متوسط ①

$\underbrace{a, ar, ar^2, \dots}_{\text{هندسی}} \xrightarrow{\text{نصف}} \underbrace{\frac{a}{2}, \frac{ar}{2}, \frac{ar^2}{2}}_{\text{حسابی}}$

$\longrightarrow \frac{ar}{2} = \frac{\frac{a}{2} + \frac{ar^2}{2}}{2} \Longrightarrow r = \frac{1}{2} + \frac{r^2}{2} \Longrightarrow 2r = 1 + r^2$

$\longrightarrow 0 = (r-1)^2 \longrightarrow \boxed{r=1} \longrightarrow$ حالا حسابی: $\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2} \longrightarrow \boxed{d=0}$

$r + d = 1$

متوسط ②

A و B چون y یکسان دارند (طبق جزوه) $\longleftarrow x_S = \frac{x_A + x_B}{2}$

$x_S = \frac{-3+2}{2} = -1 \xrightarrow{\text{پس}} S(-1, 1)$

$y = a(x+1)^2 + 1 \longrightarrow y = ax^2 + 2ax + a + 1 \begin{cases} S = -2 \\ P = \frac{a+1}{a} \end{cases}$

$\underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{S^2 - 2P} = 10 \longrightarrow 4 - 2\left(\frac{a+1}{a}\right) = 10 \longrightarrow -1 = \frac{2a+2}{a}$

$-a = 2a + 2 \longrightarrow a = -\frac{2}{3}$

$y = -\frac{2}{3}(x+1)^2 + 1 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$

Scanned by CamScanner

⑤ $S=\alpha+\beta=1 \qquad P=\alpha\beta=\frac{-b}{a}$

$$۲۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲-۲۰\beta=۱۷ \longrightarrow ۲۰\beta^۲+\underbrace{۲۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲}_{A}-\underbrace{۲۰\beta}_{B}=۱۷$$

$$A=۲۰(\alpha^۲+\beta^۲)=۲۰(S^۲-۲P)=۲۰\left(۱+\frac{۲b}{a}\right)=۲۰+\frac{۴۰b}{a}$$

جایگذاری
$\xrightarrow[\alpha=\beta]{}$ $a\beta^۲-a\beta-b=۰ \Longrightarrow a(\beta^۲-\beta)=b \longrightarrow \beta^۲-\beta=\frac{b}{a}$

$$\longrightarrow B=۲۰(\beta^۲-\beta)=\frac{۲۰b}{a}$$

$$\text{جمع} \longrightarrow \frac{۲۰b}{a}+۲۰+\frac{۴۰b}{a}=۱۷ \Longrightarrow \frac{۶۰b}{a}=-۳ \longrightarrow -۲۰b=a$$

$$|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{a^۲+۴ab}}{|a|}=\frac{\sqrt{۴۰۰b^۲-۸۰b^۲}}{|-۲۰b|}=\frac{\sqrt{۳۲۰}\,|b|}{۲۰\,|b|}=$$

$$=\frac{\sqrt{۱۶\times ۲۰}}{۲۰}=\frac{۸\sqrt{۵}}{۲۰}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}=\frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

Scanned by CamScanner

(۷) $\frac{(1-x)^2+x^2}{x^2(1-x)^2} = \frac{17}{9} \longrightarrow \frac{2x^2-2x+1}{(x^2-x)^2} = \frac{17}{9}$

$(x-1)^2$

بسوی

$x^2-x=t \longrightarrow \frac{2t+1}{t^2} = \frac{17}{9} \longrightarrow 17t^2-18t-9=0$

طبق روشی که برای Δهای بزرگ گفتم که ضرب نکنید و فاکتور بگیرید یا روش Δ'

$\Delta = 18\times18 + 4\times9\times170$

$\Delta = 4\times9\times9 + 4\times9\times170$

$\Delta = 4\times9(9+170) = 4\times9\times179$

$\sqrt{\Delta} = 2\times3\times13 = 78$

$t_1 = \frac{18+78}{340} = \frac{3}{10} \Longrightarrow x^2-x-\frac{3}{10}=0 \xrightarrow{\Delta>0} S_1=1$

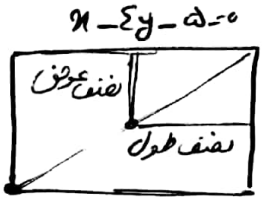
$t_2 = \frac{18-78}{340} = -\frac{3}{17} \Longrightarrow x^2-x+\frac{3}{17}=0 \xrightarrow{\Delta>0} S_2=1$

