فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۱ کارفرمایی به یک کارگر مبتدی، در پایان هفتهٔ اول ۷۵۰ واحد پول دستمزد می‌دهد و متعهد می‌شود که در صورت رضایت کاری در پایان هر هفته، ۲۵ واحد پول بر دستمزد وی اضافه کند تا به دستمزد ثابت ۲۰۰۰ واحد پول برسد. با رضایت کاری در پایان کدام هفته، به دستمزد ثابت می‌رسد؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۵

۱) ۴۸ ۲) ۴۹ ۳) ۵۰ ۴) ۵۱

فصل اول: آمار و احتمال

شمارش

۲ حروف کلمه $EARNEST$ را به چند طریق می‌توان در کنار هم قرار دارد، به طوری که حرف N همواره در وسط قرار گیرد؟ (بدون توجه به مفهوم)

متوسط- سراسری- ۱۳۹۱

۱) ۱۸۰ ۲) ۲۱۶ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

۳ از یک قطعه مقوا، ارقام ۵، ۳، ۲، ۲، ۲ و ۱ بریده شده است. با جایگشت هر سه رقم دلخواه از آنان، چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۰

۱) ۲۸ ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۳۴

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۴ در یک دنبالهٔ حسابی مجموع سه جملهٔ اول آن ۳۳ و مجموع سه جملهٔ بعدی آن ۶۰ است. جملهٔ هشتم این دنباله، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱) ۲۶ ۲) ۲۹ ۳) ۳۰ ۴) ۳۱

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۵ به علت تورّم، بر قیمت کالایی به‌طور یکنواخت هر سال ۱۰ درصد افزوده می‌شود. در سال پنجم، قیمت این کالا، چند برابر قیمت سال اول می‌شود؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۵

۱) ۱٫۳۳۲۱ ۲) ۱٫۳۷۶۱ ۳) ۱٫۴۶۴۱ ۴) ۱٫۴۷۵۱

فصل دوم: الگوهای خطی

مدل‌سازی و دنباله

۶ در دنبالهٔ بازگشتی $a_1=1$ و $a_{n+1}=2a_n+1$، جملهٔ دهم، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۹۷۹ ۲) ۹۸۷ ۳) ۱۰۱۵ ۴) ۱۰۲۳

فصل اول: آمار و احتمال

شمارش

۷ با حروف کلمه‌ی $RANGIN$، چند کلمه‌ی رمز ۳ حرفی می‌توان ساخت؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۴

۱) ۶۰ ۲) ۷۲ ۳) ۸۴ ۴) ۱۲۰

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۸ مجموع ۵ جملهٔ اول از یک دنبالهٔ حسابی صعودی مساوی ۶۰ و مجموع دو جملهٔ بزرگتر سه برابر مجموع سه جملهٔ کوچکتر است. اختلاف مشترک آن کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۳

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۲۲۲ تست سراسری جامع از ریاضی انسانی کنکور

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۹ در جعبه‌ای ۴ مهره با شماره‌های ۱ تا ۴ موجود است. به تصادف یک مهره از جعبه بیرون می‌آوریم. شماره‌ی آن را یادداشت کرده و به جعبه بر می‌گردانیم. مهره‌ی دیگری بیرون کشیده شماره‌ی آن را در کنار عدد قبلی قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد دو رقمی حاصل مضرب ۳ است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۶

۱) $\frac{5}{16}$ ۲) $\frac{7}{16}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۱۰ در یک دنبالهٔ هندسی ۶ جمله‌ای، مجموع دو جملهٔ اول ۸۱ و مجموع دو جملهٔ آخر ۱۶ می‌باشد. مجموع این ۶ جمله، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۱۳۳ ۲) ۱۲۸ ۳) ۱۲۴ ۴) ۱۱۵

فصل اول: آمار و احتمال

شمارش

(۱۱) با حروف کلمهٔ $DANESH$، چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت. به‌طوری که حرف S در هر رمز باشد؟ سخت- سراسری- ۱۳۹۷

۱) ۲۴۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۲۶۰ ۴) ۲۷۰

(۱۲) به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب‌بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟ سخت- سراسری- ۱۳۹۳

۱) ۵۴ ۲) ۶۰ ۳) ۷۲ ۴) ۹۰

فصل سوم: داده های آماری

معیارهای پراکندگی (واریانس و انحراف معیار)

(۱۳) انحراف معیار داده‌های آماری ۱۶، ۲۰، ۱۸،۱۵، ۱۹، ۲۰، تقریباً کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱) ۱٫۶ ۲) ۱٫۷ ۳) ۱٫۵ ۴) ۱٫۹

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۱۴ از بین ۲۰ کارت یکسان که اعداد ۱ تا ۲۰ بر روی آن‌ها نوشته شده است، دو کارت با شماره‌های زوج را کنار می‌کشیم. از بین بقیه به تصادف یک کارت بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال عدد این کارت زوج است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۵

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۷}{۱۸}$

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۱۵ مجموع پنج عدد که جملات متوالی از دنبالهٔ حسابی‌اند برابر ۱۰۵، و مجموع سه عدد بزرگتر آن، ۶ برابر مجموع دو عدد کوچکتر آن است. بزرگترین این اعداد کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۸۹

۱) ۳۸ ۲) ۳۹ ۳) ۴۰ ۴) ۴۱

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۱۶ در معادلهٔ درجهٔ دوم $۲x^۲ + kx + ۱ - k = ۰$، اگر حاصل‌ضرب دو ریشه برابر ۵ باشد، ریشهٔ بزرگ‌تر کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۲٫۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۱۷ ۴ تاس را باهم پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال اعداد رو شده، لااقل در دو تاس یکسان هستند؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۳

۱) $\frac{۵}{۱۸}$ ۲) $\frac{۷}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۸}$

۱۸ بر روی یک نیمکت ۴ دانش آموز نشسته‌اند؛ با کدام احتمال لااقل دو نفر از آنان در یک ماه از سال متولد شده‌اند؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۶

۱) $\frac{۴۱}{۹۶}$ ۲) $\frac{۲۳}{۴۸}$ ۳) $\frac{۲۵}{۴۸}$ ۴) $\frac{۵۵}{۹۶}$

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

توان‌های گویا

۱۹) حاصل $(1+\sqrt{2})^{2}+\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $4\sqrt{2}$ ۴) ۶

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۲۰) در پرتاب هم‌زمان دو تاس، با کدام احتمال لااقل یکی از اعداد رو شده در این دو تاس مضرب ۳ است؟ سخت- سراسری- ۱۳۸۹

۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{5}{9}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{5}{6}$

۲۱ هر یک از ارقام ۰, ۱, ۲, ۰۰۰, ۹ بر روی ۱۰ کارت یکسان نوشته شده است. یک کارت به تصادف از بین آن‌ها برداشته و رقم آن را یادداشت می‌کنیم و دوباره داخل کارت‌ها قرار می‌دهیم. کارت دیگری بیرون کشیده رقم آن را در سمت راست رقم قبلی می‌نویسیم. با کدام احتمال، عدد حاصل دو رقمی و مضرب ۵ می‌باشد؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۲

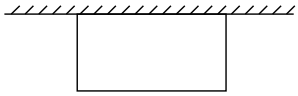
۱) ۰٫۱۶ ۲) ۰٫۱۸ ۳) ۰٫۱۹ ۴) ۰٫۲۰

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۲۲ می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به‌شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود. بیشترین مساحت زمین محصورشده، کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۸



۱) ۳۶۴ ۲) ۳۷۸ ۳) ۳۹۲ ۴) ۴۰۶

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

توان‌های گویا

۲۳ حاصل عبارت $\frac{۱-\sqrt{۳}}{۱+\sqrt{۳}} - \frac{\sqrt{۸}+\sqrt{۶}}{\sqrt{۲}}$ ، کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۷

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) ۴

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۲۴ به‌ازای یک مقدار m، ریشه‌های معادلهٔ $2x^2+3mx+2m+6=0$، معکوس یکدیگرند. مجموع این دو ریشه کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۵

۱) $-1/5$ ۲) $1/5$ ۳) ۲ ۴) ۳

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۲۵ در یک ظرف ۵ گوی قرمز با شماره‌های ۱ تا ۵ و چهار گوی آبی با شماره‌های ۱ تا ۴ قرار دارند. به طور تصادفی یک گوی از هر رنگ خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، لااقل شماره‌ی یکی از آن‌ها عدد ۲ می‌باشد؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۰

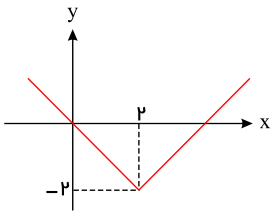
۱) $0/25$ ۲) $0/3$ ۳) $0/35$ ۴) $0/4$

فصل دوم : تابع

تابع قدر مطلق

۲۶ شکل زیر، نمودار کدام تابع است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) $y=-|x-۲|+۲$

۲) $y=x+۲|x|$

۳) $y=۲x-|x|$

۴) $y=|x-۲|-۲$

فصل سوم: داده های آماری

معیارهای پراکندگی (واریانس و انحراف معیار)

۲۷ نمرات ادبیّات دانش‌آموزی در ۱۰ آزمون به‌صورت زیر است. با حذف دو نمرهٔ کمترین و بیشترین آن‌ها، مقدار انحراف معیار، تقریباً کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱۴ , ۱۲ , ۱۵ , ۹ , ۱۴ , ۱۵ , ۱۶ , ۱۵ , ۲۰ , ۱۱

۱) ۰٫۹ ۲) ۱٫۲ ۳) ۱٫۷ ۴) ۱٫۶

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۲۸ معادلهٔ درجهٔ دوم $x(۲x-۵)=a$ به ازای یک مقدار a ریشهٔ مضاعف دارد. مقدار ریشهٔ مضاعف کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۱

۱) $-\frac{۵}{۲}$ ۲) $-\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

معادلات شامل عبارات گویا

۲۹ به‌ازای کدام مقدار a، معادلهٔ $\frac{a}{x}=\frac{a}{x+۱}+\frac{۴}{a-۲x}$، دارای جواب $x=۱$ است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) $-۴,۲$ ۲) $-۲,۴$ ۳) $۲,۴$ ۴) $-۲,۳$

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۳۰ اعداد یک رقمی $۹,۰۰۰,۳,۲,۱$، بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده است. اگر یک کارت از بین آن‌ها بیرون آوریم، احتمال اینکه عدد آن، بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۷

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۹}$

۳۱ سه نفر در مؤسسه‌ای کار می‌کنند. با کدام احتمال لااقل دو نفر از آن‌ها در یک ماه سال استخدام شده‌اند؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۲

۱) $\frac{۵}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱۷}{۷۲}$ ۳) $\frac{۱۹}{۷۲}$ ۴) $\frac{۳۵}{۱۴۴}$

فصل دوم : تابع

توابع ثابت و همانی

۳۲ اگر $f = \{(۳ , n^۲ - ۲n) , (m , ۸) , (۲n - ۵ , t) , (۴ , ۳m + ۲)\}$ یک تابع ثابت سه‌عضوی باشد، $m + n + t$ کدام است؟

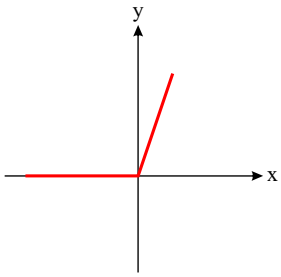
سخت- سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

تابع قدر مطلق

۳۳ شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۸



۱) $y = x - |x|$

۲) $y = x + |x|$

۳) $y = |x - ۱| - ۱$

۴) $y = ۱ - |x - ۱|$

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۳۴ سه تاس متمایز را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال هر سه عدد رو شده متفاوت‌اند؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۲

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

فصل دوم : تابع

اعمال جبری بر روی توابع

۳۵ اگر $f=\{(۱,۲),(۲,۴),(۴,۵),(۳,۳)\}$ و $g=\{(۳,۲),(۲,۳),(۶,۱),(۱,۸)\}$ باشند، برد تابع $g\times f$ کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) $\{۶,۸,۱۲\}$ ۲) $\{۳,۶,۱۲,۱۶\}$ ۳) $\{۶,۱۲,۱۶\}$ ۴) $\{۶,۸,۱۲,۱۶\}$

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۳۶ بر روی ۵ گوی یکسان، هر یک از ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵، نوشته شده است. یک گوی از بین آن‌ها برداشته و با ثبت شماره‌ی آن، دوباره به ظرف برمی‌گردانیم. با تکرار این آزمایش عدد تصادفی دو رقمی حاصل می‌شود. با کدام احتمال این عدد مضرب ۳، است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۰٫۲۴ ۲) ۰٫۳۲ ۳) ۰٫۳۶ ۴) ۰٫۴۸

۳۷ کدام بیان برای فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی نادرست است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۹

۱) احتمال وقوع لااقل یکی از برآمدهای آن صفر است.

۲) مجموعه‌ی تمام نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی است.

۳) احتمال وقوع حداکثر یکی از پیشامدهای آن ۱ است.

۴) اجتماع تمام برآمدهای ممکن برابر فضای نمونه‌ای است.

فصل دوم: تابع

مفهوم تابع و انواع نمایش آن

۳۸ اگر رابطهٔ $\{(۵\ ,\ ۲a-b)\ ,\ (۳\ ,\ ۷)\ ,\ (۷\ ,\ ۲)\ ,\ (۵\ ,\ ۴)\ ,\ (۳\ ,\ a+۲b)\}$ یک تابع باشد، $a^۲-b^۲$ کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۳۹ دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از اعداد رو شده در این دو تاس فرد است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۹

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۴۰ در معادلهٔ درجهٔ دوم $۲x^۲ + ax + ۴ = ۰$، به‌ازای یک مقدار a مجموع دو ریشهٔ حقیقی معادله $-\frac{۹}{۲}$ است. ریشهٔ بزرگ‌تر کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۰

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

فصل دوم: تابع

ضابطه جبری تابع

۴۱ اگر $f(x)=\frac{۲x^۲+۲}{x^۲-۳}$ باشد، مقدار $f(۲-\sqrt{۳})$ کدام است؟ سخت- سراسری- ۱۳۹۰

۱) $۱-\sqrt{۳}$ ۲) $-۲+\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $۱+\sqrt{۳}$

فصل دوم : تابع

اعمال جبری بر روی توابع

۴۲ اگر $f=\{(۲,۵),(۳,۴),(۴,۶),(۱,۷)\}$ و $g=\{(۱,۳),(۲,۶),(۵,۲),(۴,۹)\}$ باشند. برد تابع $f-g$ کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱) $\{-۴,۱,۳\}$ ۲) $\{-۴,۲,۳\}$ ۳) $\{-۴,۱,۲,۳\}$ ۴) $\{۱,۲,۳,۴\}$

توابع پلکانی

۴۳ در تابع $f(x)=[x+\frac{۳}{۲}]-[-x]$، مقدار $f(-\frac{۱}{۲})+f(\frac{۹}{۴})$ ، کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.) متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۲۲۲ تست سراسری جامع از ریاضی انسانی کنکور

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۴۴ یک تاس قرمز و یک تاس سبز را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده، برابر ۷ باشد، کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۷

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۸}$

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۴۵ در معادلهٔ درجهٔ دوم $۶x^۲ + (k+۱)x + k = ۰$، اگر مجموع دو ریشهٔ حقیقی برابر $\frac{۱}{۶}$ باشد، ریشهٔ مثبت آن کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۴

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۴}{۳}$

فصل دوم: تابع

ضابطه جبری تابع

۴۶ در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{-۲x^۲+۸x+۷}$ ، مقدار $f(۲-\sqrt{۳})$ کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۲

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

فصل دوم : تابع

توابع چند ضابطه ای

۴۷ دو تابع با ضابطه‌های $f(x)=x^۲-۲x-۲$ و $g(x)=\frac{|x|}{x}$، در نقطه‌ای با کدام طول، مشترک‌اند؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹

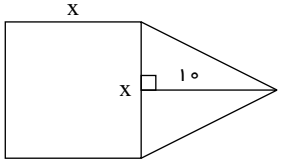
۱) $۱-\sqrt{۲}$ و ۳ ۲) $۱+\sqrt{۲}$ و -۱ ۳) $۱+\sqrt{۲}$ و ۳ ۴) $-۱-\sqrt{۲}$ و -۱

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۴۸ در شکل زیر، مساحت مثلث متساوی‌الساقین، از $\frac{۲}{۳}$ مساحت مربع به اندازهٔ $\frac{۸}{۳}$ واحد مربع، کمتر است. مساحت مثلث کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹



۱) ۳۰
۲) ۳۵
۳) ۴۰
۴) ۴۵

فصل دوم : تابع

توابع پلکانی

۴۹ در تابع $f(x)=۲[x]+[-x]$، مقدار $f(\frac{۳}{۲})+f(-\frac{۱}{۲})$، کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) ۱

فصل سوم : آمار

شاخص های آماری، خط فقر و تورم

۵۰ در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه ۱۴۳ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند، حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری کمتر از ۶ درصد باشد؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

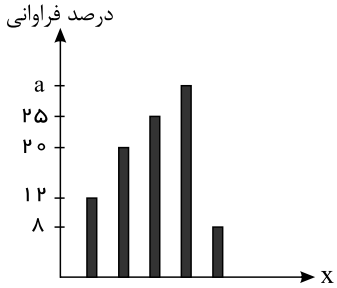
۱) ۴۰ ۲) ۴۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

فصل چهارم: نمایش داده ها

نمودارهای یک متغیره

۵۱ درصد فراوانی نسبی کارکنان یک مرکز تولیدی، از نظر مهارت فنی در ۵ گروه، با نمودار میله‌ای مشخص شده است. در نمودار دایره‌ای متناظر آن بزرگترین زاویهٔ مرکزی چند درجه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۷



۱) ۱۰۸
۲) ۱۱۲
۳) ۱۲۰
۴) ۱۲۶

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش تجزیه

۵۲ تعداد جواب‌های حقیقی معادلهٔ $x^۴ + ۱۰x^۲ + ۹ = ۰$ کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۲

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۲۲۲ تست سراسری جامع از ریاضی انسانی کنکور

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۵۳ یک کارگاه نوعی کالا تولید می‌کند و هر واحد آن را ۲۴۰ ریال می‌فروشد. اگر صاحب کارگاه در هر روز، x واحد کالا تولید کرده و تابع هزینهٔ آن $C(x) = x^2 + 60x + 200$ باشد، بیشترین سود روزانهٔ آن کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۵۶۰۰ ۲) ۶۱۰۰ ۳) ۷۹۰۰ ۴) ۸۱۰۰

فصل اول: آمار و احتمال

شمارش

۵۴ با ارقام موجود در مجموعهٔ $\{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$، چند عدد پنج‌رقمی فرد، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۰۰

فصل اوّل : منطق و استدلال ریاضی

گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۵۵ اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow p)$، برابر ارزش کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۸

۱) r ۲) همیشه درست ۳) $\sim r$ ۴) همیشه نادرست

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۵۶ مجموع ۳۰ عدد طبیعی فرد متوالی، با کوچکترین عدد ۵۱، کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۱۸۰۰ ۲) ۲۱۰۰ ۳) ۲۲۵۰ ۴) ۲۴۰۰

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۵۷ پنج کارت سریال الف، با شماره‌های ۱ تا ۵ و چهار کارت سریال ب، با شماره‌های ۱ تا ۴ به‌طور یکسان موجودند. به تصادف یک کارت از هر سریال خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، لااقل شمارهٔ یکی از این دو کارت زوج است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۰

۱) ۰٫۶ ۲) ۰٫۷ ۳) ۰٫۷۵ ۴) ۰٫۸

۵۸ صفحه‌ی عقربه‌ی A به ۴ قطاع مساوی با شمارهای ۱, ۲, ۳, ۴ و صفحه‌ی عقربه‌ی B به ۵ قطاع برابر با شماره‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ تقسیم شده است. هر دو عقربه را می‌چرخانیم، با کدام احتمال لااقل یکی از عقربه‌ها روی ناحیه‌های فرد قرار می‌گیرند؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۳

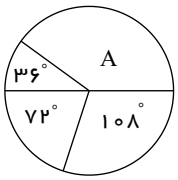
۱) ۰٫۶ ۲) ۰٫۷ ۳) ۰٫۸ ۴) ۰٫۹

فصل چهارم: نمایش داده ها

نمودارهای یک متغیره

۵۹ نمودار دایره‌ای زیر، نسبت نمرات مسئولیت‌پذیری ۸۰ نفر از کارکنان یک شرکت، در ۴ بازهٔ مورد قبول را نشان می‌دهد. تعداد کارکنان در گروه A، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) ۳۰
۲) ۳۲
۳) ۳۴
۴) ۳۶

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۶۰ اگر تابع درآمد به‌صورت $-\frac{۱}{۳}x^۲ + ۲۸x$ و تابع هزینه $y = ۱۶x + ۵۵$ باشد، ماکسیمم مقدار سود، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۴۵
۲) ۴۸
۳) ۵۳
۴) ۵۷

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۶۱ بین دو عدد ۴ و ۹۷۲، چهار عدد صحیح طوری قرار می‌دهیم که جملات دنبالهٔ هندسی از ۴ شروع و به ۹۷۲ ختم شوند. مجموع این ۶ عدد، کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۱۴۵۶ ۲) ۱۴۶۸ ۳) ۱۵۴۶ ۴) ۱۶۵۴

فصل دوم: الگوهای خطی

مدل‌سازی و دنباله

۶۲ در دنبالهٔ اعداد $۱, ۲, ۴, ۷, ۱۱, ۱۶, ۰۰۰$ ، جملهٔ دهم، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۳۷ ۲) ۴۲ ۳) ۴۵ ۴) ۴۶

فصل دوم: تابع

ضابطه جبری تابع

۶۳ در تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^۲-۲x+۳$ حاصل $f(۱+\sqrt{۲})-f(۲)$ کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۱

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۴ اگر $f(x)=x+\frac{۲}{x}$ باشد، مقدار $f(۱+\sqrt{۲})+f(۱-\sqrt{۲})$ کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۰

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

۶۵ اگر $f(x)=(۲-x)|x|+x+\sqrt{۲}$ ، مقدار $f(۱-\sqrt{۲})$ کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۲

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $۱+\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

دامنه و برد توابع

۶۶ تابع $f(x)=-\frac{۱}{۲}x+۴$ را در دامنهٔ $\{-۹۹,-۹۸,\ldots,۰,۱,\ldots,۹۹,۱۰۰\}$ در نظر بگیرید. میانگین مقادیر برد تابع f، کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) ۳٫۵ ۲) ۳٫۷۵ ۳) ۴ ۴) ۴٫۲۵

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۶۷ در جعبه‌ای ۵ مهرهٔ سفید یکسان و ۴ مهرهٔ سیاه یکسان، قرار دارد. به تصادف ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، ۲ مهرهٔ سفید و یک مهرهٔ سیاه، خارج می‌شود؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

۱) $\frac{۵}{۱۴}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۴) $\frac{۱۱}{۲۱}$

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

معادلات شامل عبارات گویا

۶۸ مجموع ریشه‌های معادلهٔ $\frac{۲}{۳}=\frac{x-۳}{x-۲}-\frac{۲x-۱}{x+۲}$، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

۱) -۴ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۲

فصل سوم : آمار

سری های زمانی، درون یابی و برون یابی

۶۹ در یک مرکز خرید، تعداد مشتری‌ها بین ساعت ۹ تا ۱۳ در جدول زیر آمده است. درون‌یابی خطی آن در ساعت ۱۰٫۵، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱۰۰	۱۵۰	۱۹۰	۲۵۰	۱۲۰

۱) ۱۷۰ ۲) ۱۷۲ ۳) ۱۷۵ ۴) ۱۷۸

۲۲۲ تست سراسری جامع از ریاضی انسانی کنکور

فصل دوم : تابع

توابع ثابت و همانی

۷۰ اگر هر سه زوج مرتب $(n^۲-۳n,۴)$ و $(۲۰,n^۲+n)$ و $(۱,m+n)$ بر روی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم باشند، m کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) -۳ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۶

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۷۱ مجموع ۳۵ عدد طبیعی بخش‌پذیر بر ۳، که بزرگ‌ترین آن‌ها ۱۵۰ باشد، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۳۴۲۰ ۲) ۳۴۶۵ ۳) ۳۴۷۵ ۴) ۳۵۰۰

فصل سوم: داده های آماری

معیارهای پراکندگی (واریانس و انحراف معیار)

۷۲ در داده‌های آماری $۱۷, ۱۲, ۱۰, ۱۸, ۱۱, ۱۰, ۹, ۱۴, ۷, ۱۵, ۸, ۱۸$ انحراف معیار داده‌های بیشتر از چارک اول و کمتر از چارک سوم، تقریباً کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۱٫۶ ۲) ۱٫۹ ۳) ۲٫۱ ۴) ۲٫۴

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

معادلات شامل عبارات گویا

۷۳ به ازای کدام مقادیر a، معادلهٔ $\frac{a+۲}{x-۱} - ۱ = \frac{x-۲}{ax-۵}$، دارای جواب $x = ۳$ است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱) $-۲ , \frac{۱}{۲}$ ۲) $۲ , -\frac{۱}{۳}$ ۳) $۱ , -\frac{۲}{۳}$ ۴) $۱ , \frac{۲}{۳}$

حل معادله درجه ۲ به روش تجزیه

۷۴ جواب‌های کدام معادله به‌صورت $\frac{۲ \pm \sqrt{۳}}{۲}$ است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۱

۱) $x^۲ + ۲x - ۱ = ۰$
۲) $x^۲ - ۲x + \frac{۱}{۴} = ۰$
۳) $۲x^۲ - ۲x + ۱ = ۰$
۴) $۴x^۲ - ۲x + ۱ = ۰$

فصل دوم: تابع

ضابطه جبری تابع

۷۵ اگر $f(x) = \frac{۱}{۴}x^۲ + |x|$ باشد، $f(۲ - \sqrt{۵})$ کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۰٫۲۵
۲) ۰٫۵
۳) ۰٫۷۵
۴) ۱٫۲۵

فصل اول: آمار و احتمال

شمارش

۷۶ به چند طریق می‌توان، ۶ کارمند جدید را در اتاق‌های ۳ نفره، ۲ نفره و ۱ نفره جای داد؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۳

۱) ۴۵
۲) ۵۴
۳) ۶۰
۴) ۷۲

فصل دوم: تابع

ضابطه جبری تابع

۷۷ اگر $f(x)=\sqrt{x^۲-۶x+۱۰}$ باشد، $f(۳+۲\sqrt{۶})$ کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۳

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) $۲+\sqrt{۶}$ ۴) ۶

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۷۸ هر یک از دو صفحه‌ی عقربه‌دار به ۴ قطاع برابر، به شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ تقسیم شده‌اند. عقربه‌ی مربوط به هر صفحه را می‌چرخانیم، احتمال این‌که عقربه‌ها در نواحی هم شماره متوقف شوند، کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۱

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۷۹ هر یک از ارقام $۱,۲,۳,۴,۵$، بر روی ۵ گوی یکسان نوشته شده است. یک گوی از بین آن‌ها برداشته و با ثبت شماره‌ی آن، دوباره به ظرف برمی‌گردانیم. با تکرار متوالی این آزمایش، عدد تصادفی سه‌رقمی حاصل می‌شود. با کدام احتمال، در این عدد سه رقمی، لااقل دو رقم مساوی هستند؟ سخت- سراسری- ۱۳۹۴

۱) ۰٫۴۵ ۲) ۰٫۴۸ ۳) ۰٫۵۲ ۴) ۰٫۵۴

فصل دوم : تابع

توابع پلکانی

۸۰ ضابطهٔ تابع $y = [-۲x + |x|] + x$ در دامنهٔ $-\frac{۲}{۳} < x < -\frac{۱}{۳}$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $-۲x$ ۲) $x + ۱$ ۳) $x - ۲$ ۴) $۲x + \frac{۸}{۳}$

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

معادلات شامل عبارات گویا

۸۱ اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب‌های معادلهٔ $\frac{۴x^۲ - (۲-x)^۲}{x+۲} - \frac{۷}{x} = ۲$ کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۰

۱) -۱ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۷}{۳}$

فصل دوم : تابع

تابع قدر مطلق

۸۲ نمودار $y = \frac{|۲x|}{x}$ و خط $y = ۲x - ۱$ در دو نقطهٔ A و B، مشترک‌اند. میانگین طول نقاط A و B کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

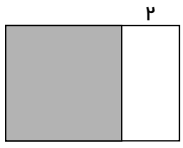
۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) صفر ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش تجزیه

۸۳ در شکل زیر، مساحت مربع رنگی از $\frac{۳}{۴}$ مساحت مستطیل بزرگ‌تر (کل شکل)، ۱۸ واحد مربع بیشتر است. محیط مستطیل بزرگ‌تر، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹



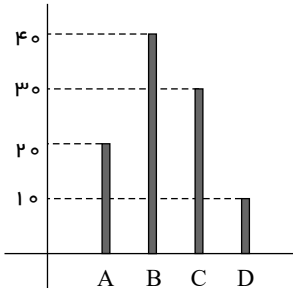
۱) ۴۴
۲) ۴۸
۳) ۵۲
۴) ۵۴

فصل چهارم: نمایش داده ها

نمودارهای یک متغیره

۸۴ نمودار میله‌ای زیر، درصد تعداد عضوهای متغّیر کیفی اسمی است. در نمودار دایره‌ای آن، زاویهٔ مربوط به گروه B، چند درجه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹



۱) ۱۳۲
۲) ۱۴۴
۳) ۱۵۰
۴) ۱۵۶

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۸۵ در یک دنبالهٔ هندسی، جملهٔ اول ۲۲۴ و نسبت مشترک برابر $\frac{۱}{۲}$ و جملهٔ n ام آن ۷ است. مجموع جملات این دنباله از ۲۲۴ تا عدد ۷ و خود این اعداد، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۳۶۹
۲) ۴۲۰
۳) ۴۴۱
۴) ۴۵۸

توان‌های گویا

سخت- سراسری- ۱۳۹۸

۸۶ حاصل $۸^{-\frac{۱}{۳}} \times ۴^{۰/۱۲} \times ۲^{۰/۷۶}$، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

فصل اول: آمار و احتمال

شمارش

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۸۷ با ارقام ۵ ، ۴ ، ۳ ، ۲ ، ۱ ، ۰ چند عدد چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۵، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

۱) ۷۲ ۲) ۹۶ ۳) ۱۰۸ ۴) ۱۲۰

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

متوسط- سراسری- ۱۳۹۷

۸۸ مجموع اعداد طبیعی فرد و متوالی شروع از ۲۳ و ختم به ۶۱، کدام است؟

۱) ۷۸۰ ۲) ۸۴۰ ۳) ۸۵۰ ۴) ۸۷۰

۸۹ در یک دنبالهٔ حسابی، مجموع ۷ جملهٔ اول مساوی ۱۸۲ و جملهٔ هشتم برابر ۵۴ است. جملهٔ اول این دنباله کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۳

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۹۰ در یک دنباله‌ی هندسی، هر جمله $\frac{۲}{۳}$ جملهٔ قبلی آن است. اگر مجموع پنج جملهٔ اول آن $\frac{۲۱۱}{۲۷}$ باشد، جملهٔ اول کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۰

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۱ در یک دنبالهٔ هندسی، جملهٔ چهارم ۸ برابر جملهٔ اوّل است. اگر جملهٔ ششم ۲۴ باشد، مجموع شش جملهٔ اول آن، کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۴

۱) ۴۷٫۲۵ ۲) ۴۷٫۵ ۳) ۴۷٫۷۵ ۴) ۴۸٫۵

فصل دوم: تابع

ضابطه جبری تابع

۹۲ اگر $f(x) = -\frac{۱}{۳}x^۲ + |۲x|$ باشد، $f(۲\sqrt{۲}-۳)$، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۴

۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) $-\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۹۳ اگر $f(x) = \frac{x^۲+۳}{x^۲-۱}$، آن‌گاه $f(۲x+۱) + \frac{۱}{۳}f(۰)$ کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۹

۱) $\frac{۱}{x^۲+x}$ ۲) $\frac{۱}{x^۲-x}$ ۳) $\frac{۲}{x^۲+x}$ ۴) $\frac{۲}{x^۲-x}$

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۹۴ در یک مسابقهٔ دو میدانی، ۷ نفر شرکت کرده‌اند، که ۳ دانش‌آموز از مدرسهٔ A و ۴ دانش‌آموز از مدرسهٔ B به خط پایان رسیده‌اند. با کدام احتمال، مقام اول و آخر، از مدرسهٔ A است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۷}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۳}{۱۴}$

فصل دوم : تابع

تابع قدر مطلق

۹۵ برای رسم نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۲}|۲x+۱|$ به‌کمک نمودار $y=|x|$، کدام مورد برای کامل کردن جملهٔ زیر، مناسب است؟

«ابتدا نمودار تابع قدر مطلق را $\frac{۱}{۲}$ واحد به‌سمت ..... جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور ..... رسم می‌کنیم.»

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) چپ - xها ۲) راست - xها ۳) بالا- yها ۴) پایین - yها

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۹۶ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^۲+۷x-۳=۰$ و $\alpha>۰$ باشد، حاصل $|\alpha+۲\beta|+|\alpha|-|\beta|$ کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۲

۱) $۲\alpha+۳\beta$ ۲) $-۲\alpha-۳\beta$ ۳) $-\beta$ ۴) β

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۹۷ پنج بازیکن فوتسال تیم مدرسه‌ای، به طور تصادفی در یک ردیف کنار یکدیگر می‌ایستند. اگر دروازه‌بان و کاپیتان دو نفر متفاوت باشند، با کدام احتمال بین دروازه‌بان و کاپیتان دقیقاً دو نفر حضور دارند؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۱

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱}{۲۰}$

فصل دوم : تابع

تابع قدر مطلق

۹۸ نمودار $y = x^۲ + ۶x + ۵$ را حداقل چند واحد به سمت راست حرکت دهیم تا طول دو نقطهٔ مشترک آن با نمودار $y = |x|$، نامنفی باشد؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

اعمال جبری بر روی توابع

۹۹ دو تابع $f(x) = a + ۳(b^۲ - ۱)x^۲$ و $g(x) = bx^۲ - ۲a + x^۲$ ثابت هستند. اگر $f \times g = -۸$ باشد، حاصل $|ab|$ کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱

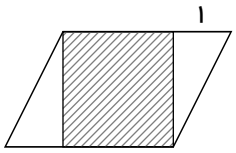
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۱۰۰ در شکل زیر، مساحت مربع هاشورخورده از $\frac{۳}{۴}$ مساحت یکی از مثلث‌ها به اندازه $\frac{۲۷}{۳۲}$ واحد مربع بیشتر است، اندازهٔ قاعدهٔ متوازی‌الاضلاع، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱



۱) $\frac{۹}{۸}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱۷}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

فصل سوم: داده های آماری

معیارهای پراکندگی (واریانس و انحراف معیار)

۱۰۱ جمعیت ده کشور دنیا برحسب میلیون نفر به‌صورت داده‌های زیر است.

