

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

اللَّهُمَّ صَلِّ عَلَى مُحَمَّدٍ وَآلِ مُحَمَّدٍ وَعَجِّلْ فَرَجَهُمْ

ریاضیات گسسته

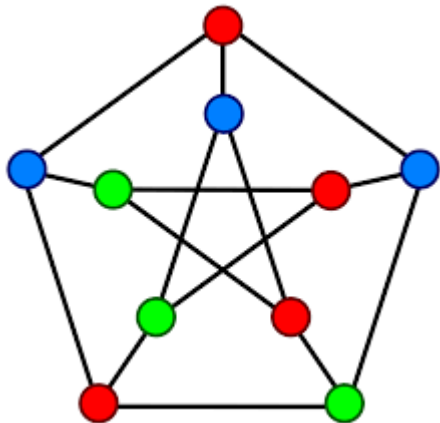
رشته ریاضی و فیزیک

پایه دوازدهم

دوره دوم متوسطه

سوالات موضوعی نهایی گسسته

فاطمه سرایی دبیر ریاضی
متوسطه دوم شهر تهران



فصل اول : آشنایی با نظریه اعداد

درس اول: استدلال ریاضی		
استدلال و روش اشباع		
۰/۲۵ نمره	دی ۹۷	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است.
انمره	خرداد ۹۸	اگر a, b دو عدد صحیح باشند و ab عددی فرد باشد، ثابت کنید $a^2 + b^2$ زوج است.
۰/۲۵ نمره	تیر ۹۸	درستی یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید مربع هر عدد فرد را می توان به صورت $8k - 1$ نوشت. ($k \in \mathbb{Z}$)
۰/۵ نمره	شهریور ۹۸	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد ، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.
۱/۷۵ نمره	تیر ۹۹	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست مثال نقض ارائه دهید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم ، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.
انمره	شهریور ۹۹	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی x, y داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ب) اگر a, b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ آنگاه $a = 0$ یا $b = 0$ پ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ داریم: $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ ت) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

اثبات غیر مستقیم (برهان خلف)

۱	اگر α, β دو عدد گنگ باشند، ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است.	دی ۹۷	۱/۲۵ نمره
۲	ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	تیر ۹۸	۱/۲۵ نمره
۳	با استفاده از روش برهان خلف، ثابت کنید اگر x یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز عددی گنگ است.	خرداد ۹۹ خارج	انمره

اثبات بازگشتی

۱	گزاره ی زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید. برای هر دو عدد حقیقی x, y داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$	خرداد ۹۷ دی ۹۸	انمره
۲	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.	خرداد ۹۸	انمره
۳	گزاره ی زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید. برای هر عدد حقیقی $a > 0$ داریم: $a + \frac{1}{a} \geq 2$	دی ۹۸ تیر ۹۸	نمره ۰/۷۵
۴	گزاره ی زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید. برای هر سه عدد حقیقی x, y, z داریم: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$	شهریور ۹۸	نمره ۱/۵
۵	اگر x, y دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$	تیر ۹۹	انمره
۶	ثابت کنید اگر دو عدد حقیقی نامنفی باشند، داریم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$	شهریور ۹۹	نمره ۱/۲۵

درس دوم : بخش پذیری در اعداد صحیح

عاد کردن و ویژگی ها

انمره	دی ۹۷	اگر $a > 1$ و $a \mid 9k + 4$, $a \mid 5k + 3$ ثابت کنید a عددی اول است.	۱
انمره / ۲۵	تیر ۹۸	اگر عددی مانند k در Z باشد به طوری که $5 \mid 4k + 1$ ، ثابت کنید $25 \mid 16k^2 + 28k + 6$	۲
انمره / ۲۵	خرداد ۹۸ خارج	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر $a^2 \mid b^3$ آنگاه $a \mid b$	۳
انمره	دی ۹۸	اگر عدد طبیعی $a > 1$ در دو شرط $a \mid 4k + 9$, $a \mid 6k + 14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.	۴
انمره / ۲۵	خرداد ۹۹ خارج	اگر $a \mid 3m + 1$, $a \mid 5m - 2$ برای a چند جواب طبیعی وجود دارد؟	۵
انمره	تیر ۹۹	اگر $n \in N$, $n \mid 9k + 7$, $n \mid 7k + 6$ ثابت کنید $n = 1$ یا $n = 5$	۶
انمره / ۲۵	شهریور ۹۹	فرض کنیم a, n دو عدد طبیعی باشند به طوری که $a \mid 3n + 4$, $a \mid 2n + 3$. نشان دهید $a = 1$	۷

بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک دو عدد

انمره / ۲۵	دی ۹۷	درستی یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید. هر دو عدد صحیح متوالی نسبت به هم اولند	۱
انمره / ۲۵	تیر ۹۸	در جای خالی عدد مناسب قرار دهید. حاصل $[12, (6, 8)]$ برابر خواهد شد.	۲
انمره / ۲۵	خرداد ۹۸ خارج	حاصل عبارت مقابل کدام یک از گزینه های زیر است؟ $([m^2, m], m^5) = \dots\dots\dots$ الف) m ب) m^0 ب) m^5 ت) m^2	۳

شهریور ۹۸	شماره ۰/۵	<p>جای خالی را پر کنید.</p> <p>$[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند.</p> <p>۱) $a c, b c$</p> <p>۲) $\forall m > 0, \dots\dots\dots$</p>	۴
دی ۹۸	شماره ۰/۲۵	<p>درست یا نادرست بودن عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>اگر $a b$ آنگاه $[a, b] = b$</p>	۵
دی ۹۸	شماره	<p>فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a^3]$ را به دست آورید.</p>	۶
خرداد ۹۹	شماره	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر برای هر دو عدد صحیح و ناصفر a, b داشته باشیم $(a, b) = 1$، میگوییم a, b دو عدد هستند.</p> <p>ب) اگر $a b$، مقدار $[a, b]$ برابر با است.</p>	۷
خرداد ۹۹	شماره ۰/۷۵	<p>بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $16k^2 - 1, 4k$ را بیابید.</p>	۸
قضیه تقسیم و کاربردها			
دی ۹۷	شماره ۰/۲۵	<p>پاسخ سوال زیر را به دست آورید. دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید.</p> <p>اگر عددی صحیح و فرد باشد و $a + 2 b$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $a^2 + b^2 + 3$ را بر ۸ بیابید.</p>	۱
خرداد ۹۸	شماره ۱/۵	<p>اگر باقی مانده تقسیم m, n بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲، ۹ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $5n - 3m$ بر ۱۳ را به دست آورید.</p>	۲
خرداد ۹۸	شماره ۰/۵	<p>در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.</p> <p>در تقسیم عدد $127 -$ بر ۱۵ باقیمانده برابر و خارج قسمت است.</p>	۳
شهریور ۹۸	شماره ۱/۵	<p>اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۵، ۶ به ترتیب اعداد ۳، ۲ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد a بر ۳۰ را به دست آورید.</p>	۴

۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خارج	اگر باقی مانده تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۱ برابر ۱۹ باشد، باقی مانده $۲a - ۱$ تقسیم بر ۳۱ را به دست آورید.	۵
۱/۲۵ نمره	تیر ۹۹	اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $۲a + ۳$ بر ۸ را به دست آورید.	۶
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۹	اگر باقی مانده تقسیم اعداد n, m بر ۱۷ به ترتیب ۳ و ۵ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $(۲m - ۵n)$ بر ۱۷ را محاسبه کنید.	۷
۱/۵ نمره	شهریور ۹۹	اگر $p > ۳$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = ۶k + ۱, p = ۶k + ۵$ ($k \in W$) نوشته می شود.	۸

درس سوم : هم نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها

هم نهشتی و ویژگی ها

انمره	دی ۹۷	پاسخ سوال زیر را به دست آورید. دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید. باقی مانده تقسیم عدد $A = (۱۰۰۰)^{۱۳} \times ۱۲ + ۱۰$ بر ۷ را به دست آورید.	۱
انمره	خرداد ۹۸	اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟	۲
نمره ۰/۵	خرداد ۹۸ خارج	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید الف: اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $n \mid m$ آنگاه $a \equiv b \pmod{n}$ ب: باقیمانده تقسیم عدد $A = ۴۹۸۵۳۲۷$ بر عدد ۱۱ برابر ۶ است.	۳
نمره ۰/۲۵	خرداد ۹۸ خارج	در جای خالی کلمه مناسب قرار دهید. اگر ۱۲ بهمن جمعه باشد، ۳۱ مرداد همان سال است.	۴

شهریور ۹۸	انمره ۱/۵	باقی مانده تقسیم $19 + (27)^7$ را بر ۱۳ بباید.	۵
دی ۹۸	انمره	باقیمانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.	۶
دی ۹۸	انمره	ثابت کنید می توان دو طرف یک رابطه هم نهشتی را در عددی ضرب کرد، به عبارتی دیگر برای اعداد صحیح a, b, c و عدد طبیعی m ، اگر $a \equiv b \pmod m$ آنگاه $ac \equiv bc \pmod m$	۷
تیر ۹۹	انمره ۱/۵	باقی مانده تقسیم 7^{30} بر ۱۵ را به دست آورید.	۸
شهریور ۹۹	انمره ۱/۲۵	رقم یکان عدد $(2^{11} + 7)$ را به دست آورید.	۹
شهریور ۹۹	انمره	فرض کنیم $a, b \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}$ اگر $a \equiv b \pmod m$ و $n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید $a^n \equiv b^n \pmod m$	۱۰
معادله هم نهشتی			
دی ۹۷	انمره	معادله هم نهشتی $3^x \equiv 13 \pmod 7$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بدست آورید.	۱
تیر ۹۸	انمره	جواب عمومی معادله $4^x \equiv 17 \pmod 5$ را به دست آورید.	۲
تیر ۹۹	انمره ۱/۲۵	معادله هم نهشتی $5^x \equiv 2 \pmod{11}$ را حل کرده . جواب عمومی آن را بنویسید.	۳
معادله سیاله			
خرداد ۹۸	انمره ۱/۵	با تبدیل معادله سیاله ی خطی $5x + 2y = 18$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۱

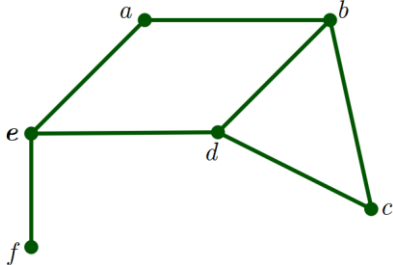
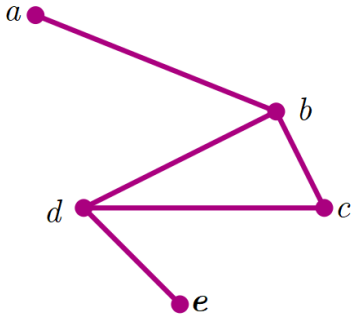
۲	جواب های عمومی معادله سیاله خطی $7x + 5y = 11$ را بدست آورید.	خارج ۹۸داد۹۸	انمره
۳	با تبدیل معادله سیاله خطی $2000x + 5000y = 29000$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب عمومی این معادله را بیابید.	شهرپور۹۸	انمره ۱/۵
۴	جواب های عمومی سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.	دی۹۸	انمره ۱/۵
۵	معادله سیاله $4x + 3y = 19$ را در نظر بگیرید. الف) نشان دهید معادله سیاله فوق دارای جواب است. ب) جواب عمومی معادله سیاله داده شده را بیابید.	خارج ۹۸داد۹۸	انمره ۱/۷۵
۶	معادله سیاله $2x + 5y = 19$ را حل کنید.	شهرپور۹۹	انمره ۱

فصل دوم گراف و مدل سازی

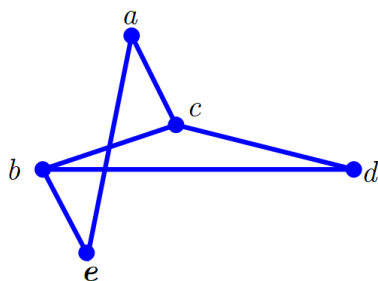
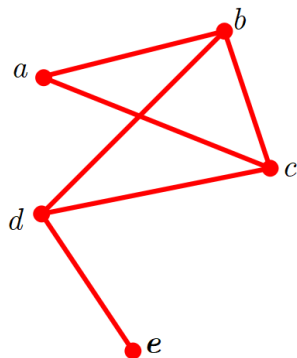
درس اول: معرفی گراف

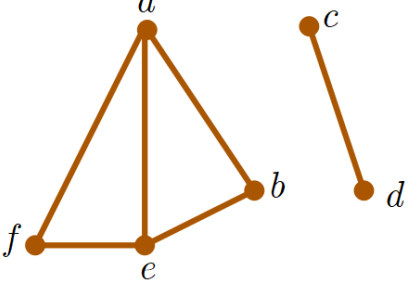
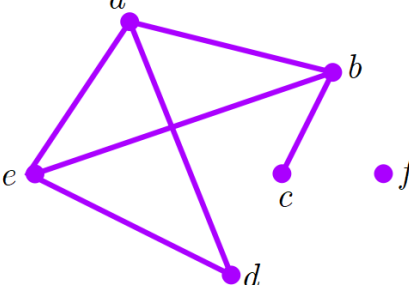
تعریف ها و قضایا

۰/۵ نمره	دی ۹۷	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید الف) گراف حاصل از مدل سازی پل کونیکسبرگ یک گراف ساده است. ب) گراف ۳-منتظم از مرتبه ۵ قابل رسم نیست.	۱
۱/۵ نمره	دی ۹۷	 <p>با توجه به گراف شکل مقابل (گراف G) به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مسیر به طول ۳ بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید ت) آیا گراف G همبند است؟ چرا؟ ث) یک زیرگراف تهی ۵ رأسی، از گراف G رسم کنید.</p>	۲
انمره	دی ۹۷ تیر ۹۹	ثابت کنید تعداد رأس های فرد هر گراف عددی زوج است.	۳
انمره	دی ۹۷	گراف G با مجموعه رأس های $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ae, bc, bd, be, ec, ed\}$ مفروض است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه همسایگی های باز رأس d را بنویسید. ب) اندازه گراف را مشخص کنید . پ) مجموع درجات رئوس این گراف برابر چند است؟	۴
انمره	دی ۹۷	گراف کامل K_p دارای ۳۶ یال است. مرتبه گراف و مقادیر $\delta(G), \Delta(G)$ را تعیین کنید.	۵
۰/۵ نمره	خرداد ۹۸	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب بنویسید. یک گراف کامل ۸ رأسی، یال دارد.	۶

<p>۱/۵ نمره</p>	<p>۹۸ خرداد</p>	 <p>شکل مقابل نمودار گراف G می باشد. الف) مرتبه و اندازه گراف G را مشخص کنید. ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید. پ) مجموع درجه های رأس های گراف \bar{G} را مشخص کنید</p>	<p>۷</p>
<p>۰/۵ نمره</p>	<p>۹۸ تیر</p>	<p>در جای خالی عبارت ریاضی مناسب بنویسید اگر G یک گراف n رأسی باشد مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر است.</p>	<p>۸</p>
<p>۱/۵ نمره</p>	<p>۹۸ تیر</p>	 <p>گراف G را مطابق شکل مقابل در نظر بگیرید. الف) مجموعه رئوس و مجموعه یال ها را بنویسید. ب) در گراف G یک دور به طول ۳ بنویسید پ) درجه رأس e را در گراف \bar{G} مشخص کنید.</p>	<p>۹</p>
<p>۰/۵ نمره</p>	<p>۹۸ خرداد خارج</p>	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید مینیمم درجه در یک گراف ساده عددی غیر صفر است.</p>	<p>۱۰</p>
<p>۰/۵ نمره</p>	<p>۹۸ خرداد خارج</p>	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. P_n گرافی است که تنها از یک مسیر تشکیل شده است.</p>	<p>۱۱</p>
<p>۲ نمره</p>	<p>۹۸ شهریور</p>	<p>گراف G با مجموعه رأس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یالهای زیر در نظر بگیرید. $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$</p> <p>الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. پ) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.</p>	<p>۱۲</p>

شماره پرسش	۹۸	در هر مورد یک گراف Δ رأسی غیرتهی k - منتظم رسم کنید، به طوری که : الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد
شماره پرسش	۹۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات پاسخ دهید. الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) اندازه گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید. ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس x است؟
شماره پرسش	۹۸	الف) گراف k - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید. ب) آیا گراف 3 - منتظم از مرتبه 5 وجود دارد؟ دلیل بیاورید.
شماره پرسش	۹۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) دوری به طول 5 مشخص کنید. ب) مکمل گراف G را رسم کنید.
شماره پرسش	۹۹	در هر مورد عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) تعداد رئوس یک گراف را (اندازه ، مرتبه) می نامیم. ب) گرافی را همبند می نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر ، یال) وجود داشته باشد. پ) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر با $n(n-1)$ ، $\frac{n(n-1)}{2}$ است. ت) گراف C_n تنها یک (دور ، مسیر) n رأسی دارد.



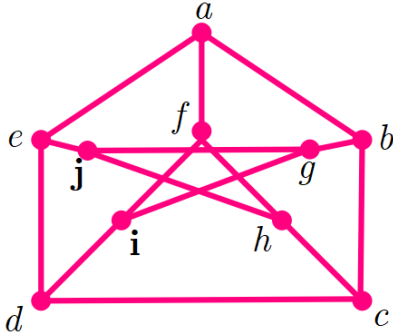
<p>۲ نمره</p>	<p>خرداد ۹۹ خارج</p>		<p>۱۸ گراف G (شکل مقابل) را در نظر بگیرید. الف) $\delta(G), \Delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول ۴ برای b بنویسید. پ) مکمل گراف G را رسم کنید. ت) $N_G(e)$ را با اعضا مشخص کنید.</p>
<p>۱ نمره</p>	<p>خرداد ۹۹ خارج</p>	<p>۱۹ در هر یک از حالات زیر در صورت امکان یک گراف r - منتظم از مرتبه p رسم کنید. در صورتی که ترسیم گراف امکان پذیر نبود، دلیل ارائه کنید. الف) $r = 2, p = 5$ ب) $r = 3, p = 7$</p>	
<p>۵ نمره</p>	<p>تیر ۹۹</p>	<p>۲۰ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مجموع درجه های رأس های هر گراف تعداد یال هاست. ب) در یک گراف k - منتظم ، ماکزیمم درجه رأس برابر با است.</p>	
<p>۲۵ نمره</p>	<p>تیر ۹۹</p>	 <p>۲۱ گراف G را در نظر بگیرید و به سوالات پاسخ دهید. الف) $N_G[a]$ را با اعضا مشخص کنید. ب) یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید. پ) یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از a به c بنویسید.</p>	
<p>۷۵ نمره</p>	<p>تیر ۹۹</p>	<p>۲۲ در گراف G ، درجه رأس v برابر با ۹ است و درجه رأس v در گراف \bar{G} برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف G را مشخص کنید.</p>	
<p>۱ نمره</p>	<p>تیر ۹۹</p>	<p>۲۳ گراف G ، ۶ رأسی ۳ - منتظم است. الف) اندازه گراف G را بیابید. ب) نمودار گراف G را رسم کنید.</p>	
<p>۲ نمره</p>	<p>شهریور ۹۹</p>	<p>۲۴ گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\delta(G), \Delta(G)$ را مشخص کنید. ب) سه دور به طول ۳ بنویسید. پ) ماکزیمم درجه در مکمل گراف G چند است. ت) $N_G(e)$ را با اعضا بنویسید. ث) آیا گراف G همبند است؟</p>	

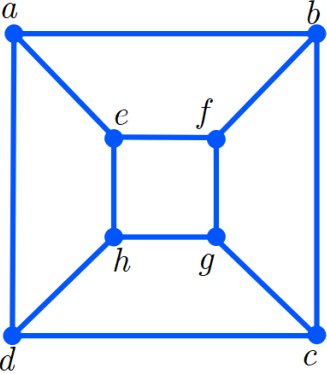
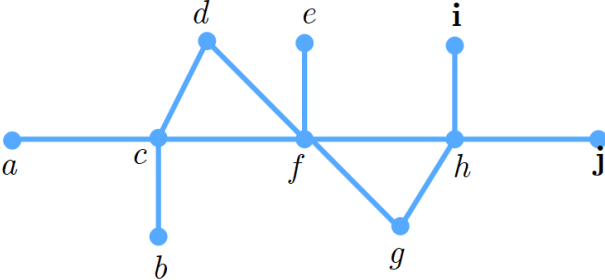
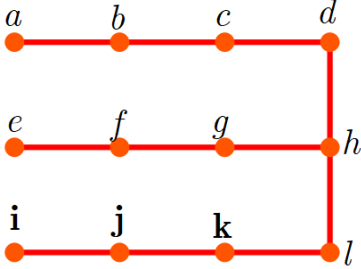
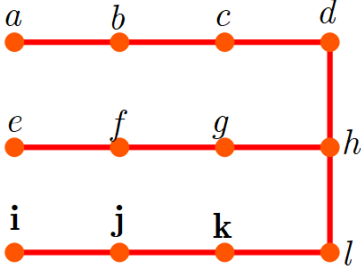
انصره	شهریور ۹۹	گراف کامل K_p دارای ۱۰ یال است. ابتدا p را به دست آورید و سپس گراف را رسم کنید.	۲۵
انصره	شهریور ۹۹	آیا گراف ۷ راسی ۳-منتظم وجود دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.	۲۶
انصره	شهریور ۹۹	گراف P_5 را رسم کرده و تمام مسیرهای به طول ۳ را مشخص کنید.	۲۷

درس دوم : مدلسازی با گراف

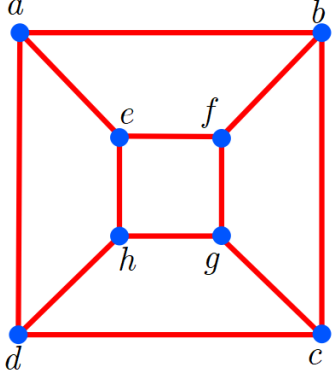
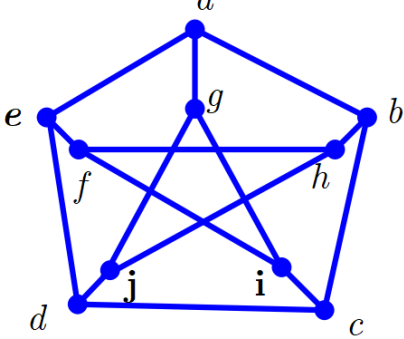
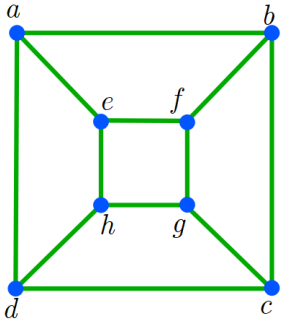
احاطه گری

انصره	دی ۹۷		<p>۱</p> <p>گراف P_{12} در شکل مقابل رسم شده است. الف) یک $\gamma - 7$ مجموعه از این گراف مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمای ۶ عضوی از آن مشخص کنید</p>
انصره	خرداد ۹۸	<p>۲</p> <p>در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقل رأس برای احاطه همه ی رئوس لازم است. ب) اگر در گراف G از مرتبه p داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر است</p>	
انصره ۱/۵	خرداد ۹۸	<p>۳</p> <p>گراف C_p را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. ب) عدد احاطه گری C_p را به دست آورید. پ) دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.</p>	

<p>۱/۵ نمره</p>	<p>۹۸ خرداد</p>	<p>۴ الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه گر غیر مینیمال را می توان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد.</p> <p>ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید.</p>
		
<p>۱ نمره</p>	<p>۹۸ خرداد</p>	<p>۵ الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد.</p> <p>ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد.</p>
<p>۰/۵ نمره</p>	<p>۹۸ تیر</p>	<p>۶ جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.</p> <p>عدد احاطه گری گراف C_p برابر می باشد.</p>
<p>۰/۵ نمره</p>	<p>۹۸ تیر</p>	<p>۷ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) یک γ - مجموعه در گراف p_5 ، دارای ۲ عضو است.</p> <p>ب) تعداد کمتر از $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ رأس نمیتوانند تمام n رأس گراف را احاطه کنند.</p>
<p>۱/۵ نمره</p>	<p>۹۸ تیر</p>	<p>۸ در هر قسمت گراف خواسته شده را رسم کنید.</p> <p>الف) یک گراف ۲- منتظم از مرتبه ۸ که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار را داشته باشد.</p> <p>ب) یک گراف ۵ رأسی که γ - مجموعه آن با اندازه یک باشد.</p> <p>پ) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد.</p>
<p>۱/۵ نمره</p>	<p>۹۸ تیر</p>	<p>۹ اگر عدد احاطه گری در یک گراف ۵ رأسی برابر یک باشد، در این صورت $V(G)$ و حداقل و حداکثر تعداد یال هایی را که گراف G می تواند داشته باشد را مشخص کنید.</p>

<p>انصره ۹۸ تیر</p>		<p>در گراف شکل مقابل: الف) یک مجموعه احاطه گر مینیمم مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمای مشخص کنید که مینیمم نباشد.</p> 	<p>۱۰</p>
<p>انصره ۹۸ خرداد</p>	<p>خارج</p>	<p>الف) مجموعه گر احاطه گر ب) عدد احاطه گری</p>	<p>۱۱</p>
<p>انصره ۱/۵ خرداد</p>	<p>خارج</p>	<p>در گراف شکل مقابل: الف) یک مجموعه احاطه گر بنویسید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید. پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمم بنویسید.</p> 	<p>۱۲</p>
<p>انصره ۱/۵ خرداد</p>	<p>خارج</p>	<p>عدد احاطه گری گراف های زیر را تعیین کنید و سپس برای هر گراف یک γ - مجموعه بنویسید.</p> <p>الف) </p> <p>ب) </p>	<p>۱۳</p>
<p>انصره ۹۸ خرداد</p>	<p>خارج</p>	<p>الف) یک گراف ۶ رأسی رسم کنید که عدد احاطه گری آن یک باشد. ب) گراف ۶ رأسی رسم کنید که عدد احاطه گری آن ۲ بوده و مجموعه احاطه گر مینیمم آن یکتا باشد.</p>	<p>۱۴</p>

شهریور ۹۸ نمره ۱/۵		<p>الف) گراف P_8 را رسم کنید. ب) یک γ - مجموعه از آن را مشخص کنید. پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.</p>	۱۵
شهریور ۹۸ نمره ۱		<p>در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید سپس با حذف برخی از رأس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کنید.</p>	۱۶
دی ۹۸ نمره ۱/۲۵		<p>برای گراف روبرو الف) یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه گر مینیمال باشد.</p>	۱۷
دی ۹۸ نمره ۱/۲۵		<p>اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه گر برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه گری بزرگ تر از $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.</p>	۱۸

<p>۱/۲۵ نمره</p>	<p>خرداد ۹۹ خارج</p>	 <p>۱۹ عدد احاطه‌گری گراف زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.</p>
<p>۰/۷۵ نمره</p>	<p>خرداد ۹۹ خارج</p>	<p>۲۰ مجموعه احاطه‌گر مینیمال را تعریف کنید.</p>
<p>۱ نمره</p>	<p>تیر ۹۹</p>	<p>۲۱ یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید، به طوری که: الف) مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه ۲ داشته باشد.</p>
<p>۱/۲۵ نمره</p>	<p>تیر ۹۹</p>	 <p>۲۲ عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.</p>
<p>۱/۵ نمره</p>	<p>شهریور ۹۹</p>	 <p>۲۳ عدد احاطه‌گری گراف روبرو را مشخص کنید.</p>

فصل سوم ترکیبیات (شمارش)

درس اول : مباحثی در ترکیبیات و جایگشت با تکرار		
انمره	دی ۹۷	۱ اگر داشته باشیم $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. در این صورت چند کد رمز ۵ رقمی میتوان نوشت که هر یک شامل دو رقم (متمايز) از A و سه رقم (متمايز) از B باشد؟
انمره ۱/۵	خرداد ۹۸	۲ ۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند به طوری که : الف) به صورت یک در میان قرار بگیرند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. پ) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.
انمره	خرداد ۹۸	۳ با ارقام ۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۲, ۴, ۴, ۵ چند عدد ۹ رقمی میتوان نوشت؟

۴	در جای خالی عدد مناسب بنویسید.	تعداد رمزهای ۴ رقمی که با ارقام ۱, ۱, ۱, ۲ میتوان ساخت برابر است.	خرداد ۹۸ خارج	نمره ۰/۵
۵	می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف میز مستطیل شکل بنشانیم، اگر بخواهیم هر نفر روبروی برادرش بنشیند، به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟		تیر ۹۸	نمره
۶	۹ نفر به چند طریق می توانند در سه اتاق ۲ نفره و ۳ نفره و ۴ نفره واقع در یک هتل اسکان یابند؟		تیر ۹۸	نمره
۷	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را میتوانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوریکه: الف) همواره کتابهای فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. پ) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک همواره کنار هم باشند.		شهریور ۹۸	نمره ۱/۵
۸	با حروف کلمه "می سی سی پی" چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا میتوان نوشت؟		دی ۹۸	نمره
۹	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می توان کنار هم در یک ردیف قرار داد به طوری که: الف) کتاب ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب های ریاضی کنار هم و کتابهای فیزیک نیز کنار هم باشند.		دی ۹۸	نمره ۱/۲۵
۱۰	با ارقام عدد ۱۱۳۲۸۸۱۱۳۳ چند عدد ۱۰ رقمی می توان نوشت؟ (ساده کردن پاسخ نهایی الزامی نیست)		خرداد ۹۹ خارج	نمره
۱۱	با ارقام عدد ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۴ چند عدد ۷ رقمی میتوان نوشت؟		تیر ۹۹	نمره ۰/۷۵
۱۲	۴ دانش آموز پایه دهم و ۳ دانش آموز پایه یازدهم، به چند طریق میتوانند در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که الف) هیچ دو دانش آموز هم پایه کنار هم نباشند. ب) همواره دانش آموزان پایه دهم کنار هم باشند.		تیر ۹۹	نمره

