

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچه شماره ۱

صبح جمعه

۱۴۰۲/۴/۲



آزمون جامع دوم (۲ تیر ۱۴۰۲)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۴۰

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۲ است.

دفترچه سؤال



آزمون ۲ تیر ماه ۱۴۰۲ دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-عادل حسینی
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-سوگند روشنی-محمد صحت کار-نریمان فتح الهی-احمدرضا فلاح-هادی فولادی-مهرداد ملوندی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه
 زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه
 زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $x^3 + kx + 1$ بر $x + 1$ برابر ۳ باشد، مقدار خارج قسمت این تقسیم به ازای $x = -1$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۹ (۳)
 -۱۰ (۲) -۹ (۴)

۲- جملات دوم و پنجم یک دنباله هندسی به ترتیب ۸ و $\frac{64}{27}$ است. اگر مجموع n جمله اول این دنباله را S_n بنامیم، کدام دنباله هندسی است؟

- $S_n - 24$ (۱) $S_n + 12$ (۲) $S_n - 36$ (۳) $S_n + 48$ (۴)

۳- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 + 2x = k$ باشند به طوری که $\alpha^3 + \beta^3 = -12$ ، مجموع مقادیر ممکن برای k کدام است؟

- ۱ (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۴- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ ، $D_f = [-\infty, -2]$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ ، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

- {۰} (۱) $[0, 1]$ (۲) $[0, \frac{1}{2})$ (۳) $\{0, 1\}$ (۴)

۵- نمودار تابع $f(x) = \log_2(2^x + 1)$ نیمساز ربع اول را در نقطه‌ای با طول α قطع می‌کند. مقدار $f^{-1}(\frac{\alpha}{2})$ کدام است؟

- $\log_2(\sqrt{5}+1) + 1$ (۱) $\log_2(\sqrt{5}-1) - 1$ (۲) $\log_2(\sqrt{5}+1)$ (۳) $\log_2(\sqrt{5}-1)$ (۴)

۶- طول نقاط روی نمودار تابع $f(x) = 2 + \sqrt{3-x}$ را نصف کرده و سپس آن را نسبت به نیمساز ربع‌های اول و سوم قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل در کدام طول نمودار تابع f^{-1} را قطع می‌کند؟

- ۳ (۱) $2 - \sqrt{3}$ (۲) ۱ (۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴)

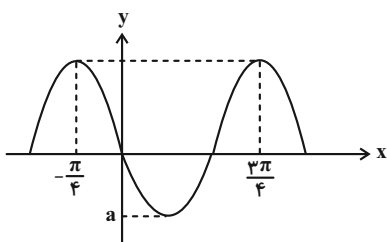
۷- اگر مجموعه جواب‌های نامعادله $\log_{0.1}(x^2 - 4) > \log_{0.1}(2x + a)$ به صورت $(c, 5) \cup (b, -2)$ باشد، مقدار b کدام است؟

- ۴ (۱) -۵ (۲) -۳ (۳) -۶ (۴)

۸- حاصل $2 \sin \frac{31\pi}{12}$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ (۱) $-\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ (۲) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (۳) $-\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (۴)

۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2 \cos(bx - \frac{\pi}{3}) - \cos bx$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $a^2 b$ کدام است؟



- ۱۲ (۱)
 ۶ (۲)
 -۱۲ (۳)
 -۶ (۴)

۱۰- مجموع طول نقاط برخورد نمودارهای دو تابع $f(x) = \cos 2x + 2$ و $g(x) = \Delta \sin x$ در بازه $[-\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}]$ کدام است؟

- (۱) π (۲) 2π (۳) $\frac{4\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۱۱- تابع $f(x) = a[2 \cos x] + x[\sin 3x]$ در $x = \frac{\pi}{3}$ پیوسته است. مقدار $|a|$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) صفر

۱۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{-x}}$ در اطراف یکی از مجانبهای قائمشکل چگونه می تواند باشد؟



۱۳- تابع f در $x = 3$ مشتق پذیر است، به طوری که $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{2 - f(3+h)} = 4$ است. اگر $g(x) = \sqrt[3]{x^2} - 1$ باشد، مشتق تابع $f \times g$ در $x = 3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۴- اگر $f(x) = x^2 + x + a|x|$ و $g(x) = 3x - |x|$ باشد، کدام خط می تواند در مبدأ مختصات بر نمودار تابع $f \circ g$ مماس باشد؟

- (۱) $2y = 3x$ (۲) $3y = 2x$ (۳) $4y = 3x$ (۴) $3y = 4x$

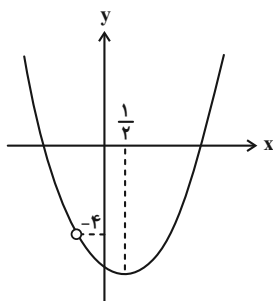
۱۵- فاصله نقاط عطف نمودار تابع $f(x) = (x+1)\sqrt[3]{x-1}$ از یکدیگر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۶- خطی گذرا از نقطه $A(1, 2)$ ، نمودار تابع $y = |x|$ را در دو نقطه B و C قطع می کند. شیب این خط کدام باشد تا مساحت مثلث OBC کمترین مقدار شود؟ (O مبدأ مختصات است.)

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3 + ax^2 + bx - 6}{x+c}$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $b - c$ کدام است؟

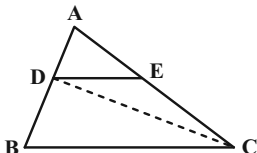


- (۱) -۱ (۲) -۷ (۳) -۶ (۴) -۸

- ۱۸- گزاره $r \Rightarrow \sim[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \vee \sim p$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) T | (۲) F | (۳) r | (۴) p |
|-------|-------|-------|-------|
- ۱۹- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، حاصل عبارت $[(A \cap B)' - A'] \cup [(A' - B) \cup (B - A)']$ همواره برابر کدام است؟
- | | | | |
|-----------------|-----------------|-------------|-------------|
| (۱) $A \cup B'$ | (۲) $B \cup A'$ | (۳) $A - B$ | (۴) $B - A$ |
|-----------------|-----------------|-------------|-------------|
- ۲۰- شخصی می‌خواهد از بین ۵ نوع گل مختلف، ۸ شاخه گل انتخاب کند. با کدام احتمال در دسته گل انتخاب شده، فقط ۳ نوع گل مختلف وجود دارد؟
- | | | | |
|--------------------|---------------------|-------------------|---------------------|
| (۱) $\frac{7}{11}$ | (۲) $\frac{14}{33}$ | (۳) $\frac{5}{9}$ | (۴) $\frac{56}{99}$ |
|--------------------|---------------------|-------------------|---------------------|
- ۲۱- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ عددی پنج رقمی بدون تکرار ارقام می‌نویسیم. اگر بدانیم که در این عدد رقم ۵ در سمت چپ رقم ۴ قرار دارد، احتمال آن که این عدد بزرگ‌تر از ۵۰۰۰۰ باشد، چقدر است؟
- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| (۱) $\frac{1}{8}$ | (۲) $\frac{1}{2}$ | (۳) $\frac{3}{8}$ | (۴) $\frac{3}{4}$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
- ۲۲- دو ظرف A و B داریم. در ظرف A، ۱ مهره قرمز و ۲ مهره آبی و در ظرف B، ۱ مهره قرمز و ۳ مهره آبی است. ابتدا یک سکه سالم را یک بار پرتاب می‌کنیم. اگر سکه رو بیاید از ظرف A و در غیر این صورت از ظرف B یک مهره به تصادف برمی‌داریم و در ظرف دیگر قرار می‌دهیم. حالا اگر از ظرفی که تعداد مهره‌های بیشتری دارد مهره‌ای برداریم و مشاهده کنیم که قرمز است، احتمال آن که سکه رو آمده باشد، چقدر است؟
- | | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------|-------------------|
| (۱) $\frac{64}{139}$ | (۲) $\frac{64}{75}$ | (۳) $\frac{75}{139}$ | (۴) $\frac{1}{2}$ |
|----------------------|---------------------|----------------------|-------------------|
- ۲۳- اگر در داده‌های $\{۶۳, ۶۸, ۶۵, ۷۶, ۵۰, ۶۹, x, ۶۴\}$ میانگین برابر با میانه و مد باشد مجموع ارقام x کدام است؟
- | | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| (۱) ۹ | (۲) ۱۰ | (۳) ۱۱ | (۴) ۱۲ |
|-------|--------|--------|--------|
- ۲۴- چند عدد سه رقمی مضرب ۷ وجود دارد که باقی مانده و خارج قسمت تقسیم آن بر عدد طبیعی b به ترتیب برابر ۲۵ و ۱۹ باشد؟
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۳ | (۲) ۴ | (۳) ۵ | (۴) ۶ |
|-------|-------|-------|-------|
- ۲۵- به ازاء چند مقدار دو رقمی n، عدد $۳^n - ۱$ بر ۱۴۰ بخش پذیر است؟
- | | | | |
|-------|-------|-------|--------|
| (۱) ۷ | (۲) ۸ | (۳) ۹ | (۴) ۱۰ |
|-------|-------|-------|--------|
- ۲۶- اگر G گرافی ۲-منتظم و \bar{G} گرافی ۹-منتظم باشد، حداکثر مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۳ | (۲) ۴ | (۳) ۵ | (۴) ۶ |
|-------|-------|-------|-------|
- ۲۷- تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم در یک گراف همبند که درجه رئوس آن به صورت ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۳ باشد، کدام است؟
- | | | | |
|-------|-------|-------|--------|
| (۱) ۱ | (۲) ۳ | (۳) ۸ | (۴) ۲۰ |
|-------|-------|-------|--------|
- ۲۸- از مجموعه $\{a, b, c\}$ به مجموعه $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ ، چند تابع می‌توان نوشت که برد تابع حداکثر ۲ عضو داشته باشد؟
- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| (۱) ۸۵ | (۲) ۸۰ | (۳) ۶۵ | (۴) ۶۰ |
|--------|--------|--------|--------|
- ۲۹- از میان ۶ کارت که روی هر یک از آن‌ها یکی از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ نوشته، سه کارت به تصادف برمی‌داریم و از کنار هم قرار دادن آن‌ها عددی ۳ رقمی می‌سازیم، به طوری که ارقام از چپ به راست به ترتیب صعودی باشند. این آزمایش را حداقل چند بار تکرار کنیم تا یقین داشته باشیم دست‌کم دو بار اعداد ساخته شده یکسان هستند؟
- | | | | |
|--------|--------|---------|---------|
| (۱) ۲۱ | (۲) ۳۱ | (۳) ۱۲۱ | (۴) ۱۳۱ |
|--------|--------|---------|---------|

۳۰- در مثلث زیر، پاره خط DE موازی ضلع BC است. اگر مساحت مثلث‌های ADE و BDC به ترتیب ۴ و ۱۵ باشند، مساحت

مثلث ABC کدام است؟



۲۵ (۱)

۲۷ (۲)

۳۰ (۳)

۳۲ (۴)

۳۱- یک مستطیل شبکه‌ای با ضلع‌های افقی و قائم و به مساحت ۲۴ واحد مربع مفروض است. این مستطیل حداکثر چند نقطهٔ

درونی دارد؟

۱۴ (۲)

۱۵ (۱)

۹ (۴)

۱۲ (۳)

۳۲- تمام وجه‌های مکعب مستطیلی به ابعاد $۶ \times ۴ \times ۴$ را که از مکعب‌های کوچک به ضلع ۱ واحد تشکیل شده است، رنگ آمیزی

کرده‌ایم. تعداد مکعب‌های رنگ نشده چه کسری از تعداد مکعب‌هایی است که فقط یک وجه آن‌ها رنگ شده است؟

$\frac{۲}{۵}$ (۲)

$\frac{۴}{۵}$ (۱)

$\frac{۲}{۹}$ (۴)

$\frac{۴}{۹}$ (۳)

۳۳- در شکل زیر، دایرهٔ کوچک‌تر مماس بر دایرهٔ بزرگ‌تر بوده و بر قطر AB در مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر مماس است. دایره‌ای که مرکز آن

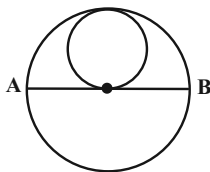
روی قطر AB بوده و بر دو دایره مماس باشد را رسم می‌کنیم. شعاع بزرگ‌ترین دایره چند برابر شعاع کوچک‌ترین دایره است؟

۴ (۱)

۳ (۲)

$\frac{۵}{۲}$ (۳)

۲ (۴)



۳۴- دو نقطهٔ $A(-۳, ۳)$ و $B(۰, ۵)$ مفروض‌اند. طول کوتاه‌ترین مسیر AMB به گونه‌ای که نقطهٔ M روی خط d به معادلهٔ

$y = x + ۲$ قرار داشته باشد، کدام است؟

$۴\sqrt{۲}$ (۲)

۶ (۱)

$\sqrt{۳۷}$ (۴)

$۲\sqrt{۱۰}$ (۳)

۳۵- در مثلث ABC ، $AB=4$ ، $AC=6$ و میانه AM برابر $\sqrt{10}$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۱) $3\sqrt{15}$

(۲) $9\sqrt{5}$

(۳) $10\sqrt{3}$

(۴) ۱۲

۳۶- اگر $A = \begin{bmatrix} \cdot & \log_2^{\delta} \\ \log_{\delta}^2 & \cdot \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \cdot & \tan \theta \\ \cot \theta & \cdot \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $A^{19} + B^{20}$ کدام است؟

(۱) $39I$

(۲) $A+B$

(۳) $A+I$

(۴) $B+I$

۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} |A|-1 & |A|-2 \\ 1 & |A|+1 \end{bmatrix}$ و $AX = A^{-1}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس X کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

۳۸- چند نقطه در صفحه مختصات وجود دارد که از نقاط $A(-2, 1)$ و $B(2, 3)$ به یک فاصله بوده و فاصله آن‌ها از نیمساز ربع دوم

و چهارم برابر ۱ باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بیشمار

۳۹- در یک سهمی، $y=4$ خط هادی بوده و رأس و کانون آن به ترتیب روی خطوط $y=x$ و $x+y=14$ قرار دارند. معادله محور

تقارن این سهمی کدام است؟

(۱) $x=4$

(۲) $x=6$

(۳) $x=8$

(۴) $x=10$

۴۰- بردار \vec{a} تصویر قائم بردار $\vec{c} = (3, -2, -4)$ بر امتداد بردار $\vec{d} = (2, 2, 1)$ است. اگر $|\vec{b}|=1$ و \vec{a} بر \vec{b} عمود باشد، اندازه

بردار $\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچه شماره ۲۰

صبح جمعه

۱۴۰۲/۴/۲



آزمون جامع دوم (۲ تیر ۱۴۰۲)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۶۵

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۲ است.

دفترچه سؤال

آزمون ۲ تیر ماه ۱۴۰۲ دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)



پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	عبدالرضا امینی نسب- زهره آقامحمدی- بهنام دیبایی اصل- محمدعلی راست پیمان- بهنام رستمی- معصومه شریعت ناصری ساعد صالحی- پوریا علاقه مند- سیاوش فارسی- مسعود قره خانی- مصطفی کیانی- غلامرضا محبی- امیراحمد میرسعید- شادمان ویسی
شیمی	صلاح الدین ابراهیمی- جعفر پازوکی- محمدرضا پورجاوید- احمدرضا جشانی پور- کامران جعفری- حمید ذبحی- یاسر راش حسن رحمتی کوکنده- فرزاد رضایی- روزبه رضوانی- سیدرضا رضوی- علی رفیعی- محمدرضا زهرهوند- رضا سلیمانی- آروین شجاعی امیرحسین طیبی سودکلایی- محمد عظیمیان زواره- فاضل قهرمانی فرد- امیرحسین مسلمی- حسین ناصری نانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	بابک اسلامی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم جواد سوری لکی
	ویراستار استاد: مصطفی کیانی	
مسئول درس	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

فیزیک

زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه

زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه

زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

۴۱- معادله مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، در SI

به صورت $x = t^2 - 16t + 28$ است. در کدام بازه زمانی زیر، اندازه

جابه جایی متحرک با مسافت طی شده توسط آن یکسان است؟

(۱) ۴s تا ۱۰s

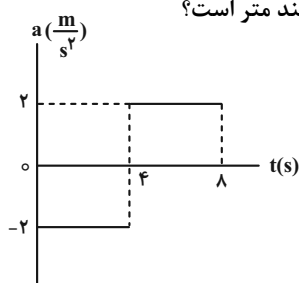
(۲) ۵s تا ۱۲s

(۳) ۱s تا ۸s

(۴) ۳ ثانیه سوم حرکت

۴۲- نمودار شتاب- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند و بردار سرعت آن در مبدأ زمان به صورت $\vec{a} = (4 \frac{m}{s^2}) \vec{i}$ است،

مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی صفر تا ۸s، مسافت طی شده توسط متحرک چند متر است؟



(۱) صفر

(۲) ۱۶

(۳) ۸

(۴) ۳۲

۴۳- متحرکی بدون تغییر جهت، $\frac{1}{3}$ فاصله مستقیم بین دو نقطه را با تندی ثابت $6 \frac{m}{s}$ و بقیه مسیر را با تندی ثابت $3 \frac{m}{s}$ طی

می کند. بزرگی سرعت متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۳/۶

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲/۴

۴۴- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع ۹۰ متری سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می شود. در $\frac{1}{3}$ اول زمان کل سقوط گلوله تا

رسیدن به زمین، گلوله چند متر جابه جا می شود؟

(۴) ۶۰

(۳) ۳۰

(۲) ۸۰

(۱) ۱۰

۴۵- جسمی به جرم m روی یک سطح افقی در حال سکون قرار دارد. وقتی به این جسم نیروی افقی ۳۲N وارد شود با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ و

وقتی نیروی افقی ۳۴N وارد شود با شتاب $2/5 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می کند. اگر به این جسم نیروی افقی ۴۰N وارد نموده و پس

از ۳s این نیرو قطع شود، از لحظه شروع حرکت جسم تا لحظه توقف آن، مسافت طی شده چند متر خواهد شد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۴) ۱۶

(۳) ۵۲

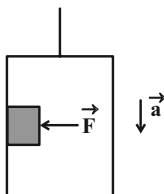
(۲) ۳۲

(۱) ۳۰

۴۶- مطابق شکل زیر، شخصی درون یک آسانسور که از حال سکون با شتاب ثابت $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند،

جسمی به جرم 5 kg را با نیروی افقی \vec{F} روی دیواره آسانسور به حال سکون نگه داشته است. حداقل اندازه نیروی \vec{F} چند

نیوتون باشد تا جسم نسبت به آسانسور ساکن بماند؟ ($\mu_s = 0.5$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



۱۰۰ (۱)

۸۰ (۲)

۴۰ (۳)

۵۰ (۴)

۴۷- اندازه تکانه جسم A سه برابر اندازه تکانه جسم B است. اگر جرم جسم A، $\frac{1}{5}$ جرم جسم B باشد، انرژی جنبشی جسم B

چند برابر انرژی جنبشی جسم A است؟

$\frac{1}{45}$ (۴)

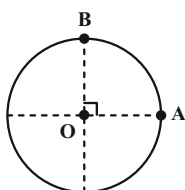
$\frac{1}{15}$ (۳)

$\frac{5}{9}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

۴۸- مطابق شکل زیر، متحرکی مسیر A تا B را به صورت پادساعتگرد بر روی یک دایره به شعاع 15 cm در مدت 0.1 s طی می‌کند.