۳۶, ۲۵, ۴۲, ۸, ۳, ۶۵, ۸۵, ۲۴۰, ۱۰۵۰, ۸۵ متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

نسبت دامنهٔ تغییرات به دامنهٔ میان چارکی، کدام است؟

۱) ۱۲٫۳۵ ۲) ۱۷٫۴۵ ۳) ۱۹٫۳۵ ۴) ۱۹٫۵۵

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۱۰۲ اگر $y, x-۱, x, x+۲, z$ جملات متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، مقدار xyz، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

توان‌های گویا

۱۰۳ اگر $\frac{۳^{\frac{۱}{۶۴}} \times ۹^{\frac{۱}{۳۲}} \times ۳^{\frac{۱}{۸}} \times ۳^{\frac{۱}{۴}}}{۳^{\frac{۳}{۸}} \times ۳^{\frac{۳}{۸}} \times ۴^{\frac{۱}{۲}} \times ۳^{\frac{۱}{۲}}} = ۳^{A} \times ۱۲^{B}$ باشد، مقدار $A+B$، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $-\frac{۱۳}{۳۲}$ ۲) $\frac{۱۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۱۳}{۱۶}$ ۴) $\frac{-۱۳}{۱۶}$

تابع نمایی

۱۰۴ نمودار تابع با ضابطهٔ $y = a(\frac{۱}{۳})^{x}$ در نقطه‌ای به عرض ۴، محور yها را قطع می‌کند. مقدار تابع در $x = -۲$، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۴}$ ۳) ۲۷ ۴) ۳۶

فصل دوم : تابع

توابع پلکانی

۱۰۵ فرض کنید $f(x)=\frac{۲x-۱}{[x]-sign(x)}$، بر مجموعهٔ $\{-۲٫۵, ۲٫۱, ۰٫۸, ۴\}$ تعریف شده باشد. ماکزیمم عضو مجموعهٔ برد تابع f، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

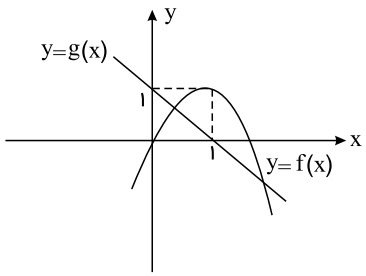
۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) ۳ ۳) ۳٫۲ ۴) ۴

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۱۰۶ نمودار سهمی $y=f(x)$ و خط راست $y=g(x)$ در صفحهٔ محورهای مختصات مطابق شکل زیر داده شده است. مجموع جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g^۲(x)$ کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۰



۱) -۲
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۲

فصل دوم: الگوهای خطی

مدل‌سازی و دنباله

۱۰۷ جملهٔ هشتم از دنبالهٔ اعداد با رابطهٔ $a_1 = a_2 = ۳$ و $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n - n$، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۲۳ ۲) ۱۹ ۳) ۱۷ ۴) ۱۳

دنباله‌های حسابی

۱۰۸ در یک دنبالهٔ حسابی، مجموع جملات سوم، پنجم و سیزدهم برابر ۷۵ است. جملهٔ هفتم، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۲۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۵ ۴) ۲۹

فصل سوم: داده های آماری

معیارهای گرایش به مرکز

۱۰۹ در داده‌های آماری ۱۵، ۱۷، ۱۰، ۱۲٫۵، ۱۳، ۹، ۱۶، ۱۷٫۵، ۱۳، ۱۴، تفاضل میانه از میانگین، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۰٫۱ ۲) ۰٫۲ ۳) ۰٫۳ ۴) ۰٫۴

فصل اوّل : منطق و استدلال ریاضی

گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۱۱۰ هم‌ارز گزارهٔ $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) $\sim p$ ۲) p ۳) q ۴) $\sim q$

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۱۱۱ در یک دنبالهٔ حسابی، مجموع ۹ جملهٔ اول برابر ۹۰ و جملهٔ هفتم آن ۱۳ است. اختلاف جملات متوالی، کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۱٫۵ ۲) ۲ ۳) ۲٫۵ ۴) ۳

فصل اول: آمار و احتمال

آمار

۱۱۲ در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۶, ۱۷٫۵, ۱۴, ۱۷, ۱۳, ۱۰, ۱۲٫۵, ۹, ۱۵ و ۱۳، تفاضل داده‌های ابتدا و انتهای جعبه، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۳ ۲) ۳٫۲۵ ۳) ۳٫۵ ۴) ۴

شمارش

۱۱۳ در یک اتومبیل معمولی، ۵ نفر به چند طریق می‌توانند بنشینند، به‌طوری که ۳ نفر آن‌ها، مجاز به رانندگی باشند؟

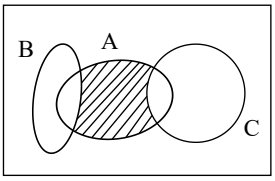
متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۶۰ ۲) ۷۲ ۳) ۷۵ ۴) ۸۴

احتمال

۱۱۴ مجموعه‌های A, B و C، مطابق شکل زیر، مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت سایه‌خورده، نادرست است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹



۱) $A \cap (B' \cap C')$

۲) $A \cap (B \cup C)'$

۳) $(A - C) \cap (A - B)$

۴) $(A - C) \cup (A - B)$

۱۱۵ در یک عدد سه رقمی بدون صفر، احتمال اینکه لااقل دو رقم آن یکسان باشند، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۷

۱) $\frac{۲۵}{۸۱}$

۲) $\frac{۱۱}{۲۷}$

۳) $\frac{۱۷}{۳۶}$

۴) $\frac{۴۹}{۸۱}$

۱۱۶ جعبه‌ای شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است. به‌تصادف ۳ سیب از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط ۲ سیب خارج‌شده، سالم است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) $\frac{۷}{۱۵}$ ۲) $\frac{۸}{۱۵}$ ۳) $\frac{۲۴}{۵۵}$ ۴) $\frac{۲۸}{۵۵}$

فصل سوم : آمار

شاخص های آماری، خط فقر و تورم

۱۱۷ سبد کالایی از ۳ کالا تشکیل شده است. قیمت سه نوع کالا در سال پایه ۲۰۰۰ و ۷۵۰۰ و ۳۵۰۰ واحد پول و در سال موردنظر به‌ترتیب ۳۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۵۰۰۰ واحد پول است. تعداد موردنیاز این سه کالا در سال به‌ترتیب ۶۰ و ۱۰۰ و ۸۰ است. مقدار تورّم این سبد کالا تقریباً چند درصد است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۳۵٫۸ ۲) ۳۷٫۴ ۳) ۳۹٫۲ ۴) ۴۰٫۱

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۱۱۸ حاصل $(\frac{۱}{۴})^{-۰٫۵}(\sqrt[۳]{۱۶})^{-\frac{۱}{۳}}$ ۲، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۱۱۹ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال جمع دو عدد روشده، کمتر از ۱۰ می‌باشد؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) $\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۷}{۱۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

۱۲۰ در ظرفی ۴ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه است. به تصادف ۲ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج‌شده، از یک رنگ هستند؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱) $\frac{۵}{۱۴}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۹}{۱۴}$

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۱۲۱ مجموع اعداد طبیعی دو رقمی بخش‌پذیر بر ۳، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۶

۱) ۱۶۳۵ ۲) ۱۶۶۵ ۳) ۱۶۹۵ ۴) ۱۷۵۵

فصل دوم: تابع

ضابطه جبری تابع

۱۲۲ اگر $f(x)=|۲x-۵|$ باشد، مقدار $f(۱+\sqrt{۲})+f(۲+\sqrt{۲})$، کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۵

۱) ۲ ۲) $۴\sqrt{۲}-۴$ ۳) ۳ ۴) $۲\sqrt{۲}+۲$

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۱۲۳ در یک دنبالهٔ هندسی با نسبت‌مشترک $\frac{۱}{۲}$، اگر مجموع هشت جملهٔ اول $۶۳\frac{۳}{۴}$ باشد، جملهٔ پنجم کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۱

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

تابع نمایی

۱۲۴ کربن یک استخوان فسیل شده ۳۵ درصد مقدار معمولی $C^{۱۴}$ است. اگر زمان نیم عمر ۵۷۰۰ سال و عدد $\frac{۲۰}{۷}$ معادل $۲\sqrt{۲}$ فرض شود، قدمت این استخوان کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۰

۱) ۷۸۵۰ ۲) ۷۹۵۰ ۳) ۸۴۵۰ ۴) ۸۵۵۰

فصل دوم: تابع

ضابطه جبری تابع

۱۲۵ اگر $f(x)=x^۲-۳x+۲$، آن‌گاه $f(x+۲)-f(x-۲)$ کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۸۹

۱) $۴(x-۳)$ ۲) $۴(x-۲)$ ۳) $۴(۲x-۱)$ ۴) $۴(۲x-۳)$

۱۲۶ اگر $f(x)=\frac{-۲x^۲+۵x}{x-۲}$ باشد، $f(۱-\sqrt{۲})$ کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۳

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) $۱+\sqrt{۲}$

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۱۲۷ شخصی در ماه اول A تومان پس‌انداز کرده و در هر ماه به اندازهٔ $\left(\frac{۱}{۲۰}A\right)$ بیشتر از ماه قبل پس‌انداز می‌کند تا مقدار پس‌انداز یک ماه آن به دو برابر پس‌انداز ماه اول برسد. اگر در این زمان، مجموع پس‌انداز وی ۶۳۰۰۰ تومان باشد، اولین پس‌انداز وی چه‌قدر بوده است؟ سخت- سراسری- ۱۳۹۲

۱) ۱۶۰۰ ۲) ۲۰۰۰ ۳) ۲۲۰۰ ۴) ۲۴۰۰

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۱۲۸ هر یک از اعداد ۲۰ , ۰۰۰ , ۳ , ۲ , ۱، بر روی ۲۰ گوی نوشته شده است. اگر یک گوی از بین آنها بیرون آوریم با کدام احتمال عدد آن زوج ولی بر ۳ بخش‌پذیر نیست؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱) ۰٫۳ ۲) ۰٫۳۵ ۳) ۰٫۴ ۴) ۰٫۴۵

شمارش

۱۲۹ با حروف کلمهٔ $SAZESH$، چند رمز عبور سه حرفی می‌توان ساخت؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱) ۷۲ ۲) ۷۵ ۳) ۸۱ ۴) ۸۴

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۱۳۰ فاصله نقطهٔ $A(-۱\ ,\ ۶)$ از محور تقارن سهمی به معادلهٔ $y=\frac{۱}{۲}x^۲-۲x-۱۶$، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

تابع خطی و نمودار آن

۱۳۱ خط d از نقطهٔ $A(۲\ ,\ -۳)$، موازی خط گذرا بر دو نقطهٔ $(۵\ ,\ ۰)$ و $(۲\ ,\ ۱)$ رسم شده است. خط d محور yها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۳

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

توان‌های گویا

۱۳۲ ساده شدهٔ عبارت $(۰/۷۵)^۵(۳۲)^۳(۱۲)^{-۲}$، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱) ۱۸ ۲) ۲۷ ۳) ۳۶ ۴) ۵۴

فصل دوم: الگوهای خطی

مدل‌سازی و دنباله

۱۳۳ در دنبالهٔ مثلثی، مجموع هر دو جملهٔ متوالی، کدام دنباله را تشکیل می‌دهد؟

دنباله مثلثی :

متوسط- سراسری- ۱۳۹۷

۱) $a_n = (n+1)^2$ ۲) $a_n = (n-1)^2$ ۳) $a_n = 2n^2$ ۴) $a_n = n^2$

فصل دوم: تابع

تابع خطی و نمودار آن

۱۳۴ خط d از نقطهٔ $A(-2,4)$ و نقطهٔ تلاقی دو خط به معادلات $2x+y=5$ و $3y-x+6=0$، گذشته است. شیب خط d کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۷

۱) -2 ۲) -1 ۳) ۱ ۴) ۲

فصل دوم : تابع

تابع قدر مطلق

۱۳۵ اگر $f(x)=\sqrt{|۲x-۵|}$ باشد، مقدار $f(-۲)+۲f(\frac{۱}{۲})$، کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۷

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

توان‌های گویا

۱۳۶ ساده شدهٔ عبارت $۶^{۴}\times(\frac{۳}{۴})^{-۳}(۰/۲۵)^{۴}$، کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۳۹۷

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

تابع نمایی

۱۳۷ تابع نمایی $f(x)=۵-۳^{ax+h}$ را در نظر بگیرید. اگر $f(\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{۲}$ و $f(۰)$ باشد، مقدار جزء صحیح $f(-\frac{۱}{۴})$ کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) صفر

دنباله‌ی هندسی

۱۳۸ اگر ریشهٔ دوم جملات دوم، نهم و شانزدهم از یک دنبالهٔ حسابی، سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی را تشکیل دهند، نسبت مشترک دنبالهٔ هندسی کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

فصل دوم: الگوهای خطی

مدل‌سازی و دنباله

۱۳۹ مقدار $a_۳ = \frac{۱۷}{۱۲}$ از رابطهٔ بازگشتی $a_{n+۱} = \frac{۱}{۲}(a_n + \frac{a_۱}{a_n})$ تقریبی از $\sqrt{k}$ است. اگر $k \in \mathbb{N}$ و $a_۱ = k$ باشد، مقدار k کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

فصل اول: آمار و احتمال

شمارش

۱۴۰ ۳ نفر به همراه علی و حسن قرار است در یک هتل، هرکدام در یک اتاق، اقامت کنند. هتل سه اتاق خالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دیگر در کنار هم، در طرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق این افراد در اتاق‌ها می‌توانند اقامت کنند، به‌طوری که علی و حسن در اتاق‌های کنار هم ساکن شوند؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۸ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۷۲

فصل اوّل : منطق و استدلال ریاضی

استدلال ریاضی

۱۴۱ با کدام شرط، استدلال گزاره زیر، درست است؟

«در یک مستطیل با اضلاع a و b اگر اندازه a، $\frac{۱۶}{۹}$ برابر شود، اندازه قطر $\frac{۴}{۳}$ برابر می‌شود.»

سخت- سراسری- ۱۴۰۲

۱) $b = a$ ۲) $b = \frac{۴}{۳}a$

۳) $b = \frac{۱۶}{۹}a$ ۴) برای هر مستطیلی، این گزاره درست است.

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۱۴۲ تابع هزینه برای تولید تعداد x کالا از یک محصول به‌صورت خطی است. به‌ازای هزینه‌های ۸۵۰ و ۱۰۰۰ تومانی به‌ترتیب ۲۰ و ۲۵ کالا تولید می‌شود. اگر شرکت هر کالا را ۵۵ تومان بفروشد، این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟ متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۱۴۳ شیب خط $y = ax + b$، ۱٫۵ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور xها یکدیگر را قطع کنند، محور تقارن $f(x) = (\frac{c}{2}x + d)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۲

۱) $x = -2$ ۲) $x = -3$ ۳) $x = -\frac{3}{2}$ ۴) $x = -\frac{7}{4}$

فصل دوم : تابع

اعمال جبری بر روی توابع

۱۴۴ تابع $f(x)=|۲x-۲|$ و $g(x)=|x|$ با دامنه $-۱\leq x\leq ۱$ است. اگر مجموعه A برد تابع $f\cdot g$ باشد، کدام عدد عضو A است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) -۲ ۴) -۳

فصل دوم: تابع

مفهوم تابع و انواع نمایش آن

۱۴۵ رابطهٔ $f=\{(a,x+y),(b,m^۲),(a,m^۲-۱),(b,x-y),(a,۴)\}$، یک تابع است. مقدار $x^۲+y^۲$ کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۲٫۵ ۲) ۲۰٫۵ ۳) ۲۴ ۴) ۴۲

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۱۴۶ ضرایب معادله $۲kx^۲ - ۴x - ۴k - ۵ = ۰$ صحیح هستند. اگر به‌ازای مقدار k، حاصل‌ضرب ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار Δ کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۲۸

فصل دوم : تابع

توابع ثابت و همانی

۱۴۷ برای برخی مقادیر x زوج مرتب $(۳x^۲ - ۱۷x + ۱۰)$ و $(f(x) + f(-x))$، روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد. اگر تابع f همانی با دامنه $\mathbb{R}$ باشد، اختلاف مقادیر x کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) $\frac{۱۰}{۳}$ ۳) $\frac{۱۳}{۳}$ ۴) $\frac{۱۷}{۳}$

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش تجزیه

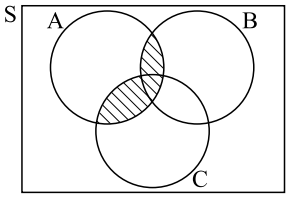
۱۴۸ می‌خواهیم دورتادور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن، دو برابر عرض آن است را حصار بکشیم، به طوری که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصورشده، $\frac{۱}{۱۸}\pi + ۱$ برابر بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۱۴۹ سه پیشامد A، B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد این قسمت هاشورخورده، نادرست است؟ متوسط- سراسری- ۱۴۰۲



۱) $A \cap (B \cup C)$ ۲) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

۳) $(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$ ۴) $(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

توان‌های گویا

۱۵۰ حاصل عبارت $\sqrt{۱۶۲} - (\sqrt{۹۶} - \sqrt{۱۲})\sqrt{۳} + \sqrt[۳]{۷۲} \times \sqrt[۳]{۳}$، کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۱۸}$ ۴) $\sqrt{۶}$

۲۲۲ تست سراسری جامع از ریاضی انسانی کنکور

دنباله‌ی هندسی

۱۵۱ در یک دنبالهٔ هندسی، جمله هشتم، ۸۱ برابر جملهٔ چهارم است. اگر جملهٔ سوم برابر ۱۸ − باشد، جملهٔ پنجم چقدر از جملهٔ هفتم بیشتر است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۸۹۱ ۲) ۹۷۲ ۳) ۱۰۵۶ ۴) ۱۲۹۶

فصل دوم: الگوهای خطی

مدل‌سازی و دنباله

۱۵۲ جملهٔ ۴۰۰اُم دنبالهٔ اعداد با رابطهٔ $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = \begin{cases} 1 & n \text{ زوج} \\ \frac{1}{a_n+1} & n \text{ فرد} \end{cases}$، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) صفر

فصل اول: آمار و احتمال

شمارش

۱۵۳ تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی مجموعهٔ $\{0,1,2,4,6,8,9\}$ که شامل عدد ۸ باشد، ولی شامل عدد ۴ نباشد، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۱۵۴ یک شرکت تولیدی، هر واحد کالای خود را ۲۰۵ ریال می‌فروشد و $C(x) = x^۲ + ۲x + ۶۰۰$ تابع هزینه x واحد از این نوع کالا برحسب ریال است. اگر تولید این شرکت در یک روز به بیشترین مقدار نقطه سربه‌سر برسد، درآمد این شرکت چند هزار ریال است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۴۲٫۲ ۲) ۴۱ ۳) ۲۶ ۴) ۱۱٫۴

فصل اوّل : منطق و استدلال ریاضی

گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۱۵۵ گزاره $((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p$ در کدام حالت نادرست است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۱

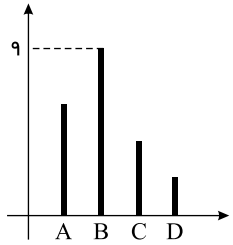
۱) p و q درست ۲) $p \sim$ و q نادرست ۳) p و $q \sim$ درست ۴) p و $q \sim$ نادرست

فصل چهارم: نمایش داده ها

نمودارهای یک متغیره

۱۵۶ نمودار زیر، تعداد گل‌های زدهٔ یک فصل ۴ بازیکن C, B, A و D را نشان می‌دهد. میانگین گل زدهٔ این چهار بازیکن کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۱۵۷ محیط مستطیلی ۳۰ متر است. ماکسیمم مساحت این مستطیل، چقدر است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۲۲۵
۲) ۲۰۹
۳) ۵۶٫۲۵
۴) ۱۱٫۲۵

فصل دوم : تابع

توابع پلکانی

۱۵۸ اگر $f(x) = [۱ - ۳x]$ باشد، مقدار $f(-۰٫۷) - f(-۰٫۰۷)$ کدام است؟($[\,]$ نماد جزء صحیح است.)

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) صفر
۲) ۶
۳) ۲
۴) ۱

توابع ثابت و همانی

۱۵۹ اگر $f(x)=(|a|-|b|)x$ تابع همانی، $g(x)=(b^۲-۱)x+(a^۲+۱)c$ تابعی ثابت و $(f-g)(x)=x+۵$ باشند، چند مقدار برای ac وجود دارد؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

فصل دوم: تابع

مفهوم تابع و انواع نمایش آن

۱۶۰ اگر $f=\{(۱,x-۲y),(۲,۳),(۹,۵),(۱,-۷),(۹,x+y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^۲+y^۲$ چند برابر $-x-۴y$ است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

معادلات شامل عبارات گویا

۱۶۱ حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $\frac{۳}{x+۳}-\frac{x}{x-۲}=۲$، کدام است؟

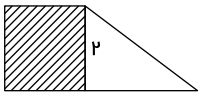
سخت- سراسری- ۱۴۰۱

۱) -۱۸ ۲) $-۶/۵$ ۳) -۳ ۴) $-۱/۵$

معادله و حل مسئله به کمک آن

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱۶۲ در شکل زیر، مساحت مربع از $\frac{۱}{۳}$ مساحت مثلث به اندازه ۳ واحد مربع بیشتر است. مساحت ذوزنقه، کدام است؟



۱) ۵ ۲) ۵٫۵ ۳) ۶٫۵ ۴) ۷

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

توان‌های گویا

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱۶۳ از تساوی $(-\frac{۱}{۳})^{x} = ۹^{x-۱} \times (۸۱)^{-۱}$، مقدار x کدام است؟

۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۲

دنباله‌ی هندسی

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱۶۴ در دنبالهٔ هندسی $\frac{۴}{۳}, a, b, c, \frac{۱}{۳}, d, e, \cdots$ $(d > ۰)$، مقدار e کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳\sqrt{۲}}$ ۴) $\frac{۱}{۳\sqrt{۲}}$

فصل دوم: الگوهای خطی

دنباله‌های حسابی

۱۶۵ در یک دنبالهٔ حسابی، اختلاف مشترک $-۰/۵$ و مجموع دوازده جملهٔ اول برابر ۹ است. جملهٔ اول این دنباله، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) $-\frac{۷}{۲}$ ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۲}$

مدل‌سازی و دنباله

۱۶۶ دو جملهٔ متوالی دنبالهٔ $a_n = \begin{cases} ۱۰۰ - \frac{۱}{۲}n^۲ & n \text{ زوج} \\ \frac{۲n}{۱۵} & n \text{ فرد} \end{cases}$ برابر هستند. اگر مقدار این دو جملهٔ متوالی، برابر مقدار صحیح k باشد، مقدار $k - a_{۱۶}$ کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۲۶ ۲) ۲۸ ۳) ۳۰ ۴) ۳۲

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۱۶۷ در هیئت‌مدیرهٔ یک شرکت، ۹ نفر عضو هستند. در رأی‌گیری برای یک سرمایه‌گذاری، ۴ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأی مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده‌اند. اگر سه نفر به طور تصادفی انتخاب شوند، احتمال اینکه نظر هیچ دو نفری مثل هم نباشد، چقدر است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۱}{۲۱}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

شمارش

۱۶۸ در چند زیرمجموعهٔ ۵عضوی از مجموعهٔ $\{۱,۲,۳,\cdots,۹\}$ حداقل سه عضو زوج وجود دارد؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۶۰ ۲) ۵۵ ۳) ۴۵ ۴) ۲۰

فصل سوم: داده های آماری

معیارهای پراکندگی (واریانس و انحراف معیار)

۱۶۹ اگر انحراف معیار پنج داده برابر صفر باشد و با ترکیب داده‌های ۱۱,۵,۸ با پنج دادهٔ اولیه، میانگین هشت داده تغییر نکند، انحراف معیار این هشت داده، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۱٫۲۵ ۲) ۱٫۵ ۳) ۲٫۲۵ ۴) ۲٫۵

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۱۷۰ یک شرکت روزانه ۷۲۰٫۰۰۰ ریال برای تولید یک نوع کالا هزینه می‌کند. اگر $R(x)=۲۲۰۰x+۱۰x^۲$، تابع درآمد روزانه شرکت حاصل از فروش x واحد از همین کالا باشد، نقطهٔ سربه‌سر کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۹۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۸۰

فصل سوم : آمار

شاخص های آماری، خط فقر و تورم

۱۷۱ داده‌های زیر، درآمد افراد یک جامعه برحسب میلیون تومان و خط فقر با استفاده از میانگین در این جامعه ۳٫۵ میلیون تومان است. اگر برای محاسبه خط فقر از میانه استفاده شود، چند نفر از افراد این جامعه، زیر خط فقر هستند؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

$۱۹, ۸٫۲, ۱٫۸, ۲٫۲, ۶, ۱۳, ۳٫۴, ۳٫۴, a, ۶٫۲, ۱۰, ۴٫۸$

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

فصل اوّل : منطق و استدلال ریاضی

گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۱۷۲ اگر p گزارهٔ درست، q گزارهٔ نادرست و r گزارهٔ دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) $(P \Leftrightarrow \sim q) \vee r$ ۲) $\sim (p \wedge \sim q) \wedge r$ ۳) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q)$ ۴) $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$

۲۲۲ تست سراسری جامع از ریاضی انسانی کنکور

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۱۷۳ به‌ازای چند مقدار m، تابع $y=(۱-۱۸m)x^۲+۸(m^۲+۱)x+۱۱$ در نقطه‌ای به طول $\frac{۱}{۲}$ دارای ماکسیمم است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) هیچ مقدار m ۴) تمام مقادیر m

۱۷۴ خط $x=۱$ محور تقارن سهمی $y=ax^۲+۳x+c$ است. اگر رأس سهمی روی خط $y=۱$ قرار داشته باشد، مقدار ac کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۵٫۷۵ ۲) ۳٫۷۵ ۳) $-۳٫۲۵$ ۴) $-۵٫۲۵$

فصل دوم : تابع

توابع ثابت و همانی

۱۷۵ رابطهٔ $f=\{(m+۳n,۲t^۲),(-۲,n^۲+۲n),(۱-۳m,۸)\}$ یک تابع ثابت با دامنهٔ دوعضوی است. اگر m و n عضوی از اعداد طبیعی باشند، مجموع دو عضو دامنه چقدر است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۲۳ ۲) ۲۱ ۳) ۵ ۴) ۳

فصل دوم: تابع

دامنه و برد توابع

۱۷۶ در یک تابع خطی $f(۱)=۵$ و $f(۳)=-۹$ است. اگر $A=\{x\in\mathbb{R}|۰\le x\le ۵\}$ دامنهٔ تابع f باشد، برد این تابع کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) $\{x\in\mathbb{R}|-۴۷\le y\le ۷\}$ ۲) $\{x\in\mathbb{R}|-۲۳\le y\le ۷\}$ ۳) $\{x\in\mathbb{R}|-۴۷\le y\le -۱۲\}$ ۴) $\{x\in\mathbb{R}|-۲۳\le y\le ۱۲\}$

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

معادلات شامل عبارات گویا

۱۷۷ به ازای چند مقدار m، $x=۲$ جواب معادلهٔ $\frac{x+۱}{x-۳}-\frac{۲}{x}=\frac{۲m^۲}{x(x-۳)}$ است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ مقداری از m

فصل سوم : آمار

سری های زمانی، درون یابی و برون یابی

۱۷۸ مقدار بارندگی یک شهر در روزهای مختلف هفتهٔ اول سال، برحسب میلی‌متر، به‌صورت جدول زیر است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
مقدار بارندگی (میلی‌متر)	۱۲	۱۱	۵	۱۳	۷	۱۵	x

در جدول فوق داده x معلوم است. پیش‌بینی می‌شود مقدار بارندگی این شهر روز سه‌شنبهٔ هفته جدید ۱۵ میلی‌متر باشد. میانگین مقدار بارندگی در هفتهٔ اول سال، کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰٫۸ ۳) ۱۱٫۲ ۴) ۱۴

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۱۷۹ در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های $۱۸,۰۰۰,۵,۴,۳$ را تخصیص می‌دهیم. سه تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد روشده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد، انتخاب می‌شود. احتمال اینکه شخص صاحب شمارهٔ ۱۰ انتخاب شود، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۷}$

۱۸۰ اگر $A \subseteq B'$ باشد، حاصل $((A-B) \cup (B-A))'$، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $A \cap B$ ۲) $A' \cap B'$ ۳) $A \cup B$ ۴) $A' \cup B'$

فصل اوّل : منطق و استدلال ریاضی

گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۱۸۱ ارزش گزارهٔ $(\sim (p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim q$، کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) همواره درست است. ۲) همواره نادرست است. ۳) به ارزش q بستگی دارد. ۴) به ارزش p بستگی دارد.

۱۸۲ جدول ارزشی کدام گزاره با جدول ارزشی گزارهٔ $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \wedge (p \Rightarrow q))$، یکسان نیست؟ سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $p \vee q \vee r$ ۲) $(p \wedge \sim q) \vee r$ ۳) $\sim (p \Rightarrow q) \vee r$ ۴) $(p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)$

فصل دوم: الگوهای خطی

مدل‌سازی و دنباله

۱۸۳ جملهٔ دهم دنبالهٔ بازگشتی $a_{n+1} = \frac{۱}{a_n} + ۱$ و $a_۱ = ۱$، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۵۵}{۳۴}$ ۲) $\frac{۱۴۴}{۸۹}$ ۳) $\frac{۶۱۰}{۳۷۷}$ ۴) $\frac{۸۹}{۵۵}$

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۱۸۴ جملهٔ پنجم یک دنبالهٔ حسابی با اختلاف مشترک ناصفر، واسطهٔ هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است. اگر جملهٔ پنجم دنباله ۷ باشد، جملهٔ صد و یکم دنباله، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۷۵ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۲۵

فصل دوم : تابع

اعمال جبری بر روی توابع

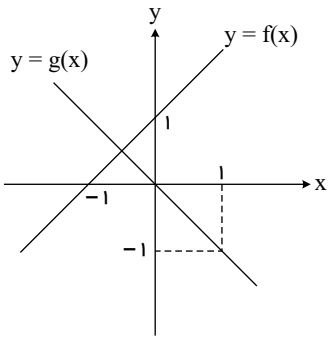
۱۸۵ فرض کنید $f=\{(x,x^۲)|x=\pm۵,\pm۴,\cdots,\pm۱,۰\}$ و $g=\{(x,x^۳)|x=\pm۵,\pm۴,\cdots,\pm۱,۰\}$ دو تابع در صفحهٔ مختصات باشند. تعداد عناصر برد تابع $y=(\frac{g}{f})(x)$، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) ۱۱ ۲) ۱۰ ۳) ۶ ۴) ۵

۱۸۶ فرض کنید نمودار تابع‌های خط راست $y=f(x)$ و $y=g(x)$ در صفحهٔ مختصات مطابق شکل زیر داده شده باشند. قدرمطلق اختلاف جواب‌های معادلهٔ $\frac{f^۲(x)}{g(x)}=۲$، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۲) $\sqrt{۳}$
۳) $۲\sqrt{۳}$
۴) $۳\sqrt{۳}$

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

معادلات شامل عبارات گویا

۱۸۷ اگر معادلهٔ $\frac{x^۲-a}{x+۳}=۲x-۱$ دارای دو ریشهٔ حقیقی متمایز باشد، محدودهٔ تغییرات a، کدام می‌تواند باشد؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $a<۹$ ۲) $a>۹$ ۳) $a<\frac{۳۷}{۴}$ ۴) $a>\frac{۳۷}{۴}$

فصل دوم : تابع

اعمال جبری بر روی توابع

۱۸۸ فرض کنید $f(x)=|x-۱|$، $g(x)=[۲x]$ و $h(x)=sign(-x)$ باشد. ضابطهٔ تابع $y=۲f(x)-h(x)g(x)$ در بازهٔ $-\frac{۳}{۲}<x<-۱$، کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $۳x-۲$ ۲) $۲x-۵$ ۳) $-۲x+۲$ ۴) $-۸x-۴$

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

معادلات شامل عبارات گویا

۱۸۹ اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادلهٔ $\frac{۹x^۲-(x+۳)^۲}{۲x-۳}-\frac{۲}{x}=۱$، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۲}$

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۱۹۰ فرض کنید تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x محصول از یک کالا به‌صورت $R(x) = -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۳۰x$ و تابع هزینه به‌صورت $C(x) = ax + ۱۸$ باشد. اگر بیشترین سود این شرکت به ازای تولید ۹ واحد کالا باشد. مقدار a کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) ۲۱ ۲) ۱۸ ۳) -۲۱ ۴) -۳۹

فصل سوم : آمار

سری های زمانی، درون یابی و برون یابی

۱۹۱ تعداد کالای فروخته شده توسط یک فروشگاه در هفته‌های اول تا هفتم به‌صورت جدول زیر است:

سخت- سراسری- ۱۴۰۰

هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد کالاهای فروخته شده	۸	x	۵	y	۱۵	۱۰	۱۲

پیش‌بینی‌ها به کمک برون‌یابی خطی نشان می‌دهد که تعداد کالایی که در هفتهٔ نهم به فروش می‌رسد ۸ کالا است. مقدار $x + y$ کدام است؟

۱) ۲۶ ۲) ۳۶ ۳) ۵۰ ۴) ۷۶

فصل چهارم: نمایش داده ها

نمودارهای یک متغیره

۱۹۲ دامنهٔ میان چارکی نمودار جعبه‌ای شامل ۱۰ داده، ۲۵ و اختلاف چارک اول با نوک سبیل‌ها ۳۸ و ۲۶ است. اگر کوچک‌ترین عضو داده‌ها ۳ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای چارک سوم، کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۶۴ ۴) ۳۶

فصل سوم: داده های آماری

معیارهای پراکندگی (واریانس و انحراف معیار)

۱۹۳ میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۰

۱) (۱۱۶, ۱۸۸) ۲) (۱۳۴, ۱۷۰) ۳) (۱۴۹, ۱۵۸) ۴) (۱۴۰, ۱۶۴)

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۱۹۴ یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این چهار کتاب، حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $\frac{19}{21}$ ۲) $\frac{13}{14}$ ۳) $\frac{20}{21}$ ۴) $\frac{41}{42}$

۱۹۵ اگر متمم مجموعهٔ $(A-B)\cup(B-A)$ برابر $A\cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعهٔ مرجع است.) متوسط- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $A\subseteq B$ ۲) $A\subseteq B'$ ۳) $A\cup B=S$ ۴) $A=\varnothing$ یا $B=\varnothing$

فصل اوّل : منطق و استدلال ریاضی

گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۱۹۶ اگر گزاره‌های $q\Rightarrow p\sim$ و $p\Rightarrow q$ هردو درست باشند، آنگاه کدام گزارهٔ زیر همواره درست است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $q\vee p\Rightarrow q$ ۲) $q\vee p\Rightarrow p$ ۳) $p\wedge\sim q$ ۴) $q\vee p\Rightarrow p\wedge q$

۱۹۷ جدول ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر با جدول ارزشی گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ یکسان نیست؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $p \Rightarrow (q \vee r)$ ۲) $(p \wedge q) \vee r$ ۳) $\sim p \vee q \vee r$ ۴) $(p \Rightarrow q) \vee r$