$\Longrightarrow S_{(7)}=2$

Scanned by CamScanner

⑦ متوسط

شیب ها قرینه معکوس و برهم عمودند
نقطه داده شده در هیچ خطی صدق نمی‌کند
$\longrightarrow$



به کمک فاصله نقطه از خط
$\longrightarrow$ طول $= \sqrt{۱۷}$
$\longrightarrow$ عرض $= \frac{\sqrt{۱۷}}{۲}$
$\longrightarrow$ جواب $=$ نصف طول $= \frac{\sqrt{۱۷}}{۲}$

---

⑧ متوسط

$y = ۱۲ - x \xrightarrow{y=۱۰} ۱۰ = ۱۲ - x \Longrightarrow x = ۲ \longrightarrow$ تقاطع $= |_{۱۰}^{۲}$

$(۲, ۱۰) \in f^{-1} \Longrightarrow (۱۰, ۲) \in f \longrightarrow ۲ = \sqrt{۱۰ - ۲\sqrt{۱۰m - ۱}}$

$۴ = ۱۰ - ۲\sqrt{۱۰m - ۱}$

$\sqrt{۱۰m - ۱} = ۳ \Longrightarrow ۱۰m - ۱ = ۹ \longrightarrow \boxed{m = ۱}$

$f(m+۴) = f(۵) = \sqrt{۵ - ۲\sqrt{۵ - ۱}} = \sqrt{۵ - ۴} = ۱$

---

⑨ متوسط

در هر دوره تا کنید شکر که درصد باقی مانده
$\longrightarrow$ مقدار باقی مانده بعد t ساعت $\Longrightarrow A\left(\frac{۸}{۹}\right)^t$
$\downarrow$ مقدار اولیه

$A\left(\frac{۸}{۹}\right)^t = \frac{۱}{۶} A \xrightarrow{\log_۵} t \log_۵ \frac{۸}{۹} = \log_۵ \frac{۱}{۶}$

$t\left(۳\log_۵ ۲ - ۲\log_۵ ۳\right) = -\log_۵ ۶$

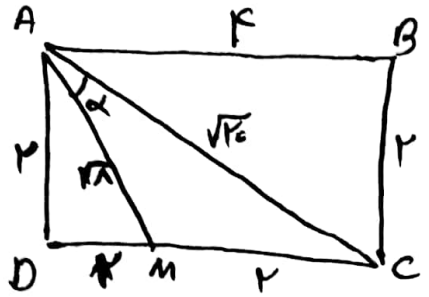
$t\left(\frac{۳}{۲/۴} - \frac{۲}{۱/۴}\right) = -\left(\frac{۱}{۲/۴} + \frac{۱}{۱/۴}\right)$

$t\left(\frac{۴/۲ - ۴/۸}{۲/۴ \times ۱/۴}\right) = -\left(\frac{۳/۸}{۲/۴ \times ۱/۴}\right) \longrightarrow t = \frac{۳۸}{۶}$ ساعت

$t = \frac{۳۸}{۶} \times ۶۰ = ۳۸۰$ دقیقه

Scanned by CamScanner

۱۰ متوسط

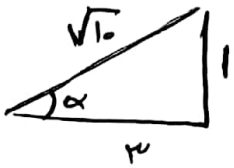


در تمامی تکالیف بلکان دانستیم که برای نواحی نامشخص از مساحت استفاده شود

$$\left.\begin{aligned} S_{ABCD} &= ۸ \\ S_{ADM} &= ۲ \\ S_{ABC} &= ۴ \end{aligned}\right\} \Longrightarrow S_{AMC} = ۲$$

$$\frac{۱}{۲} \times \sqrt{۸} \times \sqrt{۲۰} \times \sin\alpha = ۲$$

$$\sin\alpha = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$$



$$\Longrightarrow \cot\alpha = ۳$$

---

۱۱ متوسط

$$\frac{۹}{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۹ \times \sqrt{۲} \times \sin\alpha \longrightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \xrightarrow{\text{در مثلث } \alpha} ۶۰^\circ, ۱۲۰^\circ$$

$$\longrightarrow \text{خط} = \frac{۱۲۰}{۶۰} = ۲$$

---

۱۲ متوسط

$$f(x) = a + \frac{b}{۲}\sin\left(۲cx - \frac{۳\pi}{۲}\right) \Longrightarrow f(x) = a + \frac{b}{۲}\cos ۲cx$$

$$\left.\begin{aligned} \max = ۳ &\longrightarrow \left|\frac{b}{۲}\right| + a = ۳ \\ \min = -۱ &\longrightarrow -\left|\frac{b}{۲}\right| + a = -۱ \end{aligned}\right\} \Longrightarrow a = ۱ \ , \ b = \pm ۴$$

↓ ضرب ۷۸

↓ $b = -۴$

$$T = \pi = \frac{۲\pi}{۲c} \Longrightarrow c = \pm ۱ \longrightarrow$$ هردو قبول چون کسینوس منفی خواه

$$f(x) = ۱ - ۲\cos ۲x = ۰ \longrightarrow \cos ۲x = \frac{۱}{۲} \longrightarrow x = \frac{\pi}{۶}, \frac{۵\pi}{۶}$$

$$\text{اختلاف} = \frac{۲\pi}{۳}$$

Scanned by CamScanner

بارها در جزوه گفته شد که ایده جمع یا تفریق $\sin x$ و $\cos x$ متوان ۲ است.

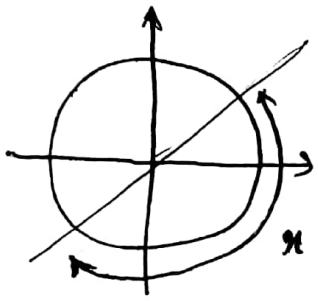
(۱۳) سخت

$$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{3}} \Longrightarrow \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\theta = x+\frac{\pi}{4})$$

$$\cos 2\theta = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2-1 \Longrightarrow \cos 2\theta=\frac{-1}{3} \Longrightarrow \cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{-1}{3} \Longrightarrow \sin 2x=\frac{1}{3}$$

$$(\cos x-\sin x)^2 = 1-\sin 2x = 1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3} \Longrightarrow \cos x-\sin x=\pm\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\doteq\frac{1}{\sqrt{3}}=+ \Longrightarrow -\frac{\pi}{2}<x+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2} \Longrightarrow -\frac{3\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4}$$



$$\Longrightarrow \cos x>\sin x \Longrightarrow \cos x-\sin x=+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

مساحت $\Longrightarrow \frac{\sqrt{2}m}{\sqrt{3}}-2\sqrt{6}\left(\frac{1}{3}\right)=\sqrt{6} \Longrightarrow \frac{\sqrt{2}m}{\sqrt{3}}=2\sqrt{6} \Longrightarrow m=6$

---

(۱۴) متوسط

دامنه طبق $\begin{cases} m^2-m-5<0 \Longrightarrow \frac{1-\sqrt{21}}{2}<m<\frac{1+\sqrt{21}}{2} \Longrightarrow -1/\sim<m<2/\sim \quad ① \\ -m^2+2m-3<0 \Longrightarrow \text{همواره منفی} \Longrightarrow \mathbb{R} \quad ② \end{cases}$

نزول $\Longrightarrow m^2-m-5>-3+2m-m^2 \Longrightarrow 2m^2-3m-2>0 \Longrightarrow$

$$m<\frac{-1}{2} \cup m>2 \quad ③$$

$$① \cap ② \cap ③ \Longrightarrow -1/\sim<m<\frac{-1}{2} \cup 2<m<2/\sim$$

صحیح -1 — صحیح ندارد

گزینه ۱

Scanned by CamScanner

(۱۵) متوسط

$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d} \longrightarrow g(x)=\frac{cx+d}{ax+b}$

↓ وارون $f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$ ↓ طبق جزوه $g^{-1}(x)=\frac{-bx+d}{ax-c}$

طبق برقطار از lim داده شده $\Longrightarrow \frac{\frac{a}{c}}{-\frac{b}{a}}=\frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} \longrightarrow 1=\frac{b^2}{a^2} \Longrightarrow a=\pm b$

