

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۵

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۲۱



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

گروه مشاوره و پرورشی آکو

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	ریاضی ۱	۲۰	۱	۲۰	۴۵ دقیقه
		هندسه ۱	۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک ۱		۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه
۳	شیمی ۱		۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه



ریاضی (۱)

۱- برای حل معادله درجه دوم $x(x + \sqrt{6}) - 8 = 0$ به روش مربع کامل، کدام مقدار را به طرفین تساوی اضافه می‌کنیم؟

- (۱) $\frac{13}{2}$ (۲) $\frac{19}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۲- اگر معادله $ax^2 - 4x + 3 = 0$ دارای دو جواب برابر باشد، این جواب کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۳- تعداد جواب‌های معادله $(x^2 - x)^2 + 2\sqrt{3}(x^2 - x) = 6$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۴- اگر $x = -2$ یکی از جواب‌های معادله $2mx^2 + 7x + 2m = 1$ باشد، جواب دیگر کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

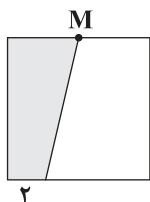
۵- به ازای کدام مقدار a ، معادله درجه دوم $3x^2 + ax + 3 = 0$ دارای دو ریشه متمایز است؟

- (۱) $a = \frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $a = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳) $a = 5 - \sqrt{2}$ (۴) $a = 5 + \sqrt{2}$

۶- مجموع دو عدد صحیح متمایز از نصف حاصل ضرب آن‌ها، ۲ واحد بیشتر است. اگر یکی از اعداد ربع عدد دیگر باشد، تفاضل این دو عدد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۶

۷- اگر نقطه M وسط ضلع مربع و مساحت ناحیه رنگی ۱۰ واحد مربع باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



$$\sqrt{11} - 1 \quad (۱)$$

$$2\sqrt{11} - 2 \quad (۲)$$

$$\sqrt{11} + 1 \quad (۳)$$

$$2\sqrt{11} + 2 \quad (۴)$$

۸- اگر $x = 1$ محور تقارن سهمی $y = 2(x - m)^2 - 3$ باشد، مجموع طول و عرض رأس سهمی کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴



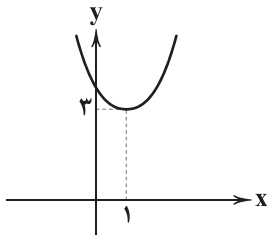
۹- اگر $S(m, 1-m)$ رأس سهمی $y = x^2 + 2x + n$ باشد، مقدار n کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۱۰- اگر عرض رأس سهمی $y = ax^2 - 20x + 20$ برابر با ۸۰ باشد، مقدار a کدام است؟

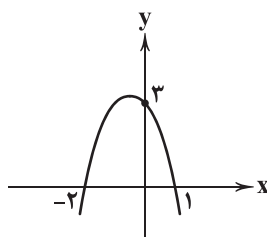
- (۱) $-\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۱- شکل زیر مربوط به سهمی $y = x^2 + mx + n$ است، حاصل $m \times n$ کدام است؟



- (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) -۴ (۴) ۴

۱۲- معادله سهمی زیر کدام است؟



$$y = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 3 \quad (۱)$$

$$y = -\frac{3}{2}x^2 - x + 3 \quad (۲)$$

$$y = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3 \quad (۳)$$

$$y = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + 3 \quad (۴)$$

۱۳- نمودار سهمی $y = -4(x-1)^2 + 3$ از کدام ناحیه مختصاتی نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) دوم و سوم (۴) از هر ۴ ناحیه می‌گذرد.

۱۴- دو سهمی $y = x^2 - 3x$ و $y = -x^2 + 4x - 4$ در چند نقطه با طول مثبت یک‌دیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۵- سهمی $y = x^2 + 2x - 4$ محور تقارن خود را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) (۱, ۱) (۲) (-۱, -۷) (۳) (۱, -۱) (۴) (-۱, -۵)

۱۶- اگر سهمی $y = (m+1)x^2 - 2x + 1$ همواره بالای محور x ها باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $-1 < m < 0$ (۲) $m > -1$ (۳) $m > 0$ (۴) $-1 < m < 2$

محل انجام محاسبات



۱۷- سهمی $y = \frac{1}{4}x^2 + mx + n$ و خط $x + y = 10$ یکدیگر را در ۲ نقطه به طول‌های ۱- و ۵ قطع می‌کنند. طول رأس سهمی کدام است؟

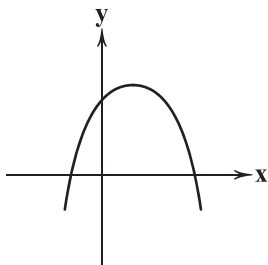
-۳ (۴)

۳ (۳)

-۵/۷۵ (۲)

۵/۷۵ (۱)

۱۸- اگر نمودار زیر مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

 $ac < 0$ (۱) $bc < 0$ (۲) $ab < 0$ (۳) $abc < 0$ (۴)

۱۹- به ازای کدام مقادیر صحیح x ، عبارت $P(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 2x - 2}$ عددی نامثبت است؟

 $\{-3, -4, -5, \dots\}$ (۲) $\{0, -3, -4, -5, \dots\}$ (۱) $\{-2, -3, \dots\}$ (۴) $\{-2, -3, \dots\} \cup \{0\}$ (۳)

۲۰- اگر $3 \geq \frac{x+1}{3} - 2$ باشد، x چند مقدار صحیح نمی‌تواند اختیار کند؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

هندسه (۱)

۲۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول ارتفاع وارد بر وتر برابر با ۶ واحد است. اگر نسبت دو پاره‌خطی که ارتفاع روی وتر ایجاد می‌کند ۹ به ۱۶ باشد، طول وتر کدام است؟

۴/۵ (۴)

۱۲/۵ (۳)

۸ (۲)

۱۰/۵ (۱)

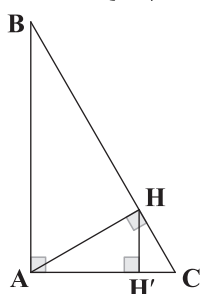
۲۲- در شکل زیر AH و HH' ارتفاع‌های دو مثلث ABC و AHC هستند. اگر $AC = 6$ و $AB = 8$ واحد باشد، طول HH' چقدر است؟

۲/۸۸ (۱)

۵/۸ (۲)

۳/۸۴ (۳)

۱/۴۸ (۴)



۲۳- مثلی به اضلاع x ، y و ۵ با مثلث دیگری به اضلاع ۵، ۶ و ۹ متشابه است. اگر دو مثلث نامساوی باشند، بیشترین محیط برای مثلث اول کدام است؟

 $\frac{100}{9}$ (۴)

۲۴ (۳)

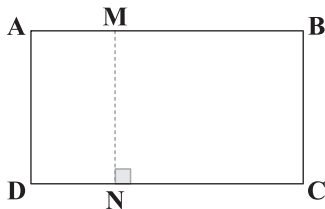
 $\frac{50}{3}$ (۲)

۲۰ (۱)

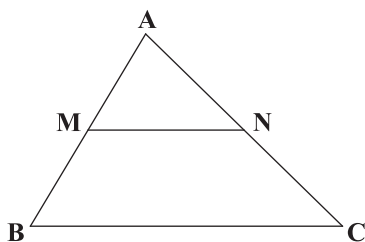


۲۴- نقطه M را روی ضلع AB از مستطیل $ABCD$ طوری انتخاب می‌کنیم که با رسم عمود MN بر ضلع CD ، دو مستطیل حاصل متشابه باشند.

اگر نسبت مساحت این دو مستطیل $\frac{4}{9}$ باشد و طول مستطیل $ABCD$ از سه برابر عرض آن یک واحد کم‌تر باشد، طول AM چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۲۵- در شکل زیر $MN \parallel BC$ است و مساحت مثلث AMN ، $\frac{9}{16}$ مساحت دوزنقه $MNCB$ می‌باشد. BC چند برابر MN است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{25}{9}$ (۴) $\frac{16}{9}$

۲۶- مجموع تعداد اضلاع و قطرهای یک $(n+1)$ ضلعی، نصف تعداد قطرهای یک $(2n)$ ضلعی است. مقدار n کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۲۷- کدام ویژگی مربوط به یک n ضلعی مقعر نیست؟

(۱) دارای زاویه بزرگ‌تر از 180° است.

(۲) همه زوایای آن باز (منفرجه) است.

(۳) مجموع زوایای داخلی آن برابر با $180^\circ \times (n-2)$ است.

(۴) ضلعی وجود دارد که با امتداد آن، شکل در دو طرف خط قرار می‌گیرد.

۲۸- کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) چهارضلعی که قطرهای آن برابر باشد، مستطیل است.

(۲) چهارضلعی که قطرهای آن منصف هم باشند، متوازی‌الاضلاع است.

(۳) چهارضلعی که قطرهايش بر هم عمود باشند، لوزی است.

(۴) چهارضلعی که اضلاع آن برابر باشد، مربع است.