شهریور ۹۹	شماره ۰/۷۵	هشت نفر به چند طریق می توانند در سه اتاق ۳ نفره و ۴ نفره و ۱ نفره قرار بگیرند؟	۱۳
شهریور ۹۹	شماره	در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۴ نفر والیبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر نه فوتبال بازی میکنند و نه والیبال. به شرط آن که بدانیم ۹ نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی میکنند.	۱۴
حل معادله سیاله با ضرایب واحد			
دی ۹۷	شماره	به چند طریق می توان ۸ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد.	۱
خرداد ۹۸	شماره	تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 10$ با شرط $X_i > 0, i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.	۲
تیر ۹۸	شماره ۱/۵	تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله زیر را بدست آورید. $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 12 \quad X_1 > 2, X_5 \geq 4$	۳
خرداد ۹۸	شماره ۲	الف) به چند طریق از بین ۴ نوع گل، دسته گلی شامل ۸ شاخه گل را به دلخواه انتخاب کرد؟ ب) اگر از هر ۴ نوع گل حداقل یکی انتخاب شود، به چند طریق می توان ۸ شاخه گل را انتخاب کرد؟	۴
شهریور ۹۸	شماره ۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $X_1 + X_2 + \dots + X_6 = 12$ با شرط $X_5 \geq 4, X_2 > 4$ را محاسبه کنید.	۵
دی ۹۸	شماره ۱	معادله $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آنکه $X_2 > 3, X_1 > 2$ باشند؟	۶
خرداد ۹۹	شماره ۱/۵	معادله $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 17$ چند جواب مثبت و صحیح دارد به شرط آنکه $X_5 \geq 4, X_2 > 2$ باشند؟	۷
تیر ۹۹	شماره ۱/۲۵	به چند طریق می توان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد، اگر بخواهیم از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم.	۸

شهریور ۹۹	شماره ۱/۲۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آنکه $x_1 \geq 1$ و $x_3 > 3$	۹																
مربع لاتین																			
دی ۹۷	شماره ۱/۵	دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید و متعامد بودن آنها را نشان دهید.	۱																
خرداد ۹۸	شماره ۰/۵	در جای خالی عدد مناسب قرار دهید. مجموع درایه های سطر اول یک مربع لاتین 5×5 برابر با است.	۲																
خرداد ۹۸	شماره ۱/۵	اگر سه دوست هم سایز؛ سه کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباس ها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هر یک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هر کت با هر پیراهن نیز دقیقاً یکبار مورد استفاده قرار بگیرد، بنویسید که چگونه میتواند این کار را انجام دهد.	۳																
تیر ۹۸	شماره ۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برای $n = 1, 2, 6$ دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد.	۴																
تیر ۹۸	شماره ۱/۵	دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.	۵																
خرداد ۹۸	شماره ۱	برای مربع لاتین مقابل یک جایگشت مشخص کرده و نشان دهید مربع جدید خود مربع لاتین است؟ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>۴</td> <td>۲</td> <td>۱</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <td>۳</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td>۴</td> <td>۳</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۱</td> </tr> </table>	۴	۲	۱	۳	۳	۱	۲	۴	۱	۴	۳	۲	۲	۳	۴	۱	۶
۴	۲	۱	۳																
۳	۱	۲	۴																
۱	۴	۳	۲																
۲	۳	۴	۱																
شهریور ۹۸	شماره ۱	قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۷																

<p>نمره ۰/۷۵</p>	<p>دی ۹۸</p>	<p>۸ بررسی کنید آیا دو مربع لاتین 3×3 رو به رو متعامدند؟</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۴</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> </tr> </table>	۱	۲	۳	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۳	۱	۲	<p>۸</p>																		
۱	۲	۳	۱	۲	۳																																		
۴	۱	۲	۲	۳	۱																																		
۲	۳	۱	۳	۱	۲																																		
<p>انمره</p>	<p>خرداد ۹۹</p>	<p>۹ یک مربع لاتین چرخشی رسم کنید.</p>	<p>۹</p>																																				
<p>انمره</p>	<p>تیر ۹۹</p>	<p>۱۰ مربع لاتین مقابل را در نظر بگیرید و با اعمال یک جایگشت بر روی ۱, ۲, ۳, ۴ یک مربع لاتین جدید به دست آورید.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۴</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۴</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۴</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۴</td> </tr> </table>	۲	۱	۴	۳	۴	۳	۲	۱	۳	۴	۱	۲	۱	۲	۳	۴	<p>۱۰</p>																				
۲	۱	۴	۳																																				
۴	۳	۲	۱																																				
۳	۴	۱	۲																																				
۱	۲	۳	۴																																				
<p>انمره</p>	<p>تیر ۹۹</p>	<p>۱۱ متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید.</p> <p>(الف)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> </tr> </table> <p>(ب)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> </tr> </table>	۳	۲	۱	۲	۱	۳	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۱	۲	۳	<p>۱۱</p>
۳	۲	۱	۲	۱	۳																																		
۱	۳	۲	۱	۳	۲																																		
۲	۱	۳	۳	۲	۱																																		
۱	۲	۳	۳	۱	۲																																		
۳	۱	۲	۲	۳	۱																																		
۲	۳	۱	۱	۲	۳																																		