فصل دوم: الگوهای خطی

مدل‌سازی و دنباله

۱۹۸ جملهٔ چهاردهم دنبالهٔ بازگشتی $a_{n+1} = \frac{۱}{a_n} + ۱$ با فرض $a_{۱۶} = \frac{۱۵۹۷}{۹۸۷}$ کدام است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۲۳۳}{۳۷۷}$ ۲) $\frac{۳۷۷}{۶۱۰}$ ۳) $\frac{۳۷۷}{۲۳۳}$ ۴) $\frac{۶۱۰}{۳۷۷}$

دنباله‌های حسابی

۱۹۹ مجموع ۱۰ جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی -۲۶ و نسبت جملهٔ پانزدهم به جملهٔ ششم دنبالهٔ ۶ است. جملهٔ یازدهم دنباله کدام است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $-۱۳/۶$ ۲) $-۱۴/۸$ ۳) $-۱۵/۶$ ۴) $-۱۶/۸$

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۲۰۰ اگر $4x$، z، y، x و $x-\frac{3}{2}$ جملات متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، مقدار $|x|+|y|+|z|$ کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

۲۰۱ مقدار عبارت $۳^{\frac{۱}{۲۵۶}} \times \ldots \times ۳^{\frac{۱}{۱۶}} \times ۳^{\frac{۱}{۸}} \times ۳^{\frac{۱}{۴}}$، کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۱۲۷}{۳^{۲۵۶}}$ ۲) $\frac{۱۲۷}{۳^{۵۱۲}}$ ۳) $\frac{۶۳}{۳^{۲۵۶}}$ ۴) $\frac{۲۵۵}{۳^{۵۱۲}}$

تابع نمایی

۲۰۲ نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=a(\frac{۱}{۳})^x+b$ محور xها را با طول -۱ و محور yها را با عرض ۲ قطع می‌کند. مقدار تابع f در $x=۱$ کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

معادلات شامل عبارات گویا

۲۰۳ معادلهٔ $\frac{ax^۳+۲x}{x+۱}=x^۲-x$ دارای سه ریشهٔ حقیقی متمایز است. کدام نامساوی زیر همواره برقرار است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $a<-۲$ ۲) $a\geq -۲$ ۳) $a\leq ۱$ ۴) $a<۱$

حل معادله درجه ۲ به روش کلی یا دلتا

۲۰۴ تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x واحد از یک کالای مصرفی به صورت $f(x)=\frac{-۱}{۴}x^۲+۸x$ و تابع هزینهٔ آن به صورت $C(x)=۴x+b$ است. اگر فاصلهٔ دو نقطه سر به سر تابع سود این شرکت ۱۲ واحد کالا باشد، مقدار b چقدر است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۰

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۲۰۵ جمله‌های دوم و پنجم یک دنبالهٔ هندسی، به‌ترتیب، $\frac{۱}{۲}$ و ۴ هستند. مجموع هشت جملهٔ اول دنباله، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۶۳٫۵ ۲) ۶۳٫۷۵ ۳) ۶۴٫۵ ۴) ۶۷٫۷۵

فصل سوم: داده های آماری

مقیاس های اندازه گیری و بررسی انواع متغیر

۲۰۶ نوع متغیر رتبه‌های شرکت‌کنندگان، در آزمون سراسری کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) کمّی - نسبتی ۲) کمّی - فاصله‌ای ۳) کمّی - ترتیبی ۴) کیفی - ترتیبی

فصل اول: آمار و احتمال

احتمال

۲۰۷ در پرتاب یک تاس و ۲ سکّه، احتمال این‌که لااقل یکی از سکّه‌ها «پشت» و عدد رو شده در تاس، فرد باشد، کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۵}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

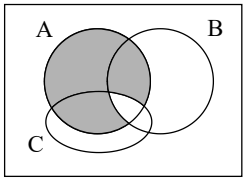
شمارش

۲۰۸ دور یک میز گرد، ۶ نفر به چند طریق می‌توانند قرار گیرند، به‌طوری که ۲ فرد موردنظر از آنان، همواره کنار یکدیگر باشند؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۳۶ ۲) ۴۸ ۳) ۹۶ ۴) ۱۲۰

احتمال

۲۰۹ مطابق شکل زیر، فرض کنید A، B و C، سه مجموعه باشند. کدام مورد برای قسمت سایه‌خورده، نادرست است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) $(A-B)\cup(A-C)$

۲) $A\cap(B'\cup C')$

۳) $A-(B\cap C)$

۴) $A-(B\cup C)$

فصل سوم : آمار

سری های زمانی، درون یابی و برون یابی

۲۱۰ نرخ تورّم کشوری در فاصلهٔ زمانی ۳ سال، به‌صورت زیر است. برون‌یابی آن، در سال شانزدهم، کدام است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

سال (x)	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
تورّم (y)	۲۰٫۵	۲۴	۲۲	۲۷	۲۱٫۵

(۱) ۲۱ (۲) ۲۱٫۲۵ (۳) ۲۱٫۷۵ (۴) ۲۲

شاخص های آماری، خط فقر و تورم

۲۱۱ در یک نمونهٔ تصادفی از کارکنان یک شرکت، میانه و میانگین درآمد ماهیانه آنان، به‌ترتیب، ۶ و ۲۲ میلیون تومان است. اگر ۳ نفر آنان درآمد بسیار بالایی داشته باشند، خط فقر مناسب برای این جامعه چند میلیون تومان است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

(۱) ۳ (۲) ۱۱ (۳) ۷ (۴) ۱۴

فصل دوم : تابع

توابع پلکانی

۲۱۲ اگر $f(x) = \left[۱ - \frac{x}{۲}\right]$ باشد، مقدار $f(\sqrt{۲}) + f(-\frac{۳}{۲})$ کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۲۲۲ تست سراسری جامع از ریاضی انسانی کنکور

اعمال جبری بر روی توابع

۲۱۳ اگر $f=\{(۵,۳),(۱,۵),(۳,۴),(۶,۲)\}$ و $g=\{(۳,۲),(۵,۶),(۱,۲),(۲,۱)\}$ باشند، برد تابع $\frac{f+g}{f}$ کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) $\{۱,۴, ۱,۵, ۳\}$ ۲) $\{۱,۵, ۱,۸, ۳\}$ ۳) $\{۱, ۱,۴, ۴\}$ ۴) $\{۱, ۲,۵, ۴\}$

فصل اول: معادله ی درجه ی دوم

معادلات شامل عبارات گویا

۲۱۴ قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادلهٔ $\frac{x-۳}{x-۴}+\frac{۱}{۲x-۲}=\frac{۲}{۳}$، کدام است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۴ ۲) ۴٫۵ ۳) ۵ ۴) ۵٫۵

فصل دوم: الگوهای خطی

مدل‌سازی و دنباله

۲۱۵ جملهٔ پنجم از دنبالهٔ اعداد با رابطهٔ $a_1 = ۲$ و $a_{n+1} = \frac{۲}{۱ + a_n}$، کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹

۱) $\frac{۲۲}{۲۱}$ ۲) $\frac{۳۲}{۳۱}$ ۳) $\frac{۱۰}{۱۱}$ ۴) $\frac{۴۲}{۴۳}$

فصل سوم: الگوهای غیرخطی

دنباله‌ی هندسی

۲۱۶ مجموع هشت جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی، $۶۴, ۳۲, ۱۶, ۰۰۰$، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۱۲۸٫۵ ۲) ۱۲۸ ۳) ۱۲۷٫۵ ۴) ۱۲۷

فصل اول: آمار و احتمال

آمار

۲۱۷ داده های آماری ۱۳, ۱۸, ۲۰, ۱۸٫۵, ۱۴٫۵, ۱۲, ۱۵, ۱۵٫۵, ۱۷، با نمودار جعبه‌ای تقریباً نشان داده شده است. انحراف معیار داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۱٫۵ ۲) ۱٫۳ ۳) ۱٫۲ ۴) ۱٫۱

فصل اوّل : منطق و استدلال ریاضی

گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۲۱۸ گزاره $((p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim p$، در کدام حالت، نادرست است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹

۱) p و $\sim q$ درست ۲) p و q درست ۳) $\sim p$ و $\sim q$ درست ۴) $\sim p$ و q درست

فصل سوم : آمار

سری های زمانی، درون یابی و برون یابی

۲۱۹ نرخ تورّم کشوری با فاصله‌های زمانی دو سال، به‌صورت جدول زیر است. درون‌یابی آن در سال نهم، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

سال (x)	۲	۴	۶	۸	۱۰
تورم (y)	۱۴	۱۸	۱۲	۲۰	۲۶

۱) ۲۲ ۲) ۲۳ ۳) ۲۴ ۴) ۲۵

فصل دوم: تابع

تابع درجه ۲ و سهمی

۲۲۰ سهمی $y=-\frac{۱}{۲}x^۲+ax+b$ با $y=۱۳-x$، در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۸، متقاطع‌اند. مختصات رأس این سهمی، کدام است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹

۱) $(۱,۹)$ ۲) $(۳,۹)$ ۳) $(۳,۱۲)$ ۴) $(۴,۱۳)$

فصل دوم : تابع

توابع پلکانی

۲۲۱ اگر $f(x)=[۲x-۱]$ باشد، مقدار $f(-\frac{۳}{۴})+f(\frac{\sqrt{۵}}{۲})$، کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

۲۲۲ تست سراسری جامع از ریاضی انسانی کنکور

اعمال جبری بر روی توابع

۲۲۲ اگر $f=\{(۳,۴),(۲,۶),(۵,۳),(۱,۵)\}$ و $g=\{(۵,۶),(۱,۲),(۳,۲),(۴,۱)\}$ باشند، برد تابع $\frac{f+g}{f-g}$، کدام است؟ سخت- سراسری- ۱۳۹۹

۱) $\{\frac{۵}{۳},۲,-۳\}$ ۲) $\{\frac{۷}{۳},۳,-۳\}$ ۳) $\{\frac{۵}{۳},۴,-۲\}$ ۴) $\{\frac{۷}{۳},۳,-۲\}$

پاسخنامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴** این مسأله نشان‌دهندهٔ یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $a_۱ = ۷۵۰$ و اختلاف مشترک $d = ۲۵$ و جملهٔ nام $a_n = ۲۰۰۰$ است:

$$۷۵۰, ۷۷۵, \dots, ۲۰۰۰$$

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d \Rightarrow ۲۰۰۰ = ۷۵۰ + (n-۱)(۲۵) \Rightarrow ۲۰۰۰ = ۷۵۰ + ۲۵n - ۲۵$$

$$\Rightarrow ۲۵n = ۲۰۰۰ - ۷۵۰ + ۲۵ \Rightarrow ۲۵n = ۱۲۷۵ \Rightarrow n = \frac{۱۲۷۵}{۲۵} = ۵۱$$

۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\underset{۱}{\underline{\quad N \quad}}$$

حرف N را در وسط قرار می‌دهیم. ۶ حرف $EAREST$ باقی می‌ماند که جایگشت آن‌ها را حساب می‌کنیم:

توجه کنید که حرف E ۲ بار تکرار شده است و جابه‌جایی آن‌ها تأثیری ندارد پس حاصل را بر ۲ تقسیم کرده‌ایم.

$$\frac{۶!}{۲!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲!}{۲} = ۳۶۰$$

۳ ۱ ۲ ۳ **۴** حالت اول: هر ۳ رقم ۲ باشد.

$$۲, ۲, ۲ \rightarrow \text{تعداد جایگشت} = ۱$$

حالت دوم: یکی از ارقام ۲ و دو رقم دیگر غیراز ۲

$$۲, \underbrace{\bigcirc\bigcirc}_{۱,۳,۵} \rightarrow \underbrace{\binom{۳}{۲}}_{\substack{\text{انتخاب ۲ رقم از} \\ \text{بین ارقام} \\ ۱,۳,۵}} \times \underbrace{۳!}_{\text{جایگشت ۳ رقم}} = ۳ \times ۶ = ۱۸$$

حالت سوم: دو رقم ۲ و یک رقم دیگر غیر ۲

$$۲, ۲, \underbrace{\bigcirc}_{۱,۳,۵} \rightarrow \underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\substack{\text{انتخاب یک رقم} \\ \text{از بین ارقام} \\ ۱,۳,۵}} \times \underbrace{\frac{۳!}{۲!}}_{\substack{\text{جایگشت یک رقم} \\ \text{انتخابی با دو تا} \\ \text{رقم ۲}}} = ۳ \times ۳ = ۹$$

حالت چهارم: هر ۳ رقم غیر ۲ باشند.

پس داریم: $۱ + ۱۸ + ۹ + ۶ = ۳۴$

۴ ۱ **۲** ۳ ۴

مجموع سه جملهٔ اول ۳۳ است. یعنی:

$$a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۳۳$$

مجموع سه جملهٔ بعدی (یعنی $a_۴$ و $a_۵$ و $a_۶$) برابر ۶۰ است. یعنی:

$$a_۴ + a_۵ + a_۶ = ۶۰$$

با ساده کردن دو معادلهٔ نوشته شده، برحسب $a_۱$ و d مسأله را حل می‌کنیم.

$$a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۳۳ \Rightarrow a_۱ + a_۱ + d + a_۱ + ۲d = ۳۳ \Rightarrow ۳a_۱ + ۳d = ۳۳$$
$$a_۴ + a_۵ + a_۶ = ۶۰ \Rightarrow a_۱ + ۳d + a_۱ + ۴d + a_۱ + ۵d = ۶۰ \Rightarrow ۳a_۱ + ۱۲d = ۶۰$$

دو معادله را در دستگاه قرار می‌دهیم و حل می‌کنیم.

$$\times(-۱) \begin{cases} ۳a_۱ + ۳d = ۳۳ \\ ۳a_۱ + ۱۲d = ۶۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -۳a_۱ - ۳d = -۳۳ \\ ۳a_۱ + ۱۲d = ۶۰ \end{cases}$$
$$۹d = ۲۷ \Rightarrow d = ۳$$

با استفاده از یکی از معادلات $a_۱$ به‌دست می‌آید.

$$۳a_۱ + ۳d = ۳۳ \xrightarrow{d=۳} ۳a_۱ + ۹ = ۳۳ \Rightarrow ۳a_۱ = ۲۴ \Rightarrow a_۱ = ۸$$

حال جملهٔ هشتم را محاسبه می‌کنیم:

$$a_۸ = a_۱ + ۷d = ۸ + ۷ \times (۳) = ۸ + ۲۱ = ۲۹$$

۵ ۱ ۲ **۳** ۴

قیمت کالا را x در نظر می‌گیریم که قرار است هر سال ۱۰٪ به آن افزوده شود:

$$x + \frac{۱۰}{۱۰۰}x = x + ۰/۱x = ۱/۱x$$

پس در هر سال، قیمت‌ها در ۱/۱ ضرب می‌شوند، به‌عبارت دیگر، یک دنبالهٔ هندسی با نسبت مشترک (۱/۱) می‌سازند و داریم:

$$\frac{a_۵}{a_۱}=\frac{a_۱r^۴}{a_۱}=r^۴=(۱٫۱)^۴=((۱٫۱)^۲)^۲=(۱٫۲۱)^۲=۱٫۴۶۴۱$$

۶ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به رابطهٔ بازگشتی دنباله داریم:

$$a_۱=۱=۲^۱-۱$$

$$a_۲=۲a_۱+۱=۲(۱)+۱=۳=۲^۲-۱$$
$$a_۳=۲a_۲+۱=۲(۳)+۱=۷=۲^۳-۱$$
$$a_۴=۲a_۳+۱=۲(۷)+۱=۱۵=۲^۴-۱\xrightarrow[\text{نوشت}]{\text{بنابراین می‌توان}}a_n=۲^n-۱$$

بنابراین جملهٔ دهم، برابر $۱۰۲۳=۱-۱۰۲۴=۱-۲^{۱۰}$ است.

۷ ۱ **۲** ۳ ۴ چون کلمه‌ی $RANGIN$ دارای ۲ حرف تکراری N است، پس برای ساختن رمزهای ۳ حرفی حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

الف) شامل حرف N نباشد: بنابراین ۳ حرف را از بین حروف $\{R,A,G,I\}$ انتخاب کرده و جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{۴}{۳}\times ۳!=۴\times ۶=۲۴$$

ب) شامل یک حرف N باشد: بنابراین ۲ حرف دیگر را از بین حروف $\{R,A,G,I\}$ انتخاب و جایگشت می‌دهیم:

$$\binom{۴}{۲}\times ۳!=\frac{۴\times ۳}{۲}\times ۶=۳۶$$

ج) شامل دو حرف N باشد: بنابراین حرف سوم را از بین حروف $\{R,A,G,I\}$ انتخاب و با دو حرف تکراری N جایگشت می‌دهیم:

چون جابه‌جایی Nها بی‌تأثیر است حالت‌ها را بر ۲ تقسیم کرده‌ایم.

$$\binom{۴}{۱}\times\frac{۳!}{۲}=۴\times ۳=۱۲$$

در نهایت طبق اصل جمع داریم:

تعداد کل رمزها $=۲۴+۳۶+۱۲=۷۲$

۸ ۱ ۲ ۳ **۴** به کمک روابط $S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)$ و $a_n=a_۱+(n-۱)d$ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}a_۱+a_۲+\cdots+a_۵=۶۰\\ a_۴+a_۵=۳\underbrace{(a_۱+a_۲+a_۳)}_{a_۱+a_۱+d+a_۱+۲d}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۵}{۲}(۲a_۱+۴d)=۶۰\\ a_۱+۳d+a_۱+۴d=۳(۳a_۱+۳d)\end{cases}$$

$$\begin{cases}۵a_۱+۱۰d=۶۰\\ ۲a_۱+۷d-۹a_۱-۹d=۰\end{cases}\xrightarrow[\times ۵]{}\begin{cases}۵a_۱+۱۰d=۶۰\\ -۷a_۱-۲d=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۵a_۱+۱۰d=۶۰\\ -۳۵a_۱-۱۰d=۰\end{cases}$$

$$-۳۰a_۱=۶۰\Rightarrow ۵a_۱=\frac{۶۰}{-۳۰}=-۲$$

$$-۷a_۱-۲d=۰\xrightarrow{a_۱=-۲}-۷(-۲)-۲d=۰\Rightarrow ۱۴=۲d\Rightarrow d=\frac{۱۴}{۲}=۷$$

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ در واقع با اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ داریم اعداد دو رقمی می‌نویسیم که تکرار هم مجاز است زیرا پس از دیدن هر مهره‌ی آن را به جعبه برمی‌گردانیم.

$$n(S)=۴\times ۴=۱۶$$

اکنون باید در بین این ۱۶ عدد اعدادی را که بر ۳ بخش‌پذیر هستند را مشخص کنیم.

$$A=\{۱۲,۲۱,۲۴,۴۲,۳۳\}\to n(A)=۵$$

پس $P(A)=\frac{۵}{۱۶}$ است.

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱** به کمک فرمول جمله عمومی دنباله هندسی $a_n=a_۱r^{n-۱}$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases}a_۱+a_۲=۸۱\xrightarrow{a_n=a_۱r^{n-۱}}a_۱+a_۱r=۸۱\Rightarrow a_۱(۱+r)=۸۱\quad(۱)\\ a_۵+a_۶=۱۶\xrightarrow{a_n=a_۱r^{n-۱}}a_۱r^۴+a_۱r^۵=۱۶\Rightarrow a_۱r^۴(۱+r)=۱۶\quad(۲)\end{cases}$$

حال، دوعبارت به‌دست آمده را بر هم تقسیم می‌کنیم، درنتیجه داریم:

$$\Rightarrow\frac{a_۱(۱+r)}{a_۱r^۴(۱+r)}=\frac{۸۱}{۱۶}\Rightarrow\frac{۱}{r^۴}=\frac{۸۱}{۱۶}\Rightarrow r^۴=\frac{۱۶}{۸۱}\quad(۳)$$

مجموع $= \underbrace{a_1 + a_2}_{81} + a_3 + a_4 + \underbrace{a_5 + a_6}_{16} = 97 + a_3 + a_4 = 97 + a_1 r^2 + a_1 r^3 = 97 + a_1 r^2 (1 + r) \xrightarrow{a_1(1+r)=81} 97 + 81 r^2 = 97 + 81\sqrt{r^4} \xrightarrow{(3)} 97 + 81\sqrt{\frac{16}{81}} = 97$

$= 97 + 36 = 133$

۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا حرف S را حذف کرده تعداد دسته‌های سه‌حرفی بدون S که ترتیب مهم نباشد را می‌نویسیم.

$D\ A\ N\ E\ \not{S}\ H$

پس از ۵ حرف باقی‌مانده سه حرف انتخاب می‌کنیم (ترتیب مهم نیست)

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

پس به ۱۰ طریق سه حرف غیر S انتخاب می‌کنیم حال با S، ۴ حرف می‌شوند و $4!$ ترتیب جابه‌جایی آنها است. پس:

جواب : $10 \times 4! = 10 \times 24 = 240$

(10: انتخاب‌های دسته‌های سه تایی بدون S ، $4!$: جابه‌جایی ۴ عضو)

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴

برای آن که به بچه‌ها تعداد مساوی اسباب‌بازی برسد باید به هر بچه ۲ عدد اسباب‌بازی بدهیم. برای بچه‌ی اول کافیست ۲ اسباب‌بازی از ۶ اسباب‌بازی انتخاب کنیم $C(6,2)$ و بدهیم.

برای بچه‌ی دوم ۲ اسباب‌بازی از ۴ اسباب‌بازی باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم $C(4,2)$ و در نهایت ۲ اسباب‌بازی باقی‌مانده را برای بچه‌ی سوم انتخاب می‌کنیم .

$$C(6,2) = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 4!} = 15$$
$$C(4,2) = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 2!} = 6$$
$$C(2,2) = \frac{2!}{2!0!} = 1$$

بنا بر اصل ضرب داریم:

$$C(6,2) \times C(4,2) \times C(2,2) = 15 \times 6 \times 1 = 90$$

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا میانگین داده‌های داده شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{20 + 19 + 15 + 18 + 20 + 16}{6} = \frac{108}{6} = 18$$

برای محاسبهٔ انحراف معیار، ابتدا واریانس را محاسبه می‌کنیم و سپس از آن جذر می‌گیریم.

$$\text{واریانس } \sigma^2 = \frac{(20-18)^2 + (19-18)^2 + (15-18)^2 + (18-18)^2 + (20-18)^2 + (16-18)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{4 + 1 + 9 + 0 + 4 + 4}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3}$$

انحراف معیار جذر واریانس است:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{11}{3}} \simeq 1/9$$

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

وقتی ۲ کارت با شماره‌های زوج را بیرون بکشیم، ۸ کارت زوج و ۱۰ کارت فرد داریم. فضای نمونه‌ای انتخاب یک کارت از این ۱۸ کارت باقی‌مانده است:

$$n(S) = \binom{18}{1} = 18$$

و پیشامد مطلوب، انتخاب یک کارت از بین ۸ کارت زوج است:

$$n(A) = \binom{8}{1} = 8$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌توان پنج عدد را پنج جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی در نظر گرفت. بنابراین:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow{S_5 = 105} 105 = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) \Rightarrow 105 = 5a_1 + 10d \xrightarrow{\text{تقسیم بر } 5} \boxed{a_1 + 2d = 21}$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = 6(a_1 + a_2) \Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d = 6(a_1 + a_1 + d)$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 9d = 12a_1 + 6d \Rightarrow 12a_1 + 6d - 3a_1 - 9d = 0 \Rightarrow \boxed{9a_1 - 3d = 0}$$

$$-۹\begin{cases}a_۱+۲d=۲۱\\ ۹a_۱-۳d=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۹a_۱-۱۸d=-۱۸۹\\ ۹a_۱-۳d=۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow -۲۱d=-۱۸۹\Rightarrow d=\frac{۱۸۹}{۲۱}=۹\Rightarrow a_۱+۲(۹)=۲۱\Rightarrow a_۱=۲۱-۱۸=۳$$

$$\Rightarrow a_۵=a_۱+۴d\Rightarrow a_۵=۳+۴(۹)=۳۹$$

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۲x^۲+kx+۱-k=۰\Rightarrow \text{حاصل‌ضرب ریشه‌ها}=\frac{c}{a}=۵\Rightarrow\frac{۱-k}{۲}=۵\Rightarrow ۱-k=۱۰\Rightarrow k=-۹$$

$$\Rightarrow \text{معادله: } ۲x^۲-۹x+۱۰=۰\Rightarrow \Delta=b^۲-۴ac=(-۹)^۲-۴\times۲\times۱۰=۸۱-۸۰=۱$$

$$\Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{۹\pm\sqrt{۱}}{۲(۲)}\Rightarrow \text{ریشهٔ بزرگ‌تر}=\frac{۹+۱}{۴}=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵$$

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌توان از پیشامد مکمل (نامطلوب) استفاده نمود:

$P(A)=$ احتمال آن‌که در پرتاب ۴ تاس لااقل ۲ تاس یکسان باشند

$P(A')=$ احتمال آن‌که در پرتاب ۴ تاس هیچ‌کدام یکسان نباشند

پس احتمال آن را حساب می‌کنیم که اعداد ۴ تاس متفاوت باشند:

$$P(A')=\frac{۶}{۶}\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۴}{۶}\times\frac{۳}{۶}=۱\times\frac{۵}{۶}\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۱۸}$$

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۵}{۱۸}=\frac{۱۳}{۱۸}$$

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ به خاطر کلمه‌ی «لااقل» از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم. یعنی احتمال اینکه هیچ‌کدام از این ۴ نفر در یک ماه متولد نشده باشند را حساب کرده و حاصل را از یک کم می‌کنیم.

$P($ لااقل دو نفر از آنان در یک ماه از سال متولد شده باشند $)=۱-P($ هیچ کدام از آنان در یک ماه از سال متولد نشده باشند $)$

فضای نمونه‌ای این آزمایش، $۱۲^۴$ است.

زیرا هر نفر می‌تواند در یکی از ۱۲ ماه سال متولد شود و پیشامد این آزمایش دارای $۹\times۱۰\times۱۱\times۱۲$ عضو است.

زیرا برای تولد نفر اول ۱۲ انتخاب و برای تولد نفر دوم ۱۱ انتخاب و برای نفرات سوم و چهارم به ترتیب ۱۰ و ۹ انتخاب وجود دارد.

$$\text{احتمال مطلوب}=۱-\frac{۱۲\times۱۱\times۱۰\times۹}{۱۲\times۱۲\times۱۲\times۱۲}=۱-\frac{۵۵}{۹۶}=\frac{۴۱}{۹۶}$$

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲+\sqrt{۲}}+(۱+\sqrt{۲})^۲$$

ابتدا مخرج کسر را گویا می‌کنیم و سپس با اتحاد مربع دوجمله‌ای حاصل پرانتز را به‌دست می‌آوریم و درنهایت دو عبارت را باهم جمع می‌کنیم.

$$\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲+\sqrt{۲}}\times\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲-\sqrt{۲}}=\frac{۴-۴\sqrt{۲}+۲}{۴-۲}=\frac{۶-۴\sqrt{۲}}{۲}=۳-۲\sqrt{۲}$$

$$(۱+\sqrt{۲})^۲=۱+۲\sqrt{۲}+۲=۳+۲\sqrt{۲}$$

دو عبارت را جمع می‌کنیم:

$$۳-۲\sqrt{۲}+۳+۲\sqrt{۲}=۶$$

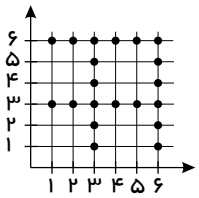
۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:می دانیم در تاس اعداد ۳ و ۶ مضرب ۳ هستند و اعداد ۱ و۲ و۴ و۵ مضرب ۳ نیستند . برای حل این سوال از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم.

$P($ لااقل یکی از دو عدد تاس مضرب ۳ باشد $)=۱-P($ هیچ کدام از اعداد دو تاس مضرب ۳ نباشند $)$

$$=۱-P(\text{تاس اول مضرب ۳نباشد})\times P(\text{تاس دوم مضرب ۳نباشد})=۱-\frac{۴}{۶}\times\frac{۴}{۶}=۱-\frac{۴}{۹}=\frac{۵}{۹}$$

روش دوم: پرتاب ۲ تاس ۳۶ حالت دارد:

حالاتی که لااقل یکی از اعداد مضرب ۳ باشد، یعنی آن که در پرتاب دو تاس یکی از اعداد ۳ یا ۶ یا هر دوی آن‌ها مشاهده شود. یعنی ۲۰ حالت مشخص شده:

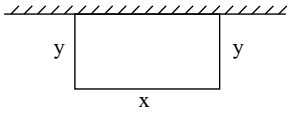


$\rightarrow P(A) = \frac{۲۰}{۳۶} = \frac{۵}{۹}$

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ در هر بار انتخاب کارت‌ها ۱۰ حالت داریم، پس فضای نمونه‌ای شامل $۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰$ عضو است. برای آن که عدد حاصل، دو رقمی و مضرب ۵ باشد، باید کارت اول مخالف صفر و کارت دوم صفر یا ۵ باشد:

$$\text{تعداد حالات مطلوب} = \underbrace{\boxed{۹}}_{\substack{\text{کارت اول}\\ \text{(مخالف صفر)}}} \times \underbrace{\boxed{۲}}_{\substack{\text{کارت دوم}\\ \text{(صفر یا ۵)}}} = ۱۸ \Rightarrow P(A) = \frac{۱۸}{۱۰۰} = ۰/۱۸$$

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ طول مستطیل را x و عرض آن را y در نظر می‌گیریم:



$$۲y + x = ۵۶$$

$$\Rightarrow x = ۵۶ - ۲y \quad (۱)$$

$$\text{مساحت} = S = xy$$

$$\xrightarrow{(۱)} S = (۵۶ - ۲y)y \Rightarrow S = ۵۶y - ۲y^۲ \Rightarrow S_{\max} = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(۵۶^۲ - ۰)}{۴ \times (-۲)} = ۳۹۲$$

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴

به کمک گویا کردن مخرج کسرها خواهیم داشت:

$$\frac{\sqrt{۸} + \sqrt{۶}}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲} + \sqrt{۶}}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۴ + \sqrt{۱۲}}{۲} = \frac{۴ + ۲\sqrt{۳}}{۲} = ۲ + \sqrt{۳}$$

$$\frac{۱ - \sqrt{۳}}{۱ + \sqrt{۳}} \times \frac{۱ - \sqrt{۳}}{۱ - \sqrt{۳}} = \frac{۱ + ۳ - ۲\sqrt{۳}}{۱ - ۳} = \frac{۴ - ۲\sqrt{۳}}{-۲} = -۲ + \sqrt{۳}$$

$$\text{پس}: \frac{\sqrt{۸} + \sqrt{۶}}{\sqrt{۲}} - \frac{۱ - \sqrt{۳}}{۱ + \sqrt{۳}} = ۲ + \sqrt{۳} - (-۲ + \sqrt{۳}) = ۲ + \sqrt{۳} + ۲ - \sqrt{۳} = ۴$$

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر دو ریشهٔ معادله را x' و x'' بنامیم، در صورتی معکوس یکدیگرند که حاصل‌ضرب آنها برابر یک شود. (با شرط $\Delta > ۰$)

$$x'x'' = ۱ \Rightarrow \frac{c}{a} = ۱ \Rightarrow \frac{۲m + ۶}{۲} = ۱ \Rightarrow ۲m + ۶ = ۲ \Rightarrow ۲m = ۲ - ۶ \Rightarrow ۲m = -۴ \Rightarrow m = -۲ \quad (۱)$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} \Rightarrow x' + x'' = \frac{-۳m}{۲} \overset{(۱)}{=\!=} \frac{-۳(-۲)}{۲} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ برای حل این سؤال از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم عبارت لااقل یکی از شماره‌ها ۲ باشد به معنای آن است که یا یکی از شماره‌ها یا هر دوی آن‌ها عدد ۲ باشد و پیشامد مکمل (نامطلوب) آن است که هیچ یک از شماره‌ها ۲ نباشند.

A: لااقل یکی از ارقام ۲ باشد:

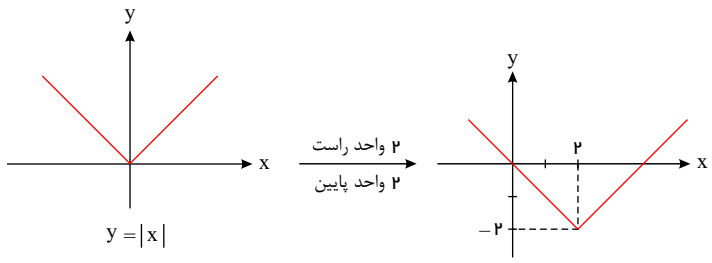
A': هیچ یک از ارقام ۲ نباشد:

$$A' : \underbrace{\text{گوی اول عددی غیر از ۲ باشد}}_{\text{می‌تواند ۱, ۳, ۴ باشد ۵}} , \underbrace{\text{گوی دوم عددی غیر از ۲ باشد}}_{\text{می‌تواند ۱, ۳, ۴ باشد}}$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{۴}{۵} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۳}{۵}$$

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۳}{۵} = \frac{۲}{۵} = ۰/۴$$

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ نمودار تابع داده‌شده از انتقال $y = |x|$ به‌صورت ۲ واحد به راست و ۲ واحد به پایین به دست آمده است. بنابراین:



بنابراین ضابطهٔ تابع به‌صورت ذیل است $\xrightarrow{\text{بنابراین ضابطهٔ تابع}}$ $y = |x-۲| - ۲$

۲۷ ۱ ۲ ۳ **۴** نمرات ۲۰ (بیشترین) و ۹ (کمترین) را حذف می‌کنیم:

$۱۱ , ۱۲ , ۱۴ , ۱۴ , ۱۵ , ۱۵ , ۱۵ , ۱۶$

$$\bar{x} = \frac{۱۱+۱۲+۱۴+۱۴+۱۵+۱۵+۱۵+۱۶}{۸} \Rightarrow \bar{x} = ۱۴$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{۳^۲+۲^۲+۰+۰+۱^۲+۱^۲+۱^۲+۲^۲}{۸}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{۹+۴+۱+۱+۱+۴}{۸}} = \sqrt{۲/۵} \simeq ۱/۶$$

۲۸ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا معادله را به شکل استاندارد می‌نویسیم:

$$x(۲x-۵) = a \Rightarrow ۲x^۲ - ۵x - a = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = x^۲ \quad \text{ضریب} = ۲ \\ b = x \quad \text{ضریب} = -۵ \\ c = \quad \text{عدد ثابت} = -a \end{cases}$$

ریشهٔ مضاعف معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲+bx+c=۰$ از رابطه‌ی $x_۱ = x_۲ = \frac{-b}{۲a}$ به‌دست می‌آید. پس $x_۱ = x_۲ = \frac{-(-۵)}{۲(۲)} = \frac{۵}{۴}$ است.

