

| | | | |
|---|-----------------------|------------------------------|---------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲ | ساعت شروع: ۱۰ صبح | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | نام و نام خانوادگی: |
| رشته: ریاضی و فیزیک | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰ | تعداد صفحه: ۲ |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ | | | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | | | |

| | | |
|------|---|------|
| ردیف | استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است. | نمره |
|------|---|------|

| | | |
|------|---|---|
| ۱ | درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) نقطه $(-۸, ۶)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-۸, ۱۲)$ روی نمودار $y = \frac{1}{۲}f(x)$ متناظر است. ب) نمودار تابع $y = -(x-۳)^۳$ را می توان با ۳ واحد انتقال نمودار $y = -x^۳$ به سمت راست رسم کرد. پ) تابع $f(x) = x^۲ - ۴x$ روی بازه $[۲, +\infty)$ اکیداً صعودی است. ت) اگر $f'(۱) = ۲$ و $g'(۱) = -۳$ باشد، حاصل $(۳f + g)'(۱)$ برابر ۹ است. | ۱ |
| ۱/۲۵ | جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر مقدار a برابر باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است. ب) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = ۳\sin ۲x$ به ترتیب برابر و است. پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{۲}} \left(\frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر است. ت) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته، آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر نیست. | ۲ |
| ۱/۵ | در چند جمله ای $P(x) = x^۳ + ax^۲ + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + ۲$ برابر -۱ و $P(x)$ بر $x - ۱$ بخش پذیر باشد. | ۳ |
| ۱ | عبارت $\frac{x^۵ + 1}{x + 1}$ را ساده کنید. | ۴ |
| ۱ | نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. ($b > 0$) | ۵ |
| ۱/۵ | معادله مثلثاتی $\cos ۲x - \cos x + 1 = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید. | ۶ |
| ۱/۵ | الف) اگر $\lim_{x \rightarrow ۲^+} \frac{ax - ۳}{(۲ - x)^۳} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید. ب) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{x - ۴x^۳}{x^۳ + ۵}$ را به دست آورید. | ۷ |

ادامه سؤالات در صفحه دوم

| | | | |
|---|-----------------------|------------------------------|---------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲ | ساعت شروع: ۱۰ صبح | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | نام و نام خانوادگی: |
| رشته: ریاضی و فیزیک | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰ | تعداد صفحه: ۲ |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ | | | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | | | |

| | | |
|------|---|------|
| ردیف | استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است. | نمره |
|------|---|------|

| | | |
|----|---|--------------------------|
| ۸ | کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{2[x]}{4-x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ دلیل خود را بنویسید. | ۱/۲۵ |
| | | |
| ۹ | معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه ای به طول $x = 0$ واقع بر نمودار تابع بنویسید. | ۱ |
| ۱۰ | مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \sqrt{7x}(3x^2 + 2)$ ب) $g(x) = \cos^3(2x) - \frac{1}{x}$ | ۲/۲۵ |
| ۱۱ | با توجه به نمودار تابع f ، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید. | ۰/۷۵ |
| | | |
| ۱۲ | یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می شود؟ | ۱/۵ |
| ۱۳ | یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد. | ۱/۲۵ |
| ۱۴ | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید. | ۲/۲۵ |
| ۱۵ | فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، محل تقاطع مجانب های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید. | ۱ |
| ۲۰ | جمع نمرات | « موفق و سربلند باشید. » |

باسمه تعالی

| | | | |
|---|-------------------|--|--|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: ریاضی و فیزیک | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰ | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دردی ماه سال ۱۴۰۱ | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