اندازه شتاب مرکزگرای این متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)



$22/5$ (۱)

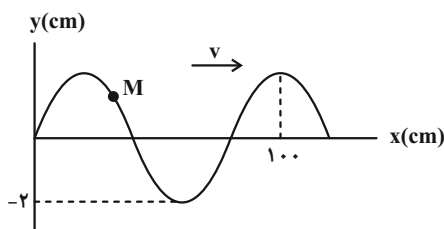
25 (۲)

$37/5$ (۳)

45 (۴)

۴۹- شکل زیر یک نقش موج سینوسی را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. اگر اندازه نیروی کشش ریسمان 20 N و چگالی و سطح مقطع آن

به ترتیب $2 \frac{g}{cm^3}$ و 1 cm^2 باشد، مسافتی که ذره M در بازه زمانی $t_1 = 0.01 \text{ s}$ تا $t_2 = 0.05 \text{ s}$ طی می‌کند، چند سانتی‌متر است؟



۲ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۱۶ (۴)

۵۰- معادله نیرو- مکان نوسانگری به جرم 200g که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد در SI به صورت $F = -180x$ است. اگر

بیشینه انرژی جنبشی این نوسانگر 225mJ باشد، معادله مکان- زمان آن در SI کدام است؟

(۱) $x = 0.05 \cos 30t$

(۲) $x = 0.03 \cos 30t$

(۳) $x = 0.05 \cos 30\pi t$

(۴) $x = 0.03 \cos 30\pi t$

۵۱- ناظری در کنار یک چشمه صوت ساکن ایستاده است. در این حالت طول موج و بسامد دریافتی توسط ناظر برابر λ و f است.

ناظر با تندی ثابت از چشمه صوت دور می‌شود و در این حالت طول موج و بسامد دریافتی توسط ناظر برابر λ' و f' است. کدام

یک از گزینه‌های زیر، مقایسه درستی بین λ و f انجام داده است؟

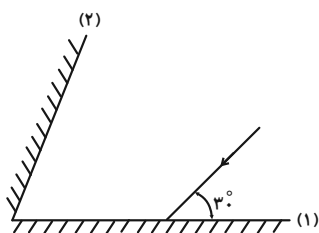
(۱) $\lambda' = \lambda$ و $f' = f$

(۲) $\lambda' = \lambda$ و $f' < f$

(۳) $\lambda' < \lambda$ و $f' > f$

(۴) $\lambda' > \lambda$ و $f' < f$

۵۲- در شکل زیر، پرتو بازتابش از آینه (۲) موازی آینه (۱) است. زاویه بین دو آینه چند درجه است؟



(۱) ۷۰

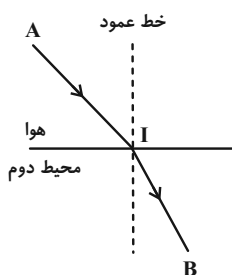
(۲) ۷۵

(۳) ۸۰

(۴) ۹۰

۵۳- در شکل زیر، نوری از نقطه A در هوا به نقطه B در محیط دوم که ضریب شکست آن $1/5$ است، می‌رسد. اگر $\overline{AI} = \overline{IB} = 10\text{cm}$

و تندی نور در هوا $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، زمان رسیدن نور از A تا B چند نانوثانیه است؟



(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{5}{6}$

(۴) $\frac{4}{5}$

۵۴- در آزمایش فوتوالکتریک، اگر بسامد نور فرودی را ۲۵ درصد افزایش دهیم، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ۳eV افزایش

می‌یابد. بسامد نور اولیه چند تراهرتز است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

- (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۳۰۰۰

۵۵- در اتم هیدروژن، الکترونی در تراز n قرار دارد. اگر تمام گذارهای ممکن برای رفتن به ترازهای پایین‌تر در نظر گرفته شود، ۳

طول موج گسیلی آن در ناحیه فرورسرخ قرار دارند. n کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۵

۵۶- در واپاشی گاما که با رابطه ${}^A_Z X^* \rightarrow {}^A_Z X + \gamma$ بیان می‌شود، جرم هسته ${}^A_Z X^*$ به اندازه $8 \times 10^{-29} \text{ g}$ بیشتر از جرم هسته ${}^A_Z X$

است. در این حالت، انرژی پرتوگامای گسیل شده، چند کیلوالکترون ولت است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

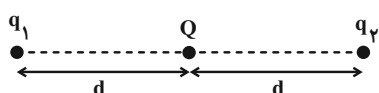
- (۱) ۴۵ (۲) ۴۵۰۰۰ (۳) ۹۰ (۴) ۹۰۰۰۰

۵۷- از هسته‌های اولیه یک ماده پرتوزا پس از گذشت ۱۸ سال، ۸۷/۵ درصد آن واپاشیده می‌شود. نیمه عمر این هسته چند سال است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

۵۸- در شکل زیر، اندازه برای نیروهای الکتریکی که از طرف بارهای مثبت q_1 و q_2 به بار Q واقع در وسط خط واصل دو بار وارد

می‌شود برابر $1/5N$ است. اگر بار q_2 را به اندازه $\frac{d}{4}$ به بار Q نزدیک کنیم، بار Q متوازن و در حال تعادل قرار خواهد گرفت.



در این حالت بار q_1 چند نیوتون نیرو به بار Q وارد می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) ۲/۵

- (۳) ۴ (۴) ۲

۵۹- ذره‌ای به جرم 20 g در یک محفظه خلاً به حالت معلق قرار گرفته است و یک میدان الکتریکی یکنواخت مانع پایین آمدن ذره می‌شود.

اگر بار الکتریکی ذره $(-4 \mu\text{C})$ باشد، اندازه میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن و جهت آن به کدام سمت است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) 5×10^5 ، بالا (۲) 5×10^5 ، پایین

- (۳) 5×10^3 ، بالا (۴) 5×10^3 ، پایین

۶۴- سیمی به طول $6l$ را به صورت پیچهای مسطح به شعاع $4R$ و سیم دیگری به طول $2l$ را به صورت پیچهای مسطح به شعاع $2R$

در آورده و جریانهای هم‌اندازه از پیچه‌ها عبور می‌دهیم. در این حالت، اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه بزرگ‌تر چند

برابر اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه کوچک‌تر است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{6}{5}$

۶۵- چه تعداد از عبارتهای زیر قطعاً درست است؟

(الف) از مواد فرومغناطیسی نرم در ساخت هسته پیچه‌ها و سیملوله‌ها استفاده می‌شود.

(ب) اتم‌های مواد پارامغناطیسی، خاصیت مغناطیسی ندارند.

(پ) عقربه مغناطیسی قطب‌نما در جهت شمال واقعی جغرافیایی قرار می‌گیرد.

(ت) میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دو قطبی‌های مغناطیسی در جهت میدان مغناطیسی خارجی در مواد دیامغناطیسی گردد.

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۶۶- در یک مولد جریان متناوب، شار مغناطیسی عبوری از پیچه در مدت $0.2s$ از $12 \times 10^{-3} \text{ Wb}$ به $-12 \times 10^{-3} \text{ Wb}$ می‌رسد. نیروی

محرکه القایی متوسط در این مدت چند ولت است؟

(۱) 0.6 (۲) 0.3 (۳) 0.12 (۴) 0.24

۶۷- می‌خواهیم با استفاده از برق شهر با ولتاژ $220V$ یک لامپ 11 ولتی را روشن کنیم. به همین منظور از یک مبدل آرمانی استفاده

می‌کنیم. اگر تعداد دورهای اولیه مبدل 800 دور باشد، تعداد دورهای ثانویه آن چقدر است؟

(۱) ۸۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

۶۸- ابعاد یک مکعب مستطیل توخالی $4m \times 5m \times 6m$ است. در این مکعب مستطیل، چند مکعب که طول هر ضلع آن $4\mu m$ است،

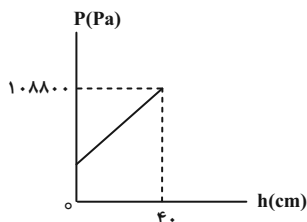
جا می‌گیرد؟

(۱) $3/6 \times 10^{18}$ (۲) $1/875 \times 10^{15}$

(۳) $3/6 \times 10^{17}$ (۴) $1/875 \times 10^{18}$

۶۹- در شکل زیر، نمودار فشار کل درون یک مایع بر حسب عمق آن نشان داده شده است. اگر چگالی مایع $\frac{1}{7} \frac{g}{cm^3}$ باشد، فشار

هوای محیط چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$)



۷۶ (۱)

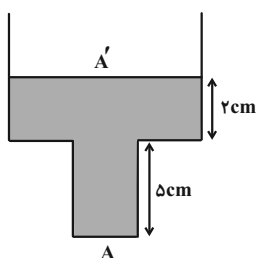
۷۵ (۲)

۷۲ (۳)

۷۰ (۴)

۷۰- در ظرف زیر ۲ لیتر آب وجود دارد. اگر یک لیتر آب به آب درون ظرف اضافه کنیم، فشار وارد بر کف ظرف $200 Pa$ افزایش

می‌یابد. نسبت $\frac{A}{A'}$ کدام است؟ (A و A' به ترتیب سطح مقطع کف ظرف و بالای ظرف و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ است.)



۰/۲ (۱)

۰/۶ (۲)

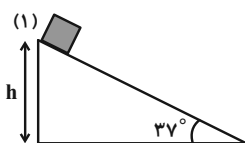
۰/۸ (۳)

۰/۴ (۴)

۷۱- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $2 kg$ از بالای سطح شیب‌داری رها می‌شود و با تندی $4 \frac{m}{s}$ به پایین سطح می‌رسد. اگر کار

نیروی وزن جسم در این جابه‌جایی $24 J$ باشد، اندازه نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح شیب‌دار چند نیوتون است؟

($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\sin 37^\circ = 0/6$)



$\frac{20}{3}$ (۱)

۱۰ (۲)

۴ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۴)

۷۲- جسمی به جرم 4 kg از ارتفاع 5 متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با سطح زمین، حداکثر تا ارتفاع $3/4 \text{ m}$ بالا می‌رود. درصد تغییرات انرژی جنبشی جسم در هنگام برخورد با زمین چقدر است؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید و

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ است.}$$

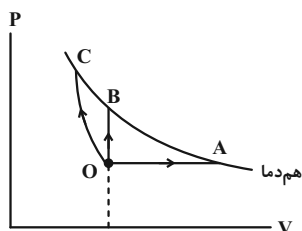
- (۱) ۶۸ (۲) ۳۲ (۳) ۷۲ (۴) ۲۸

۷۳- راننده‌ای در دمای 13°C با یک فشارسنج، فشار هوای درون لاستیک خودروی خود را 214 kPa اندازه می‌گیرد. پس از چند ساعت رانندگی، فشارسنج فشار هوای داخل لاستیک را 241 kPa نشان می‌دهد و دمای هوای داخل لاستیک در این حالت 37°C است. فشار هوای محیط چند کیلوپاسکال است؟ (حجم هوای داخل لاستیک ثابت فرض شود).

- (۱) ۱۰۱ (۲) $93/8$ (۳) $98/7$ (۴) $96/2$

۷۴- سه ظرف محتوی گازهای یکسان‌اند و فشار، حجم و دمای یکسانی دارند. هر یک از گازهای درون این سه ظرف، مطابق فرایندهای شکل زیر از حالت اولیه O به یکی از حالت‌های نهایی A ، B و C برده می‌شوند. اگر گرمای داده شده به گازها در هر فرایند، Q_A ، Q_B و Q_C و دمای نهایی گازها یکسان باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر، رابطه بین گرمای داده شده به گازها

را درست نشان می‌دهد؟



- (۱) $Q_A > Q_B > Q_C$
 (۲) $Q_A > Q_C > Q_B$
 (۳) $Q_C > Q_A > Q_B$
 (۴) $Q_C = Q_A = Q_B$

۷۵- با توجه به جدول زیر، کدام وسیله نشان دهنده تبادل انرژی در چرخه یک یخچال است؟

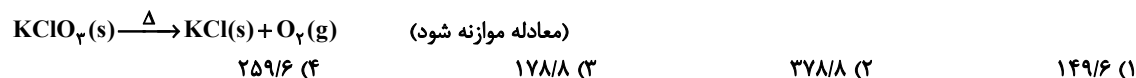
Q_H (J)	Q_L (J)	W (J)	یخچال
-۱۲۰	۷۰	۵۰	A
۱۰۰	-۷۰	-۳۰	B
-۱۰۰	۱۰۰	۰	C
۱۲۰	-۱۲۰	۰	D

- (۱) A
 (۲) B
 (۳) C
 (۴) D

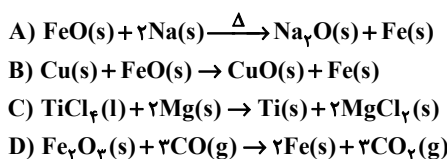
شیمی

- ۷۶- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟
- بیش از ۲۲ درصد عناصر موجود در جدول تناوبی ساختگی هستند.
 - اورانیم شناخته شدهترین فلز پرتوزا است که از ایزوتوپ سنگین آن (^{238}U) به عنوان سوخت در راکتور اتمی استفاده می‌شود.
 - جرم فراوانترین ایزوتوپ هیدروژن کمتر از جرم یک نوترون است.
 - تعداد نوترون‌ها در هسته اتم نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای، ۱۴ واحد بیشتر از تعداد پروتون‌ها است.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۷۷- از بین آنیون‌های چند اتمی «فسفات، نیتрат، سولفات، کربنات، هیدروکسید» به ترتیب از راست به چپ در ساختار چند آنیون نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی بیشتر از ۲/۵ است و در فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از چند آنیون با یون استرانسیم، زیروند آنیون کمتر از زیروند کاتیون است؟ (^{38}Sr)
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۷۸- اگر اختلاف تعداد الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون $^{83}\text{X}^{-}$ برابر ۱۲ باشد، عدد اتمی این عنصر برابر با ... بوده و اختلاف تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم این عنصر با تعداد الکترون‌هایی با $l=0$ برابر با ... خواهد بود.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۷۹- از واکنش تجزیه ۱۰۰ گرم کلسیم کربنات با خلوص ۵۰ درصد در یک ظرف درباز که به میزان ۶۰ درصد پیشرفت می‌کند چند لیتر گاز در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۸L است تولید می‌شود و درصد جرمی کلسیم کربنات در مخلوط جامد باقی‌مانده به تقریب برابر چند است؟ (به ترتیب از راست به چپ)
- ($\text{Ca} = 40, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
- $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightarrow \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۸۰- جرم‌های یکسانی از کلسیم کربنات (CaCO_3) و پتاسیم کلرات (KClO_3) را حرارت می‌دهیم تا به‌طور کامل تجزیه شوند. اگر گازهای حاصل از تجزیه آن‌ها در مجموع حدود ۵L / ۳۰٪ در شرایط STP حجم داشته باشند، نسبت جرم پتاسیم کلرید حاصل (بر حسب گرم) به جرم کلسیم کربنات مصرف‌شده (بر حسب گرم)، به تقریب کدام است؟
- D) $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightarrow \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$ ($\text{Ca} = 40, \text{K} = 39, \text{Cl} = 35.5, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
- II) $2\text{KClO}_3(\text{s}) \rightarrow 2\text{KCl}(\text{s}) + 3\text{O}_2(\text{g})$
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۸۱- تعداد اتم‌های موجود در یک مول ... ، برابر تعداد اتم‌های موجود در یک مول ... است.
- ۱) مس (II) نیترات، ۲/۵ ، سدیم کربنات
 ۲) لیتیم اکسید ، ۱/۳ ، آلومینیم هیدروکسید
 ۳) کروم (III) سولفات ، ۱/۵ ، باریم هیدروژن کربنات
 ۴) آمونیوم فسفات ، ۴ ، کلسیم نیتريد
- ۸۲- اگر ۵/۷ گرم اوکتان طبق معادله زیر به‌طور کامل بسوزد، حجم گاز تولید شده در فشار ۱/۰۲۵ اتمسفر و دمای 127°C چند لیتر خواهد بود؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
- $2\text{C}_8\text{H}_{18}(\text{l}) + 25\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 16\text{CO}_2(\text{g}) + 18\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۸۳- با توجه به جدول داده شده کدام گزینه درست است؟
- ۱) تاثیر دما بر انحلال پذیری نمک B از بقیه نمک‌ها کمتر است.
 ۲) با حل کردن C در آب، دمای محلول بیشتر می‌شود.
 ۳) با سرد کردن ۱۳۳ گرم محلول سیرشده D از دمای 40°C تا 20°C ، ۱۴ گرم از جرم محلول کاسته می‌شود.
 ۴) ۳۰۰ گرم از محلول A در دمای 20°C که شامل ۲۰۰ گرم آب است، یک محلول فراسیرشده است.
- | نمک | انحلال پذیری در دمای 20°C | انحلال پذیری در دمای 40°C |
|-----|---|---|
| A | ۶۰ | ۷۹ |
| B | ۲۱ | ۲۹ |
| C | ۳۰ | ۲۴ |
| D | ۱۴ | ۳۳ |

۸۴- هرگاه در تجزیه KClO_3 کاهش جرم مخلوط واکنش برابر $38/4$ گرم باشد با پتاسیم کلرید تولید شده در این واکنش چند گرم محلول سیرشده آن را در دمای 75°C می توان تهیه نمود؟ (انحلال پذیری پتاسیم کلرید در آب در دمای 75°C برابر 50 گرم در 100 گرم آب است). ($\text{O} = 16, \text{Cl} = 35/5, \text{K} = 39: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۸۵- اگر آرایش الکترونی بیرونی ترین زیرلایه یون های A^{2+} ، B^{2-} و C^{3+} به ترتیب به $3d^6$ ، $2p^6$ و $3p^6$ ختم شود، کدام گزینه نادرست است؟
 (۱) فلز A دارای بیشترین مقدار مصرف سالانه در بین فلزهای موجود در جدول دوره ای است.
 (۲) فرمول شیمیایی ترکیب مولکولی حاصل از عنصرهای B و C به صورت C_3B_4 خواهد بود.
 (۳) C نخستین عنصر از دوره چهارم جدول دوره ای است که زیرلایه $I = 2$ آن شروع به پر شدن می کند.
 (۴) A نمی تواند مولکول دو اتمی با فرمول شیمیایی A_2 را تولید کند.
 ۸۶- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد واکنش های داده شده درست است؟



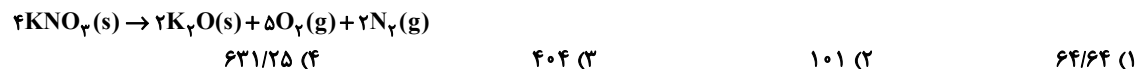
(۱) واکنش A همانند واکنش C به طور طبیعی انجام نمی شود.
 (۲) واکنش B برخلاف واکنش D به طور طبیعی انجام نمی شود.
 (۳) واکنش A همانند B و برخلاف C به طور طبیعی انجام می شود.
 (۴) واکنش D برخلاف C و مانند A به طور طبیعی انجام می شود.
 ۸۷- اگر در مخلوط گازی اتان و هپتان، درصد جرمی کربن $4/5$ برابر درصد جرمی هیدروژن باشد، نسبت شمار مول اتان به شمار مول هپتان در این مخلوط گازی کدام است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



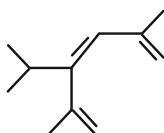
۸۸- چند مورد از عبارتهای زیر درباره «آمونیاک» درست است؟
 • تزریق مستقیم آمونیاک مایع به عنوان کود شیمیایی به خاک جهت جبران گاز هیدروژن مورد نیاز گیاه است.
 • واکنش تولید آمونیاک در دمای اتاق حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه پیش نمی رود.
 • رفتار مولکول آمونیاک در میدان الکتریکی همانند مولکول کربن دی اکسید است.
 • دمای 20°C و فشار 450 atm از جمله شرایط بهینه فرایند هابر است.