۲۹ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا در معادله به‌جای x عدد ۱ قرار می‌دهیم:

$$\frac{۴}{a-۲} + \frac{a}{۲} = a \xrightarrow{(۱)} \frac{۴}{a-۲} = \frac{a}{۲} \Rightarrow a^۲ - ۲a = ۸ \Rightarrow a^۲ - ۲a - ۸ = ۰$$
$$\xrightarrow{\text{تجزیه}} (a-۴)(a+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \\ a = -۲ \end{cases}$$

۳۰ ۱ **۲** ۳ ۴

$S = \{۱, ۲, \cdots, ۹\} \Rightarrow n(S) = ۹$

$A = \{۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۹\}$ بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشد. $\Rightarrow n(A) = ۶$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{۶}{۹} = \frac{۲}{۳}$$

۳۱ ۱ **۲** ۳ ۴ برای حل این مسئله از احتمال پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم. اگر A پیشامدی باشد که در آن لااقل دو نفر در یک ماه سال استخدام شده باشند، A' پیشامدی است که در آن هیچ یک از سه نفر در یک ماه سال استخدام نشده باشند، بنابراین برای نفر اول ۱۲ حالت (۱۲ ماه سال) برای نفر دوم ۱۱ حالت (به غیر از ماه مربوط به نفر اول) و برای نفر سوم ۱۰ حالت (به غیر از ماه‌های نفرات اول و دوم) وجود دارد:

$$n(A') = ۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰ \Rightarrow P(A') = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰}{۱۲^۳} = \frac{۱۱۰}{۱۴۴} = \frac{۵۵}{۷۲}$$
$$\Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۵۵}{۷۲} = \frac{۱۷}{۷۲}$$

۳۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

با توجه به تعریف تابع ثابت داریم:

$$f = \{(۳ , n^۲ - ۲n) , (m , ۸) , (۲n-۵ , t) , (۴ , ۳m+۲)\}$$

$$\begin{cases} n^۲ - ۲n = ۸ \Rightarrow n^۲ - ۲n - ۸ = ۰ \Rightarrow (n-۴)(n+۲) = ۰ \Rightarrow n = ۴ \text{ یا } n = -۲ \\ ۳m + ۲ = ۸ \Rightarrow ۳m = ۶ \Rightarrow m = ۲ \\ t = ۸ \end{cases}$$

تابع را با داشتن مقادیر m و t و برد ثابت ۸ می‌نویسیم:

$$\{(۳ , ۸) , (۲ , ۸) , (۲n-۵ , ۸) , (۴ , ۸)\}$$

تابع باید سه‌عضوی باشد. دو مقدار به‌دست‌آمده برای n را بررسی می‌کنیم. درنتیجه:

$n = -۲ \Rightarrow ۲n - ۵ = -۹$ (غ ق ق) $\Rightarrow$ زیرا تابع ۴ عضوی می‌شود

$n = ۴ \Rightarrow ۲n - ۵ = ۳$ (ق ق)

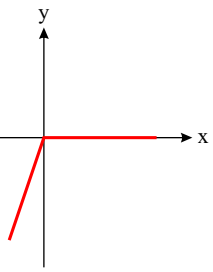
پس $n = ۴$ قابل قبول است و داریم:

$$m + n + t = ۲ + ۴ + ۸ = ۱۴$$

۳۳ ۱ **۲** ۳ ۴ نمودار توابع گزینه‌های «۳» و «۴» به شکل و هستند.

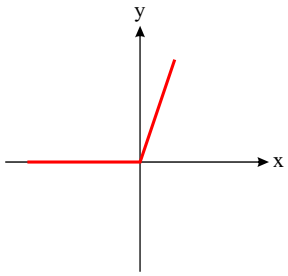
در مورد گزینهٔ «۱» داریم:

$$y=\begin{cases} x-x=۰ & , \quad x\geq ۰ \\ x+x=۲x & , \quad x<۰ \end{cases} \rightarrow$$



در مورد گزینهٔ «۲»، داریم:

$$y=\begin{cases} x+x=۲x & , \quad x\geq ۰ \\ x-x=۰ & , \quad x<۰ \end{cases} \rightarrow$$



۳۴ ۱ ۲ **۳** ۴ برای هر یک از تاس‌ها، ۶ حالت ممکن است رخ دهد. بنابراین تعداد اعضای فضای نمونه‌ای، بنا به اصل ضرب برابر است با:

$$n(S)=۶\times ۶\times ۶$$

برای آنکه اعداد رو شده در ۳ تاس متفاوت باشند، تاس اول ۶ حالت می‌تواند داشته باشد اما در تاس دوم نباید عدد تاس اول رو شود، پس ۵ حالت می‌تواند داشته باشد و به همین ترتیب تاس سوم تنها ۴ حالت می‌تواند داشته باشد، در نتیجه:

$$n(A)=۶\times ۵\times ۴$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶\times ۵\times ۴}{۶\times ۶\times ۶}=\frac{۲۰}{۳۶}=\frac{۵}{۹}$$

۳۵ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا اشتراک دامنه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$D_{f\times g}=D_f\cap D_g=\{۳,۲,۱\}$$

$$g\times f=\{(۳,۲\times ۳),(۲,۳\times ۴),(۱,۸\times ۲)\}=\{(۳,۶),(۲,۱۲),(۱,۱۶)\}$$

$$\Rightarrow R_{g\times f}=\{۶,۱۲,۱۶\}$$

۳۶ ۱ ۲ **۳** ۴ با انجام این آزمایش به کمک ارقام $\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ اعداد دو رقمی (با تکرار ارقام) می‌سازیم. پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S)=\boxed{۵}\times\boxed{۵}=۲۵$$

اگر A پیشامد آن باشد که عدد حاصل مضرب ۳ باشد، آن‌گاه پیشامد A شامل اعضای زیر است:

$$A=\{۱۲,۱۵,۲۱,۲۴,۳۳,۴۲,۴۵,۵۱,۵۴\}\Rightarrow n(A)=۹\Rightarrow P(A)=\frac{۹}{۲۵}=۰/۳۶$$

۳۷ **۱** ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی، مجموعه‌ی تمام نتایج ممکن در یک آزمایش تصادفی است. (درستی گزینه‌ی ۲)

اجتماع تمام برآمدهای ممکن برای یک آزمایش تصادفی برابر با فضای نمونه‌ای است. (درستی گزینه‌ی ۴)

$$S=\{a_۱,a_۲,\cdots,a_n\}\Rightarrow P(a_۱)+P(a_۲)+\cdots+P(a_n)=۱$$

از آن‌جا که مجموع احتمالات برآمدها برابر ۱ است، پس حداکثر یکی از پیشامدهای آن می‌تواند احتمال (۱) داشته باشد. (درستی گزینه‌ی ۳)

اما ممکن است احتمال وقوع هیچ‌یک از برآمدهای آن صفر نباشد. (نادرستی گزینه‌ی ۱)

۳۸ ۱ ۲ **۳** ۴ در نمایش تابع با زوج‌مرتب مؤلفه‌های اول هر دو زوج‌مرتب متمایز باید متفاوت باشند، بنابراین در صورت برابری مؤلفه‌های اول، مؤلفه‌های دوم نیز برابرند.

$$f=\{(۳\ ,\ a+۲b)\ ,\ (۵\ ,\ ۴)\ ,\ (۷\ ,\ ۲)\ ,\ (۳\ ,\ ۷)\ ,\ (۵\ ,\ ۲a-b)\}$$

$$\begin{cases}(۳\ ,\ a+۲b)\in f\\(۳\ ,\ ۷)\in f\end{cases}\xrightarrow{f\ \text{تابع است}}a+۲b=۷\quad ،\quad \begin{cases}(۵\ ,\ ۴)\in f\\(۵\ ,\ ۲a-b)\in f\end{cases}\xrightarrow{f\ \text{تابع است}}۲a-b=۴$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a+۲b=۷\\۲a-b=۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+۲b=۷\\۴a-۲b=۸\end{cases}\Rightarrow ۵a=۱۵\Rightarrow a=۳\xrightarrow{a+۲b=۷}b=۲$$

$$\Rightarrow a^۲-b^۲=۹-۴=۵$$

۳۹ ۱ ۲ ۳ **۴** برای حل این سؤال از پیشامدهای مکمل استفاده می‌کنیم.

$A=$ پیشامد آن‌که لااقل یکی از اعداد رو شد فرد باشد

$A'=$ پیشامد آن‌که هردو عدد رو شده زوج باشند $=$ پیشامد آن‌که هیچ‌یک از اعداد رو شده فرد نباشد

$P(A')=$ (تاس دوم زوج) و (تاس اول زوج)

$P(A')=$ (تاس اول زوج) و (تاس دوم زوج)

$$P(A')=\frac{۳}{۶}\times\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۲x^{۲}+ax+۴=۰\Rightarrow\begin{cases}x^{۲}\text{ ضریب}=۲\\ x\text{ ضریب}=a\\ \text{عدد ثابت}=۴\end{cases}$$

در معادلهٔ درجه‌ی دوم به فرم $a'x^{۲}+b'x+c'=۰$ مجموع ریشه‌ها از رابطه‌ی $x_۱+x_۲=-\frac{b'}{a'}$ به دست می‌آید، که طبق گفتهٔ مسأله این مقدار برابر $-\frac{۹}{۲}$ است:

$$x_۱+x_۲=-\frac{a}{۲}=-\frac{۹}{۲}\to ۲a=۱۸\to a=\frac{۱۸}{۲}=۹$$

عدد $a=۹$ را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم و معادله به‌صورت $۲x^{۲}+۹x+۴=۰$ درمی‌آید.

$$\Delta=b^{۲}-۴ac=(۹)^{۲}-۴(۲)(۴)=۸۱-۳۲=۴۹$$

$$x_۱,x_۲=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{-۹\pm\sqrt{۴۹}}{۲(۲)}=\frac{-۹\pm۷}{۴}\nearrow\searrow\begin{matrix}x_۱=\frac{-۹+۷}{۴}=-\frac{۲}{۴}=-\frac{۱}{۲}\\ x_۲=\frac{-۹-۷}{۴}=-\frac{۱۶}{۴}=-۴\end{matrix}$$

ریشهٔ بزرگ‌تر عدد $-\frac{۱}{۲}$ است.

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

به جای تمام x ها، $۲-\sqrt{۳}$ را جایگزین می‌کنیم.

$$f(۲-\sqrt{۳})=\frac{۲(۲-\sqrt{۳})^{۲}+۲}{(۲-\sqrt{۳})^{۲}-۳}\overset{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}}{=\!=\!=}\frac{۲(۴-۴\sqrt{۳}+۳)+۲}{(۴-۴\sqrt{۳}+۳)-۳}$$

$$=\frac{۲(۷-۴\sqrt{۳})+۲}{۷-۴\sqrt{۳}-۳}=\frac{۱۴-۸\sqrt{۳}+۲}{۴-۴\sqrt{۳}}=\frac{۱۶-۸\sqrt{۳}}{۴-۴\sqrt{۳}}\overset{\text{فاکتور از ۴ در صورت و مخرج}}{=\!=\!=\!=\!=}\frac{۴(۴-۲\sqrt{۳})}{۴(۱-\sqrt{۳})}\overset{\text{ساده کردن ۴ از صورت و مخرج}}{=\!=\!=\!=}\frac{۴-۲\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}}$$

$$\overset{\text{مخرج کسر را گویا می‌کنیم}}{=\!=\!=\!=}\frac{۴-۲\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}}\times\frac{۱+\sqrt{۳}}{۱+\sqrt{۳}}=\frac{۴+۴\sqrt{۳}-۲\sqrt{۳}-۶}{۱-۳}=\frac{-۲+۲\sqrt{۳}}{-۲}=\frac{-۲(۱-\sqrt{۳})}{-۲}=۱-\sqrt{۳}$$

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f=\{(۲\ ,\ ۵)\ ,\ (۳\ ,\ ۴)\ ,\ (۴\ ,\ ۶)\ ,\ (۱\ ,\ ۷)\}$$

$$g=\{(۱\ ,\ ۳)\ ,\ (۲\ ,\ ۶)\ ,\ (۵\ ,\ ۲)\ ,\ (۴\ ,\ ۹)\}$$

$$D_{g-f}=D_f\cap D_g=\{۲\ ,\ ۴\ ,\ ۱\}$$

$$g-f=\{(۲\ ,\ ۱)\ ,\ (۴\ ,\ ۳)\ ,\ (۱\ ,\ -۴)\}$$

برد $g-f$ به‌صورت $\{۳\ ,\ ۱\ ,\ -۴\}$ است.

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=[x+\frac{۳}{۲}]-[-x]\Rightarrow f(\frac{۹}{۴})=[\frac{۹}{۴}+\frac{۳}{۲}]-[-\frac{۹}{۴}]=[\frac{۱۵}{۴}]-[-\frac{۹}{۴}]$$

$$\Rightarrow f(\frac{۹}{۴})=۳-(-۳)=۶$$

$$f(-\frac{۱}{۲})=[-\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}]-[-(-\frac{۱}{۲})]$$

$$\Rightarrow f(-\frac{۱}{۲})=[۱]-[\frac{۱}{۲}]=۱-۰=۱$$

درنتیجه داریم:

$$f(\frac{۹}{۴}) + f(-\frac{۱}{۲}) = ۶ + ۱ = ۷$$

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(S) = \overset{\text{تاس اول}}{\downarrow} ۶ \times \overset{\text{تاس دوم}}{\downarrow} ۶ = ۳۶$$

مجموع دو تاس $A = \{(۱,۶),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۳),(۵,۲),(۶,۱)\}$ شود ۷:

$$n(A) = ۶$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۶x^۲ + (k+۱)x + k = ۰ \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} = -\frac{k+۱}{۶} = \frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow k+۱ = -۱ \Rightarrow k = -۲ \Rightarrow \text{معادله}: ۶x^۲ - x - ۲ = ۰$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = (-۱)^۲ - ۴ \times ۶ \times (-۲) = ۱ + ۴۸ = ۴۹ \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{۱ \pm \sqrt{۴۹}}{۲ \times ۶}$$

$$\Rightarrow \text{ریشهٔ مثبت} = \frac{۱+۷}{۱۲} = \frac{۸}{۱۲} = \frac{۲}{۳}$$

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(۲-\sqrt{۳}) = \sqrt{-۲(۲-\sqrt{۳})^۲ + ۸(۲-\sqrt{۳}) + ۷} = \sqrt{-۲(۴+۳-۴\sqrt{۳}) + ۱۶ - ۸\sqrt{۳} + ۷}$$

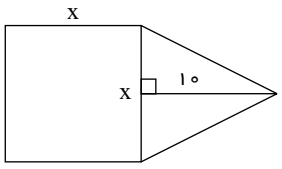
$$= \sqrt{-۲(۷-۴\sqrt{۳}) + ۲۳ - ۸\sqrt{۳}}$$

$$\Rightarrow f(۲-\sqrt{۳}) = \sqrt{-۱۴ + ۸\sqrt{۳} + ۲۳ - ۸\sqrt{۳}} = \sqrt{۲۳ - ۱۴} = \sqrt{۹} = ۳$$

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} f(x) = x^۲ - ۲x - ۲ \\ g(x) = \frac{|x|}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۲ = ۱ \\ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \\ x = -۱ \text{ (غ ق ق)} \end{cases} \quad (\text{چون } x > ۰ \text{ فرض شده}) \\ x < ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۲ = -۱ \\ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۲-\sqrt{۸}}{۲} \\ x = \frac{۲+\sqrt{۸}}{۲} \text{ (غ ق ق)} \end{cases} (\text{چون } x < ۰ \text{ فرض شده}) \end{cases}$$

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴ شکل زیر را در نظر بگیرید:



بنا به فرض سوال داریم:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{۲}{۳} \times \text{مساحت مربع} - \frac{۸}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{x \times ۱۰}{۲} = \frac{۲}{۳}x^۲ - \frac{۸}{۳} \xrightarrow{\times ۳} ۱۵x = ۲x^۲ - ۸ \Rightarrow ۲x^۲ - ۱۵x - ۸ = ۰$$

$$\Delta = ۲۲۵ - ۴ \times ۲ \times (-۸) = ۲۸۹ \Rightarrow \begin{cases} x = ۸ \\ x = \frac{-۱}{۲} \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

در نتیجه مساحت مثلث برابر است با:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{x \times ۱۰}{۲} = ۵x = ۵ \times ۸ = ۴۰$$

۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(-\frac{۱}{۲}) = ۲[-\frac{۱}{۲}] + [-(-\frac{۱}{۲})] = ۲(-۱) + ۰ = -۲$$

$$f(\frac{۳}{۲}) = ۲[\frac{۳}{۲}] + [-\frac{۳}{۲}] = ۲(۱) + (-۲) = ۰$$

درنتیجه داریم:

$$f(-\frac{۱}{۲}) + f(\frac{۳}{۲}) = -۲ + ۰ = -۲$$

۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴

فرض کنیم x شغل جدید ایجاد شود. بنابراین:

$$\frac{۱۴۳ - x}{۱۵۰۰ + ۱۴۳} \times ۱۰۰ = ۶$$
$$\Rightarrow \frac{۱۴۳ - x}{۱۵۰۰ + ۱۴۳} = \frac{۶}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow ۱۴۳۰۰ - ۱۰۰x = ۹۸۵۸$$
$$\Rightarrow ۴۴۴۲ = ۱۰۰x \Rightarrow x = ۴۴٫۴۲ \xrightarrow{\text{نرخ بیکاری کمتر از ۶ درصد}} x = ۴۵$$ حداقل شغل

۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم مجموع درصدهای فراوانی نسبی باید ۱۰۰ باشد، بنابراین داریم:

$$۱۲ + ۲۰ + ۲۵ + a + ۸ = ۱۰۰ \Rightarrow ۶۵ + a = ۱۰۰ \Rightarrow a = ۳۵$$

بزرگترین زاویهٔ مرکزی در نمودار دایره‌ای مربوط به دسته‌ای است که بیشترین درصد فراوانی نسبی را دارد، یعنی همان دسته a با درصد فراوانی نسبی ۳۵%.

حال مقدار زاویهٔ مرکزی آن دسته را به‌دست می‌آوریم.

می‌دانیم برای تبدیل درصد به زاویه کافی است؛ درصد فراوانی نسبی را در ۳۶۰ ضرب کنیم؛ داریم:

$$\frac{۳۵}{۱۰۰} \times ۳۶۰^\circ = ۱۲۶^\circ$$

۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$x^۴ + ۱۰x^۲ + ۹ = ۰ \Rightarrow (x^۲ + ۱)(x^۲ + ۹) = ۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x^۲ + ۱ = ۰ \\ x^۲ + ۹ = ۰ \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x^۲ = -۱ & \text{جواب ندارد} \\ x^۲ = -۹ & \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$x = \text{تعداد کالا} \ , \ ۲۴۰ \ (\text{ریال}) = \text{قیمت فروش}$$

$$R(x) = \text{درآمد} = \text{تعداد} \times \text{قیمت فروش} = (x)(۲۴۰) = ۲۴۰x$$

تابع سود برابر است با:

$$P(x) = R(x) - C(x) = ۲۴۰x - (x^۲ + ۶۰x + ۲۰۰) = -x^۲ + ۱۸۰x - ۲۰۰$$

برای محاسبهٔ ماکزیمم سود رأس سهمی را به‌دست می‌آوریم؛ داریم:

طول رأس سهمی: $x_S = -\frac{b}{۲a} = \frac{-۱۸۰}{-۲} = ۹۰$

سود ماکزیمم برابر است با:

$$P(۹۰) = -(۹۰)^۲ + ۱۸۰ \times ۹۰ - ۲۰۰ = -۸۱۰۰ + ۱۶۲۰۰ - ۲۰۰ = ۷۹۰۰$$

۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\underbrace{۵}_{\text{از ۶ رقم یکی در یکان است.}} \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times \underbrace{۲}_{\text{رقم فرد ۱ یا ۷}} = ۲۴۰$$

۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\overbrace{p}^{T} \wedge \overbrace{q}^{F} \equiv F$$

اگر r درست باشد، $p \Leftrightarrow r$ درست است. (گزارهٔ دو شرطی هنگامی دارای ارزش درست است که ارزش دو طرف مثل هم باشد.) پس $\underbrace{(r \Leftrightarrow p)}_{T} \Rightarrow \underbrace{(p \wedge q)}_{F}$ نادرست است.

اگر r نادرست باشد: $p \Leftrightarrow r$ نادرست است.

پس: $\underbrace{(r \Leftrightarrow p)}_{F} \Rightarrow \underbrace{(p \wedge q)}_{F}$ درست است.

پس ارزش گزارهٔ $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$ با نقیض r هم‌ارزش است.

۵۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

با توجه به اطلاعات داده شده دنبالهٔ حسابی زیر مدنظر است:

$$۵۱ \ , \ ۵۳ \ , \ ۵۵ \ , \ \cdots$$

$$a_۱ = ۵۱ \ , \ d_۱ = ۲ \ , \ n = ۳۰$$

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d) = \frac{۳۰}{۲}(۲ \times ۵۱ + (۳۰-۱) \times ۲)$$

$$S_{۳۰} = ۳۰ \times (۵۱ + ۲) = ۲۴۰۰$$

۵۷ ۱ **۲** ۳ ۴ برای حل این سؤال باید از پیشامد مکمل استفاده کنیم:

A: پیشامد آن که لااقل شمارهٔ یکی از دو کارت زوج باشد. (یکی از آن‌ها زوج باشد یا هر دو آن‌ها زوج باشد.)

A': پیشامد آن که هیچ‌کدام از شمارهٔ دو کارت زوج نباشد. (هر دو شماره فرد باشند.)

$A' =$ هر دو شماره فرد باشند. $=$ دومی فرد باشد و اولی فرد باشد.

در سری الف از ۵ کارت، ۳ کارت شمارهٔ فرد دارند.

در سری ب از ۴ کارت، ۲ کارت شمارهٔ فرد دارند.

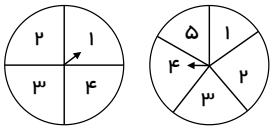
پس $n(A') = ۳ \times ۲ = ۶$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{۳ \times ۲}{۵ \times ۴} = \frac{۶}{۲۰} = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۳}{۱۰} = \frac{۷}{۱۰} = ۰/۷$$

۵۸ ۱ ۲ **۳** ۴ از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم:

پیشامد آنکه لااقل یکی از عقربه‌ها روی عدد فرد بایستد $= A$

پیشامد آن که هر دو عقربه روی ناحیهٔ عدد زوج بایستد $= A'$



A B

$$n(S) = ۴ \times ۵ = ۲۰$$

$$n(A') = ۲ \times ۲ = ۴$$

$$\Rightarrow p(A') = \frac{۴}{۲۰} = \frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۰}$$

$$P(A) = ۱ - P(A') \Rightarrow P(A) = ۱ - \frac{۲}{۱۰} = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸$$

۵۹ ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم با توجه به شکل باید مجموع کل زاویه‌ها برابر ۳۶۰° شود؛ داریم:

$$۳۶^\circ + ۷۲^\circ + ۱۰۸^\circ + \hat{A} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A} + ۲۱۶^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۱۴۴^\circ$$

از طرفی داریم:

$$\frac{\text{تعداد کارکنان } A}{\text{تعداد کل کارکنان}} = \frac{\text{زاویه}}{۳۶۰} \Rightarrow \frac{x}{۸۰} = \frac{۱۴۴}{۳۶۰} \Rightarrow \frac{۸۰ \times ۱۴۴}{۳۶۰} = ۳۲$$

۶۰ ۱ ۲ **۳** ۴

سود $=$ درآمد $-$ هزینه

$$\text{سود} = -\frac{۱}{۳}x^۲ + ۲۸x - ۱۶x - ۵۵ = -\frac{۱}{۳}x^۲ + ۱۲x - ۵۵ \Rightarrow x_{\max} = -\frac{b}{۲a} = -\frac{۱۲}{۲(-\frac{۱}{۳})} = \frac{۱۲ \times ۳}{۲} = ۱۸$$

$$x_{\max} = ۱۸ \xrightarrow{\text{جایگذاری در تابع سود}} \text{ماکزیمم مقدار سود} = -\frac{۱}{۳}(۱۸)^۲ + ۱۲(۱۸) - ۵۵ = ۵۳$$

۶۱ **۱** ۲ ۳ ۴

جملات دنباله را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم و به کمک جملهٔ عمومی $a_n = a_۱ r^{n-۱}$ مقدار نسبت مشترک را به‌دست می‌آورید.

$$\underset{a_۱}{\underset{\downarrow}{۴}}, -, -, -, -, \underset{a_۶}{\underset{\downarrow}{۹۷۲}}$$

$$a_n = a_۱ r^{n-۱} \Rightarrow a_۶ = a_۱ r^۵ \Rightarrow ۹۷۲ = ۴ \times r^۵ \Rightarrow r^۵ = ۲۴۳ = ۳^۵ \Rightarrow r = ۳$$

$$S_n = \frac{a_۱(۱-r^n)}{۱-r} \Rightarrow S_۶ = \frac{a_۱(۱-r^۶)}{۱-r} \xlongequal{a_۱=۴ \ , \ r=۳} \frac{۴(۱-۳^۶)}{۱-۳} = ۱۴۵۶$$

۶۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

با توجه به الگوی عددی داده شده داریم:

$$۱ \xrightarrow{+۱} ۲ \xrightarrow{+۲} ۴ \xrightarrow{+۳} ۷ \xrightarrow{+۴} ۱۱ \xrightarrow{+۵} ۱۶ \xrightarrow{+۶} ۲۲ \xrightarrow{+۷} ۲۹ \xrightarrow{+۸} ۳۷ \xrightarrow{+۹} \underbrace{۴۶}_{\text{جمله دهم}}$$

۶۳ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(x)=x^۲-۲x+۳ \Rightarrow \begin{cases} f(۱+\sqrt{۲})=(۱+\sqrt{۲})^۲-۲(۱+\sqrt{۲})+۳=۱+۲\sqrt{۲}+۲-۲-۲\sqrt{۲}+۳=۴ \\ f(۲)=۲^۲-۲(۲)+۳=۴-۴+۳=۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(۱+\sqrt{۲})-f(۲)=۴-۳=۱$$

۶۴ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(x)=x+\frac{۲}{x} \Rightarrow f(۱+\sqrt{۲})=۱+\sqrt{۲}+\frac{۲}{۱+\sqrt{۲}} \ , \ f(۱-\sqrt{۲})=۱-\sqrt{۲}+\frac{۲}{۱-\sqrt{۲}}$$

کسرهای $\frac{۲}{۱+\sqrt{۲}}$, $\frac{۲}{۱-\sqrt{۲}}$ را گویا می‌کنیم (صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.)

$$\frac{۲}{۱+\sqrt{۲}}\times\frac{۱-\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}}=\frac{۲(۱-\sqrt{۲})}{(۱)^۲-(\sqrt{۲})^۲}=\frac{۲-۲\sqrt{۲}}{۱-۲}=\frac{۲-۲\sqrt{۲}}{-۱}=-۲+۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow f(۱+\sqrt{۲})=۱+\sqrt{۲}-۲+۲\sqrt{۲}=۳\sqrt{۲}-۱$$

$$\frac{۲}{۱-\sqrt{۲}}\times\frac{۱+\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}}=\frac{۲(۱+\sqrt{۲})}{(۱)^۲-(\sqrt{۲})^۲}=\frac{۲+۲\sqrt{۲}}{۱-۲}=\frac{۲+۲\sqrt{۲}}{-۱}=-۲-۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow f(۱-\sqrt{۲})=۱-\sqrt{۲}-۲-۲\sqrt{۲}=-۳\sqrt{۲}-۱$$

پس: $f(۱+\sqrt{۲})+f(۱-\sqrt{۲})=۳\sqrt{۲}-۱-۳\sqrt{۲}-۱=-۲$

۶۵ ۱ **۲** ۳ ۴ کافی است در ضابطه‌ی f، به جای تمام xها، مقدار $(۱-\sqrt{۲})$ را جایگزین کنیم:

$$f(x)=(۲-x)\,|x|+x+\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow f(۱-\sqrt{۲})=(۲-(۱-\sqrt{۲}))\overbrace{|۱-\sqrt{۲}|}^{-}+(۱-\sqrt{۲})+\sqrt{۲}$$

$$=(۲-۱+\sqrt{۲})(-۱+\sqrt{۲})+۱-\sqrt{۲}+\sqrt{۲}=\underbrace{(\sqrt{۲}+۱)(\sqrt{۲}-۱)}_{\text{اتحاد مزدوج}}+۱=(۲-۱)+۱=۱+۱=۲$$

۶۶ ۱ **۲** ۳ ۴ برای حل سؤال کافیست به ازای مقادیر دامنه برد تابع را به دست آورد و میانگین مقادیر برد را محاسبه کنیم ولی نکتهٔ قابل توجه این است که اعداد دامنه به جز صفر و ۱۰۰ قرینه بوده و به صورت زیر قابل ساده شدن هستند.

$$f(-۹۹)=-\frac{۱}{۲}(-۹۹)+۴ \ ، f(۹۹)=-\frac{۱}{۲}(۹۹)+۴ \Rightarrow f(۹۹)+f(-۹۹)=\cancel{\frac{۹۹}{۲}}+۴-\cancel{\frac{۹۹}{۲}}+۴=۸$$

به همین ترتیب دو به دو حاصل جمع تمام $f(x)$هایی که xهای قرینه دارند برابر با ۸ می‌شود.

$$\left.\begin{array}{l} f(۹۹)+f(-۹۹)=۸ \\ f(۹۸)+f(-۹۸)=۸ \\ \vdots \\ f(۱)+f(-۱)=۸ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{مجموع کل برابر است با}} ۹۹\times ۸=۷۹۲$$

محاسبه دو مقدار $f(۰)$ و $f(۱۰۰)$ را نیز انجام می‌دهیم:

$$f(۰)=۰+۴=۴$$

$$f(۱۰۰)=-\frac{۱}{۲}(۱۰۰)+۴=-۴۶$$

$$\text{میانگین اعضای برد تابع}=\frac{\text{مجموع } f(x) \text{ هایی که } x \text{ های قرینه دارند.}+f(۰)+f(۱۰۰)}{۲۰۰}=\frac{۷۹۲+۴-۴۶}{۲۰۰}=۳/۷۵$$

۶۷ ۱ ۲ **۳** ۴

احتمال مطلوب : $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۵}{۲}\binom{۴}{۱}}{\binom{۹}{۳}}=\frac{۱۰\times ۴}{۸۴}=\frac{۴۰}{۸۴}=\frac{۱۰}{۲۱}$

۶۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

$\frac{۲x-۱}{x+۲}-\frac{x-۳}{x-۲}=\frac{۲}{۳}\xrightarrow{\times ۳(x-۲)(x+۲)}۳(۲x-۱)(x-۲)-۳(x-۳)(x+۲)=۲(x-۲)(x+۲)\to ۶x^۲-۱۵x+۶-۳x^۲+۳x+۱۸=۲x^۲-۸$

$\to x^۲-۱۲x+۳۲=۰$

جمع ریشه‌ها $=\frac{-b}{a}=۱۲$

تذکر: شرط $\Delta>۰$ برقرار است و ریشه‌ها هیچکدام ریشهٔ مخرج کسرها نیستند.

۶۹ **۱** ۲ ۳ ۴ برای درون‌یابی خطی در ساعت ۱۰٫۵ ابتدا با استفاده از نقاط $(۱۰,۱۵۰)$ و $(۱۱,۱۹۰)$ تابع خطی را می‌نویسیم.

$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۱۹۰-۱۵۰}{۱۱-۱۰}=۴۰$

$y-y_۱=m(x-x_۱)$

$y-۱۵۰=۴۰(x-۱۰)\xrightarrow{x=۱۰٫۵}y-۱۵۰=۴۰(۱۰٫۵-۱۰)\Rightarrow y-۱۵۰=۴۰(۰٫۵)\Rightarrow y=۱۵۰+۲۰=۱۷۰$

۷۰ **۱** ۲ ۳ ۴ یادآوری می‌کنیم $y=x$ که نیمساز ناحیهٔ اول و سوم همان تابع همانی است.

$m+n=۱\quad(۱)$

$n^۲+n=۲۰\Rightarrow n^۲+n-۲۰=۰\Rightarrow(n+۵)(n-۴)=۰\Rightarrow\begin{cases}n=-۵\\n=۴\end{cases}\quad(۲)$

$n^۲-۳n=۴\Rightarrow n^۲-۳n-۴=۰\Rightarrow\begin{cases}n=-۱\\n=۴\end{cases}\quad(۳)$

$\xrightarrow{\text{اشتراک }(۳),(۲)}n=۴$

$\xrightarrow{(۱)}m+۴=۱\Rightarrow m=-۳$

۷۱ ۱ **۲** ۳ ۴

$\cdots,۱۴۴,۱۴۷,۱۵۰$

دنبالهٔ موردنظر، یک دنبالهٔ حسابی با $d=۳$ است.

$a_n=a_۱+(n-۱)d\Rightarrow ۱۵۰=a_۱+۳۴\times ۳\Rightarrow a_۱=۱۵۰-۱۰۲=۴۸$

مجموع $S_n=\frac{n(a_۱+a_n)}{۲}=\frac{۳۵(۱۵۰+۴۸)}{۲}=۳۴۶۵$

۷۲ ۱ **۲** ۳ ۴

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم؛ داریم:

$$\overbrace{۷,۸,\overbrace{۹,۱۰}^{Q_۱=\frac{۹+۱۰}{۲}=۹٫۵},۱۰,\underbrace{۱۱,۱۲}_{Q_۲=\frac{۱۱+۱۲}{۲}=۱۱٫۵},۱۴,\overbrace{۱۵,۱۷}^{Q_۳=\frac{۱۵+۱۷}{۲}=۱۶},۱۸,۱۸}$$

چون تعداد داده‌ها زوج است میانه $(Q_۲)$ برابر میانگین دو دادهٔ وسط است.

