 \\ 1401 \equiv 2 + 22 = 24 \end{cases} \Rightarrow 1401 \equiv 24$$

$$\Rightarrow 1401 \equiv 24$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴۴ - گزینه «۴» (سولندر روشنی)

شرط لازم و کافی برای اینکه معادله  $ax + by = c$  در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد آن است که  $c | (a, b)$  بنابراین:  $24 | (m, 36)$  و با توجه به اینکه  $24 = 2^3 \times 3$  و  $36 = 2^2 \times 3^2$  معادله در صورتی فاقد جواب است که  $m = 9k$  باشد و در نتیجه بزرگ‌ترین عدد دو رقمی که m می‌تواند اختیار کند  $m = 99$  است.

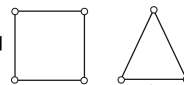
$$\begin{cases} 10a9a \equiv 0 \Rightarrow a - 9 + a - 0 + 1 \equiv 0 \Rightarrow 2a \equiv 8 \Rightarrow a \equiv 4 \\ 10a9a \equiv 0 \Rightarrow 1 + 0 + a + 9 + a \equiv 0 \Rightarrow 2a \equiv -1 \Rightarrow a \equiv 4 \end{cases}$$

پس  $a = 4$  است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۰)

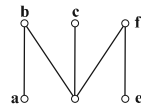
۴۵ - گزینه «۲» (مبیر نیکنام)

اگر یک گراف  $2 -$  منتظم و ناهمبند باشد، هر بخش آن حداقل  $2 + 1$  رأس دارد. از طرفی چون گراف از مرتبه فرد است،  $2$  نمی‌تواند فرد باشد. در نتیجه تنها حالتی که برای گراف قابل رسم است،



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۴۶ - گزینه «۴» (مبیر نیکنام)



برای احاطه کردن رأس a در هر مجموعه احاطه گر، باید حداقل یکی از دو عنصر مجموعه  $\{a, b\}$  قرار داشته باشند. به همین ترتیب برای احاطه کردن رأس c، باید حداقل یکی از دو عنصر از مجموعه  $\{c, d\}$  حضور داشته باشند و برای احاطه کردن رأس e نیز باید حداقل یک عضو از  $\{e, f\}$  در هر مجموعه احاطه گری باشد. در نتیجه چون این سه مجموعه جدا از هم هستند، هر مجموعه احاطه گر حداقل ۳ عنصر خواهد داشت و لذا  $\gamma \geq 3$



(عبداله فقه زاره)

گزینه «۳» - ۵۴

$$\Delta L_{Cu} = \alpha_{Cu} L_{1,Cu} \Delta \theta_{Cu} \Rightarrow 120 \times 10^{-5} \times x = 204 \times 10^{-5} x$$

$$\Delta L_{Al} = \alpha_{Al} L_{1,Al} \Delta \theta_{Al} \Rightarrow 120 \times 2 / 3 \times 10^{-5} \times x = 276 \times 10^{-5} x$$

$$\Rightarrow \Delta L_{Al} - \Delta L_{Cu} = 7 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 276 \times 10^{-5} x - 204 \times 10^{-5} x = 72 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 72 \times 10^{-5} x = 72 \times 10^{-3} \Rightarrow x = 100^\circ C$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

(زهرا آقاممیری)

گزینه «۳» - ۵۵

چون در نهایت یخ ذوب نشده داریم، پس دمای تعادل نهایی صفر درجه سلسیوس است. اگر جرم یخ ذوب شده را با  $m_1$  و جرم اولیه آب را با  $m_2$  نشان دهیم، داریم:

$$Q_{یخ} + Q_{آب} = 0 \Rightarrow m_1 L_F + m_2 c (\theta_e - \theta_1) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 \times 336 + m_2 \times 4 / 2 \times (0 - 16) = 0$$

$$\Rightarrow 336 m_1 = 4 / 2 \times 16 \times m_2 \Rightarrow m_2 = 5 m_1 \quad (1)$$

از طرفی مجموع جرم یخ ذوب شده و آب اولیه برابر با  $1/2 \text{ kg}$  یا  $1200 \text{ g}$  است، پس داریم:

$$m_1 + m_2 = 1200 \xrightarrow{(1)} 6 m_1 = 1200$$

جرم یخ ذوب شده:  $m_1 = 200 \text{ g}$

جرم یخ ذوب نشده برابر است با:  $225 - 200 = 25 \text{ g}$

نسبت جرم یخ ذوب نشده به جرم یخ اولیه برابر است با:

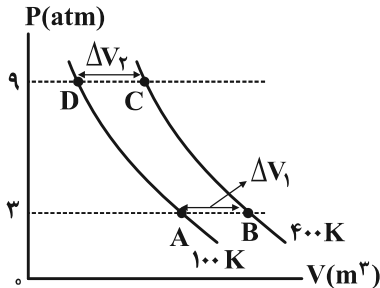
$$\frac{25}{225} = \frac{1}{9}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

(امیر حسین مهوری)

گزینه «۲» - ۵۶

برای هر یک از نقاط مشخص شده، معادله حالت گاز کامل را می‌نویسیم.



$$\left. \begin{aligned} P_A V_A &= nRT_A \\ P_B V_B &= nRT_B \end{aligned} \right\} \begin{aligned} P_A &= P_B = 3 \text{ atm} \\ P_C &= P_D = 9 \text{ atm} \end{aligned}$$

$$3(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} P_C V_C &= nRT_C \\ P_D V_D &= nRT_D \end{aligned} \right\} \begin{aligned} P_C &= P_D = 9 \text{ atm} \\ P_A &= P_B = 3 \text{ atm} \end{aligned}$$

$$9(V_C - V_D) = nR(T_C - T_D) \quad (2)$$

فیزیک

(مسعود قره‌فانی)

گزینه «۱» - ۵۱

به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

$$\frac{54 \text{ cm}}{25 \text{ day}} = \frac{54 \text{ cm}}{25 \text{ day}} \times \frac{1 \text{ day}}{24 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}}$$

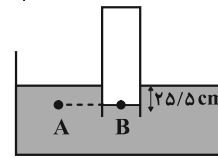
$$= \frac{54 \times 10^4}{25 \times 24 \times 60} \frac{\mu\text{m}}{\text{min}}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(زهرا آقاممیری)

گزینه «۳» - ۵۲

ابتدا فشار هوا را بر حسب  $\text{cmHg}$  محاسبه می‌کنیم.



$$P_0 = \rho_{\text{Hg}} g h \Rightarrow 102000 = 13600 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow h = 0.75 \text{ m} = 75 \text{ cm} \Rightarrow P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

اکنون با مساوی قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز A و B داخل مایع ساکن، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مایع}} + P_0 = P_{\text{گاز}}$$

$$\frac{P_{\text{گاز}} = 78 \text{ cmHg}}{P_0 = 75 \text{ cmHg}} \rightarrow P_{\text{مایع}} = 3 \text{ cmHg}$$

اکنون می‌توانیم چگالی مایع را محاسبه کنیم:

$$P_{\text{مایع}} (\text{cmHg}) = \frac{(\rho h)_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \Rightarrow 3 = \frac{\rho_{\text{مایع}} \times 25 / 5}{13 / 6}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 1 / 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

(سید ابوالفضل ثاقبی)

گزینه «۱» - ۵۳

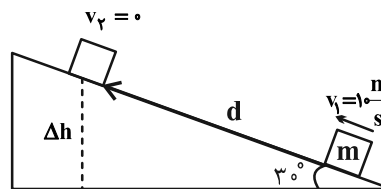
با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{v_1 = 10 \text{ m/s}, v_2 = 0}{W_{f_k} = -2mg (J)} \rightarrow -mg\Delta h - 2mg = \frac{1}{2} m (0^2 - 100)$$

$$\Rightarrow -10\Delta h - 20 = -50$$

$$\Rightarrow \Delta h = 3 \text{ m} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{\Delta h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{d} \Rightarrow d = 6 \text{ m}$$