۸۹- برای تهیه 47 گرم از فراورده جامد با خلوص 80 درصد طی واکنش زیر با بازده 40 درصد، به چند گرم از ماده اولیه با خلوص 50 درصد نیاز است؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{K} = 39: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

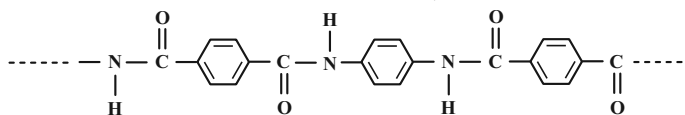


۹۰- فرمول مولکولی ترکیب زیر کدام است و نسبت تعداد گروه های CH_3 به مجموع تعداد گروه های CH و CH_2 کدام است؟



- (۱) $\text{C}_{11}\text{H}_{22}$
 (۲) $\text{C}_{11}\text{H}_{18}$
 (۳) $\text{C}_{11}\text{H}_{22}$
 (۴) $\text{C}_{11}\text{H}_{18}$

۹۱- با توجه به ساختار زیر که بخشی از ساختار مولکول سازنده یک پلیمر را نشان می‌دهد، چند عبارت درباره این مولکول درست است؟ (O = ۱۶, N = ۱۴, C = ۱۲, H = ۱: g.mol⁻¹)



الف) به دسته پلی‌آمیدها تعلق دارد و هر دو مونومر آن آروماتیک هستند.
 ب) تفاوت جرم مولی مونومرهای سازنده این پلیمر، ۵۸ گرم بر مول است.
 پ) جرم این پلیمر از مجموع جرم مونومرهای سازنده آن کمتر است.
 ت) اگر این پلیمر n واحد تکرار شونده داشته باشد، ۸n پیوند دوگانه دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۲- با گرمای حاصل از تجزیه چند گرم هیدرازین (N₂H₄) طبق واکنش زیر می‌توان دمای ۱۸۸ گرم آب را به اندازه ۲۵°C افزایش داد؟ (C_{H₂O} = ۴J.g⁻¹.°C⁻¹, H = ۱, N = ۱۴, O = ۱۶: g.mol⁻¹)

$$H_2N-NH_2(g) \rightarrow N \equiv N(g) + 2H_2(g)$$

N ≡ N	H - H	N - H	N - N	پیوند
۹۴۵	۴۳۶	۳۹۱	۱۵۹	آنتالپی پیوند (kJ.mol ⁻¹)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

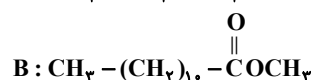
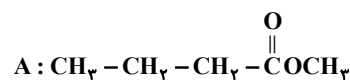
۹۳- در کدام گزینه زیر، هر دو مورد مربوط به یکی از عوامل مؤثر بر سرعت واکنش: $4Na + O_2 \rightarrow 2Na_2O$ هستند؟
 ۱) بریدن فلز سدیم با چاقو - خارج کردن مقداری O₂ از ظرف واکنش
 ۲) افزودن فشار بر ظرف واکنش - افزودن مقداری O₂ به ظرف واکنش (در حجم ثابت)
 ۳) گرم کردن مخلوط واکنش - استفاده از براده سدیم به جای قطعه سدیم
 ۴) وارد کردن واکنش دهنده‌ها در ظرفی کوچک‌تر - افزودن سدیم به واکنش

۹۴- اگر سرعت متوسط واکنش $2NOCl(g) \rightarrow 2NO(g) + Cl_2(g)$ با توجه به اطلاعات جدول زیر بعد از گذشت مدت زمان ۱۰ دقیقه ثابت شود، چند دقیقه پس از آغاز واکنش مقدار NOCl اولیه به صفر می‌رسد؟

زمان (min)					
۱۲	۱۰	۸	۶	۴	۲
مقدار NOCl (mol)					
۰/۸	۰/۹	۱/۱	۱/۵	۳	۵

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۵- چند مورد از مقایسه‌های زیر درباره ترکیب‌های A و B درست است؟



الف) نقطه جوش: B < A
 ب) انحلال پذیری در آب: A > B
 پ) قدرت نیروی بین مولکولی: B > A
 ت) میزان انحلال در هگزان: B > A

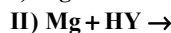
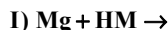
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۶- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ (O = ۱۶, H = ۱, C = ۱۲: g.mol⁻¹)

الف) اتیلن گلیکول یک الکل دو عاملی با فرمول C₂H₆O₂ و دارای دو گروه عاملی هیدروکسید است.
 ب) در دوره زمانی ۱۳۴۵ تا ۱۳۵۰ امید به زندگی برای بیشتر افراد جهان در حدود ۵۰ تا ۶۰ سال است.
 پ) اوره با فرمول مولکولی Co(NH₂)₂ محلول در آب است.
 ت) تقریباً ۸۴٪ جرم بنزین را کربن تشکیل داده است.
 ث) جرم مولی روغن زیتون ۶ واحد از چربی کوهان شتر کمتر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

- ۹۷- محلولی از استیک اسید با ثابت یونش 5×10^{-5} و غلظت تعادلی 360 ppm موجود است. اگر چگالی این محلول $1/2 \text{ g.mL}^{-1}$ باشد در 200 میلی لیتر از آن چند مول یون هیدرونیوم وجود دارد و pH محلول چند است؟ ($\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)
- (۱) $3/2, 6 \times 10^{-4}$ (۲) $3/9, 6 \times 10^{-4}$ (۳) $3/9, 1/2 \times 10^{-4}$ (۴) $3/2, 1/2 \times 10^{-4}$
- ۹۸- با توجه به واکنش‌های I و II چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟ (واکنش‌ها در حالت محلول انجام می‌شوند).
- عنصر X: هم دوره عنصر تولیدی در کاتد سلول برقیافت سدیم کلرید مذاب و هم گروه نافلزترین اتم جدول تناوبی است.
 عنصر M: هم گروه عنصر X و شماره دوره آن یک واحد بیشتر از شماره دوره X است.
 عنصر Y: هم گروه عنصر X و شماره دوره آن یک واحد کمتر از شماره دوره X است.



- الف) سرعت تولید گاز هیدروژن در شرایط یکسان در واکنش I بیشتر از واکنش II است.
 ب) اگر 200 میلی لیتر محلول HNO_3 با $\text{pH} = 3$ با 200 میلی لیتر آب مخلوط شود، pH محلول نهایی برابر $3/3$ می‌شود.
 پ) ترتیب قدرت اسیدی این سه ترکیب به صورت روبه‌رو است:
 ت) در پایان واکنش‌ها به ازای مصرف شدن 5 مول Mg با مقدار کافی اسید در هر یک از واکنش‌های I، II، حجم گازی تولیدی در شرایط STP در واکنش I بیشتر از واکنش II می‌باشد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۹۹- کدام یک از موارد زیر درست است؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید).

الف) در همه محلول‌های اسیدی نسبت $\frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]}$ بیشتر از یک است.

ب) pH محلول 10^{-6} مولار HF در دمای 25°C برابر با 6 است.

پ) در لحظه تعادل واکنش یونش هیدروفلوئوریک اسید غلظت همه مواد برابر خواهد شد.

ت) pH روده کوچک برای تکمیل هضم غذا اسیدی است.

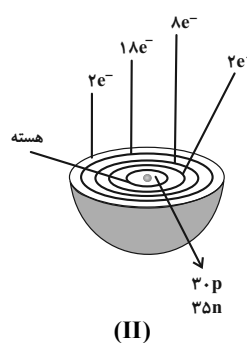
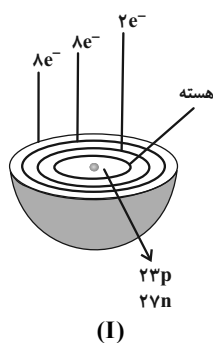
(۱) الف، ب (۲) ب، پ، ت (۳) الف (۴) همه موارد

- ۱۰۰- اگر در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، گاز متان را جایگزین هیدروژن کنیم، چند مورد از مقایسه‌های زیر درباره آن‌ها درست است؟

- رد پای CO_2 کاهش می‌یابد.
- الکترون مبادله شده به ازای مصرف یک مول از سوخت، افزایش می‌یابد.
- به ازای عبور تعداد الکترون برابر در هر دو حالت، مقدار آب برابری تولید می‌شود.
- سلول از گالوانی به الکترولیتی تبدیل می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

- ۱۰۱- با توجه به شکل‌های زیر، چند مورد از مطالب زیر نادرست بیان شده‌اند؟



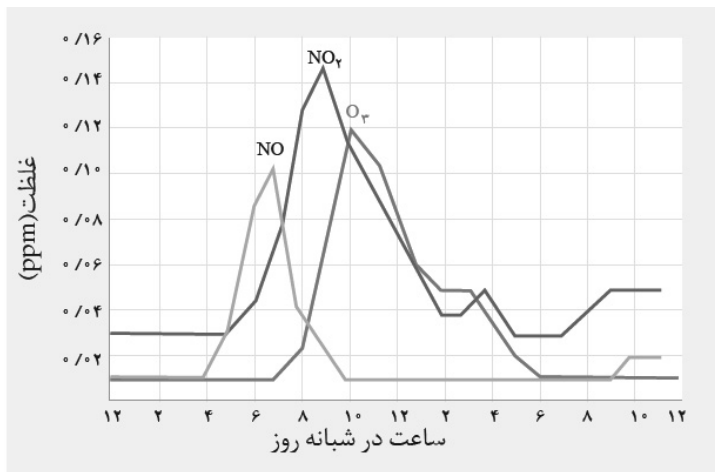
- یون پایدار گونه (II) دارای عدد اکسایش $+2$ می‌باشد.
- اگر نور مرئی بر گونه (I) بتابد، به رنگ زرد دیده می‌شود.
- اگر گونه (I) و (II) با هم واکنش دهند، گونه (II) کاهنده و گونه (I) اکسنده می‌باشد.
- گونه (I) در واکنش‌ها فقط نقش اکسنده دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۳

۱۰۲- تفاوت نقطه ذوب کدام دو ترکیب زیر بیشتر است؟

(۱) CaO - MgO (۲) KCl - NaCl (۳) NaCl - CaO (۴) KCl - MgO

۱۰۳- با توجه به نمودار زیر که غلظت برخی آلاینده‌ها را در هوای یک شهر نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) در ساعت ۱۰ صبح هر کیلوگرم هوای این شهر دارای ۰/۱۲ گرم گاز اوزون است.

(۲) رنگ قهوه‌ای هوای این شهر ناشی از NO_2 است.

(۳) در بعضی ساعات شبانه‌روز با کاهش مقدار گاز NO_2 ، مقدار گاز O_3 افزایش می‌یابد.

(۴) گاز NO واکنش‌پذیری زیادی دارد و می‌تواند با گاز اکسیژن واکنش دهد.

۱۰۴- در یک واکنش گرماده، انرژی فعال‌سازی واکنش در جهت رفت، $\frac{1}{3}$ انرژی فعال‌سازی در جهت برگشت است. پس از بهره‌گیری

از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی در جهت رفت $\frac{1}{4}$ برابر انرژی فعال‌سازی در جهت برگشت می‌شود. استفاده از کاتالیزگر انرژی

فعال‌سازی واکنش رفت را به تقریب چند درصد کاهش می‌دهد؟

(۱) ۳۰ (۲) $\frac{33}{3}$ (۳) ۶۰ (۴) $\frac{66}{6}$

۱۰۵- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) سنتز یک فرایند شیمیایی هدفمند است که با استفاده از آن مواد ساده‌تری تولید می‌شوند.

ب) گروه‌های عاملی گروه‌هایی هستند که خواص و رفتار مواد آلی را تعیین می‌کنند.

پ) برای سنتز یک اسید آلی، می‌توان از واکنش یک استر با یک الکل در شرایط مناسب بهره برد.

ت) مواد خام مانند نمک، سنگ معدن، نفت خام و هوا هستند که با استفاده از آنها می‌توان مواد شیمیایی جدید تولید کرد.

ث) استیلن یکی از مهم‌ترین خوراک‌ها در صنایع پتروشیمی است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

دفترچه پاسخ

آزمون ۲ تیر ماه ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)



پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی	
	حسابان ۲ و ریاضی پایه		کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-عادل حسینی
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته		امیرحسین ابومحبوب-سوگند روشنی-محمد صحت کار-زریمان فتح الهی-احمدرضا فلاح-هادی فولادی-مهرداد ملوندی
	فیزیک		عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-بهنام دیبایی اصل-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-معصومه شریعت ناصری ساعد صالحی-پوریا علاقه مند-سیاوش فارسی-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی-امیراحمد میرسعید-شادمان ویسی
	شیمی	صلاح الدین ابراهیمی-جعفر بازوکی-محمد رضا پورجاوید-احمدرضا جشانی پور-کامران جعفری-حمید ذبحی-یاسر راش حسن رحمتی کوکنده-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-سیدرضا رضوی-علی رفیعی-محمد رضا زهرهوند-رضا سلیمانی-آروین شجاعی امیرحسین طیبی سود کلایی-محمد عظیمیان زواره-فاضل قهرمانی فرد-امیرحسین مسلمی-حسین ناصری ثانی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم جواد سوری لکی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مصطفی کیانی	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

۱- گزینه «۲»

(سیرضا اسلامی)

رابطه تقسیم را می نویسیم:

$$x^{1^0} + k = (x+1)q(x) + 3$$

$$1 + k = 3 \Rightarrow k = 2$$

را جای گذاری می کنیم:

حال داریم:

$$x^{1^0} + 2 = (x+1)q(x) + 3 \Rightarrow x^{1^0} - 1 = (x+1)q(x)$$

باید $q(-1)$ را حساب کنیم:

روش اول: از اتحاد جاق و لاغر زیر استفاده می کنیم:

$$x^n - a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1})$$

و داریم:

$$x^{1^0} - 1 = (x+1) \underbrace{(x^1 - x^1 + x^2 - x^2 + x^3 - x^3 + x^4 - x^4 + x^5 - x^5 + x^6 - x^6 + x^7 - x^7 + x^8 - x^8)}_{q(x)}$$

$$\Rightarrow q(-1) = -1^0$$

روش دوم: از حد $\frac{0}{0}$ استفاده می کنیم:

$$q(x) = \frac{x^{1^0} - 1}{x+1} \Rightarrow q(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{1^0} - 1}{x+1}$$

$$\underline{\underline{HOP}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1^0 x^1}{1} = -1^0$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه های ۱۹ و ۲۰)

۲- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

ابتدا جمله عمومی دنباله و سپس جمله عمومی S_n را پیدا می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 r &= 8 \\ t_1 r^4 &= \frac{64}{27} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r^3 = \frac{\frac{64}{27}}{8} = \frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{3} \xrightarrow{t_1 r = 8} t_1 \left(\frac{2}{3}\right) = 8 \Rightarrow t_1 = 12$$

پس مجموع n جمله اول دنباله برابر است با:

$$S_n = \frac{t_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{12(1-(\frac{2}{3})^n)}{\frac{1}{3}} = 36 - 36\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

S_n هندسی نیست، اما $S_n - 36$ هندسی است.

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۳- گزینه «۳»

(سیرضا اسلامی)

جواب های معادله در خود معادله صدق می کنند، پس داریم:

$$\alpha^x + 2\alpha = k \Rightarrow \alpha^x = k - 2\alpha$$

$$\xrightarrow{\times \alpha} \alpha^x = k\alpha - 2\alpha^2 = k\alpha - 2(k - 2\alpha) = (k+4)\alpha - 2k$$

$$\Rightarrow \alpha^x + 5\beta = (k+4)\alpha - 2k + 5\beta$$

این را هم می دانیم که مجموع جواب های معادله یعنی $\alpha + \beta$ برابر

$$S = -2 \text{ است، پس } \beta = -2 - \alpha \text{ را در تساوی بالا قرار می دهیم:}$$

$$\alpha^x + 5\beta = (k+4)\alpha - 2k + 5(-2 - \alpha)$$

$$\xrightarrow{\alpha^x + 5\beta = -12} (k-1)\alpha - 2k - 10 = -12$$

$$\Rightarrow (k-1)\alpha = 2(k-1)$$

معادله اخیر به ازای $k=1$ و $\alpha \in \mathbb{R}$ برقرار است، حال اگر $k \neq 1$

باشد، باید $\alpha = 2$ شود، در این حالت داریم:

$$\beta = -2 - \alpha = -2 - 2 = -4$$

از طرفی $-k$ برابر حاصل ضرب جواب های معادله یعنی $\alpha\beta$ است.

$$\Rightarrow -k = 2 \times (-4) = -8 \Rightarrow k = 8$$

پس مجموع مقادیر k برابر ۹ است.

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه های ۲۷ و ۲۹)

حال اگر فرض کنیم $f^{-1}\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right) = \beta$ ، آن گاه $f(\beta) = \frac{\alpha}{\gamma}$ است و در

نتیجه:

$$\log_{\gamma}(\gamma^{\beta} + 1) = \frac{\alpha}{\gamma} \Rightarrow \gamma^{\beta} + 1 = \gamma^{\frac{\alpha}{\gamma}} = \gamma^{\alpha} = \frac{1 + \sqrt{5}}{\gamma}$$

$$\gamma^{\beta} = \frac{1 + \sqrt{5}}{\gamma} - 1 = \frac{\sqrt{5} - 1}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \beta = \log_{\gamma}\left(\frac{\sqrt{5} - 1}{\gamma}\right) = \log_{\gamma}(\sqrt{5} - 1) - 1$$

(مسئله ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

(سیر رضا اسلامی)

گزینه «۴» - ۶

ابتدا ضابطه تابع وارون را می‌یابیم:

$$y = f(x) = 2 + \sqrt{3-x} \Rightarrow 3-x = (y-2)^2$$

$$\Rightarrow x = 3 - (y-2)^2 = -y^2 + 4y - 1 : y \geq 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -x^2 + 4x - 1 ; x \geq 2 \quad (1)$$

حال ضابطه $y = f(2x)$ و وارون آن را نیز تشکیل می‌دهیم:

$$g(x) = f(2x) = 2 + \sqrt{3-2x}$$

$$\Rightarrow 3-2x = (y-2)^2 \Rightarrow x = \frac{3-(y-2)^2}{2} ; y \geq 2$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-x^2 + 4x - 1}{2} ; x \geq 2$$

$$\xrightarrow{\text{تقاطع و برابری}} -x^2 + 4x - 1 = \frac{-x^2 + 4x - 1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \xrightarrow{x \geq 2} x = 2 + \sqrt{3}$$

(مسئله ۱ - تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۸ و ۹)

(لگنم ایملالی)

گزینه «۱» - ۴

ابتدا دامنه تابع g را حساب می‌کنیم.

$$x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_g = [0, 1]$$

بنابراین داریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\}$$

$$= \{x \mid x \leq -2, 0 \leq \frac{2x+1}{x-1} \leq 1\} \quad (*)$$

حال نامعادله $0 \leq \frac{2x+1}{x-1} \leq 1$ را حل می‌کنیم:

$$(1) \quad x = -\frac{1}{\gamma} \text{ جواب است. با شرط } x \neq -\frac{1}{\gamma} \text{ و } x \neq 1 \text{ داریم:}$$

$$\frac{x-1}{2x+1} \geq 1 \Rightarrow \frac{x-1-2x-1}{2x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x-2}{2x+1} \geq 0$$

$$\frac{x+2}{2x+1} \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x < -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} -2 \leq x \leq -\frac{1}{2}$$

بنابراین برای برد تابع $g \circ f$ طبق (*) می‌نویسیم:

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \leq -2, -2 \leq x \leq -\frac{1}{2}\} = \{-2\}$$

$$(g \circ f)(-2) = g(f(-2)) = g(1) = 0$$

پس $g \circ f = \{(-2, 0)\}$ و در نتیجه $R_{g \circ f} = \{0\}$ است.