$Q_۱=۹٫۵\quad,\quad Q_۲=۱۶$

داده‌های بین چارک اول و سوم عبارت است از:

$۱۰,۱۰,۱۱,۱۲,۱۴,۱۵$

میانگین $=\frac{۱۰+۱۰+۱۱+۱۲+۱۴+۱۵}{۶}=\frac{۷۲}{۶}=۱۲$

$$\sigma^2=\frac{4+4+1+0+4+9}{6}=\frac{22}{6}=\frac{11}{3}\Rightarrow\sigma=\sqrt{\frac{11}{3}}\simeq 1/9$$

۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴ مقدار $x=3$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{x-2}{ax-5}=\frac{a+2}{x-1}-1\xrightarrow{x=3}\frac{3-2}{3a-5}=\frac{a+2}{3-1}-1$$

$$\Rightarrow\frac{1}{3a-5}=\frac{a+2-2}{2}\Rightarrow\frac{1}{3a-5}=\frac{a}{2}\xrightarrow[\text{می‌کنیم}]{\text{طرفین وسطین}}3a^2-5a=2\Rightarrow 3a^2-5a-2=0\Rightarrow\Delta=25+24=49\Rightarrow\begin{cases}a_1=\frac{5+7}{6}=2\\ a_2=\frac{5-7}{6}=-\frac{1}{3}\end{cases}$$

۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$(x-(\frac{2+\sqrt{3}}{2}))(x-(\frac{2-\sqrt{3}}{2}))=0$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}}x^2-(\frac{2+\sqrt{3}}{2}+\frac{2-\sqrt{3}}{2})x+(\frac{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{4})=0\Rightarrow x^2-2x+\frac{1}{4}=0$$

۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\frac{1}{4}x^2+|x|\Rightarrow f(2-\sqrt{5})=\frac{1}{4}(2-\sqrt{5})^2+\overbrace{|2-\sqrt{5}|}^{\text{منفی}}$$

$$\Rightarrow f(2-\sqrt{5})=\frac{1}{4}(\underbrace{4+5}_{9}-4\sqrt{5})+(-2+\sqrt{5})=\frac{9}{4}-\cancel{\sqrt{5}}-2+\cancel{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow f(2-\sqrt{5})=\frac{9}{4}-2=\frac{9-8}{4}=\frac{1}{4}=0/25$$

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴ از ۶ کارمند ابتدا ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم $C(6,3)$ و سپس از ۳ نفر باقی‌مانده ۲ نفر را انتخاب می‌کنیم $C(3,2)$ و سپس ۱ نفر را از بین ۱ نفر باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم $C(1,1)$ و در نهایت طبق اصل ضرب تعداد راه‌های هر مرحله را در هم ضرب می‌کنیم:

$$C(6,3)=\frac{6!}{(6-3)!\,3!}=\frac{6!}{3!3!}=\frac{6\times5\times4\times3!}{3!\times3\times2\times1}=20$$
$$C(3,2)=\frac{3!}{(3-2)!\,2!}=\frac{3!}{1!\,2!}=\frac{3\times2!}{1\times2!}=3$$
$$C(1,1)=1$$

حاصل نهایی $=C(6,3)\times C(3,2)\times C(1,1)=20\times3\times1=60$

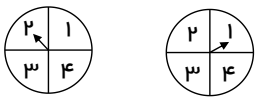
۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\sqrt{x^2-6x+10}\Rightarrow f(3+2\sqrt{6})=\sqrt{(3+2\sqrt{6})^2-6(3+2\sqrt{6})+10}$$
$$=\sqrt{9+12\sqrt{6}+24-18-12\sqrt{6}+10}=\sqrt{25}=5$$

۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴

فضای نمونه‌ای چرخش هر دو عقربه $16=4\times4$ حالت دارد.

در حالت‌های زیر هر دو عقربه روی شماره‌های یکسان قرار می‌گیرند:



در نتیجه:

$$A=\{(1,1)(2,2)(3,3)(4,4)\}\to n(A)=4$$
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با انجام این آزمایش در واقع، به کمک ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ اعداد سه رقمی (با تکرار ارقام) می‌سازیم، پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S):\boxed{5}\times\boxed{5}\times\boxed{5}=5^3$$

پیشامد مطلوب A پیشامدی است که لااقل دو رقم مساوی داشته باشد. برای محاسبه‌ی احتمال پیشامد A می‌توان از پیشامد مکمل استفاده کرد:

$$A'=\text{پیشامدی که ارقام تکراری نباشند}\Rightarrow n(A'):\boxed{5}\times\boxed{4}\times\boxed{3}=5\times4\times3$$

$$\Rightarrow P(A')=\frac{n(A')}{n(S)}=\frac{\cancel{5}\times4\times3}{\cancel{5}\times5\times5}=\frac{12}{25}\Rightarrow P(A)=1-P(A')=1-\frac{12}{25}=\frac{13}{25}\Rightarrow P(A)=0/52$$

۸۰ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به محدودهٔ x داریم:

$$-\frac{۲}{۳} < x < -\frac{۱}{۳} \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow y = [-۲x - x] + x = [-۳x] + x$$

$$-\frac{۲}{۳} < x < -\frac{۱}{۳} \Rightarrow ۲ > -۳x > ۱ \Rightarrow [-۳x] = ۱ \Rightarrow y = ۱ + x$$

۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴ با ساده کردن عبارت گویا به کمک اتحاد مزدوج خواهیم داشت:

$$\frac{(۲x + ۲ - x)(۲x - ۲ + x)}{x + ۲} - \frac{۷}{x} = ۲ \Rightarrow \frac{(\cancel{x + ۲})(۳x - ۲)}{\cancel{x + ۲}} - \frac{۷}{x} = ۲$$

$$\Rightarrow ۳x - ۲ - ۲ - \frac{۷}{x} = ۰ \Rightarrow ۳x - ۴ - \frac{۷}{x} = ۰ \xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم.}]{\text{طرفین را در } x} ۳x^۲ - ۴x - ۷ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۳ \\ b = -۴ \\ c = -۷ \end{cases} \Rightarrow a + c = b$$

پس یکی از ریشه‌ها $x_۱ = -۱$ و ریشهٔ دیگر $x_۲ = -\frac{c}{a} = \frac{۱۴}{۶}$ است.

۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y = \frac{|۲x|}{x} = \begin{cases} ۲ & , \quad x > ۰ \\ -۲ & , \quad x < ۰ \end{cases}$$

حال خط $y = ۲x - ۱$ را یک بار با خط $y = ۲$ و بار دیگر با خط $y = -۲$ قطع می‌دهیم؛ دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

۱) با شرط $x > ۰$ داریم:

$$\left.\begin{matrix} y = ۲x - ۱ \\ y = ۲ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۲ = ۲x - ۱ \Rightarrow ۲x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲} \text{ (ق)}$$

۲) با شرط $x < ۰$ داریم:

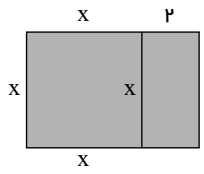
$$\left.\begin{matrix} y = ۲x - ۱ \\ y = -۲ \end{matrix}\right\} \Rightarrow -۲ = ۲x - ۱ \Rightarrow ۲x = -۱ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۲} \text{ (ق)}$$

حال میانگین xها را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{میانگین} : \bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲}{۲} = \frac{\frac{۳}{۲} + (-\frac{۱}{۲})}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

شکل را به‌صورت زیر در نظر بگیرید:



ضلع مربع: x

طول مستطیل: $x + ۲$، عرض مستطیل: x

بنابر سوال داریم:

$$\text{مساحت مربع} - \frac{۳}{۴}(\text{مساحت مستطیل}) = ۱۸ \Rightarrow x^۲ - \frac{۳}{۴}(x(x + ۲)) = ۱۸ \Rightarrow x^۲ - \frac{۳}{۴}x^۲ - \frac{۳}{۲}x = ۱۸ \xrightarrow{\times ۴} ۴x^۲ - ۳x^۲ - ۶x = ۷۲ \Rightarrow x^۲ - ۶x - ۷۲ = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{بنابر اتحاد جمله مشترک}} (x - ۱۲)(x + ۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۲ \\ x = -۶ \text{ (غ‌ق)} \end{cases}$$

با جایگذاری $x = ۱۲$ داریم:

$$\text{طول مستطیل} : x + ۲ \xrightarrow{x=۱۲} ۱۲ + ۲ = ۱۴$$

$$\text{عرض مستطیل} : x \xrightarrow{x=۱۲} ۱۲$$

بنابراین محیط مستطیل برابر است با:

$$\text{محیط} = ۲ \times (\text{طول} + \text{عرض}) = ۲(۱۴ + ۱۲) = ۵۲$$

۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به نمودار و تناسب زیر داریم:

۴۰ (درصد)	x (درجه)
۱۰۰ (درصد)	۳۶۰ (درجه)

$$\rightarrow x = \frac{۴۰ \times ۳۶۰}{۱۰۰} = ۱۴۴ \text{ (درجه)}$$

۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

$\times\frac{۱}{۲}$ $\times\frac{۱}{۲}$

$۲۲۴, ۱۱۲, ۵۶, ۲۸, ۱۴, ۷ \Rightarrow$ مجموع جملات $= ۲۲۴ + ۱۱۲ + ۵۶ + ۲۸ + ۱۴ + ۷ = ۴۴۱$

روش دوم:

$$a_۱ = ۲۲۴ \quad , \quad r = \frac{۱}{۲} \quad , \quad a_n = ۷$$

$$a_n = a_۱ \times r^{n-۱} \Rightarrow ۷ = ۲۲۴ \times (\frac{۱}{۲})^{n-۱} \Rightarrow \frac{۷}{۲۲۴} = (\frac{۱}{۲})^{n-۱} \Rightarrow \frac{۱}{۳۲} = (\frac{۱}{۲})^{n-۱}$$

$$\Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{۵} = (\frac{۱}{۲})^{n-۱} \Rightarrow n - ۱ = ۵ \Rightarrow n = ۶$$

$$S_n = \frac{a_۱(r^n - ۱)}{r - ۱} \Rightarrow S_۶ = \frac{a_۱(r^۶ - ۱)}{r - ۱}$$

$$\Rightarrow S_۶ = \frac{۲۲۴ \times ((\frac{۱}{۲})^۶ - ۱)}{\frac{۱}{۲} - ۱} = \frac{۲۲۴ \times (\frac{۱}{۶۴} - ۱)}{\frac{-۱}{۲}} = ۴۴۱$$

۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۲^{۰/۷۶} \times ۴^{۰/۱۲} \times ۸^{-\frac{۱}{۳}} = ۲^{۰/۷۶} \times ۲^{۲ \times ۰/۱۲} \times ۲^{۳ \times (-\frac{۱}{۳})} = ۲^{۰/۷۶} \times ۲^{۰/۲۴} \times ۲^{-۱} = ۲^{۱-۱} = ۲^۰ = ۱$$

۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴ حالت اول رقم یکان صفر باشد:

صفر			

$۵ \times ۴ \times ۳ \times ۱ = ۶۰$

حالت دوم رقم یکان ۵ باشد:

			۵

$۴ \times ۴ \times ۳ \times ۱ = ۴۸$

تعداد حالت‌ها $= ۴۸ + ۶۰ = ۱۰۸$: طبق اصل جمع

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

دنبالهٔ $۲۳, ۲۵, ۰۰۰, ۶۱$ یک دنبالهٔ حسابی است. بنابراین:

$$a_۱ = ۲۳ \ , \ d = ۲ \ , \ a_n = ۶۱$$

$$a_n = a + (n - ۱)d$$

$$\Rightarrow ۶۱ = ۲۳ + (n - ۱) \times ۲$$

$$\Rightarrow ۶۱ - ۲۳ = ۲(n - ۱)$$

$$\Rightarrow ۳۸ = ۲(n - ۱)$$

$$\Rightarrow n - ۱ = ۱۹ \Rightarrow n = ۲۰$$

$$S_n = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n) \Rightarrow S_{۲۰} = \frac{۲۰}{۲}(۲۳ + ۶۱) = ۱۰ \times ۸۴ = \boxed{۸۴۰}$$

۸۹ ۱ ۲ **۳** ۴

$$S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)\Rightarrow S_۷=\frac{۷}{۲}(۲a_۱+(۷-۱)d)=۱۸۲$$

$$\Rightarrow ۷a_۱+۲۱d=۱۸۲\xrightarrow{\div ۷}a_۱+۳d=۲۶\quad ,\quad a_۸=۵۴\Rightarrow a_۱+۷d=۵۴$$

$$\begin{cases}a_۱+۳d=۲۶\\ a_۱+۷d=۵۴\end{cases}\xrightarrow{\times(-۱)}\begin{cases}-a_۱-۳d=-۲۶\\ a_۱+۷d=۵۴\end{cases}\Rightarrow ۴d=۲۸\Rightarrow d=\frac{۲۸}{۴}=۷$$

$$a_۱+۳d=۲۶\xrightarrow{d=۷}a_۱+۳(۷)=۲۶\Rightarrow a_۱=۲۶-۲۱=۵$$

۹۰ ۱ ۲ **۳** ۴ چون هر جمله، $\frac{۲}{۳}$ جمله‌ی قبلی خود است یعنی نسبت مشترک برابر $\frac{۲}{۳}$ است.

$$S_n=\frac{a_۱(۱-r^n)}{۱-r}\to S_۵=\frac{a_۱(۱-(\frac{۲}{۳})^۵)}{۱-\frac{۲}{۳}}\to\frac{۲۱۱}{۲۷}=\frac{a_۱(۱-\frac{۳۲}{۲۴۳})}{\frac{۱}{۳}}$$

$$\to\frac{۲۱۱}{۲۷}=۳a_۱(\frac{۲۱۱}{۲۴۳})\to\frac{۱}{۲۷}=\frac{۳a_۱}{۲۴۳}\to\frac{۱}{۲۷}=\frac{a_۱}{۸۱}\to ۲۷a_۱=۸۱\to a_۱=\frac{۸۱}{۲۷}=۳$$

۹۱ **۱** ۲ ۳ ۴

$$a_۴=۸a_۱\xrightarrow{a_n=a_۱r^{n-۱}}a_۱r^۳=۸a_۱\Rightarrow r^۳=۸=۲^۳\Rightarrow r=۲$$

$$a_۶=۲۴\xrightarrow{a_n=a_۱r^{n-۱}}a_۱r^۵=۲۴\xrightarrow{r=۲}۳۲a_۱=۲۴\Rightarrow a_۱=\frac{۲۴}{۳۲}=\frac{۳}{۴}$$

$$S_n=\frac{a_۱(۱-r^n)}{۱-r}\to S_۶=\frac{a_۱(۱-r^۶)}{۱-r}=\frac{\frac{۳}{۴}(۱-۲^۶)}{۱-۲}=-\frac{۳}{۴}(۱-۶۴)=\frac{۳\times ۶۳}{۴}=\frac{۱۸۹}{۴}=۴۷/۲۵$$

۹۲ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x)=-\frac{۱}{۳}x^۲+|۲x|\Rightarrow f(۲\sqrt{۲}-۳)=-\frac{۱}{۳}(۲\sqrt{۲}-۳)^۲+\overbrace{|۲(۲\sqrt{۲}-۳)|}^{\text{منفی}}$$

$$\Rightarrow f(۲\sqrt{۲}-۳)=-\frac{۱}{۳}(۸+۹-۱۲\sqrt{۲})-۲(۲\sqrt{۲}-۳)=-\frac{۱}{۳}(۱۷-۱۲\sqrt{۲})-۴\sqrt{۲}+۶=-\frac{۱۷}{۳}+\cancel{۴\sqrt{۲}}-\cancel{۴\sqrt{۲}}+۶$$

$$\Rightarrow f(۲\sqrt{۲}-۳)=۶-\frac{۱۷}{۳}=\frac{۱۸-۱۷}{۳}=\frac{۱}{۳}$$

۹۳ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\frac{x^۲+۳}{x^۲-۱}$$

$$\Rightarrow f(۲x+۱)=\frac{(۲x+۱)^۲+۳}{(۲x+۱)^۲-۱}=\frac{۴x^۲+۴x+۱+۳}{۴x^۲+۴x+۱-۱}=\frac{۴x^۲+۴x+۴}{۴x^۲+۴x}=\frac{۴(x^۲+x+۱)}{۴(x^۲+x)}=\frac{x^۲+x+۱}{x^۲+x}$$

$$f(۰)=\frac{(۰)^۲+۳}{(۰)^۲-۱}=\frac{۳}{-۱}=-۳\Rightarrow\frac{۱}{۳}f(۰)=\frac{۱}{۳}(-۳)=-۱$$

$$\Rightarrow f(۲x+۱)+\frac{۱}{۳}f(۰)=\frac{x^۲+x+۱}{x^۲+x}-۱=\frac{x^۲+x+۱-x^۲-x}{x^۲+x}=\frac{۱}{x^۲+x}$$

۹۴ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه و تعداد حالت‌های پیشامد موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$n(S)=۷!$$

$$\frac{\overbrace{\boxed{۳}}^{\text{نفر اول}}\times\underbrace{۱+۴=۵}_{۵!}\times\overbrace{\boxed{۲}}^{\text{نفر آخر}}}{۷!}=\frac{۳\times ۵!\times ۲}{۷!}=\frac{۵!\times ۳\times ۲}{۷\times ۶\times ۵!}=\frac{۱}{۷}$$

۹۵ **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا تابع را ساده‌تر می‌کنیم تا ضریب x در داخل قدرمطلق برابر ۱ شود:

$$y=-\frac{۱}{۲}|۲(x+\frac{۱}{۲})|=-\frac{۱}{۲}\times ۲|x+\frac{۱}{۲}|=-|x+\frac{۱}{۲}|$$

پس تابع $|x|$ را به‌اندازهٔ $\frac{۱}{۲}$ به چپ انتقال می‌دهیم، چون پشت قدرمطلق علامت منفی داریم؛ سپس نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.

۹۶ ۱ ۲ **۳** ۴

$|\alpha+۲\beta|+|\alpha|-|\beta|$

چون $\alpha>۰$ است و $p=\frac{c}{a}=۳$ (حاصل‌ضرب ریشه‌ها) است، پس ریشهٔ دیگر $\beta<۰$ است و $|\beta|=-\beta$ و $|\alpha|=\alpha$

$\Rightarrow |\alpha+۲\beta|+\alpha-(-\beta)=|\alpha+\beta+\beta|+\alpha+\beta$

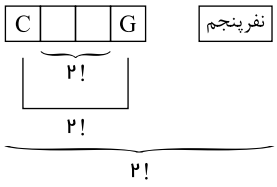
جمع ریشه: $\alpha+\beta=S=-\frac{b}{a}=-۷$

$\Rightarrow$ عبارت $=|-۷+\beta|-۷=۷-\beta-۷=-\beta$

۹۷ **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه را به دست می‌آوریم:

$n(S)=۵!=۵\times۴\times۳\times۲\times۱=۱۲۰$

حال تعداد اعضای پیشامد موردنظر (A) را حساب می‌کنیم:

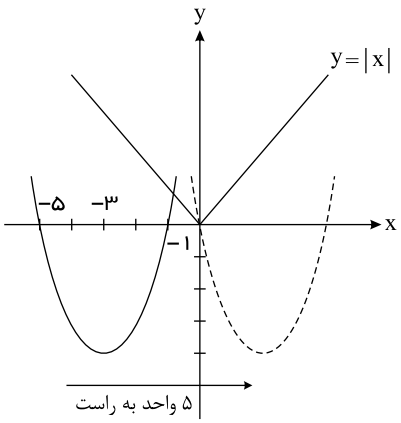


۲ نفر از بین ۳ نفر دیگر (به غیر از کاپیتان و دروازه‌بان) انتخاب می‌کنیم و بین کاپیتان و دروازه‌بان قرار می‌دهیم:

$\Rightarrow n(A)=\binom{۳}{۲}\times۲!\times۲!\times۲!=۲۴\Rightarrow P(A)=\frac{۲۴}{۱۲۰}=\frac{۱}{۵}$

۹۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

نمودار دو تابع را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم می‌کنیم:



x	-۴	-۳	-۲	-۱
$y=x^۲+۶x+۵$	-۳	-۴	-۳	۰

$x=-\frac{b}{۲a}=\frac{-۶}{۲}=-۳$

باید نمودار سهمی را حداقل ۵ واحد به سمت راست انتقال دهیم تا دو نمودار در دو نقطه با طول‌های نامنفی یکدیگر را قطع کنند.

۹۹ ۱ **۲** ۳ ۴ چون تابع f ثابت است، ضریب $x^۲$ را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$f(x)=a+۳(b^۲-۱)x^۲\Rightarrow ۳(b^۲-۱)=۰\Rightarrow b=\pm۱\quad(۱)$

چون تابع g ثابت است، ضریب $x^۲$ را برابر صفر قرار می‌دهیم.

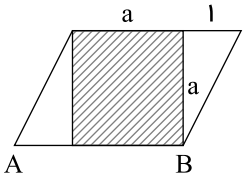
$g(x)=bx^۲-۲a+x^۲=(b+۱)x^۲-۲a\Rightarrow b=-۱\quad(۲)$

$\xrightarrow{(۱),(۲)} b=-۱$

$(f\times g)(x)=-۸\Rightarrow f(x)\times g(x)=-۸\Rightarrow a\times(-۲a)=-۸\Rightarrow ۲a^۲=۸\Rightarrow a^۲=۴\Rightarrow a=\pm۲\Rightarrow |ab|=|a|\times|b|=۲\times۱=۲$

۱۰۰ ۱ ۲ **۳** ۴

در شکل روبه‌رو اندازهٔ ضلع مربع هاشورخورده را برابر a فرض می‌کنیم. بنابراین ارتفاع وارد بر قاعدهٔ AB نیز برابر a است. با توجه به اطلاعات مسئله داریم:



$\text{مساحت مربع}=\frac{۳}{۴}\times\text{مساحت مثلث}+\frac{۲۷}{۳۲}$

$$a^{۲}=\frac{۳}{۴}\times(\frac{۱\times a}{۲})+\frac{۲۷}{۳۲}\Rightarrow a^{۲}=\frac{۳a}{۸}+\frac{۲۷}{۳۲}\Rightarrow ۳۲a^{۲}-۱۲a-۲۷=۰$$

$$\Delta=(-۱۲)^{۲}-۴(۳۲)(-۲۷)=۱۴۴+۳۴۵۶=۳۶۰۰$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{۳۶۰۰}=۶۰\Rightarrow\begin{cases}a_{۱}=\frac{۱۲+۶۰}{۶۴}=\frac{۷۲}{۶۴}=\frac{۹}{۸}\Rightarrow \text{قاعده}=\frac{۹}{۸}+۱=\frac{۱۷}{۸}\\ a_{۲}=\frac{۱۲-۶۰}{۶۴}=-\frac{۴۸}{۶۴}\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{۳,۸,۲۵,۳۶,۴۲}_{},\underbrace{۶۵,۸۵,۸۵,۲۴۰,۱۰۵۰}_{}$$

میانهٔ نیمهٔ اول برابر $Q_{۱}$ است. درنتیجه $Q_{۱}=۲۵$

میانهٔ نیمهٔ دوم برابر $Q_{۳}$ است. درنتیجه $Q_{۳}=۸۵$

$$\text{دامنهٔ میان چارکی}=IQR=Q_{۳}-Q_{۱}=۸۵-۲۵=۶۰$$

$$\text{دامنهٔ تغییرات}=R=max-min=۱۰۵۰-۳=۱۰۴۷\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده}=\frac{۱۰۴۷}{۶۰}=۱۷/۴۵$$

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به واسطهٔ هندسی بین سه جملهٔ متوالی دنبالهٔ هندسی داریم:

$$x^{۲}=(x-۱)(x+۲)\Rightarrow x^{۲}=x^{۲}+x-۲\Rightarrow x=۲$$

و با توجه به جملات اول، دوم و سوم و واسطهٔ هندسی داریم:

$$\Rightarrow \boxed{y}\ ,\ ۱\ ,\ \boxed{۲}\ ,\ ۴\ ,\ \boxed{z}\Rightarrow ۱^{۲}=۲\times y\Rightarrow ۱=۲y\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۱}{۲},۱,۲,۴,z$$

با توجه به جملات سوم، چهارم و پنجم و واسطه هندسی داریم:

$$۴^{۲}=۲\times z\Rightarrow ۱۶=۲z\Rightarrow z=\frac{۱۶}{۲}=۸$$

۱۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{۳^{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۲}{۳۲}+\frac{۲}{۶۴}}}{۳^{\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۸}}\times ۴^{\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۸}}}=۳^{A}\times(۲^{۲}\times ۳)^{B}=۳^{A+B}\times ۲^{۲B}\Rightarrow\frac{۳^{\frac{۱۶+۸+۴+۲}{۶۴}}}{۳^{\frac{۷}{۸}}\times ۴^{\frac{۷}{۸}}}=۳^{A+B}\times ۲^{۲B}\Rightarrow ۳^{\frac{۳۰}{۶۴}-\frac{۷}{۸}}\times ۴^{-\frac{۷}{۸}}=۳^{A+B}\times ۴^{B}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}A+B=\frac{۳۰}{۶۴}-\frac{۷}{۸}=-\frac{۲۶}{۶۴}=-\frac{۱۳}{۳۲}\\ B=-\frac{۷}{۸}\end{cases}\Rightarrow A=-\frac{۲۶}{۶۴}+\frac{۷}{۸}=\frac{-۲۶+۵۶}{۶۴}=\frac{۳۰}{۶۴}=\frac{۱۵}{۳۲}$$

البته دقت کنید که قبل از به‌دست آوردن مقدار A مقدار $A+B=-\frac{۱۳}{۳۲}$ را که مورد سؤال است، به‌دست آورده‌ایم.

۱۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y=a(\frac{۱}{۳})^{x}$$

نقطه‌ای به عرض ۴ روی محور yها نقطهٔ $(۰,۴)$ است. بنابراین:

$$\Rightarrow ۴=a(\frac{۱}{۳})^{۰}\Rightarrow ۴=a\times ۱\Rightarrow a=۴\Rightarrow y=۴\times(\frac{۱}{۳})^{x}\xrightarrow{x=-۲}y=۴\times(\frac{۱}{۳})^{-۲}=۴\times ۹=۳۶$$

۱۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا مقادیر برد تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$f(-۲/۵)=\frac{۲\times(-۲/۵)-۱}{[-۲/۵]-sign(-۲/۵)}=\frac{-۶}{-۳+۱}=۳$$

$$f(۲/۱)=\frac{۲\times(۲/۱)-۱}{[۲/۱]-sign(۲/۱)}=\frac{۳/۲}{۲-۱}=۳/۲$$

$$f(۰/۸)=\frac{۲\times(۰/۸)-۱}{[۰/۸]-sign(۰/۸)}=\frac{۱/۶-۱}{۰-۱}=-۰/۶$$

$$f(۴)=\frac{۲\times ۴-۱}{[۴]-sign(۴)}=\frac{۸-۱}{۴-۱}=\frac{۷}{۳}$$

بنابراین ماکزیمم عضو برد برابر ۳/۲ است.

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴ خط $y=g(x)$ از دو نقطهٔ $(۰,۱)$ و $(۱,۰)$ می‌گذرد، بنابراین معادلهٔ خط گذرنده از دو نقطهٔ $(۰,۱)$ و $(۱,۰)$ برابر است با:

$$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۱-۰}{۰-۱}=-۱ \xrightarrow{\text{معادلهٔ خط}} y-y_۰=m(x-x_۰) \xrightarrow{b\text{ نقطهٔ }(۱,۰)} y-۰=-۱(x-۱)$$

$$y=-x+۱ \Rightarrow g(x)=-x+۱ \Rightarrow g^۲(x)=(-x+۱)^۲=x^۲-۲x+۱$$

برای نوشتن معادلهٔ $f(x)$ در حالت کلی برای معادلهٔ سهمی داریم:

$$f(x)=ax^۲+bx+c$$

از آنجایی که عرض از مبدأ این تابع صفر است:

$$f(۰)=۰ \Rightarrow c=۰ \Rightarrow f(x)=ax^۲+bx$$

$(۱,۱)$ مختصات رأس سهمی است، بنابراین برای x و y رأس سهمی داریم:

$$f(x)=ax^۲+bx$$

طول رأس سهمی : $۱=\frac{-b}{۲a} \Rightarrow -b=۲a \Rightarrow b=-۲a$

عرض رأس سهمی : $f(۱)=۱ \Rightarrow a+b=۱ \xrightarrow[b=-۲a]{\text{جایگذاری}} a-۲a=۱ \Rightarrow a=-۱ \Rightarrow b=(-۲)\times(-۱)=۲$

بنابراین ضابطهٔ تابع $f(x)$ برابر است با:

$$f(x)=ax^۲+bx \ =-x^۲+۲x$$

برای به‌دست آوردن مجموع جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g^۲(x)$ تساوی زیر را داریم:

$$-x^۲+۲x=x^۲-۲x+۱ \Rightarrow x^۲-۲x+۱-۲x+x^۲=۰ \Rightarrow ۲x^۲-۴x+۱=۰$$

به کمک روش کلی (دلتا) داریم:

$$\begin{cases} a=۲ \\ b=-۴ \\ c=۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} x_۱&=\frac{-b+\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a}=\frac{۴+\sqrt{۱۶-۴(۲)(۱)}}{۴}=\frac{۴+\sqrt{۸}}{۴} \\ x_۲&=\frac{-b-\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a}=\frac{۴-\sqrt{۱۶-۴(۲)(۱)}}{۴}=\frac{۴-\sqrt{۸}}{۴} \end{aligned}$$

مجموع جواب‌های معادله برابر:

$$x_۱+x_۲=\frac{۴+\sqrt{۸}}{۴}+\frac{۴-\sqrt{۸}}{۴}=\frac{۴+\cancel{\sqrt{۸}}+۴-\cancel{\sqrt{۸}}}{۴}=\frac{۸}{۴}=۲$$

۱۰۷ ۱ ۲ **۳** ۴

با توجه به رابطهٔ بازگشتی دنباله داریم:

$$a_{n+۲}=a_{n+۱}+a_n-n \xrightarrow{n=۱} a_۳=a_۲+a_۱-۱ \xrightarrow{a_۲=۳\,,\,a_۱=۳} ۳+۳-۱=۵$$

$$a_{n+۲}=a_{n+۱}+a_n-n \xrightarrow{n=۲} a_۴=a_۳+a_۲-۲ \xrightarrow{a_۳=۵\,,\,a_۲=۳} ۵+۳-۲=۶$$

$$a_{n+۲}=a_{n+۱}+a_n-n \xrightarrow{n=۳} a_۵=a_۴+a_۳-۳ \xrightarrow{a_۴=۶\,,\,a_۳=۵} ۶+۵-۳=۸$$

$$a_{n+۲}=a_{n+۱}+a_n-n \xrightarrow{n=۴} a_۶=a_۵+a_۴-۴ \xrightarrow{a_۵=۸\,,\,a_۴=۶} ۸+۶-۴=۱۰$$

$$a_{n+۲}=a_{n+۱}+a_n-n \xrightarrow{n=۵} a_۷=a_۶+a_۵-۵ \xrightarrow{a_۶=۱۰\,,\,a_۵=۸} ۱۰+۸-۵=۱۳$$

$$a_{n+۲}=a_{n+۱}+a_n-n \xrightarrow{n=۶} a_۸=a_۷+a_۶-۶ \xrightarrow{a_۷=۱۳\,,\,a_۶=۱۰} ۱۳+۱۰-۶=۱۷$$

۱۰۸ ۱ ۲ **۳** ۴ بنابر اطلاعات سؤال داریم:

$$a_۳+a_۵+a_{۱۳}=۷۵$$

از طرفی می‌دانیم:

$$a_n=a_۱+(n-۱)d$$

درنتیجه:

$$(a_۱+۲d)+(a_۱+۴d)+(a_۱+۱۲d)=۷۵ \Rightarrow ۳a_۱+۱۸d=۷۵ \xrightarrow{\div ۳} a_۱+۶d=۲۵ \xrightarrow{a_۷=a_۱+۶d} a_۷=۲۵$$

۱۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق فرمول میانگین داریم:

$$\text{میانگین}=\frac{\text{مجموع کل داده‌ها}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}=\frac{۱۳۷}{۱۰}=۱۳٫۷$$

برای به دست آوردن میانه، ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم؛ از آنجایی که تعداد داده‌ها زوج است، میانه برابر میانگین دو دادهٔ وسط است:

$$۹, ۱۰, ۱۲٫۵, ۱۳, \underbrace{۱۳, ۱۴}_{\text{میانه}=\frac{۱۳+۱۴}{۲}=۱۳٫۵}, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۷٫۵$$

در نتیجه:

تفاضل میانه از میانگین $= ۱۳٫۷ - ۱۳٫۵ = ۰٫۲$

۱۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ برای حل این سؤال از جدول ارزش‌گذاری گزاره‌ها استفاده می‌کنیم؛ داریم:

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$(p \Rightarrow \sim q)$	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$	$\sim p$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	د	د	د

با مقایسهٔ دو ستون آخر متوجه می‌شویم که هم‌ارز با $\sim p$ است.

۱۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ اختلاف جملات متوالی همان d است.

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d)$$

$$S_۹ = ۹۰ \Rightarrow \frac{۹}{۲}(۲a_۱ + ۸d) = ۹۰ \Rightarrow ۹a_۱ + ۳۶d = ۹۰ (۱)$$

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d \Rightarrow a_۷ = ۱۳ = a_۱ + ۶d (۲)$$

درنتیجه بنابر (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} ۹a_۱ + ۳۶d = ۹۰ \\ a_۱ + ۶d = ۱۳ \end{cases} \xrightarrow{x(-۹)} \begin{cases} ۹a_۱ + ۳۶d = ۹۰ \\ -۹a_۱ - ۵۴d = -۱۱v \end{cases} \Rightarrow -۱۸d = -۲۷$$

$$\Rightarrow d = \frac{۲۷}{۱۸} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

۱۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ داده‌ها را مرتب می‌کنیم؛ داریم:

چون داده‌ها زوج است میانگین دو داده وسط برابر میانه است.

$$۹ - ۱۰ - \underbrace{۱۲٫۵}_{\text{چارک اول}} - ۱۳ - \underbrace{\underbrace{۱۳ - ۱۴}_{\frac{۱۳+۱۴}{۲}=۱۳٫۵}}_{\text{چارک سوم}} - ۱۵ - \underbrace{۱۶}_{\text{چارک سوم}} - ۱۷ - ۱۷٫۵$$

تفاضل ابتدا و انتهای جعبه $= ۱۶ - ۱۲٫۵ = ۳٫۵$

۱۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا یکی از ۳ نفر مجاز به رانندگی را انتخاب می‌کنیم، سپس از چهار نفر بعدی یکی و به همین ترتیب نفرات بعدی انتخاب می‌شوند.

۳	۴	۳	۲	۱
↓				
انتخاب راننده				

$\Rightarrow$ حالات مطلوب : $۳ \times ۴! = ۷۲$

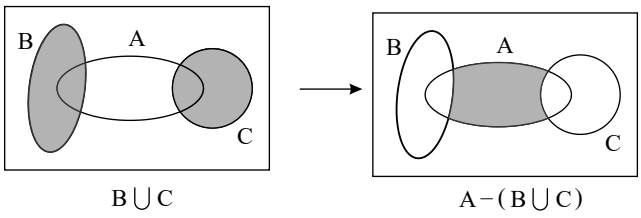
۱۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴ بهترین راه برای حل این سوال رسم است.

گزینه ۱

می‌دانیم: $B' \cap C' = (B \cup C)'$

$$A \cap (B \cup C)' \xrightarrow{\text{می‌دانیم: } F \cap D' = F - D} A - (B \cup C)$$

حال نمودار را رسم می‌کنیم:

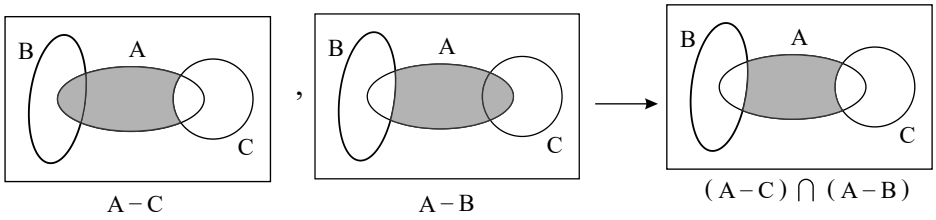


گزینه ۲

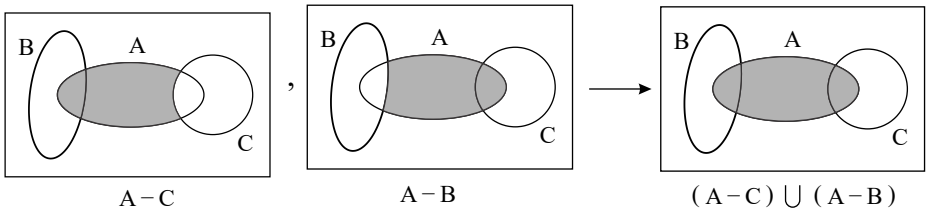
$$A \cap (B \cup C)' = A - (B \cup C)$$

که همان شکل گزینه ۱ درست است.