(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۸)

۵۹- گزینه «۴» (میتنی فیلد ارمندی)

ابتدا باید اندازه میدان الکتریکی را در فاصله  $r$  از آن بایم. داریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_r}{E_1} = \left( \frac{r_1}{r_r} \right)^2 \Rightarrow \frac{E}{E_1} = \left( \frac{r}{r-10} \right)^2 \Rightarrow r = 20 \text{ m}$$

اندازه میدان در فاصله  $r$  برابر با  $\frac{E}{4}$  است. پس داریم:

$$\frac{E}{4} = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{k=9 \times 10^9 \text{ N.m}^2}{4 \times 400} = \frac{q}{(20)^2}$$

$$\frac{E}{4} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{400} \Rightarrow \frac{E}{4} = 90 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

حال برای خازن داریم:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow |\Delta V| = 90 \times \frac{2}{100} = 1.8 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷، ۲۶ و ۳۲ تا ۴۰)

۶۰- گزینه «۳» (علیرضا کونه)

با توجه به این که  $q > 0$  و کار نیروی الکتریکی نیز مثبت است، می‌توان نتیجه گرفت که نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌راستا هستند و بار الکتریکی  $q$  در جهت خط‌های میدان الکتریکی حرکت کرده و انرژی پتانسیل الکتریکی آن  $J \cdot 2 \times 10^{-5}$  کاهش یافته است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 24 = \frac{-2 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow V_B - 24 = -4 \Rightarrow V_B = 20 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶۱- گزینه «۴» (مصطفی واثقی)

چون خازن از مولد جدا شده است، پس بار ذخیره شده در آن ثابت است و باید با تغییر فاصله بین صفحات خازن، اختلاف پتانسیل را از ۱۶V به حداکثر ولتاژ قابل تحمل یعنی ۲۰V برسانیم. تا خازن آسیبی نبیند. داریم:

$$Q = CV \xrightarrow{Q=\text{ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{V_1}{V_2} \quad (*)$$

از بین مشخصات ساختمانی خازن، فقط فاصله بین صفحات تغییر می‌کند. پس:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(**), (*)} \frac{V_2}{V_1} = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{20}{16} = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 1.25$$

$$\text{از بین مشخصات ساختمانی خازن، فقط فاصله بین صفحات تغییر می‌کند. پس:}$$

$$= (1.25 - 1) \times 100 = 25\% \text{ (افزایش)}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{9\Delta V_2}{3\Delta V_1} = \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} = \frac{400 - 100}{400 - 100} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3\Delta V_2}{\Delta V_1} = 1 \Rightarrow \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

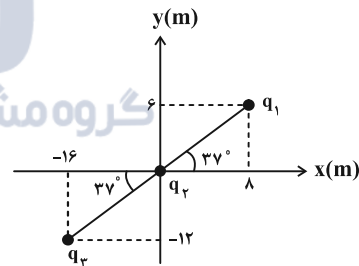
۵۷- گزینه «۴» (مسین مفرومی)

فرایند BA، فرایندی هم‌فشار است که طی آن حجم گاز کاهش یافته است، بنابراین در نمودار  $V-T$ ، طبق رابطه  $V = \frac{nR}{P}T$ ، امتداد این فرایند باید از مبدأ بگذرد. فرایند CB، فرایندی هم‌حجم است که طی آن فشار گاز افزایش یافته و در نتیجه در نمودار  $V-T$ ، طبق رابطه  $P = \frac{nR}{V}T$ ، با افزایش فشار، دما نیز افزایش خواهد یافت. فرایند AC، فرایندی هم‌دما است و بنابراین در نمودار  $V-T$  به صورت خطی راست و قائم خواهد بود. با این توضیحات، شکل رسم شده در گزینه «۴» دارای این ویژگی‌ها است. (فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

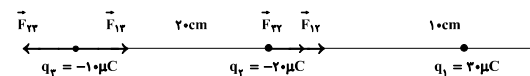
۵۸- گزینه «۱» (مفسر قنچرلی)

ابتدا با توجه به اینکه  $\tan 37^\circ = \frac{3}{4}$  است، مختصات بارهای  $q_1$  و  $q_3$  و سپس فاصله بارها از یکدیگر را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} r_{12} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ cm} \\ r_{23} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ cm} \end{cases}$$



اکنون شکل ساده‌تری را رسم می‌کنیم:



حال با توجه به قانون کولن، اندازه نیرویی را که بارهای الکتریکی به یکدیگر

وارد می‌کنند، می‌یابیم:

$$F = k \frac{|q||q'|}{r^2}$$

$$\begin{cases} F_{12} = \frac{9 \times 30 \times 10}{(20)^2} = 30 \text{ N} \\ F_{13} = \frac{9 \times 30 \times 20}{(10)^2} = 540 \text{ N} \\ F_{23} = F_{32} = \frac{9 \times 20 \times 10}{(20)^2} = 45 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{q_2} \text{ وارد بر } q_1 = 45 + 540 = 585 \text{ N} \\ F_{q_3} \text{ وارد بر } q_1 = 45 - 30 = 15 \text{ N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{585}{15} = 39$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

از طرفی چون دو مقاومت  $R_3$  و  $R_4$  با یکدیگر موازی هستند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با یکدیگر برابر است، پس داریم:

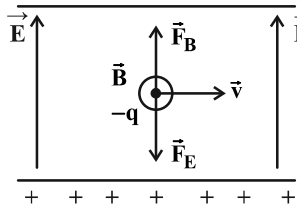
$$V_{33} = V_4 = V_3 \Rightarrow R_{33}I = R_4 I_3$$

$$\Rightarrow 20 \times 0 / 24 = 30 I_3 \Rightarrow I_3 = 0 / 16 A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۶۶- گزینه «۳» (عبرالرضا امینی نسب)

چون ذره باید بدون انحراف به مسیر افقی خود ادامه دهد، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن باید صفر باشد. طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت بالاست، بنابراین نیروی الکتریکی باید به سمت پایین باشد. از طرفی مطابق رابطه  $\vec{F}_E = q\vec{E}$ ، چون بار ذره منفی است، میدان الکتریکی باید بالاسو باشد و علامت بار صفحه D مثبت است.



$$F_E = F_B \Rightarrow |q|E = |q|vB \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow E = vB = 2 / 5 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-5} = 0 / 5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۶۷- گزینه «۳» (مسعود قهره‌فانی)

اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت درون یک سیمولوله آرمانی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \Rightarrow 24 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{N \times 1 / 25}{1 \times 10^{-2}} \Rightarrow N = 16$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۶۸- گزینه «۴» (سعید شرف)

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R} \Rightarrow 0 / 02 = \frac{\bar{E}}{3} \Rightarrow \bar{E} = 0 / 06 V$$

طبق قانون القای فاراده، می‌توان نوشت:

$$|\bar{E}| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|$$

علت تغییرات شار در این مدار، تغییرات زاویه است. پس داریم:

$$|\bar{E}| = \left| -N \frac{BA(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow 0 / 06 = \left| -N \times \frac{0 / 01 \times 20 \times 10^{-4} (\cos 30^\circ - \cos 0)}{0 / 5} \right|$$

$$N = \frac{0 / 06 \times 0 / 5}{0 / 01 \times 20 \times 10^{-4} \times (1 - 0 / 85)} = 10000 \text{ دور}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۷)

۶۲- گزینه «۱» (زهرا آقامحمدری)

با استفاده از قانون اهم برای رساناهای اهمی داریم:

$$V = IR \xrightarrow{V=\text{ثابت}} \frac{R_A}{R_B} = \frac{I_B}{I_A} = \frac{0 / 9}{1 / 2} = \frac{3}{4} \quad (*)$$

از طرفی طبق رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{\rho_A = \rho_B, L_A = 3L_B} \frac{3}{4} = 1 \times 3 \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 4$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