(مسئله ۱ - تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

(لگنم ایملالی)

گزینه «۲» - ۵

α جواب معادله $f(x) = x$ است. پس داریم:

$$\log_{\gamma}(\gamma^{\alpha} + 1) = \alpha \Rightarrow \gamma^{\alpha} + 1 = \gamma^{\alpha}$$

$$\Rightarrow \gamma^{\alpha} - \gamma^{\alpha} - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \gamma^{\alpha} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ \gamma^{\alpha} = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

۷- گزینه «۳»

(سیررضا اسلامی)

تابع $y = \log_{1/11} x$ را اکیداً نزولی در نظر می‌گیریم. پس با توجه به این

$$2x + a > x^2 - 4$$

نکته داریم:

شرط دامنه دو عبارت لگاریتمی را نیز در نظر بگیریم. باید نامعادله‌های زیر

$$2x + a > x^2 - 4 > 0$$

را حل کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + a > x^2 - 4 \Rightarrow x^2 - 2x - a - 4 < 0 & (1) \\ x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty) & (2) \end{cases}$$

اجتماع دسته جواب‌های (۱) و (۲) باید به صورت $(b, -2) \cup (c, 5)$ باشد.

با مقایسه این دسته جواب‌ها و شکل کلی جواب بالا، مشخص می‌شود که $c = 2$

است و جواب‌های معادله $x^2 - 2x - a - 4 = 0$ باید b و 5 باشند.

$$\xrightarrow{x=5} 25 - 10 - a - 4 = 0 \Rightarrow a = 11$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - a - 4 = x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 5, -3 \Rightarrow b = -3$$

(حسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۸- گزینه «۳»

(سیررضا اسلامی)

$$\frac{31\pi}{12} = \frac{24\pi}{12} + \frac{6\pi}{12} + \frac{\pi}{12}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{31\pi}{12} = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{\pi}{12}$$

با توجه به اتحاد $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ حاصل $A = \cos \frac{\pi}{12}$ را

می‌یابیم:

$$\xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{12}} \frac{\sqrt{3}}{2} = 2A^2 - 1 \Rightarrow A^2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$$

$$\xrightarrow{A > 0} A = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

پس $2A$ برابر $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ است.

(حسابان ۱- مثلثات، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- گزینه «۴»

(کاترم ابلالی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم تا به یکی از فرم‌های

$$f(x) = A \sin Bx + C \quad \text{یا} \quad f(x) = A \cos Bx + C$$

$$\cos\left(bx - \frac{\pi}{3}\right) = \cos bx \cos \frac{\pi}{3} + \sin bx \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{1}{2} \cos bx + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin bx$$

$$\Rightarrow f(x) = 2\left(\frac{1}{2} \cos bx + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin bx\right) - \cos bx = \sqrt{3} \sin bx$$

دوره تناوب این تابع برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و کمترین مقدار آن $-\sqrt{3}$ است.

پس $a = -\sqrt{3}$. از طرفی با توجه به نمودار تابع، دوره تناوب آن (فاصله دو

نقطه ماکزیمم) برابر $\frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \pi$ است. پس طبق رابطه T داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

چون نمودار تابع در یک همسایگی $x = 0$ نزولی است، پس $b < 0$ است و

مقدار $b = -2$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow a^b = 3 \times (-2) = -6$$

(حسابان ۲- مثلثات، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۰- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

باید معادله $f(x) = g(x)$ را حل کنیم:

$$\cos 2x + 2 = 5 \sin x \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x + 2 = 5 \sin x$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = (2 \sin x - 1)(\sin x + 3) = 0$$

$$\xrightarrow{-1 \leq \sin x \leq 1} \sin x = \frac{1}{2}$$

دقت کنید که جواب $\sin x = -3$ غیر قابل قبول است.

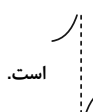
چون تابع در سمت راست $x=0$ تعریف نشده است، پس نمودار تابع f در اطراف $x=-1$ مورد نظر است. حال با تغییر متغیر $t=-x$ قصد داریم که علامت عبارت مخرج را در همسایگی $x=-1$ تعیین کنیم.

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt{-x} = \sqrt{-x} - \sqrt[3]{-x} = \sqrt{t} - \sqrt[3]{t}$$

چون x در همسایگی محذوف -1 است، پس t در همسایگی محذوف 1 است و در نتیجه اگر $t > 1$ آن گاه $\sqrt{t} - \sqrt[3]{t} > 0$ و اگر $t < 1$ آن گاه $\sqrt{t} - \sqrt[3]{t} < 0$ پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{-t+2}{\sqrt{t}-\sqrt[3]{t}} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{-t+2}{\sqrt{t}-\sqrt[3]{t}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

پس نمودار تابع f در اطراف $x=-1$ به صورت  است.

(مسابان ۲ - فرهای نامتناهی - هر در بی نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۳ - گزینه «۱» (عادل حسینی)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{2 - f(3+h)} = -\frac{1}{\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - 2}{h}} = -\frac{1}{f'(3)} = 4$$

$$\Rightarrow f'(3) = -\frac{1}{4}$$

دقت کنید که چون تابع f در $x=3$ مشتق پذیر است، در این نقطه پیوسته هم هست، یعنی $\lim_{h \rightarrow 0} f(3+h) = f(3)$. حال چون در تساوی

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{2 - f(3+h)}$$

$f(3) = 2$ است.

حال سراغ محاسبه مشتق $f \times g$ در $x=3$ می‌رویم:

$$(f \times g)'(3) = f'(3)g(3) + f(3)g'(3)$$

$$= -\frac{1}{4}g(3) + 2g'(3) \quad (*)$$

$$\Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{جواب‌های بازه } \left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right] \text{ عبارتند از } -\frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}$$

که مجموع آن‌ها برابر 2π است.

(مسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۱ - گزینه «۳» (کاظم ایلالی)

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = a\left[2 \cos \frac{\pi}{3}\right] + \frac{\pi}{3}[\sin \pi] = a$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} f(x) = a \times 0 + \frac{\pi}{3} \times (-1) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^-} f(x) = a \times 1 + \frac{\pi}{3} \times 0 = a$$

برای این که تابع f در $x = \frac{\pi}{3}$ پیوسته باشد باید حد چپ و حد راست و

مقدار آن در $x = \frac{\pi}{3}$ برابر باشند. پس $a = -\frac{\pi}{3}$ و در نتیجه:

$$|a| = \left|-\frac{\pi}{3}\right| = -2$$

(مسابان ۱ - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۲ - گزینه «۲» (کاظم ایلالی)

دامنه تابع f ، $(-\infty, 0)$ است. حال ریشه‌های مخرج (طول مجانب‌های

قائم) را حساب می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt{-x} = 0 \Rightarrow \sqrt{-x} = -\sqrt[3]{x}$$

$$\Rightarrow -x^2 = x^2 \xrightarrow{x < 0} x = 0, x = -1$$

گزینه «۱» - ۱۵

(سیر رضا اسلامی)

$$f(x) = (x+1)(x-1)^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = (x-1)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(x+1)(x-1)^{-\frac{2}{3}}$$

از آنجا که $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x) = +\infty$ است، خط مماس بر نمودار f در $x=1$

قائم بوده و $x=1$ طول یکی از نقاط عطف نمودار تابع است.

$$f''(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} + \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9}(x+1)(x-1)^{-\frac{5}{3}}$$

$$= \frac{2}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9}(x+1)(x-1)^{-\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{2}{9\sqrt[3]{(x-1)^2}} \left(3 - \frac{x+1}{x-1} \right)$$

ریشه ساده f'' ، طول دیگر نقطه عطف نمودار را می‌دهد:

$$\frac{f''(x)=0}{x-1} \rightarrow 3 - \frac{x+1}{x-1} = 0 \Rightarrow x=2$$

پس نقاط $(2, 3)$ و $(1, 0)$ عطف‌های نمودار تابع f هستند که فاصله

این دو نقطه از یکدیگر برابر است با:

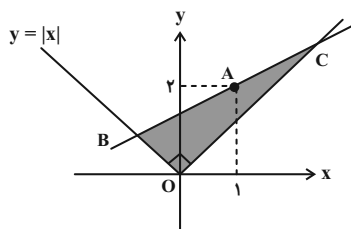
$$\sqrt{(2-1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

(مسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۳۱)

گزینه «۴» - ۱۶

(سیر رضا اسلامی)

شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



شیب خط گذرنده از نقطه A را m در نظر می‌گیریم، پس معادله خط

شامل نقاط A ، B و C به صورت زیر است:

$$g(x) = \sqrt[3]{x^2-1} \Rightarrow \begin{cases} g(3) = 2 \\ g'(x) = \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} \Rightarrow g'(3) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} (f \times g)'(3) = -\frac{1}{4}(2) + 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

(مسابان ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۹۴)

گزینه «۴» - ۱۴

(کافم ایلی)

اگر خط $y = kx$ در مبدأ مختصات بر نمودار f مماس باشد، این تابع

در $x=0$ باید مشتق‌پذیر باشد. حال داریم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + (1-a)x & ; x \leq 0 \\ x^2 + (1+a)x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} fx & ; x \leq 0 \\ 2x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \begin{cases} (fx)^2 + (1-a)(fx) & ; x \leq 0 \\ (2x)^2 + (1+a)(2x) & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \begin{cases} 16x^2 + 2(1-a)x & ; x \leq 0 \\ 4x^2 + 2(1+a)x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

بدیهی است که تابع در $x=0$ پیوسته است. برای مشتق‌پذیری کافی است

مشتق‌های چپ و راست با هم برابر باشند:

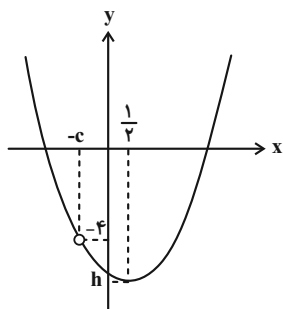
$$(f \circ g)'(x) = \begin{cases} 32x + 2(1-a) & ; x \leq 0 \\ 8x + 2(1+a) & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} (f \circ g)'_-(0) &= 2(1-a) \\ (f \circ g)'_+(0) &= 2(1+a) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{برابری}} 2 - 2a = 2 + 2a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

پس $(f \circ g)'(0) = \frac{8}{3}$ است و در نتیجه خط $y = \frac{8}{3}x$ یا $3y = 8x$ در

$x=0$ بر نمودار $f \circ g$ مماس است.

(مسابان ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹ و ۹۴)



$$f(x) = \frac{(x+c)\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + h}{x+c}$$

پس حد تابع در $x = -c$ برابر -4 است:

$$\lim_{x \rightarrow -c} f(x) = \lim_{x \rightarrow -c} \left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + h \right) = \left(c + \frac{1}{2}\right)^2 + h = -4 \quad (1)$$

از طرفی در عبارت صورت داریم:

$$(x+c)(x^2 - x + \frac{1}{4} + h) = x^3 + ax^2 + bx - 6$$

$$\Rightarrow c\left(\frac{1}{4} + h\right) = -6 \quad (2)$$

$$h = -\frac{6}{c} - \frac{1}{4} \quad \text{از معادله (2) به دست می آوریم:}$$

و این تساوی را در معادله (1) اعمال می کنیم:

$$\left(c + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{6}{c} - \frac{1}{4} = -4$$

$$\Rightarrow c^2 + c + \frac{1}{4} - \frac{6}{c} - \frac{1}{4} = -4$$

$$\xrightarrow{\times c} c^3 + c^2 + 4c - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (c-1)\underbrace{(c^2 + 2c + 6)}_{\Delta < 0} = 0 \Rightarrow c = 1 \xrightarrow{(2)} h = -\frac{25}{4}$$

پس ضابطه تابع f به صورت زیر بوده است:

$$f(x) = \frac{(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}}{x+1} = \frac{x^3 - 7x - 6}{x+1}$$

این یعنی $a = 0$ و $b = -7$ است، در نتیجه $b - c = -8$ است.

(مسئله ۱ - فر و پیوستگی، صفحه های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

$$y - 2 = m(x - 1) \Rightarrow y = mx - m + 2$$

برای این که این خط نمودار تابع را در دو نقطه قطع کند، لازم است که $|m| < 1$

باشد. حال مختصات نقاط B و C را بر حسب m حساب می کنیم:

$$B: -x = mx - m + 2 \Rightarrow x_B = \frac{m-2}{m+1}, \quad y_B = \frac{2-m}{m+1}$$

پس طول ضلع OB در مثلث قائم الزاویه OBC برابر است با:

$$OB = \frac{2-m}{m+1} \sqrt{2}$$

$$C: x = mx - m + 2 \Rightarrow x_C = \frac{2-m}{1-m} = y_C$$

$$\Rightarrow OC = \frac{2-m}{1-m} \sqrt{2}$$

پس مساحت مثلث OBC بر حسب m برابر است:

$$S = \frac{1}{2} OB \cdot OC \Rightarrow S(m) = \frac{(2-m)^2}{1-m^2} = \frac{4-4m+m^2}{1-m^2}$$

باید صفرهای $S'(m)$ را پیدا کنیم:

$$S'(m) = \frac{-4m^2 + 1 \cdot m - 4}{(1-m^2)^2} = \frac{-2(2m-1)(m-2)}{(1-m^2)^2}$$

$$\xrightarrow{S'(m)=0} (2m-1)(m-2) = 0 \xrightarrow{|m| < 1} m = \frac{1}{2}$$

پس به ازای $m = \frac{1}{2}$ مساحت مثلث OBC کمترین مقدار را دارد.

(مسئله ۲ - کاربردهای مشتق، صفحه های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(لازم ایلائی)

گزینه «۴» - ۱۷

عبارت درجه سوم بر عبارت درجه اول تقسیم شده است و حاصل یک عبارت

درجه دوم شده است؛ با توجه به نمودار مشخص است که $x = \frac{1}{2}$ طول

رأس سهمی به دست آمده است و با توجه به حفره روی نمودار نتیجه

می گیریم که عبارت های صورت و مخرج ریشه مشترک $(x = -c)$ را

دارند، پس ضابطه تابع را به صورت زیر می نویسیم:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 8 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{7}{2} = 21$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \times \binom{7}{2} = 210$$

$$P(A) = \frac{210}{495} = \frac{42}{99} = \frac{14}{33}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۲۱- گزینه «۴» (ممر صحت‌کار)

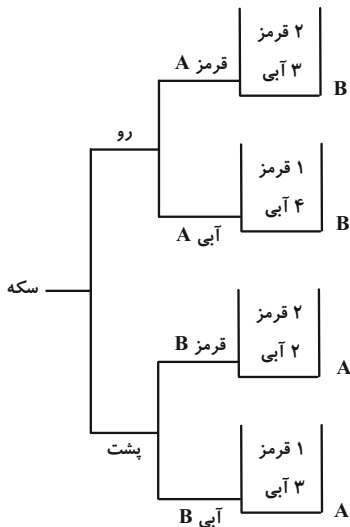
برای آن که این عدد بزرگ‌تر از ۵۰۰۰۰ باشد باید رقم اول سمت چپ (رقم ده‌هزارگان) رقم ۵ باشد. احتمال مطلوب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(رقم ۵ در سمت چپ رقم ۴ قرار دارد | رقم ده‌هزارگان رقم ۵ باشد) P

$$\begin{aligned} &= \frac{P(\text{رقم ده‌هزارگان، رقم ۵ باشد})}{P(\text{رقم ۵ در سمت چپ رقم ۴ باشد})} \\ &= \frac{4!}{5!} = \frac{2! \times 4!}{5!} = \frac{2}{5} = 0.4 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۷)

۲۲- گزینه «۱» (ممر صحت‌کار)



۱۸- گزینه «۱» (سوکنر روشنی)

ابتدا سمت راست عبارت شرطی را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \vee \sim p &\equiv \sim [(p \Rightarrow q) \vee q] \vee \sim p \\ &\equiv \sim [(\sim p \vee q) \vee q] \vee \sim p \\ &\equiv \sim [(p \wedge \sim q) \vee q] \vee \sim p \\ &\equiv (p \vee q) \vee \sim p \\ &\equiv q \vee (p \vee (\sim p)) \equiv q \vee T \equiv T \end{aligned}$$

بنابراین عبارت داده شده به صورت $r \Rightarrow T$ می‌باشد و ارزشی همواره درست دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۱۹- گزینه «۱» (امیرحسین ابومحبوب)

$$\begin{aligned} &[(A' - B) \cup (B - A')] \cup [(A \cap B)' - A'] \\ &= [(A' \cap B') \cup (B \cap A)] \cup [(A' \cup B') \cap A] \\ &= [(A' \cap B') \cup (B \cap A)] \cup \underbrace{[(A' \cap A) \cup (B' \cap A)]}_{\emptyset} \\ &= (A' \cap B') \cup [(B \cap A) \cup (B' \cap A)] \\ &= (A' \cap B') \cup \underbrace{[(B \cup B') \cap A]}_A \\ &= (A' \cap B') \cup A = \underbrace{(A' \cup A)}_U \cap (B' \cup A) = A \cup B' \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۰- گزینه «۲» (سوکنر روشنی)

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 8$$

فضای نمونه‌ای آزمایش است:

$$n(S) = \binom{12}{4} = 495$$

و چون دقیقاً دو متغیر برابر صفر است، خواهیم داشت:

بنابراین تنها مقادیر صحیح قابل قبول برای b در بازه $(۲۵, ۵۱]$ عبارتند از:

$$b = ۳۰, ۳۷, ۴۴, ۵۱$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۲۵- گزینه «۲» (امراضا فلاج)

می‌دانیم $۱۴۰ = ۴ \times ۵ \times ۷$ پس:

$$۳^۲ \equiv ۱ \pmod{۴} \rightarrow ۳^۴ \equiv ۱ \pmod{۴} \quad (۱)$$

$$۳^۴ \equiv ۱ \pmod{۵} \quad \text{از طرفی:}$$

$$۳^۶ \equiv -۱ \pmod{۷} \rightarrow ۳^{۱۲} \equiv ۱ \pmod{۷}$$

$$\left. \begin{aligned} ۳^۴ \equiv ۱ \pmod{۵} \rightarrow ۳^{۱۲} \equiv ۱ \pmod{۵} \\ ۳^۶ \equiv -۱ \pmod{۷} \rightarrow ۳^{۱۲} \equiv ۱ \pmod{۷} \end{aligned} \right\} \Rightarrow ۳^{۱۲} \equiv ۱ \pmod{[۲۰, ۷]=۱۴۰}$$

$$\Rightarrow ۳^{۱۲k} \equiv ۱ \pmod{۱۴۰} \rightarrow ۳^{۱۲k} \equiv ۱ \pmod{۱۴۰}$$

بنابراین n باید به صورت $n = ۱۲k$ باشد.

$$۱۰ \leq ۱۲k < ۱۰۰ \Rightarrow k = ۱, ۲, \dots, ۸$$

در نتیجه ۸ مقدار مختلف می‌تواند اختیار کند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

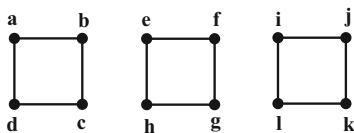
۲۶- گزینه «۴» (امیرمسین ابومیبوب)

اگر a رأس دلخواهی از گراف G باشد، آن‌گاه داریم:

$$\deg_G(a) + \deg_{\bar{G}}(a) = p - 1 \Rightarrow ۲ + ۹ = p - 1 \Rightarrow p = ۱۲$$

بنابراین G گرافی ۲-منتظم از مرتبه ۱۲ است. حداکثر عدد احاطه‌گری

این گراف مربوط به شکل زیر است.



$$P(\text{سکه رو و مهره قرمز}) = \frac{P(\text{قرمز} | \text{رو})}{P(\text{قرمز})}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}\right)}{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\right)} \\ &= \frac{\frac{4}{15}}{\frac{4}{15} + \frac{5}{16}} = \frac{64}{240 + 75} = \frac{64}{315} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۲)

۲۳- گزینه «۳» (سوکندر روشنی)

به غیر از x بقیه داده‌ها متمایزند، پس میانگین باید برابر با یکی از داده‌ها

باشد. چرا که در غیر این صورت مد نخواهیم داشت:

$$\frac{۶۴ + x + ۶۹ + ۵۰ + ۷۶ + ۶۵ + ۶۸ + ۶۳}{۸} = x$$

$$\Rightarrow ۴۵۵ + x = ۸x \Rightarrow x = ۶۵ \quad \text{مجموع ارقام} \rightarrow ۶ + ۵ = ۱۱$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ تا ۹۲)

۲۴- گزینه «۲» (امیرمسین ابومیبوب)

فرض کنید عدد مورد نظر را با a نمایش دهیم. در این صورت داریم:

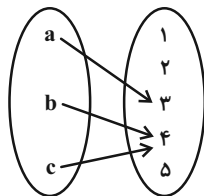
$$a = ۱۹b + ۲۵, \quad b > ۲۵$$

$$a < ۱۰۰۰ \Rightarrow ۱۹b + ۲۵ < ۱۰۰۰ \Rightarrow ۱۹b < ۹۷۵ \Rightarrow b \leq ۵۱$$

$$a \equiv ۰ \pmod{۱۹} \Rightarrow ۱۹b + ۲۵ \equiv ۰ \pmod{۱۹} \Rightarrow -۲b + ۴ \equiv ۰ \pmod{۱۹} \Rightarrow ۲b \equiv ۴ \pmod{۱۹}$$

$$\xrightarrow{+۲} b \equiv ۲ \pmod{۱۹} \Rightarrow b = ۱۹k + ۲ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۲- برد تابع دو عضو داشته باشد.