گزینه ۳



گزینه ۴



۱۱۵ ابتدا احتمال آنکه هر سه رقم متفاوت باشندرا حساب می‌کنیم سپس از ۱ کم می‌کنیم.

$n(S) = ۹ \times ۹ \times ۹ = ۹^۳$

A = لااقل دو رقم آن یکسان باشد ، A' = همهٔ ارقام متفاوت باشند

$\Rightarrow n(A') = ۹ \times ۸ \times ۷$

$$P(A') = \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۹^۳} = \frac{۵۶}{۸۱}$$

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۵۶}{۸۱} = \frac{۲۵}{۸۱}$$

۱۱۶

تعداد کل سیب‌ها $۸ + ۴ = ۱۲$

$$n(S) = \binom{۱۲}{۳} = \frac{۱۲!}{۹! \times ۳!} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰}{۳ \times ۲} = ۲۲۰$$

$$n(A) = \binom{۸}{۲} \times \binom{۴}{۱} = \frac{۸ \times ۷}{۲} \times ۴ = ۱۱۲$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۱۲}{۲۲۰} = \frac{۲۸}{۵۵}$$

۱۱۷

ابتدا شاخص بهای سه کالا را با هم حساب می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای سبد کالا} = \frac{۶۰ \times ۳۰۰۰ + ۱۰۰ \times ۱۰۰۰۰ + ۸۰ \times ۵۰۰۰}{۶۰ \times ۲۰۰۰ + ۱۰۰ \times ۷۵۰۰ + ۸۰ \times ۳۵۰۰} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۱۸۰,۰۰۰ + ۱,۰۰۰,۰۰۰ + ۴۰۰,۰۰۰}{۱۲۰,۰۰۰ + ۷۵۰,۰۰۰ + ۲۸۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ \simeq ۱۳۷٫۴$$

$$\text{تورم} = ۱۳۷٫۴ - ۱۰۰ = ۳۷٫۴ \text{ درصد}$$

۱۱۸

$$۲^{-\frac{۱}{۳}} \times (\sqrt[۳]{۱۶}) \left(\frac{۱}{۴}\right)^{-۰٫۵} = ۲^{-\frac{۱}{۳}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} \times ۲^{۱} = ۲^{۲} = ۴$$

$\sqrt[۳]{۱۶} = \sqrt[۳]{۲^۴}$

$\left(\frac{۱}{۴}\right)^{-۰٫۵} = \left(\frac{۱}{۲^۲}\right)^{-۰٫۵} = (۲^{-۲})^{-۰٫۵}$

۱۱۹ در پرتاب ۲ تاس $n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$ (فضای نمونه‌ای ۳۶ عضو دارد.)

A' : جمع اعداد روي دو تاس بيشتر يا مساوي ۱۰ : $\{(۶,۶),(۶,۵),(۵,۶),(۵,۵),(۴,۶),(۶,۴)\} \to n(A')=۶$

درنتیجه داریم:

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۶}{۳۶}=۱-\frac{۱}{۶}=\frac{۵}{۶}$$

۱۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد کل مهره‌ها $=۴+۳=۷ \Rightarrow n(s)=\binom{۷}{۲}$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{\binom{۴}{۲}+\binom{۳}{۲}}{\binom{۷}{۲}}=\frac{\frac{۴!}{۲!\times ۲!}+۳}{\frac{۷!}{۲!\times ۵!}}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۶+۳}{۲۱}=\frac{۳}{۷}$$

۱۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا اعداد طبیعی دو رقمی بخش‌پذیر بر ۳ را می‌نویسیم: $۱۲,۱۵,۱۸,\cdots,۹۹$ این اعداد تشکیل دنبالهٔ حسابی با فرض $a_۱=۱۲$، اختلاف مشترک ۳ دارند. بنابراین:

$$a_n=a_۱+(n-۱)d \Rightarrow ۹۹=۱۲+(n-۱)(۳) \Rightarrow ۹۹=۱۲+۳n-۳ \Rightarrow ۹۰=۳n \Rightarrow n=۳۰$$

بنابراین تعداد جملات ۳۰ تا است و با داشتن جملهٔ اول و جملهٔ آخر مجموع جملات دنباله را به‌دست می‌آوریم.

$$S_n=\frac{n}{۲}(a_۱+a_n) \Rightarrow S_{۳۰}=\frac{۳۰}{۲}(۱۲+۹۹)=۱۵\times ۱۱۱=۱۶۶۵$$

۱۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=|۲x-۵|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(۲+\sqrt{۲})=|۲(۲+\sqrt{۲})-۵|=|۴+۲\sqrt{۲}-۵|=\overbrace{|۲\sqrt{۲}-۱|}^{+}=۲\sqrt{۲}-۱ \\ f(۱+\sqrt{۲})=|۲(۱+\sqrt{۲})-۵|=|۲+۲\sqrt{۲}-۵|=\overbrace{|۲\sqrt{۲}-۳|}^{-}=-۲\sqrt{۲}+۳ \end{cases}$$

توجه کنید که $۲\sqrt{۲} \simeq ۲(۱,۴)=۲,۸$ است و با توجه به آن، علامت عبارات داخل قدر مطلق‌ها را می‌توان تعیین کرد و در نهایت داریم:

$$f(۲+\sqrt{۲})+f(۱+\sqrt{۲})=\cancel{۲\sqrt{۲}}-۱-\cancel{۲\sqrt{۲}}+۳=۲$$

۱۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا عدد مرکب را تبدیل به کسر می‌کنیم ($۶۳\frac{۳}{۴}=\frac{۲۵۵}{۴}$) سپس از فرمول مجموع جملات استفاده می‌کنیم.

$$S_n=\frac{a_۱(۱-r^n)}{۱-r} \to \frac{۲۵۵}{۴}=\frac{a_۱(۱-(\frac{۱}{۲})^۸)}{۱-\frac{۱}{۲}} \to \frac{۲۵۵}{۴}=\frac{a_۱(۱-\frac{۱}{۲۵۶})}{\frac{۱}{۲}}$$

$$\to \frac{\cancel{۲۵۵}}{۴}=\cancel{۲}a_۱(\frac{\cancel{۲۵۵}}{\cancel{۲۵۶}}) \to \frac{۱}{۴}=\frac{a_۱}{۱۲۸} \to ۴a_۱=۱۲۸ \to a_۱=\frac{۱۲۸}{۴}=۳۲$$

$$a_۵=a_۱\times r^۴ \Rightarrow a_۵=۳۲\times(\frac{۱}{۲})^۴=۳۲\times\frac{۱}{۱۶}=۲$$

۱۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$b=(\frac{۱}{۲})^T \Rightarrow \frac{۳۵}{۱۰۰}=(\frac{۱}{۲})^T \Rightarrow \frac{۷}{۲۰}=(\frac{۱}{۲})^T \xrightarrow{\frac{۲۰}{۷}=۲\sqrt{۲} \to \frac{۷}{۲۰}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}} \frac{۱}{۲\sqrt{۲}}=(\frac{۱}{۲})^T \xrightarrow{\text{گویا می‌کنیم}} \frac{۱}{۲\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=(\frac{۱}{۲})^T$$

$$\to \frac{\sqrt{۲}}{۴}=(\frac{۱}{۲})^T \to \frac{۲^{\frac{۱}{۲}}}{۲^۲}=(۲^-)^T \to ۲^{\frac{۱}{۲}-۲}=۲^{-T}$$

$$\to -\frac{۳}{۲}=-T \to T=\frac{۳}{۲}$$

$$\text{عمر (قدمت)} = \text{دوره} \times \text{نیمه عمر} = ۵۷۰۰ \times \frac{۳}{۲} = ۸۵۵۰$$

۱۲۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$f(x) = x^۲ - ۳x + ۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x+۲) = (x+۲)^۲ - ۳(x+۲) + ۲ = x^۲ + ۴x + ۴ - ۳x - ۶ + ۲ = x^۲ + x \\ f(x-۲) = (x-۲)^۲ - ۳(x-۲) + ۲ = x^۲ - ۴x + ۴ - ۳x + ۶ + ۲ = x^۲ - ۷x + ۱۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x+۲) - f(x-۲) = x^۲ + x - (x^۲ - ۷x + ۱۲) = x^۲ + x - x^۲ + ۷x - ۱۲ = ۸x - ۱۲ = ۴(۲x - ۳)$$

۱۲۶ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(x) = \frac{-۲x^۲ + ۵x}{x - ۲} \Rightarrow f(۱ - \sqrt{۲}) = \frac{-۲(۱ - \sqrt{۲})^۲ + ۵(۱ - \sqrt{۲})}{(۱ - \sqrt{۲}) - ۲}$$

$$= \frac{-۲(۱ + ۲ - ۲\sqrt{۲}) + ۵ - ۵\sqrt{۲}}{-۱ - \sqrt{۲}} = \frac{-۲(۳ - ۲\sqrt{۲}) + ۵ - ۵\sqrt{۲}}{-۱ - \sqrt{۲}}$$

$$\Rightarrow f(۱ - \sqrt{۲}) = \frac{-۶ + ۴\sqrt{۲} + ۵ - ۵\sqrt{۲}}{-۱ - \sqrt{۲}} = \frac{-۱ - \sqrt{۲}}{-۱ - \sqrt{۲}} = ۱$$

۱۲۷ ۱ **۲** ۳ ۴ اگر پس‌انداز این شخص در هر یک از ماه‌های اول، دوم، ... و nام را با $a_۱$، $a_۲$، ... و a_n نمایش دهیم، باتوجه به فرض مسئله داریم:

$$a_۱ = A$$

$$a_۲ = A + \frac{۱}{۲۰}A$$

$$a_۳ = A + \frac{۱}{۲۰}A + \frac{۱}{۲۰}A = A + ۲ \times \frac{۱}{۲۰}A$$

$$\vdots$$

$$a_n = A + \underbrace{\frac{۱}{۲۰}A + \cdots + \frac{۱}{۲۰}A}_{\text{تا } (n-۱)} = A + (n-۱) \times \frac{۱}{۲۰}A$$

بنابراین دنبالهٔ $a_۱, a_۲, \cdots$ یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $a_۱ = A$ و قدر نسبت $d = \frac{۱}{۲۰}A$ است.

حال به دنبال زمانی هستیم که در آن ماه پس‌انداز برابر با $۲A$ گردد، پس داریم:

$$a_n = ۲A \Rightarrow a_۱ + (n-۱)d = ۲A \Rightarrow A + (n-۱)\frac{A}{۲۰} = ۲A$$

$$\Rightarrow \frac{(n-۱)}{۲۰}A = A \Rightarrow \frac{n-۱}{۲۰} = ۱ \Rightarrow n - ۱ = ۲۰ \Rightarrow n = ۲۱$$

پس در ماه ۲۱اُم پس‌انداز این شخص $۲A$ تومان می‌گردد و در این زمان، مجموع همهٔ پس‌اندازهای وی، یعنی $(a_۱ + \cdots + a_{۲۱})$ برابر با ۶۳۰۰۰ تومان است. پس باتوجه به فرمول مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی داریم:

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d) \xrightarrow{S_{۲۱}=۶۳۰۰۰} ۶۳۰۰۰ = \frac{۲۱}{۲}(۲A + ۲۰(\frac{۱}{-۲۰}A))$$

$$\Rightarrow ۱۲۶۰۰۰ = ۲۱(\underbrace{۲A + A}_{۳A}) \Rightarrow ۱۲۶۰۰۰ = ۶۳A \Rightarrow A = \frac{۱۲۶۰۰۰}{۶۳} = ۲۰۰۰$$

۱۲۸ ۱ **۲** ۳ ۴

فضای نمونه‌ای شامل ۲۰ عدد از ۱ تا ۲۰ می‌باشد:

$$n(S) = ۲۰$$

حالات مطلوب شامل، اعداد زوجی است که بر ۳ بخش‌پذیر نیستند که عبارتند از:

$$A = \{۲, ۴, ۸, ۱۰, ۱۴, ۱۶, ۲۰\} \Rightarrow n(A) = ۷$$

بنابراین احتمال وقوع این پیشامد برابر است با:

$$P(A) = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۷}{۲۰} = ۰/۳۵$$

۱۲۹ **۱** ۲ ۳ ۴ با توجه به اینکه در کلمه $SAZESH$ حرف S، ۲ بار تکرار شده است، سؤال را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم:

۱) S بدون تکرار حرف $\rightarrow SAZESH$ انتخاب ۳ حرف از ۵ حرف $\rightarrow \binom{۵}{۳} \times \overset{\text{جایگشت سه حرف در کنار هم}}{\overset{\uparrow}{۳!}} = ۱۰ \times ۶ = ۶۰$

۲) S با تکرار حرف $\rightarrow$ ۲ حرف S را انتخاب و یک حرف از حروف $AZEH$ انتخاب می‌کنیم $\rightarrow \binom{۴}{۱} \times \frac{\overset{\text{جایگشت سه حرفی که دو حرف تکراری } S \text{ دارد}}{\overset{\uparrow}{۳!}}}{۲} = ۴ \times ۳ = ۱۲$

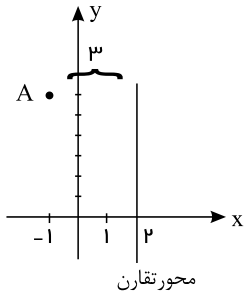
چون جابه‌جایی ۲ حرف S بی‌تأثیر است. حاصل را بر ۲ تقسیم کرده است.

مجموع دو حالت $= ۶۰ + ۱۲ = ۷۲$

۱۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم در سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ محور تقارن $x = \frac{-b}{۲a}$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$y = \frac{۱}{۲}x^۲ - ۲x - ۱۶ \Rightarrow \text{محور تقارن } x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۲)}{۲(\frac{۱}{۲})} = \frac{۲}{۱} \rightarrow x = ۲$$ محور تقارن

فاصلهٔ نقطهٔ $A\ (-۱\ ,\ ۶)$ تا خط $x = ۲$ با توجه به شکل برابر ۳ است.



۱۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا شیب خط گذرا از دو نقطهٔ $(۵\ ,\ ۰)$ و $(۱\ ,\ ۲)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۱ - ۵}{۲ - ۰} = \frac{-۴}{۲} = -۲$$

چون خط d موازی با این خط است، بنابراین شیب خط d نیز $m = -۲$ است.

حال با داشتن شیب $(m = -۲)$ و یک نقطهٔ $A\ (۲\ ,\ -۳)$ از خط d، معادلهٔ این خط را می‌نویسیم:

$$y - y_۱ = m(x - x_۱) \Rightarrow y - (-۳) = -۲(x - ۲) \Rightarrow y + ۳ = -۲x + ۴ \Rightarrow \boxed{y = -۲x + ۱}$$

می‌دانیم در برخورد خط با محور yها، $x = ۰$ است:

$$y = -۲x + ۱ \xrightarrow{x=۰} \boxed{y = ۱}$$

۱۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴

برای ساده کردن عبارت فوق داریم:

$$(۰/۷۵)^۵(۳۲)^۳(۱۲)^{-۲} =$$

$$\begin{cases} (\frac{۷۵}{۱۰۰})^۵ = (\frac{۳}{۴})^۵ = (\frac{۳}{۲^۲})^۵ = \frac{۳^۵}{۲^{۱۰}} \\ (۳۲)^۳ = (۲^۵)^۳ = ۲^{۱۵} \\ ۱۲^{-۲} = (۳ \times ۲^۲)^{-۲} = ۳^{-۲} \times ۲^{-۴} = \frac{۱}{۳^۲ \times ۲^۴} \end{cases}$$

عبارت را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$= \frac{۳^۵}{۲^{۱۰}} \times \frac{۲^{۱۵}}{۱} \times \frac{۱}{۳^۲ \times ۲^۴} = ۳^۳ \times ۲ = ۲۷ \times ۲ = ۵۴$$

۱۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴

جملات دنبالهٔ مثلثی به صورت زیر است

الگوی دنبالهٔ مثلثی : ● , ∴ , ∴ , ∴ , ...

جملات دنبالهٔ مثلثی : ۱،۳،۶،۱۰،... $\xrightarrow{\text{دنبالهٔ مجموع دو جملهٔ متوالی مثلثی}}$ ۱ + ۳ = ۴،۳ + ۶ = ۹،۶ + ۱۰ = ۱۶،... $\Rightarrow$ ۴،۹،۱۶ ,... دنباله مربعی

دنبالهٔ به دست آمده دنبالهٔ مربعی با شروع از $(n = ۲)$ است.

$(n^a = n^{۲})$

۱۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا محل تلاقی دو خط را بدست می‌آوریم:

$$۲\times\begin{cases}۲x+y=۵\\-x+۳y=-۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\cancel{۲x}+y=۵\\\cancel{-۲x}+۶y=-۱۲\end{cases}$$

$$۷y=-۷\Rightarrow y=\frac{-۷}{۷}=\boxed{-۱}$$

$$-x+۳\overset{-۱}{\cancel{y}}=-۶\Rightarrow -x-۳=-۶\Rightarrow -x=-۶+۳$$
$$\Rightarrow -x=-۳\Rightarrow x=۳$$

محل تلاقی $B(۳,-۱)$ $A(-۲,۴)$ $\Rightarrow \underset{\text{شیب}}{m}=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۴-(-۱)}{-۲-۳}$ $\quad m=\frac{۵}{-۵}=\boxed{-۱}$

۱۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\sqrt{|۲x-۵|}$$
$$f(-۲)=\sqrt{|۲(-۲)-۵|}=\sqrt{|-۹|}=\sqrt{۹}=۳$$
$$f(\tfrac{۱}{۲})=\sqrt{|\cancel{۲}(\tfrac{۱}{\cancel{۲}})-۵|}=\sqrt{|-۴|}=\sqrt{۴}=۲$$
$$\Rightarrow f(-۲)+۲f(\tfrac{۱}{۲})=۳+۲\times ۲=۳+۴=۷$$

۱۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$(۰/۲۵)^۴(\frac{۳}{۴})^{-۳}\times ۶^۴=(\frac{\overset{۱}{\cancel{۲۵}}}{\underset{۴}{\cancel{۱۰۰}}})^۴\times(\frac{۴}{۳})^۳\times(۲\times ۳)^۴$$
$$(\frac{۱}{۲^۲})^۴\times\frac{(۲^۲)^۳}{۳^۳}\times ۲^۴\times ۳^۴=\frac{۱}{۲^۸}\times\frac{۲^۶}{۳^۳}\times ۲^۴\times ۳^۴$$
$$=\frac{\overset{۲^۲}{\cancel{۲^۸}}\times\overset{۳}{\cancel{۳^۴}}}{\cancel{۲^۸}\times\cancel{۳^۳}}=\frac{۲^۲\times ۳}{۱}=۴\times ۳=۱۲$$

۱۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴ از تساوی داده‌شده نتیجه می‌گیریم:

$$f(۰)=\frac{۱}{۲}f(\frac{۱}{۲})=۲\Rightarrow\begin{cases}f(۰)=۲\Rightarrow ۵-۳^b=۲\\f(\frac{۱}{۲})=۴\Rightarrow ۵-۳^{\frac{a}{۲}+b}=۴\end{cases}$$
$$\Rightarrow ۵-۳^b=۲\Rightarrow ۳^b=۳\Rightarrow b=۱$$
$$\Rightarrow ۵-۳^{\frac{a}{۲}+۱}=۴\Rightarrow ۳^{\frac{a}{۲}+۱}=۱\Rightarrow\frac{a}{۲}+۱=۰$$
$$\Rightarrow\frac{a}{۲}=-۱\Rightarrow a=-۲$$
$$\Rightarrow f(x)=۵-۳^{-۲x+۱}$$
$$f(-\frac{۱}{۴})=۵-۳^{-۲\times(-\frac{۱}{۴})+۱}=۵-۳^{\frac{۳}{۲}}=۵-\sqrt{۳^۳}$$
$$\Rightarrow f(-\frac{۱}{۴})=۵-\sqrt{۲۷}$$
$$-۱<۵-\sqrt{۲۷}<۰\Rightarrow[۵-\sqrt{۲۷}]=-۱$$

۱۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ریشهٔ دوم جملات دوم، نهم و شانزدهم حسابی را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:
(فرض می‌کنیم ریشه‌های مثبت خواسته شده است.)

$$\sqrt{a_۲},\ \sqrt{a_۹},\ \sqrt{a_{۱۶}}$$
$$(\sqrt{a_۹})^۲=\sqrt{a_۲\times a_{۱۶}}\Rightarrow a_۹=\sqrt{a_۲\times a_{۱۶}}$$
$$a_۱+۸d=\sqrt{(a+d)(a_۱+۱۵d)}\Rightarrow(a_۱+۸d)^۲=a^۲+۱۵ad+ad+۱۵d$$
$$a^۲+۱۶ad+۶۴d^۲-a^۲-۱۶ad-۱۵d^۲=۰\Rightarrow ۴۹d^۲=۰\Rightarrow d=۰$$

وقتی d در حسابی صفر است، پس دنباله ثابت و نسبت مشترک دنبالهٔ هندسی برابر ۱ است.

۱۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به آنکه، $\frac{۱۷}{۱۲} \simeq ۱/۴$ و $\sqrt{۲} = ۱/۴$ است، پس با فرض: $a_۱ = k = ۲$ داریم:

$$a_n + ۱ = \frac{۱}{۲}(a_n + \frac{a_۱}{a_n})$$
$$\xrightarrow{n=۱} a_۲ = \frac{۱}{۲}(a_۱ + \frac{a_۱}{a_۱}) = \frac{۱}{۲}(۲ + ۱) = \frac{۱}{۲}(۳) = \frac{۳}{۲}$$
$$\xrightarrow{n=۲} a_۳ = \frac{۱}{۲}(a_۲ + \frac{a_۱}{a_۲}) = \frac{۱}{۲}(\frac{۳}{۲} + \frac{۲}{\frac{۳}{۲}}) = \frac{۱}{۲}(\frac{۳}{۲} + \frac{۴}{۳}) = \frac{۱}{۲}(\frac{۱۷}{۶}) = \frac{۱۷}{۱۲}$$

۱۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ اتاق‌های راهرو را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

A: ۱ ۲ ۳

یا

B: ۴ ۵

الف) حسن و علی در سمت A باشند:

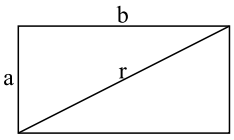
$$۲! \times ۲! \times ۳! \neq ۲ \times ۲ \times ۶ = ۲۴$$

ب) حسن و علی در سمت B باشند:

$$۲! \times ۳! = ۲ \times ۶ = ۱۲$$

پس کل حالات برابر $۳۶ = ۱۲ + ۲۴$ است.

۱۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴ به‌کمک رابطهٔ فیثاغورس داریم:



$$r = \sqrt{a^۲ + b^۲}$$
$$r' = \sqrt{(\frac{۱۶}{۹}a)^۲ + b^۲}$$
$$\Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{\sqrt{(\frac{۱۶}{۹}a)^۲ + b^۲}}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{(\frac{۱۶}{۹}a)^۲ + b^۲}{a^۲ + b^۲} = \frac{۱۶}{۹} \Rightarrow \frac{۲۵۶}{۸۱}a^۲ + b^۲ = \frac{۱۶}{۹}a^۲ + \frac{۱۶}{۹}b^۲ \Rightarrow (\frac{۲۵۶}{۸۱} - \frac{۱۶}{۹})a^۲ = (\frac{۱۶}{۹} - ۱)b^۲ \Rightarrow \frac{a^۲}{b^۲} = \frac{\frac{۱۶}{۹} - ۱}{\frac{۲۵۶}{۸۱} - \frac{۱۶}{۹}}$$

$$\Rightarrow \frac{a^۲}{b^۲} = \frac{\frac{۱۶ - ۹}{۹}}{\frac{۲۵۶ - ۱۴۴}{۸۱}} = \frac{\frac{۷}{۹}}{\frac{۱۱۲}{۸۱}} = \frac{۷ \times ۸۱}{۱۱۲ \times ۹} = \frac{۹}{۱۶}$$
$$\xrightarrow{a,b>۰} \frac{a}{b} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow b = \frac{۴}{۳}a$$

۱۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا تابع هزینه را که خطی است، با توجه به دو نقطهٔ داده شده می‌نویسیم:

$$\begin{matrix} A(۲۰, ۸۵۰) \\ B(۲۵, ۱۰۰۰) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{۱۰۰۰ - ۸۵۰}{۲۵ - ۲۰} = \frac{۱۵۰}{۵} = ۳۰$$
$$y = ax + b \Rightarrow y = mx + n \xrightarrow[x=۲۵, y=۱۰۰۰]{m=۳۰} ۱۰۰۰ = ۳۰ \times ۲۵ + n \Rightarrow n = ۲۵$$
$$y = ۳۰x + ۲۵۰ \Rightarrow c(x) = ۳۰x + ۲۵۰ \ , \ R(x) = ۵۵x$$
$$p(x) = ۵۵x - ۳۰x - ۲۵۰ \Rightarrow p(x) = ۲۵x - ۲۵۰ \xrightarrow{p(x)=۰} ۲۵x - ۲۵۰ = ۰ \Rightarrow ۲۵x = ۲۵۰ \Rightarrow x = ۱۰$$

پس با فروش ۱۱امین کالا سوددهی آغاز می‌شود.

۱۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا با توجه به اطلاعات همهٔ پارامترها را برحسب a به دست می‌آوریم:

$$a = -۱/۵c \Rightarrow a = -\frac{۳}{۲}c \Rightarrow c = -\frac{۲}{۳}a$$
$$\xrightarrow{x=-۲} ۰ = -۲a + b \Rightarrow b = ۲a$$
$$\xrightarrow[y=۰]{x=-۲} ۰ = -۲c + d \Rightarrow d = ۲c \Rightarrow d = -\frac{۴}{۳}a$$
$$\Rightarrow f(x) = (-\frac{۱}{۳}ax - \frac{۴}{۳}a)^۲ - (ax + ۲a)^۲$$

در سهمی $y = a'x^۲ + b'x + c'$ محور تقارن $x = -\frac{b'}{۲a'}$ است، پس در ضابطهٔ $f(x)$ کافی است ضرایب a' و b' را به‌دست آوریم:

$$\Rightarrow f(x)=\frac{a^۲}{۹}x^۲-a^۲x^۲+\frac{۸}{۹}a^۲x-۴a^۲x+c'$$

$$\Rightarrow f(x)=(\frac{a^۲}{۹}-a^۲)x^۲+(\frac{۸}{۹}a^۲-۴a^۲)x+c'$$

محور تقارن سهمی : $x=\frac{-(\frac{۸}{۹}-۴)a^۲}{۲(\frac{۱}{۹}-۱)a^۲}=\frac{\frac{۲۸}{۹}}{۲\times\frac{-۸}{۹}}=-\frac{۲۸}{۱۶}=-\frac{۷}{۴}$

۱۴۴ ۱ ۲ ۳ **۴** ضابطهٔ تابع f و g را در محدوده‌های زیر می‌نویسیم تا بتوانیم در محدوده‌های مشترک حاصل‌ضرب $f\cdot g$ را حساب کنیم.

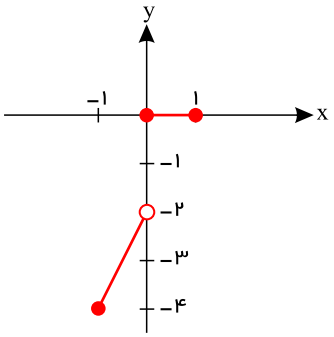
$$-۱\le x<۰\Rightarrow f(x)=-(۲x-۲)\ ,\ g(x)=-۱$$

$$۰\le x<۱\Rightarrow f(x)=-(۲x-۲)\ ,\ g(x)=۰$$

$$x=۱\Rightarrow f(x)=۰\ ,\ g(x)=۱$$

$$\Rightarrow (f\times g)(x)=\begin{cases}۲x-۲ & ,\ -۱\le x<۰\\ ۰ & ,\ ۰\le x\le ۱\end{cases}$$

حال شکل تابع را رسم و برد تابع را مشخص می‌کنیم:



$$\Rightarrow R=(-۴\le y<-۲)\cup\{۰\}$$

پس ۳− عضو برد است.

۱۴۵ ۱ **۲** ۳ ۴ در زوج‌مرتب‌ها با مؤلفه‌های اول یکسان مؤلفه‌های دوم را برابر قرار می‌دهیم:

$$(a,m^۲-۱)=(a,۴)\Rightarrow m^۲-۱=۴\Rightarrow m^۲=۵$$

$$(a,x+y)=(a,۴)\Rightarrow x+y=۴$$

$$(b,x-y)=(b,m^۲)\Rightarrow x-y=m^۲=۵$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x+y=۴\\ x-y=۵\end{cases}\Rightarrow ۲x=۹\Rightarrow x=\frac{۹}{۲}\ ,\ y=۴-\frac{۹}{۲}=\frac{-۱}{۲}$$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲=\frac{۸۱}{۴}+\frac{۱}{۴}=\frac{۸۲}{۴}=۲۰/۵$$

۱۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴ در معادلهٔ درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$ به شرط $\Delta>۰$ حاصل‌ضرب ریشه‌ها برابر $p=\frac{c}{a}$ است. بنابراین:

$$۲kx^۲-۴x-۴k-۵=۰$$

$$p=\frac{-(۴k+۵)}{۲k}=-۲-\frac{۵}{۲k}$$

چون ضرایب معادله صحیح هستند، پس $۲k$ عددی صحیح است. از طرفی حاصل‌ضرب ریشه‌ها باید بیشترین مقدار را داشته باشد، پس $۲k$ باید حداکثر مقدار صحیح منفی یعنی $۲k=-۱$ باشد.

بنابراین $k=-\frac{۱}{۲}$ و در نتیجه:

$$k=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow -x^۲-۴x-۳=۰$$

$$\Delta=(-۴)^۲-۴(-۱)(-۳)=۱۶-۱۲=۴$$

۱۴۷ ۱ ۲ **۳** ۴ چون $f(x)$ همانی است، پس: $f(x)+f(-x)=x+(-x)=۰$

طول و عرض هر نقطه رو نیمساز ربع دوم و چهارم قرینهٔ یکدیگرند، پس:

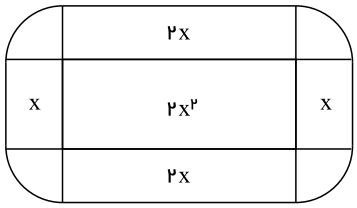
$$۳x^۲-۱۷x+۱۰=-۰\Rightarrow ۳x^۲-۱۷x+۱۰=۰$$

$$\Delta=۲۸۹-۴(۳)(۱۰)=۲۸۹-۱۲۰=۱۶۹\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{۱۶۹}=۱۳$$

$$\Rightarrow x_۱=\frac{۱۷+۱۳}{۶}=۵\ ,\ x_۲=\frac{۱۷-۱۳}{۶}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow ۵-\frac{۲}{۳}=\frac{۱۵-۲}{۳}=\frac{۱۳}{۳}$$

۱۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴ طول ۲ برابر عرض است، پس طول را $۲x$ و عرض را x فرض کرده و چون بین بازدیدکنندگان باغچه یک متر فاصله است شکل روبه‌رو را برای حصارکشی رسم می‌کنیم (از ۴ رأس باغچه کمانی به شعاع ۱ رسم شده که مساحت ۴ ربع دایره برابر یک دایره با شعاع ۱ است.)



$$S_{\text{باغچه}} = ۲x^۲ \quad , \quad S_{\text{کل}} = ۲x^۲ + ۶x + \pi$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{باغچه}} + (۱ + \frac{۱}{۱۸}\pi)S_{\text{باغچه}} \Rightarrow ۲x^۲ + ۶x + \pi = ۲x^۲ + (۱ + \frac{۱}{۱۸}\pi)۲x^۲$$

$$\Rightarrow ۶x + \pi = (۱ + \frac{۱}{۱۸}\pi)۲x^۲ \Rightarrow \frac{۶x + \pi}{۲x^۲} = \frac{۱۸ + \pi}{۱۸}$$

جواب معادله در معادله صدق می‌کند، پس $x = ۳$ را انتخاب می‌کنیم که در معادلهٔ فوق صدق می‌کند. پس طول باغچه برابر $۲x = ۶$ است.

۱۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴ قسمت هاشورخورده را می‌توان به صورت‌های زیر نشان داد:

$$\underbrace{(A \cap B) \cup (A \cap C)}_{\text{گزینه (۲)}} = \underbrace{A \cap (B \cup C)}_{\text{گزینه (۱)}}$$

$$A - (A - B) = A \cap B \quad , \quad A - (A - C) = A \cap C$$

$$\Rightarrow \underbrace{(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))}_{\text{گزینه (۳)}} = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

بنابراین گزینه (۴) با قسمت هاشورخورده برابر نیست.

۱۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sqrt[۳]{۳} \times \sqrt[۳]{۷۲} + \sqrt{۳}(\sqrt{۹۶} - \sqrt{۱۲}) - \sqrt{۱۶۲} = \sqrt[۳]{۳ \times ۷۲} + \sqrt{۳ \times ۹۶} - \sqrt{۳ \times ۱۲} - \sqrt{۱۶۲} = \sqrt[۳]{۳ \times ۲^۳ \times ۳^۲} + \sqrt{۲۸۸} - \sqrt{۳۶} - \sqrt{۸۱ \times ۲}$$

$$= ۳ \times ۲ + \sqrt{۱۴۴ \times ۲} - ۶ - ۹\sqrt{۲} = ۶ + ۱۲\sqrt{۲} - ۶ - ۹\sqrt{۲} = ۳\sqrt{۲} = \sqrt{۹ \times ۲} = \sqrt{۱۸}$$

۱۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$a_۸ = ۸۱a_۴ \Rightarrow \frac{a_۸}{a_۴} = ۸۱ \Rightarrow \frac{a_۱ r^۷}{a_۱ r^۳} = ۸۱ \Rightarrow r^۴ = ۸۱ \xrightarrow{\text{جملهٔ سوم منفی است}} r^۲ = ۹, -۱۸ = a_۱ r^۲ \Rightarrow ۹a_۱ = -۱۸ \Rightarrow a_۱ = -۲$$

$$a_۵ - a_۷ = a_۱ r^۴ - a_۱ r^۶ = a_۱ r^۴(۱ - r^۲) = -۲ \times ۸۱(۱ - ۹) = -۱۶۲ \times (-۸) = ۱۲۹۶$$

۱۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴ قرار دادن $n = ۱, ۲, ۳, ۴$ جمله‌های اول تا پنجم را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{n=۱} a_۲ = \frac{۱}{۱ + ۱} = \frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{n=۲} a_۳ = ۱$$

$$\xrightarrow{n=۳} a_۴ = \frac{۱}{۱ + ۱} = \frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{n=۴} a_۵ = ۱$$

بنابراین جمله‌ها با شمارهٔ زوج برابر $\frac{۱}{۲}$ و جمله‌ها با شمارهٔ فرد برابر ۱ است:

$$\Rightarrow a_{۴۰۰} = \frac{۱}{۲}$$

۱۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴ چون می‌خواهیم شامل عدد ۸ باشد، پس ۸ انتخاب شده و ۳ عضو دیگر زیرمجموعه را از بین $\{۰, ۱, ۲, ۶, ۹\}$ انتخاب می‌کنیم (دقت کنید که می‌خواهیم شامل ۴ نباشد)

$$\binom{۵}{۳} = \frac{۵!}{۲! \times ۳!} = \frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$$

۱۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا تابع درآمد را می‌نویسیم:

$$\text{درآمد} = \text{تعداد کالا} \times \text{قیمت کالا} \Rightarrow R(x) = ۲۰۵x$$

دو نقطهٔ سربه‌سر سود برابر صفر است. از طرفی داریم:

$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow ۲۰۵x - x^۲ - ۲x - ۶۰۰ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲۰۳x + ۶۰۰ = ۰$$

$$\Delta = (-۲۰۳)^۲ - ۴ \times ۱ \times ۶۰۰ = ۴۱۲۰۹ - ۲۴۰۰ = ۳۸۸۰۹$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{۳۸۸۰۹} = ۱۹۷$$

بیشترین مقدار نقطه سربه‌سر:

$$\Rightarrow \begin{cases} x_۱ = \frac{۲۰۳ + ۱۹۷}{۲} = ۲۰۰ \\ x_۲ = \frac{۲۰۳ - ۱۹۷}{۲} = ۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{درآمد} = ۲۰۵ \times ۲۰۰ = ۴۱۰۰۰$$

۴۱ هزار ریال بیشترین درآمد در نقطهٔ سربه‌سر $x = ۲۰۰$ است.