۶۳- گزینه «۲» (فسرو ارغوانی فرد)

اختلاف پتانسیل دو سر مولد و مقاومت ۵ اهمی برابر است با:

$$V = IR \Rightarrow 1 / 25 = I \times 5 \Rightarrow I = \frac{1 / 25}{5} = 0 / 25 A$$

از طرفی افت پتانسیل در مقاومت داخلی مولد  $Ir$  می‌باشد. بنابراین:

$$Ir = 0 / 5 \Rightarrow 0 / 25 r = 0 / 5 \Rightarrow r = \frac{0 / 5}{0 / 25} = 2 \Omega$$

ولتاژ دو سر مولد از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 1 / 25 = \varepsilon - 0 / 5 \Rightarrow \varepsilon = 1 / 75 V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۶۴- گزینه «۱» (پونام رستمی)

با توجه به قانون پایستگی انرژی، توان الکتریکی مصرفی در مقاومت‌های خارجی برابر با توان خروجی باتری است.

$$P = R_{eq} I^2 \Rightarrow R_{eq} = \frac{P}{I^2} = \frac{80}{4^2} = 5 \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 5 = \frac{R \times 10}{R + 10} \Rightarrow 5R + 50 = 10R$$

$$\Rightarrow 5R = 50 \Rightarrow R = 10 \Omega$$

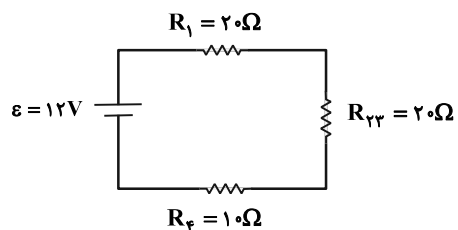
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۶۵- گزینه «۱» (علیرضا کونه)

دو مقاومت  $R_3$  و  $R_4$  موازی بوده و مقاومت معادل آن‌ها با دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  متوالی است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{R_{33}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow \frac{1}{R_{33}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{30} \Rightarrow R_{33} = 20 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{20 + 20 + 10 + 0} = 0 / 24 A$$



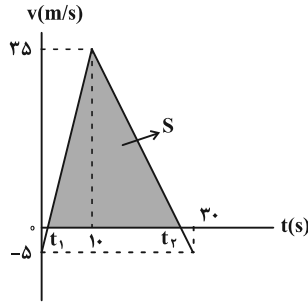
(زهره آقامهری)

۷۲- گزینه «۱»

ابتدا نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم.

$$(0-1\text{s}): \frac{a=4\frac{m}{s^2}}{v_0=-5\frac{m}{s}} \rightarrow 4 = \frac{v_{10} - (-5)}{10} \Rightarrow v_{10} = 35\frac{m}{s}$$

$$(1\text{s}-3\text{s}): \frac{a=-2\frac{m}{s^2}}{v_0=-5\frac{m}{s}} \rightarrow -2 = \frac{v_{30} - 35}{30-10} \Rightarrow v_{30} = -5\frac{m}{s}$$



با توجه به نمودار، در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  که سرعت مثبت است، متحرک در جهت محور  $x$  حرکت می کند. با توجه به اینکه در نمودار سرعت - زمان، مساحت زیر نمودار، جابه جایی را نشان می دهد، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x=S} v_{av} = \frac{35(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = 17/5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه های ۹ تا ۱۵ و ۲۱)

(مصطفی وائلی)

۷۳- گزینه «۲»

در حرکت با شتاب ثابت، اگر علامت شتاب و سرعت اولیه مشابه هم باشد، حرکت همواره تندشونده است و اگر علامت شتاب و سرعت اولیه مخالف هم باشد، حرکت ابتدا به صورت کندشونده است و تا زمانی که جهت حرکت تغییر کند، حرکت به صورت کندشونده ادامه پیدا می کند و سپس حرکت تندشونده می شود. پس طبق این نکات، در لحظه  $t = 4\text{s}$  جهت حرکت تغییر می کند و  $v_4 = 0$  است:

$$v = at + v_0 \begin{cases} v_4=0 \rightarrow 0 = 4a + v_0 \Rightarrow v_0 = -4a \\ v_8 = 8a + v_0 \xrightarrow{v_0=-4a} v_8 = 8a - 4a = 4a \end{cases}$$

$$s_{av} = \frac{l_{e-l}}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{l_{e-l}}{8} \Rightarrow l_{e-l} = 48\text{m}$$

$$l_{e-l} = |\Delta x_{e-f}| + |\Delta x_{f-l}| = \left| \frac{v_0 + v_f}{2} \Delta t_{e-f} \right| + \left| \frac{v_f + v_l}{2} \Delta t_{f-l} \right|$$

$$\Rightarrow 48 = \left| \frac{-4a + 0}{2} \times 4 \right| + \left| \frac{0 + 4a}{2} \times 4 \right| \Rightarrow |a| = 3\text{m/s}^2$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

(علیرضا کونه)

۶۹- گزینه «۴»

چون نصف چرخه  $\left(\frac{T}{2}\right)$  در مدت زمان  $\frac{1}{30}$  ثانیه طی شده است، پس دوره تناوب مولد برابر  $\frac{1}{10}$  ثانیه است. بنابراین می توان نوشت:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = RI_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 4 \times 2 \times \sin\left(\frac{2\pi}{10}t\right)$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 8 \sin(20\pi t)$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب، صفحه های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

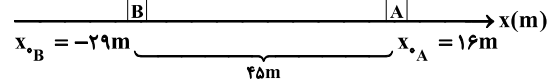
(سیدعلی میرنوری)

۷۰- گزینه «۲»

اگر مسیر حرکت دو متحرک را از لحظه  $t = 0$  رسم کنیم، داریم:

$$v_B = \frac{1}{2} \frac{m}{s}$$

$$v_A = -2 \frac{m}{s}$$



با توجه به اینکه دو متحرک، قبل از رسیدن به هم، به یکدیگر نزدیک می شوند و فاصله اولیه آن ها از هم  $45\text{m}$  است، کافی است که در مجموع نسبت به هم  $5$  متر جابه جا شوند و در این مدت فاصله آن ها از هم بیشتر از  $40$  متر است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x_A = -2t + 16 \\ x_B = \frac{1}{2}t - 29 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_A - x_B = -2/5t + 45$$

$$\xrightarrow{x_A - x_B = 40\text{m}} 40 = -2/5t + 45 \Rightarrow 2/5t = 5 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

روش دوم: در هر ثانیه دو متحرک  $2/5$  متر به هم نزدیک می شوند (متحرک A، دو متر و متحرک B نیم متر)، پس فاصله آن ها از هم در مدت  $2$  ثانیه به اندازه  $5$  متر کاهش می یابد که در این  $2$  ثانیه همواره فاصله آن ها بیشتر از  $40\text{m}$  است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

(مسعود قره قانی)

۷۱- گزینه «۱»

سرعت را در لحظه های  $t_f = 4\text{s}$  و  $t_r = 2\text{s}$  به دست آورده و سپس جابه جایی را محاسبه می کنیم:

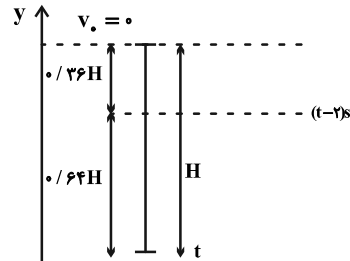
$$\begin{cases} t_r = 2\text{s} \rightarrow v_r = 0 \\ t_f = 4\text{s} \rightarrow v_f = 4 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_r + v_f}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{0 + 4}{2} = \frac{\Delta x}{4-2} \Rightarrow \Delta x = 4\text{m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۷۴- گزینه «۲»  
با استفاده از معادله حرکت سقوط آزاد، داریم:

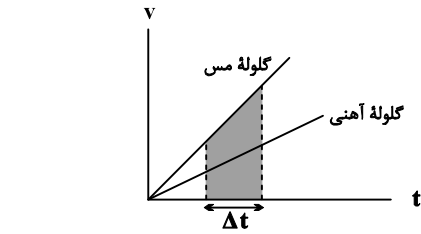
(شادمان ویسی)



$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} h = -\frac{1}{2}gt^2 \\ 0.76h = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t}{t-2}\right)^2 = \frac{100}{36} \Rightarrow \frac{t}{t-2} = \frac{10}{6} \Rightarrow t = 5s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر فط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)



اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم، هر دو گلوله فارغ از اینکه چه جرمی دارند، با تندی یکسانی به زمین برخورد می‌کنند.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷۷- گزینه «۴» (بابک اسلامی)

ابتدا ثابت فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$F_e = kx \Rightarrow 50 = k \times \frac{1}{10} \Rightarrow k = 500 \frac{N}{m}$$

بعد از شروع به حرکت آسانسور و رسیدن وزنه به تعادل، دو نیروی وزن و فنر به وزنه وارد می‌شود و وزنه با شتاب  $a$  به سمت پایین حرکت می‌کند. داریم:

$$mg - F'_e = ma \Rightarrow 5 \times 10 - 500 \times x' = 5 \times 2$$

$$\Rightarrow x' = 0.08m = 8cm$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۷۸- گزینه «۱» (پوریا علاقه‌مند)

$$p = mv \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} \quad m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

پس کافی است سرعت در لحظه‌های ۴ ثانیه و ۶ ثانیه را به دست آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 4 \times 4 + 0 = 16 \frac{m}{s} \\ v_2 = 4 \times 6 + 0 = 24 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۷۹- گزینه «۴» (مسین مفرومی)

نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و صفحه، نیروی مرکزگری لازم برای حرکت دایره‌ای جسم را تأمین می‌کند و چون شتاب بیشینه است، پس جسم در آستانه لغزش است. داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_{s,max} = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma$$

$$\Rightarrow a = \mu_s g \Rightarrow 4 = \mu_s \times 10 \Rightarrow \mu_s = 0.4$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

۷۵- گزینه «۲» (مسین مفرومی)

نیروی خالصی که بعد از حذف شدن نیروی ۸ نیوتونی به جسم وارد می‌شود برابر با همان ۸ نیوتون و در جهت مخالف آن است (در اینجا جهت اهمیت ندارد و خواسته سؤال نبوده است) پس:

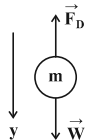
$$a = \frac{F_{خالص}}{m} = \frac{8}{4} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 0 = 25m$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۷۶- گزینه «۳» (امیدمهری پهنری)

نیروهای وارد بر هر گلوله را رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را برای آن می‌نویسیم:



$$(F_{net})_y = ma_y \Rightarrow mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m} \quad (*)$$

چون دو گلوله هم‌اندازه هستند، پس  $V_{مس} = V_{آهن}$  است. طبق رابطه

$$\frac{m_{مس}}{P_{مس}} = \frac{m_{آهن}}{P_{آهن}}$$

چگالی داریم:

چون  $\rho_{مس} < \rho_{آهن}$  است، پس  $m_{مس} < m_{آهن}$  خواهد بود.

بنابراین طبق رابطه (\*) می‌توان نتیجه گرفت:  $a_{مس} < a_{آهن}$ . پس نمودار سرعت-زمان دو گلوله مطابق زیر است. طبق نمودار در هر بازه زمانی دلخواه

۸۰- گزینه «۲»

(معمود منتهی)

بسامد زاویه‌ای نوسانگر برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} \Rightarrow \omega = \Delta\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

حال با استفاده از معادله مکان - زمان نوسانگر، اختلاف زمانی این دو مکان را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = A \cos(\Delta\pi t)$$

$$\frac{x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}A}{\frac{x_2 = \frac{1}{2}A} > 0} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos(\Delta\pi t_1) \Rightarrow \frac{11\pi}{6} = \Delta\pi t_1$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{11}{30} \text{ s}$$

$$\frac{x_2 = \frac{1}{2}A}{> 0} \rightarrow \frac{1}{2}A = A \cos(\Delta\pi t_2) \Rightarrow \frac{10\pi}{3} = \Delta\pi t_2$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{10}{15} \text{ s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{10}{15} - \frac{11}{30} = \frac{20 - 11}{30} = \frac{9}{30} = 0.3 \text{ s}$$

راه دوم:

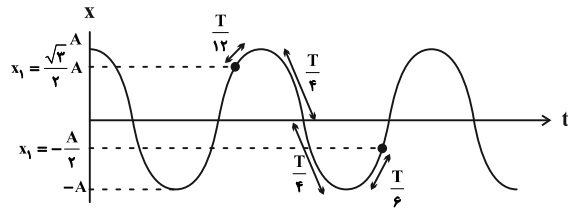
هنگامی حرکت نوسانگر کندشونده است که نوسانگر به سمت انتهای مسیر

نوسان حرکت کند و با توجه به آنکه  $x_1 = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$  حرکتش

کندشونده است، آن را روی نمودار مشخص می‌کنیم. حال در قسمت منفی مکان، زمانی سرعت مثبت است که نوسانگر به سمت مرکز نوسان حرکت

کند و با توجه به آنکه  $x_2 = -\frac{1}{2}A$  است و سرعت مثبت، آن را روی نمودار

مشخص می‌کنیم:



$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{9T}{12} \quad T = 0.4 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = \frac{9 \times 0.4}{12} = 0.3 \text{ s}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۸۱- گزینه «۴»

(مسطفی واثقی)

عقب افتادن آونگ به معنی افزایش دوره تناوب است. پس برای هر نوسان رابطه زیر برقرار است:

$$T' = T + \frac{\Delta T}{4} = \frac{\Delta T}{4}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{25}{16}$$

$$\text{تغییر طول (درصد)} = \left(\frac{L'}{L} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{25}{16} - 1\right) \times 100 = 56.25\%$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۸۲- گزینه «۱»

(علیرضا کونه)

با توجه به شکل، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{10} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{5} \text{ m} \quad \frac{\lambda = \frac{v}{f}}{f = 200} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{v}{200} \Rightarrow v = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

و در نهایت می‌توان نوشت:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{10 \times 10^{-2}}{0.5} = 0.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 40 = \sqrt{\frac{F}{0.2}} \Rightarrow F = 32 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

۸۳- گزینه «۲»

(علیرضا کونه)

$$\beta_2 - \beta_1 = -2 \text{ dB} \xrightarrow{\times(-1)} \beta_1 - \beta_2 = 2 \text{ dB}$$

$$2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \xrightarrow{\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2} 0.2 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{2-1/8=0.25 \text{ dB}} 2 \log 10 - 6 \log 2 = \log \left(\frac{r_2}{40}\right)^2$$

$$\Rightarrow \log 100 - \log 64 = \log \left(\frac{r_2}{40}\right)^2$$

$$\Rightarrow \log \frac{100}{64} = \log \left(\frac{r_2}{40}\right)^2 \Rightarrow \frac{100}{64} = \left(\frac{r_2}{40}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}}$$

$$\frac{10}{8} = \frac{r_2}{40} \Rightarrow r_2 = 50 \text{ m} \Rightarrow \Delta r = 10 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

بسامد (کمترین طول موج) نور مرئی هیدروژن اتمی هنگامی است که الکترون از تراز  $n = 6$  به مدار  $n' = 2$  منتقل شود.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0.01 \times \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = 45.0 \text{ nm} = 4.5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

حال با استفاده از رابطه  $f = \frac{c}{\lambda}$  داریم:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{4.5 \times 10^{-7}} = \frac{2000}{3} \times 10^{12} \text{ Hz} = \frac{2000}{3} \text{ THz}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

۸۹- گزینه «۴» (مهری آژرنسب)