۲۹- وسط اضلاع یک مستطیل را به هم وصل می‌کنیم. اگر چهارضلعی حاصل دارای زاویه 60° و محیط ۸ باشد، مساحت مستطیل چقدر است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۴ (۴) ۸

۳۰- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $\hat{B} = 75^\circ$ و AH و AM به ترتیب ارتفاع و میانه وارد بر وتر می‌باشند. اگر $AM = 3$ باشد،

مساحت $\triangle ABC$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $4/5$ (۴) $1/5$



DriQ.com



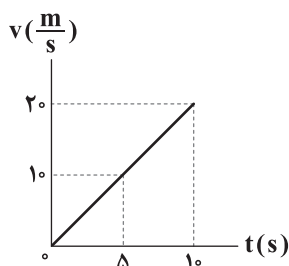
۳۱- گلوله‌های A و B به ترتیب به جرم‌های m و ۲m در اختیار داریم. هر دو را از ارتفاع h رها می‌کنیم. کدام گزینه در مورد تندی گلوله در

لحظه برخورد با سطح زمین و انرژی مکانیکی گلوله‌ها در لحظه برخورد با سطح زمین صحیح می‌باشد؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

- (۱) $E_A = E_B$ و $v_A > v_B$ (۲) $E_B > E_A$ و $v_A < v_B$ (۳) $E_A = E_B$ و $v_A = v_B$ (۴) $E_B > E_A$ و $v_A = v_B$

۳۲- نمودار تندی بر حسب زمان برای جسمی به جرم ۴kg، مطابق شکل زیر می‌باشد. کار کل انجام‌شده روی این جسم در ۵ ثانیه دوم حرکتش

چند ژول است؟



(۱) ۵۰۰

(۲) ۶۰۰

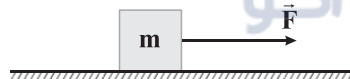
(۳) ۱۰۰۰

(۴) ۸۰۰

۳۳- مطابق شکل زیر، جسمی تحت تأثیر نیروی \vec{F} با تندی ثابت $20 \frac{m}{s}$ در حال حرکت می‌باشد. ناگهان نیروی \vec{F} را قطع می‌کنیم و جسم پس از

طی مسافت d متوقف می‌شود. تندی جسم پس از طی نیمی از مسافت d چند متر بر ثانیه می‌باشد؟ (مقاومت هوا ناچیز است و نیروی

اصطکاک بین سطح و جسم را در طول حرکت جسم، ثابت در نظر بگیرید.)



(۲) $10\sqrt{3}$

(۱) $10\sqrt{5}$

(۴) ۱۰

(۳) $10\sqrt{2}$

۳۴- گلوله‌ای به جرم ۲۰۰g، با تندی $108 \frac{km}{h}$ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر ۲۰٪ انرژی مکانیکی گلوله در مسیر

رفت و برگشت تلف شده باشد، تندی گلوله در لحظه برخورد به سطح زمین و بیشترین ارتفاعی که گلوله از سطح زمین بالا می‌رود، به ترتیب

از راست به چپ برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و اندازه نیروی مقاومت هوا را در مسیر رفت و برگشت، یکسان و

مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کنید.)

(۴) $36 - 9\sqrt{10}$

(۳) $40/5 - 9\sqrt{10}$

(۲) $40/5 - 12\sqrt{5}$

(۱) $36 - 12\sqrt{5}$

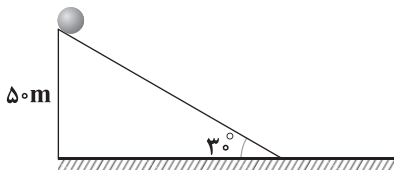


۳۵- مطابق شکل مقابل، اگر گلوله‌ای به جرم 1 kg را از بالای سطح شیب‌داری به ارتفاع 50 متر رها

کنیم، گلوله با تندی $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سطح زمین می‌رسد. اگر اندازه کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله

در این جابه‌جایی برابر 10 J باشد، اندازه نیروی اصطکاک بین گلوله و سطح چند نیوتون است؟

($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) و اندازه نیروی اصطکاک بین گلوله و سطح در کل مسیر حرکت یکسان است.)



۲/۹ (۴)

۸/۹ (۳)

۶/۹ (۲)

۱۱/۶ (۱)

۳۶- بالابری جسمی به جرم 100 kg را با تندی ثابت در مدت زمان 40 s ، 20 m از سطح زمین بالا می‌برد. اگر توان ورودی این بالابر 2000 W باشد،

بازده آن چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) و از مقاومت هوا صرف نظر کنید.)

۲۵/۲۵ (۴)

۲۵ (۳)

۵۰/۲۵ (۲)

۵۰ (۱)

۳۷- گلوله‌ای را با تندی 7 m/s از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله پس از مدتی با تندی 7 m/s با سطح زمین برخورد می‌کند.

کدام گزینه در مورد نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در طی این حرکت صحیح است؟

(۱) کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر رفت و برگشت برابر می‌باشد.

(۲) کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر رفت و برگشت یکدیگر را خنثی کرده‌اند.

(۳) اندازه نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت بیشتر از مسیر برگشت می‌باشد.

(۴) نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت یکدیگر را خنثی کرده‌اند.

۳۸- گلوله‌ای به جرم 100 g را از سطح زمین با تندی $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله پس از مدتی با تندی $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ با

سطح زمین برخورد می‌کند. اگر 60% درصد کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر در مسیر رفت انجام شده باشد، گلوله حداکثر چند متر از

سطح زمین بالا رفته است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

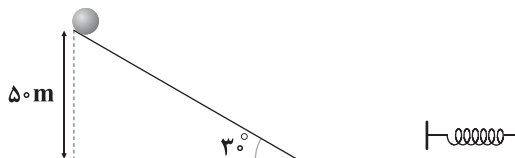
۴۵ (۲)

۱۵ (۱)

۳۹- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای از روی سطح شیب‌داری به ارتفاع 50 متر رها می‌شود و در انتهای مسیر با فنر برخورد می‌کند. در لحظه‌ای که

انرژی جنبشی گلوله $\frac{1}{3}$ انرژی ذخیره شده در فنر است، تندی گلوله چند متر بر ثانیه می‌باشد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) و از مقاومت هوا و اصطکاک

گلوله با سطح صرف نظر کنید.)



$5\sqrt{10}$ (۱)

$5\sqrt{20}$ (۲)

۵ (۳)

۱۰ (۴)



۴۰- جسمی را توسط بالابری از سطح زمین به بالای ساختمان منتقل می‌کنیم. اگر بخواهیم در مدت زمان کم‌تری این انتقال رخ دهد، راهکار ارائه شده در کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

- (۱) باید از بالابری با بازده بیشتر استفاده کنیم.
(۲) باید از بالابری با توان مصرفی بیشتر استفاده کنیم.
(۳) باید از بالابری با توان تولیدی بیشتری استفاده کنیم.
(۴) باید از بالابری با توان مصرفی کم‌تر استفاده کنیم.

۴۱- گلوله‌ای با تندی ۷ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. ارتفاعی (از سطح زمین) که انرژی جنبشی و پتانسیل گلوله با هم برابر هستند، چند درصد از بیشترین ارتفاعی است که گلوله از سطح زمین بالا می‌رود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کنید و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل در نظر بگیرید.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۳/۳ (۴) ۵۰

۴۲- یک بالابر الکتریکی در مدت ۱۰ دقیقه با مصرف ۱۰۰۰۰J انرژی الکتریکی، ۶kJ کار مفید انجام می‌دهد. توان خروجی و بازده این بالابر به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

- (۱) ۱۰/۶ - ۱۰ (۲) ۱۰ - ۶۰ (۳) ۶۰ - ۶۰ (۴) ۶۰ - ۶/۰

۴۳- شخصی به جرم ۷۵kg و در مدت زمان ۲۰ ثانیه، ۳۰ پله که ارتفاع هر پله ۲۰cm است را با سرعت ثابت بالا می‌رود. اگر توان مصرفی شخص برابر با ۳۰۰W باشد، بازده او چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۹۰

۴۴- مطابق شکل زیر، پسر بچه‌ای می‌خواهد سنگی به جرم ۲۰۰ گرم را پرتاب کند، به این منظور، پسر بچه نیروی ثابت $F = 30N$ را تا لحظه پرتاب توپ و در امتداد جابه‌جایی توپ به بزرگی ۱۵۰cm بر آن وارد می‌کند. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا تندی سنگ هنگام جدا شدن از دست پسر بچه چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $30\sqrt{2}$
(۲) $15\sqrt{2}$
(۳) $20\sqrt{2}$
(۴) $25\sqrt{2}$

۴۵- مخزنی به حجم $4m^3$ و پر از مایعی به چگالی $\frac{1}{5} \frac{g}{cm^3}$ داریم. می‌خواهیم در مدت ۲ ساعت با آهنگ ثابتی و با سرعت $10 \frac{m}{s}$ مایع را به

مخزنی که ۱۰m بالاتر می‌باشد، به وسیله پمپ انتقال دهیم. اگر بازده این پمپ ۵۰٪ باشد، توان ورودی آن چند وات است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)

- (۱) ۸۲ (۲) ۴۱ (۳) ۲۵۰ (۴) ۱۲۵

محل انجام محاسبات

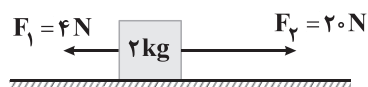


گروه مشاوره و برنامهریزی آکو



۴۶- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg تحت تأثیر نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر اندازه نیروی اصطکاک در

برابر حرکت جسم برابر با 1 N باشد، پس از طی 20 m جابه‌جایی، تندی جسم چند متر بر ثانیه می‌شود؟



$$10\sqrt{3} \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

$$30 \quad (4)$$

$$10\sqrt{2} \quad (3)$$

۴۷- جسمی به جرم 4 kg تحت تأثیر نیروی افقی F از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از طی 5 m جابه‌جایی، تندی آن به $20\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. اگر

اندازه کار نیروی اصطکاک بر روی جسم در این جابه‌جایی برابر با 20 J باشد، اندازه نیروی F چند نیوتون است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

$$260 \quad (4)$$

$$200 \quad (3)$$

$$164 \quad (2)$$

$$100 \quad (1)$$

۴۸- چتربازی به جرم 80 kg از بالون ساکنی که در ارتفاع 50 متری از سطح زمین قرار دارد، با تندی $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به بیرون می‌پرد و با تندی $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به

سطح زمین می‌رسد. اندازه کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز در طول زمان سقوطش چند ژول می‌باشد؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و نیروی مقاومت هوا

روی چترباز را ثابت در نظر بگیرید.)

$$40840 \quad (4)$$

$$39160 \quad (3)$$

$$40000 \quad (2)$$

$$840 \quad (1)$$

۴۹- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg با تندی $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به یک فنر برخورد می‌کند. اگر در مدت زمان برخورد گلوله با فنر، 20% درصد از انرژی

جنبشی گلوله به گرما تبدیل شود، حداکثر انرژی ذخیره‌شده در فنر چند ژول خواهد بود؟



$$40 \quad (1)$$

$$80 \quad (2)$$

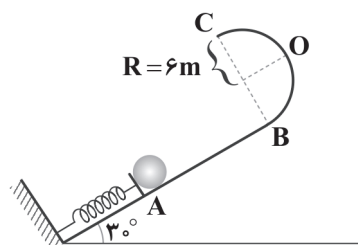
$$20 \quad (3)$$

$$64 \quad (4)$$

گروه مشاوره و برنامهریزی آکو

۵۰- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 4 kg فنری را در نقطه A به طور کامل فشرده کرده و 1798 J انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره شده

است. پس از رها شدن گلوله از فنر به ازای هر متر حرکت، 5 J انرژی در مسیر حرکت گلوله تلف می‌شود. اندازه سرعت گلوله در نقطه C



چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ($\sqrt{3} \approx 1.7$ و $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\pi \approx 3$, $AB = 20\text{ m}$)

(۱) سرعت گلوله در نقطه O به صفر می‌رسد و تا نقطه C بالا نمی‌رود.