۱۵۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

$((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p$

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱ : $((\underbrace{F \Rightarrow T}_{T}) \wedge (\underbrace{T \Rightarrow F}_{F})) \Rightarrow T \equiv F \Rightarrow T \equiv T$

گزینه ۲ : $\sim p \equiv F, \sim q \equiv F \Rightarrow p \equiv T, q \equiv T$

مانند گزینه «۱» ارزش درست دارد.

گزینه ۳ : $p \equiv T, \sim q \equiv T$

$\Rightarrow q \equiv F((\underbrace{F \Rightarrow F}_{T}) \wedge (\underbrace{T \Rightarrow T}_{T})) \Rightarrow T \equiv T \Rightarrow T \equiv T$

گزینه ۴ : $p \equiv F, \sim q \equiv F$

$\Rightarrow q \equiv T((\underbrace{T \Rightarrow T}_{T}) \wedge (\underbrace{F \Rightarrow F}_{T})) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$

۱۵۶ ۱ **۲** ۳ ۴ نفر B، ۹ گل زده و نفر D، حداقل ۱ گل و با توجه به نمودار نفر C، حداقل ۲ گل و نفر A حداقل ۳ گل زده است، پس حداقل مجموع تعداد گل زده برابر است با:

$۹ + ۱ + ۲ + ۳ = ۱۵$

$\text{حداقل میانگین} = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵$

حداکثر گل زده نیز میتواند $۹ + ۸ + ۷ + ۶ = ۳۰$ باشد یعنی حداکثر میانگین، ۷/۵ است.

با توجه به گزینه‌ها میانگین برابر ۴ می‌تواند باشد.

۱۵۷ ۱ ۲ **۳** ۴ طول و عرض مستطیل را به ترتیب x و y در نظر می‌گیریم و با توجه به فرض مسئله داریم:

$۲(x + y) = ۳۰ \Rightarrow x + y = ۱۵ \Rightarrow y = ۱۵ - x$

$S = xy = x(۱۵ - x) = -x^۲ + ۱۵x$

$x_{max} = \frac{-۱۵}{-۲} = ۷/۵ \Rightarrow y_{max} = ۷/۵ \Rightarrow S = ۷/۵ \times ۷/۵ = ۵۶/۲۵$

۱۵۸ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به تعریف جزء صحیح اعداد حقیقی داریم:

$k \leq x < k + ۱ \Rightarrow [x] = k, (k \in \mathbb{Z})$

$f(-۰/۷) - f(-۰/۰۷) = [۱ - ۳(-۰/۷)] - [۱ - ۳ \times (-۰/۰۷)] = [۱ + ۲/۱] - [۱ + ۰/۲۱] = [۳/۱] - [۱/۲۱] = ۳ - ۱ = ۲$

۱۵۹ ۱ **۲** ۳ ۴ ضابطهٔ تابع همانی $f(x) = x$ باید باشد، پس ضریب x در ضابطهٔ f را برابر یک قرار می‌دهیم.

$|a| - |b| = ۱ \Rightarrow |a| = |b| + ۱$

در ضابطهٔ تابع ثابت چون x نداریم، پس ضریب x برابر صفر است، یعنی:

$b^۲ - ۱ = ۰ \Rightarrow b^۲ = ۱ \Rightarrow \begin{cases} b = ۱ \\ b = -۱ \end{cases} \Rightarrow |a| = ۱ + ۱ = ۲ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ a = -۲ \end{cases}$

$(f - g)(x) = x + ۵ \Rightarrow f(x) - g(x) = x + ۵ \Rightarrow x - g(x) = x + ۵ \Rightarrow g(x) = -۵ \Rightarrow (a^۲ + ۱)c = -۵ \xrightarrow{a^۲=۴} ۵c = -۵ \Rightarrow c = -۱$

$\xrightarrow{a=۲, c=-۱} ac = -۲$

$\xrightarrow{a=-۲, c=-۱} ac = ۲$

بنابراین دو مقدار برای ac وجود دارد.

۱۶۰ ۱ ۲ **۳** ۴ چون f تابع است، پس هر دو زوج مرتبی که دارای مؤلفهٔ اول یکسان باشند، باید مؤلفه‌های دوم آنها نیز برابر باشد:

$\begin{cases} (۱, x - ۲y) \\ (۱, -۷) \end{cases} \Rightarrow x - ۲y = -۷$

$\begin{cases} (۹, ۵) \\ (۹, x + y) \end{cases} \Rightarrow x + y = ۵ \Rightarrow \begin{cases} -x + ۲y = ۷ \\ x + y = ۵ \end{cases} \Rightarrow ۳y = ۱۲ \Rightarrow y = ۴ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow \begin{cases} x^۲ + y^۲ = ۱ + ۱۶ = ۱۷ \\ -x - ۴y = -۱ - ۱۶ = -۱۷ \end{cases} \Rightarrow \frac{x^۲ + y^۲}{-x - ۴y} = \frac{۱۷}{-۱۷} = -۱$

۱۶۱ **۱** ۲ ۳ ۴

برای حل معادلهٔ گویا طرفین را در حاصل‌ضرب مخرج‌ها ضرب می‌کنیم:

$\frac{x}{x - ۲} - \frac{۳}{x + ۳} = \frac{۲}{۱} \xrightarrow{x(x-۲)(x+۳)} x(x + ۳) - ۳(x - ۲) = ۲(x - ۲)(x + ۳) \Rightarrow x^۲ + ۳x - ۳x + ۶ = ۲x^۲ + ۲x - ۱۲ \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۱۸ = ۰$

در معادلهٔ $ax^۲ + bx + c = ۰$ به شرط $\Delta > ۰$ حاصل‌ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است.

$\Rightarrow \text{حاصل‌ضرب ریشه‌ها} = \frac{-۱۸}{۱} = -۱۸$

دقت کنید که ریشه‌های معادله مخالف ۲ و -۳ (ریشه‌های مخرج) هستند.

۱۶۲ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به شکل داده شده ضلع مربع برابر ۲ است و اضلاع قائمه مثلث قائم‌الزاویه را x و ۲ در نظر می‌گیریم.

$$\text{مساحت مربع} = \frac{۱}{۳} \times \text{مساحت مثلث} + ۳$$

$$۲^۲ = \frac{۱}{۳} \times (\frac{۲ \times x}{۲}) + ۳$$

$$۴ = \frac{۱}{۳}x + ۳ \Rightarrow \frac{۱}{۳}x = ۱ \Rightarrow x = ۳$$

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{۲} = \frac{(۲ + ۵) \times ۲}{۲} = ۷$$

۱۶۳ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا دو طرف تساوی را به‌صورت توانی از ۳ یا -۳ می‌نویسیم:

$$(۸۱)^{-۱} \times ۹^{x-۱} = (-\frac{۱}{۳})^x \Rightarrow ۳^{-۴} \times ۳^{۲x-۲} = (-۳)^{-x} \Rightarrow (۳)^{۲x-۶} = (-۳)^{-x}$$

اگر x زوج باشد $(-۳)^{-x}$ مقداری مثبت دارد و با ۳^{-x} برابر است، در نتیجه:

$$۲x - ۶ = -x \Rightarrow ۳x = ۶ \Rightarrow x = ۲$$

۱۶۴ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\frac{۴}{۳}, a, b, c, \frac{۱}{۳}, d, e, \cdots$$

$$a_۱ = \frac{۴}{۳}, a_۵ = \frac{۱}{۳} \Rightarrow r^{۵-۱} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow r^۴ = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{r>۰} r = \sqrt{\frac{۱}{۲}}$$

$$e = a_۷ \Rightarrow e = a_۱ r^۶ = \frac{۴}{۳} \times (\sqrt{\frac{۱}{۲}})^۶ = \frac{۴}{۳} \times \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۶}$$

۱۶۵ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$d = -۰/۵ \ , \ s_{۱۲} = ۹$$

$$s_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d) \Rightarrow ۹ = \frac{۱۲}{۲}(۲a_۱ + ۱۱ \times (-۰/۵)) \Rightarrow ۹ = ۶(۲a_۱ - ۵/۵) \Rightarrow \frac{۹}{۶} = ۲a_۱ - ۵/۵ \Rightarrow ۱/۵ + ۵/۵ = ۲a_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{۷}{۲}$$

۱۶۶ ۱ ۲ **۳** ۴ با محاسبهٔ چند جملهٔ اول می‌فهمیم که جملات فرد همگی مثبت هستند و جملات زوج رو به کاهش هستند.

$$a_۱ = \frac{۲}{۱۵} \times ۱ = \frac{۲}{۱۵}$$

$$a_۲ = ۱۰۰ - \frac{۱}{۲} \times ۲^۲ = ۱۰۰ - ۲ = ۹۸$$

$$a_۳ = \frac{۲}{۱۵} \times ۳ = \frac{۲}{۵}$$

$$\vdots$$

آخرین جملهٔ مثبت برای جملات زوج را با جملهٔ بعدی آن مقایسه می‌کنیم:

$$a_{۱۴} = ۱۰۰ - \frac{۱}{۲} \times ۱۴^۲ = ۱۰۰ - ۹۸ = ۲$$

$$a_{۱۵} = \frac{۲}{۱۵} \times ۱۵ = ۲ \Rightarrow a_{۱۴} = a_{۱۵} = ۲ \Rightarrow k = ۲$$

$$a_{۱۶} = ۱۰۰ - \frac{۱}{۲} \times ۱۶^۲ = ۱۰۰ - ۱۲۸ = -۲۸ \Rightarrow k - a_{۱۶} = ۲ - (-۲۸) = ۳۰$$

۱۶۷ **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا برای محاسبهٔ تعداد اعضای فضای نمونه تعداد انتخاب ۳ نفر را از ۹ نفر به دست می‌آوریم:

$$n(S) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۶! \times ۳!} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۸۴$$

از هر گروه یک نفر انتخاب شده باشد:

$$n(A) = \overset{\text{موافق}}{\binom{۴}{۱}} \times \overset{\text{مخالف}}{\binom{۳}{۱}} \times \overset{\text{ممتنع}}{\binom{۲}{۱}} = ۴ \times ۳ \times ۲ = ۲۴ \Rightarrow ۲۴ \Rightarrow P(A) = \frac{۲۴}{۸۴} = \frac{۲}{۷}$$

۱۶۸ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به مسئله داریم:

$$\text{اعداد فرد} = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\} \quad \text{اعداد زوج} = \{۲, ۴, ۶, ۸\}$$

دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: ۳ عضو زوج و ۲ عضو فرد

$$\binom{۴}{۳} \times \binom{۵}{۲} = ۴ \times ۱۰ = ۴۰$$

حالت دوم: ۴ عضو زوج و ۱ عضو فرد

$$\binom{۴}{۴} \times \binom{۵}{۱} = ۱ \times ۵ = ۵$$

اصل جمع $\longrightarrow ۴۰ + ۵ = ۴۵$

۱۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴ چون انحراف معیار ۵ دادهٔ اولیه برابر صفر است، پس ۵ داده با هم برابرند. چون با اضافه کردن داده‌های ۸ و ۵ و ۱۱ میانگین ۸ داده با میانگین ۵ دادهٔ اولیه برابر است، پس $\bar{x} = \frac{۱۱ + ۵ + ۸}{۳} = ۸$ است. و ۵ دادهٔ اولیه برابر ۸ هستند.

$$\sigma = \sqrt{\frac{۵(۸-۸)^۲ - (۱۱-۸)^۲ + (۵-۸)^۲ + (۸-۸)^۲}{۸}} = \sqrt{\frac{۰ + ۹ + ۹ + ۰}{۸}} = \sqrt{\frac{۹}{۴}} = \frac{۳}{۲} = ۱٫۵$$

۱۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا تابع سود را می‌نویسیم دقت کنید که هزینهٔ روزانه برابر ۷۲۰۰۰۰ ریال است.

$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow \text{سود} = ۱۰x^۲ + ۲۲۰۰x = ۷۲۰۰۰۰$$

در نقطهٔ سربه‌سر، سود برابر صفر است.

$$۱۰x^۲ + ۲۲۰۰x - ۷۲۰۰۰۰ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۲۲۰x - ۷۲۰۰۰ = ۰ \Rightarrow (x + ۴۰۰)(x - ۱۸۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۴۰۰ \text{ غ‌ق‌ق} \\ x = ۱۸۰ \text{ ق‌ق} \end{cases}$$

۱۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴ چون خط فقر برابر ۳٫۵ است، پس میانگین درآمدها دو برابر آن یعنی برابر ۷ است. در نتیجه: $\bar{x} = ۷$

$$\bar{x} = \frac{۱۹ + ۸٫۲ + ۱٫۸ + ۲٫۲ + ۶ + ۱۳ + ۳٫۴ + ۳٫۴ + a + ۶٫۲ + ۱۰ + ۴٫۸}{۱۲} \Rightarrow \frac{a + ۷۸}{۱۲} = ۷ \Rightarrow a + ۷۸ = ۸۴ \Rightarrow a = ۶$$

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$۱٫۸, ۲٫۲, ۳٫۴, ۳٫۴, ۴٫۸, \underbrace{۶٫۶}_{\text{میانه: } Q_۲ = \frac{۶+۶}{۲} = ۶}, ۶٫۲, ۸٫۲, ۱۰, ۱۳, ۱۹ \Rightarrow \text{(خط فقر نصف میانه)} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

دو نفر با درآمد ۲٫۲ و ۱٫۸ زیر خط فقر هستند.

۱۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴ به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»:

$$(P \Leftrightarrow \sim q) \vee r \equiv (\underbrace{T \Leftrightarrow T}_{T}) \vee r \equiv T$$

گزینهٔ «۲»:

$$\sim (p \wedge \sim q) \wedge r \equiv \sim (T \wedge T) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

گزینهٔ «۳»:

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q) \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

گزینهٔ «۴»:

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

۱۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y = (۱ - ۱۸m)x^۲ + ۸(m^۲ + ۱)x + ۱۱$$

تابع درجهٔ دوم وقتی ماکسیمم دارد که ضریب $x^۲$ منفی باشد. بنابراین:

$$۱ - ۱۸m < ۰ \Rightarrow ۱ < ۱۸m \Rightarrow m > \frac{۱}{۱۸}$$

طول نقطهٔ ماکسیمم همان طول رأس سهمی $x_s = -\frac{b}{۲a}$ است. بنابراین:

$$\frac{۱}{۲} = \frac{-۸(m^۲ + ۱)}{۲(۱ - ۱۸m)} \Rightarrow -۸m^۲ - ۸ = ۱ - ۱۸m \Rightarrow -۸m^۲ + ۱۸m - ۹ = ۰ \Rightarrow ۸m^۲ - ۱۸m + ۹ = ۰$$

$$\Delta = (-۱۸)^۲ - ۴(۸)(۹) = ۳۲۴ - ۲۸۸ = ۳۶ \Rightarrow \begin{cases} m_۱ = \frac{۱۸+۶}{۱۶} = \frac{۲۴}{۱۶} = \frac{۳}{۲} \\ m_۲ = \frac{۱۸-۶}{۱۶} = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \end{cases}$$

هر دو جواب به‌دست‌آمده برای m بزرگ‌تر از $\frac{۱}{۱۸}$ هستند، پس هر دو قابل قبول‌اند.

۱۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴ محور تقارن سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ برابر $x = -\frac{b}{۲a}$ است. در نتیجه:

$$y = ax^۲ + ۳x + c$$

$$\text{محور تقارن سهمی} = -\frac{b}{۲a} \Rightarrow x = \frac{-۳}{۲a} = -۱ \Rightarrow ۲a = ۳ \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}$$

راس سهمی روی خط $y = ۱$ است پس:

$$y_s = ۱ \ , \ x_s = -۱ \Rightarrow \frac{۳}{۲}(-۱)^۲ + ۳(-۱) + c = ۱ \Rightarrow \frac{۳}{۲} - ۳ + c = ۱ \Rightarrow c = ۱ + \frac{۳}{۲} = \frac{۵}{۲} \Rightarrow ac = \frac{۳}{۲} \times \frac{۵}{۲} = \frac{۱۵}{۴} = ۳٫۷۵$$

۱۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$f=\{(m+۳,۲t^۲),(-۲,n^۲+۲n),(۱-۳m,۸)\}$

چون تابع f ثابت است، پس:

$$n^۲+۲n=۸\Rightarrow n^۲+۲n-۸=۰\Rightarrow (n+۴)(n-۲)=۰\Rightarrow \begin{cases} n=-۴ \text{ غ‌ق‌ق} \\ n=۲ \text{ ق‌ق} \end{cases}$$

چون n عددی طبیعی است، پس فقط $n=۲$ قابل قبول است.

$$۲t^۲=۸\Rightarrow f=\{(m+۶,۸),(-۲,۸),(۱-۳m,۸)\}$$

دو تا زوج مرتب‌های بالا با هم برابرند.

$m+۶=۱-۳m\Rightarrow m=-\frac{۵}{۴}$ غ‌ق‌ق (m باید طبیعی باشد)

$m+۶=-۲\Rightarrow m=-۸$ غ‌ق‌ق (m باید طبیعی باشد)

$۱-۳m=-۲\Rightarrow ۳=۳m\Rightarrow m=۱$ ق‌ق

$\Rightarrow f=\{(۷,۸),(-۲,۸)\}\Rightarrow$ مجموع اعضای دامنه $=۷-۲=۵$

۱۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ضابطهٔ تابع خطی f را به صورت روبه‌رو در نظر می‌گیریم. با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$f(x)=ax+b\Rightarrow \begin{cases} f(۱)=۵\Rightarrow a+b=۵ \\ f(۳)=-۹\Rightarrow ۳a+b=-۹ \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} -a-b=-۵ \\ ۳a+b=-۹ \end{cases}\Rightarrow ۲a=-۱۴\Rightarrow a=-۷\xrightarrow[a=-۷]{a+b=۵} b=۱۲\Rightarrow f(x)=-۷x+۱۲\xrightarrow{A=\{x\in\mathbb{R}|\,۰\le x\le ۵\}}$$

$f(۰)=۱۲, f(۵)=-۳۵+۱۲=-۲۳\Rightarrow$ برد $=\{y\in\mathbb{R}|\,-۲۳\le y\le ۱۲\}$

۱۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴ برای حل این معادلهٔ گویا ابتدا سمت چپ تساوی را به یک کسر تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{x+۱}{x-۳}-\frac{۲}{x}=\frac{۲m^۲}{x(x-۳)}$$

با توجه به برابری مخرج کسرها داریم:

$$\Rightarrow \frac{x(x+۱)-۲(x-۳)}{x(x-۳)}=\frac{۲m^۲}{x(x-۳)}\Rightarrow x^۲+x-۲x+۶=۲m^۲\Rightarrow x^۲-x+۶-۲m^۲=۰\xrightarrow{x=۲} ۴-۲+۶-۲m^۲=۰$$

$$\Rightarrow ۸=۲m^۲\Rightarrow m^۲=۴\Rightarrow \begin{cases} m=۲ \\ m=-۲ \end{cases}$$

بنابراین برای m دو جواب وجود دارد.

۱۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا روزهای هفته را با عدد معادل می‌کنیم و جدول را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

روز (t)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
مقدار بارندگی (y)	۱۲	۱۱	۵	۱۳	۷	۱۵	x

$$\bar{t}=\frac{۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷}{۷}=۴$$

$$\bar{y}=\frac{۱۲+۱۱+۵+۱۳+۷+۱۵+x}{۷}=\frac{۶۳+x}{۷}=۹+\frac{x}{۷}$$

معادلهٔ خط برون‌یابی از نقطهٔ میانگین $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۹+\frac{x}{۷} \end{bmatrix}$ و نقطهٔ آخر $\begin{bmatrix} ۷ \\ x \end{bmatrix}$ می‌گذرد، بنابراین:

$$m=\frac{۹+\frac{x}{۷}-x}{۴-۷}=\frac{\frac{۶۳-۶x}{۷}}{-۳}=\frac{۶x-۶۳}{۲۱}$$

$$\text{معادله خط}: y-x=\frac{۶x-۶۳}{۲۱}(t-۷)\xrightarrow{(۱۱,۱۵)} ۱۵-x=\frac{۶x-۶۳}{۲۱}(۱۱-۷)\Rightarrow ۱۵-x=\frac{۶x-۶۳}{۲۱}\times ۴\Rightarrow ۱۵-x=\frac{۲x-۲۱}{۷}\times ۴$$

$$\Rightarrow ۱۰۵-۷x=۸x-۸۴\Rightarrow ۱۵x=۱۸۹\Rightarrow x=\frac{۱۸۹}{۱۵}=۱۲٫۶\Rightarrow \bar{y}=۹+\frac{۱۲٫۶}{۷}=۱۰٫۸$$

۱۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴ در پرتاب سه تاس تعداد اعضای فضای نمونه برابر است با:

$$n(S)=۶\times ۶\times ۶=۲۱۶$$

تعداد حالت‌هایی که مجموع ۳ عدد روشده برابر ۱۰ می‌شود برابر است با:

$$\begin{cases} ۱,۳,۶ \xrightarrow{\text{تعداد حالت‌ها}} ۳! = ۶ \\ ۱,۴,۵ \xrightarrow{\text{تعداد حالت‌ها}} ۳! = ۶ \\ ۲,۳,۵ \xrightarrow{\text{تعداد حالت‌ها}} ۳! = ۶ \\ ۲,۲,۶ \xrightarrow{\text{تعداد حالت‌ها}} ۳ \\ ۳,۳,۴ \xrightarrow{\text{تعداد حالت‌ها}} ۳ \\ ۴,۴,۲ \xrightarrow{\text{تعداد حالت‌ها}} ۳ \end{cases} \Rightarrow n(A) = ۲۷$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۷}{۲۱۶} = \frac{۱}{۸}$$

۱۸۰ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر $A \subseteq B'$ باشد، همواره A و B ناسازگارند، چون $A \cap B = \varnothing$ درنتیجه:

$$\left.\begin{matrix} A - B = A \\ B - A = B \end{matrix}\right\} \Rightarrow ((A - B) \cup (B - A))' = (A \cup B)' = A' \cap B'$$

۱۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴

به کمک جدول ارزشی داریم:

p	q	$\sim q$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim (p \Leftrightarrow q)$	$\sim (p \Leftrightarrow q) \wedge p$	$\sim (p \Leftrightarrow q) \wedge p \Rightarrow \sim q$
د	د	ن	د	ن	ن	د
د	ن	د	ن	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	ن	ن	د

بنابراین گزاره همواره درست است.

۱۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر جدول ارزشی صورت سؤال و هریک از گزینه‌ها را تشکیل دهیم، می‌توانیم به جواب برسیم، ولی با توجه به طولانی بودن راه حل می‌توان با بررسی چند حالت جواب درست را به دست آورد. مثلاً:

اگر $p \equiv F$ ،$r \equiv F$ و $q \equiv T$ باشند، داریم:

ارزش گزارهٔ صورت سؤال:

$$(F \Rightarrow T) \Rightarrow (F \wedge (F \Rightarrow T))$$

گزینهٔ (۱):

$$F \vee T \vee F \equiv T$$

گزینهٔ (۲):

$$(F \wedge F) \vee F \equiv F$$

گزینهٔ (۳):

$$\sim (F \Rightarrow T) \vee F \equiv F \vee F \equiv F$$

گزینهٔ (۴):

$$(F \vee F) \wedge (F \Rightarrow F)$$

۱۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$a_۲ = \frac{۱}{a_۱} + ۱ = \frac{۱}{۱} + ۱ = ۲ \qquad a_۳ = \frac{۱}{a_۲} + ۱ = \frac{۱}{۲} + ۱ = \frac{۳}{۲}$$

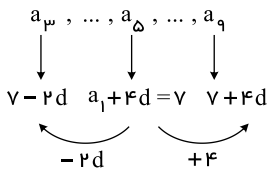
$$a_۴ = \frac{۱}{a_۳} + ۱ = \frac{۲}{۳} + ۱ = \frac{۵}{۳} \qquad a_۵ = \frac{۱}{a_۴} + ۱ = \frac{۳}{۵} + ۱ = \frac{۸}{۵}$$

$$a_۶ = \frac{۱}{a_۵} + ۱ = \frac{۵}{۸} + ۱ = \frac{۱۳}{۸} \qquad a_۷ = \frac{۱}{a_۶} + ۱ = \frac{۸}{۱۳} + ۱ = \frac{۲۱}{۱۳}$$

$$a_۸ = \frac{۱}{a_۷} + ۱ = \frac{۱۳}{۲۱} + ۱ = \frac{۳۴}{۲۱} \qquad a_۹ = \frac{۱}{a_۸} + ۱ = \frac{۲۱}{۳۴} + ۱ = \frac{۵۵}{۳۴}$$

$$a_{۱۰} = \frac{۱}{a_۹} + ۱ = \frac{۳۴}{۵۵} + ۱ = \frac{۸۹}{۵۵}$$

۱۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر $a_۵ = ۷$ را جملهٔ پنجم و d را اختلاف مشترک دنبالهٔ حسابی در نظر بگیریم، آنگاه جملهٔ نهم دنباله به اندازهٔ $۴d$ و جملهٔ سوم دنبالهٔ حسابی به اندازهٔ $۲d$ از جملهٔ پنجم فاصله خواهد داشت؛ پس:



$$\xRightarrow{\text{واسطهٔ هندسی}} ۷^۲ = (۷ - ۲d)(۷ + ۴d) \Rightarrow ۴۹ = ۴۹ + ۲۸d - ۱۴d - ۸d^۲ \Rightarrow ۸d^۲ - ۱۴d = ۰ \Rightarrow d(۸d - ۱۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} d = ۰ & \text{غ ق ق} \\ d = \frac{۱۴}{۸} = \frac{۷}{۴} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_۱ + ۴d = ۷ \Rightarrow a_۱ + ۴ \times \frac{۷}{۴} = ۷ \Rightarrow a_۱ = ۰$$

$$\Rightarrow a_{۱۰۱} = a_۱ + ۱۰۰d = ۰ + ۱۰۰ \times \frac{۷}{۴} = ۱۷۵$$

۱۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f = \{(-۵, ۲۵), (۵, ۲۵), (-۴, ۱۶), (۴, ۱۶), \cdots, (-۱, ۱), (۱, ۱), (۰, ۰)\}$$
$$g = \{(-۵, -۱۲۵), (۵, ۱۲۵), \cdots, (-۱, -۱), (۱, ۱), (۰, ۰)\}$$
$$D_{\frac{g}{f}} = \{-۵, -۴, -۳, -۲, -۱, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$$
$$\Rightarrow y = (\frac{g}{f})(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \{(-۵, -۵), (۵, ۵), (-۴, -۴), (۴, ۴), \cdots, (-۱, -۱), (۱, ۱)\}$$

بنابراین تعداد عناصر برد تابع y برابر ۱۰ است.

۱۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴ تابع f از نقاط $(۱, ۰)$ و $(۰, -۱)$ می‌گذرد. درنتیجه:

$$m = \frac{۱ - ۰}{۰ - (-۱)} = ۱ \Rightarrow f(x) = x + ۱$$

تابع g از نقاط $(۰, ۰)$ و $(-۱, ۱)$ می‌گذرد. درنتیجه:

$$m = \frac{-۱ - ۰}{۱ - ۰} = -۱ \Rightarrow g(x) = -x$$
$$\Rightarrow \frac{f^۲(x)}{g(x)} = ۲ \Rightarrow \frac{(x+۱)^۲}{-x} = ۲ \Rightarrow \frac{x^۲ + ۲x + ۱}{-x} = ۲ \Rightarrow x^۲ + ۲x + ۱ = -۲x \Rightarrow x^۲ + ۴x + ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۱۶ - ۴ \times ۱ \times ۱ = ۱۲$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x_۱ = \frac{-۴ + \sqrt{۱۲}}{۲} = -۲ + \sqrt{۳} \\ x_۲ = \frac{-۴ - \sqrt{۱۲}}{۲} = -۲ - \sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow |x_۱ - x_۲| = |-۲ + \sqrt{۳} + ۲ + \sqrt{۳}| = ۲\sqrt{۳}$$

۱۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{x^۲ - a}{x + ۳} = ۲x - ۱ \Rightarrow x^۲ - a = (x + ۳)(۲x - ۱) \Rightarrow x^۲ - a = ۲x^۲ - x + ۶x - ۳ \Rightarrow x^۲ + ۵x + a - ۳ = ۰$$

$$\Delta > ۰ \Rightarrow \Delta = ۵^۲ - ۴ \times (۱)(a - ۳) = ۲۵ - ۴a + ۱۲ = ۳۷ - ۴a > ۰ \Rightarrow ۴a < ۳۷ \Rightarrow a < \frac{۳۷}{۴} \quad (۱)$$

$x = -۳$ در دامنهٔ تعریف کسر $\frac{x^۲ - a}{x + ۳}$ قرار ندارد، پس به ازای این مقدار x، مقدار a را از معادلهٔ درجهٔ دوم $x^۲ + ۵x + a - ۳ = ۰$ به‌دست آورده و از محدودهٔ جواب حذف می‌کنیم:

$$x = -۳ \Rightarrow (-۳)^۲ + ۵(-۳) + a - ۳ = ۰ \Rightarrow a = ۹ \quad (۲)$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها و شرط‌های (۱) و (۲) شرط $a < ۹$ می‌تواند جواب باشد.

۱۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$-\frac{۳}{۲} < x < -۱ \Rightarrow -۳ < ۲x < -۲ \Rightarrow [۲x] = -۳ \text{ و } sign(-x) = ۱ \text{ و } |x - ۱| = -(x - ۱)$$
$$\Rightarrow y = ۲f(x) - h(x)g(x) = -۲(x - ۱) - ۱ \times (-۳) = -۲x + ۲ + ۳ = -۲x + ۵ = ۵ - ۲x$$

۱۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا صورت کسر اول را از اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{(۳x - (x + ۳))(۳x + (x + ۳))}{۲x - ۳} - \frac{۲}{x} = ۱ \Rightarrow \frac{\cancel{(۲x - ۳)}(۴x + ۳)}{\cancel{۲x - ۳}} - \frac{۲}{x} = ۱ \Rightarrow ۴x + ۳ - \frac{۲}{x} = ۱ \Rightarrow ۴x + ۲ = \frac{۲}{x} \Rightarrow ۴x^۲ + ۲x - ۲ = ۰$$
$$\Rightarrow ۲x^۲ + x - ۱ = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} x_۱ = ۱ \\ x_۲ = -\frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow |x_۱ - x_۲| = |۱ - (-\frac{۱}{۲})| = \frac{۳}{۲}$$

۱۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{درآمد} : R(x) = -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۳۰x$$
$$\text{هزینه} : C(x) = ax + ۱۸$$
$$\Rightarrow \text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow P(x) = -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۳۰x - ax - ۱۸ \Rightarrow P(x) = -\frac{۱}{۲}x^۲ + (۳۰ - a)x - ۱۸$$

$$x_{max} = \frac{-(۳۰ - a)}{۲ \times (-\frac{۱}{۲})} = ۳۰ - a \xrightarrow{\text{طبق فرض}} ۳۰ - a = ۹ \Rightarrow a = ۲۱$$

۱۹۱ ۱ ۲ ۳ **۴** پیش‌بینی از برون‌یابی استفاده شده است و اکنون کافیست میانگین نقاط را به‌دست آوریم تا به کمک نقطهٔ میانگین و نقطهٔ پایانی شیب خط و معادلهٔ خط حاصل شود.

$$\bar{x} = \frac{۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷}{۷} = \frac{۲۸}{۷} = ۴ \quad , \quad \bar{y} = \frac{۸ + x + ۵ + y + ۱۵ + ۱۰ + ۱۲}{۷} = \frac{۵۰ + x + y}{۷}$$

نقطهٔ پایانی را نقطهٔ $(x_۱, y_۱) = (۷, ۱۲)$ در نظر می‌گیریم.

$$x = \frac{y_۱ - \bar{y}}{x_۱ - \bar{x}} = \frac{۱۲ - \frac{۵۰+x+y}{۷}}{۷ - ۴}$$

معادلهٔ خط برابر است با:

$$y - ۱۲ = m(x - ۷) \Rightarrow y = mx - ۷m + ۱۲ \xrightarrow{\text{نقطهٔ (۹،۸) در معادله صدق می‌کند.}} ۸ = ۹m - ۷m + ۱۲ \Rightarrow m = -۲$$

با جایگذاری در رابطه‌ای که برای شیب خط به‌دست آمده داریم:

$$\frac{۱۲ - \frac{۵۰+x+y}{۷}}{۳} = -۲ \Rightarrow ۱۲ - \frac{۵۰ + x + y}{۷} = -۶ \Rightarrow ۵۰ + x + y = (۱۲ + ۶) \times ۷ = ۱۲۶$$

$$x + y = ۱۲۶ - ۵۰ = ۷۶$$

۱۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴ براساس توضیحات مسئله برای دامنه میان چارکی و اطلاعات مسئله اگر min کمترین داده و max بزرگترین داده باشد، $Q_۱$ چارک اول و $Q_۳$ چارک سوم است.