انرژی  $n$  عدد فوتون با بسامد  $f = 1.0^{15} \text{ Hz}$  با انرژی بستگی هسته‌ای با کاهش جرم  $25/6 \times 10^{-26} \text{ kg}$  برابر می‌شود، بنابراین:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{E_1 = nhf}{E_2 = mc^2} \rightarrow nhf = mc^2$$

$$\Rightarrow n \times 4 \times 10^{-15} \times 1.0^{15} \times 1/6 \times 10^{-19} = 25/6 \times 10^{-26} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow n = 36 \times 10^9$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه ۱۳۱)

۹۰- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم تعداد هسته‌های باقی‌مانده یک ماده رادیواکتیو از رابطه  $N = \frac{N_0}{\gamma^n}$

محاسبه می‌شود که در این رابطه  $N_0$  تعداد هسته‌های اولیه و  $n = \frac{t}{T_{1/2}}$

می‌باشد. داریم:

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{24}{6} = 4$$

$$N = \frac{N_0}{\gamma^n} = \frac{4000}{2^4} = \frac{4000}{16} = 250$$

تعداد هسته‌های باقی‌مانده:  $N' = N_0 - N = 4000 - 250 = 3750$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

۸۴- گزینه «۳» (فسرو ارغوانی فرد)

مطابق شکل و با توجه به رابطه شکست اسنل،  $\theta_1 = 60^\circ$  و  $\theta_2 = 30^\circ$  می‌باشد. داریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \sqrt{3} \sin 60^\circ = n_2 \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = n_2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow n_2 = 3$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۸۵- گزینه «۳» (زهره آقاممدری)

اگر نقطه‌ای در فاصله یکسان از دو چشمه صوت قرار داشته باشد، در آن نقطه تداخل سازنده صورت می‌گیرد و در آن نقطه بلندی صدا بیشینه است و این نقاط را با  $L$  نشان می‌دهد.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه ۱۰۴)

۸۶- گزینه «۲» (فسرو ارغوانی فرد)

فاصله دو گره متوالی برابر  $\frac{\lambda}{2}$  است.

$$\frac{\lambda}{2} = 18 \Rightarrow \lambda = 36 \text{ cm} = 0.36 \text{ m}$$

$$f_f = \frac{v}{\lambda_f} = \frac{270}{0.36} = 750 \text{ Hz}$$

از ظرفی بسامد با شماره هماهنگ متناسب است.

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow \frac{f_f}{f_n} = \frac{n_f}{n_n} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow f_n = \frac{750}{2} = 375 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۸۷- گزینه «۲» (عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به نمودار و با استفاده از معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \frac{K_{\max} = 2 \times 10^{-19} \text{ J}}{f = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz}} - W_0$$

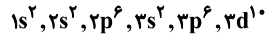
$$2 \times 10^{-19} = 6 \times 10^{-34} \times 0.5 \times 10^{15} - W_0 \Rightarrow W_0 = 10^{-19} \text{ J}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۸۸- گزینه «۳» (علیرضا کونه)

رشته بالمر در ناحیه مرئی و فرابنفش طیف اتمی هیدروژن قرار دارد. چهار خط اول آن ( $n = 3, 4, 5, 6$ ) در ناحیه مرئی قرار دارند. بنابراین بیشترین

عبارت چهارم: درست، آرایش الکترونی  $\text{Cu}^+$  بصورت زیر است که  
 $10e^-$  با  $l=2$  در آن وجود دارد.



(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۹۴- گزینه «۳» (روزبه رضوانی)

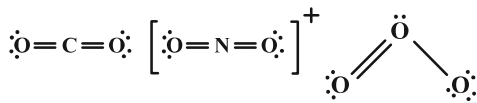
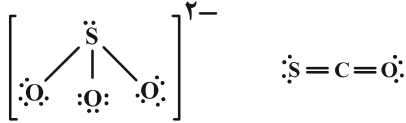
$\text{MnO}_2$ : منگنز (IV) اکسید

$\text{V}_2\text{O}_5$ : وانادیم (III) اکسید

$\text{CaCO}_3$ : کلسیم کربنات

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

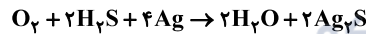
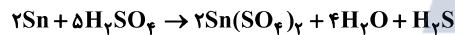
۹۵- گزینه «۳» (روزبه رضوانی)



(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)

۹۶- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

واکنش‌های موازنه شده:



واکنش (I)

$$? \text{ atom Ag} = 933 \text{ g Sn}(\text{SO}_4)_2 \times \frac{1 \text{ mol Sn}(\text{SO}_4)_2}{311 \text{ g Sn}(\text{SO}_4)_2} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{S}}{2 \text{ mol Sn}(\text{SO}_4)_2} \times$$

$$\frac{6 \text{ mol Ag}}{2 \text{ mol H}_2\text{S}} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 1 / 806 \times 10^{23} \text{ atom Ag}$$

واکنش (II)

$$(I) \text{ واکنش } ? \text{ mol H}_2\text{O} = 933 \text{ g Sn}(\text{SO}_4)_2 \times \frac{1 \text{ mol Sn}(\text{SO}_4)_2}{311 \text{ g Sn}(\text{SO}_4)_2}$$

$$\times \frac{4 \text{ mol H}_2\text{O}}{2 \text{ mol Sn}(\text{SO}_4)_2} = 6 \text{ mol H}_2\text{O}$$

$$(II) \text{ واکنش } ? \text{ mol H}_2\text{O} = 1 / 806 \times 10^{23} \text{ atom Ag}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Ag}}{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom Ag}} \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{4 \text{ mol Ag}} = 1 / 806 \text{ mol H}_2\text{O}$$

در نتیجه در مجموع دو واکنش، ۷/۵ مول بخار آب تولید می‌شود.

$$? \text{ LH}_2\text{O} = 7 / 806 \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{22 / 4 \text{ LH}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 168 \text{ LH}_2\text{O}$$

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۹۷- گزینه «۴» (امیرمسین طیبی)

ابتدا انحلال‌پذیری نمک را در دمای  $80^\circ\text{C}$  محاسبه کرده، سپس انحلال‌پذیری را به درصد جرمی و مولاریته تبدیل می‌کنیم.

شیمی

۹۱- گزینه «۱»

(مهم‌رضا پوریاویر)

با توجه به نماد  ${}^{2-}_{79}\text{A}$  و اختلاف تعداد الکترون‌ها و نوترون‌ها در این یون می‌توان گفت:

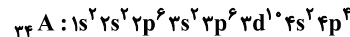
$$\begin{cases} n - e = 9 \Rightarrow n - (p + 2) = 9 \Rightarrow n - p = 11 \\ n + p = 79 \\ e = p + 2 \end{cases}$$

حال با حل دو معادله و دو مجهول زیر، تعداد ذره‌های زیر اتمی سازنده این یون به دست می‌آید:

$$\begin{cases} n - p = 11 \\ n + p = 79 \end{cases}$$

$$2n = 90 \Rightarrow n = 45, p = 34$$

با توجه به آرایش الکترونی اتم A، آخرین زیرلایه آن  $4p$  بوده که مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی آن عبارتند از:



$$4p \rightarrow n = 4, l = 1 \Rightarrow n + l = 5$$

از آنجا که در این زیرلایه ۴ الکترون وجود دارند، مجموع  $n$  و  $l$  آن‌ها برابر است با:

$$4 \times 5 = 20$$

۹۲- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

می‌دانیم مساحت هر دایره با مربع قطر آن رابطه مستقیم دارد.

در نتیجه می‌توانیم مساحت دایره‌های کوچک، متوسط و بزرگ را به ترتیب ۱ و ۴ و ۹ واحد در نظر بگیریم.

آنگاه فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های  ${}^{82}\text{X}$ ،  ${}^{83}\text{X}$  و  ${}^{84}\text{X}$  به ترتیب برابر با ۱، ۴ و ۹ خواهد بود.