(۲) سرعت گلوله در نقطه B به صفر می‌رسد و تا نقطه C بالا نمی‌رود.

$$20 \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$



۵۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- نیتروژن و اکسیژن، تنها گازهای هوا که هستند که در زندگی روزانه نقش حیاتی دارند.
- زندگی جانداران گوناگون در زیست‌کره با گازهای موجود در هوا، گره خورده است.
- گیاهان با بهره‌گیری از نور خورشید، اکسیژن مورد نیاز خود را تولید می‌کنند.
- جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هوا که را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۲- از هوای مایع به ترتیب گازهای A، X و E جدا می‌شود. چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با آنها درست است؟

- فراوانی گاز X در لایهٔ تروپوسفر، کم‌تر از دو گاز دیگر است.
- گازهای A و E به شکل مولکول‌های دواتمی در طبیعت یافت می‌شوند.
- تفاوت نقطهٔ جوش گازهای A و X، کم‌تر از تفاوت نقطهٔ جوش گازهای X و E است.
- مقایسهٔ میان واکنش‌پذیری این گازها به صورت $A < X < E$ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۳- چه تعداد از موارد زیر جزو کاربردهای فراوان‌ترین گاز هوا که به شمار می‌رود؟

- پر کردن تایر خودروها
- پر کردن کپسول غواصی
- انجماد مواد غذایی (صنعت سرماسازی)
- نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۴- برای نام‌گذاری چه تعداد از ترکیب‌های زیر به ترتیب از پیشوند «مونو» و عدد رومی (II) استفاده می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

• N_2O • FeO • NO • $ZnCl_2$ • KI

• CuS • $CrBr_2$ • ICl • MgF_2

۱ (۱)، ۳ ۲ (۲)، ۳ ۳ (۳)، ۲ ۴ (۴)، ۲ ۴ (۴)، ۲

۵۵- در ساختار لوویس چه تعداد از مولکول‌های زیر پیوند دوگانه وجود دارد؟

• $POCl_3$ • $COCl_2$ • CO • CH_2O • SOF_2

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)



۵۶- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) در نمونه‌ای از بوکسیت به‌ازای هر اتم آلومینیم، $\frac{1}{5}$ اتم اکسیژن وجود دارد.
- (۲) مقدار گاز اکسیژن در لایه‌های گوناگون هواکره به تقریب ثابت است.
- (۳) از گرم کردن فلز نقره و گوگرد جامد، ترکیب سیاه رنگ نقره سولفید به دست می‌آید.
- (۴) چگالی گاز CO به تقریب برابر با چگالی هوا بوده و به سرعت در همه فضای اتاق پخش می‌شود.

۵۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

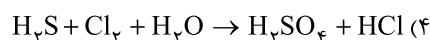
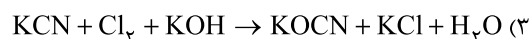
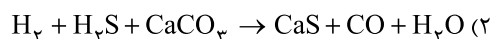
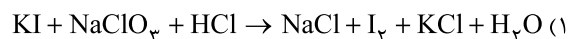
- در ساختار لوویس نیتروژن مونوکسید همانند نیتروژن دی‌اکسید، اتم نیتروژن به آرایش هشت‌تایی نرسیده است.
- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی مولکول سیلیسیم تترابرمید، سه برابر شمار جفت الکترون‌های پیوندی مولکول کربن دی‌سولفید است.
- ساختار لوویس کربن تتراکلرید مشابه ساختار گوگرد تترافلوئورید است.
- اتمی با آرایش الکترون نقطه‌ای $\text{X}^{\cdot\cdot}$ می‌تواند بیش از یک پیوند کووالانسی تشکیل دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۸- کدام یک از مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) مرجان‌ها گروهی از کیسه‌تنان با اسکلت دارای خاصیت بازی هستند.
 - (ب) هر اکسید فلزی را می‌توان یک اکسید بازی در نظر گرفت، زیرا از واکنش آن‌ها با آب، باز تولید می‌شود.
 - (پ) کاغذ pH در آب گازدار و مخلوط آب و سدیم اکسید به ترتیب به رنگ قرمز و آبی درمی‌آید.
 - (ت) با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب، خاصیت اسیدی آب و pH آن افزایش می‌یابد.
- (۱) «آ»، «ب» و «پ» (۲) «آ»، «پ» (۳) «پ»، «ت» (۴) «آ»، «ت»

۵۹- در کدام یک از واکنش‌های زیر پس از موازنه با کوچک‌ترین اعداد صحیح، ضریب آب بزرگ‌تر از سه واکنش دیگر است؟



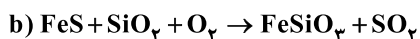
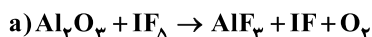


۶۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- ردپای دی‌اکسید حاصل از نفت خام (به عنوان منبع تولید برق) در مقایسه با زغال‌سنگ و گاز طبیعی به ترتیب کم‌تر و بیشتر است.
- ردپای کربن دی‌اکسید حاصل از انرژی خورشید (به عنوان منبع تولید برق) در مقایسه با گرمای زمین و نیز باد بیشتر است.
- سوختی که در هواپیماها استفاده می‌شود از نفت سفید بوده و ردپای کربن دی‌اکسید آن ناچیز است.
- یکی از راه‌های کاهش ردپای کربن دی‌اکسید، استفاده از انرژی الکتریکی است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۱- با توجه به معادله‌های زیر، چه تعداد از عبارت‌های پیشنهادشده در ارتباط با این دو معادله، پس از موازنه درست است؟



- نسبت مجموع ضرایب فراورده‌ها به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش a برابر ۲ است.
- نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش b برابر ۱/۷۵ است.
- مجموع ضرایب ترکیب‌های یونی در واکنش a برابر ۶ است.
- ضریب اکسیژن در دو واکنش با هم برابر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۲- نمونه‌ای از پروپان که شامل $1/655 \times 10^{25}$ اتم است، بر اثر سوختن کامل، $7/5$ مول کربن دی‌اکسید و $6/02 \times 10^{24}$ مولکول آب تولید می‌کند. جرم اکسیژن مصرف شده چند گرم است؟ ($C=12, H=1, O=16: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۳۲۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۳۸۴ (۴) ۴۰۰

۶۳- کدام مطالب زیر در ارتباط با گازهای آرگون و هلیوم درست‌اند؟

- (آ) تاکنون در ایران گاز هلیوم از گاز طبیعی جداسازی نشده، در صورتی که در پتروشیمی شیراز گاز آرگون از تقطیر هوای مایع تهیه می‌شود.
- (ب) هر دو گاز، بی‌رنگ، بی‌بو و غیرسمی هستند.
- (پ) گازهای آرگون و هلیوم به ترتیب نخستین و دومین گاز نجیب فراوان لایه تروپوسفر هواکره هستند.
- (ت) هر دو به صورت تک‌اتمی در طبیعت یافت شده و جزو عنصرهای دسته p هستند.

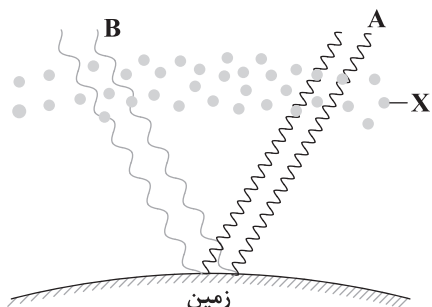
(۱) «آ»، «ب» (۲) «آ»، «پ» (۳) «ب»، «ت» (۴) «پ»، «ت»



۶۴- شکل زیر عملکرد مولکول‌های گازهای گلخانه‌ای را در برابر پرتوهای خورشیدی نشان می‌دهد. با توجه به آن، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- جهت حرکت پرتوهای A برخلاف پرتوهای B از بالا به پایین است.
- مولکول‌های X به طور حتم یکی از گازهای H_2O و CO_2 هستند.
- طول موج پرتوهای A و B به ترتیب می‌تواند 460° و 860° نانومتر باشد.

• مولکول‌های X موجب خارج شدن گرمای آزادشده از سطح زمین شده و بدین ترتیب زمین را گرم می‌کنند.



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۶۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد.
- ۲) از سوختن زغال‌سنگ می‌توان دو گاز با خاصیت اسیدی تولید کرد.
- ۳) برخی کشاورزان، آهک را به عنوان اکسید فلزی برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی به گیاهان تزریق می‌کنند.
- ۴) استفاده از گاز آرگون برای جوشکاری فلزها، بر استحکام و طول عمر فلز جوشکاری شده می‌افزاید.

۶۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- هواکره برای زمین همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و سبب گرم شدن کره زمین می‌شود.
- اگر هواکره وجود نداشت، دمای هر نقطه از کره زمین به $-18^\circ C$ یا پایین‌تر از آن کاهش می‌یافت.
- هنگامی که پرتوهای خورشیدی به زمین تابیده می‌شود، بخش عمده‌ای از این پرتوها به وسیله هواکره جذب می‌شود.
- در یک روز زمستانی، تغییر دمای درون گلخانه، کم‌تر از بیرون گلخانه است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- یکی از ویژگی‌های مهم واکنش‌های شیمیایی این است که همه آن‌ها از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.
- در معادله واکنش، رسوب، مذاب و بخار به ترتیب با نمادهای (s)، (aq) و (g) نشان داده می‌شود.
- فلز پلاتین کاتالیزگر مناسبی برای واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن است.
- هر تغییر شیمیایی شامل یک واکنش شیمیایی است که می‌توان آن را با یک معادله نشان داد.

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)



۶۸- برای کاهش رد پای CO_2 تولید شده توسط یک خانه در سال به 200 درخت تنومند نیاز است که هر کدام سالانه 1200 مول CO_2 مصرف می‌کنند. اگر منبع تولید برق این خانه، نفت خام باشد، این خانه در ماه چند کیلووات ساعت برق مصرف می‌کند؟ (مقدار CO_2 تولیدشده در ماه (برحسب کیلوگرم)

در فرایند تولید برق به وسیله نفت خام، $7/0$ میزان برق مصرفی ماهیانه (برحسب کیلو وات ساعت) است. ($\text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)


۱۱۲۲ (۱) ۵۴۴ (۲) ۶۱۶ (۳) ۱۲۵۸ (۴)

۶۹- روند کلی کدام یک از موارد زیر در صد تا صد و پنجاه سال گذشته، افزایشی بوده هر چند در برخی دهه‌ها با کاهش نیز همراه بوده است؟

- (۱) مساحت سطح برف در نیمکره شمالی (۲) میانگین جهانی دمای سطح زمین
(۳) میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد (۴) میانگین جهانی کربن دی‌اکسید در هوا کره

۷۰- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با گاز گوگرد تری‌اکسید درست است؟

- فراورده واکنش سوختن گوگرد است.
- با حل شدن در آب باران به سولفوریک اسید (H_2SO_4) تبدیل می‌شود.
- آن را می‌توان از دهانه آتشفشان‌های فعال جمع‌آوری کرد.

• مدل فضاپرکن آن به صورت  است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

AKO
گروه مشاوره و برنامه‌ریزی آکو

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۵

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۲۱



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه‌درس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

گروه مشاوره و برنامه ریزی آکو

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	ریاضی ۱	۲۰	۱	۲۰	۴۵ دقیقه
		هندسه ۱	۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک ۱		۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه
۳	شیمی ۱		۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه



آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضی ۱ هندسه ۱	ندا فرهختی	مریم ولی عابدینی - مینا نظری مینا مقدسی - پریا ابریشم‌کار
فیزیک	احمد رضا زادگان قطب آبادی	مروارید شاه‌حسینی حمیدرضا شیخ‌حسینی
شیمی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	ایمان زارعی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

گروه مشاوره و برنامه‌ریزی آکو

آماده‌سازی آزمون
مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی
ویراستاران فنی: سناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش
سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی
صفحه‌آرا: فرهاد عبدی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.

AKO

گروه مشاوره و برنامه‌ریزی آکو



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



۵ ۴

$$3x^2 + ax + 3 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه ی متمایز}} \Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4(3)(3) > 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 36 > 0 \Rightarrow a^2 > 36 \xrightarrow{\text{جذر}} |a| > 6 \Rightarrow a > 6 \text{ یا } a < -6$$

تنها $a = 5 + \sqrt{2}$ در شرط $a > 6$ صدق می کند.

$$\text{۶ ۴} \quad \text{دو عدد را } x \text{ و } \frac{x}{4} \text{ در نظر می گیریم و داریم:}$$

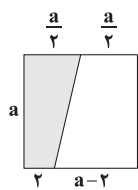
$$x + \frac{x}{4} = \frac{1}{4}(x \times \frac{x}{4}) + 2 \Rightarrow x + \frac{x}{4} = \frac{x^2}{16} + 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16}x^2 - \frac{5}{4}x + 2 = 0 \xrightarrow{\times 16} x^2 - 20x + 32 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{1}{2} \\ x=16 \Rightarrow \frac{x}{4} = 4 \end{cases} \text{ (غ ق ق)}$$

بنابراین دو عدد مورد نظر ۲ و ۸ است و تفاضل آن ها برابر با $8-2=6$ می باشد.

$$\text{۷ ۲} \quad \text{اگر طول ضلع مربع را } a \text{ در نظر بگیریم، داریم:}$$



$$S_{\text{رنگی}} = \frac{(2 + \frac{a}{2}) \times a}{2} = 10 \Rightarrow 2a + \frac{1}{2}a^2 = 20$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a^2 + 2a - 20 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4(\frac{1}{2})(-20) = 4 + 40 = 44$$

$$\Rightarrow a = \frac{-2 \pm \sqrt{44}}{2(\frac{1}{2})} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{11}}{1} = \begin{cases} -2 + 2\sqrt{11} \\ -2 - 2\sqrt{11} \end{cases} \text{ (غ ق ق)}$$

۸ ۲

$$y = 2(x-m)^2 - 3 \Rightarrow S(m, -3)$$

بنابراین محور تقارن سهمی $x = m$ می باشد و چون سؤال گفته محورتقارن $x = 1$ می باشد پس $m = 1$ است و داریم:

$$x_S + y_S = m - 3 = 1 - 3 = -2$$

۹ ۴

$$y = x^2 + 2x + n$$

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(1)} = -1 \xrightarrow{S(m, y-m)} \begin{cases} m = -1 \\ y_S = 1 - (-1) = 2 \end{cases}$$

$$y = x^2 + 2x + n \xrightarrow{S(-1, 2)} 2 = (-1)^2 + 2(-1) + n$$

$$\Rightarrow 2 = 1 - 2 + n \Rightarrow n = 2 + 1 = 3$$

ریاضیات

۱ ۳

$$x(x + \sqrt{6}) - 8 = 0 \Rightarrow x^2 + \sqrt{6}x = 8$$

حال نصف ضریب x را به توان ۲ می رسانیم و به طرفین اضافه می کنیم:

$$(\frac{\sqrt{6}}{2})^2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\text{۲ ۲} \quad \text{شرط داشتن دو ریشه برابر (یا ریشه مضاعف) آن است که:}$$

$$\Delta = 0$$

$$ax^2 - 4x + 3 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} (-4)^2 - 4(a)(3) = 0 \Rightarrow 16 - 12a = 0$$

$$\Rightarrow 12a = 16 \Rightarrow a = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

و بنابراین ریشه مضاعف برابر است با:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(\frac{4}{3})} = \frac{4}{\frac{8}{3}} = \frac{4 \times 3}{8} = \frac{3}{2}$$

۳ ۱

$$(x^2 - x)^2 + 2\sqrt{3}(x^2 - x) - 6 = 0 \xrightarrow{x^2 - x = t} t^2 + 2\sqrt{3}t - 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2\sqrt{3})^2 - 4(1)(-6) = 12 + 24 = 36$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{36}}{2(1)} = \frac{-2\sqrt{3} \pm 6}{2} = -\sqrt{3} \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -\sqrt{3} + 3 \Rightarrow x^2 - x = -\sqrt{3} + 3 \\ t = -\sqrt{3} - 3 \Rightarrow x^2 - x = -\sqrt{3} - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - x + \sqrt{3} - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(\sqrt{3} - 3) = 1 - 4\sqrt{3} + 12 \\ = 13 - 4\sqrt{3} > 0 \\ x^2 - x + \sqrt{3} + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(\sqrt{3} + 3) = 1 - 4\sqrt{3} - 12 \\ = -11 - 4\sqrt{3} < 0 \end{cases}$$

پس معادله اول دو ریشه دارد و معادله دوم ریشه ندارد. یعنی در مجموع ۲ ریشه داریم.

$$\text{۴ ۱} \quad \text{جواب معادله در معادله صدق می کند:}$$

$$2mx^2 + 7x + 2m - 1 = 0 \xrightarrow{x=-2} 2m(-2)^2 + 7(-2) + 2m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 8m - 14 + 2m - 1 = 0 \Rightarrow 10m = 15 \Rightarrow m = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

بنابراین معادله به صورت زیر است:

$$2(\frac{3}{2})x^2 + 7x + 2(\frac{3}{2}) = 1 \Rightarrow 3x^2 + 7x + 3 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4(3)(2) = 49 - 24 = 25 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{2(3)} = \frac{-7 \pm 5}{6}$$

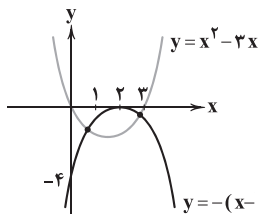
$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-7+5}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{-7-5}{6} = -\frac{12}{6} = -2 \end{cases} \text{ ریشه دیگر:}$$



۱۴ ۳ روش اول: دو سهمی را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$y = x^2 - 3x = x(x-3) \Rightarrow x_S = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow y_S = \frac{3}{2}(-\frac{3}{2}) = -\frac{9}{4}$$

$$y = -x^2 + 4x - 4 = -(x^2 - 4x + 4) = -(x-2)^2 \Rightarrow S(2, 0)$$



در دو نقطه با طول مثبت یکدیگر را قطع می‌کنند.

روش دوم: معادله تلاقی دو نمودار را حل می‌کنیم:

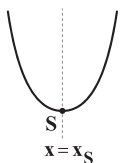
$$\begin{cases} y = x^2 - 3x \\ y = -x^2 + 4x - 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 3x = -x^2 + 4x - 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 7x + 4 = 0$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(4) = 49 - 32 = 17 \Rightarrow \text{۲ ریشه دارد.}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{17}}{2(2)} = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4} \Rightarrow \text{هر دو ریشه مثبت است.}$$

۱۵ ۴ محل تلاقی هر سهمی و محور تقارن آن همان رأس سهمی است.



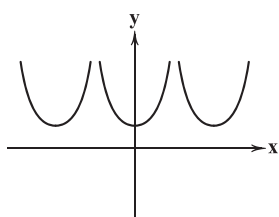
$$y = x^2 + 2x - 4$$

$$x_S = \frac{-2}{2(1)} = -1 \Rightarrow y_S = (-1)^2 + 2(-1) - 4 = -5$$

$$\Rightarrow S(-1, -5)$$

۱۶ ۳ برای آن‌که سهمی همواره بالای محور xها باشد، باید $\Delta < 0$

و $a > 0$ باشد:



$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow m+1 > 0 \Rightarrow m > -1 \\ \Delta < 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4(m+1)(1) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 4 - 4m - 4 < 0 \Rightarrow -4m < 0 \Rightarrow m > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > 0$$

$$y = ax^2 - 2x + 2$$

$$x_S = \frac{-(-2)}{2a} = \frac{1}{a}$$

$$y_S = 8 \Rightarrow 8 = a(\frac{1}{a})^2 - 2(\frac{1}{a}) + 2$$

$$\Rightarrow 8 = a(\frac{1}{a^2}) - \frac{2}{a} + 2 \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{a} + 2 = 6 \Rightarrow \frac{1}{a} = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{a} = 6 \Rightarrow 6a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{6} = -\frac{5}{3}$$

۱۱ ۲ اگر $S(h, k)$ رأس سهمی باشد، معادله سهمی به صورت

زیر است:

$$y = a(x-h)^2 + k$$

در نتیجه داریم:

$$y = (x-1)^2 + 3 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1 + 3$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 2x + 4 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow m \times n = -8$$

۱۲ ۳ روش اول:

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} (0, 3) \rightarrow 3 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 3 \\ (1, 0) \rightarrow 0 = a(1)^2 + b(1) + c \Rightarrow a + b + 3 = 0 \\ (-2, 0) \rightarrow 0 = a(-2)^2 + b(-2) + c \Rightarrow 4a - 2b + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b + 3 = 0 \\ 4a - 2b + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 3b = -6 \\ 4a - 3b = -3 \end{cases}$$

$$6a = -9 \Rightarrow a = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + 3 = 0 \Rightarrow b = -3 - a = -3 - (-\frac{3}{2}) = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3$$

روش دوم: چون $x = 1$ و $x = -2$ ریشه‌های معادله $y = 0$ اند پس داریم:

$$y = a(x+2)(x-1) \xrightarrow{(0, 3)} 3 = a(0+2)(0-1) \Rightarrow -2a = 3$$

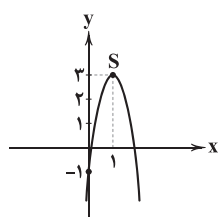
$$\Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{3}{2}(x+2)(x-1) = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3$$

۱۳ ۲

$$y = -4(x-1)^2 + 3 \Rightarrow S(1, 3)$$

$$\text{با رسم نمودار سهمی داده‌شده داریم: } x = 0 \Rightarrow y = -4(-1)^2 + 3 = -4 + 3 = -1$$

از ناحیه دوم نمی‌گذرد.





۳ ۲۰

$$|\frac{x+1}{2}-2| \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2}-2 \geq 3 \\ \frac{x+1}{2}-2 \leq -3 \end{cases}$$

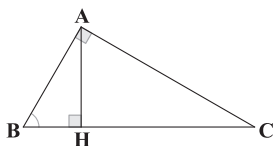
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} \geq 3+2 \xrightarrow{-x} x+1 \geq 2 \times 5 \Rightarrow x \geq 10-1 \Rightarrow x \geq 9 \\ \frac{x+1}{2} \leq -3+2 \xrightarrow{-x} x+1 \leq 2 \times (-1) \Rightarrow x \leq -2-1 \Rightarrow x \leq -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \geq 9 \text{ یا } x \leq -3 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - (-3, 9)$$

پس اعداد صحیح $\{-2, -1, \dots, 8\}$ نمی‌توانند به جای x قرار بگیرند (۱۱)

(عدد صحیح)

۳ ۲۱



$$\triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH^2 = BH \times CH$$

$$\xrightarrow{AH=6} BH \times CH = 6^2 = 36 (*)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\frac{BH}{CH} = \frac{9}{16} \Rightarrow BH = 9x, CH = 16x (**)$$

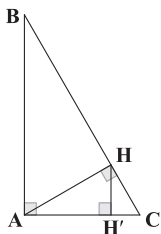
$$(*), (**) \Rightarrow 9x \times 16x = 36 \Rightarrow 144x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = \frac{36}{144} = \left(\frac{6}{12}\right)^2$$

$$\xrightarrow{x>0} x = \frac{6}{12} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \xrightarrow{(**)} BH = \frac{9}{2}, CH = \frac{16}{2} = 8$$

$$\Rightarrow BC = BH + CH = \frac{9}{2} + 8 = \frac{9+16}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$$

۲۲ می‌دانیم $\triangle ABC$ و $\triangle AHC$ با هم متشابه‌اند، پس نسبت

ارتفاع‌ها برابر با نسبت تشابه است.



$$\triangle ABC \sim \triangle AHC \Rightarrow k = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{6}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{HH'}{AH} = k = \frac{6}{10} (*) \\ \frac{AH}{AB} = k = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{AH}{8} = \frac{6}{10} \Rightarrow AH = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{48}{10} = \frac{24}{5} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{HH'}{\frac{24}{5}} = \frac{6}{10} \Rightarrow HH' = \frac{6 \times \frac{24}{5}}{10} = \frac{288}{50} = \frac{144}{25}$$

۳ ۱۷

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 + mx + n \\ y = -x + 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \frac{1}{2}x^2 + mx + n = -x + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x^2 + (m+1)x + n-1 = 0$$

$$\xrightarrow{x=-1} \frac{1}{2}(-1)^2 + (m+1)(-1) + n-1 = 0 \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{x=5} \frac{1}{2}(5)^2 + (m+1)(5) + n-1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} - m - 1 + n - 1 = 0 \\ \frac{25}{2} + 5m + 5 + n - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m - n = -1 \\ 5m + n = -7 \end{cases}$$

$$6m = -18 \Rightarrow m = -3$$

$$x_S = \frac{-m}{2(\frac{1}{2})} = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

۲ ۱۸

 $a < 0 \Rightarrow$ سهمی رو به پایین $c > 0 =$ محل تلاقی با محور عرض‌ها

$$x_S = \frac{-b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} -b < 0 \Rightarrow b > 0$$

بنابراین:

$$ac < 0, bc > 0, ab < 0, abc < 0$$

۱ ۱۹

$$P(x) \leq 0 \Rightarrow \frac{x^3+x}{x^2+2x-2} \leq 0 \Rightarrow \frac{x(x^2+1)}{x^2+2x-2} \leq 0$$

ریشه صورت: $x=0$ همواره مثبت \Rightarrow ریشه ندارد $x^2+1=0$

$$x^2+2x-2=0 \Rightarrow \Delta = 2^2 - 4(1)(-2) = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2(1)} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

ریشه‌های منخرج: $x = -1 \pm \sqrt{3}$

	$-1-\sqrt{3}$	0	$-1+\sqrt{3}$	
x	$-$	$-$	$+$	$+$
x^2+1	$+$	$+$	$+$	$+$
x^2+2x-2	$+$	$-$	$-$	$+$
$P(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$

تن

تن

بنابراین جواب نامعادله $P(x) \leq 0$ برابر است با:

$$(-\infty, -1-\sqrt{3}) \cup [-1+\sqrt{3}, 0] \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} \{-3, -4, -5, \dots\} \cup \{0\}$$



بنابراین داریم:

$$\Rightarrow k^2 = \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} (*)$$

از طرفی داریم:

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle MNCB}} = \frac{9}{16} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle AMN} + S_{\triangle MNCB}} = \frac{9}{9+16}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{9}{25} \xrightarrow{(*)} k^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow k = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = k = \frac{3}{5} \Rightarrow BC = \frac{5}{3} MN$$

در هر n ضلعی محدب داریم: **۲ ۲۶**

$$\begin{cases} \text{تعداد اضلاع} = n \\ \text{تعداد قطر ها} = \frac{n(n-3)}{2} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow (n+1) + \frac{(n+1)(n+1-3)}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{n(2n-3)}{1}$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2(n+1) + (n+1)(n-2) = n(2n-3)$$

$$\Rightarrow 2n + 2 + n^2 + n - 2n - 2 = 2n^2 - 3n$$

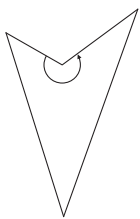
$$\Rightarrow n^2 + n - 2n^2 + 3n = 0 \Rightarrow 4n - n^2 = 0 \Rightarrow n(4-n) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (غقیق)} \\ n = 4 \end{cases}$$

۲ ۲۷ اگر همه زوایای یک چندضلعی باز (منفرجه) باشد، چندضلعی

محدب است. (مثل ۵ ضلعی، ۶ ضلعی و ... منتظم)

در واقع در چندضلعی های مقعر، زاویه ای بزرگ تر از 180° موجود است.

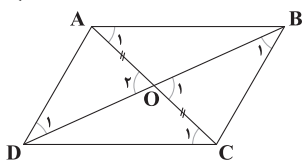


۲ ۲۸ بررسی گزینه ها:

(۱) در دوزنقه متساوی الساقین قطرها با هم برابر است. *

(۲) اگر در چهارضلعی ABCD قطرها منصف باشند، داریم:

$$\begin{cases} OD = OB \\ OA = OC \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (مقابل به رأس)} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض.ض)}} \triangle OAD \cong \triangle OBC$$



$$\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow AD \parallel BC$$

وقتی مثلث اول بیشترین محیط را دارد که نسبت تشابه بیشترین مقدار باشد، یعنی در بین نسبت های تشابه ممکن زیر، بزرگ ترین مقدار را انتخاب می کنیم:

$$\begin{cases} k = \frac{5}{5} = 1 \text{ (غقیق)} \\ k = \frac{5}{6} \checkmark \\ k = \frac{5}{9} \end{cases}$$

پس $k = \frac{5}{6}$ و داریم:

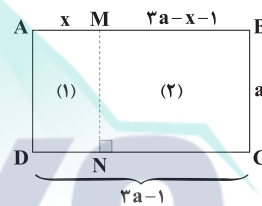
$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = k \Rightarrow \frac{\text{محیط مثلث اول}}{6+9+5} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{محیط مثلث اول}}{20} = \frac{5}{6} \Rightarrow \text{محیط مثلث اول} = \frac{5 \times 20}{6} = \frac{100}{6} = \frac{50}{3}$$

۴ ۲۴ اگر نسبت تشابه دو مثلث k باشد، آنگاه نسبت

مساحت ها k^2 است. پس:

$$k^2 = \frac{4}{9}$$



$$k = \frac{\text{طول (۱)}}{\text{طول (۲)}} = \frac{\text{عرض (۱)}}{\text{عرض (۲)}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad \Rightarrow \frac{a}{x} &= \frac{3a-x-1}{a} = \frac{2}{3} \\ (2) \end{aligned}$$

(توجه کنید که $\frac{a}{x} \neq \frac{a}{3a-x-1}$ زیرا در این صورت $k=1$ به دست می آید).

$$\begin{cases} (1) \Rightarrow 2x = 3a \Rightarrow x = \frac{3}{2}a \\ (2) \Rightarrow 2a = 9a - 3x - 1 \Rightarrow 3x - 7a = -1 \end{cases}$$

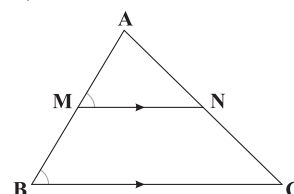
$$\Rightarrow 3(\frac{3}{2}a) - 7a = -1 \Rightarrow \frac{9}{2}a - 7a = -1 \Rightarrow \frac{9-14}{2}a = -1 \Rightarrow -\frac{5}{2}a = -1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}a = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2}a = -1 \Rightarrow a = \frac{2}{5} = \frac{6}{5} \times \frac{1}{2} \xrightarrow{x=\frac{3}{2}a} x = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

۱ ۲۵

$$\begin{cases} MN \parallel BC, \text{ مورب } AB \Rightarrow \hat{M} = \hat{B} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases}$$



$$\xrightarrow{\text{ز.ز}} \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = k$$



در مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است:

$$AM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 6 \quad (1)$$

$$AM = MC = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{M}_1 = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 60^\circ$$

حالا میانه HM' را در مثلث قائم الزاویه AHM' رسم می‌کنیم و داریم:

$$\left. \begin{array}{l} HM' = AM' = \frac{1}{2}AM \\ \hat{A}_2 = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHM' \Rightarrow \text{متساوی الاضلاع} \Rightarrow AH = AM'$$

و در نتیجه داریم:

$$AH = AM' = \frac{1}{2}AM = \frac{3}{2} \quad (2)$$

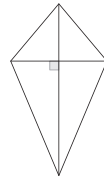
$$(1), (2) \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AH \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 6 = \frac{9}{2} = 4.5$$

به طور مشابه $\triangle OAB$ و $\triangle OCD$ هم نهشت‌اند و در نتیجه:

$$\hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow AB \parallel CD$$

و بنابراین $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع است. ✓

(۳) در شکل مقابل (کایت) قطرها بر هم عمودند، اما چهارضلعی لوزی نیست. ✗

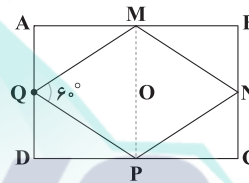


(۴) لوزی چهارضلعی است که اضلاع آن با هم برابرند اما لزوماً زاویه‌ها 90°

نیست. (مربع نیست). ✗

وقتی وسط اضلاع مستطیل را به هم وصل می‌کنیم یک لوزی حاصل می‌شود، زیرا بنا به قضیه تالس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2}AC \\ PQ \parallel AC, PQ = \frac{1}{2}AC \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} MN \parallel PQ \\ MN = PQ = \frac{1}{2}AC \end{array} \right.$$



و به طور مشابه:

$$\left\{ \begin{array}{l} MQ \parallel BD, MQ = \frac{1}{2}BD \\ PN \parallel BD, PN = \frac{1}{2}BD \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} MQ \parallel PN \\ MQ = PN = \frac{1}{2}BD \end{array} \right.$$

و چون در مستطیل قطرها برابرند ($AC = BD$) پس هر چهارضلع حاصل با هم برابرند و شکل لوزی است.

و چون این لوزی دارای زاویه 60° است، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} MQ = PQ \\ \hat{Q} = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MPQ \Rightarrow MP = MQ = PQ \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$8 = \text{محیط لوزی} \Rightarrow 4 \times MQ = 8 \Rightarrow MQ = 2 \quad (2)$$

عرض مستطیل: $MP = 2$, (۱), (۲)

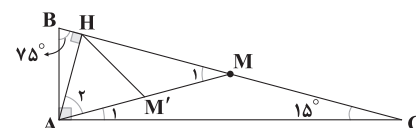
از طرفی در مثلث متساوی‌الاضلاع MPQ ارتفاع برابر با AM است و داریم:

$$AM = \frac{\sqrt{3}}{2}MQ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3} \Rightarrow AB = 2AM = 2\sqrt{3}$$

و در نتیجه مساحت مستطیل برابر با $4\sqrt{3} = 2 \times 2\sqrt{3}$ است.

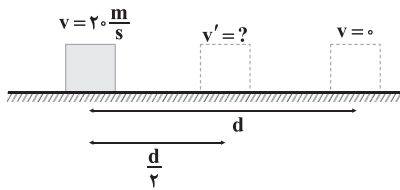
۳۰ ۳

$$\hat{A} = 9^\circ, \hat{B} = 75^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ$$



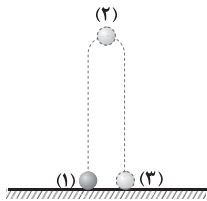


حالا یکبار دیگر با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، تندی جسم را پس از طی مسافت $\frac{d}{\gamma}$ به دست می آوریم:



$$\begin{aligned} W_t &= K_f - K_i \Rightarrow W_f = K_f - K_i \\ \Rightarrow -f \frac{d}{\gamma} &= \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m \times (20)^2 \\ \xrightarrow{(*)} -f \times \frac{1}{\gamma} \times \frac{20 \times m}{f} &= \frac{1}{2} m v^2 - 200 \times m \\ \Rightarrow -100 \times m &= \frac{1}{2} m v^2 - 200 \times m \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = 100 \times m \\ \Rightarrow v^2 &= 200 \Rightarrow v' = 10\sqrt{2} \frac{m}{s} \end{aligned}$$

انرژی مکانیکی اولیه گلوله برابر است با:



$$\begin{aligned} E_1 &= K_1 + U_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \\ v_1 &= 10.8 + 3.6 = 14.4 \frac{m}{s} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times \frac{200}{1000} \times (14.4)^2 = 90 J \\ \text{و گلوله تا رسیدن به سطح زمین، یعنی نقطه (۳)، } 20\% \text{ از انرژی مکانیکی اولیه} \\ \text{خود را در اثر نیروی مقاومت هوا از دست داده است، پس داریم:} \end{aligned}$$

$$E_3 = E_1 - \frac{20}{100} E_1 \Rightarrow E_3 = 90 - \frac{20}{100} \times 90 = 90 - 18 = 72 J$$

و داریم:

$$\begin{aligned} E_3 &= K_3 + U_3 \Rightarrow E_3 = K_3 \Rightarrow 72 = \frac{1}{2} \times \frac{200}{1000} \times v_3^2 \\ \Rightarrow v_3^2 &= 720 \Rightarrow v_3 = \sqrt{720} = 12\sqrt{5} \frac{m}{s} \end{aligned}$$

از آنجا که اندازه نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت یکسان فرض شده است، پس نیمی از انرژی تلف شده در مسیر رفت تلف شده است، در نتیجه داریم:

$$E_2 = E_1 - \frac{10}{100} E_1 \Rightarrow E_2 = 90 - \frac{10}{100} \times 90 = 81 J$$

$$E_2 = K_2 + U_2 \Rightarrow E_2 = U_2 \Rightarrow E_2 = mgh$$

بنابراین:

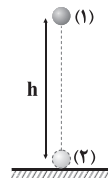
$$\Rightarrow 81 = \frac{200}{1000} \times 10 \times h \Rightarrow h = 40/5 m$$

دقت کنید: وقتی گلوله به بیشترین ارتفاع خود از سطح زمین می رسد، برای لحظه ای تندی آن صفر می شود و سپس به سمت پایین شروع به حرکت می کند.

فیزیک

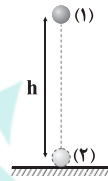
۴ ۳۱

با توجه به این که مقاومت هوا نداریم، پس انرژی مکانیکی پایسته است. (مبدأ انرژی پتانسیل را از سطح زمین در نظر می گیریم.)
گلوله A:



$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \\ \Rightarrow mgh &= \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{2gh} \end{aligned}$$

گلوله B:



$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \\ \Rightarrow 2mgh &= \frac{1}{2} \times 2m v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} \end{aligned}$$

بنابراین تندی گلوله ها در لحظه برخورد با سطح زمین با هم برابر هستند:

$$v_A = v_B$$

هم چنین انرژی مکانیکی گلوله ها در لحظه برخورد به زمین برابر است با:

$$E_A = K_2 + U_2 \Rightarrow E_A = \frac{1}{2} m v_A^2 \quad \text{گلوله A:}$$

$$E_B = K_2 + U_2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 2m v_B^2 = m v_B^2 \quad \text{گلوله B:}$$

$$E_B > E_A \quad \text{بنابراین:}$$

۲ ۳۲

۵ ثانیه دوم حرکت، یعنی از لحظه $t = 5s$ تا لحظه $t = 10s$ و با توجه به نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$t = 5s \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

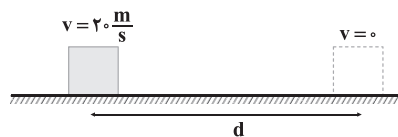
$$t = 10s \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

پس با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 4 \times (20)^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times (10)^2 = 600 J$$

۳ ۳۳

پس از قطع نیروی \vec{F} ، فقط نیروی اصطکاک (\vec{f}) روی جسم کار انجام می دهد و با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$\begin{aligned} W_t &= K_2 - K_1 \Rightarrow W_f = K_2 - K_1 \\ \Rightarrow -fd &= -\frac{1}{2} m \times (20)^2 \Rightarrow d = \frac{200 \times m}{f} \quad (*) \end{aligned}$$

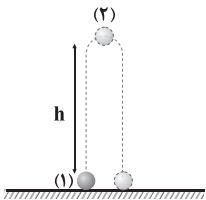


طبق صورت سؤال، ۶۰ درصد این کار در مسیر بالا رفتن گلوله انجام شده است.
در نتیجه:

$$W_1 = W_{\text{مقاومت هوا}} \times \frac{60}{100} = W_1$$

$$\Rightarrow W_1 = -25 \times \frac{60}{100} = -15 \text{ J}$$

در نتیجه انرژی مکانیکی گلوله در نقطهٔ اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین) برابر است با:

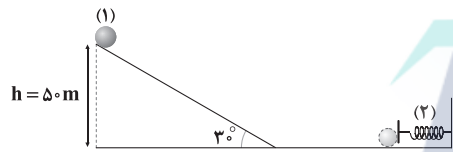


$$E_2 = E_1 - W_1$$

$$\Rightarrow \cancel{K_2} + U_2 = (K_1 + \cancel{U_1}) - W_1 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 - W_1$$

$$\Rightarrow \frac{100}{1000} \times 10 \times h = \frac{1}{2} \times \frac{100}{1000} \times (30)^2 - 15 \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

چون نیروهای تلف‌کننده وجود ندارند در نتیجه انرژی مکانیکی پایسته است (سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \cancel{K_1} + U_1 = K_2 + U_2$$

$$K_2 = \frac{1}{3}U_2 \Rightarrow U_2 = 3K_2 \Rightarrow mgh = K_2 + 3K_2$$

$$\Rightarrow mgh = 4K_2 \Rightarrow mgh = 4 \times \frac{1}{2}mv^2$$

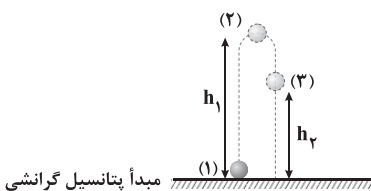
$$\Rightarrow v^2 = \frac{gh}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{10 \times 50}{2} = 250 \Rightarrow v = 5\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطهٔ $\frac{W_{\text{تولیدی}}}{\Delta t} = P$ ، توان تولیدی بیشتر

به معنای انجام کار بیشتر در مدت‌زمان کم‌تر توسط دستگاه می‌باشد.

با توجه به صرف‌نظر کردن از مقاومت هوا، انرژی مکانیکی

پایسته است، بنابراین بیشترین ارتفاعی که گلوله از سطح زمین بالا می‌رود (نقطهٔ اوج) برابر است با:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + \cancel{U_1} = \cancel{K_2} + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{v^2}{2g}$$

۳۵ | ۴ به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + \cancel{W_{F_N}} + W_{\text{مقاومت هوا}} + W_{\text{اصطکاک}} = K_2 - \cancel{K_1}$$

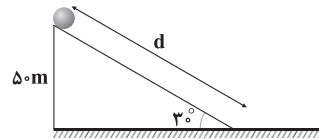
$$\Rightarrow mgh + W_{\text{مقاومت هوا}} + W_{\text{اصطکاک}} = K_2$$

دقت کنید که کار نیروهای اتلافی مثل مقاومت هوا و ... منفی می‌باشد، پس کار نیروی مقاومت هوا در این سؤال برابر ۱۰ J- می‌باشد.

$$1 \times 10 \times 50 + (-10) + W_{\text{اصطکاک}} = \frac{1}{2} \times 1 \times (20)^2 \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -290 \text{ J}$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W_{\text{اصطکاک}} = fd \cos \theta \xrightarrow{\theta = 180^\circ} W_{\text{اصطکاک}} = -fd$$



و برای محاسبهٔ d داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{50}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{50}{d} \Rightarrow d = 100 \text{ m}$$

در نتیجه:

$$W_f = -fd \Rightarrow -290 = -f \times 100 \Rightarrow f = 2.9 \text{ N}$$

۳۶ | ۳ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{بالابر}} + W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1$$

$$\xrightarrow{K_2 = K_1 \Rightarrow \text{با تندی ثابت بالا می‌برد}} W_{\text{بالابر}} - mgh = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{بالابر}} = mgh \Rightarrow W_{\text{بالابر}} = 100 \times 10 \times 20 = 20000 = 2 \times 10^4 \text{ J}$$

توان خروجی بالابر برابر است با:

$$P = \frac{W_{\text{بالابر}}}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{2 \times 10^4}{40} = 500 \text{ W}$$

در نتیجه بازده برابر است با:

$$100 \times \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} = \text{بازده بر حسب درصد}$$

$$\Rightarrow \text{بازده بر حسب درصد} = \frac{500}{2000} \times 100 = 25\%$$

۳۷ | ۱ تندی برخورد گلوله با سطح زمین با تندی پرتاب آن برابر

است، بنابراین انرژی مکانیکی گلوله در لحظهٔ پرتاب و لحظهٔ برگشت به سطح زمین برابر می‌باشد. در نتیجه پایستگی انرژی مکانیکی در طول حرکت گلوله برقرار بوده است.

پس نیروهای تلف‌کننده از جمله نیروی مقاومت هوا در طی حرکت برابر صفر بوده است. پس کار نیروی مقاومت هوا در طی مسیر رفت و برگشت، مساوی و برابر صفر می‌باشد.

۳۸ | ۴ ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی مقاومت

هوا را در کل حرکت گلوله به دست می‌آوریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} \times \frac{100}{1000} \times (20)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{100}{1000} \times (30)^2 = -25 \text{ J}$$



و برای به دست آوردن نقطه‌ای که انرژی جنبشی و پتانسیل گلوله برابر است (نقطه ۳)، داریم:

$$E_p = E_k \Rightarrow K_p + U_p = K_1 + U_1 \xrightarrow{K_p = U_p} 2U_p = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow U_p = \frac{1}{4}mv^2 \Rightarrow mgh_p = \frac{1}{4}mv^2 \Rightarrow h_p = \frac{v^2}{4g}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{v_2^2}{4g}}{\frac{v_1^2}{4g}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

۱ ۴۲ توان خروجی بالابر برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{خروجی}}}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{6000}{10 \times 60} = 10 \text{ W}$$

توان ورودی بالابر برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{W_{\text{ورودی}}}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{10000}{10 \times 60} = \frac{100}{6} \text{ W}$$

بنابراین بازده این بالابر برابر است با:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{10}{\frac{100}{6}} \Rightarrow \text{بازده} = \frac{10}{\frac{100}{6}} = \frac{60}{100} = 0.6$$

۲ ۴۳ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_p - K_1 \Rightarrow W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = K_p - K_1$$

$$\xrightarrow{K_p = K_1} W_{\text{شخص}} - mgh = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} = mgh \xrightarrow{h = 30 \times 10 / 2 = 15 \text{ m}} W_{\text{شخص}} = 75 \times 10 \times 15 = 11250 \text{ J}$$

بنابراین توان خروجی شخص برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{شخص}}}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{11250}{50} = 225 \text{ W}$$

بنابراین بازده شخص برابر است با:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{225}{300} \times 100 = 75\%$$

۲ ۴۴

$$W_t = K_p - K_1 \Rightarrow W_F + W_{mg} = K_p$$

$$\Rightarrow Fd \cos 0^\circ = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 30 \times 1/5 \times 1 = \frac{1}{2} \times \frac{v^2}{10} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 45 \times 2 \times 5 = 450 \Rightarrow v = \sqrt{450} = 15\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳ ۴۵ جرم مایع داخل مخزن برابر است با:

$$m = \rho V \Rightarrow m = 1500 \times 4 = 6 \times 10^3 \text{ kg}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_p - K_1 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = K_p - K_1$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

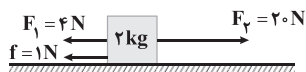
$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 6 \times 10^3 \times 10 + \frac{1}{2} \times 6 \times 10^3 \times (10)^2 = 9 \times 10^5 \text{ J}$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{9 \times 10^5}{2 \times 3600} = 125 \text{ W} \quad \text{بنابراین توان خروجی پمپ برابر است با:}$$

$$\text{بنابراین:} \quad \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = 50 \Rightarrow 50 = \frac{125}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 250 \text{ W}$$

۲ ۴۶ برآیند نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 و نیروی اصطکاک برابر با ۱۵ N و به سمت راست می‌باشد.



بنابراین کار خالصی که بر روی جسم انجام می‌شود برابر است با:

$$W_t = F_{\text{برآیند}} d \cos \theta \Rightarrow W_t = 15 \times 20 \times \cos 0^\circ = 300 \text{ J}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_p - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 300 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 300 \Rightarrow v = 10\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲ ۴۷ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_p - K_1 \Rightarrow W_F + W_{\text{اصطکاک}} = K_p - K_1$$

دقت کنید: کار نیروهای اتلافی مثل اصطکاک، منفی می‌باشد.

$$\Rightarrow W_F + (-20) = \frac{1}{2} \times 4 \times (20)^2 \Rightarrow W_F = 820 \text{ J}$$

با توجه به رابطه کار انجام شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow 820 = F \times 5 \times \cos 0^\circ \Rightarrow F = 164 \text{ N}$$

۳ ۴۸ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_p - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_p - K_1$$

$$\Rightarrow mgh + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_p - K_1$$

$$\Rightarrow 80 \times 10 \times 50 + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} \times 80 \times 5^2 - \frac{1}{2} \times 80 \times 2^2$$

$$\Rightarrow 40000 + W_{\text{مقاومت هوا}} = 840 \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -39160 \text{ J}$$

۲ ۴۹ انرژی جنبشی جسم در لحظه برخورد با فنر برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 = 100 \text{ J}$$

هنگامی حداکثر انرژی در فنر ذخیره می‌شود که جسم تمام انرژی جنبشی اولیه خود را به فنر بدهد و متوقف شود. از طرفی طبق اطلاعات داده شده در سوال در هنگام برخورد جسم با فنر، ۲۰ درصد از انرژی جسم تلف می‌شود. در این صورت حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر برابر است با:

$$U_{\text{فنر}} = \frac{80}{100} K_1 = \frac{80}{100} \times 100 = 80 \text{ J}$$



شیمی

۵۱ ۲

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• N_2 ، O_2 و CO_2 از جمله گازهای هواکره هستند که در زندگی روزانه

نقش حیاتی دارند.

• گیاهان با بهره‌گیری از نور خورشید و مصرف CO_2 هواکره، اکسیژن مورد

نیاز جانداران را تولید می‌کنند.