در نمودار جعبه‌ای روی نوک سبیل‌ها min و max داده‌ها قرار می‌گیرد.

$$IQR = Q_۳ - Q_۱ = ۲۵$$

$$\begin{cases} |Q_۱ - \min| = ۲۶ \\ |Q_۱ - \max| = ۳۸ \end{cases} \Rightarrow Q_۱ = ۲۶ + ۳ = ۲۹ \Rightarrow Q_۳ = ۲۹ + ۲۵ = ۵۴$$

یا

$$\begin{cases} |Q_۱ - \min| = ۳۸ \\ |Q_۱ - \max| = ۲۶ \end{cases} \Rightarrow Q_۱ = ۳۸ + ۳ = ۴۱ \Rightarrow Q_۳ = ۴۱ + ۲۵ = ۶۶$$

$Q_۲$ برابر ۵۴ یا برابر ۶۶ است. بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای $Q_۳$ برابر است با:

$$۵۴ + ۶۶ = ۱۲۰$$

۱۹۳ ۱ ۲ ۳ **۴** طبق صورت سؤال برای میانگین و انحراف معیار داریم:

$$\bar{x} = ۱۵۲$$

$$\sigma^۲ = ۳۶ \Rightarrow \delta = ۶$$

در منحنی نرمال آموختیم که ۹۶ درصد داده‌ها در بازهٔ $(\bar{x} - ۲\delta, \bar{x} + ۲\delta)$ هستند. بنابراین داریم:

$$(۱۵۲ - ۲۶, ۱۵۲ + ۲(۶)) \Rightarrow (۱۵۲ - ۱۲, ۱۵۲ + ۱۲) \Rightarrow (۱۴۰, ۱۶۴)$$

۱۹۴ ۱ ۲ ۳ **۴** از آنجایی که حل مستقیم طولانی بوده از احتمال متمم استفاده می‌کنیم و کافیست احتمال (اینکه همه کتاب‌های انتخابی در یک موضوع باشند را انتخاب کرده و از احتمال کل کم کنیم.)

$$n(S) = \binom{۱۰}{۴} = \frac{۱۰!}{۴! \times ۶!} = \frac{۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ۷}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۲۱۰$$

$n(A)' = \binom{۵}{۴} = \frac{۵!}{۱! \times ۴!} = ۵$: پیشامد اینکه همه در یک موضوع باشند.

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{۵}{۲۱۰}$$

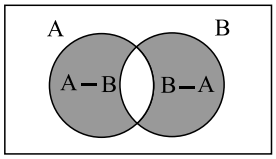
$$\Rightarrow \text{حداقل در دو موضوع مختلف باشند.} \quad - \quad \text{کل} = \text{همه در یک موضوع باشند.} \Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') \Rightarrow ۱ - \frac{۵}{۲۱۰} = \frac{۲۰۵}{۲۱۰} = \frac{۴۱}{۱۹}$$

۱۹۵ ۱ ۲ **۳** ۴ پیشامد $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ دهد و پیشامد B رخ ندهد و پیشامد $A \cup B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامدهای A یا B (حداقل یکی از پیشامدها) رخ دهند.

بنابراین در نمودار زیر داریم:

$$(A - B) \cup (B - A)$$

قسمت هاشورخورده برابر $(A - B) \cup (B - A)$ است و متمم قسمت هاشورخورده برابر $A \cap B$ است. در نتیجه $A \cup B = S$ است.



۱۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا با توجه به صورت سؤال باید تعیین کنیم که در چه حالت‌هایی $p \Rightarrow q \sim p$ و $p = q$ هر دو درست هستند.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	
د	د	د	ن	د	✓
د	ن	ن	ن	د	
ن	د	د	د	د	✓
ن	ن	د	د	ن	

زمان‌هایی که گزارهٔ p درست و گزارهٔ q نادرست و زمان‌هایی که هر دو گزاره نادرست هستند از حالت‌های ما حذف شدند.

گزینهٔ «۱»:

$$q \vee p \Rightarrow q \equiv \underset{\text{د}}{(q \vee p)} \Rightarrow \underset{\text{د}}{q} \equiv \text{د} \quad ✓$$

گزینهٔ «۲»:

$$q \vee p \Rightarrow p \equiv \underset{\text{د}}{(q \vee p)} \Rightarrow p \equiv p$$ بستگی به ارزش p دارد.

گزینهٔ «۳»:

$$p \wedge \sim q \equiv p \wedge F \equiv F$$

گزینهٔ «۴»:

$$q \vee p \Rightarrow p \wedge q \equiv \underset{\text{د}}{q \vee p} \Rightarrow \underset{\text{بستگی به } p \text{ دارد.}}{p \vee q} \equiv \text{د} \Rightarrow p \equiv p$$

۱۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴

p	q	r	$p \vee q$	$q \vee r$	$(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$	گزینهٔ ۱ $p \Rightarrow (q \vee r)$	$p \wedge q$	گزینهٔ ۲ $(p \wedge q) \vee r$	گزینهٔ ۳ $\sim p \vee (q \vee r)$	$p \Rightarrow q$	گزینهٔ ۴ $(p \Rightarrow q) \vee r$
د	د	د	د	د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د	د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	د	د	د	ن	د	د	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د	د	د	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	د	د	ن	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	د	د	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	ن	ن	ن	د	د	ن	ن	د	د	ن
						✓		✗	✓		✓

با توجه به جدول ارزش درستی تنها گزینهٔ ۲ است که با گزارهٔ صورت سؤال هم‌ارزش نمی‌باشد.

۱۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴ در دنبالهٔ بازگشتی با جایگذاری مقدار n جملات متوالی را بدست می‌آوریم.

با داشتن $a_{۱۶}$ و رابطهٔ بازگشتی مقدار $a_{۱۵}$ را به دست می‌آوریم:

$$a_{۱۶} = \frac{۱۵۹۷}{۹۸۷} \Rightarrow a_{n+۱} = \frac{۱}{a_n} + ۱ \Rightarrow a_{n+۱} - ۱ = \frac{۱}{a_n} \Rightarrow a_n = \frac{۱}{a_{n+۱} - ۱}$$

$$a_{۱۵} = \frac{۱}{a_{۱۶} - ۱} \text{ و } a_{۱۶} - ۱ = \frac{۱۵۹۷}{۹۸۷} - ۱ = \frac{۱۵۹۷ - ۹۸۷}{۹۸۷} = \frac{۶۱۰}{۹۸۷} \Rightarrow a_{۱۵} = \frac{۹۸۷}{۶۱۰}$$

$$a_{۱۴} = \frac{۱}{a_{۱۵} - ۱} \text{ و } a_{۱۵} - ۱ = \frac{۹۸۷}{۶۱۰} - ۱ = \frac{۹۸۷ - ۶۱۰}{۶۱۰} = \frac{۳۷۷}{۶۱۰} \Rightarrow a_{۱۴} = \frac{۶۱۰}{۳۷۷}$$

۱۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴ جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی برابر است با: $a_n = a_۱ + (n-۱)d$ و مجموع جملات دنبالهٔ حسابی برابر است با: $S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d)$، بنابراین داریم:

$$S_{۱۰} = -۲۶ \Rightarrow S_{۱۰} = \frac{۱۰^{۵}}{۲}(۲a_۱ + ۹d) = ۱۰a_۱ + ۴۵d = -۲۶ \quad (۱)$$

$$\frac{a_{۱۵}}{a_۶} = ۶ \Rightarrow \frac{a_۱ + ۱۴d}{a_۱ + ۵d} = ۶ \Rightarrow a_۱ + ۱۴d = ۶a_۱ + ۳۰d \Rightarrow ۵a_۱ + ۱۶d = ۰ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \begin{cases} ۱۰a_۱ + ۴۵d = -۲۶ \\ ۵a_۱ + ۱۶d = ۰ \end{cases} \xrightarrow{\times -۲} \begin{cases} ۱۰a_۱ + ۴۵d = -۲۶ \\ -۱۰a_۱ - ۳۲d = ۰ \end{cases}$$

$$۴۵d - ۳۲d = -۲۶ \Rightarrow ۱۳d = -۲۶ \Rightarrow d = -۲$$

$$\Rightarrow ۵a_۱ + ۱۶d = ۰ \xrightarrow{d=-۲} a_۱ = \frac{-۱۶(-۲)}{۵} = \frac{۳۲}{۵}$$

$$\Rightarrow a_{۱۱} = a_۱ + ۱۰d = ۶/۴ + ۱۰(-۲) = -۱۳/۶$$

۲۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴ در دنبالهٔ هندسی زیر، به کمک جملهٔ عمومی نسبت جملات نسبت جملاتی که شامل x است را دوبه‌دو به‌دست می‌آوریم. جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی برابر است با: $a_n = a_۱ r^{n-۱}$

$\underbrace{x-\frac{۳}{۲}}_{a_۱}, \underbrace{y}_{a_۲}, \underbrace{x}_{a_۳}, \underbrace{z}_{a_۴}, \underbrace{۴x}_{a_۵}$

$$\frac{a_۵}{a_۳}=\frac{a_۱r^۴}{a_۱r^۲}=r^۲=\frac{۴x}{x}=۴\to r^۲=۴$$

$$\frac{a_۳}{a_۱}=\frac{a_۱r^۲}{a_۱}=r^۲=\frac{x}{x-\frac{۳}{۲}}\Rightarrow r^۲=۴=\frac{x}{x-\frac{۳}{۲}}\Rightarrow x=۴x-۶\Rightarrow ۳x=۶\Rightarrow x=۲$$

$r^۲=۴$ می‌باشد، در نتیجه $r=\pm ۲$ است ولی از آنجایی که حاصل قدرمطلق جملات را جمع می‌کند، مثبت یا منفی در نظر گرفتن r فرقی نمی‌کند.

$$x=۲\ ,\ r=۲\Rightarrow \overset{\frac{۱}{۲}}{\cancel{۲-\frac{۳}{۲}}}\ ,۱,۲,۴,۸\Rightarrow |x|+|y|+|z|=۱+۲+۴=۷$$

۲۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴ در صورت سؤال حاصل‌ضرب اعداد توان‌دار را داریم که پایه‌ها با هم مساوی هستند، بنابراین توان‌ها با هم جمع می‌شوند.

$$۳^{\frac{۱}{۴}}\times ۳^{\frac{۱}{۸}}\times ۳^{\frac{۱}{۱۶}}\times\ldots ۳^{\frac{۱}{۲۵۶}}\to ۳^{(\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}+\ldots+\frac{۱}{۲۵۶})}$$

اعداد فوق، تشکیل دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $\frac{۱}{۴}$ و نسبت‌مشترک $\frac{۱}{۲}$ را می‌دهند. بنابراین، کافیست تعداد جملات را به‌دست آوریم.

$$a_n=\frac{۱}{۲۵۶}\to a_۱r^{n-۱}=\frac{۱}{۲۵۶}\xrightarrow{a=\frac{۱}{۴}}\frac{۱}{۴}r^{n-۱}=\frac{۱}{۲۵۶}$$

$$r^{n-۱}=\frac{۴}{۲۵۶}=\frac{۱}{۶۴}\xrightarrow{r=\frac{۱}{۲}}(\frac{۱}{۲})^{n-۱}=(\frac{۱}{۲})^۶\Rightarrow n-۱=۶\Rightarrow n=۷$$

بنابراین مجموع جملات دنبالهٔ هندسی برابر است با:

$$S_n=a_۱(\frac{۱-r^n}{۱-r})\Rightarrow S_۷=\frac{۱}{۴}(\frac{۱-(\frac{۱}{۲})^۷}{\frac{۱}{۲}})=\frac{۱}{۲}(\frac{۱-\frac{۱}{۱۲۸}}{۱})=\frac{۱}{۲}(\frac{۱۲۷}{۱۲۸})=\frac{۱۲۷}{۲۵۶}$$

$۳^{\frac{۱۲۷}{۲۵۶}}$: عبارت مطلوب

۲۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴ براساس صورت سؤال، هنگامی که محور xها را با طول -۱ قطع می‌کند، یعنی: $f(-۱)=۰$ و وقتی محور yها را با عرض ۲ قطع می‌کند، یعنی: $f(۰)=۲$

بنابراین داریم:

$$f(x)=a(\frac{۱}{۲})^x+b\xrightarrow{f(-۱)=۰}a(\frac{۱}{۲})^{-۱}+b=۰\Rightarrow ۲a+b=۰$$

$$\xrightarrow{f(۰)=۲}a(\frac{۱}{۲})^۰+b=۲\Rightarrow a+b=۲$$

$$\left.\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}۲a+b=۰\\ a+b=۲\end{array}\right.\Rightarrow ۲a-a=-۲\Rightarrow a=-۲\\ a+b=۲\xrightarrow{a=-۲}-۲+b=۲\Rightarrow b=۴\end{array}\right\}\Rightarrow f(x)=-۲(\frac{۱}{۲})^x+۴\overset{x=۱}{\Rightarrow}f(۱)=-۲(\frac{۱}{۲})^۱+۴=-۱+۴=۳$$

۲۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا با طرفین وسطین معادله را ساده می‌کنیم.

$$\frac{ax^۳+۲x}{x+۱}=x^۲-x\xrightarrow{x\neq -۱}ax^۳+۲x=(x+۱)(x^۲-x)\Rightarrow ax^۳+۲x=x^۳-\cancel{x^۲}+\cancel{x^۲}-x$$

$$ax^۳-x^۳+۲x+x=۰\Rightarrow ax^۳-x^۳+۳x=۰$$

از معادلهٔ فوق یک x فاکتور بگیریم، داریم:

$$x((a-۱)x^۲+۳)=۰$$

یکی از ریشه‌ها $x=۰$ است، بنابراین $(a-۱)x^۲+۳=۰$ باید دو ریشهٔ متمایز داشته باشد یعنی $\Delta>۰$ باشد.

$$(a-۱)x^۲+۳=۰\to\left\{\begin{array}{l}a'=a-۱\\ b'=۰\\ c'=۳\end{array}\right.\to\Delta=b'^۲-۴a'c'=۰-۴(a-۱)(۳)>۰$$

$$-۱۲(a-۱)>۰\Rightarrow a-۱<۰\Rightarrow a<۱$$

۲۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴ برای محاسبهٔ تابع سود داریم:

$$\text{سود}=\text{درآمد}-\text{هزینه}\Rightarrow P(x)=R(x)-C(x)$$

$$P(x)=-\frac{۱}{۴}x^۲+۸x-(۴x+b)\Rightarrow P(x)=-\frac{۱}{۴}x^۲+۴x-b$$

در نقطهٔ سربه‌سر در یک تابع سود نقاطی است که تابع سود برابر با صفر شود. یعنی اگر x_1 و x_2 ریشه‌های تابع سود باشد. در این صورت داریم:

$$x_2 - x_1 = 12$$

برای محاسبهٔ ریشه‌های معادله به کمک روش کلی (دلتا) به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$P(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4x - b \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 4 \\ c = -b \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(-\frac{1}{4})(-b)}}{2(-\frac{1}{4})} \Rightarrow x_1 = \frac{-4 + \sqrt{16 - b}}{-\frac{1}{2}} \quad , \quad x_2 = \frac{-4 - \sqrt{16 - b}}{-\frac{1}{2}}$$

از طرفی طبق عبارت $x_2 - x_1 = 12$ داریم:

$$x_2 - x_1 = 12 \Rightarrow \frac{-4 - \sqrt{16 - b}}{-\frac{1}{2}} - \frac{-4 + \sqrt{16 - b}}{-\frac{1}{2}} = 12 \Rightarrow \frac{-\cancel{4} - \sqrt{16 - b} + \cancel{4} - \sqrt{16 - b}}{-\frac{1}{2}} = \frac{12}{1} \Rightarrow -2\sqrt{16 - b} = -6$$

$$\Rightarrow \sqrt{16 - b} = \frac{-6}{-2} = 3 \xrightarrow[\text{می‌رسانیم.}]{\text{طرفین را به توان ۲}} (\sqrt{16 - b})^2 = (3)^2 \Rightarrow 16 - b = 9 \Rightarrow b = 16 - 9 = 7$$

۲۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴ به کمک جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی $a_n = a_1 r^{n-1}$ خواهیم داشت:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow a_1 r = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$a_5 = 4 \Rightarrow a_1 r^4 = 4 \quad (2)$$

از تقسیم رابطهٔ (۲) بر (۱) داریم:

$$\frac{a_1 r^4}{a_1 r} = \frac{4}{\frac{1}{2}} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r^3 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

با جایگذاری $r = 2$ در رابطهٔ (۱) داریم:

$$a_1 r = \frac{1}{2} \xrightarrow{r=2} 2a_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{4}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

پس:

$$S_8 = \frac{\frac{1}{4}(2^8 - 1)}{2 - 1} = \frac{1}{4}(256 - 1) = \frac{255}{4} = 63/75$$

۲۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴ رتبه کنکور قابل شمارش نیست ولی دارای ترتیب معناداری است، پس متغیر کیفی - ترتیبی است.

۲۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴

فضای نمونه برابر است با:

$$n(S) = \underset{\text{سکهٔ اول}}{2} \times \underset{\text{سکهٔ دوم}}{2} \times \underset{\text{تاس}}{6} = 24$$

حالات مطلوب سؤال برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8} \quad A = \{(\text{پ}1), (\text{پ}3), (\text{پ}5), (\text{ر}1), (\text{ر}3), (\text{ر}5), (\text{پ}1), (\text{پ}3), (\text{پ}5)\} \Rightarrow n(A) = 9$$

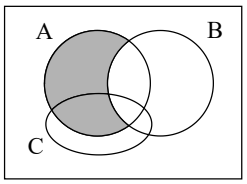
۲۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم جایگشت‌های دایره‌ای n شخص دور یک میز گرد برابر است با: $(n-1)!$

دو نفری که می‌خواهند کنار هم قرار بگیرند در یک بسته قرار می‌دهیم؛ پس حالا ۵ شئ داریم که می‌خواهند دور یک میز گرد قرار گیرند؛ داریم:

حالات مطلوب : $(5-1)! \times \underbrace{2}_{\substack{\text{جابه‌جایی دو شخص} \\ \text{که در یک بسته} \\ \text{قرار داریم}}} = 4! \times 2 = 24 \times 2 = 48$

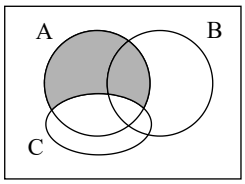
۲۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴ بهترین روش برای حل این سؤال کشیدن نمودار برای هر گزینه است؛ داریم:

گزینهٔ «۱»:



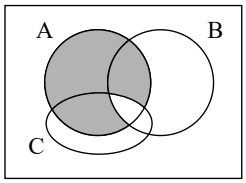
$A-B$

,



$A-C$

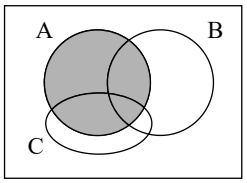
از اجتماع دو نمودار بالا داریم:



$(A-B)\bigcup(A-C)$

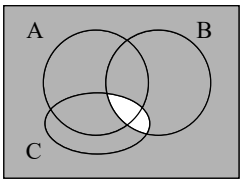
گزینهٔ «۲»:

می‌دانیم: $B' \cup C' = (B \cap C)'$



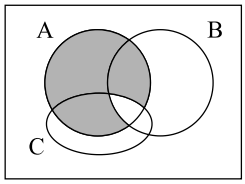
A

,



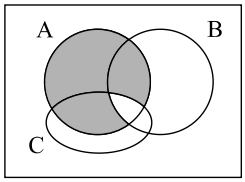
$(B\bigcap C)^{'}$

از اشتراک دو نمودار بالا داریم:



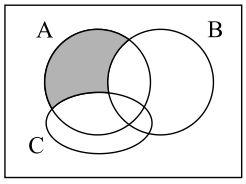
$A\cap(B^{'}\cup C^{'})$

گزینهٔ «۳»:



$A-(B\cap C)$

گزینهٔ «۴»:



$A-(B\cup C)$

نمودار گزینهٔ «۴» با بقیهٔ گزینه‌ها متفاوت است.

۲۱۰ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا نقطهٔ میانگین را حساب می‌کنیم:

$$\text{میانگین } x\text{ها} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{۳ + ۶ + ۹ + ۱۲ + ۱۵}{۵} = \frac{۴۵}{۵} = ۹$$

$$\text{میانگین } y\text{ها} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n} = \frac{۲۰٫۵ + ۲۴ + ۲۲ + ۲۷ + ۲۱٫۵}{۵} = \frac{۱۱۵}{۵} = ۲۳$$

پس نقطهٔ میانگین به‌صورت (۹ , ۲۳) است.

حال معادلهٔ خط گذرنده از نقطهٔ میانگین و نقطهٔ انتهایی (۱۵ , ۲۱٫۵) را می‌نویسیم:

$$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۲۱٫۵-۲۳}{۱۵-۹}=-\frac{۱٫۵}{۶}=-\frac{۱}{۴}$$

معادله خط به شکل $y=-\frac{۱}{۴}x+b$ است. برای به‌دست آوردن b نقطهٔ (۹ , ۲۳) را در آن قرار می‌دهیم؛ داریم:

$$y=-\frac{۱}{۴}x+b\xrightarrow{(۹,۲۳)}۲۳=-\frac{۱}{۴}(۹)+b\Rightarrow ۲۳=-\frac{۹}{۴}+b\Rightarrow b=۲۳+\frac{۹}{۴}=۲۳+۲٫۲۵=۲۵٫۲۵$$

پس معادله خط به‌صورت $y=-\frac{۱}{۴}x+۲۵٫۲۵$ است؛ حال $x=۱۶$ را در آن قرار می‌دهیم؛ داریم:

$$y=-\frac{۱}{۴}x+۲۵٫۲۵\xrightarrow{x=۱۶}y=-\frac{۱}{۴}(۱۶)+۲۵٫۲۵=-۴+۲۵٫۲۵=۲۱٫۲۵$$

۲۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ چون در بین داده‌ها، دادهٔ دورافتاده داریم. برای به‌دست آوردن خط فقر بهتر است از روش میانه استفاده کنیم؛ داریم:

$$\text{خط فقر}=\frac{\text{میانه}}{۲}=\frac{۶}{۲}=۳\ \text{میلیون تومان}$$

۲۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\left[۱-\frac{x}{۲}\right]\xrightarrow{x=\frac{-۳}{۲}}f(\frac{-۳}{۲})=\left[۱-\frac{\frac{-۳}{۲}}{۲}\right]=\left[۱+\frac{۳}{۴}\right]=\left[\frac{۷}{۴}\right]=[۱٫۷۵]=۱\quad(۱)$$

$$f(x)=\left[۱-\frac{x}{۲}\right]\xrightarrow{x=\sqrt{۲}}f(\sqrt{۲})=\left[۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right]$$

می‌دانیم: $\sqrt{۲}\simeq ۱٫۴$ پس:

$$f(\sqrt{۲})=\left[۱-\frac{۱٫۴}{۲}\right]=[۱-۰٫۷]=[۰٫۳]=۰\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}f(\sqrt{۲})+f(-\frac{۳}{۲})=۰+۱=۱$$

۲۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ دامنهٔ $f+g$ برابر است با:

$$D_{f+g}=D_f\cap D_g=\{۱,۳,۵\}$$

درنتیجه:

$$f+g=\{(۱,۵+۲),(۳,۴+۲),(۵,۳+۶)\}=\{(۱,۷),(۳,۶),(۵,۹)\}$$

از طرفی:

$$\frac{f+g}{f}=\{(۱,\frac{۷}{۵}),(۳,\frac{۶}{۴}),(۵,\frac{۹}{۳})\}=\{(۱,۱٫۴),(۳,۱٫۵),(۵,۳)\}$$

درنتیجه برد تابع $\frac{f+g}{f}$ برابر است با:

$$\{۱٫۴,۱٫۵,۳\}$$

۲۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{x-۳}{x-۴}+\frac{۱}{۲x-۲}=\frac{۲}{۳}\to\frac{x-۳}{x-۴}+\frac{۱}{۲(x-۱)}=\frac{۲}{۳}\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}}\frac{۲(x-۱)(x-۳)+(x-۴)}{۲(x-۱)(x-۴)}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{۲(x^۲-۴x+۳)+x-۴}{۲(x^۲-۵x+۴)}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow\frac{۲x^۲-۸x+۶+x-۴}{۲x^۲-۱۰x+۸}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{۲x^۲-۷x+۲}{۲x^۲-۱۰x+۸}=\frac{۲}{۳}\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}$$

$$۳(۲x^۲-۷x+۲)=۲(۲x^۲-۱۰x+۸)\Rightarrow ۶x^۲-۲۱x+۶=۴x^۲-۲۰x+۱۶\Rightarrow ۲x^۲-x-۱۰=۰\xrightarrow{ax^۲+bx+c=۰}a=۲,\ b=-۱,c=-۱۰$$

پس:

$$\Delta=b^۲-۴ac=(-۱)^۲-۴(۲)(-۱۰)=۱+۸۰=۸۱$$

ریشه‌ها برابر است با:

$$x_{۱,۲}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{۱\pm\sqrt{۸۱}}{۲(۲)}\Rightarrow\begin{cases}x_۱=\frac{۱+۹}{۴}=\frac{۱۰}{۴}=۲٫۵\ \text{ق ق}\\ x_۲=\frac{۱-۹}{۴}=\frac{-۸}{۴}=-۲\ \text{ق ق}\end{cases}$$

اختلاف جواب‌ها برابر است با:

$۲٫۵ - (-۲) = ۴٫۵$

۲۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ — با توجه به رابطهٔ بازگشتی دنباله داریم:

$$a_{n+۱} = \frac{۱}{۱ + a_n} \quad , \quad a_۱ = ۲$$

برای محاسبه جملهٔ پنجم دنباله داریم:

$$\begin{cases} a_۲ = \frac{۲}{۱ + a_۱} = \frac{۲}{۳} \\ a_۳ = \frac{۲}{۱ + a_۲} = \frac{۲}{\frac{۵}{۳}} = \frac{۶}{۵} \\ a_۴ = \frac{۲}{۱ + a_۳} = \frac{۲}{\frac{۱۱}{۵}} = \frac{۱۰}{۱۱} \\ a_۵ = \frac{۲}{۱ + a_۴} = \frac{۲}{\frac{۲۱}{۱۱}} = \frac{۲۲}{۲۱} \end{cases}$$

۲۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ — در این دنباله نزولی خواهیم داشت:

$$۶۴, ۳۲, ۱۶, \cdots \rightarrow \begin{cases} a_۱ = ۶۴ \\ r = \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{۳۲}{۶۴} = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

با توجه به فرمول مجموع جملات دنباله هندسی:

$$S_n = \frac{a_۱(۱ - r^n)}{۱ - r} \rightarrow S_۸ = \frac{۶۴(۱ - (\frac{۱}{۲})^۸)}{۱ - \frac{۱}{۲}} = \frac{۶۴ \times \frac{۲۵۵}{۲۵۶}}{\frac{۱}{۲}} = ۱۲۸ \times \frac{۲۵۵}{۲۵۶} = ۱۲۷٫۵$$

۲۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$۱۲ - \boxed{۱۳ - ۱۴٫۵} - ۱۵ - ۱۵٫۵ - ۱۷ - \boxed{۱۸ - ۱۸٫۵} - ۲۰$$

($Q_۱ = ۱۳٫۷۵$ ، $Q_۳ = ۱۸٫۲۵$)

داده‌های داخل جعبه : ۱۴٫۵, ۱۵, ۱۵٫۵, ۱۷, ۱۸

میانگین : $\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_n}{n} = \frac{۸۰}{۵} = ۱۶$

انحراف معیار : $\sigma = \sqrt{\frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + \cdots + (x_n - \bar{x})^۲}{n}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{۲٫۲۵ + ۱ + ۰٫۲۵ + ۱ + ۴}{۵}} = \sqrt{\frac{۸٫۵}{۵}} = \sqrt{۱٫۷} \simeq ۱٫۳$

۲۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$((p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim p \rightarrow$

گزینه ۱ : $(\overbrace{(د \wedge (ن \Leftrightarrow د))}^{ن} \Rightarrow$ ن (درست)

گزینه ۲ : $(\overbrace{(د \wedge (د \Leftrightarrow د))}^{د} \Rightarrow$ ن (نادرست)

گزینه ۳ : $(\overbrace{(ن \wedge (ن \Leftrightarrow ن))}^{ن} \Rightarrow$ د (درست)

گزینه ۴ : $(\overbrace{(ن \wedge (د \Leftrightarrow ن))}^{ن} \Rightarrow$ د (درست)

۲۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

x	۲	۴	۶	۸	۱۰
y	۱۴	۱۸	۱۲	۲۰	۲۶

$$m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۲۶ - ۲۰}{۱۰ - ۸} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

معادله خط برابر است با:

$$y = mx + b \xrightarrow{m=۳} y = ۳x + b \xrightarrow[y=۲۰]{x=۸} ۲۰ = ۲۴ + b \rightarrow b = -۴$$

درون‌یابی در سال نهم برابر است با:

$y = ۳x - ۴ \Rightarrow y(۹) = ۳ \times ۹ - ۴ = ۲۳$

۲۲۰ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به معادله خط نقطه‌های $\begin{vmatrix} ۲ & ۸ \\ ۱۱ & ۵ \end{vmatrix}$ که در معادله خط $y = ۱۳ - x$ صدق می‌کند، نقاط برخوردند پس این نقاط در سهمی $y = -\frac{۱}{۲}x^۲ + ax + b$ صدق می‌کنند؛ داریم:

$$\begin{cases} ۱۱ = -\frac{۱}{۲}(۲)^۲ + a(۲) + b \\ ۵ = -\frac{۱}{۲}(۸)^۲ + a(۸) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲a + b = ۱۳ \\ ۸a + b = ۳۷ \end{cases}$$

رأس سهمی $y = -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۴x + ۵$ برابر است با:

رأس سهمی : $\frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{۲(-\frac{۱}{۲})} = ۴ \Rightarrow y = ۱۳$

۲۲۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

$f(x) = [۲x - ۱] \Rightarrow f(\frac{-۳}{۴}) + f(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = [۲(\frac{-۳}{۴}) - ۱] + [۲(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) - ۱] = [-۲٫۵] + [\sqrt{۵} - ۱] = -۳ + ۱ = -۲$

۲۲۲ ۱ **۲** ۳ ۴

$f = \{(۳,۴), (۲,۶), (۵,۳), (۱,۵)\}$

$g = \{(۵,۶), (۱,۲), (۳,۲), (۴,۱)\}$

$\Rightarrow D_f \cap D_g = \{۳,۵,۱\}$

$\left.\begin{matrix} f+g = \{(۳,۶), (۵,۹), (۱,۷)\} \\ f-g = \{(۳,۲), (۵,-۳), (۱,۳)\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{f+g}{f-g} = \{(۳,۳), (۵,-۳), (۱,\frac{۷}{۳})\} \Rightarrow \text{برد} = \{۳,-۳,\frac{۷}{۳}\}$

تذکر: در مخرج $(f-g)(x) \neq ۰$ است.

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۴	۴۲	۱	۸۳	۳	۱۲۴	۴
۲	۴	۴۳	۴	۸۴	۲	۱۲۵	۴
۳	۴	۴۴	۱	۸۵	۳	۱۲۶	۱
۴	۲	۴۵	۲	۸۶	۳	۱۲۷	۲
۵	۳	۴۶	۳	۸۷	۳	۱۲۸	۲
۶	۴	۴۷	۱	۸۸	۲	۱۲۹	۱
۷	۲	۴۸	۳	۸۹	۳	۱۳۰	۲
۸	۴	۴۹	۱	۹۰	۳	۱۳۱	۳
۹	۱	۵۰	۲	۹۱	۱	۱۳۲	۴
۱۰	۱	۵۱	۴	۹۲	۳	۱۳۳	۱
۱۱	۱	۵۲	۱	۹۳	۱	۱۳۴	۲
۱۲	۴	۵۳	۳	۹۴	۲	۱۳۵	۴
۱۳	۴	۵۴	۳	۹۵	۱	۱۳۶	۳
۱۴	۱	۵۵	۳	۹۶	۳	۱۳۷	۳
۱۵	۲	۵۶	۴	۹۷	۱	۱۳۸	۱
۱۶	۱	۵۷	۲	۹۸	۴	۱۳۹	۱
۱۷	۴	۵۸	۳	۹۹	۲	۱۴۰	۳
۱۸	۱	۵۹	۲	۱۰۰	۳	۱۴۱	۲
۱۹	۴	۶۰	۳	۱۰۱	۲	۱۴۲	۳
۲۰	۲	۶۱	۱	۱۰۲	۳	۱۴۳	۴
۲۱	۲	۶۲	۴	۱۰۳	۱	۱۴۴	۴
۲۲	۳	۶۳	۱	۱۰۴	۴	۱۴۵	۲
۲۳	۴	۶۴	۱	۱۰۵	۳	۱۴۶	۱
۲۴	۴	۶۵	۲	۱۰۶	۴	۱۴۷	۳
۲۵	۴	۶۶	۲	۱۰۷	۳	۱۴۸	۲
۲۶	۴	۶۷	۳	۱۰۸	۳	۱۴۹	۴
۲۷	۴	۶۸	۴	۱۰۹	۲	۱۵۰	۳
۲۸	۳	۶۹	۱	۱۱۰	۱	۱۵۱	۴
۲۹	۲	۷۰	۱	۱۱۱	۱	۱۵۲	۳
۳۰	۲	۷۱	۲	۱۱۲	۳	۱۵۳	۱
۳۱	۲	۷۲	۲	۱۱۳	۲	۱۵۴	۲
۳۲	۴	۷۳	۲	۱۱۴	۴	۱۵۵	۴
۳۳	۲	۷۴	۲	۱۱۵	۱	۱۵۶	۲
۳۴	۳	۷۵	۱	۱۱۶	۴	۱۵۷	۳
۳۵	۳	۷۶	۳	۱۱۷	۲	۱۵۸	۳
۳۶	۳	۷۷	۲	۱۱۸	۴	۱۵۹	۲
۳۷	۱	۷۸	۲	۱۱۹	۴	۱۶۰	۳
۳۸	۳	۷۹	۳	۱۲۰	۲	۱۶۱	۱
۳۹	۴	۸۰	۲	۱۲۱	۲	۱۶۲	۴
۴۰	۲	۸۱	۳	۱۲۲	۱	۱۶۳	۴
۴۱	۱	۸۲	۳	۱۲۳	۲	۱۶۴	۱

۱۶۵	۴	۱۸۰	۲	۱۹۵	۳	۲۱۰	۲
۱۶۶	۳	۱۸۱	۱	۱۹۶	۱	۲۱۱	۱
۱۶۷	۱	۱۸۲	۱	۱۹۷	۲	۲۱۲	۴
۱۶۸	۳	۱۸۳	۴	۱۹۸	۴	۲۱۳	۱
۱۶۹	۲	۱۸۴	۲	۱۹۹	۱	۲۱۴	۲
۱۷۰	۳	۱۸۵	۲	۲۰۰	۴	۲۱۵	۱
۱۷۱	۴	۱۸۶	۳	۲۰۱	۱	۲۱۶	۳
۱۷۲	۱	۱۸۷	۱	۲۰۲	۳	۲۱۷	۲
۱۷۳	۲	۱۸۸	۲	۲۰۳	۴	۲۱۸	۲
۱۷۴	۲	۱۸۹	۴	۲۰۴	۳	۲۱۹	۲
۱۷۵	۳	۱۹۰	۱	۲۰۵	۲	۲۲۰	۴
۱۷۶	۴	۱۹۱	۴	۲۰۶	۴	۲۲۱	۴
۱۷۷	۲	۱۹۲	۱	۲۰۷	۱	۲۲۲	۲
۱۷۸	۲	۱۹۳	۴	۲۰۸	۲		
۱۷۹	۳	۱۹۴	۴	۲۰۹	۴		