= تعداد توابع مطلوب

تعداد توابع پوشا از مجموعه ۳ عضوی \times $\binom{5}{2}$ به مجموعه ۲ عضوی

$$= \binom{5}{2} \times (2^3 - 2)$$

در نتیجه $65 = 5 + 60$ تابع مطلوب وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

(مهمر صحت‌کار)

۲۹- گزینه «۱»

با انتخاب هر ۳ کارت در هر بار آزمایش و جابه‌جایی آن‌ها می‌توانیم

$6 = 3!$ عدد مختلف بسازیم که فقط در یکی از آن‌ها ارقام از چپ به

راست به ترتیب صعودی هستند. بنابراین تعداد اعداد مختلف که در این

شرایط می‌توان ساخت برابر با $1 = \binom{6}{3} \times 1$ است و براساس اصل لانه

کبوتری اگر این آزمایش را $21 = 1 + 20$ بار تکرار کنیم یقین خواهیم

داشت که حداقل ۲ عدد یکسان ساخته شده است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

یعنی گراف G از ۳ گراف C_4 تشکیل شده است که عدد احاطه‌گری هر

کدام از گراف‌های C_4 برابر ۲ است، در نتیجه داریم:

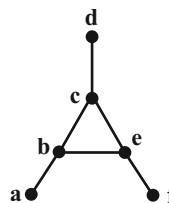
$$\max(\gamma(G)) = 6$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸ و ۴۴)

(سوکنر روشنی)

۲۷- گزینه «۳»

گراف همبند با درجه رئوس ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۳ به صورت زیر خواهد بود:



که $\gamma = 3$ است و ۸ مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد.

$$\binom{a,b}{2} + \binom{e,f}{2} + \binom{c,d}{2} = 8$$

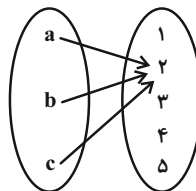
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

(مهمر صحت‌کار)

۲۸- گزینه «۳»

برای توابع مطلوب ۲ حالت امکان‌پذیر است:

۱- برد تابع یک عضو داشته باشد.



$$= \binom{5}{1} = 5$$

کمتر و در نتیجه تعداد نقاط درونی بیشتر می‌شود. کمترین محیط این مستطیل مربوط به حالتی است که طول و عرض مستطیل به ترتیب برابر ۶ و ۴ باشد که در این صورت داریم:

$$b = 2(6 + 4) = 20$$

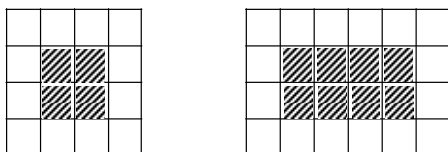
$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 24 = \frac{20}{2} + i - 1 \Rightarrow i = 15$$

(هنرسه ۱ - هندسه فضا، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(نریمان فتح‌اللهی)

گزینه «۲» - ۳۲

اگر از هر سمت این مکعب مستطیل، یک ردیف حذف کنید، یک مکعب مستطیل به ابعاد $4 \times 2 \times 2$ باقی می‌ماند که شامل ۱۶ مکعب کوچک رنگ نشده است. از طرفی وجه‌های این مکعب شامل ۲ وجه به ابعاد 4×4 و ۴ وجه به ابعاد 6×4 است که مطابق شکل زیر در آن‌ها به ترتیب ۴ و ۸ مکعب کوچک وجود دارد که تنها دارای یک وجه رنگ شده هستند، پس تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگ شده برابر است با:



$$2 \times 4 + 4 \times 8 = 40$$

$$\frac{\text{تعداد مکعب‌های رنگ نشده}}{\text{تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگ شده}} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

(هنرسه ۱ - تبسم فضایی، صفحه ۹۰)

(مهرداد ملونری)

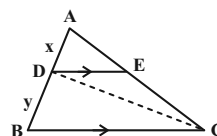
گزینه «۲» - ۳۳

مطابق شکل دایره سوم در نقطه A بر بزرگ‌ترین دایره مماس است. شعاع بزرگ‌ترین دایره را R و شعاع دایره سوم را r در نظر می‌گیریم و شعاع دایره مماس بر قطر AB که از مرکز O می‌گذرد، برابر $\frac{R}{2}$ خواهد بود. در مثلث قائم‌الزاویه OMN داریم:

(مهرداد ملونری)

گزینه «۱» - ۳۰

طول پاره‌های AD و DB را به ترتیب x و y و همچنین مساحت مثلث ABC را برابر S در نظر می‌گیریم. چون $DE \parallel BC$ ، پس طبق قضیه اساسی تشابه داریم:



$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{x}{x+y}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{4}{S}} = \frac{x}{x+y} \quad (1)$$

از طرفی دو مثلث ABC و BDC در ارتفاع خارج شده از رأس C مشترک‌اند، پس:

$$\frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{y}{x+y} \Rightarrow \frac{15}{S} = \frac{y}{x+y} \quad (2)$$

$$(1) \cdot (2) \rightarrow \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} = \frac{2}{\sqrt{S}} + \frac{15}{S} = 1$$

$$\times S \rightarrow S - 2\sqrt{S} - 15 = 0 \Rightarrow (\sqrt{S} - 5)(\sqrt{S} + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{S} = 5 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S = 25 \\ \sqrt{S} = -3 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(هنرسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۷)

(امیرعباس اومیموب)

گزینه «۱» - ۳۱

با توجه به این که طول و عرض یک مستطیل شبکه‌ای اعدادی طبیعی هستند، حالت‌های زیر برای این مستطیل امکان‌پذیر است:

$$24 = 24 \times 1 = 12 \times 2 = 8 \times 3 = 6 \times 4$$

از طرفی تعداد نقاط مرزی یک مستطیل شبکه‌ای با ضلع‌های افقی و قائم به طول m و عرض n، برابر $2(m+n)$ است، بنابراین با توجه به ثابت بودن مساحت چندضلعی، هر چه محیط آن کمتر باشد، تعداد نقاط مرزی

$$y_H = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3 + y_{A'}}{2} \Rightarrow y_{A'} = -1$$

$$A'B = \sqrt{(0-1)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{37}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها، صفحه ۵۴)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۱» - ۳۵

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 6^2 + 4^2 = 2(\sqrt{10})^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow 52 = 20 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{a^2}{2} = 32 \Rightarrow a^2 = 64 \Rightarrow a = 8$$

حال طبق قضیه هرون در این مثلث داریم:

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{8+6+4}{2} = 9$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{9 \times 1 \times 3 \times 5} = 3\sqrt{15}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۳)

(سوگندر روشنی)

گزینه «۳» - ۳۶

برای دو ماتریس A و B به ترتیب داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} \cdot & \log_2^{\delta} \\ \log_2^{\gamma} & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \log_2^{\delta} \\ \log_2^{\gamma} & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow A^{19} = (A^2)^9 A = IA = A$$

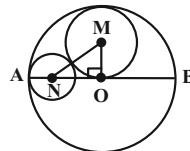
$$B^2 = \begin{bmatrix} \cdot & \tan \theta \\ \cot \theta & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \tan \theta \\ \cot \theta & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow B^{20} = (B^2)^{10} = I$$

بنابراین داریم:

$$A^{19} + B^{20} = A + I$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)



$$\begin{cases} OM = \frac{R}{2}, & ON = R - r \\ MN = \frac{R}{2} + r \end{cases}$$

$$OM^2 + ON^2 = MN^2 \Rightarrow \frac{R^2}{4} + (R^2 + r^2 - 2Rr)$$

$$= \frac{R^2}{4} + r^2 + Rr \Rightarrow R^2 = 2Rr \Rightarrow R = 2r$$

در نتیجه شعاع بزرگ‌ترین دایره ۳ برابر شعاع کوچک‌ترین دایره است.

(هندسه ۲ - دایره؛ صفحه ۲۰)

(هاری فولاری)

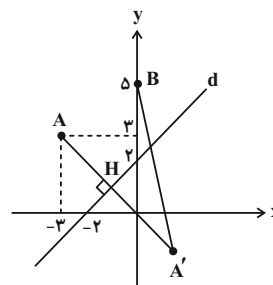
گزینه «۴» - ۳۴

مطابق شکل دو نقطه A و B در یک طرف خط $y = x + 2$ قرار دارند.

بنابراین کافی است بازتاب نقطه A نسبت به خط d را پیدا کرده (نقطه

A') و از آن نقطه به B وصل کنیم. طول پاره‌خط A'B برابر طول

کوتاه‌ترین مسیر ممکن خواهد بود.



$$m_d = 1 \Rightarrow m_{AA'} = -1$$

$$AA' \text{ معادله خط } : y - 3 = -1(x + 3) \Rightarrow y = -x$$

اگر نقطه برخورد دو خط d و AA' باشد، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow x + 2 = -x \Rightarrow x_H = -1 \Rightarrow y_H = 1$$

$$x_H = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow -1 = \frac{-3 + x_{A'}}{2} \Rightarrow x_{A'} = 1$$

گزینه «۴» - ۳۷

(امیرمسین ابومبوب)

$$|A| = (|A|-1)(|A|+1) - (|A|-2)$$

$$\Rightarrow |A| = |A|^2 - |A| + 1 \Rightarrow |A|^2 - 2|A| + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (|A|-1)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AX = A^{-1} \xrightarrow{A^{-1}X} A^{-1}(AX) = A^{-1} \times A^{-1}$$

$$\Rightarrow X = (A^{-1})^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس X برابر ۲ است.

(هنر سه ۳ - ماتریس و کاربرد: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

گزینه «۳» - ۳۸

(سوکنر روشنی)

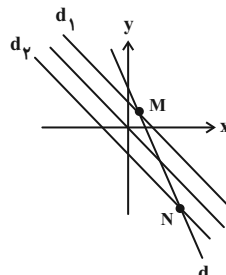
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقاط A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. اگر خط d عمودمنصف AB باشد، آن‌گاه داریم:

$$M = \frac{A+B}{2} = (0, 2) \text{ (وسط AB)}$$

$$m_{AB} = \frac{3-1}{2-(-2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_d = -2$$

$$d \text{ معادله خط: } y - 2 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 2$$

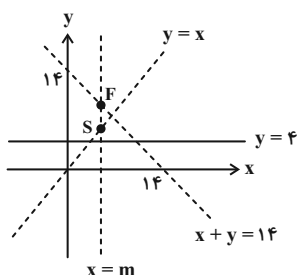
از طرفی مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نیمساز ربع دوم و چهارم به فاصله ۱ باشند، دو خط موازی در طرفین آن و به فاصله ۱ واحد از آن است. مطابق شکل این دو مکان هندسی یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند (نقاط M و N در شکل).



(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

گزینه «۲» - ۳۹

(مهرداد ملونری)



چون خط هادی سهمی افقی است، پس محور تقارن آن خطی قائم است که معادله آن را به صورت $x = m$ در نظر می‌گیریم. از طرفی رأس و کانون سهمی روی محور تقارن قرار دارند، پس نقاط $S(m, m)$ و $F(m, 14 - m)$ به ترتیب رأس و کانون سهمی هستند. چون فاصله رأس سهمی از کانون و خط هادی برابر است، پس داریم:

$$14 - 2m = m - 4 \Rightarrow 3m = 18 \Rightarrow m = 6$$

پس $x = 6$ معادله محور تقارن سهمی است.

توجه: اگر معادله قدرمطلق $|m - 4| = |14 - 2m|$ را در نظر بگیریم، جواب $m = 10$ نیز به دست می‌آید که قابل قبول نیست. (چرا؟)

(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

گزینه «۳» - ۴۰

(سوکنر روشنی)

ابتدا اندازه بردار \vec{a} را به دست می‌آوریم:

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{c} \cdot \vec{d}|}{|\vec{d}|} = \frac{|6 - 4 - 4|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{2}{3}$$

می‌دانیم بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر هر دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود است، پس داریم:

$$|(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a}| = |\vec{a} \times \vec{b}| |\vec{a}| \sin 90^\circ$$

$$= 9 |\vec{a}| |\vec{b}| \sin 90^\circ \times |\vec{a}|$$

$$= 9 |\vec{a}|^2 |\vec{b}| = 9 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 1 = 9 \times \frac{4}{9} = 4$$

(هنر سه ۳ - بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

فیزیک

۴۱- گزینه «۳»

(معمرد علی راست پیمان)

می‌دانیم اگر در یک بازه زمانی متحرک تغییر جهت ندهد، اندازه جابه‌جایی با مسافت طی شده توسط متحرک یکسان است. از طرف دیگر، در لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود و علامت آن تغییر می‌کند، متحرک تغییر جهت می‌دهد. بنابراین، ابتدا لحظه تغییر جهت متحرک را می‌یابیم:

$$x = t^2 - 16t + 28 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -16 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 16 \xrightarrow{v=0} 0 = 2t - 16 \Rightarrow t = 8s$$

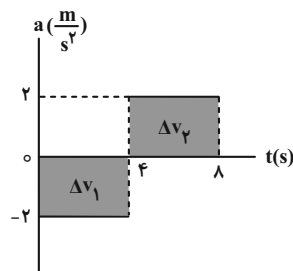
چون متحرک در لحظه $t = 8s$ تغییر جهت می‌دهد، در بازه‌های زمانی که $0 \leq t \leq 8$ و $t \geq 8s$ باشد، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان است. بنابراین، در بازه‌های زمانی (۴s تا ۱۰s)، (۵s تا ۱۲s) و ۳ ثانیه سوم حرکت (۶s تا ۹s) که شامل لحظه $t = 8s$ است، متحرک تغییر جهت می‌دهد و مسافت طی شده بزرگ‌تر از اندازه جابه‌جایی است. در بازه زمانی ۱s تا ۸s که متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، اندازه جابه‌جایی برابر مسافت طی شده است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲، ۳ و ۱۵ تا ۲۱)

۴۲- گزینه «۲»

(سیاوش فارسی)

برای پاسخ به این سؤال بهتر است، نمودار سرعت-زمان آن را رسم کنیم. به همین منظور سرعت را در لحظه‌های $t = 4s$ و $t = 8s$ پیدا می‌کنیم. با توجه به اینکه مساحت سطح محصور بین نمودار $a-t$ و محور t برابر Δv است، می‌توان نوشت:



$$\Delta v_1 = -2 \times 4 = -8 \frac{m}{s}$$

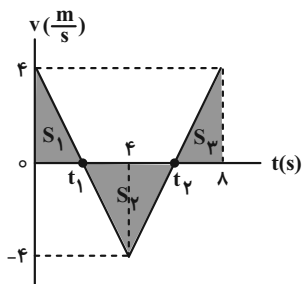
$$\Delta v_2 = 2 \times (8 - 4) = 8 \frac{m}{s}$$

$$v_{fs} = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow{v_0 = 4 \frac{m}{s}} v_{fs} = 4 - 8 = -4 \frac{m}{s}$$

$$v_{As} = v_{fs} + \Delta v_2 = -4 + 8 = 4 \frac{m}{s}$$

اکنون نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم. دقت کنید در بازه زمانی صفر تا ۴s،

شتاب ثابت و منفی و در بازه زمانی ۴s تا ۸s، شتاب ثابت و مثبت است.



با توجه به نمودار $v-t$ ، با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌های t_1 و t_2 را می‌یابیم:

$$\frac{4}{t_1} = \frac{4}{4 - t_1} \Rightarrow t_1 = 2s$$

$$\frac{4}{t_2 - 4} = \frac{4}{8 - t_2} \Rightarrow t_2 = 6s$$

در آخر مسافت طی شده را با استفاده از سطح محصور بین نمودار $v-t$ محور t که برابر جابه‌جایی است، می‌یابیم:

$$l = S_1 + |S_2| + S_3 \Rightarrow l = \frac{4 \times t_1}{2} + \left| \frac{(t_2 - t_1) \times (-4)}{2} \right|$$

$$+ \frac{(8 - t_2) \times 4}{2} \Rightarrow l = \frac{4 \times 2}{2} + \left| \frac{(6 - 2) \times (-4)}{2} \right| + \frac{(8 - 6) \times 4}{2}$$

$$\Rightarrow l = 4 + 8 + 4 = 16m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲، ۳ و ۱۵ تا ۲۱)

۴۳- گزینه «۴»

(زهرا آقاممردی)

مسیر حرکت از دو قسمت تشکیل شده است. اگر کل مسیر حرکت را x فرض کنیم، با توجه به شکل زیر، بزرگی سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} F_1 - f_k = ma_1 & a_1 = \frac{m}{s^2}, F_1 = 32N \\ F_2 - f_k = ma_2 & a_2 = \frac{m}{\Delta s^2}, F_2 = 24N \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32 - f_k = m \times 2 \\ 24 - f_k = m \times \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -32 + f_k = -2m \\ 24 - f_k = \frac{2}{5}m \end{cases}$$

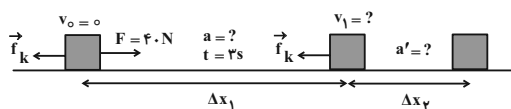
$$\Rightarrow 2 = 0 / \Delta m \Rightarrow m = 4kg$$

$$24 - f_k = \frac{2}{5} \times 4 \Rightarrow f_k = 24N$$

اکنون با توجه به شکل زیر، برای لحظه‌ای که نیروی افقی $F = 40N$ به

جسم وارد می‌شود تا لحظه‌ای که جسم متوقف می‌گردد، شتاب حرکت برای

قسمت اول و دوم و سرعت در لحظه قطع نیرو را پیدا می‌کنیم:



$$F - f_k = ma \Rightarrow 40 - 24 = 4a \Rightarrow a = \frac{6}{s^2}$$

$$0 - f_k = ma' \Rightarrow -24 = 4a' \Rightarrow a' = -\frac{6}{s^2}$$

$$v_1 = at + v_0 = 6 \times 3 + 0 = 18 \frac{m}{s}$$

در آخر، جابه‌جایی دو قسمت را به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 6 \times (3)^2 + 0 = 27m$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + 2a'\Delta x_2 \Rightarrow 0 = 18^2 + 2 \times (-6) \times \Delta x_2$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = 27m$$

$$\Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 27 + 27 = 54m$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

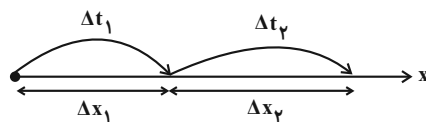
۴۶ - گزینه «۲» (عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم نموده و با استفاده از قانون دوم نیوتون

برای راستای قائم، $f_{s,max}$ را می‌یابیم. دقت کنید چون حداقل اندازه نیروی

\vec{F} خواسته شده است، باید بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی به آن وارد شود

و شتاب حرکت جسم همان شتاب حرکت آسانسور است.