۵۲ ۲

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

گازهای A، X و E به ترتیب N_2 ، Ar و O_2 هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• تفاوت نقطه جوش گازهای Ar و O_2 بسیار کم بوده و به همین علت، تهیه O_2

صددرصد خالص در این فرایند دشوار است.

• واکنش‌پذیری گاز نجیب آرگون (با همان X) کمتر از گازهای N_2 و O_2 است.

۵۳ ۳

فراوان‌ترین گاز هواکره N_2 است و به‌جز پر کردن کپسول

غواصی، سایر موارد اشاره شده جزو کاربردهای آن است.

۵۴ ۱

• برای نام‌گذاری N_2O ، NO و ICl از پیشوند «مونو»

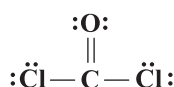
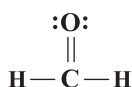
استفاده می‌شود.

• برای نام‌گذاری FeO ، CuS و $CrBr_2$ از عدد رومی (II) استفاده می‌شود.

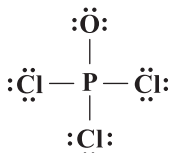
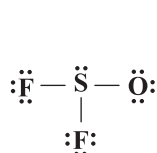
۵۵ ۳

در ساختار لوویس مولکول‌های $COCl_2$ و CH_3O پیوند

دوگانه وجود دارد:



ساختار لوویس سایر مولکول‌ها در زیر آمده است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۵۶ ۳

(۱) یوکسیت شامل Al_2O_3 و مقادیر ناخالصی است. در ناخالصی آن می‌تواند اتم

اکسیژن وجود داشته باشد.

(۲) مقدار گاز O_2 در لایه‌های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد.

(۴) چگالی گاز CO کمتر از هوا است.

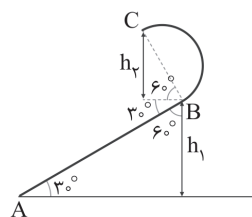
۵۰ ۳ ابتدا طول مسیر A تا C را برای محاسبه انرژی تلف‌شده در

کل مسیر به دست می‌آوریم:

$$C \text{ تا } A \text{ طول مسیر } = AB + \frac{1}{4} \text{ محیط دایره } = 20 + \pi R$$

$$= 20 + 3 \times 6 = 38 \text{ m}$$

$$\frac{1 \text{ m}}{38} \left| \begin{array}{l} 5 \text{ J} \\ ? \end{array} \right. \Rightarrow C \text{ تا } A \text{ انرژی تلف‌شده در مسیر } = 38 \times 5 = 190 \text{ J}$$



مبدأ پتانسیل گرانشی را نقطه A در نظر می‌گیریم:

$$h_C = h_1 + h_2 = AB \sin 30^\circ + BC \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow h_C = 20 \times \frac{1}{2} + 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10 + 10\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \text{ m}$$

از قضیه کار و انرژی درونی داریم:

$$E_A = E_C + W_f \Rightarrow \cancel{K_A} + \cancel{U_A} + U_{\text{فتر}} = K_C + U_C + W_f$$

$$\Rightarrow 1798 = K_C + mgh_C + 190 \Rightarrow 1608 = K_C + 4 \times 10 \times 20\sqrt{3}/2$$

$$\Rightarrow K_C = 800 \Rightarrow 800 = \frac{1}{2} \times 4 \times v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 400 \Rightarrow v_C = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه مشاوره ویرانه‌ریز آکو



بررسی عبارت‌ها:

- نسبت مجموع ضرایب فراورده‌ها به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش a برابر است با:

$$\frac{4+3+3}{2+3} = 2$$

- نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش b برابر است با:

$$\frac{2+2+3}{2+2} = 1.75$$

در واکنش a دو ترکیب Al_2O_3 و AlF_3 یونی هستند.

ضریب O_2 در هر کدام از واکنش‌ها برابر با ۳ است.

۶۲ ۴ مطابق قانون پایستگی جرم می‌توان نوشت:

جرم آب + جرم کربن دی‌اکسید = جرم اکسیژن + جرم پروپان (C_3H_8)

$$?g C_3H_8 = \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{11 \times 6.02 \times 10^{23} \text{ atom}} \times 1.655 \times 10^{25} \text{ atom} \times ?g C_3H_8$$

$$\times \frac{44g C_3H_8}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 110g C_3H_8$$

$$?g CO_2 = 7.5 \text{ mol} \times \frac{44g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 330g CO_2$$

$$?g H_2O = 6.02 \times 10^{24} \text{ molecule } H_2O$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule } H_2O} \times \frac{18g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 180g H_2O$$

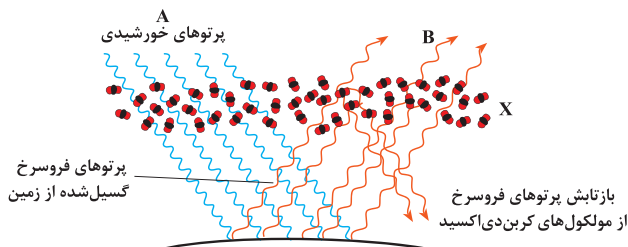
$$?g O_2 = (330 + 180) - (110) = 400g O_2$$

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

پ) دومین گاز نجیب فراوان لایه تروپوسفر هواکره، نئون است.

ت) هلیوم (He) جزو عنصرهای دسته s است.

۶۴ ۱ فقط عبارت اول درست است.



بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- علاوه بر گازهای H_2O و CO_2 ، مولکول‌های سه‌اتمی مانند O_3 نیز جزو گازهای گلخانه‌ای هستند.

A پرتوی فرابنفش است و طول موج آن کمتر از ۴۰۰ نانومتر می‌باشد.

- مولکول‌های X مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده از سطح زمین شده و بدین ترتیب زمین را گرم می‌کنند.

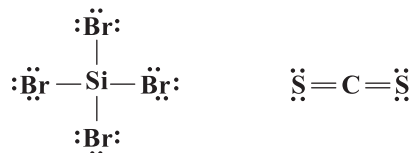
به جز عبارت سوم سایر عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

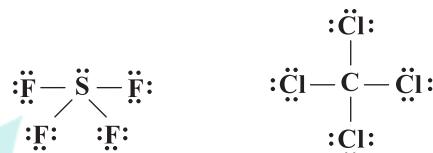
- به ساختارهای لوویس NO و NO_2 توجه کنید:



- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی مولکول $SiBr_4$ برابر با ۱۲ و شمار جفت الکترون‌های پیوندی مولکول CS_2 برابر با ۴ است:



- در ساختار SF_6 برخلاف CCl_4 اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی است:



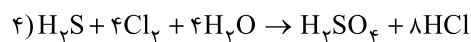
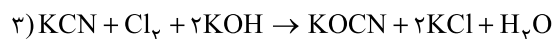
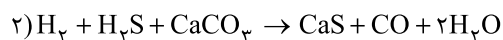
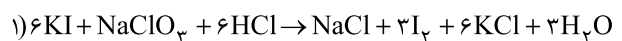
- آرایش الکترون نقطه‌ای اتم کلر به صورت $\cdot\ddot{Cl}:$ بوده و در ترکیب ClF_3 سه پیوند کووالانسی تشکیل داده است.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- ب) از واکنش اغلب اکسیدهای فلزی با آب، باز تولید می‌شود. لزوماً هر اکسیدفلزی، یک اکسید بازی نیست.

- ت) با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب، خاصیت اسیدی آب، افزایش و pH آن، کاهش می‌یابد.

۵۹ ۴ معادله موازنه‌شده هر چهار واکنش در زیر آمده است:



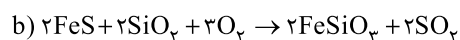
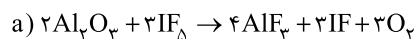
۶۰ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- سوزاندن سوخت‌های فسیلی در هواپیماها، حجم انبوهی CO_2 تولید می‌کند.
- ردپای CO_2 حاصل از انرژی الکتریکی بسیار سنگین است.

۶۱ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

معادله موازنه‌شده هر دو واکنش در زیر آمده است:





۶۵ ۳ برخی کشاورزان کلسیم اکسید (آهک) را به عنوان اکسید فلزی

برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی به خاک می‌افزایند.

۶۶ ۲ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• اگر هواکره وجود نداشت میانگین دمای کره زمین به 18°C کاهش می‌یافت.

• هنگامی که پرتوهای خورشیدی به زمین تابیده می‌شود، بخش کوچکی از این پرتوها به وسیله هواکره جذب می‌شود.

۶۷ ۲ عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در معادله واکنش مواد مذاب با نماد (l) نشان داده می‌شود.

• هر تغییر شیمیایی می‌تواند شامل یک یا چند واکنش شیمیایی باشد که هر یک از آن‌ها را با یک معادله نشان می‌دهند.

۶۸ ۳ ابتدا حساب می‌کنیم این تعداد درخت در ماه، چند

کیلوگرم CO_2 مصرف می‌کنند:

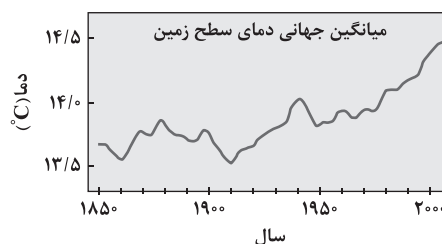
$$? \text{ kg CO}_2 = 200 \text{ tree} \times \frac{120 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ tree} \times 1 \text{ year}} \times \frac{1 \text{ year}}{12 \text{ month}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ kg CO}_2}{1000 \text{ g CO}_2} = 880 \text{ kg CO}_2$$

$$? \text{ kw.h} = 880 \text{ kg CO}_2 \times \frac{0.7 \text{ kw.h}}{1 \text{ kg CO}_2} = 616 \text{ kw.h}$$

۶۹ ۲ روند کلی میانگین جهانی دمای سطح زمین در ۱۵۰ سال

گذشته، افزایشی بوده، هر چند در برخی دهه‌ها، با کاهش نیز همراه بوده است:



۷۰ ۲ عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

هر دو عبارت اول و سوم مربوط به گاز گوگرد دی‌اکسید (SO_2) است.