(این نکته را در نظر داشته باشید که مساحت متعلق به  ${}^{82}\text{X}$ ، برابر با مساحت قسمت سفید دایره بزرگ‌تر می‌باشد.)

$$\overline{M}_X = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{82(4) + 83(1) + 84(4)}{9} = 83$$

۱/۵ روز برابر با ۳۶ ساعت می‌باشد.

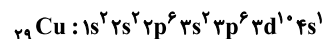
$${}^{82}\text{X} : F = 4 \xrightarrow{9h} 2 \xrightarrow{9h} 1 \xrightarrow{9h} 0.5 \xrightarrow{9h} 0.25$$

$${}^{84}\text{X} : F = 4 \xrightarrow{12h} 2 \xrightarrow{12h} 1 \xrightarrow{12h} 0.5$$

$${}^{83}\text{X} \text{ جدید} = \frac{1}{0.25 + 0.5 + 1} \times 100 = \frac{1}{1.75} \times 100 = 57\%$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۵)

۹۳- گزینه «۳» (روزبه رضوانی)



عبارت اول: درست، ۷ الکترون در زیر لایه‌های با نماد s وجود دارد.

عبارت دوم: نادرست، قاعده آفبا آرایش الکترونی عناصر Cr و Cu را نمی‌تواند مشخص کند.

عبارت سوم: درست، به دلیل یکسان بودن عدد اتمی ایزوتوپ‌ها طیف نشری خطی آن‌ها نیز یکسان است.



100- گزینه «4» (امیرمسین طیبی)

مطابق جدول کتاب درسی مقایسه به درستی انجام شده است.  
بررسی گزینه‌های نادرست:  
گزینه «1»: اغلب نافلزها تمایل به گرفتن الکترون دارند. برای مثال عنصر کربن یون پایدار تشکیل نمی‌دهد.  
گزینه «2»: هالوژن‌ها به شدت واکنش پذیرند و در طبیعت به شکل مولکولی و آزاد یافت نمی‌شوند.  
گزینه «3»: رسوب  $Fe(OH)_2$  سبزرنگ و کانی  $MnCO_3$  سرخ رنگ می‌باشد.

(شیمی 2- قدر هدرایبی زمینی را برانیم: صفحه‌های 14 و 18)

101- گزینه «1» (ممدرضا پورجاوید)

با انجام این واکنش به ازای مصرف 4 مول  $KNO_3$  در مجموع 7 مول گاز (شامل 2 مول  $N_2$  و 5 مول  $O_2$ ) تولید می‌شود. به این ترتیب می‌توان گفت:

$$505g KNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KNO_3}{101g KNO_3} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KNO_3} = 2.5 \text{ mol } O_2$$

$$\times \frac{7 \text{ mol } N_2}{4 \text{ mol } KNO_3} \times \frac{22.4 \text{ L } N_2}{1 \text{ mol } N_2} = 78.4 \text{ L } N_2$$

(شیمی 2- قدر هدرایبی زمینی را برانیم: صفحه‌های 22 تا 24)

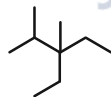
102- گزینه «4» (امیرمسین طیبی)

$$C_n H_{2n+2} : \frac{C^{30}}{H^{30}} = \frac{12n}{2n+2} \Rightarrow \frac{12n}{2n+2} = 5/4$$

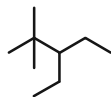
$$\Rightarrow 12n = 10/8n + 10/8$$

$$\Rightarrow 1/2n = 10/8 \Rightarrow n = 9 \Rightarrow C_9H_{20} \text{ (آلکان 9 کربنه)}$$

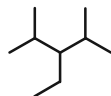
ساختارهایی که می‌توان برای این آلکان در نظر گرفت (3 ساختار)



3- اتیل - 2، 3- دی‌متیل پنتان



3- اتیل - 2، 2- دی‌متیل پنتان



3- اتیل - 2، 4- دی‌متیل پنتان

حداکثر مجموع شمار اعداد به کار رفته در نامگذاری آیوپاک:

$$3 + 2 + 4 = 9$$

دومین عضو خانواده آلکن‌ها:  $C_3H_6$  ← مجموع تعداد اتم‌ها:  $3 + 6 = 9$

(شیمی 2- قدر هدرایبی زمینی را برانیم: صفحه‌های 30 تا 42)

103- گزینه «2» (امدرضا یعقوبی نژاد)

عبارت اول نادرست است. بررسی برخی از عبارت‌ها:

عبارت اول: جرم مولی اسید و آمین و 2، 2- دی‌متیل - بوتان ( $C_6H_{14}$ )  
به ترتیب برابر 146 و 116 و 86 گرم بر مول است.

$$S_{(80^\circ C)} = (0/6 \times 80) + 32 = 80$$

$$\Rightarrow a = \frac{100S}{100+S} = \frac{100 \times 80}{180} = \frac{400}{9}$$

$$M = \frac{10 \times \frac{400}{9} \times 1/35}{150} = 4 \text{ mol.L}^{-1}$$

غلظت مولار:

جرم رسوب حاصل را محاسبه می‌کنیم:

$$\theta_1 = 80^\circ C \rightarrow \Delta\theta = \frac{37/5}{100} \times \theta_1 = \frac{37/5}{100} \times 80 = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 50^\circ C \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 80^\circ C \rightarrow S_1 = 80 \\ \theta_2 = 50^\circ C \rightarrow S_2 = 62 \end{cases}$$

$$\left[ \begin{matrix} 180g \text{ جلال} \sim 18g \text{ J\%wn} \\ 465g \text{ جلال} \sim xg \text{ J\%wn} \end{matrix} \right] \Rightarrow x = \frac{465 \times 18}{180} = 46/5g \text{ J\%wn}$$

در ادامه جرم آب مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\theta = 50^\circ C \Rightarrow \left[ \begin{matrix} 62g \text{ J\%wn} \sim 100g \text{ JA} \\ 46/5g \text{ J\%wn} \sim yg \text{ JA} \end{matrix} \right]$$

$$\Rightarrow y = \frac{46/5 \times 100}{62} = 75g \text{ JA}$$

(شیمی 1- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های 98 تا 103)

98- گزینه «1» (امیرمسین طیبی)

بیشترین مقدار یون  $Al(NO_3)_3 \rightarrow (2/5 \times 3) \times 4 = 30 \text{ mol}$   
متانول مولکولی حل می‌شود.  
کلسیم فسفات نامحلول است.

$$Na_2CO_3 \Rightarrow ? g = 4L \text{ جلال} \times \frac{1210g \text{ جلال}}{1L \text{ جلال}}$$

$$\times \frac{21/2g Na_2CO_3}{121/2g \text{ جلال}} \times \frac{1 \text{ mol } Na_2CO_3}{106g Na_2CO_3} \approx 8 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow 3 \times 8 = 24 \text{ mol} \cdot \%$$

(شیمی 1- آب، آهنگ زندگی: صفحه 112)

99- گزینه «1» (ممدرضا پورجاوید)

همه عبارت‌ها درست هستند.

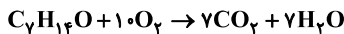
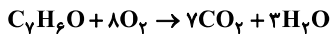
ابتدا غلظت مولی محلول سمت راست لوله را تعیین می‌کنیم:

$$M = \frac{10ad}{A^2[30]} = \frac{10 \times 38 \times 1/5}{95} = 6 \text{ mol.L}^{-1}$$

از آنجا که محلول سمت راست غلیظ‌تر است، آب از محلول سمت چپ وارد محلول سمت راست لوله می‌شود و به مرور زمان سطح آب لوله در سمت راست بالاتر خواهد رفت. اما از آنجا که فرض می‌کنیم فقط آب امکان عبور از غشای نیمه‌تراوا را دارد، تعداد مول‌های نمک  $MgCl_2$  در دو طرف لوله تغییری نخواهد کرد.

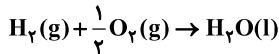
برای انجام اسمز معکوس باید یک فشار خارجی به محلول غلیظ‌تر (سمت راست) وارد شود تا آب به طرف محلول رقیق‌تر حرکت کند.