| | | |
|------|---|----|
| ۱ | الف) نادرست ص ۱۰ (ب) درست ص ۱۴ (پ) درست ص ۱۷ (ت) نادرست ص ۱۰۱ هر کدام (۰/۲۵) | ۱ |
| ۱/۲۵ | الف) صفر (۰/۲۵) ص ۱۶ (ب) π و ۳ (۰/۵) ص ۲۷ (پ) صفر (۰/۲۵) ص ۵۳ (ت) نباشد (۰/۲۵) ص ۸۶ | ۲ |
| ۱/۵ | صفحه ۲۲ $\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 7 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3} \quad (0/5)$ | ۳ |
| ۱ | صفحه ۲۰ $\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 \quad (0/25)$ | ۴ |
| ۱ | صفحه ۳۴ $T = 2\pi \quad (0/25) \quad b = 1 \quad (0/25) \quad a = 3 \quad (0/25) \quad a + b = 4 \quad (0/25)$ | ۵ |
| ۱/۵ | صفحه ۴۴ $2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad (0/25) \quad \cos x (2 \cos x - 1) = 0 \quad (0/25)$ $\begin{cases} \cos x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \\ \cos x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \end{cases}$ | ۶ |
| ۱/۵ | صفحه ۵۳ و ۶۹ الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} = \frac{2a - 3}{0^-} = +\infty \quad (0/25) \Rightarrow 2a - 3 < 0 \quad (0/25) \Rightarrow a < \frac{3}{2} \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - 4x^2}{x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^2}{x^2} = -4 \quad (0/5) \Rightarrow y = -4 \quad (0/25)$ | ۷ |
| ۱/۲۵ | صفحه ۵۷ $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4 - x} = \frac{8}{0^+} = +\infty \quad (0/5)$ $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4 - x} = \frac{6}{0^-} = -\infty \quad (0/5)$ گزینه پ صحیح است. (۰/۲۵) | ۸ |
| ۱ | صفحه ۸۸ $f'(\circ) = m = \lim_{x \rightarrow \circ} \frac{\sqrt[3]{x} - \circ}{x} = \lim_{x \rightarrow \circ} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = +\infty \quad (0/5) \quad , A(\circ, \circ) \quad (0/25)$ معادله مماس قائم: $x = \circ \quad (0/25)$ | ۹ |
| ۲/۲۵ | صفحه ۹۷ الف) $f'(x) = \frac{7}{2\sqrt{7x}} (3x^2 + 2) + \sqrt{7x} (6x) \quad (0/5)$ ب) $g'(x) = 3(-2 \sin 2x)(\cos^2 2x) - \left(-\frac{1}{x^2}\right) \quad (0/75)$ | ۱۰ |

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم

| | | | |
|---|-------------------|--|--|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: ریاضی و فیزیک | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰ | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دردی ماه سال ۱۴۰۱ | |

| | | |
|------|---------------|------|
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---------------|------|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|---|---------------|---------------|----------|-----------|---|-----------|---------|---|---|---|---|---|---|----------|---|---|---|---|---|--------|-----------|---------------|---------------|---|-----------|--|--|----------|----------|----------|--|----------|
| ۰/۷۵ | گزینه ت صحیح است. (۰/۲۵) مشتق سهمی، تابع خطی (غیر ثابت) است. (۰/۲۵) چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور X ها را در ناحیه $X < 0$ قطع می کند. (۰/۲۵) | ۱۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | $m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2$ (۰/۵) $\frac{10-0}{4-0} = \frac{5}{2}$ (۰/۵) $\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$ (۰/۲۵) | ۱۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۲۵ | $y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$ (۰/۲۵) $S'(x) = \frac{32 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0$ (۰/۵) $x = \sqrt{8}, y = \sqrt{8}$ طول $2\sqrt{8}$ ، عرض $\sqrt{8}$ (۰/۵) | ۱۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲/۲۵ | $f'(x) = x^2 - 4x + 3$ (۰/۲۵) $f''(x) = 2x - 4$ (۰/۲۵) رسم نمودار (۰/۷۵) و جدول (۱) نمره | ۱۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>○</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>○</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>∩</td> <td>∩</td> <td>∪</td> <td>∪</td> <td>∪</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{4}{3}$</td> <td>$\frac{2}{3}$</td> <td>○</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>Max نسبی</td> <td>نقطه عطف</td> <td>Min نسبی</td> <td></td> </tr> </table> | x | $-\infty$ | ۱ | ۲ | ۳ | $+\infty$ | $f'(x)$ | + | ○ | - | - | ○ | + | $f''(x)$ | ∩ | ∩ | ∪ | ∪ | ∪ | $f(x)$ | $-\infty$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | ○ | $+\infty$ | | | Max نسبی | نقطه عطف | Min نسبی | | ۱۳۹ صفحه |
| x | $-\infty$ | ۱ | ۲ | ۳ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $f'(x)$ | + | ○ | - | - | ○ | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $f''(x)$ | ∩ | ∩ | ∪ | ∪ | ∪ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | ○ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | Max نسبی | نقطه عطف | Min نسبی | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | $cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c$ (۰/۲۵) $(-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c$ (۰/۲۵) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ (۰/۲۵) | ۱۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | در نهایت نظر همکاران محترم صائب است. | ۱۴۴ صفحه | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |