



ویژه
کنکوری های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۶/۱۰

آزمون
دوم
حضوری



سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

شیمی (۱)	فیزیک (۱)	هندسه (۱)	ریاضی (۱)
فصل دوم رذیخای گازها در زندگی صفحه ۴۵ تا ۸۴	فصل سوم + فصل چهارم (تا ابتدای قوانین گازها) کار انرژی و تون + دما و گرما (تا ابتدای قوانین گازها) صفحه ۵۳ تا ۱۱۷	فصل دوم (از ابتدای تشابه مثلثها) + فصل سوم قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن (از ابتدای تشابه مثلثها) + چندضلعیها صفحه ۳۸ تا ۷۶	فصل سوم (از ابتدای تونهای گویا) + فصل چهارم + فصل پنجم تونهای گویا و عبارتهای جبری (از ابتدای تونهای گویا) + معادلهها و نامعادلهها + تابع صفحه ۵۹ تا ۱۱۷
شیمی (۲)	فیزیک (۲)	هندسه (۲)	آمار و احتمال
فصل دوم در پی غنای سالم صفحه ۴۹ تا ۹۶	فصل دوم جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم صفحه ۴۵ تا ۸۲	فصل اول (از ابتدای چندضلعیهای مخاطبی و محیطی) + فصل دوم دلبره (از ابتدای چندضلعیهای مخاطبی و محیطی) + تبدیلهای هندسی و کاربردها صفحه ۲۴ تا ۶۰	فصل دوم احتمال صفحه ۳۹ تا ۷۲
حصاتی (۱)	حصاتی (۲)	حصاتی (۳)	حصاتی (۴)
فصل دوم + فصل سوم تابع + توابع نمایی و لگاریتمی صفحه ۳۷ تا ۹۰	فصل دوم جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم صفحه ۴۵ تا ۸۲	فصل اول (از ابتدای چندضلعیهای مخاطبی و محیطی) + فصل دوم دلبره (از ابتدای چندضلعیهای مخاطبی و محیطی) + تبدیلهای هندسی و کاربردها صفحه ۲۴ تا ۶۰	فصل دوم احتمال صفحه ۳۹ تا ۷۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	درس	از شماره	تا شماره	تعداد سؤال	مدت پاسخگویی	ملاحظات
۱	زوج درس ریاضیات	ریاضی (۱)	۱	۲۰	۳۰	۵۵ دقیقه	۶۵ سؤال ۹۵ دقیقه
		هندسه (۱)	۲۱	۳۰			
		حسابان (۱)	۱	۱۰			
		آمار و احتمال	۱۱	۲۰			
		هندسه (۲)	۲۱	۳۰			
۲	زوج درس فیزیک	فیزیک (۱)	۳۱	۵۰	۲۰	۲۵ دقیقه	
		فیزیک (۲)	۳۱	۵۰			
۳	زوج درس شیمی	شیمی (۱)	۵۱	۶۵	۱۵	۱۵ دقیقه	
		شیمی (۲)	۵۱	۶۵			

داوطلب گرامی!

لطفاً در هر درس، از بین سؤالات پایه دهم و سؤالات پایه یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. توجه داشته باشید که درسهای ریاضی ۱ و هندسه ۱، با حسابان ۱، آمار و احتمال و هندسه ۲، زوج درس هستند و باید به یکی از این مجموعهها پاسخ دهید.

Azmoon.kheilisabz.com

داوطلب گرامی، دقت کنید که کل ریاضیات دهم (ریاضی ۱ و هندسه ۱) با کل ریاضیات یازدهم (حسابان ۱، هندسه ۲ و آمار و احتمال) زوج درس است. برای پاسخگویی به سؤال‌های ۱ تا ۳۰، از بین سؤال‌های ریاضیات دهم و ریاضیات یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. لازم به ذکر است گزینه درست زوج درس‌ها یکسان نیست. توصیه ما این است که در آزمون‌های تابستان، زوج درس انتخابی خود را تغییر ندهید.

✳ اگر در این آزمون، به سؤالات ریاضیات دهم پاسخ می‌دهید، در پاسخ‌برگ، در کادر «ریاضی»، گزینه (۱) را انتخاب کنید.

✳ اگر در این آزمون، به سؤالات ریاضیات یازدهم پاسخ می‌دهید، در پاسخ‌برگ، در کادر «ریاضی»، گزینه (۲) را انتخاب کنید.

صفحه‌های ۵۹ تا ۱۱۷

ریاضی دهم

 ۱- اگر $A = \sqrt{8\sqrt{4\sqrt{2}}}$ و $B = (2 + \sqrt{3})^{\frac{2}{3}}$ باشد، ریشه سوم عدد $BA^{\frac{18}{23}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3} - 1$ (۲) $\sqrt{3} + 1$ (۳) $4 - 2\sqrt{3}$ (۴) $4 + 2\sqrt{3}$

 ۲- اگر $x = \sqrt{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ و $y = 2 + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ باشد، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

 ۳- با فرض $\sqrt{a} = 3 - \sqrt{9 - a}$ ، حاصل $a + \frac{1}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۹ (۴) ۱۸

 ۴- با فرض $a^2 + a - 3 = 0$ ، حاصل $a^5 - 19a$ کدام است؟

- (۱) -۱۷ (۲) -۱۹ (۳) -۲۱ (۴) -۲۳

 ۵- اگر $a + b = 3$ و $a^2 + b^2 = 18$ باشد، حاصل عبارت $P = \frac{1}{a^8 + 1} + \frac{1}{b^8 + 1}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

 ۶- اگر $x = \alpha$ جواب معادله $\sqrt{2x - 1} + \sqrt{2x + 7} = 4$ باشد، جذر عدد $\frac{2\alpha + 7}{2\alpha - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۶

 ۷- حاصل عبارت $A = \frac{x+2}{x^2+x+1} + \frac{2+\sqrt{2}}{x^2-1}$ به ازای $x = 2 + \sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{2} + 4}{15 + 14\sqrt{2}}$ (۲) $\sqrt{2} - 1$ (۳) $\frac{6\sqrt{2} + 8}{19 + 14\sqrt{2}}$ (۴) $\sqrt{2} + 1$

محل انجام محاسبات

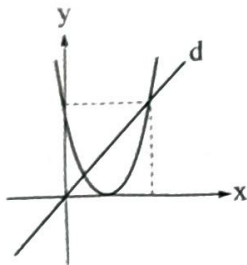
۸- جدول تعیین علامت عبارت $P = ax^2 + (2a-1)x + b$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ کدام است؟

x	$2b+1$	$2(2)$	$-1(1)$
P	$+$	$-$	$+$

۹- نمودار تابع $f(x) = (ax-2)(x+b)$ نسبت به خط $x = \frac{4}{3}$ متقارن است. اگر رأس سهمی f روی نیمساز ناحیه چهارم باشد، b کدام است؟

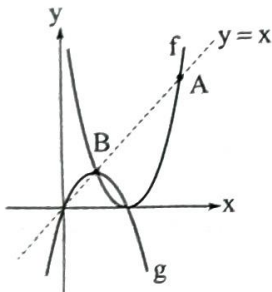
- (۱) صفر یا -۳ (۲) صفر یا -۲ (۳) -۲ یا -۴ (۴) -۳ یا -۴

۱۰- نمودار سهمی $f(x) = ax^2 - 16x + c$ به صورت مقابل است. شیب خط d کدام است؟



- (۱) ۶
(۲) ۲
(۳) ۸
(۴) ۴

۱۱- نمودارهای سهمی های f و g به صورت زیر است. نسبت طول نقطه A به طول نقطه B کدام است؟



- (۱) $\frac{8}{3}$
(۲) ۲
(۳) ۶
(۴) ۴

۱۲- اگر نمودار سهمی $y = (m-6)x^2 + 7x + m$ همواره بالای خط $y = -x$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m > 8$ (۲) $6 < m < 8$ (۳) $m > 6$ (۴) $2 < m < 8$

۱۳- اگر a عضو مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x-6}{27x^2+8} \leq 0$ و a^2 عددی صحیح باشد، آن گاه مجموع جواب های ممکن برای a^2 کدام است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۳۶ (۳) ۲۸ (۴) ۴۵

۱۴- نمودار سهمی f در نقطه $x=2$ بر خط $y=1$ مماس است. اگر $f(0) = 9$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $f(x) < a^2 + 5$ کدام است؟ (a ، ضریب x^2 در معادله سهمی f است.)

- (۱) $(-2, 2)$ (۲) $(0, 4)$ (۳) $(0, 8)$ (۴) $(2, 8)$

۱۵- مجموعه جواب نامعادله های $x^2 + ax - 1 - a < 0$ و $|x-b| < 2b-3$ برابر هستند. حاصل $a-b$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۱۶- مجموعه جواب نامعادله $\frac{4-x}{x-\sqrt{x^2-2x+2}} > 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷- اگر $f(x) = 2x^2 - 5x - 7$ و مجموعه جواب نامعادله $(x+a)f(x) \geq 0$ ، بازه $[b, +\infty)$ باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

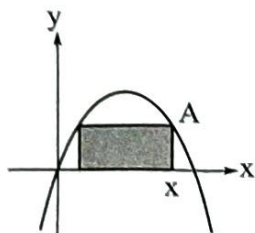
- ۱ (۱) $2/5$ ۲ (۲) $-1/5$ ۳ (۳) $4/5$ ۴ (۴) $-2/5$

۱۸- اگر برد تابع $f(x) = x + \sqrt{4-x^2}$ بازه $[-2, a]$ باشد، مقدار $f(\frac{a}{4})$ کدام است؟

- ۱ (۱) a ۲ (۲) $2a$ ۳ (۳) $\frac{a}{2}$ ۴ (۴) $\frac{a}{4}$

۱۹- مساحت مستطیل محاط درون سهمی $y = 4x - x^2$ ، مطابق شکل، تابعی از طول نقطه A است. ضابطه این تابع

کدام است؟ ($x > 2$)



(۱) $2(x-2)(4-x)$

(۲) $(x-2)(4-x)$

(۳) $x(x-2)(4-x)$

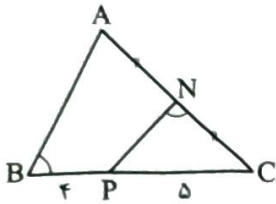
(۴) $2x(x-2)(4-x)$

۲۰- تابع $f(x) = |x|$ مفروض است. مساحت سطح محدود به نمودار دو تابع $y = f(x+k)$ و $y = f(x-2k)$ و محور

x ها برابر ۱۸ است. مقدار مثبت k کدام است؟

- ۱ (۱) 4 ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ ۳ (۳) $4\sqrt{2}$ ۴ (۴) 6

۲۱- مطابق شکل، N وسط AC است و $\hat{B} = \hat{CNP}$. اگر $BP = 4$ و $CP = 5$ ، آن گاه طول AC کدام است؟



$$3\sqrt{2} \quad (1)$$

$$3\sqrt{5} \quad (2)$$

$$6\sqrt{2} \quad (3)$$

$$3\sqrt{10} \quad (4)$$

۲۲- اگر مثلثی به طول اضلاع a، b و ۱ با مثلثی به طول اضلاع ۲، ۳ و ۴ متشابه باشد، اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار قابل قبول برای a کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$1/5 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$0/5 \quad (1)$$

۲۳- در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول قطعاتی که ارتفاع وارد بر وتر روی آن جدا می‌کند، برابر با $1/69$ و $4/56$ سانتی‌متر است. طول کوچک‌ترین ضلع این مثلث چند سانتی‌متر است؟

$$3/25 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2/75 \quad (2)$$

$$2/5 \quad (1)$$

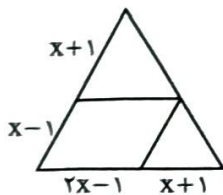
۲۴- با توجه به شکل، مساحت متوازی‌الاضلاع، چند درصد مساحت بزرگ‌ترین مثلث است؟

$$24 \quad (1)$$

$$36 \quad (2)$$

$$48 \quad (3)$$

$$60 \quad (4)$$



۲۵- با اضافه شدن یک ضلع به اضلاع یک چندضلعی، تعداد قطرهای آن ۱۶ تا بیشتر می‌شود. اگر از تعداد ضلع‌های این چندضلعی، یکی کم شود، از تعداد قطرهای آن چندتا کم می‌شود؟

$$13 \quad (4)$$

$$14 \quad (3)$$

$$15 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

۲۶- در متوازی‌الاضلاع ABCD داریم $AD = 11$ و $DC = 4$. اگر نیمسازهای دو زاویه A و B، امتداد ضلع CD را در نقاط M و N قطع کنند، طول MN کدام است؟

$$20 \quad (4)$$

$$19 \quad (3)$$

$$18 \quad (2)$$

$$17 \quad (1)$$

۲۷- در یک دوزنقه متساوی الساقین به طول قاعده‌های ۳ و ۹ و طول ارتفاع ۴، وسط‌های قطرها و قاعده‌ها را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟

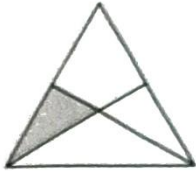
$4\sqrt{7}$ (۴)

$4\sqrt{5}$ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

۲۸- دو تا از نیمسازهای داخلی یک مثلث متساوی الاضلاع مطابق شکل رسم شده‌اند. اگر مساحت مثلث سایه‌خورده



$\frac{9\sqrt{3}}{2}$ واحد مربع باشد، طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع کدام است؟

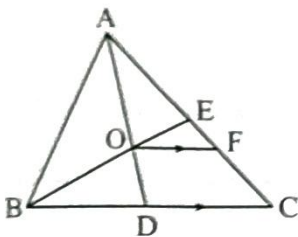
$6\sqrt{3}$ (۲)

۶ (۱)

$9\sqrt{3}$ (۴)

۱۲ (۳)

۲۹- در شکل رسم شده، D و E وسط‌های BC و AC هستند. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت دوزنقه BCFO است؟



۳ (۱)

$2/75$ (۲)

$2/5$ (۳)

$2/25$ (۴)

۳۰- حاصل ضرب تعداد نقاط مرزی و نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای ۱۸ است. اختلاف بیشترین و کم‌ترین مقدار

ممکن برای مساحت این چندضلعی، کدام است؟

4 (۴)

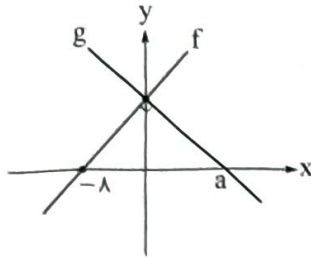
3 (۳)

$2/5$ (۲)

$1/5$ (۱)

حسابان یازدهم

۱- نمودار توابع f و g به صورت زیر است. اگر تابع $y = -\frac{7}{4}x + (f+2g)(x)$ ثابت باشد، مقدار $g(-2a)$ کدام است؟



۱۰۰ (۱)

۱۰ (۲)

۹۶ (۳)

۱۶ (۴)

۲- توابع $f(x) = 3 + \sqrt{2-x}$ و $g(x) = x + [x]$ مفروض‌اند. دامنه تابع $y = (f^{-1} \circ g)(x)$ کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است.

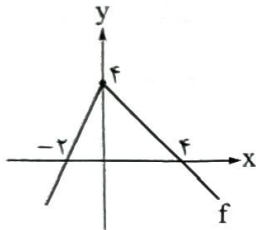
 (۴) $[2, +\infty)$

 (۳) $(-\infty, 1]$

 (۲) $[\frac{3}{4}, +\infty)$

 (۱) $(-\infty, \frac{1}{4}]$

۳- نمودار تابع f به صورت زیر است. به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $y = 2x - f(mx)$ یک به یک است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۴- اگر f تابعی وارون‌پذیر با دامنه \mathbb{R} باشد و $g(x) = 1 - 2f(\frac{x+1}{3})$ باشد، ریشه معادله $1 + g^{-1}(x) = 3f^{-1}(\sqrt{2})$ کدام است؟

 (۴) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

 (۳) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

 (۲) $1 + 2\sqrt{2}$

 (۱) $1 - 2\sqrt{2}$

۵- تابع $f(x) = x^2 - x - 1$ را با دامنه $[\frac{1}{4}, +\infty)$ در نظر بگیرید. ریشه معادله $2f(x) = 1 + \sqrt{5+4x}$ کدام است؟

 (۴) $2\sqrt{2} - 1$

 (۳) $1 + \sqrt{3}$

 (۲) $1 + \sqrt{2}$

 (۱) $\sqrt{3} - 1$

۶- اگر $12^a = 2$ و $5^b = 12$ باشد، معکوس عدد \log_5 بر حسب a و b کدام است؟

 (۴) $1 + ab$

 (۳) $1 - ab$

 (۲) $\frac{1}{a} + b$

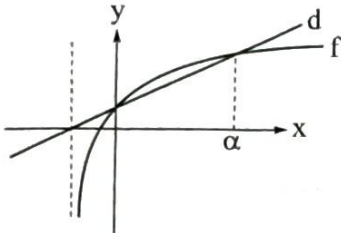
 (۱) $\frac{1}{b} + a$

محل انجام محاسبات

۷- اگر $\log_3(3x) + \log_{(3x)} 9 = 3$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $[\log_2(3x+10)]$ کدام است؟ ()، نماد جزء صحیح است.