$\lim_{x\to 0^+} f^{-1}(x)=-\frac{b}{a}=\pm 1 \Longrightarrow$ گزینه ۳

---

(۱۶) خیلی سخت

بهترین راه مثال زدن است

برای رشته تجربی

رشته ریاضی: یک بار $n=2k$ ، یک بار $n=2k-1$

$n=2$ زوج

$f(2) \xrightarrow{[2]=\text{زوج}} |2+2|=4$

$f(2^+) \xrightarrow{[2^+]=\text{زوج}} |2-\underbrace{[-2^+]}_{-3}|=5$

$f(2^-)$

} ناپیوسته

$n=1$ فرد

$f(1) \xrightarrow{[1]=\text{فرد}} 1-1+k=k$

$f(1^+) \xrightarrow{[1^+]=\text{فرد}} 1-1+k=k$

$f(1^-) \xrightarrow{[1^-]=\text{زوج}} |1-\underbrace{[-1^-]}_{-1}|=2$

} پیوسته $\Longrightarrow k=2\in N$ ✓

حواسمان جواب هردو برای n فرد پیوسته است

$-n=-1$

$f(-1) \xrightarrow{[-1]=\text{فرد}} -1-[-1]+k=k$

$f(-1^+) \xrightarrow{[-1^+]=\text{فرد}} k$

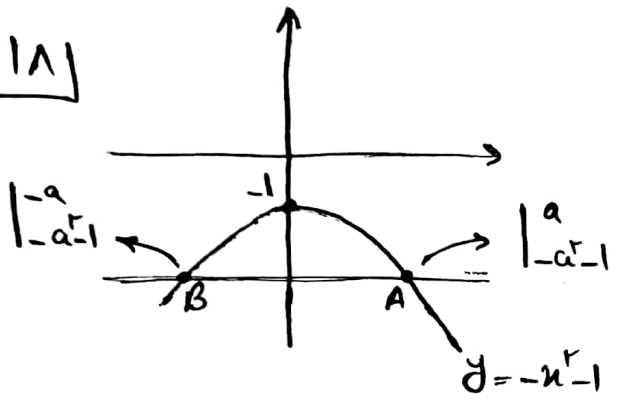
$f(-1^-) \xrightarrow{[-1^-]=\text{زوج}} |-1-\underbrace{[-(-1)^-]}_{1}|=2$

} پیوسته $\Longrightarrow k=2\in N$ ✓

Scanned by CamScanner

۱۷ ریشته ریاضی

۱۸



$f'(x) = -2x$ — A سمت: $-2a$; B سمت: $2a$

$2a = \frac{1}{2a} \Longrightarrow a = \pm\frac{1}{2}$ ← طول $a>0$ ← $a=\frac{1}{2}$

$y_A = y_B = -\frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{4} = -1/25$

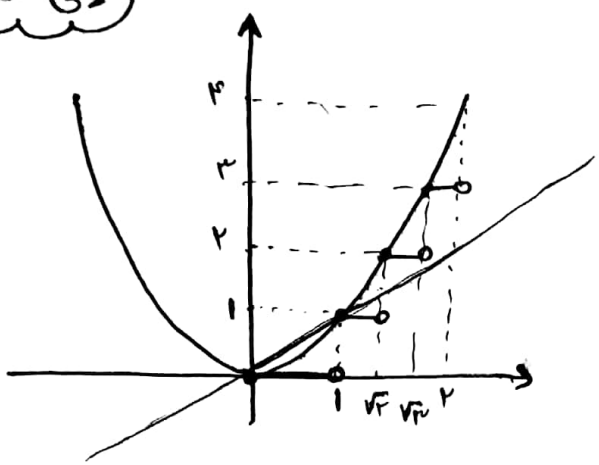
$\Rightarrow$ ۱

Scanned by CamScanner

۲۵| دامنه : $x \geq [x^2]$

خیلی سخت

در سوالات کاربردی حتماً دامنه لحاظ شود



$\Longrightarrow \quad 0 \leq x < \sqrt{2}$

$0 \leq x < 1 \Longrightarrow y = \sqrt{x-0} = \sqrt{x} \Longrightarrow A \begin{vmatrix} x \\ \sqrt{x} \end{vmatrix}$

$\text{فاصله} = \dfrac{|2x - \sqrt{x} + 2|}{\sqrt{5}} \xrightarrow{min} \underbrace{2x - \sqrt{x} + 2}_{f} \xrightarrow{min} f' = 0 \Longrightarrow 2 - \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = 0$

$x = \frac{1}{16}$

① $\text{فاصله} = \dfrac{\left|\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 2\right|}{\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{8}$

$1 \leq x < \sqrt{2} \Longrightarrow y = \sqrt{x-1} \Longrightarrow A \begin{vmatrix} x \\ \sqrt{x-1} \end{vmatrix}$

$\text{فاصله} = \dfrac{|2x - \sqrt{x-1} + 2|}{\sqrt{5}} \Longrightarrow f' = 0 \Longrightarrow 2 - \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}} = 0 \Longrightarrow x = \frac{17}{16}$

$\text{فاصله} = \dfrac{\left|\frac{17}{8} - \frac{1}{4} + 2\right|}{\sqrt{5}} > \dfrac{3\sqrt{5}}{8}$

حداقل ظاهری با ①

کمترین فاصله $= \dfrac{3\sqrt{5}}{8}$

عابدی ← ۰۹۱۲۷۲۲۳۳۱۴

Scanned by CamScanner