$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} x \\ v_1 = 6 \frac{m}{s} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta x_2 = \frac{2}{3} x \\ v_2 = 3 \frac{m}{s} \end{cases}$$

اکنون می‌توان بزرگی سرعت متوسط در کل مسیر حرکت را به دست آورد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{x}{\frac{x}{6} + \frac{2x}{3}} \Rightarrow v_{av} = \frac{18}{5} = 3 \frac{6}{5} \frac{m}{s}$$

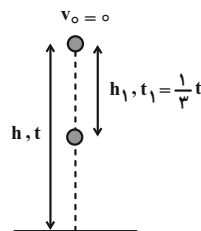
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴۴ - گزینه «۱» (مصطفی کیانی)

اگر کل زمان سقوط را t فرض کنیم، با استفاده از رابطه

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

می‌توان نوشت:



$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \xrightarrow{y=0} \frac{h_1}{h} = \frac{-\frac{1}{2}gt^2}{-\frac{1}{2}gt^2} \xrightarrow{t_1 = \frac{1}{2}t} \frac{t_1 = \frac{1}{2}t}{h = 90m}$$

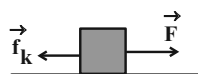
$$\frac{h_1}{90} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{h_1}{90} = \frac{1}{4} \Rightarrow h_1 = 22.5m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۵ - گزینه «۱» (بهنام رستمی)

ابتدا به صورت زیر، با استفاده از قانون دوم نیوتون، جرم جسم و نیروی

اصطکاک جنبشی را پیدا می‌کنیم:



اکنون اندازه شتاب مرکز گرای متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad \pi^2=10, T=0.4s, r=15cm=0.15m \rightarrow a = \frac{4 \times 10 \times 0.15}{0.4 \times 0.4} = 37.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۸)

(ساعر صالحی)

گزینه «۲» -۴۹

ابتدا تندی انتشار موج را می‌یابیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \quad \rho = 2 \frac{g}{cm^3} = 2000 \frac{kg}{m^3}, A = 1cm^2 = 10^{-4} m^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{20}{2000 \times 10^{-4}}} = 10 \frac{m}{s}$$

اکنون طول موج و به دنبال آن دوره تناوب را پیدا می‌کنیم. با توجه به شکل.

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 100\% \Rightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 100\% \Rightarrow \lambda = 100cm$$

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 100\% \Rightarrow \lambda = 100cm = 1m$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 1 = 10 \times T \Rightarrow T = 0.1s$$

در این قسمت، بازه زمانی $t_1 = 0.1s$ تا $t_2 = 0.5s$ را برحسب

دوره تناوب حساب می‌کنیم:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 0.5 - 0.1 = 0.4s$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.4}{0.1} = 4 \Rightarrow \Delta t = 4T$$

می‌دانیم مسافت طی شده توسط نوسانگر در مدت $\frac{T}{2}$ (نصف دوره تناوب)

دو برابر دامنه نوسان است و طبق شکل سؤال، دامنه نوسان برابر با

$A = 2cm$ است. مسافت طی شده در مدت $\Delta t = 0.4s$ برابر است با:

$$\ell = 2A \rightarrow \ell = 2 \times 2 = 4cm$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج، صفحه‌های ۶۲ تا ۷۴)

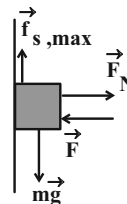
(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۱» -۵۰

طبق رابطه $x = A \cos \omega t$ برای به دست آوردن معادله مکان-زمان

نوسانگر باید A و ω معلوم باشند. بنابراین، ابتدا با استفاده از معادله

نیرو-مکان حرکت هماهنگ ساده، ω را پیدا می‌کنیم:



$$(F_{net})_y = ma \Rightarrow mg - f_{s,max} = ma$$

$$\frac{m=5kg}{a=2 \frac{m}{s^2}} \rightarrow 5 \times 10 - f_{s,max} = 5 \times 2 \Rightarrow f_{s,max} = 40N$$

اکنون به صورت زیر، F را می‌یابیم:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \rightarrow 40 = 0.5 \times F \Rightarrow F = 80N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۴۳)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۴» -۴۷

با استفاده از رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ و به صورت زیر نسبت $\frac{K_B}{K_A}$ را می‌یابیم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{p_B}{p_A}\right)^2$$

$$\frac{p_A = 3p_B}{m_A = \frac{1}{5}m_B} \rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{1}{5} \frac{m_B}{m_B} \times \left(\frac{p_B}{3p_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۸)

(مسعود قره‌فانی)

گزینه «۳» -۴۸

ابتدا دوره حرکت متحرک را می‌یابیم. با توجه به شکل، مسیر AB برابر

$\frac{1}{4}$ دور کامل است که متحرک آن را در مدت $\Delta t = 0.1s$ طی می‌کند.

بنابراین، زمان یک دور کامل (T) برابر است با:

$$\frac{1}{4} T = 0.1 \Rightarrow T = 0.4s$$

$$\alpha + 75^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

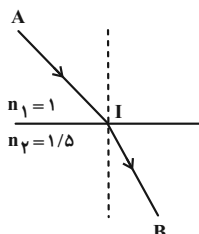
روش دوم: در آینه‌های تخت متقاطع که زاویه بین دو آینه کوچک‌تر از 90° است و از هر آینه یک بازتاب رخ می‌دهد، زاویه بین پرتو بازتابش و پرتو تابش (β) دو برابر زاویه بین دو آینه (α) است. یعنی $\beta = 2\alpha$ است. در این سؤال، بدون محاسبه زاویه‌های تابش و بازتابش و تنها با دانستن این نکته که برای دو خط موازی و یک خط مورب، زاویه‌های تند با هم برابرند، به سادگی می‌توان زاویه بین دو آینه را به دست آورد.

$$\beta = 2\alpha \Rightarrow 150^\circ = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۵۳- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

چون تندی نور در محیط اول (هوا) معلوم است، ابتدا زمان طی فاصله AI را می‌یابیم. دقت کنید، چون تندی و مسیر حرکت ثابت است، از معادله حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم:



$$\Delta x_1 = v_1 t_1 \rightarrow \frac{\Delta x_1 = AI = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}}{v_1 = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow 0.1 = 3 \times 10^8 t_1$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{10^{-1}}{3 \times 10^8} = \frac{1}{3} \times 10^{-9} \text{ s}$$

اکنون تندی نور در محیط دوم را تعیین می‌کنیم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{1}{1/5} \rightarrow v_2 = 2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow v_2 = 2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در این قسمت، زمان طی کردن فاصله IB را پیدا می‌کنیم:

$$t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2} \rightarrow \frac{\Delta x_2 = IB = 0.1 \text{ m}}{v_2 = 2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow t_2 = \frac{0.1}{2 \times 10^8} = \frac{1}{2} \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$F = -m\omega^2 x \rightarrow \frac{m=200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}}{F=-180 \text{ N}} \rightarrow -180 \text{ N} = -0.2 \omega^2 x$$

$$\Rightarrow 180 = 0.2 \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 900 \Rightarrow \omega = 30 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

اکنون با استفاده از رابطه بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر، دامنه نوسان را می‌یابیم:

$$K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 \rightarrow \frac{v_{\text{max}} = A\omega}{K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2}$$

$$\frac{K_{\text{max}} = 225 \text{ mJ} = 225 \times 10^{-3} \text{ J}}{m=0.2 \text{ kg}, \omega=30 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \rightarrow 225 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 900 \times A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{225}{9} \times 10^{-3} \Rightarrow A = \frac{15}{3} \times 10^{-2} = 0.5 \text{ dm}$$

در آخر، معادله مکان - زمان نوسانگر برابر است با:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.5 \cos 30 t$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

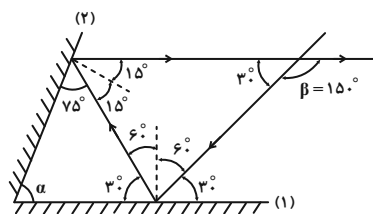
۵۱- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

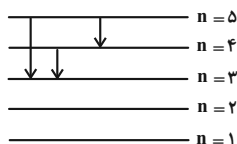
با دور شدن ناظر از چشمه صوت، بسامد دریافتی توسط ناظر کاهش می‌یابد. بنابراین $f' < f$ است. همچنین چون چشمه صوت ساکن است، طول موج آن در اطراف چشمه و در همه نقاط یکسان خواهد بود. بنابراین $\lambda' = \lambda$ است.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۵۲- گزینه «۲» (شارمان ویسی)

روش اول: چون پرتو بازتابش از آینه (۲) موازی آینه (۱) است و پرتو تابش به عنوان خط مورب برای دو خط موازی می‌باشد، مطابق شکل زیر، زاویه‌های هم‌اندازه (زاویه‌های تند و زاویه‌های باز) را مشخص می‌کنیم و به دنبال آن زاویه بین دو آینه را می‌یابیم:





(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

(امیرامیر میرسعید)

گزینه «۱» -۵۶

طبق رابطه $E = mc^2$ کاهش جرم هسته برانگیخته X^A_Z به انرژی تبدیل می‌شود که برابر است با:

$$E = mc^2 \quad \frac{m = 8 \times 10^{-29} \text{ g} = 8 \times 10^{-32} \text{ kg}}{c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$E = 8 \times 10^{-32} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow E = 8 \times 10^{-32} \times 9 \times 10^{16} = 72 \times 10^{-16} \text{ J}$$

اکنون انرژی را برحسب کیلو الکترون ولت می‌یابیم. چون

$$1 \text{ eV} = 1/6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = 72 \times 10^{-16} \text{ J} = 72 \times 10^{-16} \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}$$

$$\Rightarrow E = 45 \times 10^3 \text{ eV} = 45 \text{ keV}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۵)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۲» -۵۷

روش اول: چون $87/5$ درصد از هسته‌های اولیه ماده پرتوزا واپاشیده شده

است، بعد از 18 سال، $(100 - 87/5 = 12/5)$ درصد آن به صورت

فعال باقی می‌ماند. بنابراین، داریم:

$$100\% \xrightarrow{T_1} 50\% \xrightarrow{T_1} 25\% \xrightarrow{T_1} 12.5\%$$

می‌بینیم، پس از سه نیمه‌عمر، $87/5$ درصد از هسته‌های اولیه ماده پرتوزا

واپاشیده می‌شود. چون سه نیمه‌عمر معادل 18 سال است، می‌توان نوشت:

$$3T_1 = 18 \text{ سال} \Rightarrow T_1 = 6 \text{ سال}$$

در آخر، زمان کل حرکت را حساب می‌کنیم:

$$t_{AB} = t_1 + t_2 = \frac{1}{3} \times 10^{-9} + \frac{1}{2} \times 10^{-9} = \frac{5}{6} \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$10^{-9} \text{ s} = 1 \text{ ns} \rightarrow t_{AB} = \frac{5}{6} \text{ ns}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

گزینه «۴» -۵۴ (مسعود قره‌فانی)

با استفاده از رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ و با توجه به اینکه بسامد نور

فردی 25 درصد و بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها، 3 eV افزایش

یافته است، می‌توان نوشت:

$$f_2 = f_1 + \frac{25}{100} f_1 = \frac{125}{100} f_1 \Rightarrow f_2 = \frac{5}{4} f_1$$

$$K_{\max(2)} = K_{\max(1)} + 3 \xrightarrow{K_{\max} = hf - W_0}$$

$$hf_2 - W_0 = hf_1 - W_0 + 3 \Rightarrow hf_2 - hf_1 = 3 \xrightarrow{f_2 = \frac{5}{4} f_1}$$

$$h \times \frac{5}{4} f_1 - hf_1 = 3 \Rightarrow \frac{1}{4} hf_1 = 3 \xrightarrow{h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}}$$

$$\frac{1}{4} \times 4 \times 10^{-15} \times f_1 = 3 \Rightarrow f_1 = 3 \times 10^{15} \text{ Hz} = 3000 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

$$1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz} \rightarrow f_1 = 3000 \text{ THz}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۴» -۵۵

چون طول‌موج‌های گسیلی در ناحیه فرورسرخ قرار دارند، گذار الکترون به

ترازهای $n' = 1$ (رشته لیمان) و $(n' = 2)$ انجام نمی‌گیرد. بنابراین، با

توجه به این که 3 طول‌موج گسیلی وجود دارد، مطابق شکل زیر، باید الکترون

در تراز $n = 5$ قرار داشته باشد. در این حالت، دو طول‌موج در رشته پاشن

$(n' = 3)$ و یک طول‌موج در رشته براکت $(n' = 4)$ است.

$$\frac{q_1}{d^2} = \frac{q_2}{d^2} \Rightarrow q_2 = \frac{1}{4} q_1 \xrightarrow{(1)} \frac{k|Q|}{d^2} (q_1 - \frac{1}{4} q_1) = 1/5$$

$$\Rightarrow \frac{k|Q|}{d^2} \times \frac{3}{4} q_1 = 1/5 \Rightarrow \frac{k|Q|q_1}{d^2} = 2N$$

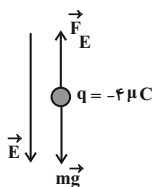
$$F_1 = \frac{k|Q|q_1}{d^2} \rightarrow F_1 = 2N$$

(فیزیک ۲ - الکتروستاتیک ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

(عبدالرضا امینی نسب)

۵۹- گزینه «۲»

بر ذره باردار نیروی وزن و نیروی میدان الکتریکی وارد می‌شود. چون ذره معلق و در حال تعادل است، برآیند این دو نیرو صفر می‌باشد. از طرف دیگر، چون نیروی وزن ذره رو به پایین است، باید نیروی الکتریکی رو به بالا و هم‌اندازه با نیروی وزن باشد. با توجه به اینکه بر بار الکتریکی منفی در خلاف جهت خط‌های میدان الکتریکی نیروی الکتریکی وارد می‌شود، لذا چون نیروی الکتریکی رو به بالا است، باید جهت میدان الکتریکی به‌طرف پایین باشد و اندازه آن برابر است با:



$$F_E = mg \xrightarrow{F=q|E|} |q| E = mg \xrightarrow{m=20 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, |q|=4 \mu\text{C}=4 \times 10^{-6} \text{ C}}$$

$$4 \times 10^{-6} \times E = 0.2 \times 10 \Rightarrow E = 5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک ۲ - الکتروستاتیک ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۲۱)

(بهنام دبایی اصل)

۶۰- گزینه «۲»

از ترکیب رابطه‌های $\sigma = \frac{Q}{A}$ ، $Q = CV$ ، $C = \epsilon \frac{A}{d}$ و $E = \frac{V}{d}$

داریم:

روش دوم: اگر تعداد هسته‌های اولیه N_0 باشد، تعداد هسته‌های باقیمانده

$$\text{برابر } N = N_0 - \frac{87/5}{100} N_0 = \frac{12/5}{100} N_0$$

استفاده از رابطه تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده، داریم:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{N = \frac{12/5}{100} N_0} \frac{1}{8} N_0 = \frac{N_0}{2^n}$$

$$\Rightarrow 2^n = 8 = 2^3 \Rightarrow n = 3$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \xrightarrow{t=18 \text{ سال}} 3 = \frac{18}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = 6 \text{ سال}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(مهمرعلی راست‌پیمان)

۵۸- گزینه «۴»

در حالت اول، بزرگی برآیند نیروهایی که از طرف بارهای q_1 و q_2 بر بار Q وارد می‌شود برابر $1/5 N$ است. از طرف دیگر، چون با نزدیک کردن بار q_2 به بار Q ، بار Q به حال تعادل درمی‌آید و فاصله بار q_2 نسبت به بار q_1 کمتر می‌شود، لذا باید اندازه بار q_1 بزرگ‌تر از بار q_2 باشد تا نیروهایی که q_1 و q_2 به بار Q وارد می‌کنند، هم‌اندازه شوند. بنابراین با استفاده از قانون کولن برای حالت اول و حالت دوم، می‌توان نوشت:

$$F_1 - F_2 = 1/5 \xrightarrow{F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}} k \frac{|q_1||Q|}{r_1^2} - k \frac{|q_2||Q|}{r_2^2} = 1/5$$

$$\xrightarrow{r_1=r_2=d, q_1>0, q_2>0} \frac{kq_1|Q|}{d^2} - \frac{kq_2|Q|}{d^2} = 1/5$$

$$\Rightarrow \frac{k|Q|}{d^2} (q_1 - q_2) = 1/5 \quad (1)$$

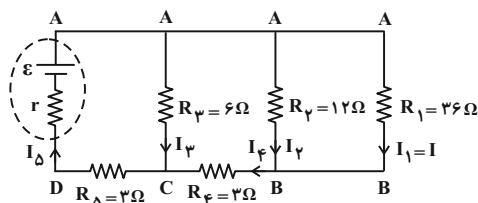
برای حالت دوم که بار Q در حال تعادل است، داریم:

$$F'_1 = F'_2 \Rightarrow \frac{kq_1|Q|}{r_1'^2} = \frac{kq_2|Q|}{r_2'^2} \xrightarrow{r_1'=d, r_2'=\frac{d}{2}} \rightarrow$$

(عبدالرضا امینی نسب)

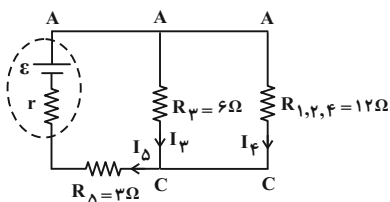
گزینه «۳» - ۶۳

ابتدا باید مقاومتی که بیشترین توان را مصرف می‌کند، تعیین کنیم. به همین منظور، جریان عبوری از بزرگ‌ترین مقاومت را I می‌نامیم و جریان عبوری از سایر مقاومت‌ها را برحسب I به دست می‌آوریم. با توجه به شکل زیر داریم:



$$V_{AB} = R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 36I = 12I_2 \Rightarrow I_2 = 3I$$

$$I_4 = I_1 + I_2 = I + 3I \Rightarrow I_4 = 4I$$



$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{36 \times 12}{36 + 12} = 9\Omega$$

$$R_{1,2,4} = R_{1,2} + R_4 = 9 + 3 = 12\Omega$$

اکنون جریان عبوری از مقاومت $R_3 = 6\Omega$ و $R_4 = 3\Omega$ را می‌یابیم:

$$V_{AC} = R_3 I_3 = R_{1,2,4} I_4 \Rightarrow 6I_3 = 12 \times 4I \Rightarrow I_3 = 8I$$

$$I_D = I_3 + I_4 = 8I + 4I \Rightarrow I_D = 12I$$

در این قسمت توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها را برحسب I پیدا می‌کنیم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 36I^2, \quad P_2 = R_2 I_2^2 = 12 \times (3I)^2 = 108I^2$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 6 \times (8I)^2 = 384I^2$$

$$P_4 = R_4 I_4^2 = 3 \times (4I)^2 = 48I^2$$

$$P_D = R_D I_D^2 = 3 \times (12I)^2 = 432I^2$$

می‌بینیم در مقاومت $R_D = 3\Omega$ ، بیشترین توان مصرف می‌شود. بنابراین،

اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت $V_D = 24V$ و جریان عبوری از آن

برابر است با:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{Q=CV} \sigma = \frac{CV}{A} \xrightarrow{C=\epsilon_0 \frac{A}{d}, V=Ed} \sigma = \frac{\epsilon_0 \frac{A}{d} \times Ed}{A}$$

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 \frac{A}{d} \times Ed}{A} = \epsilon_0 E$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۸)

(امیرامدر میرسعید)

گزینه «۲» - ۶۱

(الف) درست است.