- ۳ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۸- در شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \log_3(x+2)$ و خط d رسم شده است. مقدار α کدام است؟



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

۹- اگر α و 1 ، دو ریشه متمایز معادله $\frac{x^2}{x+m} = \log_3 2$ باشند، حاصل 3^α کدام است؟

- $\frac{4}{3}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۱۰- یک عنصر شیمیایی در هر سال، ۴ درصد از جرم خود را از دست می‌دهد. پس از چند سال، $\frac{2}{3}$ جرم اولیه خود را از دست می‌دهد؟ ($\log_2 = 0.3, \log_3 = 0.48$)

- ۲۴ (۱) ۱۲ (۲) ۲۸ (۳) ۱۶ (۴)

صفحه‌های ۳۹ تا ۷۲

آمار و احتمال

۱۱- دو فرد به نام‌های A و B با هم «سنگ، کاغذ، قیچی» بازی می‌کنند. برنده نهایی کسی است که ۳ بار پیروز شود. چه قدر احتمال دارد که در بازی پنجم مشخص شود که فرد A، برنده نهایی است؟

$$\frac{100}{243} \text{ (۴)} \quad \frac{2}{27} \text{ (۳)} \quad \frac{10}{243} \text{ (۲)} \quad \frac{8}{81} \text{ (۱)}$$

۱۲- از بین اعداد ۱۱ تا ۱۰۰ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخاب شده، نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳، کدام است؟

$$\frac{37}{90} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{3} \text{ (۳)} \quad \frac{2}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{29}{90} \text{ (۱)}$$



۱۳- در پرتاب یک دارت به یک صفحه دایره‌ای، مطابق شکل مقابل، احتمال اصابت دارت به هر ناحیه، متناسب با مساحت آن ناحیه است. اگر احتمال اصابت دارت به هدف برابر با احتمال عدم اصابت آن باشد، احتمال اصابت دارت به ناحیه ۱ یا ۲ کدام است؟ (پهنای نواحی مشخص شده در دایره، یکسان است.)

$$0/1 \text{ (۴)} \quad 0/2 \text{ (۳)} \quad 0/08 \text{ (۲)} \quad 0/16 \text{ (۱)}$$

۱۴- B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهای ناسازگار با احتمال ناصفر هستند که فضای نمونه‌ای را افزای می‌کنند. کدام گزینه نادرست است؟

$$\min \{P(A | B_1), \dots, P(A | B_n)\} \leq P(A) \leq \max \{P(A | B_1), \dots, P(A | B_n)\} \text{ (۱)}$$

$$P(A | B_1) \leq P(A | B_2) \Rightarrow P(A | B_1) \leq P(A | B_1 \cup B_2) \leq P(A | B_2) \text{ (۲)}$$

$$P(B_1 | A) \sum_{i=1}^n P(B_i) P(A | B_i) = P(B_1) P(A | B_1) \text{ (۳)}$$

$$P(A | B_1 \cup \dots \cup B_n) < \sum_{i=1}^n P(B_i) P(A | B_i) \text{ (۴)}$$

۱۵- در پرتاب دو تاس پی‌درپی، با کدام احتمال، اعداد روشده متوالی هستند؟

$$\frac{2}{9} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{9} \text{ (۳)} \quad \frac{5}{18} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{3} \text{ (۱)}$$

۱۶- خانم‌ها اکبری، برنا و چمنی نسخه‌خوان‌های یک مؤسسه انتشاراتی‌اند که به ترتیب، ۳۰، ۲۰ و ۵۰ درصد از کارهای نسخه‌خوانی را انجام می‌دهند. احتمال این‌که این سه نفر صفحه‌ای که به آن‌ها سپرده شده را بی‌غلط تصحیح کنند، به ترتیب، $\frac{۱}{۹}$ ، $\frac{۱}{۹۵}$ و $\frac{۱}{۹۹}$ است. صفحه‌ای نسخه‌خوانی شده، ولی هنوز غلط دارد. احتمال این‌که مسئول خواندن آن صفحه خانم اکبری بوده باشد، چه قدر است؟

$$\frac{۳}{۵} (۱) \quad \frac{۳}{۱۰} (۲) \quad \frac{۲}{۳} (۳) \quad \frac{۱}{۳} (۴)$$

۱۷- در جعبه‌ای ۱۰ لامپ وجود دارد که سه‌تای آن‌ها معیوب هستند. از این جعبه ۴ لامپ به طور متوالی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که لااقل یک لامپ معیوب باشد، کدام است؟

$$\frac{۱}{۶} (۱) \quad \frac{۵}{۶} (۲) \quad \frac{۱}{۲} (۳) \quad \frac{۱}{۸} (۴)$$

۱۸- تاسی را سه بار می‌ریزیم. چه قدر احتمال دارد که عدد روشده در پرتاب دوم بزرگ‌تر از دو پرتاب دیگر یا کوچک‌تر از آن‌ها باشد؟

$$\frac{۲۹}{۵۴} (۱) \quad \frac{۱۹}{۵۴} (۲) \quad \frac{۵۵}{۱۰۸} (۳) \quad \frac{۳۵}{۱۰۸} (۴)$$

۱۹- دو جعبه داریم که در جعبه اول چهار کارت آبی با شماره‌های ۱ تا ۴ و در جعبه دوم ۴ کارت قرمز با شماره‌های ۱ تا ۴ وجود دارد. یک کارت به تصادف از جعبه اول برمی‌داریم و در جعبه دوم قرار می‌دهیم. حال از جعبه دوم به تصادف دو کارت پی‌درپی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم و یک عدد دورقمی می‌سازیم که کارت اول یکان و کارت دوم دهگان را مشخص می‌کند. چه قدر احتمال دارد که عدد دورقمی حاصل مضرب ۶ باشد؟

$$\frac{۱۷}{۶۴} (۱) \quad \frac{۱۵}{۶۴} (۲) \quad \frac{۱۱}{۴۰} (۳) \quad \frac{۹}{۴۰} (۴)$$

۲۰- A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = \frac{۱}{۴}$ ، $P(B|A) = \frac{۱}{۹}$ و $P(B|(A \cup B)) = \frac{۱}{۹۲}$ باشد، $P(B'|A')$ کدام است؟

$$\frac{۱}{۶} (۱) \quad \frac{۳}{۴} (۲) \quad \frac{۱}{۴} (۳) \quad \frac{۵}{۶} (۴)$$

۲۱- کدام گزاره درست است؟

(۱) تبدیل طولیا جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند.

(۲) اگر تبدیلی جهت شکل‌ها را حفظ کند، طولیا است.

(۳) تبدیلی که اندازه زاویه‌ها را حفظ کند، طولیا است.

(۴) تبدیل طولیا اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند.

 ۲۲- طول وتر یک مثلث قائم‌الزاویه 10 و شعاع دایره محاطی داخلی آن 1 است. مساحت این مثلث کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

 ۲۳- اگر طول ضلع یک n ضلعی منتظم، k برابر شعاع دایره محیطی آن باشد، نسبت طول ضلع آن به شعاع دایره محاطی کدام است؟

$$\frac{2k}{\sqrt{4-k^2}} \quad (۴)$$

$$\frac{k}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{k}{\sqrt{1-k^2}} \quad (۲)$$

$$k \quad (۱)$$

 ۲۴- چهارضلعی $ABCD$ که در آن دو ضلع AB و CD با هم موازی‌اند، هم محاطی و هم محیطی است. اگر امتدادهای AD و BC همدیگر را در M قطع کنند، به طوری که A وسط پاره خط $DM = 4$ باشد، مساحت چهارضلعی $ABCD$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

۳ (۴)

 $2\frac{2}{3}$ (۳)

 $2\frac{1}{3}$ (۲)

۲ (۱)

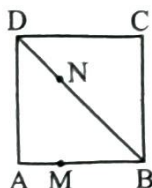
 ۲۵- چهارضلعی $ABCD$ که در آن $AB = AD = 1$ و $BC = CD = \sqrt{3}$ ، یک چهارضلعی محاطی است. اندازه زاویه بزرگ‌تر این چهارضلعی، چند برابر اندازه زاویه کوچک‌تر آن است؟

۳ (۴)

 $2/5$ (۳)

۲ (۲)

 $1/5$ (۱)

 ۲۶- در شکل رسم‌شده، نقطه M طوری بر ضلع مربع واقع است که $BM = 3AM = 3$. اگر نقطه‌ای متغیر بر قطر

 BD باشد، کم‌ترین مقدار ممکن برای محیط مثلث AMN کدام است؟

۶ (۲)

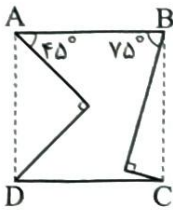
۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

محل انجام محاسبات

۲۷- مطابق شکل، با حذف دو مثلث قائم‌الزاویه از مربع $ABCD$ ، یک شش‌ضلعی مقعر ایجاد شده است. می‌خواهیم بدون تغییر محیط و طول اضلاع، با استفاده از تبدیل هندسی مناسب، مساحت این شش‌ضلعی را افزایش دهیم. میزان



افزایش مساحت، چند درصد مساحت مربع $ABCD$ خواهد بود؟

- (۱) $37/5$ (۲) 75 (۳) 25 (۴) 50

۲۸- در مثلث ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{B} = 60^\circ$ ، نقطه M وسط $BC = 10$ است. نقطه D را روی AM در نظر گرفته و مثلث ABC را با بردار \overline{AD} منتقل می‌کنیم تا مثلث $A'B'C'$ حاصل شود. اگر ۴ درصد از مساحت مثلث جدید، داخل

مثلث قبلی قرار بگیرد، مساحت چهارضلعی $BB'C'C$ کدام است؟

- (۱) 20 (۲) $20\sqrt{3}$ (۳) 40 (۴) $40\sqrt{3}$

۲۹- تصویر خط $y = 3x$ در دوران به مرکز مبدأ مختصات با زاویه 45° ، خط Δ است. کدام نقطه روی خط Δ قرار دارد؟

- (۱) $(2, -4)$ (۲) $(-1, 3)$ (۳) $(3, 6)$ (۴) $(-1, 4)$

۳۰- در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۵ و ۶، مرکز دایره محاطی خارجی نظیر ضلع بزرگ‌تر، مجانس مرکز دایره محیطی در

تجانس به مرکز رأس روبه‌روی ضلع بزرگ‌تر است. نسبت این تجانس کدام است؟

- (۱) $-3/2$ (۲) $-1/92$ (۳) $3/2$ (۴) $1/92$

لاوطلب گرامی، برای پاسخ گویی به سؤال های ۳۱ تا ۵۰، از بین سؤالات فیزیک دهم و فیزیک یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. لازم به ذکر است گزینه های درست زوج درس ها یکسان نیست. توصیه ما این است که در آزمون های تابستان، زوج درس انتخابی خود را تغییر ندهید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات فیزیک دهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ در کادر فیزیک، گزینه (۱) را انتخاب کنید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات فیزیک یازدهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ در کادر فیزیک، گزینه (۲) را انتخاب کنید.

صفحه های ۵۳ تا ۱۱۷

فیزیک دهم

۳۱- جرم خودرویی 800 kg است. اگر تندی این خودرو 9 km/h افزایش یابد، انرژی جنبشی آن $22/5 \text{ kJ}$ تغییر می کند. انرژی جنبشی خودرو قبل از تغییر چند کیلوژول است؟

- ۱۰۰ (۴)
۱۰ (۳)
۴۰۰ (۲)
۴۰ (۱)

۳۲- ورزشکاری وزنه ای به جرم 80 kg را با تندی ثابت، به اندازه 45 cm در راستای قائم به سمت پایین جابه جا می کند. کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام می دهد، چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و نیروهای اتلافی ناچیز است.)

- ۳۶۰ (۴)
۳۶۰ (۳)
-۳۶۰۰ (۲)
۳۶۰۰ (۱)

۳۳- هواپیمایی به جرم 60 تن از حال سکون، روی باند فرودگاهی شروع به حرکت کرده و پس از مدتی با تندی 360 km/h از ارتفاع 2500 متری بالای باند فرودگاه عبور می کند. در این مدت انرژی مکانیکی هواپیما چند مگاژول افزایش می یابد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

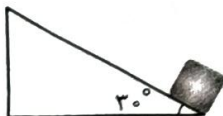
- ۲۱۰ (۴)
۲۱۰۰ (۳)
۱۸۰ (۲)
۱۸۰۰ (۱)

۳۴- کار نیروی خالص (کل) وارد بر جسمی در یک جابه جایی معین برابر با صفر است. چه تعداد از موارد زیر، درباره این جسم الزاماً درست است؟

- (الف) انرژی جنبشی جسم در ابتدا و انتهای این جابه جایی، یکسان است.
- (ب) انرژی مکانیکی جسم در ابتدا و انتهای این جابه جایی، یکسان است.
- (پ) در طی این جابه جایی، تندی جسم ثابت است.
- (ت) در تمام مدت جابه جایی، نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر است.