انمره	تیر ۹۹	قرار است سه کارگر W_1, W_2, W_3, W_4 در سه روز متوالی با سه ماشین نخ ریزی و با سه نوع الیاف کار کنند، به گونه ای که هرکارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار رفته باشد. برای این منظور برنامه ریزی کنید.	۱۲																		
نمره ۰/۵	شهریور ۹۹	یک مربع لاتین چرخشی 4×4 بنویسید.	۱۳																		
انمره	شهریور ۹۹	متعامد بودن دو مربع لاتین زیر را بررسی کنید. <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۱۴
۱	۲	۳																			
۴	۱	۲																			
۲	۳	۱																			
۱	۲	۳																			
۲	۳	۱																			
۳	۱	۲																			

درس دوم : روش هایی برای شمردن

اصل شمول و عدم شمول

انمره ۲	دی ۹۷	به چند طریق میتوان ۴ خودکار متفاوت را بین سه نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداقل ۱ خودکار داده باشیم؟ (راه حل نوشته شود)	۱
انمره ۱/۲۵	خرداد ۹۸	در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند؟ راه حل خود را بنویسید.	۲
انمره ۱/۵	تیر ۹۸	چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 200$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۳، ۴ بخش پذیر نباشند؟ (بر ۳ بخش پذیر نباشند و بر ۴ بخش پذیر نباشند.)	۳

۱/۵ نمره	خرداد ۹۸ خارج	۴ به چند طریق میتوان ۴ خودکار متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداقل یک خودکار داده باشیم؟
۱/۵ نمره	خرداد ۹۸ خارج	۵ بین اعداد طبیعی ۱ تا ۴۰۰ ($1 \leq n \leq 400$) چند عدد وجود دارد که: الف) بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد؟ ب) فقط بر یکی از اعداد ۴ یا ۷ بخش پذیر باشد؟
۱/۵ نمره	شهریور ۹۸	۶ چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴, ۶ بخش پذیر نباشند؟
۱/۷۵ نمره	دی ۹۸	۷ با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید
۱/۷۵ نمره	خرداد ۹۹ خارج	۸ چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 200$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲, ۷ بخش پذیر نباشد؟
انمره	خرداد ۹۹ خارج	۹ الف) چند تابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی میتوان تعریف کرد؟ ب) چند تابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی میتوان تعریف کرد؟
انمره	تیر ۹۹	۱۰ به چند طریق میتوان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم.)
انمره	تیر ۹۹	۱۱ در بین اعداد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 100$ ، چند عدد وجود دارد که بر ۶ یا ۱۰ بخش پذیر است؟
انمره	شهریور ۹۹	۱۲ ۸ نفر را که برای یک برنامه تلوزیونی پیامک ارسال کرده اند، انتخاب کرده ایم و میخواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر (با قرعه کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (یک نفر میتواند ۴ جایزه را برنده شود.)
انمره	شهریور ۹۹	۱۳ تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی چند تاست؟ (با ذکر دلیل)

۱/۵ نمره	دی ۹۷	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آنها روز تولدشان یکسان است؟ (سال را غیر کبیسه در نظر بگیرید)	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۸	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند، لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۲
۱/۲۵ نمره	تیر ۹۸	تعیین کنید در یک اردوی دانش آموزی چند دانش آموز وجود دارد تا اطمینان داشته باشیم که حداقل ۷ نفر از آنها ماه تولد یکسانی دارند؟	۳
۱/۵ نمره	خرداد ۹۸ خارج	<p>یک مثلث متساوی الاضلاع به طول ۳ واحد را تقسیم بندی کرده ایم.</p> <p>نشان دهید اگر ۱۰ نقطه دلخواه داخل این مثلث اختیار کنیم</p> <p>حداقل ۲ نقطه بین این نقاط وجود خواهد داشت به قسمی که فاصله آنها از یکدیگر کمتر از ۱ باشد.</p> 	۴
۱/۵ نمره	شهریور ۹۸	۱۳ نقطه درون یک مستطیل ۸×۶ قرار دارد. نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{۸}$ باشد.	۵
۱ نمره	دی ۹۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, ۸۴\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۶
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۹ خارج	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آنها روز تولدشان یکسان است؟	۷
۱ نمره	تیر ۹۹	در یک اردوی دانش آموزی حداقل چند دانش آموز وجود داشته باشد تا اطمینان داشته باشیم که لااقل ۷ نفر از آنها ماه تولد یکسانی دارند؟	۸
۱ نمره	شهریور ۹۹	نشان دهید در یک خانواده ۵ نفری حداقل دو نفر فصل تولدشان یکسان است.	۹