دفترچه پاسخ

آزمون ۷ فروردین ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی پایه	کاظم اجلالی-شاهین پروازی-افشین خاصه‌خان-علی سلامت-پویان طهرانیان-حمید علیزاده-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-علی احمدی قزل‌دشت-محبوبه بهادری-محمد حمیدی-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش سوگند روشنی-رضا سیدنجفی-رضا عباسی‌اصل-هادی فولادی-امیر مالمیر
	آمارواحتمال	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-محبوبه بهادری-رضا توکلی-سوگند روشنی-احمدرضا فلاح
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-معصومه افضلی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل‌ارجمندی-فرشید رسولی-پوریا علاقه‌مند مسعود قره‌خانی-آرمین کمالی-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-حسین ناصحی-شادمان ویسی
	شیمی	بابک اسلامی-محمدرضا پورجاوید-امیر حاتمیان-مرتضی حسن‌زاده-میرحسن حسینی-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی یاسر راش -پویا رستگاری-روزبه رضوانی-حامد رمضانیان-امیرحسین طیبی-علیرضا کیانی‌دوست-عباس هنرجو

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه	آمارو احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محبوبه بیک‌محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

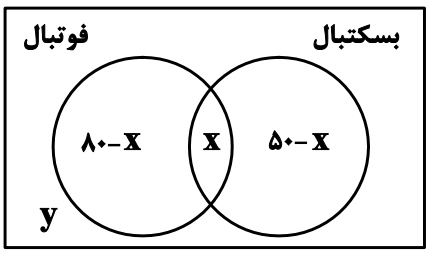
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

Konkurbanks

ریاضی پایه

۱- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

از نمودار ون زیر استفاده می‌کنیم که در آن x تعداد افرادی است که هم فوتبال و هم بسکتبال بازی می‌کنند. y هم تعداد افرادی است که هیچ کدام را بازی نمی‌کنند.



حال داریم:

$$۸۰-x+x+۵۰-x+y=۲۶۰\Rightarrow y-x=۱۳۰\ (۱)$$

هم‌چنین:

$$y=۲(۸۰-x)\Rightarrow y+۲x=۱۶۰\ (۲)$$

از (۱) و (۲) به دست می‌آید: $x=۱۰$ و $y=۱۴۰$. پس تعداد دانش‌آموزانی که فقط بسکتبال بازی می‌کنند، برابر ۴۰ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

با توجه به روابط بین جملات متساوی‌الفاصله در دنباله هندسی، در ابتدا داریم:

$$(a_۳)^۲=(a_۱)(a_۵)$$

$$\Rightarrow (\log_۴ ۴x)^۲=(\log_۲ ۲x)(\log_۸ ۸x)$$

$$\Rightarrow (۱+\frac{۱}{۲}\log_۲ x)^۲=(۱+\log_۲ x)(۱+\frac{۱}{۳}\log_۲ x)$$

$$\xrightarrow{\log_۲ x=T} ۱+\frac{T^۲}{۴}+T=۱+\frac{T}{۳}+T+\frac{T^۲}{۳}$$

$$\frac{T^۲}{۱۲}+\frac{T}{۳}=۰\Rightarrow \begin{cases} T=\log_۲ x=۰\Rightarrow x=۱ \text{ غ‌ق‌ق} \\ T=\log_۲ x=-۴\Rightarrow x=\frac{۱}{۱۶} \text{ ق} \end{cases}$$

پس اگر q قدرنسبت دنباله هندسی باشد، داریم:

$$\left.\begin{matrix} a_۱=\log_۲ ۲x=\log_۲ ۲^{-۳}=-۳ \\ a_۳=\log_۴ ۴x=\log_۴ ۴^{-۱}=-۱ \end{matrix}\right\}\Rightarrow q^۲=\frac{a_۳}{a_۱}=\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow a_{۱۷}=a_۱q^{۱۶}=a_۱(q^۲)^۸=(-۳)(\frac{۱}{۳^۸})=\frac{-۱}{۳^۷}=-۳^{-۷}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۳- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

از ویژگی جملات متوالی دنباله حسابی استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\tan\alpha+\cot\alpha=۲\left(\frac{۵}{۴}\right)\Rightarrow \tan\alpha+\cot\alpha=\frac{۵}{۲}$$

$$\tan^۲\alpha+۱=\frac{۵}{۲}\tan\alpha\Rightarrow ۲\tan^۲\alpha-۵\tan\alpha+۲=۰$$

$$\Rightarrow \tan\alpha=۲ \text{ یا } \frac{۱}{۲}$$

چون $\frac{\pi}{۴}<\alpha<\frac{\pi}{۲}$ ، پس $\tan\alpha>۱$ و در نتیجه $\tan\alpha=۲$ قابل قبول است. بنابراین در دنباله حسابی داده شده جمله اول و قدر نسبت برابر است با:

$$a_۱=\tan\alpha=۲$$

$$d=\frac{۵}{۴}-\tan\alpha=\frac{۵}{۴}-۲=-\frac{۳}{۴}$$

و حال مجموع ۲۰ جمله اول این دنباله برابر است با:

$$S_{۲۰}=\frac{۲۰}{۲}(۲a_۱+۱۹d)=۱۰(۴+۱۹(-\frac{۳}{۴}))=-۱۰۲/۵$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

Konkurbanks

۴- **گزینهٔ «۲»** *(پویان طهرانیان)*

ریشه‌های سهمی f، $x=-۱$ و $x=۵$ هستند، پس ضابطه آن را $f(x)=a(x+۱)(x-۵)$ در نظر می‌گیریم. عرض از مبدأ هم برابر ۵- است.

$$\Rightarrow f(۰)=-۵a=-۵\Rightarrow a=۱$$

$$\Rightarrow f(x)=x^۲-۴x-۵$$

حال ضابطه تابع gof به صورت زیر است:

$$(gof)(x)=-(۲f(x)+۷)=-۲x^۲+۸x+۳$$

و معادلهٔ $(gof)(x)=-۳$ را حل می‌کنیم:

$$-۲x^۲+۸x+۳=-۳\Rightarrow ۲x^۲-۸x-۶=۰$$

$$\Rightarrow x^۲-۴x-۳=۰\Rightarrow x=۲\pm\sqrt{۷}$$

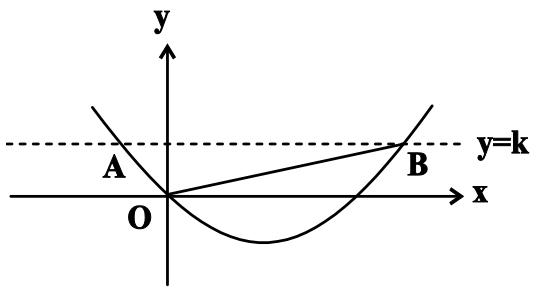
که جواب بزرگ‌تر $x=۲+\sqrt{۷}$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

نقاط $A(x_۱,k)$ و $B(x_۲,k)$ را روی شکل زیر در نظر بگیرید.



$x_۱$ و $x_۲$ طول نقاط تلاقی خط و سهمی یا جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۲x-k=۰$ هستند. حال شیب خطوط OA و OB را حساب می‌کنیم:

$$m_{OA}=\frac{y_O-y_A}{x_O-x_A}=\frac{k}{x_۱}$$

$$m_{OB}=\frac{y_O-y_B}{x_O-x_B}=\frac{k}{x_۲}$$

مثلث در O قائمه است، پس دو خط بر هم عمودند یعنی شیب‌ها قرینه و معکوس یکدیگر است:

$$\frac{k}{x_۱}\frac{k}{x_۲}=-۱\Rightarrow\frac{k^۲}{-k}=-۱\Rightarrow k=۱$$

در مثلث OAB، قاعدهٔ مثلث $|x_۲-x_۱|$ و ارتفاع آن k است؛ پس داریم:

$$|x_۲-x_۱|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=۲\sqrt{۲}\Rightarrow S_{OAB}=\frac{۲\sqrt{۲}\times۱}{۲}=\sqrt{۲}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۶- **گزینهٔ «۱»** *(جهانبخش نیکنام)*

فرض کنیم $x_۱$ و $x_۲$ ریشه‌های معادله باشند، پس مجموع مربعات آن‌ها برابر است با:

$$x_۱^۲+x_۲^۲=S^۲-۲P=(m-۲)^۲+۲(m+۳)$$

$$=m^۲-۲m+۱۰=(m-۱)^۲+۹$$

زمانی $x_۱^۲+x_۲^۲$ کمترین مقدار است که $m=۱$ باشد. در این صورت معادله به صورت $x^۲-x-۴=۰$ خواهد بود. در این معادله اختلاف دو ریشه برابر است با:

$$|x_۱-x_۲|=\sqrt{S^۲-۴P}=\sqrt{۱+۱۶}=\sqrt{۱۷}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

Konkurbanks

۷- **گزینهٔ «۲»** *(حمید علیزاده)*

سرعت حرکت تسمه را x در نظر می‌گیریم. مدت زمان رفت $t_1 = \frac{۹۰}{x+۲}$ ثانیه و مدت زمان برگشت $t_۲ = \frac{۹۰}{۲-x}$ ثانیه است.

داریم:

$$t_۲ - t_۱ = ۶۰$$

$$\Rightarrow \frac{۹۰}{۲-x} - \frac{۹۰}{۲+x} = ۶۰ \xrightarrow{\div ۳۰} \frac{۳}{۲-x} - \frac{۳}{۲+x} = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{۶x}{۴-x^۲} = ۲ \Rightarrow ۴ - x^۲ = ۳x$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۳x - ۴ = (x+۴)(x-۱) = ۰$$

$$\Rightarrow x = -۴ \text{ یا } ۱$$

مسئله را با فرض x مثبت در نظر گرفته‌ایم، پس سرعت حرکت تسمه ۱ متر بر ثانیه است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۸- **گزینهٔ «۴»** *(علی سلامت)*

از تغییر متغیر $\sqrt{x} = t$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{۳\sqrt{x}-۱}{۱+\sqrt{x}} = x \xrightarrow{\sqrt{x}=t} \frac{۳t-۱}{۱+t} = t^۲ \Rightarrow t^۳ + t^۲ - ۳t + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow (t-۱)(t^۲ + ۲t - ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۱ \Rightarrow \sqrt{x} = ۱ \Rightarrow x_۱ = ۱ \\ t = -۱ + \sqrt{۲} \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{۲} - ۱ \Rightarrow x_۲ = ۳ - ۲\sqrt{۲} \\ t = -۱ - \sqrt{۲} < ۰ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

دقت کنید که $t = \sqrt{x} > ۰$ است، پس اختلاف جواب‌ها برابر است با:

$$|x_۱ - x_۲| = |۲ - ۲\sqrt{۲}| = ۲\sqrt{۲} - ۲$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۹- **گزینهٔ «۴»** *(شاهین پروازی)*

ابتدا ضابطه تابع جدید را به دست می‌آوریم:

$$y = \left|\frac{x}{۲x-۱}\right| \xrightarrow[x \to x-۱]{\text{یک واحد به راست}} y = \left|\frac{x-۱}{۲x-۳}\right|$$

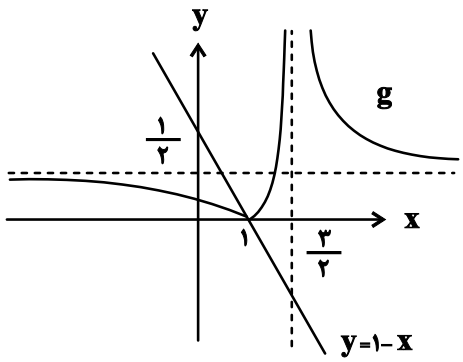
$$\xrightarrow[y \to y-۱]{\text{یک واحد به پائین}} f(x) = \left|\frac{x-۱}{۲x-۳}\right| - ۱$$

برای آنکه این تابع زیر نیمساز ناحیه‌های دوم و چهارم قرار بگیرد، باید نامعادلهٔ $f(x) < -x$ را حل کنیم یا به عبارت دیگر نامعادلهٔ زیر را:

$$\left|\frac{x-۱}{۲x-۳}\right| < ۱ - x$$

به دو روش حل کنیم:

الف) روش هندسی: نمودار تابع $g(x) = \left|\frac{x-۱}{۲x-۳}\right|$ و خط $y = ۱ - x$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار بالا، در بازهٔ $(-\infty, ۱)$ نمودار تابع g پائین‌تر از خط $y = ۱ - x$ است، پس $a = ۱$ است.

ب) روش جبری

$$\left|\frac{x-۱}{۲x-۳}\right| < ۱ - x \Rightarrow \frac{|x-۱|}{|۲x-۳|} < ۱ - x$$

$$\xrightarrow{x<۱} \frac{۱-x}{|۲x-۳|} < ۱ - x \Rightarrow \frac{۱}{|۲x-۳|} < ۱$$

$$\Rightarrow |۲x-۳| > ۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x-۳ < -۱ \Rightarrow x < ۱ \\ ۲x-۳ > ۱ \Rightarrow x > ۲ \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, ۱) \cup (۲, +\infty)$$

Konkurbanks

که اشتراک این مجموعه با بازهٔ $x<1$ همین بازهٔ $(-\infty,1)$ می‌شود. پس $a=1$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(حسابان ۱- جبر و معادله و تابع؛ صفحه‌های ۱۴، ۴۴ و ۴۵)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(جوانبخش نیکنام)*

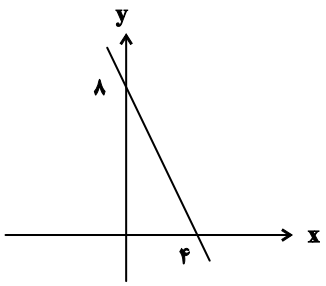
تابع خطی است، پس ضریب x^2 باید صفر باشد:

$$\Rightarrow k^2-9=0\Rightarrow k=\pm 3$$

اما $k=3$ غیرقابل‌قبول است، زیرا مخرج ضریب x را صفر می‌کند.

$$\Rightarrow f(x)=-2x+8$$

نمودار این خط به صورت زیر است:



برای اینکه f با دامنه $\mathbb{R}-[a,b]$ فقط از دو ربع دستگاه مختصات عبور کند، باید قسمتی را که نمودار بالا در ربع اول قرار دارد، حذف کنیم، یعنی باید $a\le 0$ و $b\ge 4$ باشد. پس کم‌ترین مقدار $b-a$ زمانی رخ می‌دهد که $b=4$ و $a=0$ باشد:

$$\Rightarrow (b-a)_{min}=4$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحهٔ ۱۰۳)

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

در ابتدا باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد.

$$3-|x-1|\ge 0\Rightarrow |x-1|\le 3\Rightarrow -3\le x-1\le 3$$
$$\Rightarrow -2\le x\le 4$$

از طرفی مخرج ضابطه f نباید برابر صفر شود:

$$\sqrt{3-|x-1|}\neq 1\Rightarrow 3-|x-1|\neq 1\Rightarrow |x-1|\neq 2$$

$$\Rightarrow x-1\neq\pm 2\Rightarrow x\neq 3\text{ یا }-1$$

پس دامنه تابع برابر است با:

$$D_f=[-2,4]-\{-1,3\}$$

این مجموعه شامل ۵ عدد صحیح است.

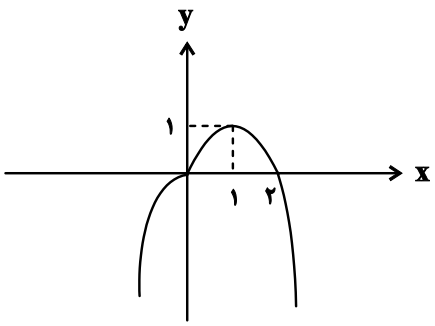
(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

دامنه دو تابع و در نتیجه تابع $f-g$ برابر $\mathbb{R}$ است. حال ضابطه تابع $f-g$ را به دست می‌آوریم:

$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)=\begin{cases}2x-x^2 & ;x\ge 0\\ -x^2 & ;x<0\end{cases}$$

نمودار این تابع را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار برد تابع بازهٔ $(-\infty,1]$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

دامنه تابع g، $D_g=\mathbb{R}-\{1\}$ و دامنه تابع f نیز $D_f=\mathbb{R}-[0,2]$ است، زیرا:

$$D_f: x^2-2x>0\Rightarrow x(x-2)>0\Rightarrow x<0\text{ یا }x>2$$

Konkurbanks

حال برای تابع gof داریم:

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$
$$= \{x \in \mathbb{R} - [0,2] \mid \log_3(x^2 - 2x) \neq 1\}$$
$$= \{x \in \mathbb{R} - [0,2] \mid x^2 - 2x \neq 3\}$$

در $x = -1$ و $x = 3$ حاصل عبارت $x^2 - 2x$ برابر ۳ است؛ زیرا:

$$x^2 - 2x = 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) = 0$$
$$\Rightarrow x = -1 \text{ یا } 3$$

در نهایت داریم:

$$D_{gof} = \{x \in \mathbb{R} - [0,2] \mid x \neq -1, 3\}$$
$$= \mathbb{R} - [0,2] - \{-1, 3\}$$

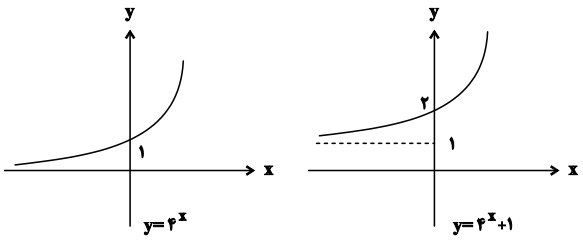
که این مجموعه ۵ عدد صحیح ۱-، ۰، ۱، ۲ و ۳ را در خود ندارد.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم اجلالی)*

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+x} + 2^{x-x}; x \geq 0 \\ 2^{x-x} + 2^{x+x}; x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4^x + 1; x \geq 0 \\ 1 + 4^x; x \leq 0 \end{cases}$$

بنابراین $f(x) = 4^x + 1$ و نمودار آن به صورت زیر است.



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

از آنجایی که $\log_b a^n = n \log_b a$ است، داریم:

$$x = \log(4^x - 90) + x \log 5$$
$$\Rightarrow (1 - \log 5)x = \log(4^x - 90)$$
$$\xrightarrow{\log 5 + \log 2 = 1} (\log 2)x = \log(4^x - 90)$$

مجدداً از این ویژگی استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\log 2^x = \log(4^x - 90) \Rightarrow 2^x = 4^x - 90$$
$$\Rightarrow 4^x - 2^x - 90 = (2^x - 10)(2^x + 9) = 0$$
$$\xrightarrow{2^x > 0} 2^x = 10 \Rightarrow x = \log_2^{10}$$

یعنی $a = \log_2^{10}$ بین دو عدد صحیح متوالی ۳ و ۴ قرار می‌گیرد، پس $[a] = 3$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(کاظم اجلالی)*

$$0 < x \leq \frac{\pi}{2} : 0 \leq \cos x < 1 \Rightarrow [\cos x] = 0 \Rightarrow f(x) = \sin x$$
$$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} : -1 \leq \cos x < 0 \Rightarrow [\cos x] = -1 \Rightarrow f(x) = \sin x - 1$$
$$\frac{3\pi}{2} \leq x < 2\pi : 0 \leq \cos x < 1 \Rightarrow [\cos x] = 0 \Rightarrow f(x) = \sin x$$

در نتیجه با توجه به ضابطه‌های بالا و نمودار داریم:

$$a = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$
$$b = f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \sin\frac{3\pi}{2} = -1$$
$$c = \lim_{x \to (\frac{3\pi}{2})^-} = \lim_{x \to (\frac{3\pi}{2})^-} (\sin x - 1) = -2$$
$$\Rightarrow a - b - c = 1 + 1 + 2 = 4$$

(حسابان ۱- تابع، مثلثات؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲ و ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

$$\tan\alpha = -2\tan\beta \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{2\sin\beta}{\cos\beta}$$
$$\Rightarrow \sin\alpha\cos\beta = -2\sin\beta\cos\alpha$$

Konkurbanks

$$\Rightarrow \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha}$$

$$= \frac{-2\sin\beta\cos\alpha+\sin\beta\cos\alpha}{-2\sin\beta\cos\alpha-\sin\beta\cos\alpha}$$

$$= \frac{-\sin\beta\cos\alpha}{-3\sin\beta\cos\alpha} = \frac{1}{3}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۸- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

چون مقدار حد صورت کسر در $x=\frac{\pi}{4}$ برابر صفر است ولی حد کسر برابر $\frac{1}{b}$ است و صفر نیست، پس حد مخرج کسر هم باید برابر صفر باشد:

$$\Rightarrow \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}(a\sin x+\cos x)=0 \Rightarrow a\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=0 \Rightarrow a=-1$$

حال حاصل حد را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{b}=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\sqrt{\tan x}}{\cos x-\sin x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\tan x}{\cos x-\sin x}\times\frac{1}{1+\sqrt{\tan x}}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\frac{\sin x}{\cos x}}{\cos x-\sin x}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\cos x-\sin x}{\cos x(\cos x-\sin x)}=\frac{1}{2}\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos x}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow b=\sqrt{2}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** (کاظم اجلالی)

مقدار تابع و حدود چپ و راست را حساب می‌کنیم:

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=b[4\sin\frac{\pi}{6}]+[\frac{-\pi}{\frac{\pi}{6}}]=2b-6$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi^-}{6}} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi^-}{6}} b[4\sin x]+[-\frac{\pi}{x}]=b-7$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi^+}{6}} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi^+}{6}}\frac{a\sin 6x}{6x-\pi}=\lim_{x\to\frac{\pi^+}{6}}\frac{a\sin(\pi-6x)}{-(\pi-6x)}=-a$$

پس برای پیوستگی در $x=\frac{\pi}{6}$ ، سه مقدار بالا باید برابر باشند:

$$\Rightarrow\begin{cases}2b-6=b-7\Rightarrow b=-1\\ b-7=-a\Rightarrow a=8\end{cases}\Rightarrow a-b=9$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

فرض کنید $f^{-1}(2)=a$. در این صورت:

$$f(a)=2\Rightarrow ma+\cos a=2 \quad (1)$$

$$f^{-1}(3)=2a\Rightarrow f(2a)=3\Rightarrow 2ma+\cos 2a=3$$

$$\Rightarrow 2ma+2\cos^2 a-1=3\Rightarrow ma+\cos^2 a=2 \quad (2)$$

از تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\cos^2 a=\cos a$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cos a=0\Rightarrow a=k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow m=\frac{2}{k\pi+\frac{\pi}{2}},k\in\mathbb{Z}\\ \cos a=1\Rightarrow a=2k\pi\Rightarrow m=\frac{1}{2k\pi},k\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

چون $\frac{1}{2k\pi}$ به ازای هر مقدار صحیح k کوچک‌تر از ۱ است، پس قابل قبول نیست و $\frac{2}{k\pi+\frac{\pi}{2}}$ فقط به ازای $k=0$ بزرگ‌تر از ۱ و برابر $\frac{4}{\pi}$ می‌شود.

پس $m=\frac{4}{\pi}$ و در نتیجه داریم:

$$f(x)=\frac{4}{\pi}x+\cos x\Rightarrow f(\frac{1}{m})=f\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$=\frac{4}{\pi}\times\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$$

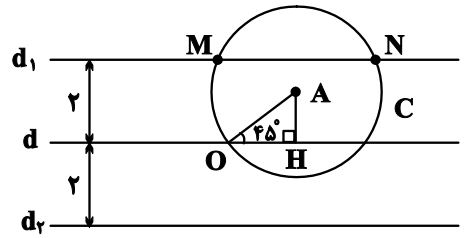
(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

Konkurbanks

هندسه ۱

۲۱- **گزینهٔ «۳»** (هادی فولادی)

مجموعهٔ نقاطی از صفحه که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۲ واحد باشند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ واحد قرار دارند و مجموعهٔ نقاطی از صفحه که از خط d به فاصلهٔ ۲ واحد باشند، روی دو خط موازی با d و در طرفین آن و به فاصلهٔ ۲ واحد از d واقع‌اند (خطوط d_1 و d_2).

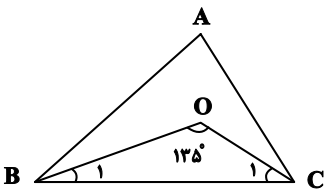


$$O\hat{A}H: \sin ۴۵^\circ = \frac{AH}{OA} \Rightarrow AH = ۲ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۲}$$

مطابق شکل دایرهٔ C، خط d_1 را در دو نقطهٔ M و N قطع می‌کند و این دو نقطه تنها جواب‌های مسئله هستند.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)



مطابق شکل در مثلث BOC داریم:

$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 + ۱۳۵^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = ۴۵^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{B}}{۲} + \frac{\hat{C}}{۲} = ۴۵^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۹۰^\circ$$

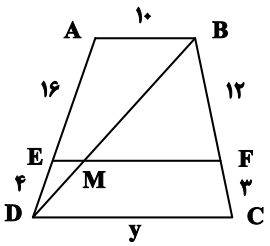
زاویهٔ قائمه A بزرگ‌ترین زاویهٔ مثلث ABC است، پس ضلع روبه‌رو به آن یعنی BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC خواهد بود.

$$B\hat{O}C: BO > CO \Rightarrow \hat{C}_1 > \hat{B}_1 \Rightarrow \frac{\hat{C}}{۲} > \frac{\hat{B}}{۲} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B}$$

بنابراین طبق قضیهٔ زاویهٔ برتر در مثلث ABC، $AB > AC$ است و در نتیجه نامساوی گزینهٔ «۱» درست است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۲۳- **گزینهٔ «۱»** (علی احمدی‌قزل‌دشت)



طبق قضیهٔ تالس در ذوزنقه داریم:

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{۴} = \frac{۱۲}{۳} \Rightarrow x = ۱۶$$

$$A\hat{B}D: EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{۱۰} = \frac{۴}{۲۰} \Rightarrow EM = ۲$$

$$MF = EF - EM = ۱۸ - ۲ = ۱۶$$

$$B\hat{D}C: MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{MF}{DC} = \frac{BF}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۶}{y} = \frac{۱۲}{۱۵} \Rightarrow y = ۲۰$$

بنابراین داریم:

$$x + y = ۱۶ + ۲۰ = ۳۶$$

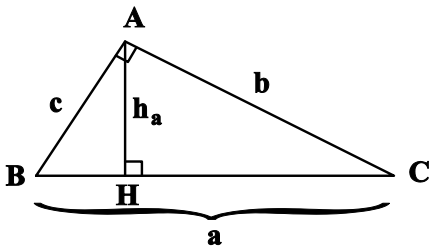
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

Konkurbanks

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(مجوبه بهاری)*

فرض کنید طول اضلاع مثلث برابر a، b، c و طول وتر مثلث برابر a باشد.

در این صورت $a+b+c=۶۰$ و $h_a=۱۲$ است.



طبق روابط طولی در این مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH\times BC=AB\times AC\Rightarrow ۱۲a=bc \quad (۱)$$

از طرفی داریم:

$$b+c=۶۰-a\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}}(b+c)^۲=(۶۰-a)^۲$$

$$\Rightarrow b^۲+c^۲+۲bc=۳۶۰۰-۱۲۰a+a^۲$$

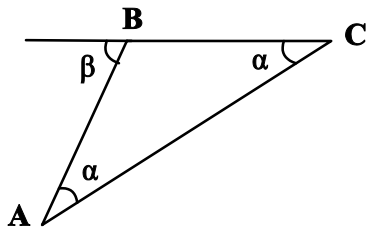
$$\xrightarrow{(۱)}۲۴a=۳۶۰۰-۱۲۰a$$

$$\Rightarrow ۱۴۴a=۳۶۰۰\Rightarrow a=۲۵$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمد حمیدی)*

طبق رابطهٔ تعداد قطرها در یک n ضلعی محدب داریم:



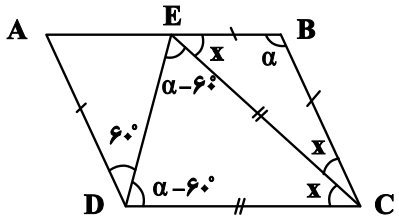
$$\frac{n(n-۳)}{۲}=۱۳۵\Rightarrow n(n-۳)=۲۷۰=۱۸\times۱۵\Rightarrow n=۱۸$$

فرض کنید مطابق شکل، A، B و C سه رأس متوالی این n ضلعی منتظم باشند. در این صورت $AB=BC$ و β (زاویهٔ خارجی نظیر رأس B) برابر است با:

$$\beta=۲\alpha\Rightarrow\frac{۳۶۰^\circ}{n}=۲\alpha\Rightarrow\alpha=\frac{۱۸۰^\circ}{n}\xrightarrow{n=۱۸}\alpha=۱۰^\circ$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۵۵)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیر مالمیر)*



$$BE=AD\xrightarrow{AD=BC}BE=BC$$

$$\Rightarrow\text{مثلث }B\hat{E}C\text{ متساوی‌الساقین است}$$

$$\Rightarrow B\hat{E}C=B\hat{C}E=x$$

$$BE\parallel CD,\text{ مورب }CE\Rightarrow D\hat{C}E=B\hat{E}C=x$$

$$\hat{B}=\hat{D}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ+C\hat{D}E$$

$$\Rightarrow C\hat{D}E=\alpha-۶۰^\circ$$

بنابراین در دو مثلث BEC و DEC داریم:

$$\begin{cases}\alpha+۲x=۱۸۰^\circ\\ ۲(\alpha-۶۰^\circ)+x=۱۸۰^\circ\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha+۲x=۱۸۰^\circ\\ ۲\alpha+x=۳۰۰^\circ\end{cases}$$

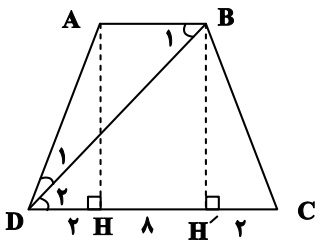
$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha=۱۴۰^\circ\\ x=۲۰^\circ\end{cases}$$

بنابراین $\hat{B}=\alpha=۱۴۰^\circ$ است.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

Konkurbanks

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(رضا سیدنبفی)*



$$AB \parallel DC, \text{مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_2}$$

$$\hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow AD = AB = 8$$

$$\overset{\Delta}{ADH} : AH^2 = AD^2 - DH^2 = 8^2 - 2^2 = 60$$

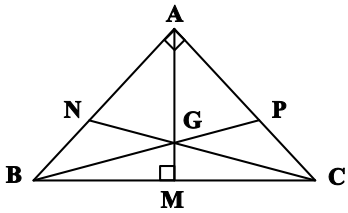
$$\Rightarrow BH'^2 = AH^2 = 60$$

$$\overset{\Delta}{BDH'} : BD^2 = BH'^2 + DH'^2 = 60 + 10^2$$

$$\Rightarrow BD^2 = 160 \Rightarrow BD = 4\sqrt{10}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



می‌دانیم از وصل کردن نقطهٔ همرسی میانه‌های یک مثلث به سه رأس آن مثلث، سه مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$S_{ABC} = 3S_{GAB} = 3 \times 6 = 18 \Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC = 18$$

$$\xrightarrow{AB=AC} \frac{1}{2} AB^2 = 18 \Rightarrow AB^2 = 36$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2AB^2 = 2 \times 36 = 72$$
$$\Rightarrow BC = 6\sqrt{2}$$

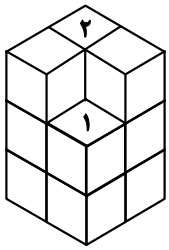
طول میانهٔ وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = \frac{1}{2} BC = 3\sqrt{2}$$

(هندسه ۱- چندضلعی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۷)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

در صورتی که این سازه را به طور کامل وارد یک مخزن رنگ کنیم، چهار مکعب ردیف پایین و دو مکعبی که با شماره‌های ۱ و ۲ در شکل مشخص شده‌اند، سه وجه رنگی خواهند داشت.



(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحهٔ ۹۰)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(رضا عباسی‌اصل)*

گزینهٔ «۱»: در یک صفحه، اگر خطی یک از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینهٔ «۲»: از هر نقطهٔ خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحهٔ شامل این خط بر صفحهٔ مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینهٔ «۳»: اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متنافر باشد.

گزینهٔ «۴»: از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

Konkurbanks

هندسه ۲

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(هانیه اتفاقی)*

$$A\hat{B}C : AC = BC \Rightarrow A\hat{B}C = \hat{A} = ۲۰^\circ$$

(زاویهٔ ظلی) $A\hat{B}C = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} = ۲۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۴۰^\circ$

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow ۲۰^\circ = \frac{\overset{\frown}{BD} - ۴۰^\circ}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = ۸۰^\circ$$

$$\overset{\frown}{DBC} = \overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{BC} = ۸۰^\circ + ۴۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

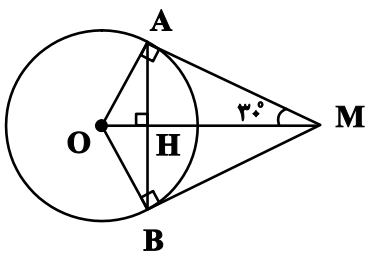
$$\Rightarrow \overset{\frown}{DC} = ۳۶۰^\circ - ۱۲۰^\circ = ۲۴۰^\circ$$

(زاویهٔ محاطی) $D\hat{B}C = \frac{\overset{\frown}{DC}}{۲} = \frac{۲۴۰^\circ}{۲} = ۱۲۰^\circ$

(هندسه ۲- دایره ؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

پاره خط OM نیمساز زاویهٔ بین دو مماس است، پس $\hat{OMA} = ۳۰^\circ$. می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ ۳۰° ، طول ضلع روبه‌رو به این زاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:



$$O\hat{A}M : OA = \frac{۱}{۲}OM = \frac{۱}{۲} \times ۶ = ۳$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAM داریم:

$$OA^۲ = OH \times OM \Rightarrow ۳^۲ = OH \times ۶ \Rightarrow OH = \frac{۹}{۶} = ۱/۵$$

(هندسه ۲- دایره ؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع برابر a باشد، آن‌گاه داریم:

(شعاع دایرهٔ محاطی خارجی) $r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲}{\frac{۳a}{۲} - a}$

$$= \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲}{\frac{a}{۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a$$

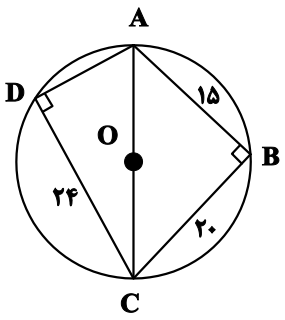
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}a = \sqrt{۳} \Rightarrow a = ۲$$

(مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع) $S = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times ۴ = \sqrt{۳}$

(هندسه ۲- دایره ؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به اینکه عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی $ABCD$ همرس هستند، پس این چهارضلعی محاطی است و چون مرکز دایرهٔ محیطی چهارضلعی (نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها) روی قطر AC قرار دارد، پس AC قطر دایرهٔ محیطی نیز هست و در نتیجه زوایای B و D قائمه هستند. بنابراین داریم:



$$A\hat{B}C : AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ = ۲۲۵ + ۴۰۰$$
$$= ۶۲۵ \Rightarrow AC = ۲۵$$

$$A\hat{D}C : AC^۲ = AD^۲ + CD^۲ \Rightarrow ۶۲۵ = AD^۲ + ۵۷۶$$
$$\Rightarrow AD^۲ = ۴۹ \Rightarrow AD = ۷$$

Konkurbanks

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = \frac{۱۵ \times ۲۰}{۲} + \frac{۲۴ \times ۷}{۲}$$

$$= ۱۵۰ + ۸۴ = ۲۳۴$$

(هندسه ۲- دایره ؛ صفحهٔ ۲۷)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(مجوبه بهاری)*

هر بردار انتقالی که موازی نیمساز ربع اول دستگاه مختصات (خط $y = x$) باشد را می‌توان به صورت $\vec{v} = (a, a)$ نمایش داد. بنابراین مختصات نقطهٔ B' به صورت $B'(-۱+a, ۱+a)$ خواهد بود. دوران تبدیلی طولپا است، در نتیجه اگر B' دوران یافتهٔ A به مرکز مبدأ مختصات و زاویهٔ θ باشد، آنگاه داریم:

$$OB' = OA \Rightarrow \sqrt{(-۱+a)^۲ + (۱+a)^۲} = \sqrt{۲^۲ + (\sqrt{۲})^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۱ - ۲a + a^۲ + ۱ + ۲a + a^۲ = ۴ + ۲$$

$$\Rightarrow ۲a^۲ = ۴ \Rightarrow a^۲ = ۲$$

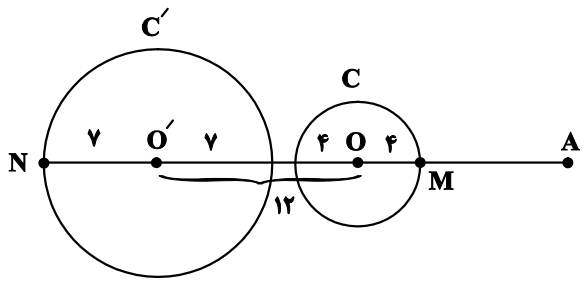
طول بردار انتقال همان طول پاره‌خط BB' است،

$$BB' = \sqrt{(-۱+a+۱)^۲ + (۱+a-۱)^۲} = \sqrt{a^۲ + a^۲} = \sqrt{۲a^۲}$$

$$= \sqrt{۴} = ۲$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها ؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(هانیه اتفاقی)*



با توجه به نسبت تجانس دو دایره داریم:

$$k = \frac{R'}{R} \Rightarrow \frac{۷}{۴} = \frac{۷}{R} \Rightarrow R = ۴$$

مطابق شکل فرض کنید A مرکز تجانس مستقیم دو دایره باشد. اگر $AM = x$ باشد، آنگاه داریم:

$$k = \frac{AO'}{AO} \Rightarrow \frac{۷}{۴} = \frac{x+۱۶}{x+۴} \Rightarrow ۷(x+۴) = ۴(x+۱۶)$$

$$\Rightarrow ۷x + ۲۸ = ۴x + ۶۴ \Rightarrow ۳x = ۳۶ \Rightarrow x = ۱۲$$

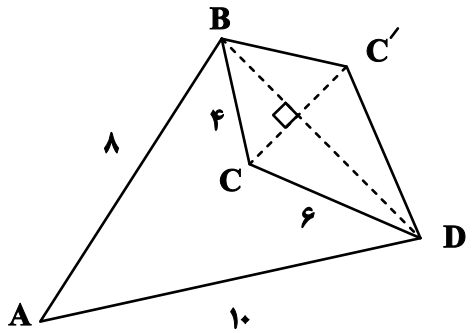
مطابق شکل نقطهٔ N روی دایرهٔ C' ، دارای بیشترین فاصلهٔ ممکن از مرکز تجانس است. این فاصله برابر است با:

$$AN = AO' + O'N = (x+۱۶) + ۷ \xrightarrow{x=۱۲} AN = ۳۵$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

برای انجام این کار کافی است بازتاب نقطهٔ C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D به دست آوریم.



میزان افزایش مساحت برابر مساحت چهارضلعی $BCDC'$ است. مطابق شکل داریم:

$$S_{BCDC'} = ۲S_{BCD} = ۲ \times \frac{۱}{۲} BC \times CD \times \sin ۱۵۰^\circ$$

$$= ۴ \times ۶ \times \frac{۱}{۲} = ۱۲$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

Konkurbanks

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

$$\sin^۲ A+\cos^۲ A=۱\Rightarrow\left(\frac{۴}{۵}\right)^۲+\cos^۲ A=۱$$

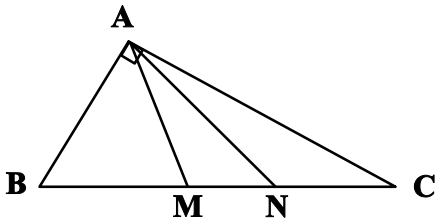
$$\Rightarrow \cos^۲ A=۱-\frac{۱۶}{۲۵}=\frac{۹}{۲۵}$$

در صورت انتخاب مقدار منفی برای کسینوس زاویهٔ A، این زاویه بزرگ‌تر از ۹۰° بوده و حداکثر مقدار برای اندازهٔ ضلع مقابل آن (ضلع BC) حاصل می‌شود. طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$BC^۲=AB^۲+AC^۲-۲AB\times AC\times\cos A$$
$$=۵^۲+۵^۲-۲\times۵\times۵\times(-\frac{۳}{۵})$$
$$=۲۵+۲۵+۳۰=۸۰$$
$$\Rightarrow BC=\sqrt{۸۰}=۴\sqrt{۵}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AC^۲=BC^۲-AB^۲=۶۴-۲۸=۳۶$$

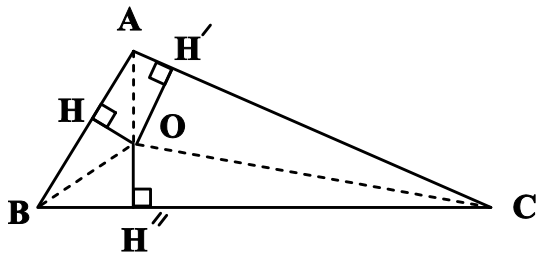
می‌دانیم طول میانهٔ وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است، پس $AM=\frac{BC}{۲}=۴$. از طرفی AM میانهٔ وارد بر ضلع BC است، پس $CM=\frac{BC}{۲}=۴$. حال طبق قضیهٔ میانه‌ها در مثلث AMC داریم:

$$AM^۲+AC^۲=۲AN^۲+\frac{CM^۲}{۲}\Rightarrow ۱۶+۳۶=۲AN^۲+\frac{۱۶}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲AN^۲=۴۴\Rightarrow AN^۲=۲۲\Rightarrow AN=\sqrt{۲۲}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحهٔ ۶۹)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



مطابق شکل فرض کنید $BC=a=۱۵$ ، $AC=b=۱۳$ و $AB=c=۴$ باشد. طبق قضیهٔ هرون در مثلث ABC داریم:

$$P=\frac{a+b+c}{۲}=\frac{۱۵+۱۳+۴}{۲}=۱۶$$

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{۱۶\times۱\times۳\times۱۲}=۲۴$$

اگر مثلث ABC را به سه مثلث OAB، OAC و OBC تقسیم کنیم، داریم:

$$S_{OAB}+S_{OAC}+S_{OBC}=S_{ABC}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}OH\times AB+\frac{۱}{۲}OH'\times AC+\frac{۱}{۲}OH''\times BC=S_{ABC}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۱\times۴+\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۳+\frac{۱}{۲}OH''\times۱۵=۲۴$$
$$\Rightarrow\frac{۱۵}{۲}OH''=۹\Rightarrow OH''=\frac{۲\times۹}{۱۵}=\frac{۶}{۵}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

Konkurbanks

آمار و احتمال

۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

در صورتی ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ درست است که ارزش p و q یکسان باشند. در نتیجه خواهیم داشت:

$$p \equiv q \equiv T \Rightarrow T \vee ((T \Rightarrow F) \wedge T) \equiv T \vee F \equiv T$$

هر سه گزینه ۱ و ۲و ۳ نیز ارزشی درست پیدا می‌کنند.

$$p \equiv q \equiv F \Rightarrow F \vee ((F \Rightarrow T) \wedge F) \equiv F \vee F \equiv F$$

هر سه گزینه ۱ و ۲و ۳ نیز ارزشی نادرست پیدا می‌کنند.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(مصوبه بهاری)*

ابتدا از میان اعضای A به جز a، یک عضو انتخاب می‌کنیم تا مجموعهٔ تک عضوی را تشکیل دهد و سپس اعضای سه مجموعهٔ دو عضوی را انتخاب می‌کنیم.

دقت کنید که به دلیل وجود سه مجموعه با تعداد اعضای یکسان، تعداد حالت‌ها باید بر $3!$ تقسیم شود.

$$\text{تعداد افرازها} = \frac{\binom{6}{1}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}}{3!} = \frac{6 \times 15 \times 6 \times 1}{6} = 90$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحهٔ ۲۱)

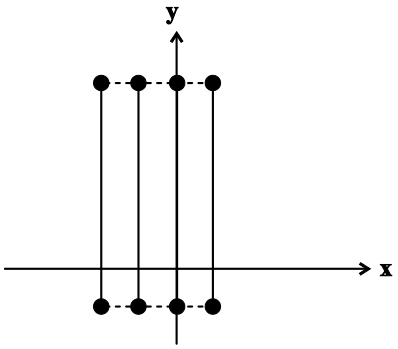
۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا با توجه به تعاریف A_n و B_i، مجموعه‌های A_2 و B_2 را به دست می‌آوریم:

$$A_2 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -2, 2^m \leq 2\} = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$B_2 = [-2, 8]$$

سپس ضرب دکارتی $A_2 \times B_2$ را محاسبه کرده و رسم می‌کنیم.



در نتیجه ضرب دکارتی $A_2 \times B_2$، چهار پاره‌خط به طول ۱۰ و موازی محور yها است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(هانیه اتفاقی)*

اگر پیشامد اینکه حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز باشد را A بنامیم، آنگاه A' پیشامد آن است که هر سه توپ انتخابی آبی باشند، در این صورت داریم:

$$P(A') = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{7}{24}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

روش اول: ابتدا جدول ارزش گزاره‌ها را برای گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ رسم می‌کنیم.

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	ن	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

Konkurbanks

در ۷ ردیف از جدول، ارزش گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ درست است که در ۴ ردیف آن ارزش گزارهٔ r نیز درست است، پس احتمال مورد نظر برابر $\frac{۴}{۷}$ است.

روش دوم: ارزش گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ تنها در حالتی نادرست است که مقدم آن یعنی $p \wedge q$ درست و تالی آن یعنی r نادرست باشد که برای درستی ترکیب عطفی p و q لازم است هر دو گزاره درست باشند. بنابراین تنها در یک حالت از ۸ حالت جدول، ارزش گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نادرست و در ۷ حالت دیگر ارزش این گزاره درست است.

واضح است که در صورت درستی r، ترکیب شرطی $(p \wedge q) \Rightarrow r$ به دلیل درستی تالی، درست خواهد بود، پس در هر ۴ حالتی که r در جدول درست است، ارزش این ترکیب شرطی نیز درست بوده و احتمال مورد نظر برابر $\frac{۴}{۷}$ است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به مستقل بودن پیشامدهای A و B، دو پیشامد A' و B' نیز مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow P(A)P(B) = ۰/۲۴$$

$$P(A' \cap B') = P(A')P(B') = (۱ - P(A))(۱ - P(B))$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B') = ۱ - P(A) - P(B) + P(A)P(B)$$

$$\Rightarrow ۰/۱۴ = ۱ - (P(A) + P(B)) + ۰/۲۴$$
$$\Rightarrow P(A) + P(B) = ۱/۱$$

بنابراین $P(A), P(B)$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ - ۱/۱x + ۰/۲۴ = ۰$ هستند.

$$x^۲ - ۱/۱x + ۰/۲۴ = ۰ \Rightarrow (x - ۰/۸)(x - ۰/۳) = ۰$$

$$\xrightarrow{P(A)>P(B)} \begin{cases} P(A) = ۰/۸ \\ P(B) = ۰/۳ \end{cases}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = ۰/۸ - ۰/۲۴ = ۰/۵۶$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(رضا توکلی)*

دقت کنید که پیشامد اینکه شلیک‌ها به هدف اصابت کند مستقل از هم می‌باشد.

پس:

$A =$ پیشامد اینکه A هدف را بزند

$B =$ پیشامد اینکه B هدف را بزند

$C =$ پیشامد اینکه C هدف را بزند

ابتدا احتمال اینکه حداقل یکی از نفرات A و B هدف را بزند حساب می‌کنیم.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= ۰/۲ + ۰/۵ - ۰/۲ \times ۰/۵ = ۰/۶$$

حال احتمال اینکه حداقل یکی از نفرات A و C هدف را بزند حساب می‌کنیم.

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$

$$= ۰/۲ + ۰/۳ - ۰/۲ \times ۰/۳ = ۰/۴۴$$

حال با توجه به قانون جمع احتمال داریم:

تاس عدد ۶ ظاهر شود $\frac{۱}{۶} \xrightarrow[\text{احتمال اصابت}]{\text{}A,B\text{ شلیک می‌کنند}} ۰/۶$

تاس عدد ۳ ظاهر شود $\frac{۱}{۶} \xrightarrow[\text{احتمال اصابت}]{\text{}C,A\text{ شلیک می‌کنند}} ۰/۴۴$

تاس $\{۲,۴\}$ ظاهر شود $\frac{۱}{۳} \xrightarrow{B\text{ شلیک می‌کند}} ۰/۵$

تاس عدد $\{۱,۳\}$ ظاهر شود $\frac{۱}{۳} \xrightarrow{C\text{ شلیک می‌کند}} ۰/۳$

Konkurbanks

پس احتمال اصابت تیر به هدف به فرم زیر است.

$$\frac{۱}{۶}\times ۰/۶+\frac{۱}{۶}\times ۰/۴۴+\frac{۱}{۳}\times ۰/۵+\frac{۱}{۳}\times ۰/۳=۰/۴۴$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** (سوگند روشنی)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$\underbrace{۳,۴,۶,۷,۸,۱۴}, \underset{\text{میانه}}{\underbrace{۱۵}}, \underbrace{۱۷,۱۷,۲۰,۲۱,۲۲,۲۵}$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ و عددی فرد است، پس دادهٔ هفتم یعنی ۱۵، میانه داده‌ها است. میانهٔ شش دادهٔ اول برابر چارک اول و میانهٔ شش دادهٔ آخر برابر چارک سوم است.

$$Q_۱=\frac{۶+۷}{۲}=۶/۵\ ,\ Q_۳=\frac{۲۰+۲۱}{۲}=۲۰/۵$$

بنابراین داده‌های داخل جعبه به صورت زیر است:

$$۷,۸,۱۴,\underset{\text{میانه}}{\underbrace{۱۵}},۱۷,۱۷,۲۰$$

میانهٔ این داده‌ها همان عدد وسطی یعنی ۱۵ است و میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{۷+۸+۱۴+۱۵+۱۷+۱۷+۲۰}{۷}=\frac{۹۸}{۷}=۱۴$$

$$\text{اختلاف میانه و میانگین}=۱۵-۱۴=۱$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** (احمدرضا فلاح)

می‌دانیم اگر در داده‌های $x_۱,x_۲,...,x_n$ میانگین و انحراف معیار به ترتیب $\bar{x}$ و σ باشد. آنگاه در داده‌های $ax_۱+b,ax_۲+b,...,ax_n+b$ میانگین و انحراف معیار به ترتیب $a\bar{x}+b$ و $|a|\sigma$ می‌باشند.

$$\text{داده‌های اولیه}: x_۱,x_۲,...,x_۱۰ \Rightarrow \bar{x}=\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

$$\Rightarrow \bar{x}=\frac{۱۲۰}{۱۰}=۱۲$$

$$u_i=kx_i+\frac{۱}{k}$$

$$\Rightarrow \text{داده‌های جدید}: kx_۱+\frac{۱}{k},kx_۲+\frac{۱}{k},...,kx_{۱۰}+\frac{۱}{k}$$

$$(C.V)_{\text{جدید}}=\frac{۳}{۴}(C.V)_{\text{اولیه}} \Rightarrow \frac{k\sigma}{k\bar{x}+\frac{۱}{k}}=\frac{۳}{۴}\frac{\sigma}{\bar{x}}$$

$$\xrightarrow{\bar{x}=۱۲} \frac{k}{k\times ۱۲+\frac{۱}{k}}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۱۲}$$

$$\Rightarrow ۱۶k=۱۲k+\frac{۱}{k} \Rightarrow ۴k=\frac{۱}{k}$$

$$\Rightarrow k^۲=\frac{۱}{۴} \xrightarrow{k>۰} k=\frac{۱}{۲}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** (سوگند روشنی)

ابتدا میانگین و انحراف معیار داده‌های نمونه را بدست می‌آوریم.

داده‌ها تشکیل دنباله عددی می‌دهند.

$$\begin{cases}\bar{x}=\frac{\text{عدد اول}+\text{آخر}}{۲}=\frac{۲+۱۴}{۲}=۸\\ \sigma=\sqrt{\frac{n^۲-۱}{۱۲}}d=\sqrt{\frac{۴۹-۱}{۱۲}}\times ۲=۴\end{cases}$$

$$\bar{x}-۲\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+۲\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$۸-۲\times\frac{۴}{۲/۶}<\mu<۸+۲\times\frac{۴}{۲/۶}$$

$$\Rightarrow ۸-۳/۰۷<\mu<۸+۳/۰۷$$

$$\Rightarrow ۴/۹۳<\mu<۱۱/۰۷$$

$$\xrightarrow{\text{تقریباً}} ۵\le\mu\le ۱۱$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

Konkurbanks

فیزیک ۱

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

الف) درست

ب) نادرست؛ طول از کمیت‌های اصلی و حجم و فشار از کمیت‌های فرعی SI هستند.

پ) نادرست؛ یکای انرژی بر حسب یکای کمیت‌های اصلی در SI به‌صورت $kg.m^2/s^2$ است که یکای SI آن ژول (J) نامیده می‌شود.

ت) نادرست؛ طول کمیت نرده‌ای و سرعت کمیت برداری است.

با این توضیحات فقط یک عبارت درست وجود دارد.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

آهنگ رشد قد دختربچه $۱/۷\frac{nm}{s}$ می‌باشد که باید این آهنگ رشد را برحسب سانتی‌متر بر سال به‌دست آوریم. داریم:

$$۱/۷\frac{nm}{s}=?\frac{cm}{year}$$

$$۱/۷\frac{nm}{s}\times\frac{۱۰^{-۹}m}{۱nm}\times\frac{۱cm}{۱۰^{-۲}m}\times\frac{۸۶۴۰۰s}{۱day}\times\frac{۳۶۵day}{۱year}$$

$$=۵/۳۶۱۱۲\frac{cm}{year}\simeq ۵/۳۶\frac{cm}{year}$$

به عبارت دیگر دختربچه در هر سال به‌طور متوسط تقریباً $۵/۳۶cm$ رشد می‌کند، بنابراین در ۲۰ سال داریم:

$$۲۰\times ۵/۳۶=۱۰۷/۲cm$$

قد اولیهٔ دختر $۵۰cm$ بوده است، بنابراین پس از ۲۰ سال قدش به $۱۰۷/۲+۵۰=۱۵۷/۲cm$ می‌رسد.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا مساحت سطح مقطع پایین ظرف را می‌یابیم و حجم آن‌را حساب می‌کنیم:

$$A_۱=\pi r^۲\xrightarrow{r=\frac{D}{۲}}A_۱=\pi\frac{D^۲}{۴}$$

$$\xrightarrow{D=۴۰cm}A_۱=۳\times\frac{۱۶۰۰}{۴}=۱۲۰۰cm^۲$$

$$V_۱=A_۱h_۱\xrightarrow{h_۱=۱۰cm}V_۱=۱۲۰۰\times۱۰=۱۲۰۰۰cm^۳$$

اکنون مشخص می‌کنیم از ۱۵ لیتر مایع، چند لیتر آن در قسمت باریک ظرف جای می‌گیرد و سپس ارتفاع مایع قسمت باریک را حساب می‌کنیم. دقت کنید برای سادگی محاسبه، لیتر را به cm^3 تبدیل می‌کنیم. چون هر لیتر برابر $۱۰۰۰cm^3$ است، بنابراین حجم کل مایع $۱۵۰۰۰cm^3$ است که $V_۱=۱۲۰۰۰cm^3$ آن در قسمت بزرگ‌تر ظرف و $V_۲=۱۵۰۰۰-۱۲۰۰۰=۳۰۰۰cm^3$ در قسمت باریک ظرف جای می‌گیرد. با توجه به این‌که مساحت سطح مقطع باریک ظرف $۱۰۰cm^2$ است، ارتفاع آن برابر است با:

$$V_۲=A_۲h_۲\xrightarrow[V_۲=۳۰۰۰cm^3]{A_۲=۱۰۰cm^2}۳۰۰۰=۱۰۰\times h_۲$$

$$\Rightarrow h_۲=۳۰cm$$

در پایان به‌صورت زیر چگالی مایع را پیدا می‌کنیم. ارتفاع مایعی که بر کف ظرف فشار وارد می‌کند، برابر $h=h_۱+h_۲=۱۰+۳۰=۴۰cm$ است. در این حالت داریم:

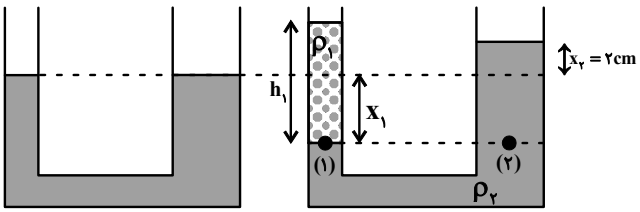
$$\begin{cases}P=\rho gh\\F=PA\end{cases}\Rightarrow F=\rho ghA_۱\xrightarrow[A_۱=۱۲۰۰cm^۲=۱۲۰۰\times۱۰^{-۴}m^۲]{h=۴۰cm=۰/۴m,F=۲۴۰۰N}$$

$$۲۴۰۰=\rho\times۱۰\times۰/۴\times۱۲۰۰\times۱۰^{-۴}\Rightarrow\rho=۵۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

هرگاه مایعی به شاخهٔ سمت چپ اضافه شود، سطح مایع اولیه در این شاخه به اندازه $x_۱$ پایین می‌رود و در شاخهٔ سمت راست، سطح مایع به اندازهٔ $x_۲$ بالا می‌رود. بنابراین طبق صورت سؤال $x_۲=۲cm$ می‌باشد.



حجم مایع جابه‌جا شده در دو طرف لوله یکسان می‌باشد، داریم:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow A_۱x_۱=A_۲x_۲$$

$$\Rightarrow ۲۰\times x_۱=۴۰\times۲\Rightarrow x_۱=۴cm$$

در نهایت طبق اصل هم‌فشاری در نقاط (۱) و (۲) داریم:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow\rho_۱h_۱=\rho_۲(x_۱+x_۲)$$

$$\Rightarrow ۰/۶h_۱=۱/۵(۴+۲)\Rightarrow h_۱=۱۵cm$$

به عبارت دیگر ارتفاع مایع اضافه شده به سمت چپ برابر $۱۵cm$ می‌باشد. در نتیجه جرم مایع اضافه شده برابر است با:

$$m_۱=\rho_۱V_۱=\rho_۱A_۱h_۱=۰/۶\times۲۰\times۱۵=۱۸۰g$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

Konkurbanks

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

با استفاده از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی، کار برایند نیروها برابر است با تغییرات انرژی جنبشی. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow 20 + W_{F_2} = \frac{1}{2}\times 2\times 8^2 - \frac{1}{2}\times 2\times 6^2 \Rightarrow W_{F_t} = 8J$$

(فیزیک ۱ – کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۵۶- **گزینهٔ «۱»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

اندازهٔ نیروی اصطکاک را f، طول سطح شیب‌دار را برابر با d و ارتفاع سطح شیبدار را h در نظر می‌گیریم. کار نیروی اصطکاک از A تا B برابر است:

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow -fd = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow -fd = (mgh + 0) - (0 + K_1) \Rightarrow -fd = mgh - K_1 \quad (*)$$

کارنیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت برابر است با:

$$K_3 - K_1 = -2fd \qquad (**)$$

از حل دو رابطه خواهیم داشت:

$$K_3 - K_1 = 2mgh - 2K_1 \Rightarrow h = \frac{K_1 + K_3}{2mg}$$

$$\Rightarrow h = \frac{\frac{1}{2}m(v_1^2 + v_3^2)}{2mg} = \frac{v_1^2 + v_3^2}{4g} = \frac{10^2 + 20^2}{4\times 10} = 12/5m$$

(فیزیک ۱ – کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۷۳)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا دما برحسب درجهٔ فارنهایت را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=50^\circ F} 50 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow \theta = 10^\circ C \Rightarrow T = 10^\circ C$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$، تغییر طول میله در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم. با توجه به شکل زیر، در بازهٔ دمایی $T_1 = 0^\circ C$ تا $T_2 = 100^\circ C$، تغییر طول میله برابر با $\Delta L = 100/2 - 100 = 0/2cm$ است. برای بازهٔ دمایی $T_1 = 0^\circ C$ تا $T_2' = 50^\circ F = 10^\circ C$، چون ضریب انبساط طولی ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \xrightarrow{L_1, \alpha \text{ ثابت‌اند}} \frac{\Delta L'}{\Delta L} = \frac{\Delta T'}{\Delta T}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L'}{0/2} = \frac{10}{100} \Rightarrow \Delta L' = 0/02cm$$

بنابراین طول میله در دمای $50^\circ F = 10^\circ C$ برابر است با:

$$L_2' = L_1 + \Delta L' = 100 + 0/02 \Rightarrow L_2' = 100/02cm$$

(فیزیک ۱ – دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۰)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا محبی)*

چون در نهایت مقداری از یخ باقی می‌ماند، یعنی مخلوط آب و یخ در حال تعادل داریم و دمای تعادل صفر درجهٔ سلسیوس خواهد بود، اگر m' جرم یخ ذوب شده باشد، داریم:

$$m' = m - 37/5 \ (g)$$

مقدار گرمایی که جرم m' یخ می‌گیرد تا ذوب شود $(|Q_1|)$ برابر با مقدار گرمایی است که آب از دست می‌دهد $(|Q_2|)$ تا به دمای تعادل صفر درجهٔ سلسیوس برسد:

$$|Q_1| = |Q_2| \xrightarrow{m'=m-37/5(g)} (m - 37/5)L_F = m_W c|\Delta\theta|$$

$$\xrightarrow{L_F = 336\frac{kJ}{kg}, c = 4/2\frac{kJ}{kg}, |\Delta\theta| = 20^\circ C}$$

$$(m - 37/5)\times(336) = 750\times 4/2\times 20$$

$$\Rightarrow m = 225g = 0/225kg$$

(فیزیک ۱ – دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود قره‌خانی)*

می‌دانیم که برای مقدار معینی گاز آرمانی، انرژی درونی با مقدار PV رابطهٔ مستقیم دارد. بنابراین می‌توان گفت:

$$\frac{P_C V_C}{P_A V_A} = \frac{U_C}{U_A} \Rightarrow \frac{P_1 \times 2V_1}{\frac{5}{2}P_1 \times V_1} = \frac{U_C}{8000}$$

$$\Rightarrow \frac{U_C}{8000} = \frac{4}{5} \Rightarrow U_C = 6400J$$

حال می‌توانیم مقدار تغییرات انرژی درونی بین دو نقطهٔ A و C را محاسبه کنیم:

$$\Delta U_{CA} = U_A - U_C = 8000 - 6400 = 1600J$$

همچنین در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ است، پس طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} + W_{CA} \Rightarrow W_{CA} = 1600J$$

(فیزیک ۱ – ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(شارمان ویسی)*

با توجه به رابطهٔ بازدهٔ یک ماشین گرمایی می‌توان ثابت کرد:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

طبق صورت سؤال:

$$|Q_L| = 0/4Q_H$$

$$\eta = 1 - 0/4 = 0/6 \text{ یا } 60\%$$

(فیزیک ۱ – ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

Konkurbanks

فیزیک ۲

۶۱- **گزینهٔ «۱»** *(مجتبی خلیل‌ارجمندی)*

نیروی بین دو بار q_1 و q_3 دافعه است، پس دو بار هم‌نام‌اند.

$$F_{13}=\frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2}\xrightarrow[r_{13}=3cm]{F_{13}=90N}$$

$$90=\frac{9\times10^9\times|q_1q_3|\times10^{-12}}{9\times10^{-4}}\Rightarrow|q_1q_3|=9\mu C^2\ (I)$$

به همین ترتیب داریم:

$$F_{23}=\frac{k|q_3||q_2|}{r_{23}^2}\xrightarrow[r_{23}=6cm]{F_{23}=15N}$$

$$15=\frac{9\times10^9\times|q_3q_2|\times10^{-12}}{36\times10^{-4}}\Rightarrow|q_3q_2|=6\mu C^2\ (II)$$

چون نیرو جاذبه است پس q_2 و q_3 ناهم‌نام‌اند.

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$q_1+q_2=q_1'+q_2'\xrightarrow{q_1'=q_2'=0/5\mu C}q_1+q_2=1\mu C\ (III)$$

$$\xrightarrow[(III)]{(I)(II)}\begin{cases}q_1q_3=9\\q_3q_2=-6\\q_1+q_2=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{q_1}{q_2}=-\frac{3}{2}\\q_1+q_2=1\end{cases}$$

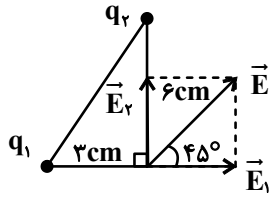
$$\Rightarrow q_1=3\mu C, q_2=-2\mu C, q_3=3\mu C$$

$$\Rightarrow q_1+q_3-q_2=3+3-(-2)=8\mu C$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

مطابق شکل زیر، میدان الکتریکی $\vec{E}$ برایند دو میدان الکتریکی عمود بر هم $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است، بنابراین بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است.



$$\tan45^\circ=\frac{E_2}{E_1}\xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^2}}\tan45^\circ=\frac{|q_2|}{|q_1|}\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow1=\frac{|q_2|}{|q_1|}\times\left(\frac{3}{6}\right)^2\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}=4\Rightarrow\frac{q_2}{q_1}=-4$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۸)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(شارمان ویسی)*

با توجه به اینکه میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ رسانای تخت، یکنواخت است، داریم:

$$\begin{cases}E=\frac{V}{d}\\E=\frac{\Delta V}{\Delta d}\end{cases}\Rightarrow\frac{V}{d}=\frac{\Delta V}{\Delta d}\Rightarrow\frac{10}{20}=\frac{V_C-0}{16}\Rightarrow V_C=8V$$

توجه داشته باشید چون صفحهٔ منفی باتری به زمین وصل است، پتانسیل الکتریکی آن صفر است.

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به رابطهٔ ظرفیت خازن داریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow[\kappa_1=1,\kappa_2=1/5]{d_2=\frac{3}{4}d_1}$$

$$\frac{C_2}{C_1}=1/5\times\frac{d_1}{\frac{3}{4}d_1}=2$$

یعنی ظرفیت خازن دو برابر شده یا ۱۰۰ درصد افزایش می‌یابد.(نادرستی گزینهٔ (۴))

چون خازن از باتری جدا شده است، پس Q ثابت است .(نادرستی گزینهٔ (۳)). برای انرژی ذخیره شده داریم:

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_1}{C_2}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{1}{2}$$

یعنی انرژی ذخیره شده در خازن ۵۰ درصد کاهش می‌یابد. .(نادرستی گزینهٔ (۱)).

برای میدان الکتریکی بین صفحات خازن داریم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{Q}{V}=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{V}{d}=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0A}\Rightarrow E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0A}$$

$$\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{\kappa_1}{\kappa_2}=\frac{1}{1/5}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{2}{3}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(پوریا علاقه‌مند)*

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{14}{6+1}=2A$$

$$I=\frac{q}{t}\xrightarrow{t=60s}2=\frac{q}{60}\Rightarrow q=120C\xrightarrow[e=1/6\times10^{-19}C]{q=ne}$$

$$\Rightarrow n=75\times10^{+19}$$

جهت قراردادی جریان ساعتگرد ← جهت حرکت الکترون‌ها پادساعتگرد

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۷ و ۶۱ تا ۶۶)

Konkurbanks

۶۶- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

از رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ استفاده می‌کنیم که در اینجا A مساحت وجهی از مکعب مستطیل است که به باتری وصل شده و L طول آن است. در حالت‌های بیشینه و کمینه داریم:

$$\left.\begin{matrix}R_{max}=\rho\frac{L_{max}}{A_{min}}\\ R_{min}=\rho\frac{L_{min}}{A_{max}}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{R_{max}}{R_{min}}=\frac{L_{max}}{L_{min}}\times\frac{A_{max}}{A_{min}}$$

$$\Rightarrow\frac{R_{max}}{R_{min}}=\frac{3L}{L}\times\frac{3L\times 2L}{2L\times L}=9$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

در این مسئله مولدهای ε_2 و ε_3 محرکه و مولد ε_1 ضدمحرکه است و بنابراین جهت جریان ساعتگرد می‌باشد. ابتدا جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon_2+\varepsilon_3-\varepsilon_1}{R_1+R_2+r_1+r_2+r_3}=\frac{7+4-4}{22+5+1+1+1}=\frac{7}{30}A$$

حال یک بار از نقطهٔ A و بار دیگر از نقطهٔ B ساعتگرد حرکت می‌کنیم تا به نقطهٔ اتصال به زمین $(V=0)$ برسیم و تغییر پتانسیل هر جزء مدار را می‌نویسیم:

$$V_A-R_2I+\varepsilon_2-r_2I=0$$

$$\Rightarrow V_A-5\times\frac{7}{30}+7-1\times\frac{7}{30}=0\Rightarrow V_A=-\frac{28}{5}V$$

$$V_B+\varepsilon_2-r_2I=0\Rightarrow V_B+7-1\times\frac{7}{30}=0\Rightarrow V_B=-\frac{203}{30}V$$

بنابراین:

$$\frac{V_A}{V_B}=\frac{-\frac{28}{5}}{-\frac{203}{30}}=\frac{24}{29}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(حسین ناصحی)*

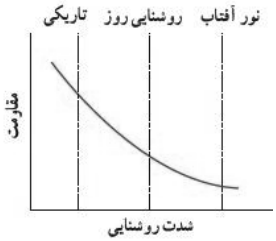
با تغییر دمای رسانای اُهمی، مقاومت آن تغییر کرده و نسبت $R=\frac{V}{I}$ دیگر ثابت نمی‌ماند.

یادآوری: طبق قانون اهم، نسبت اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر رسانای اُهمی به شدت جریان عبوری از آن در دمای ثابت، مقدار ثابتی است.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۲ و ۵۳)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(خرشید رسولی)*

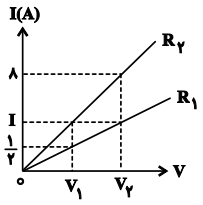
مقاومت نوری نوعی مقاومت است که با افزایش شدت نور، مقاومت آن کاهش می‌یابد. بنابراین نمودار مقاومت برحسب روشنایی برای یک مقاومت نوری (LDR)، می‌تواند مطابق شکل زیر باشد.



(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(معصومه افضلی)*

با استفاده از قانون اهم برای مقاومت‌های R_1 و R_2، داریم:



$$R_1=\frac{V_2}{I}=\frac{V_1}{\frac{1}{2}}\Rightarrow V_1=\frac{V_2}{2I}\qquad(*)$$

$$R_2=\frac{V_2}{8}=\frac{V_1}{I}\Rightarrow V_1=\frac{V_2I}{8}\qquad(**)$$

$$\xrightarrow{(**),(*)}\frac{V_2}{2I}=\frac{V_2I}{8}\Rightarrow I^2=4\Rightarrow I=2A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

Konkurbanks

فیزیک ۲

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

با توجه به نمودار داده شده به ازای جریان‌های الکتریکی $I_۱ = ۴A$ و $I_۲ = ۸A$، توان خروجی باتری یکسان است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_۱ = P_۲ \xrightarrow{P=\varepsilon I - rI^۲} \varepsilon I_۱ - rI_۱^۲ = \varepsilon I_۲ - rI_۲^۲$$

$$\Rightarrow r(I_۲^۲ - I_۱^۲) = \varepsilon(I_۲ - I_۱)$$

$$\Rightarrow r(I_۲ + I_۱)(I_۲ - I_۱) = \varepsilon(I_۲ - I_۱)$$

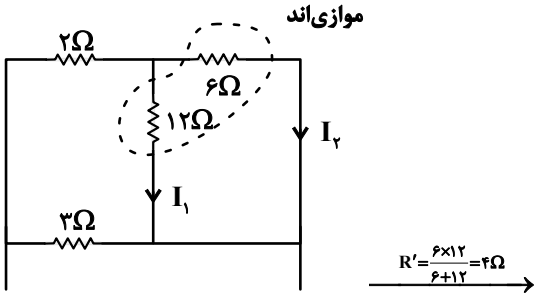
$$\xrightarrow[I_۱=۴A]{I_۲=۸A} r \times (۸ + ۴) = ۱۲ \Rightarrow r = ۱\Omega$$

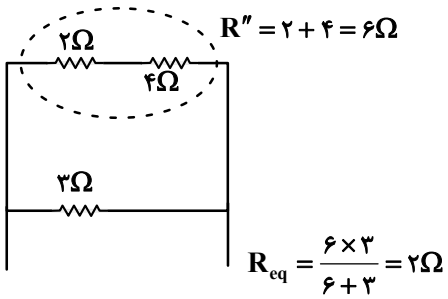
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا محبی)*

سیملوله‌ها آرمانی یعنی بدون مقاومت هستند، لذا سیملولهٔ (۲) مقاومت ۱۴ اهمی را از مدار خارج می‌کند (اتصال کوتاه می‌کند). ساده شده مدار را به‌صورت زیر خواهیم داشت:

موازی‌اند

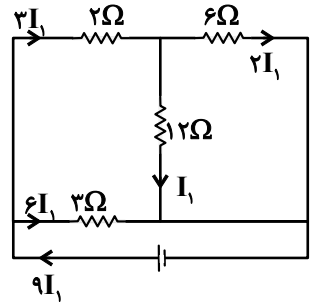




جریان کل مدار برابر است با: $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{۹}{۲} = ۴/۵A$

وضعیت جریان در مقاومت‌ها با توجه به متوالی و موازی بودن آن‌ها به‌صورت زیر است:

$$۹I_۱ = ۴/۵ \Rightarrow I_۱ = ۰/۵A$$



جریان عبوری از سیملوله (۱) برابر $۰/۵A$ است، بنابراین بزرگی میدان مغناطیسی درون آن برابر است با:

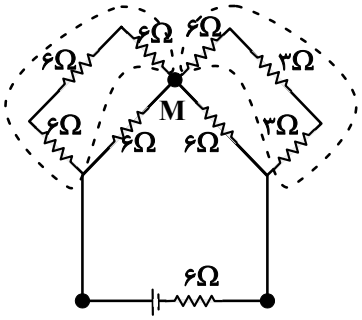
$$B = \mu_۰ nI \xrightarrow[n=۱۰,I=۰/۵A]{\mu_۰=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}}$$

$$B = ۱۲\times۱۰^{-۷}\times۱۰\times۰/۵ = ۶\times۱۰^{-۶}T$$

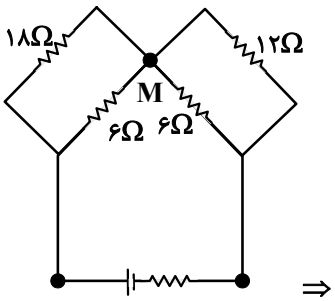
(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا به کمک روابط مقاومت‌ها، مدار را ساده می‌کنیم.

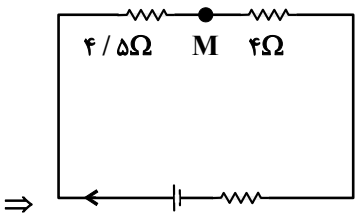


(۱)



(۲)

Konkurbanks



$\Rightarrow$

$I_T \qquad \varepsilon, r$

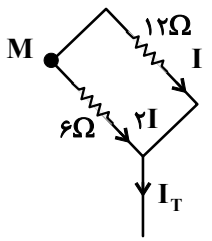
(۳)

$$R_{eq} = ۴/۵ + ۴ = ۸/۵\Omega$$

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۱۲}{۸/۵ + ۱/۵} = ۱/۲A$$

مطابق شکل (۲)، هنگامی جریان $۱/۲A$ به نقطهٔ M می‌رسد، داریم:

$$I + ۲I = I_T \Rightarrow ۳I = ۱/۲ \Rightarrow I = ۰/۴A$$



جریان عبوری از مقاومت ۶Ω از ما خواسته شده، بنابراین داریم:

$$I_۱ = ۲I = ۲ \times ۰/۴ = ۰/۸A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیراحمد میرسعید)*

سه نیرو به ذره وارد می‌شود. نیروی وزن، نیروی الکتریکی و نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی بر ذره وارد می‌شود:

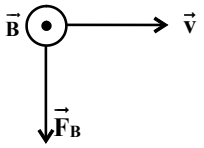
$mg = ۲۵۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ = ۲/۵N$ جهت آن رو به پایین است.

$$F_E = |q|E = ۱ \times ۱۰^{-۶} \times ۳ \times ۱۰^{+۶} = ۳N$$

جهت آن هم‌جهت میدان $\vec{E}$ و در جهت محور x است.

$$F_B = |q|vB\sin ۹۰^\circ = ۱ \times ۱۰^{-۶} \times ۳ \times ۱۰^{۶} \times ۰/۵ \times ۱ = ۱/۵N$$

طبق قاعدهٔ دست راست، جهت آن رو به پایین است.



$$F_B + mg = ۲/۵ + ۱/۵ = ۴N$$

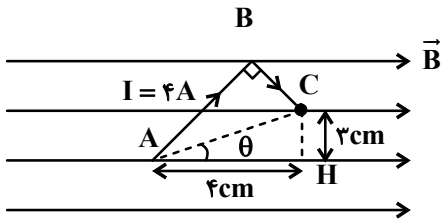
$$F_T = \sqrt{(F_B + mg)^۲ + F^۲_E}$$

$$\Rightarrow F_T = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵N$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

برای محاسبهٔ نیروی وارد بر سیم خمیدهٔ ABC، کافی است نیروی وارد بر قطعه سیمی که ابتدا و انتهای سیم خمیده را به هم وصل می‌کند، محاسبه نماییم. به همین منظور، ابتدا طول سیم AC را می‌یابیم. با توجه به شکل زیر داریم:



$$AC^۲ = AH^۲ + CH^۲$$

$$\Rightarrow AC^۲ = ۴^۲ + ۳^۲ = ۲۵ \Rightarrow AC = ۵cm$$

اکنون اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را پیدا می‌کنیم:

$$F = I\ell B\sin\theta \xrightarrow[B=۰/۲T, \sin\theta = \frac{CH}{AC} = \frac{۳}{۵}]{I=۴A, \ell = AC = ۰/۰۵m}$$

$$F = ۴ \times ۰/۰۵ \times ۰/۲ \times \frac{۳}{۵} = ۰/۰۲۴N$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

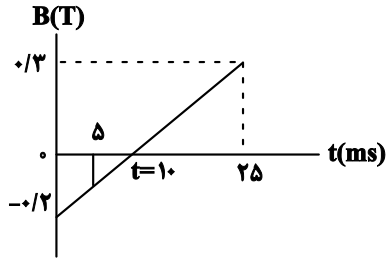
۷۶- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود قهرمانی)*

موادی که در میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند همان مواد پارامغناطیسی هستند که اورانیوم، آلومینیم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن از جملهٔ این مواد هستند.

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

Konkurbanks

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*



با توجه به اینکه شیب نمودار ثابت است داریم:

$$\frac{۰/۲}{t}=\frac{۰/۳}{۲۵-t}\Rightarrow t=۱۰ms$$

از طرفی با توجه به ثابت بودن شیب نمودار، آهنگ تغییرات میدان در هر بازه زمانی دلخواه، ثابت است و داریم:

$$\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)_{۲۵ms\text{تا}۰}=\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)_{۱۰ms\text{تا}۵ms}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{۰/۳-(-۰/۲)}{۲۵\times ۱۰^{-۳}}=۲۰\frac{T}{s}$$

برای محاسبه اندازهٔ جریان القایی از قانون القای فاراده داریم:

$$\bar{I}=\left|\frac{\bar{\varepsilon}}{R}\right|=\left|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\xrightarrow[\cos\theta=۱,N=۱]{\Delta\Phi=A\Delta B\cos\theta}\bar{I}=\left|-\frac{A}{R}\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|$$

$$\Rightarrow \bar{I}=\left|\frac{۴۰\times ۱۰^{-۴}}{۱۰}\times ۲۰\right|=۰/۰۰۸A=۸mA$$

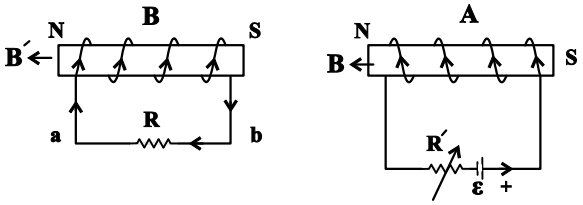
در بازهٔ ۵ تا ۱۰ میلی‌ثانیه، بزرگی میدان در حال کاهش و جهت آن رو به پایین است. طبق قانون لنز، برای جلوگیری از کاهش شار، جهت میدان مغناطیسی القایی رو به پایین خواهد شد و با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی در حلقه از دید ناظر ساعتگرد است.

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با افزایش مقاومت رئوستا در پیچهٔ A، جریان الکتریکی در این پیچه کاهش یافته و در نتیجه میدان مغناطیسی ایجاد شده در این پیچه کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز جهت جریان القایی در پیچهٔ B باید به‌گونه‌ای باشد که از کاهش میدان در پیچهٔ A جلوگیری کند. بنابراین جریان القایی از b به a خواهد بود.

از طرفی مطابق شکل، دو قطب ناهم‌نام کنار یکدیگر قرار دارند و نیروی جاذبه به هم وارد می‌کنند.



(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا دورهٔ تناوب جریان را محاسبه می‌کنیم.

$$۷\frac{T}{۴}=\frac{۱}{۸۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۴۰}s$$

اکنون با توجه به معادلهٔ جریان متناوب، جریان را در لحظهٔ $\frac{۱}{۱۱۲۰}s$ محاسبه می‌کنیم.

$$I=I_m\sin\left(\frac{۲\pi}{T}t\right)\xrightarrow[T=\frac{۱}{۱۴۰}s,t=\frac{۱}{۱۱۲۰}s]{I_m=۲۵۰\sqrt{۲}mA=۰/۲۵\sqrt{۲}A}$$

$$I=۰/۲۵\sqrt{۲}\sin(۲۸۰\pi\times\frac{۱}{۱۱۲۰})$$

$$=۰/۲۵\sqrt{۲}\sin\frac{\pi}{۴}=۰/۲۵\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۱}{۴}A$$

انرژی ذخیره شده در القاگر در این لحظه برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}\xrightarrow[L=۴۰mH]{I=\frac{۱}{۴}A}U=\frac{۱}{۲}\times۴۰\times\frac{۱}{۱۶}=\frac{۵}{۴}mJ$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(آرمین کمالی)*

در مبدل آرمانی رابطهٔ $\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}$ برقرار است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases}K_A=\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۴۰۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰}\Rightarrow K_A=۴۰\\ K_B=\frac{N'_۲}{N'_۱}=\frac{V'_۲}{V'_۱}=\frac{۵۰۰۰}{۴۰۰۰۰۰}\Rightarrow K_B=\frac{۱}{۸۰}\end{cases}$$

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{۴۰}{\frac{۱}{۸۰}}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=۳۲۰۰$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

Konkurbanks

شیمی ۱

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین طیبی)*

$$^{۲۶}_{۱۰}Y^{q-} \Rightarrow \frac{\text{ذرات درون هسته}}{\text{ذرات با جرم نسبی صفر}} = \frac{n+p}{e} = \frac{۲۶}{e} = \frac{۱۳}{۶}$$

$$\Rightarrow e = ۱۲ \Rightarrow {}^{۲۶}_{۱۰}Y^{۲-}$$

فراوان‌ترین عنصر موجود در سیارهٔ زمین $_{۲۶}Fe$ است.

$$ClO_x^- : e = ۱۷ + ۸x + ۱ = ۱۸ + ۸x = ۲۶ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow ClO^-$$

$$NO_y^+ : \text{ذرات نامثبت} = e + n \begin{cases} e = ۷ + ۸y - ۱ \\ n = ۷ + ۸y \end{cases}$$

$$\Rightarrow n + e = ۱۴ + ۱۶y - ۱ = (\frac{۱}{۳} \times ۹۹) + ۱۲$$

رادیو ایزوتوپ تکنسیم $^{۹۹}_{۴۳}Tc$ است.

$$\Rightarrow ۱۶y = ۳۲ \Rightarrow y = ۲ \Rightarrow NO_۲^+$$

$$\Rightarrow \frac{y+x}{q} = \frac{۲+۱}{۲} = ۱/۵$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۷)

۸۲- **گزینهٔ «۳»** *(حامد رمضانیان)*

چون در صورت سؤال به‌تقریب گفته شده است، عدد آووگادرو را می‌توانیم ۶×۱۰^{۲۳} درنظر بگیریم:

$$۱۲۴gC_۲H_۶O_۲ \times \frac{۱molC_۲H_۶O_۲}{۶۲gC_۲H_۶O_۲} \times \frac{۲molC}{۱molC_۲H_۶O_۲}$$

$$\times \frac{۶ \times ۱۰^{۲۳} atomC}{۱molC} = ۲۴ \times ۱۰^{۲۳} atomC$$

$$۵/۸gC_۳H_۶O \times \frac{۱molC_۳H_۶O}{۵۸gC_۳H_۶O} \times \frac{۳molC}{۱molC_۳H_۶O} = ۰/۳molC$$

$$\Rightarrow \frac{۲۴ \times ۱۰^{۲۳}}{۰/۳} = ۸۰ \times ۱۰^{۲۳} = ۸ \times ۱۰^{۲۴}$$

(شیمی ۱، کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

ابتدا با توجه به توضیحات بیان شده، عناصر مدنظر را پیدا می‌کنیم.

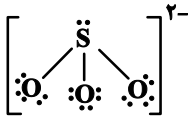
عنصر B همان $_۶C$ است $\rightarrow B : ۱s^۲, ۲s^۲, ۲p^۲$

$$C : ۱s^۲, ۲s^۲, ۲p^۶, ۳s^۲, ۳p^۴ \quad (\underset{\text{مجموع الکترون‌ها با } l=۰}{۱۰} - \underset{\text{مجموع الکترون‌ها با } l=۱}{۶}) = ۴ \rightarrow {}_{۱۶}S$$

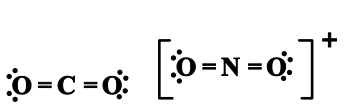
ترکیب: $CS_۲$ نوع پیوند: کوالانسی $\quad \ddot{S} = C = \ddot{S}$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*



$\ddot{S} = C = \ddot{O}$



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

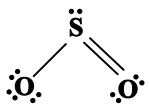
۸۵- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

گزینهٔ «۱»: $:C \equiv O: \quad , \quad :N \equiv N:$

گزینهٔ «۲»: $۴C_۳H_۵N_۳O_۹ \rightarrow ۱۲CO_۲ + ۱۰H_۲O + ۶N_۲ + O_۲$

گزینهٔ «۳»: در سوختن هر دو ماده نور و گرما آزاد می‌شود.

گزینهٔ «۴»: نسبت شمار کاتیون به آنیون در $Fe_۲O_۳$ برابر با $\frac{۲}{۳}$ و نسبت شمار جفت الکترون اشتراکی به ناپیوندی در $SO_۲$ برابر $\frac{۳}{۶}$ است.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ و ۶۱ تا ۶۴)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

نقطهٔ جوش آلوتروپ‌های اکسیژن یعنی $O_۲$ و $O_۳$ به‌ترتیب برابر -۱۸۳ و -۱۱۲ درجهٔ سلسیوس است. پس در دمای $-۲۰۰°C$، هر دوی آن‌ها به حالت مایع هستند و با بالا بردن دما تا $-۱۳۶/۵°C$، اکسیژن از مخلوط

Konkurbanks

مایع جدا شده و به حالت گاز درآمده است که جرم آن برابر ۴۸ گرم معادل با ۱/۵ مول است.

باقی‌ماندهٔ مخلوط در واقع همان اوزون (O_3) است. برای بدست آوردن تعداد مولکول‌های باقی مانده در آن داریم:

$$32g\,O_3 \times \frac{1mol\,O_3}{48g\,O_3} \times \frac{6/02\times10^{23}\,molecule\,O_3}{1mol\,O_3} \simeq 4\times10^{23}\,molecule\,O_3$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۰)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** (حمید زبحی)

$$2Na_3PO_4(aq)+3CaCl_2(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s)+6NaCl(aq)$$

جرم حل شوندهٔ $CaCl_2$ را می‌توان از روی غلظت $NaCl(aq)$ تولید شده محاسبه کرد:

$$?gCaCl_2 = 2L_{\text{محلول}} \times \frac{0/5mol\,NaCl}{1L_{\text{محلول}}} \times \frac{30mol\,CaCl_2}{6mol\,NaCl} \times \frac{111g\,CaCl_2}{1mol\,CaCl_2} = 55/5g\,CaCl_2$$

$$d=\frac{m}{V} \Rightarrow 1/11=\frac{m}{2000} \Rightarrow m_{\text{محلول}} = 2220g$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{55/5}{2220} \times 10^6 = 25000$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** (حمید زبحی)

ابتدا درصد جرمی محلول سیرشده را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{NaNO_3} = 0/7\times40+72 = 100$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{S}{100+S}\times100 = \frac{100}{100+100}\times100 = \%50$$

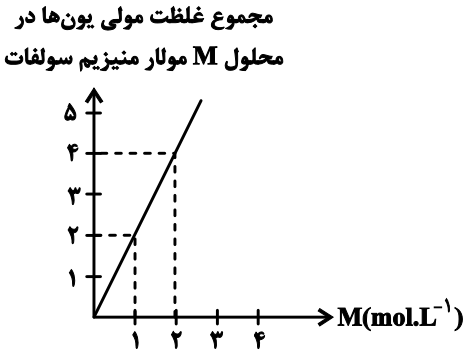
(a: درصد جرمی، d: چگالی محلول)

$$M_{\text{مولی}} = \frac{10\times a\times d}{\text{جرم مولی}} = \frac{10\times50\times1/7}{85} = 10mol.L^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۲)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین طیبی)

به ازای هر مول $MgSO_4$ حل شده در آب، ۲ مول یون تولید می‌شود؛ در نتیجه نمودار باید به شکل زیر باشد:



بررسی دیگر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: CO_2 و I_2 مواد ناقطبی هستند و گشتاور دوقطبی H_2O و H_2S به‌ترتیب $1/85D$ و $0/97D$ می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: در فشار ثابت انحلال‌پذیری NO_2 از N_2 بیشتر است.

گزینهٔ «۴»: مطابق متن کتاب درسی درست است.

نقطهٔ جوش : $HF > HBr > HCl$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸، ۹۹، ۱۰۳ تا ۱۰۹، ۱۱۲ و ۱۱۳)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** (حمید زبحی)

عبارت اول نادرست است. از انحلال هر مول آلومینیم نیترات در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود.

$$Al(NO_3)_3(aq) \rightarrow Al^{3+}(aq)+3NO_3^-(aq)$$

عبارت دوم درست است.

عبارت سوم درست است. آب چشمه حل شونده کمتری دارد.

عبارت چهارم درست است.

عبارت پنجم درست است. وجود یون K^+ برای عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۶، ۱۱۹ و ۱۲۱)

Konkurbanks

شیمی ۲

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

موارد دوم و چهارم درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: نادرست – در گروه ۱۴ از بالا به پایین، عدد اتمی افزایش یافته و تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون که یک خصلت نافلزی است کاهش می‌یابد.

مورد دوم: درست – در عناصر دورهٔ سوم از چپ به راست شعاع اتمی در حال کاهش است و تعداد الکترون‌های زیرلایه‌های s ابتدا افزایش می‌یابد و سپس ثابت می‌شود. در نتیجه نسبت شعاع اتمی به تعداد الکترون‌های زیرلایه‌های s به طور کلی در حال کاهش است.

مورد سوم: نادرست – در گروه فلزات قلیایی از بالا به پایین با افزایش شعاع اتمی، واکنش‌پذیری نیز افزایش می‌یابد.

در نتیجه سرعت انجام واکنش آن‌ها با آب افزایش یافته و مدت زمان انجام واکنش کاهش می‌یابد. در نتیجه بین شعاع اتمی فلزات قلیایی و مدت زمان انجام واکنش رابطهٔ معکوس برقرار است.

مورد چهارم: درست – در گروه هالوژن‌ها از پایین به بالا تمایل به تبدیل شدن به یون هالید (واکنش‌پذیری) افزایش می‌یابد و در نتیجه حداقل دمای لازم برای واکنش با گاز هیدروژن کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲، قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۹۲- **گزینهٔ «۴»** *(میرحسن حسینی)*

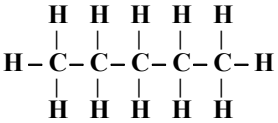
آلکان، ترکیبی متشکل از اتم‌های هیدروژن و کربن است.

$$n \times \underset{\text{جرم مولی کربن}}{\underset{\downarrow}{c}} = ۶۰ \Rightarrow n \times ۱۲ = ۶۰ \Rightarrow n = ۵$$

$C_۵H_{۱۲}$ ⇒ آلکان مربوطه، پنتان است.

نادرستی مورد اول:

در ساختار آلکان، هر اتم کربن با چهار پیوند یگانه به اتم‌های کناری (کربن و هیدروژن و نه فقط هیدروژن) متصل است.



مورد دوم: درست

درستی مورد سوم:

$$\frac{M_C}{M_{\text{کل}}} = \frac{(۵ \times ۱۲)}{۷۲} \times ۱۰۰ \simeq ۸۳/۳٪ > ۸۳٪$$

درستی مورد چهارم: پیوندهای جور هسته در این ساختار، پیوندهای یگانهٔ $C-C$ هستند.

$$\frac{\text{پیوندهای } C-C \leftarrow ۴}{\text{کل پیوندها} \leftarrow ۱۶} \times ۱۰۰ = ۲۵٪$$

درستی مورد پنجم: آلکان مورد نظر $C_{۱۲}H_{۲۶}$ است. از این آلکان مایع می‌توان برای حفاظت از فلزها بهره برد.

(شیمی ۲، قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(عباس هنرجو)*

موارد ب و ت درست هستند.

آ) نادرست

$$n + p = ۷۹, p = e - ۲ \Rightarrow \begin{cases} n + e = ۸۱ \\ n = ۱/۲۵e \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۱/۲۵e + e = ۸۱ \Rightarrow e = ۳۶ \Rightarrow p = ۳۴$$

از چپ به راست شعاع اتمی در حال کاهش است، پس شعاع اتمی $_{۳۴}X$ از $_{۳۵}Br$ بزرگ‌تر است.

ب) درست – چون هالوژن X در مقایسه با هالوژن Y در دمای بالاتری با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، پس عدد اتمی بالاتری دارد و جرم مولی $x_۲$ بیشتر است.

پ) نادرست – فرمول شیمیایی اکسید آن FeO می‌باشد که نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر ۱ دارد.

ت) درست است. شعاع اتمی سدیم بیشتر و واکنش‌پذیری آن نیز بیشتر است.

(شیمی ۲، قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۸ تا ۲۱)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیر خاتمیان)*

گزینهٔ «۴» نادرست است.

Konkurbanks

بررسی گزینه‌ها:

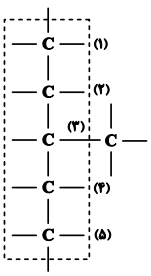
۱) درست- نفتالن $\Leftarrow$ فرمول مولکولی: $C_{10}H_8$، جرم مولی $= 128 \frac{g}{mol}$

بنزن $\Leftarrow$ فرمول مولکولی: C_6H_6، جرم مولی $= 78 \frac{g}{mol}$

اختلاف جرم مولی $= 128 - 78 = 50g$

۲) درست - سنگین‌ترین آلکان که در دما و فشار اتاق حالت فیزیکی گازی دارد بوتان (C_4H_{10}) می‌باشد که ۱۰ اتم هیدروژن دارد.

۳) درست



۳- متیل پنتان که در کل ۶ کربن دارد که ایزومر هگزان است.

۴) نادرست

$C_6H_{10} \Rightarrow$ جرم مولی $= 82 g.mol^{-1} \Rightarrow$ پنجمین عضو خانوادهٔ آلکین

$C_5H_{12} \Rightarrow$ جرم مولی $= 72 g.mol^{-1} \Rightarrow$ پنجمین عضو خانوادهٔ آلکان

$\Rightarrow 82 - 72 = 10$

(شیمی۲، قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹، ۴۱ و ۴۲)

۹۵- **گزینهٔ «۴»** *(حمید ذبحی)*

عبارت اول نادرست است. کلوین یکای دما در SI است.

عبارت دوم درست است. انرژی گرمایی (مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده ماده) به مقدار ماده و دمای آن بستگی دارد.

عبارت سوم درست است.

عبارت چهارم نادرست است. هر دو ترکیب سیرنشده هستند. تعداد پیوند دوگانه ساختار روغن نسبت به چربی بیشتر است و واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

عبارت پنجم نادرست است.

(شیمی۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۸)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(پویا رستگاری)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش انجام شده به صورت زیر می‌باشد:

$$CO + 3H_2 \rightarrow CH_4 + H_2O$$

در شرایط یکسان هنگامی که صحبت از حجم‌های برابر می‌شود، در واقع همان تعداد مول‌های برابر از دو گاز است. اگر تعداد مول‌های هر دو گاز را برابر با $3x$ مول در نظر بگیریم، با توجه به ضرایب استوکیومتری واکنش $3x$ مول گاز هیدروژن مصرف شده اما تنها x مول از گاز کربن مونوکسید مصرف می‌شود. بنابراین $2x$ مول از گاز کربن مونوکسید باقی می‌ماند. حال باید محاسبه کنیم که $2x$ مول گاز کربن مونوکسید که در شرایط استاندارد معادل با ۳۳/۶ لیتر شده است، در واقع چند مول است:

$$\Rightarrow 2x mol\,CO \times \frac{22/4 LCO}{1 mol\,CO} = 33/6 LCO$$

$$\Rightarrow x = 0/75 mol$$

با توجه به مقدار x، ۲/۲۵ مول از گاز هیدروژن و ۲/۲۵ مول از گاز کربن مونوکسید را در مخلوط اولیه داشته‌ایم. در نهایت حجم ۴/۵ مول مخلوط گازی را به دست می‌آوریم:

$$?L\,\text{مخلوط گازی} = 4/5 mol \times \frac{\text{مخلوط گازی } 22/4 L}{1 mol\,\text{مخلوط گازی}} = 100/8 L$$

در این واکنش ۲/۲۵ مول گاز هیدروژن مصرف شده است، از روی گاز هیدروژن مصرفی، جرم متان تولید شده را بدست می‌آوریم:

$$?g\,CH_4 = 2/25 mol\,H_2 \times \frac{1 mol\,CH_4}{3 mol\,H_2}$$

$$\times \frac{75}{100} \times \frac{16 g\,CH_4}{1 mol\,CH_4} = 9 g\,CH_4$$

(شیمی۲، قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۵)

۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

$$Fe_2O_3(s) + 6HCl(aq) \rightarrow 2FeCl_3(aq) + 3H_2O(l)$$
$$FeCl_3(aq) + 3NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_3(s) + 3NaCl(aq)$$

درستی گزینهٔ «۴»:

$$?g\,Fe = 1 g\,Fe_2O_3 \times \frac{2 \times 56 g\,Fe}{160 g\,Fe_2O_3} = 0/7 g\,Fe$$

(شیمی۲، قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

Konkurbanks

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(بابک اسلامی)*

اگر جرم آب $10^\circ C$ اولیهٔ درون ظرف را با m_1 و جرم آب $90^\circ C$ اضافه شده به آن را با m_2 نشان دهیم، آب درون ظرف گرمای Q_1 را می‌گیرد و دمای آن به $55^\circ C$ می‌رسد و آب $90^\circ C$ گرمای Q_2 را از دست می‌دهد و دمای آن به $55^\circ C$ می‌رسد. طبق فرض صورت سؤال $\frac{Q_1}{|Q_2|}=\frac{3}{7}$ است.

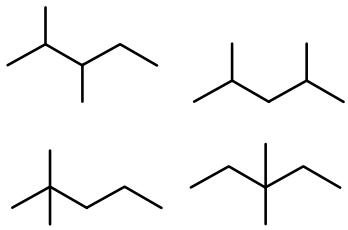
$$\frac{Q_1}{|Q_2|}=\frac{m_1c(\theta_e-\theta_1)}{m_2c(\theta_2-\theta_e)}\Rightarrow\frac{3}{7}=\frac{m_1\times(55-10)}{m_2\times(90-55)}$$

$$\Rightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{3}$$

(شیمی۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۸)

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(حمید زبحی)*

$$\frac{14n-2}{14n+2}=\frac{96}{100}\Rightarrow 1400n-200=1344n+192\Rightarrow n=7$$



(شیمی۲، قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۸)

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان خواجوی‌مجد)*

* فعالیت شیمیایی A از B کمتر است. (نادرستی عبارت اول)

* آرایش الکترونی $_{28}Ni^{3+}$ به $3d^7$ ختم می‌شود. (درستی عبارت دوم)

* در دورهٔ چهارم فقط $_{36}Kr$ در دمای اتاق گاز است. (نادرستی عبارت سوم)

* کلر در دمای اتاق با گاز هیدروژن به آرامی واکنش می‌دهد. (نادرستی عبارت چهارم)

(شیمی۲، قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۴)

شیمی ۲

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(عباس هنرجو)*

بررسی گزینه‌ها:

آ) درست است.

ابتدا مول A مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$5molB\times\frac{2molA}{1molB}=10molA \quad \text{مول مصرف شده}$$

$$\text{مول اولیه A}=\text{مول باقی‌مانده A}+\text{مول مصرف شده A}\Rightarrow 2+10=12$$

ب) درست است.

$$5molB\times\frac{2molC}{1molB}=10molC$$

$$R_C=\frac{\frac{10mol}{2L}}{5s}=1mol.L^{-1}.s^{-1}$$

پ) درست است.

ت) نادرست است. ماده C و A ضرایب یکسانی دارند. اما شیب نمودار غلظت برحسب زمان آن‌ها قرینه یکدیگر است.

(شیمی۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۲)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(میرحسن حسینی)*

نادرستی مورد (۱): $H_2O(l)\rightarrow H_2O(s)+q \qquad \Delta H<0$

واکنش تبدیل آب به یخ با کاهش آنتالپی همراه است.

نادرستی مورد (۲): $N_2O_4(g)+Q\rightarrow 2NO_2(g) \qquad \Delta H>0$

(N_2O_4: بی‌رنگ، NO_2: ماده رنگی)

این واکنش با افزایش آنتالپی همراه است و سطح انرژی فرآورده در آن بالاتر از واکنش‌دهنده است.

نادرستی مورد (۳) واکنش تبدیل کربن دی‌اکسید جامد (یخ‌خشک) به کربن دی‌اکسید گازی یک تغییر فیزیکی از نوع تصعید (فرازش) است که در یک مرحله و مستقیم انجام می‌شود. تغییر آنتالپی این واکنش مثبت است.

$$CO_2(s)+Q\rightarrow CO_2(g) \qquad \Delta H>0$$

درستی مورد (۴): واکنش (b) از نوع سوختن است و علامت ΔH آن منفی و واکنش گرماده است.

$$CH_4(g)+2O_2(g)\rightarrow CO_2(g)+2H_2O(g)+Q \qquad \Delta H<0$$

(شیمی۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

Konkurbanks

۱۰۳- **گزینهٔ «۲»** *(عباس هنرجو)*

بررسی موارد:

آ) درست

ب) نادرست، فرمول مولکولی آن به صورت $C_{15}H_{14}O_4$ است.

پ) نادرست، با توجه به اینکه کربن و هیدروژن جفت الکترون ناپیوندی ندارند و هر اکسیژن ۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد، پس این ترکیب دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی می‌باشد و اولین عضو خانواده کتون‌ها، C_3H_6O می‌باشد که دارای ۱۰ جفت الکترون پیوندی است.

ت) نادرست، دارای گروه عاملی هیدروکسیل، استری و اتری می‌باشد.

(شیمی۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۰۴- **گزینهٔ «۴»** *(پویا رستگاری)*

با توجه به اینکه جرم‌های برابری از دو گاز اکسیژن و گوگرد دی‌اکسید داریم، چون جرم مولی SO_2 ، دو برابر O_2 است، می‌توانیم شمار مول‌های گاز اکسیژن را $2x$ و شمار مول‌های گاز گوگرد دی‌اکسید را x مول در نظر بگیریم. جدول زیر، روند تغییر مقدار مول‌های گازی موجود در سیلندر موردنظر را نشان می‌دهد:

$$\text{مجموع} \quad O_2(g) + 2SO_2(g) \rightarrow 2SO_3(g)$$

ابتدای واکنش	$2x$	x	0	$3x$
تغییر مقدار مول	$-y$	$-2y$	$+2y$	$-y$
لحظهٔ $t=200s$	$2x-y$	$x-2y$	$+2y$	$3x-y$

چون صورت سؤال ذکر کرده که در لحظهٔ $t=200s$ مجموعاً ۴ مول مادهٔ گازی داریم، بنابراین: $3x-y=4$

با توجه به قانون گازها، حجم گازهای موجود در یک سیلندر با پیستون متحرک، با شمار مول‌های مادهٔ گازی موجود در آن متناسب است. از طرفی حجم گازهای موجود در این سیلندر نیز با ارتفاع پیستون موجود در آن متناسب است؛ پس داریم:

$$\frac{\text{ارتفاع اولیهٔ پیستون}}{\text{ارتفاع ثانویهٔ پیستون}} = \frac{\text{مجموع شمار مول‌های گازهای اولیه}}{\text{مجموع شمار مول‌های گازی در لحظهٔ } t=200s}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{3x-y} = \frac{36}{32} \Rightarrow x = 3y$$

با توجه به معادلهٔ اولیه، مقادیر x و y را بدست می‌آوریم:

$$3x - y = 4 \xrightarrow{x=3y} 9y - y = 4 \Rightarrow y = 0/5 \, , \, x = 1/5$$

با توجه به مقدار y می‌توان گفت در طول مدت ۲۰۰ ثانیه اول واکنش ۰/۵ مول گاز اکسیژن و ۱ مول گاز گوگرد دی‌اکسید مصرف شده است، بنابراین داریم:

$$\overline{R}_{O_2} = \frac{\Delta n O_2}{\Delta t} = \frac{0/5 mol}{200s \times \frac{1min}{60s}} = 0/15 mol.min^{-1}$$

(شیمی۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱۰۵- **گزینهٔ «۱»** *(پویا رستگاری)*

اگر تعداد مول‌های اتان را برابر با x و پروپن را برابر با y در نظر بگیریم، با توجه به معادلهٔ سوختن این دو گاز مقدار گرمای آزاد شده را برای هرکدام و تعداد مول گاز کربن‌دی‌اکسید تولیدی را بدست می‌آوریم:

$$1C_2H_6 + \frac{7}{2}O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O + 1560kJ$$

$$?molCO_2 = xmolC_2H_6 \times \frac{2molCO_2}{1molC_2H_6} \times \frac{60}{100}$$

$$= 1/2xmolCO_2$$

$$?kJ\ \text{انرژی آزاد شده} = xmolC_2H_6 \times \frac{1560kJ\ \text{انرژی}}{1molC_2H_6} \times \frac{60}{100}$$

$$= 936xkJ$$

$$?molCO_2 = ymolC_3H_6 \times \frac{3molCO_2}{1molC_3H_6}$$

$$\times \frac{70}{100} = 2/1ymolCO_2$$

$$kJ\ \text{انرژی آزاد شده} = ymolC_3H_6 \times \frac{2058kJ\ \text{انرژی}}{1molC_3H_6} \times \frac{70}{100}$$

$$= 1440/6ykJ$$

۲۶/۸۸ لیتر CO_2 در شرایط استاندارد معادل با ۱/۲ مول گاز کربن‌دی‌اکسید است. بنابراین با توجه به دو معادله دو مجهول‌های زیر مقادیر x و y را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 1/2x + 2/1y = 1/2 \\ 936x + 1440/6y = 857/04 \end{cases} \Rightarrow x = 0/3, y = 0/4$$

در شرایط یکسان درصد حجمی یک گاز معادل با درصد مولی آن گاز است؛ بنابراین داریم:

$$\text{درصدحجمی اتان} = \frac{0/3}{0/3 + 0/4} \times 100 \simeq \%43$$

(شیمی۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵، ۷۰ و ۷۱)

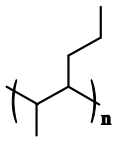
Konkurbanks

۱۰۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

واکنش پلیمری شدن ۲- هگزن به صورت زیر انجام می‌شود:

$$nCH_3-CH=CH-CH_2-CH_2-CH_3 \rightarrow \left(-\underset{CH_3}{CH}-\underset{CH_2-CH_2-CH_3}{CH}-\right)_n$$

به این ترتیب ساختار پیوند – خط این پلیمر عبارت است از:



(شیمی۲، پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

جملات دوم، سوم و چهارم درست‌اند.

ΔH واکنش: $C(s,\text{گرافیت})+2H_2(g)\rightarrow CH_4(g)$ را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد؛ زیرا تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار و پرهزینه است.

گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.

$$C_2H_5OH=46\frac{g}{mol}$$

$$\text{ارزش سوختی}\left(\frac{kJ}{g}\right)=\frac{2736kJ}{2mol}\times\frac{1mol}{46g}\simeq 29/7\frac{kJ}{g}$$

در مولکول‌های چند اتمی که اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل است، به کار بردن واژه میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است.

(شیمی۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۳)

۱۰۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین طیبی)*

$$\Delta H=[\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}]-[\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$\Delta H=[3n(C-H)+n(C=C)+n(C\equiv N)+n(C-C)]$$

$$-[3n(C-C)+3n(C-H)+n(C\equiv N)]$$

$$=n(C=C)-2n(C-C)=612-696=-84n\,kJ$$

$$(C_3H_3N)_n \sim \Delta H=-84n\,kJ$$

$$?kJ=132/5g(C_3H_3N)_n\times\frac{1mol(C_3H_3N)_n}{53g(C_3H_3N)_n}$$

$$\times\frac{84n\,kJ}{1mol(C_3H_3N)_n}=210kJ$$

چون $\Delta H<0$ در نتیجه انتقال انرژی از سامانه به محیط می‌باشد.

(شیمی۲، ترکیبی؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۸ و ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱۰۹- **گزینهٔ «۱»** *(پویا رستگاری)*

عامل‌استری موجود در آناناس، اتیل‌بوتانوات است که الکل آن اتانول است و عامل‌استری موجود در موز، پنتیل‌اتانوات است که اسید آن اتانوئیک‌اسید می‌باشد. اتانول و استیک‌اسید طبق معادلهٔ زیر واکنش می‌دهند.

$$C_2H_6O+C_2H_4O_2\rightarrow C_4H_8O_2+H_2O$$

استر تولید شده یا همان اتیل‌اتانوات طبق معادلهٔ زیر می‌سوزد:

$$C_4H_8O_2+5O_2\rightarrow 4CO_2+4H_2O$$

حجم گاز اکسیژن مصرف شده برابر است با:

$$?LO_2=90gC_2H_4O_2\times\frac{1molC_2H_4O_2}{60gC_2H_4O_2}\times\frac{1molC_4H_8O_2}{1molC_2H_4O_2}$$

$$\times\frac{5molO_2}{1molC_4H_8O_2}\times\frac{32gO_2}{1molO_2}\times\frac{1LO_2}{1/6gO_2}=150LO_2$$

(شیمی ۲، پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۸، ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی حسن‌زاده)*

برای رسیدن به واکنش مورد نظر سؤال، واکنش‌های اول و دوم را در $\frac{1}{2}$ و واکنش سوم را در $-\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم:

$$\Delta H=\frac{1}{2}\Delta H_1+\frac{1}{2}\Delta H_2-\frac{1}{2}\Delta H_3$$

$$=-22+84-197=-135kJ$$

حال گرمای آزاد شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?kJ\ \text{گرمای آزاد شده}=85gB_2\times\frac{\text{خالص}80}{\text{ناخالص}100}\times\frac{1molB_2}{34gB_2}$$

$$\times\frac{135kJ}{1molB_2}=270kJ$$

(شیمی۲، در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

Konkurbanks

آزمون دانش شناختی ۷ فروردین ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفا برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال، پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱. کدام گزینه درست است؟

۱. توانایی شناختی ما ذاتی است و نمی‌تواند با تمرین تغییر کند.
۲. توانایی شناختی ما تقویت‌پذیر است و می‌تواند با تمرین بهتر شود.
۳. هیچ‌کدام ۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. توانایی شناختی ما یک امر ذاتی و ثابت نیست و تقویت‌پذیر است. با کمک تمرینات هدفمند شناختی می‌توان آنها را ارتقا داد. این تقویت با دو رویکرد توسعه توانایی‌های شناختی با برنامه‌های هدفمند تقویتی و یا یادگیری مدیریت منابع شناختی موجود صورت می‌گیرد. آزمون-های دانش شناختی رویکرد دوم را دنبال می‌کنند. دسترسی به برنامه‌های هدفمند تقویتی در پروفایل کانون شما قرار داده شده است.

۲۶۲. کدام سوال را برای یادگیری مفید می‌دانید؟

۱. "چه چیزی می‌دانم؟" قبل از مطالعه ۲. "چه چیزی می‌خواهم بدانم؟" قبل از مطالعه
۳. "چه چیزی یادگرفتم؟" پس از مطالعه ۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. برای یادگیری یک مطلب، صرفا خواندن آن کفایت نمی‌کند بلکه قبل از شروع مطالعه باید تعیین کنید که در رابطه با موضوع موردنظر چه اطلاعاتی از قبل دارید، چه چیزی را نمی‌دانید و هدفتان یادگیری چه مبحثی است و در نهایت پس از مطالعه خودتان را پایش کنید که آیا چیزی که می‌خواستم را یادگرفتم یا خیر. این سوالات یادگیری شما را هدفمند کرده و فرایند یادگیری را تسهیل می‌کند.

۲۶۳. کدام یک از موارد زیر در مورد آزمون صحیح است؟

۱. موجب آگاهی ما از وضعیت یادگیری خودمان می‌شود. ۲. مروری بر مطالب درسی است.
۳. باعث افزایش انگیزه برای یادگیری می‌شود. ۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. آزمون اهداف گوناگونی دارد و فقط یکی از اهداف آن ارزیابی است. به جز ارزیابی، آزمون ها باعث خودآگاهی ما از وضعیت یادگیری‌مان می‌شود که با توجه به آن می‌توانیم برنامه-ریزی کنیم که چه مطالبی را باید مجددا مطالعه کنیم و همچنین بر چه مباحثی تسلط داریم. از طرفی یکی از راه‌های مرور مطالب درسی امتحان گرفتن از خود است و با توجه به نتایجی که می‌گیریم به افزایش انگیزه-مان برای یادگیری هم کمک می‌کند. یکی از انگیزاننده های درونی احساس تسلط و پیشرفت در مسیر یادگیری است که آزمون‌های مستمر به خوبی می‌تواند این امکان را در اختیار ما قرار دهد. علاوه بر این مقایسه عملکرد خود با دیگران موجب تقویت انگیزه یادگیری و تلاش می‌شود.

Konkurbanks

۲۶۴. کدام مورد به عنوان انگیزاننده مطالعه مفید است؟

۱. خیال‌پردازی در مورد هدف آینده
۲. پایش مستمر پیشرفت خود بر اثر تلاش
۳. هر دو مورد
۴. هیچ‌کدام

پاسخ تشریحی: پاسخ ۳ صحیح است. یکی از راه‌های ایجاد انگیزه در خودمان در نظر گرفتن هدفی است که می‌خواهیم به آن دست یابیم و خیال‌پردازی کردن در مورد آن و تصورش که به آن رسیده‌ایم باعث ایجاد انگیزه در ما و در نتیجه تلاش کردن برای رسیدن به آن می‌شود. دقت کنید که خیال پردازی تا زمانی مفید است که شما را وادار به تلاش می‌کند، وگرنه صرفا خیال‌پردازی در مورد هدف مفید نیست. همچنین پایش میزان پیشرفت‌مان بعد از هر گامی که در راستای رسیدن به هدفمان برداشته‌ایم نیز به ما انگیزه‌ی ادامه راه را می‌دهد.

۲۶۵. کدام یک از مراحل زیر برای حل یک مساله/ مشکل کمک کننده است؟

۱. نوشتن ابعاد مختلف مساله
۲. نوشتن کلیه راه حل‌های ممکن
۳. ارزش‌گذاری راه حل‌ها
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. حل مسئله گام‌هایی دارد و درست‌ترین راه برای مدیریت یک مشکل نوشتن ابعاد مختلف مسئله، تعیین تمام راه‌حل‌های ممکن و ارزش‌گذاری آن‌ها و در نهایت انتخاب بهترین راه‌حل است. بدون این مراحل، دم‌دست‌ترین راه بدون در نظر گرفتن ارزش آن انتخاب خواهد شد.

۲۶۶. کدام راه حل را برای مدیریت موانع قابل پیش‌بینی در برنامه‌ریزی مناسب می‌دانید؟

۱. برنامه‌ریزی مجدد
۲. تعیین پاسخ‌های احتمالی قبل از شروع برنامه
۳. انکار مانع
۴. تسلیم شدن در برابر مانع

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. بهترین نوع برنامه‌ریزی آن است که قبل از سازماندهی آن، موانع قابل پیش‌بینی را در نظر بگیریم و با توجه به آن‌ها برنامه‌ای انعطاف‌پذیر و منطقی برای خود داشته باشیم تا در صورت برخورد با این موانع، طبق برنامه‌ریزی قبلی قادر به برطرف کردن آن‌ها و برای مثال جبران ساعات مطالعه‌مان باشیم. در نظر داشته باشید که در موقع برخورد با موانع هیجان مانع یک تصمیم منطقی و درست می‌شود ولی اگر از قبل برای این مانع راه حلی در نظر گرفته باشیم می‌توانید آن را به خوبی مدیریت کنید.

۲۶۷. کدام مورد موجب سازگاری با شرایط جدید می‌شود؟

۱. استقبال از یادگیری جدید
۲. تلاش برای حفظ منطقه امن اطراف خود
۳. مقاومت به تغییر
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. یکی از راه‌های افزایش سازگاری، پذیرفتن چالش‌های جدید و به دنبال تجربیات جدید بودن است. برای تقویت این مهارت می‌توانید از تغییر عادات زندگی روزمره شروع کنید. برای مثال اگر عادت دارید هر روز یک مسیر را به سمت مدرسه خود طی کنید ، یک مسیر جدید را نیز امتحان کنید.

Konkurbanks

۲۶۸. در شرایط غیر قابل پیش بینی کدام مورد را مفید می‌دانید؟

۱. یادگیری از دیگران
۲. پیدا کردن نکات مثبت شرایط جدید
۳. ارزشمند دانستن خطاها
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. زمانی که شرایط غیرقابل پیش‌بینی به‌وجود می‌آید، باید فرصت یادگیری از تجربه دیگران را غنیمت شمرد، همچنین درس گرفتن از خطاها برای تدبیر اندیشیدن برای شرایط احتمالی مشابه آینده و همچنین توجه به نکات مثبتی که شرایط جدید به وجود آورده است، مفید است.

۲۶۹. کدام گزینه در مورد خواندن چند موضوع درسی در یک روز درست است؟

۱. مناسب نیست چون تمرکز ما را به هم می‌ریزد.
۲. مناسب است چون موجب انعطاف ما در یادگیری می‌شود.
۳. فرقی ندارد
۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. یکی از راه‌های افزایش سازگاری و یا انعطاف‌پذیری ذهنی ما، خواندن چند موضوع درسی در یک روز است، تا توانایی انتقال از یک موضوع به موضوع دیگر در ما تقویت شود و بتوانیم با تغییر مبحث، تمرکز کافی را بر مطلب جدید داشته باشیم بدون اینکه ذهنمان درگیر موضوع قبلی باشد. فقط توجه داشته باشید مطالب را نیمه‌کاره رها نکنید و مبحث قبل را تکمیل کرده و سپس سراغ موضوع درسی جدید بروید.

Konkurbanks