- ۱ (۴)
۲ (۳)
۳ (۲)
۴ (۱)

۳۵- در شکل زیر، جسمی به جرم 200 g از پایین سطح شیبدار با تندی 6 m/s به سمت بالا پرتاب می شود. اگر تندی جسم پس از 3 m جابه جایی روی سطح شیبدار به 2 m/s برسد، کار نیروی اصطکاک در این جابه جایی چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)



- ۶/۲ (۲)
۰/۲ (۱)
- ۶/۲ (۴)
-۰/۲ (۳)

محل انجام محاسبات

۳۶- از بالونی که در ارتفاع ۵۰ متری از سطح زمین و در راستای قائم، با تندی 4 m/s در حال پرواز است، بسته‌ای به جرم 30 kg رها می‌شود و با تندی 24 m/s به زمین برخورد می‌کند. اندازه متوسط نیروی مقاومت هوای وارد بر بسته در هنگام سقوط، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

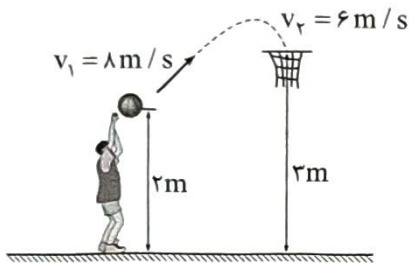
۶۶۰ (۴)

۶۳۶ (۳)

۱۳۲ (۲)

۱۲۷/۲ (۱)

۳۷- در شکل زیر، توپ با تندی اولیه 8 m/s پرتاب می‌شود. اگر تندی توپ هنگام رسیدن به سبد 6 m/s باشد، چند درصد از انرژی جنبشی اولیه توپ در این حرکت تلف شده است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



۵۶/۲۵ (۱)

۴۳/۷۵ (۲)

۸۷/۵ (۳)

۱۲/۵ (۴)

۳۸- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از یک بلندی رها می‌شود. در ارتفاع h_1 از سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله ۳ برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن و در ارتفاع h_2 از سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل گرانشی آن است. $\frac{h_2}{h_1}$ برابر کدام است؟ (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، سطح زمین است.)

 $\frac{4}{9}$ (۴)

 $\frac{9}{4}$ (۳)

 $\frac{3}{8}$ (۲)

 $\frac{8}{3}$ (۱)

۳۹- بازده یک نیروگاه برق آبی ۸۰ درصد است. در هر دقیقه چند متر مکعب آب از ارتفاع ۶۰ متری روی توربین این نیروگاه ریخته شود تا توان الکتریکی خروجی مولد نیروگاه به 180 MW برسد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی آب 1 g/cm^3 است.)

 $1/44 \times 10^7$ (۲)

 $1/44 \times 10^4$ (۱)

 $2/25 \times 10^7$ (۴)

 $2/25 \times 10^4$ (۳)

۴۰- خودرویی به جرم 1200 kg در مسیری افقی و مستقیم، در مدت 5 s تندی خود را از 36 km/h به 90 km/h می‌رساند. اگر توان متوسط خودرو برای انجام این کار 100 اسب بخار باشد، کار نیروهای اتلافی در این مدت چند کیلوژول است؟ ($1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$)

-۲۵۵ (۴)

-۲۵/۵ (۳)

-۶۰۰ (۲)

-۶۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۴۱- کدام دماسنج یا دماسنج‌ها در حال حاضر، دماسنج معیار محسوب نمی‌شود؟

الف) دماسنج گازی

ب) دماسنج مقاومت پلاتینی

پ) ترموکوپل

ت) تفسنج نوری

(۱) الف و ب (۲) پ و ت (۳) پ (۴) ت

۴۲- اگر دمای یک کره فلزی توپر 54°C افزایش یابد، مساحت سطح آن 0.06 درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای این کره 72°C افزایش یابد، چگالی آن تقریباً چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) 0.05 ، کاهش می‌یابد.

(۲) 0.05 ، افزایش می‌یابد.

(۳) 0.12 ، کاهش می‌یابد.

(۴) 0.12 ، افزایش می‌یابد.

۴۳- ارنی شیشه‌ای با ضریب انبساط طولی $\frac{1}{\text{K}} \times 10^{-6} \times 9$ که در دمای 20°C گنجایشی برابر با 200 cm^3 دارد، به طور

کامل با گلیسیرین در همان دما پر شده است. اگر دمای ارنی و گلیسیرین به 70°C برسد، حجم گلیسیرین سرریز شده

چند سانتی‌متر مکعب است؟ (ضریب انبساط حجمی گلیسیرین $\frac{1}{\text{K}} \times 10^{-4} \times 5$ است.)

(۱) $4/73$ (۲) $2/3$ (۳) 0.473 (۴) 0.23

۴۴- حجم جسم توپر A، ۳ برابر حجم جسم توپر B، چگالی جسم A، نصف چگالی جسم B و گرمای ویژه جسم A،

۴ برابر گرمای ویژه جسم B است. دو جسم گرمای یکسانی دریافت می‌کنند. اگر دمای جسم A، 10°C افزایش یابد،

دمای جسم B چند درجه فارنهایت افزایش می‌یابد؟ (تغییر حالت رخ نمی‌دهد.)

(۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۴۰

۴۵- درون یک کتری برقی با توان $1/4 \text{ kW}$ ، 2 kg آب قرار دارد. از شروع جوشیدن تا تبخیر همه آب درون کتری،

چند دقیقه طول می‌کشد؟ ($L_V = 2268 \text{ J/g}$)

(۱) ۵۴ (۲) $5/4$

(۳) ۲۷ (۴) $2/7$

۴۶- دمای قطعه یخی به جرم 400 g برابر با 23°F است. این قطعه یخ چند کیلوژول گرما دریافت کند تا $\frac{1}{4}$ آن ذوب

شود؟ (گرمای ویژه یخ $\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$ و گرمای نهان ذوب آن 336 J/g است.)