(ب) درست است.

(پ) نادرست است. در مقاومت نوری، با افزایش شدت نور، مقاومت آن کاهش می‌یابد.

بنابراین، تعداد یک عبارت نادرست است.

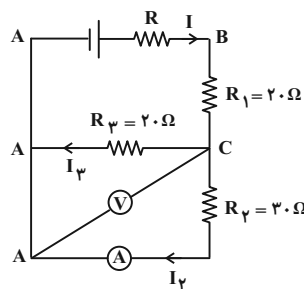
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۵۲ تا ۶۰)

(غلامرضا ممینی)

گزینه «۳» - ۶۲

ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های موازی 40Ω اهمی و همچنین 60Ω اهمی را می‌یابیم و مدار ساده‌تری رسم می‌کنیم:

$$R_1 = \frac{R}{n} = \frac{40}{2} = 20\Omega, \quad R_2 = \frac{60}{2} = 30\Omega$$



با توجه به شکل، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی R_1 و R_2 را نشان می‌دهد. چون آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت R_3 را نشان می‌دهد، بنابراین با داشتن V_3 (همان عدد ولت‌سنج) و R_3 ، جریان I_3 که از آمپرسنج عبور می‌کند، به دست می‌آید:

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{5.0V}{30\Omega} \rightarrow I_3 = \frac{5}{30} = \frac{5}{3} A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰ و ۷۷ تا ۷۹)

ت) نادرست است. میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود. بنابراین، تعداد یک عبارت درست است.

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۶۶- گزینه «۳» (مهم‌علی راست‌پیمان)

با داشتن Φ_1 ، Φ_2 و Δt ، به صورت زیر \bar{E} را می‌یابیم:

$$\bar{E} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \begin{matrix} \Phi_2 = -12 \times 10^{-3} \text{ Wb}, N=1 \\ \Phi_1 = 12 \times 10^{-3} \text{ Wb}, \Delta t = 0.2 \text{ s} \end{matrix}$$

$$\bar{E} = -1 \times \frac{-12 \times 10^{-3} - 12 \times 10^{-3}}{0.2} = \frac{24 \times 10^{-3}}{0.2} = 0.12 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

۶۷- گزینه «۳» (مهم‌علی راست‌پیمان)

باید از میدل کاهنده استفاده کنیم. بنابراین، با استفاده از رابطه زیر داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \frac{11}{220} = \frac{N_2}{800} \Rightarrow N_2 = 40$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

۶۸- گزینه «۴» (مهم‌علی راست‌پیمان)

ابتدا حجم مکعب مستطیل و حجم مکعب را می‌یابیم. مکعب مستطیل را با اندیس (۱) و مکعب را با اندیس (۲) نشان می‌دهیم:

$$V_1 = 4 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 120 \text{ m}^3$$

$$V_2 = a^3 \quad a = 4 \mu\text{m} = 4 \times 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow V_2 = (4 \times 10^{-6})^3 = 64 \times 10^{-18} \text{ m}^3$$

اکنون V_1 را بر V_2 تقسیم می‌کنیم:

$$n = \frac{V_1}{V_2} = \frac{120}{64 \times 10^{-18}} = \frac{120 \times 10^{18}}{64} = \frac{15}{8} \times 10^{18}$$

$$\Rightarrow n = 1.875 \times 10^{18}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

$$I_\delta = \frac{V_\delta}{R_\delta} \quad \frac{R_\delta = 2 \Omega}{V_\delta = 24 \text{ V}} \rightarrow I_\delta = \frac{24}{3} = 8 \text{ A}$$

از طرف دیگر داریم:

$$I_\delta = 12 I \Rightarrow 8 = 12 I \Rightarrow I = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ A}$$

$$I_r = 3 I = 3 \times \frac{2}{3} \Rightarrow I_r = 2 \text{ A}$$

در آخر، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_r = 12 \Omega$ برابر است با:

$$V_r = R_r I_r = 12 \times 2 = 24 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۶۹- گزینه «۲» (پوریا علاقه‌مند)

اگر پیچۀ بزرگ‌تر را با اندیس (۱) و پیچۀ کوچک‌تر را با اندیس (۲) نشان دهیم، ابتدا به صورت زیر نسبت تعداد دورهای پیچ‌ها را می‌یابیم. دقت کنید اگر سیمی به طول l را به صورت پیچ‌های R درآوریم، تعداد دورهای پیچ برابر با طول سیم بر محیط یک حلقه است.

$$N = \frac{l}{2\pi R} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{l_1}{l_2} \times \frac{R_2}{R_1} \quad \begin{matrix} l_1 = 6l, R_1 = 4R \\ l_2 = 2l, R_2 = 2R \end{matrix}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{6l}{2l} \times \frac{2R}{4R} = \frac{3}{2}$$

اکنون با استفاده از رابطه اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچ، می‌توان نوشت:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2} \times \frac{I_1}{I_2} \times \frac{R_2}{R_1} \quad I_1 = I_2$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{3}{2} \times 1 \times \frac{2R}{4R} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۶۵- گزینه «۲» (امیرامیر میرسعید)

(الف) درست است.

(ب) نادرست است.

(پ) نادرست است. قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی زمین فاصله نسبتاً زیادی از یکدیگر دارند. بنابراین، عقربۀ مغناطیسی قطب‌نما تا حدودی از شمال جغرافیایی انحراف دارد.

$$V_{\text{کل}} = A' \times h' + A \times h \xrightarrow{h'=2\text{cm}, h=5\text{cm}} \xrightarrow{V_{\text{کل}}=2L=2 \times 1000=2000\text{cm}^3}$$

$$2000 = 500 \times 2 + A \times 5 \Rightarrow 2000 - 1000 = 5A$$

$$\Rightarrow 1000 = 5A \Rightarrow A = 200\text{cm}^2$$

در آخر داریم:

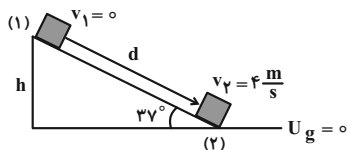
$$\frac{A}{A'} = \frac{200}{500} = 0.4$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

(زهره آقاممیری)

گزینه «۳» - ۷۱

با در نظر گرفتن سطح افقی به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، جسم در نقطه (۱) فقط انرژی پتانسیل گرانشی و در نقطه (۲) فقط انرژی جنبشی دارد. بنابراین، با توجه به اینکه تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر کار نیروی اصطکاک است، می‌توان نوشت:



$$W_{\text{mg}} = mgh \xrightarrow{W_{\text{mg}}=24\text{J}, m=2\text{kg}} \Rightarrow 24 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 1.2\text{m}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \xrightarrow{\sin 37^\circ = 0.6} \Rightarrow 0.6 = \frac{1.2}{d} \Rightarrow d = 2\text{m}$$

$$E_2 - E_1 = W_{f_k} \Rightarrow (\cancel{U}_2 + K_2) - (U_1 + \cancel{K}_1) = f_k d \cos 180^\circ$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - mgh = f_k d \times (-1) \xrightarrow{v_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 16 - 2 \times 10 \times 1.2 = -f_k \times 2 \Rightarrow 16 - 24 = -2f_k$$

$$\Rightarrow -8 = -2f_k \Rightarrow f_k = 4\text{N}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

(زهره آقاممیری)

گزینه «۲» - ۷۲

ابتدا با استفاده از بایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم در لحظه برخورد به زمین را می‌یابیم:

گزینه «۲» - ۶۹ (معمردلی راست‌پیمان)

با توجه به نمودار داده شده در عمق $h = 40\text{cm}$ از مایع، فشار کل برابر $P = 108800\text{Pa}$ است. بنابراین، ابتدا فشار هوا را برحسب پاسکال می‌یابیم:

$$P = P_0 + \rho_{\text{مایع}} gh \xrightarrow{\rho_{\text{مایع}} = 1.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h = 40\text{cm} = 0.4\text{m}, P_0 = 108800\text{Pa}}$$

$$108800 = P_0 + 1700 \times 10 \times 0.4 \Rightarrow 108800 = P_0 + 6800$$

$$P_0 = 102000\text{Pa}$$

اکنون به صورت زیر $P_0 = 102000\text{Pa}$ را به cmHg تبدیل می‌کنیم. به همین منظور کافی است، ستونی از جیوه را که فشار آن برابر 102000Pa است، بیابیم:

$$P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh \xrightarrow{\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$102000 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{102000}{136000} = 0.75\text{m} = 75\text{cm}$$

$$\Rightarrow P_0 = 75\text{cmHg}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

گزینه «۴» - ۷۰ (معصومه شریعت‌ناصری)

با توجه به اینکه افزایش فشار وارد بر کف ظرف ناشی از وزن آب اضافه شده به ظرف می‌باشد، بنابراین، ابتدا جرم آب اضافه شده را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V \xrightarrow{V=L=100\text{cm}^3, \rho=1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \Rightarrow m = 1 \times 100 = 100\text{g} = 0.1\text{kg}$$

اکنون به صورت زیر، سطح مقطع بالای ظرف (A') را می‌یابیم:

$$\Delta P = \frac{\Delta F}{A'} \xrightarrow{\Delta F = mg} \Delta P = \frac{mg}{A'}$$

$$\frac{\Delta P = 200\text{Pa}}{m = 0.1\text{kg}} \rightarrow 200 = \frac{1 \times 10}{A'}$$

$$\Rightarrow A' = \frac{1}{20} \text{m}^2 = \frac{1}{20} \times 10^4 \text{cm}^2 = 500\text{cm}^2$$

در این قسمت، با داشتن سطح مقطع بالای ظرف و حجم اولیه آب، به صورت زیر، سطح مقطع کف ظرف را پیدا می‌کنیم:

اکنون، با توجه به این که حجم هوای داخل لاستیکها ثابت است، اگر هوای داخل لاستیک را یک گاز آرمانی فرض کنیم، داریم:

$$\frac{P}{T} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{12+273=285K} = \frac{P_2}{17+273=290K}$$

$$\frac{P_1 + 214}{285} = \frac{P_2 + 241}{290}$$

$$\Rightarrow 290P_1 + 290 \times 214 = 285P_2 + 285 \times 241$$

$$\Rightarrow 25P_2 = 285 \times 241 - 290 \times 214$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{5(57 \times 241 - 62 \times 214)}{25}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{57 \times 241 - 62 \times 214}{5} = 93 / 8 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

(امیراحمد میرسعید)

گزینه «۱» - ۷۴

چون دمای اولیه و دمای نهایی گازها یکسان‌اند، تغییر انرژی درونی گازها برابر است و داریم:

$$\Delta U_A = \Delta U_B = \Delta U_C$$

$$\Delta U = Q + W \rightarrow Q_A + W_A = Q_B + W_B = Q_C + W_C$$

$$\frac{W_A < 0, W_B = 0}{W_C > 0} \rightarrow Q_A > Q_B > Q_C$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

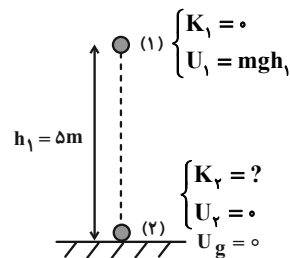
(مصطفی کیانی)

گزینه «۱» - ۷۵

طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، ممکن نیست گرما به‌طور خودبه‌خود از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود. یعنی برای انتقال گرما از جسم سرد به جسم گرم، باید کار انجام داد. بنابراین، در یخچال $W > 0$ ، $Q_L > 0$ و $Q_H < 0$ است.

با توجه به جدول می‌بینیم، وسیله‌های B و D که در آنها $Q_H > 0$ است، نمی‌توانند یخچال باشند. از طرف دیگر، وسیله C بدون انجام کار، گرما را از منبع دما پایین به منبع دما بالا منتقل کرده است. بنابراین، وسیله A که در آن $W > 0$ ، $Q_L > 0$ و $Q_H < 0$ است، یخچال می‌باشد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۷)



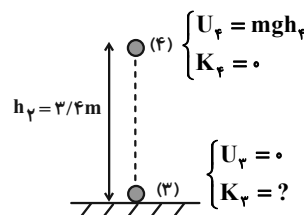
$$E_2 = E_1 \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

$$\Rightarrow K_2 + 0 = 0 + mgh_1 \xrightarrow[h=5m]{m=4kg}$$

$$K_2 = 0 + 4 \times 10 \times 5 = 20 \text{ J}$$

اکنون پایداری انرژی مکانیکی را برای برگشت جسم به طرف بالا

می‌نویسیم:



$$E_4 = E_3 \Rightarrow U_4 + K_4 = U_3 + K_3 \Rightarrow 0 + K_3 = mgh_4 + 0$$

$$\xrightarrow[m=4kg]{h_4=3/4m} K_3 = 0 + 4 \times 10 \times 3/4 = 13 / 6 \text{ J}$$

در آخر درصد تغییرات انرژی جنبشی را پیدا می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات انرژی جنبشی} = \frac{K_3 - K_2}{K_2} \times 100$$

$$= \frac{13/6 - 20}{20} \times 100 = -32\%$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(محمدرضا راست‌پیمان)

گزینه «۲» - ۷۳

با توجه به اینکه فشارسنج، فشار پیمانه‌ای ($P_2 - P_1$) را نشان می‌دهد، ابتدا فشار کل درون لاستیک را می‌یابیم:

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_2 - P_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 214 = P_1 - P_1 \Rightarrow P_1 = P_1 + 214 \text{ (kPa)} \\ 241 = P_2 - P_1 \Rightarrow P_2 = P_1 + 241 \text{ (kPa)} \end{cases}$$

شیمی

گزینه ۲» -۷۶

(مهمربضا پورجاویر)

عبارت اول و سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد دوم) ایزوتوپ ${}^{235}_{92}\text{U}$ (که ایزوتوپ سبک‌تری از ${}^{238}_{92}\text{U}$ است) به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مورد چهارم) نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ است که دارای ۴۳ پروتون و ۵۶ نوترون است که ۱۳ واحد با یکدیگر اختلاف دارند.

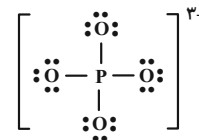
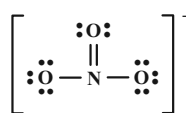
(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۶ تا ۸)

گزینه ۲» -۷۷

(امیرمسین طبیی سوکرلابی)

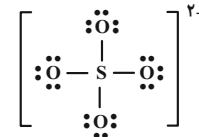
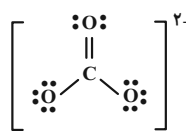
نیترات: NO_3^-

فسفات: PO_4^{3-}

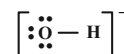


کربنات: CO_3^{2-}

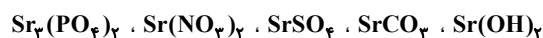
سولفات: SO_4^{2-}



هیدروکسید: OH^-



نسبت جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در فسفات برابر ۳، در نیترات برابر ۲، در سولفات برابر ۳، در کربنات برابر ۲ و در هیدروکسید برابر ۳ است. ترکیب یونی حاصل از یون‌های بالا با یون استرانسیم به صورت زیر است:



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

گزینه ۱» -۷۸

(مهمربضا پورجاویر)

با توجه به نماد این یون می‌توان گفت:

$$n + p = 83$$

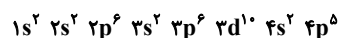
از طرفی طبق صورت سؤال $n - e = 12$ خواهد بود. بنابراین خواهیم داشت:

$$n - (p + 1) = 12 \Rightarrow n - p = 13$$

به این ترتیب عدد اتمی آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} n + p = 83 \\ n - p = 13 \end{cases} \Rightarrow 2n = 96 \Rightarrow n = 48, p = 35$$

آرایش الکترونی این عنصر عبارت است از:



این عنصر ۷ الکترون ظرفیتی ($4s^2 4p^5$) داشته و در زیرلایه‌های s (با

$l = 0$) خود ۸ الکترون دارد.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

گزینه ۳» -۷۹

(یاسر راش)

قسمت اول:

$$100 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{50}{100} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$\times \frac{28 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{60}{100} = 8.4 \text{ L CO}_2$$

قسمت دوم: در ۱۰۰ گرم کلسیم کربنات، ۵۰ گرم ناخالصی و ۵۰ گرم

کلسیم کربنات خالص وجود دارد. از ۵۰ گرم کلسیم کربنات خالص، ۶۰

درصد آن معادل ۳۰ گرم تجزیه شده و ۲۰ گرم آن تجزیه نشده باقی

می‌ماند. اکنون برای به دست آوردن درصد جرمی کلسیم کربنات تجزیه

نشده در مخلوط جامد باقی‌مانده باید جرم مخلوط جامد را به دست آوریم:

جرم گاز خارج شده - جرم اولیه CaCO_3 = جرم جامد باقی‌مانده

$$30 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 13.2 \text{ g}$$

$$\text{جرم جامد باقی‌مانده} = 100 - 13.2 = 86.8 \text{ g}$$

گزینه	ترکیب اول	ترکیب دوم	نسبت تعداد اتم‌ها
۱	$\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$	Na_2CO_3	$\frac{9}{6} = 1/5$
۲	Li_2O	$\text{Al}(\text{OH})_3$	$\frac{3}{7}$
۳	$\text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3$	$\text{Ba}(\text{HCO}_3)_2$	$\frac{17}{11}$
۴	$(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$	Ca_3N_2	$\frac{20}{5} = 4$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

(ممد رضا پوریاوید)

۸۲- گزینه «۴»

ابتدا لازم است حجم مولی گازها در شرایط داده شده را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22 / 4}{273} = \frac{1 / 0.25 \times V_2}{(127 + 273)} \Rightarrow V_2 = 32 \text{ L}$$

از آنجا که در شرایط گفته شده یک مول از هر گازی دارای حجمی معادل با ۳۲ لیتر است، حجم گازهای CO_2 و H_2O تولید شده در طی این واکنش برابر خواهد بود با:

$$5 / 7 \text{ g } \text{C}_8\text{H}_{18} \times \frac{1 \text{ mol } \text{C}_8\text{H}_{18}}{114 \text{ g } \text{C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{(16 + 18) \text{ mol گاز}}{2 \text{ mol } \text{C}_8\text{H}_{18}}$$

$$\times \frac{32 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} = 27 / 2 \text{ L گاز}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

(ممد رضا پوریاوید)

۸۳- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تأثیر دما بر انحلال پذیری C کمتر از سایر نمک‌ها است، چرا که میزان تغییر انحلال پذیری در آن در بازه دمایی مشخص شده کمتر است.