(شیمی 1- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های 117 و 118)



عبارت دوم: آنتالپی پیوند  $C=O$  از آنتالپی پیوند  $C \equiv O$  کوچکتر است.  
عبارت سوم: شمار پیوندهای  $C-H$  موجود در بنزالدهید و ۲-هیتانول به ترتیب ۶ و ۱۴ است. بنزالدهید هم برای سیر شدن به ۳ مول  $H_2$  نیاز دارد.  
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

۱۰۶- گزینه «۴» (روزبه رضوانی)



واکنش ۱ را در  $-\frac{1}{3}$  ضرب می‌کنیم.

واکنش ۲ را دست نخورده باقی می‌گذاریم و واکنش سوم را در  $\frac{1}{6}$  ضرب می‌کنیم.

$$\Delta H = -\frac{\Delta H_1}{3} + \Delta H_2 + \frac{\Delta H_3}{6}$$

$$\rightarrow -\frac{1}{3}(-920) + (-367/4) + \frac{1}{6}(-1350)$$

$$= -285/7$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

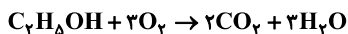
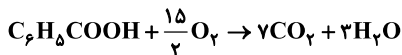
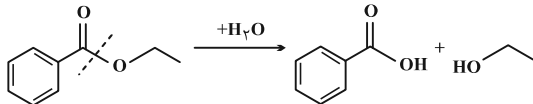
۱۰۷- گزینه «۱» (مهمرضا پوریاویر)

با توجه به اینکه در زمان مورد نظر نیمی از گلوکز اولیه تجزیه شده و نیمی دیگر از آن باقی مانده است، مقدار محصول تولید شده نیز باید نصف مقدار نهایی آن باشد. از آنجا که طبق نمودار حجم گاز نهایی تولید شده ۵۰۰ میلی‌لیتر است، در زمان مورد نظر باید ۲۵۰ میلی‌لیتر گاز به دست آمده باشد که طبق نمودار در ثانیه ۱۰ این مقدار گاز تولید شده است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

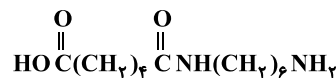
۱۰۸- گزینه «۱» (احمدرضا پیغمبری نژاد)

همه عبارت‌ها به جز عبارت پنجم درست است. بررسی برخی از عبارت‌ها:



ماده A و B به ترتیب بنزوئیک اسید و اتانول هستند. جرم مولی‌شان نیز به ترتیب ۱۲۲ و ۴۶ گرم بر مول است.  
مورد سوم: هر دو H متصل به O دارند.  
مورد چهارم: اتانول را می‌توان از اتیل بوتانوات و اتیل هیتانوات بدست آورد.  
مورد پنجم: جرم مولی اتیلن گلیکول ۶۲ گرم بر مول است در حالیکه اختلاف جرم مولی A و B، ۷۶ گرم بر مول است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۴)



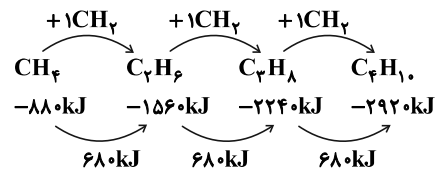
عبارت دوم: ۴۲ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی در  $C_{17}H_{24}N_2O_2$  (فرآورده آلی حاصل) وجود دارد.  
عبارت چهارم: بدلیل H متصل به N و O امکان تشکیل پیوند هیدروژنی می‌باشد.

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۱۰۴- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

می‌دانیم که در بین آلکان‌ها، میزان  $\Delta H$  سوختن به مقدار تقریباً یکسانی تغییر می‌کند.

از این اطلاعات برای به دست آوردن  $\Delta H$  سوختن اتان و پروپان استفاده می‌کنیم.



فرض می‌کنیم در مخلوط اولیه a مول اتان و b مول پروپان وجود داشته است.

$$C_2H_6 \sim \Delta H = -156 \text{ kJ}$$

$$C_3H_8 \sim \Delta H = -224 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow Q_{C_2H_6} + Q_{C_3H_8} = (156 \cdot a + 224 \cdot b) \text{ (kJ)}$$

$$\Rightarrow Q_{C_2H_6} + Q_{C_3H_8} = Q_{H_2O}$$

$$\Rightarrow 156 \cdot a + 224 \cdot b = 670 \cdot 10^{-3} \times 4 \times 50$$

$$\Rightarrow 26 \text{ g} = \text{جرم پروپان} + \text{جرم اتان}$$

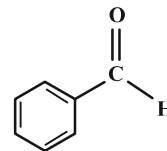
$$\begin{cases} 156a + 224b = 1340 \\ 3a + 44b = 26 \end{cases} \Rightarrow a = 0/5, b = 0/25$$

$$\text{درصد مولی پروپان} = \frac{\text{مول پروپان}}{\text{مول پروپان} + \text{مول اتان}} \times 100 = \frac{0/25}{0/25 + 0/5} \times 100 = 33\%$$

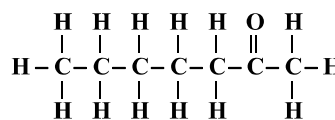
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۶ و ۷۰ و ۷۱)

۱۰۵- گزینه «۲» (احمدرضا پیغمبری نژاد)

عبارت سوم نادرست هستند.



بنزالدهید



۲- هیتانول

بررسی برخی از عبارت‌ها:

عبارت اول:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 1.6 \times 10^{-4}$$

$$= 4 - \log 1.6 = 4 - 0.2 = 3.8$$

مورد دوم: نادرست. pH محلول ۰/۲ مولار بازهای قوی مانند KOH و NaOH برابر با ۱۳/۳ است. آمونیاک باز ضعیف می باشد.  
مورد سوم: نادرست، مقدار درجه یونش اسیدها محدودهای به صورت  $0 < \alpha \leq 1$  است.  
مورد چهارم: نادرست.

$$pH = 2/7 \rightarrow [H^+] = 10^{-2/7} = 10^{-0.286} \times 10^{+0.3}$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۴ تا ۳۰)

۱۱۳- گزینه «۲» (امیر خاتمیان)

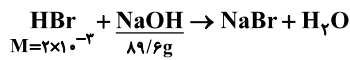
سود سوزآور، سدیم هیدروکسید است.

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده سود}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 22/4 = \frac{x(g)}{4 \times 10^6} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x(g) = 89/6 \text{ g NaOH}$$

$$pH(\text{HBr}) = 2/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2/7}$$

$$= 10^{-3} \times 10^{+0.3} = 2 \times 10^{-3} = M_{\text{HBr}}$$



$$? \text{ L HBr} = 89/6 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{4 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol HBr}}{1 \text{ mol NaOH}}$$

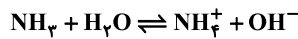
$$\times \frac{1 \text{ L HBr}}{2 \times 10^{-3} \text{ mol HBr}} = 112 \text{ L HBr}$$

$$d = 1/0.5 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = 1/0.5 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \Rightarrow d = \frac{m}{V}$$

$$\Rightarrow 1/0.5 = \frac{m(\text{kg})}{112 \text{ L}} \Rightarrow m = 112 \text{ kg}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۸ تا ۳۲)

۱۱۴- گزینه «۴» (امیر خاتمیان)



در لحظه تعادل یک یون هیدروکسید، یک یون آمونیوم داریم، پس تعداد کل مولکول های  $\text{NH}_3$  در لحظه ابتدایی ۵ مولکول بوده است.