(۱) $138/6$ (۲) $63/12$ (۳) $52/92$ (۴) $37/8$

محل انجام محاسبات

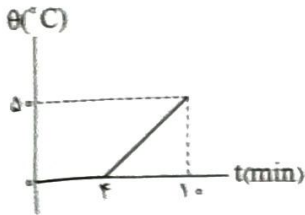
۴۷- در گرمکنی با توان 700 W ، مخلوطی از آب و یخ ریخته شده است. اگر نمودار دمای این مجموعه بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، جرم آب موجود در این مخلوط، در ابتدا چند گرم است؟ $L_F = 336 \text{ J/g}$ و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

۱) ۱۲۰۰

۲) ۹۰۰

۳) ۷۰۰

۴) ۵۰۰



۴۸- گرماسنجی با ظرفیت گرمایی 180 J/K حاوی مقداری آب با دمای 20°C است. قطعه آلومینیومی به جرم 400 g را تا دمای 90°C گرم کرده و سپس آن را در گرماسنج می‌اندازیم. اگر در این فرایند دمای نهایی مجموعه به 30°C برسد، آب درون گرماسنج چند کیلوژول گرما دریافت می‌کند؟ (گرمای ویژه آلومینیوم $900 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$ و اتلاف گرما، ناچیز است.)

۴) ۲۵/۲

۳) ۲۳/۴

۲) ۲۱/۶

۱) ۱۹/۸

۴۹- در ظرف عایقی، مقداری آب با دمای 30°C ریخته و قطعه‌ای یخ با دمای 10°C به آن اضافه می‌کنیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی، در ظرف 920 g آب با دمای 5°C وجود داشته باشد، جرم قطعه یخ چند گرم بوده است؟ $(c_{\text{یخ}} = 200 \text{ J/g} \cdot \text{K}$ ، $L_F = 336 \text{ J/g}$ و اتلاف گرما و تبادل گرمایی با ظرف ناچیز است.)

۴) ۲۴۰

۳) ۲۰۰

۲) ۱۲۰

۱) ۱۰۰

۵۰- کدام یک از موارد زیر درست است؟

الف) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن به روش رسانش گرمایی رخ می‌دهد.

ب) تابش گرمایی سطوح تیره و ناصاف از تابش گرمایی سطوح روشن و صاف بیشتر است.

پ) هر جسمی در هر دمایی از خود تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کند.

ت) هر چه ضریب انبساط حجمی مایعی بیشتر باشد، انتقال گرما به روش همرفت در آن کندتر است.

۴) ب و ت

۳) الف و پ

۲) ب و پ

۱) الف و ت

صفحه‌های ۴۵ تا ۸۲

فیزیک یازدهم

۳۱- رسانایی به مقاومت الکتریکی 50Ω را به اختلاف پتانسیل الکتریکی 80 V وصل می‌کنیم. به طور خالص در هر دقیقه چند الکترون از هر مقطع این رسانا عبور می‌کند؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C})$

 ۴) 10^{19}

 ۳) 10^{20}

 ۲) 6×10^{19}

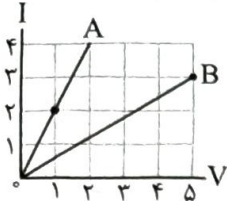
 ۱) 6×10^{20}

محل انجام محاسبات

۳۲- روی یک باتری قلمی مقدار 800 mAh نوشته شده است. اگر این باتری ابتدا به مدت 200 min جریان الکتریکی ثابت 0.15 A را فراهم سازد، در ادامه به مدت چند دقیقه می تواند جریان الکتریکی ثابت 0.05 A را ایجاد کند؟

(۱) ۱۶۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۵۰

۳۳- نمودار جریان الکتریکی عبوری از دو سیم مسی A و B بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آن ها به شکل زیر است. در دمای ثابت، اگر طول سیم A، ۲۰ درصد بیشتر از طول سیم B باشد، قطر سیم A چند برابر قطر سیم B است؟



$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

۳۴- کدام یک از موارد زیر درباره کاربرد مقاومت اشاره شده، درست است؟

(الف) ترمیستور: دزدگیر

(ب) مقاومت نوری: چراغ روشنایی خیابان

(پ) دیود نورگسیل: چشم الکترونیکی

(۴) پ

(۳) ب

(۲) الف و پ

(۱) الف و ب

۳۵- مقاومت الکتریکی یک قطعه پلاتینی در دمای 20°C برابر با 25Ω است. اگر ضریب دمایی مقاومت ویژه پلاتین برابر $\frac{1}{K} \times 10^{-3}$ باشد، در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس، مقاومت الکتریکی این قطعه به 30Ω می رسد؟ (تغییر ابعاد قطعه در اثر تغییر دما، ناچیز است.)

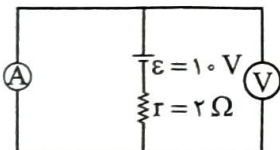
$$320 \quad (4)$$

$$300 \quad (3)$$

$$70 \quad (2)$$

$$50 \quad (1)$$

۳۶- در مدار شکل زیر، به ترتیب ولت سنج آرمانی چند ولت و آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می دهند؟



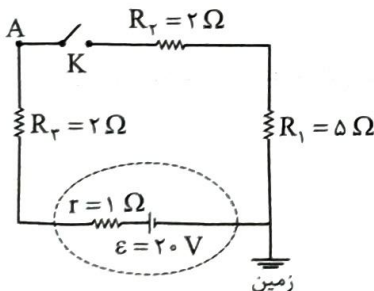
$$1.0, 0 \quad (2)$$

$$1.0, 5 \quad (1)$$

$$0, 0 \quad (4)$$

$$0, 5 \quad (3)$$

۳۷- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، پتانسیل الکتریکی نقطه A، چند ولت و چگونه تغییر می کند؟



(۱) ۶، افزایش می یابد.