گزینه «۲»: انحلال C در آب برخلاف سه ترکیب دیگر گرماده است. به این ترتیب با حل شدن آن در آب، دمای محلول افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: در ۱۳۳ گرم محلول سیرشده از D در دمای 100.40°C گرم آب و ۳۳ گرم نمک D وجود دارد. با کاهش دادن دمای آن تا 20°C ، مقدار آب ثابت بوده ولی مقدار نمک D به ۱۴ گرم می‌رسد. بنابراین ۱۹ گرم از جرم آن کاسته خواهد شد.

$$\text{درصد جرمی } \text{CaCO}_3 \text{ در مخلوط جامد باقی مانده} = \frac{20}{86/8} \times 100 \approx 23\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(کامران یعفری)

۸۰- گزینه «۲»

راه حل اول:

جرم هریک از مواد را برابر x گرم در نظر می‌گیریم:

$$? \text{ LCO}_2 = x \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$\times \frac{22 / 4 \text{ LCO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 0 / 224x \text{ LCO}_2$$

$$? \text{ LO}_2 = x \text{ g KClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KClO}_3}{122 / 5 \text{ g KClO}_3} \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KClO}_3}$$

$$\times \frac{22 / 4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2} \approx 0 / 224x \text{ LO}_2$$

$$0 / 498x = 0 / 224x \text{ L} + 0 / 224x \text{ L} = 0 / 498x \text{ L}$$

$$0 / 498x = 30 / 5 \Rightarrow x = 61 / 24 \text{ g}$$

$$? \text{ g KCl} = 61 / 24 \text{ g KClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KClO}_3}{122 / 5 \text{ g KClO}_3} \times \frac{2 \text{ mol KCl}}{2 \text{ mol KClO}_3}$$

$$\times \frac{74 / 5 \text{ g KCl}}{1 \text{ mol KCl}} = 37 / 24 \text{ g KCl}$$

$$\frac{\text{جرم KCl}}{\text{جرم CaCO}_3} = \frac{37 / 24}{61 / 24} \approx 0 / 61$$

راه حل دوم:

$$? \text{ g KCl} = x \text{ g KClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KClO}_3}{122 / 5 \text{ g KClO}_3} \times \frac{2 \text{ mol KCl}}{2 \text{ mol KClO}_3}$$

$$\times \frac{74 / 5 \text{ g KCl}}{1 \text{ mol KCl}} \approx 0 / 61x \text{ g KCl}$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{0 / 61x}{x} = 0 / 61$$

(شیمی ۱، رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(ممد رضا پوریاوید)

۸۱- گزینه «۴»

با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب‌های داده شده، تنها مورد درست گزینه

آخر خواهد بود:

فلز A آهن است که در بین فلزهای دیگر دارای بیشترین مصرف سالیانه است. B و C با یکدیگر ترکیبی یونی (و نه مولکولی!) با فرمول شیمیایی C_4B_4 تشکیل می‌دهند. عنصر C نخستین عنصر از دوره چهارم جدول دوره‌ای است که زیرلایه d آن دارای الکترون است. A یک فلز است و امکان تشکیل مولکول دو یا چند اتمی را ندارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۸)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۵۶)

۸۶- گزینه «۲» (عمید زینی)

در واکنش A واکنش‌پذیری Na بیشتر از Fe است. در واکنش B، واکنش‌پذیری Cu کمتر از Fe است. در واکنش C، واکنش‌پذیری Mg بیشتر Ti است. واکنش D، جزو واکنش‌های استخراج آهن است. بنابراین واکنش‌های A، C و D به‌طور طبیعی انجام می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۸۷- گزینه «۴» (یاسر راش)

اگر x مول اتان (C_2H_6) و y مول هپتان (C_7H_{16}) داشته باشیم، داریم:

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{(2x + 7y) \times 12}{6x + 16y} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow 48x + 168y = 54x + 144y$$

$$\Rightarrow 6x = 24y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{24}{6} = 4$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۸۸- گزینه «۱» (فرزاد رضایی)

تنها عبارت دوم صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: استفاده از آمونیاک به عنوان کود شیمیایی برای تأمین اتم

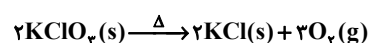
نیتروژن مورد نیاز گیاه است.

عبارت دوم: طبق متن کتاب درسی درست است.

گزینه «۴»: در دمای $20^\circ C$ می‌توان ۶۰ گرم نمک A را در ۱۰۰ گرم آب حل کرده و محلول سیرشده تهیه کرد. بنابراین ۲۰۰ گرم آب گنجایش ۱۲۰ گرم نمک را دارد. حال اگر ۳۰۰ گرم از محلول در این دما دارای ۲۰۰ گرم آب باشد، یعنی ۱۰۰ گرم نمک را در خود حل کرده است و محلولی سیرنشده خواهد بود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۴- گزینه «۳» (ممنوع عظیمیان زواره)



کاهش جرم ایجاد شده به جرم O_2 تولید شده مربوط است.

$$? g KCl = 38 / 4 g O_2 \times \frac{1 mol O_2}{32 g O_2} \times \frac{2 mol KCl}{3 mol O_2}$$

$$\times \frac{74 / 5 g KCl}{1 mol KCl} = 59 / 6 g KCl$$

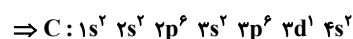
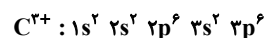
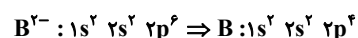
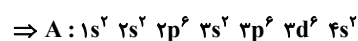
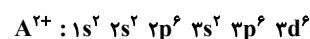
با توجه به انحلال‌پذیری KCl در دمای $75^\circ C$ می‌توان گفت با ۵۰ گرم KCl می‌توان ۱۵۰ گرم محلول سیرشده آن را تهیه نمود. بنابراین:

$$59 / 6 g KCl \times \frac{150 g \text{ محلول}}{50 g KCl} = 178 / 8 g \text{ محلول}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۵- گزینه «۲» (ممنوع رضا پوریاوید)

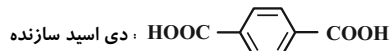
ابتدا با توجه به آرایش الکترونی یون‌های داده شده می‌توانیم آرایش الکترونی عنصرهای مربوطه را مشخص کنیم.



(امیرمسین طبیعی سورکلایی)

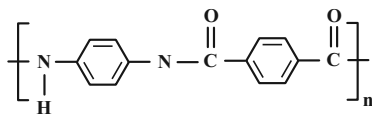
۹۱- گزینه «۴»

همه موارد درست هستند.



$$\Rightarrow \text{اختلاف جرم مولی} = 58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

به دلیل آزادسازی آب در این فرایند جرم این پلیمر از مجموع جرم مونومرهای سازنده آن کمتر است.



$$\Rightarrow \text{An پیوند دوگانه}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر، صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(ممنور رضا پورباوید)

۹۲- گزینه «۳»

گرماي مورد نیاز برای افزایش دمای آب داده شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 188 \text{ g} \times 4 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 25^\circ\text{C} = 18800 \text{ J}$$

از طرفی گرمای واکنش تجزیه هیدرازین نیز عبارت است از:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها} \right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_{(\text{N}=\text{N})} + 4\Delta H_{(\text{N}-\text{H})} - \Delta H_{(\text{N}\equiv\text{N})} - 2\Delta H_{(\text{H}-\text{H})}$$

$$= 159 + 4(391) - 945 - 2(436) = -94 \text{ kJ} = -94000 \text{ J}$$

بنابراین جرم هیدرازین مورد نیاز برای فراهم کردن ۱۸۸۰۰ ژول گرمای

مورد نیاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$18800 \text{ J} \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4}{94000 \text{ J}} \times \frac{32 \text{ g N}_2\text{H}_4}{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4} = 6 / 4 \text{ g}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

عبارت سوم: مولکول آمونیاک برخلاف مولکول کربن دی‌اکسید، قطبی است و گشتاور دو قطبی آن‌ها مانند هم نیست.

عبارت چهارم: شرایط بهینه فرایند هابر شامل دمای 450°C و فشار 200 atm و استفاده از کاتالیزگر آهن است.

(شیمی - ترکیبی: شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

(ممنور رضا پورباوید)

۸۹- گزینه «۳»

با توجه به معادله واکنش انجام شده برای تعیین جرم مورد نیاز از KNO_3 ناخالص برای تولید مقدار مورد نظر از K_2O با خلوص داده شده می‌توان گفت:

$$\frac{\text{خالص } 80 \text{ g K}_2\text{O}}{100 \text{ g K}_2\text{O}} \times \frac{\text{نظری } 100 \text{ g K}_2\text{O}}{40 \text{ g K}_2\text{O}} \times \frac{\text{عملی } 47 \text{ g K}_2\text{O}}{100 \text{ g K}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol K}_2\text{O}}{94 \text{ g K}_2\text{O}} \times \frac{4 \text{ mol KNO}_3}{2 \text{ mol K}_2\text{O}} \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3}$$

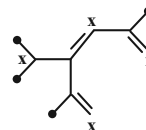
$$\times \frac{100 \text{ g KNO}_3}{50 \text{ g KNO}_3} = 404 \text{ g KNO}_3$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(آروین شجاعی)

۹۰- گزینه «۴»

گروه‌های CH_3 را با • و گروه‌های CH و CH_2 را با X نمایش می‌دهیم.



$$\frac{\text{CH}_3}{\text{CH} + \text{CH}_2} = \frac{1}{4} = 1$$

با توجه به داشتن ۱۱ کربن فرمول آلکان آن $\text{C}_{11}\text{H}_{24}$ می‌شود که به ازای هر پیوند دوگانه یک جفت هیدروژن کم می‌شود. پس فرمول آن برابر خواهد بود $\text{C}_{11}\text{H}_{18}$.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)

(صلاح الدین ابراهیمی)

گزینه «۲» -۹۶

بررسی موارد:

الف) اتیلن گلیکول یا ضد یخ دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل است نه هیدروکسید.

ب) صحیح است.

پ) اووه دارای فرمول $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ است.

ت) بنزین با فرمول C_8H_{18} ، ۸۴ درصد جرم خود را به کربن اختصاص داده است.

$$\text{جرم کربن کل} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{کل}} \times 100 = \text{درصد جرمی کربن}$$

$$= \frac{8 \times 12}{114} \times 100 \approx 84\%$$

ث) روغن زیتون با فرمول $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$ و چربی کوهان شتر با فرمول $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$ در ۶ هیدروژن با هم تفاوت دارند. بنابراین جرم مولی روغن زیتون ۶ واحد از چربی کوهان شتر کمتر است.

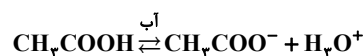
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳ تا ۶)

(رضا سلیمان)

گزینه «۴» -۹۷

در ابتدا غلظت ppm را به مولاریته تبدیل می‌کنیم.

$$\text{مولاریته} = \frac{360 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{60 \text{ g}}}{10^6 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1/2 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}} = 72 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$\begin{array}{cccc} x + 72 \times 10^{-4} & 0 & 0 & \\ -x & +x & +x & \\ \hline 72 \times 10^{-4} & +x & +x & \end{array}$$

$$K_a = \frac{x^2}{72 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-5}$$

(امیررضا جشانی‌پور)

گزینه «۲» -۹۳

عوامل مؤثر بر سرعت در هر گزینه به صورت زیر است:

گزینه «۱»: سطح تماس - غلظت

گزینه «۲»: غلظت - غلظت

گزینه «۳»: دما - سطح تماس

گزینه «۴»: غلظت - افزودن سدیم تأثیری بر سرعت ندارد.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

(ممدرضا پورجوید)

گزینه «۳» -۹۴

ابتدا سرعت متوسط مصرف NOCl را از دقیقه ۱۰ تا ۱۲ (که سرعت واکنش ثابت مانده است) به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{\text{NOCl}} = \frac{|0/8 - 0/9| \text{ mol}}{12 - 10 \text{ min}} = 0/05 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

با گذشت ۱۲ دقیقه از شروع واکنش از ۸ مول NOCl اولیه مقدار ۸/۰ مول باقی مانده است که باید با سرعت ثابت $0/05 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ مصرف شود. بنابراین زمان مورد نیاز برای این کار برابر است با:

$$0/8 \text{ mol} \times \frac{1 \text{ min}}{0/05 \text{ mol}} = 16 \text{ min}$$

به این ترتیب زمان کل مصرف NOCl برابر خواهد بود با:

$$12 + 16 = 28 \text{ min}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

(امیرمسین مسلمی)

گزینه «۳» -۹۵

هر دو مولکول یک گروه عاملی استری دارند و هر چه جرم بالاتری داشته باشند در قسمت غیرقطبی که شامل بخش هیدروکربنی می‌شود نیروی بین مولکولی افزایش می‌یابد و نقطه جوش نیز افزایش می‌یابد. پس نقطه جوش $B > A$ است. هر چه بخش هیدروکربنی بزرگ‌تر باشد انحلال‌پذیری آن در آب کمتر است. زیرا بخش هیدروکربنی ناقطبی است و در آب حل نمی‌شود و انحلال آن در هگزان که ناقطبی است بیشتر می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۱)

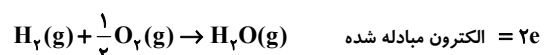
ت) نادرست، مواد خروجی از معده دارای خاصیت اسیدی هستند، برای خنثی‌سازی خاصیت اسیدی آن جهت جذب مواد لازم در خون باید pH روده کوچک بازی باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

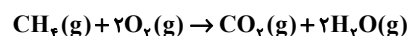
(فاضل قهرمان فرد)

۱۰۰- گزینه «۱»

حالت اول:



حالت دوم:



8e = الکترون مبادله شده

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست، استفاده از متان باعث تولید CO_2 و افزایش ردپای آن می‌شود.

مورد دوم: درست، استفاده از یک مول CH_4 تعداد ۸ مول الکترون ولی هیدروژن ۲ مول الکترون مبادله می‌کند.

مورد سوم: نادرست، هیدروژن آب بیشتری تولید می‌کند.

مورد چهارم: نادرست، در هر دو حالت سلول گالوانی است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

(حسن رممتی کوننده)

۱۰۱- گزینه «۳»

بررسی موارد: گونه I مربوط به V^{5+} و گونه II مربوط به Zn^{2+} می‌باشد.

(۱) گونه II یعنی Zn^{2+} فقط یون Zn^{2+} با عدد اکسایش ۲ دارد.

(۲) V^{5+} به رنگ زرد دیده می‌شود.

$$x^2 = 36 \times 10^{-8} \Rightarrow x = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

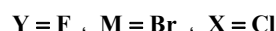
$$\text{مول} = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \times 0.2 = 1.2 \times 10^{-4}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log 6 \times 10^{-4} = 4 - \log 6 = 3.2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

(علی رفیعی)

۹۸- گزینه «۲»



الف) درست، غلظت H^+ در محلول HM از HY بیشتر و سرعت واکنش نیز بیشتر است.

ب) درست

$$\text{pH} = 3, \text{حجم نهایی محلول} = 400 \text{ mL}$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-3} \quad [\text{H}^+] = \frac{1}{4} \times 10^{-3} \Rightarrow \text{pH} = -\log 5 \times 10^{-4} = 3.3$$

توجه کنید که تنها غلظت H^+ تغییر می‌کند.

پ) نادرست، اسید HBr از HF قوی‌تر است.



ت) نادرست

حجم گاز تولیدی به ازای مول یکسان از Mg با مقدار کافی اسید برابر است، فقط سرعت گاز تولیدی در واکنش I بیشتر از واکنش II است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

(روزبه رضوانی)

۹۹- گزینه «۳»

بررسی موارد:

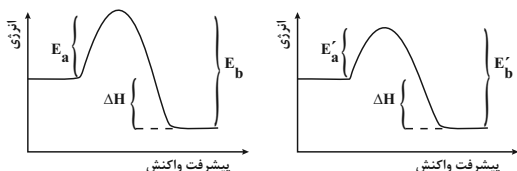
الف) درست، در همه محلول‌های اسیدی غلظت $[\text{H}^+]$ از $[\text{OH}^-]$ بیشتر است.

ب) نادرست، HF اسیدی ضعیف با $\alpha < 1$ است.

پ) نادرست، غلظت‌ها ثابت می‌شوند، نه برابر!

(مهمدرشا زهره‌وند)

گزینه «۲» ۱۰۴



بدون حضور کاتالیزگر

در حضور کاتالیزگر

$$E_a = \frac{1}{3} E_b \Rightarrow E_b = 3E_a$$

$$E'_a = \frac{1}{4} E'_b$$

فرض می‌کنیم که پس از بهره‌گیری از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی در هر دو جهت به اندازه x کاهش می‌یابد.

$$E_a - x = \frac{1}{4} (E_b - x) \Rightarrow E_a - x = \frac{3}{4} E_a - \frac{x}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} E_a = \frac{3}{4} x \Rightarrow E_a = 3x \Rightarrow x = \frac{E_a}{3}$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{E_a}{E_a} \times 100 = \frac{3}{E_a} \times 100 \approx \%33.3$$

(شیمی ۳، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

(سیرشا رضوی)

گزینه «۲» ۱۰۵

موارد «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) در فرایند سنتز، مواد جدید از مواد ساده‌تری تولید می‌شوند.

ب) برای سنتز یک استر از واکنش الکل با یک اسید آلی در شرایط مناسب

بهره می‌برند.

ث) اتیلن (C_2H_4) یکی از مهم‌ترین خوراکی‌ها در صنایع پتروشیمی است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳)

۳) در واکنش Zn با V^{5+} ، Zn الکترون از دست می‌دهد و نقش

کاهنده دارد اما V^{5+} الکترون جذب می‌کند و نقش اکسنده دارد.

۴) گونه I یا V^{5+} فقط می‌تواند الکترون جذب کند و فقط نقش اکسنده دارد.

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر و زیبایی و ماندگاری، صفحه ۸۴)

گزینه «۴» ۱۰۲ (جعفر پازوکی)

با توجه به این‌که معمولاً هر چه انرژی فروپاشی شبکه بلور بیشتر باشد نقطه ذوب ترکیب یونی بیشتر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت بیشترین تفاوت دمای ذوب بین دو ترکیبی باشد که بیشترین و کمترین انرژی فروپاشی یونی را دارند.

$MgO > CaO > NaCl > KCl$: مقایسه انرژی شبکه

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر و زیبایی و ماندگاری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

گزینه «۱» ۱۰۳ (سعید ناصری‌ثانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به رابطه ppm مقدار گاز اوزون را در یک کیلوگرم (۱۰۰۰ گرم) هوای این شهر در ساعت ۱۰ صبح محاسبه می‌کنیم:

$$0.12 = \frac{x}{1000g} \times 10^6 \Rightarrow x = 1.2 \times 10^{-4} g(0.00012g)$$

هر کیلوگرم هوای این شهر در ساعت ۱۰ صبح دارای ۰/۱۲ میلی‌گرم گاز اوزون است.

گزینه «۲»: گاز NO_2 رنگ قهوه‌ای دارد و موجب می‌شود هوای آلوده به رنگ قهوه‌ای دیده شود.

گزینه «۳»: با توجه به نمودار، از ساعت حدود ۹ صبح با کاهش مقدار گاز NO_2 ، مقدار گاز O_3 افزایش می‌یابد.

گزینه «۴»: گاز NO واکنش‌پذیری زیادی دارد و با گاز اکسیژن واکنش داده و به گاز NO_2 تبدیل می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر، صفحه ۹۲)