$$\alpha \text{ درجه یونش} = \frac{[\text{OH}^-]}{M_{\text{NH}_3}} = \frac{\text{تعداد مولکول های یونیده شده}}{\text{تعداد کل مولکول های حل شده}} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$[\text{OH}^-] = M\alpha$$

$$M_{\text{NH}_3} = \frac{5 \times 0.002}{0.8} = \frac{1}{80} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\left\{ \begin{aligned} [\text{OH}^-] &= \frac{2 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-1}} = 0.25 \times 10^{-2} \\ [\text{H}^+] &= 4 \times 10^{-12} \Rightarrow \text{pH} = 12 - \log 4 = 11/4 \end{aligned} \right.$$

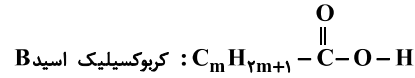
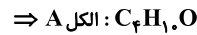
$$K_b = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{1}{1-0.2} = \frac{1}{0.8} = 0.625 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۸ تا ۳۰ و ۳۵)

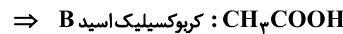
۱۰۹- گزینه «۲» (امیر مسین طیبی)

$$A_{\text{کل}}: \text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O} \left\{ \begin{aligned} \text{شمار جفت الکترون پیوندی} &: n(4) + 2n + 2 + 1(2) = 2n + 2 \\ \text{شمار جفت الکترون ناپیوندی} &: 1 \times 2 = 2 \end{aligned} \right.$$

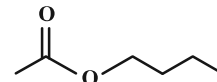
$$\Rightarrow \frac{p.e}{n.e} = \frac{2n+2}{2} = 7 \Rightarrow 2n+2 = 14 \Rightarrow n = 4$$



$$\frac{\text{C}-\text{H}}{\text{C}-\text{C}} = \frac{2m+1}{m} = 3 \Rightarrow m = 1$$



ساختار استر حاصل (بوتیل اتانوات):

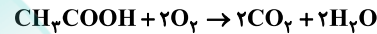


(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه های ۱۰۷ تا ۱۰۹، ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۱۰- گزینه «۳» (امیر مسین طیبی)

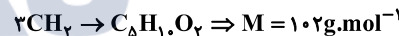
عبارت های اول، دوم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت دوم:



$$3 \text{ g CH}_3\text{COOH} \times \frac{1 \text{ mol}}{60 \text{ g}} \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}} = 0.1 \text{ mol O}_2$$

بررسی عبارت چهارم: حداقل جرم مولی این اسید به صورت زیر است:



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۱۱۱- گزینه «۱» (روزبه رضوانی)

$$R_{(\text{H}^+)} = 2R_{(\text{I}^-)} = 2 \times 2 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$$

$$\Delta[\text{H}^+] = 4 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L.s}} \times 2 \text{ s} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\text{pH}_{\text{اولیه}} = 1/4 \Rightarrow [\text{H}^+]_{\text{اولیه}} = 10^{-1/4}$$

$$= 10^{-2} \times (10^{+0.2})^2 = 4 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[\text{H}^+]_{\text{ثانویه}} = 0.04 - 0.008 = 0.032 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{pH}_{\text{ثانویه}} = -\log(3.2 \times 10^{-2}) = 1/5$$

$$\Delta \text{pH} = 1/5 - 1/4 = 0/1$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۴ تا ۲۸)

۱۱۲- گزینه «۱» (امیر خاتمیان)

فقط عبارت اول درست است. بررسی عبارت ها:

مورد اول: درست:

$$[\text{H}^+] = M\alpha \rightarrow [\text{H}^+] = 8 \times 10^{-2} \times \frac{2}{100} = 16 \times 10^{-4}$$

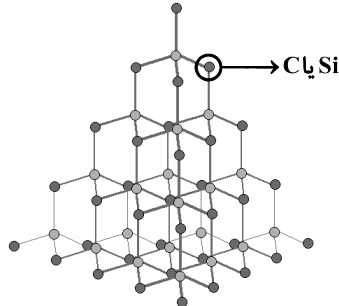
(یاسر راشن)

۱۱۸- گزینه «۳»

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: Si در ساختار SiC (سیلیسیم کربید) نیز یافت می‌شود.  
گزینه «۲»: Si پس از اکسیژن، فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است.

گزینه «۳»: ساختار شبکه کووالانسی Si با الماس که یکی از دگرشکل‌های کربن است، مشابه و به صورت زیر است:



گزینه «۴»: Si در واکنش با دیگر اتم‌ها، تنها الکترون به اشتراک می‌گذارد.  
(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(یاسر راشن)

۱۱۹- گزینه «۱»

قسمت اول: مقدار آلانده‌ای که مبدل از ورود آن به هواکره جلوگیری می‌کند برابر است با:

$$? \text{ kg NO} = 300 \text{ km} \times \frac{(1/0.4 - 0/0.4) \text{ g NO}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 0/3 \text{ kg NO}$$

قسمت دوم: با توجه به نمودار، ابتدا  $\Delta H$  واکنش را به دست می‌آوریم:

$$\Delta H = 381 - 561 = -180 \text{ kJ}$$

در نتیجه مقدار گرمایی که آزاد می‌شود برابر است با:

$$? \text{ kJ} = 0/3 \text{ kg NO} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} \times \frac{180 \text{ kJ}}{2 \text{ mol NO}} = 900 \text{ kJ}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

(یاسر راشن)

۱۲۰- گزینه «۱»

$$K = \frac{[N_2][CO_2]^2}{[NO]^2[CO]^2} = 4 \times 10^{-1} \Rightarrow \frac{(0/4)(0/6)^2}{[NO]^2(1)^2} = 4 \times 10^{-1}$$

$$\Rightarrow [NO]^2 = 0/36 \Rightarrow [NO] = 0/6$$

جرم NO در مخلوط تعادلی برابر است با:

$$? \text{ g NO} = 0/6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 200 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}$$

$$\times \frac{30 \text{ g NO}}{1 \text{ mol NO}} = 3/6 \text{ g NO}$$

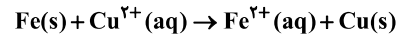
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

(امیر فاطمیان)

۱۱۵- گزینه «۳»

بررسی عبارت‌ها:

معادله کلی واکنش:



عبارت اول: درست، در نیم سلول کاتدی در کنار تیغه مس عمل کاهش صورت می‌گیرد، یون‌های  $\text{Cu}^{2+}$  با گرفتن الکترون کاهش می‌یابند و از غلظت  $\text{Cu}^{2+}$  کم می‌شود.

عبارت دوم: نادرست، فلز آهن کاهنده‌تر از فلز مس است و فلز آهن قطب منفی است.

عبارت سوم: درست: اگر M کاهنده قوی‌تری باشد:

$$E^\circ_{\text{سلول}} = 0/32 = -0/44 - E^\circ_{\text{M}^{2+}/\text{M}}$$

$$E^\circ_{\text{M}^{2+}/\text{M}} = -0/76 \text{ V}$$

عبارت چهارم: درست

$$e^- \text{ تعداد} = 2/8 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Fe}}$$

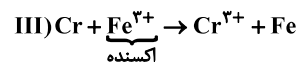
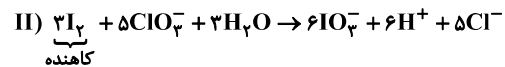
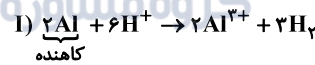
$$\times \frac{N_A}{1 \text{ mole}^-} = 0/1 N_A$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

(امیرسین مسلمی)

۱۱۶- گزینه «۴»

موازنه واکنش‌ها به صورت زیر است:



$$\frac{3+2}{1} = 5$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

(یاسر راشن)

۱۱۷- گزینه «۲»

شکل‌های «آ»، «ب» و «پ» به ترتیب ساختار مواد یونی، مولکولی و فلزی را نشان می‌دهد.

آ:  $\text{CaO}, \text{Fe}_2\text{O}_3$

ب:  $\text{CO}_2, \text{SO}_2$

پ:  $\text{Au}, \text{Al}$

گرافیت یک جامد کووالانسی است و هیچ کدام از شکل‌ها ساختار ذره‌ای یک جامد کووالانسی را نشان نمی‌دهند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)