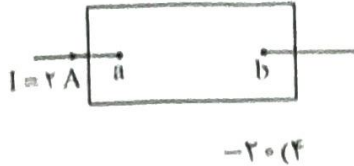
(۲) ۶، کاهش می یابد.

(۳) ۱۴، کاهش می یابد.

(۴) ۱۴، افزایش می یابد.

محل انجام محاسبات

۳۸- شکل مقابل، وسیله‌ای رسانا را که در یک مدار قرار دارد، نشان می‌دهد. این وسیله در هر دقیقه، $1/8 \text{ kJ}$ انرژی الکتریکی به سایر اجزاء مدار می‌دهد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه a برابر 10 V - باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه b برابر با چند ولت است؟



$$-20 \text{ (۴)}$$

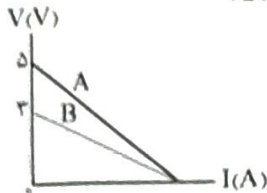
$$-5 \text{ (۳)}$$

$$20 \text{ (۲)}$$

$$5 \text{ (۱)}$$

۳۹- نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان الکتریکی، برای دو منبع مجزای نیروی محرکه الکتریکی A و B به شکل زیر است.

توان خروجی بیشینه منبع نیروی محرکه A چند برابر توان خروجی بیشینه منبع نیروی محرکه B است؟



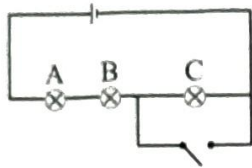
$$\frac{3}{5} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{3} \text{ (۱)}$$

$$\frac{9}{25} \text{ (۴)}$$

$$\frac{25}{9} \text{ (۳)}$$

۴۰- در مدار شکل زیر، باتری آرمانی و لامپ‌ها مشابه‌اند. با بستن کلید، کدام یک از تغییرات زیر رخ می‌دهد؟



الف) اختلاف پتانسیل دو سر لامپ A ، 50% درصد افزایش می‌یابد.

ب) توان مصرفی لامپ B ، 50% درصد افزایش می‌یابد.

پ) اختلاف پتانسیل دو سر لامپ C صفر می‌شود.

ت) توان خروجی باتری، 125% درصد افزایش می‌یابد.

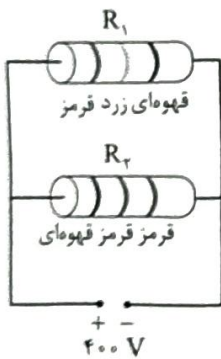
$$\text{پ و ت (۴)}$$

$$\text{الف و ب (۳)}$$

$$\text{ب و ت (۲)}$$

$$\text{الف و پ (۱)}$$

۴۱- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت R_1 برابر با 240Ω باشد، انرژی مصرفی مدار در مدت 15 min ، برابر با چند کیلووات ساعت است؟ (از تفرانس صرف نظر کنید).



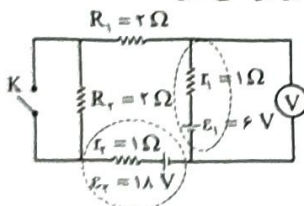
$$4 \text{ (۱)}$$

$$40 \text{ (۲)}$$

$$2 \text{ (۳)}$$

$$20 \text{ (۴)}$$

۴۲- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K ، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند برابر می‌شود؟



$$\frac{8}{9} \text{ (۲)}$$

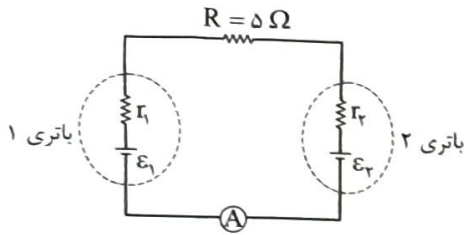
$$\frac{9}{8} \text{ (۱)}$$

$$\frac{4}{3} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

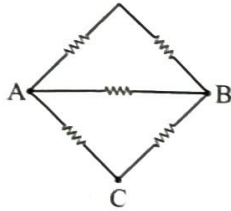
محل انجام محاسبات

۴۳- در مدار شکل زیر، اگر توان خروجی باتری (۱) برابر با 50 W و توان ورودی باتری (۲) برابر با 30 W باشد، جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی چند آمپر و در چه جهتی است؟



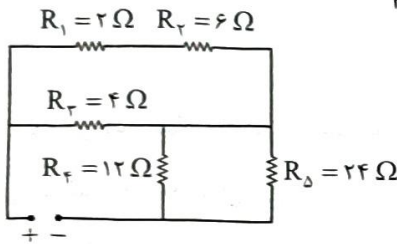
- (۱) 2 ، \rightarrow
 (۲) 2 ، \leftarrow
 (۳) 4 ، \leftarrow
 (۴) 4 ، \rightarrow

۴۴- در شکل زیر، مقاومت‌ها مشابه‌اند. مقاومت معادل بین دو نقطه A و B، چند برابر مقاومت معادل بین دو نقطه A و C است؟



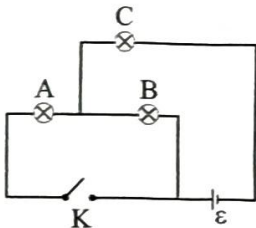
- (۱) $\frac{5}{4}$
 (۲) $\frac{4}{5}$
 (۳) $\frac{3}{4}$
 (۴) $\frac{4}{3}$

۴۵- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت R_4 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_1 است؟



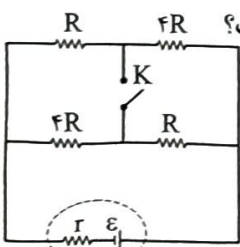
- (۱) 8
 (۲) 2
 (۳) $\frac{1}{8}$
 (۴) $\frac{1}{2}$

۴۶- در مدار شکل زیر، باتری، آرمانی است و مقاومت الکتریکی لامپ‌های A، B و C به ترتیب $3\ \Omega$ ، $6\ \Omega$ و $4\ \Omega$ است. اگر در حالی که کلید K باز است، توان مصرفی لامپ C برابر 81 W باشد، با بستن کلید K، توان مصرفی لامپ A به چند وات می‌رسد؟



- (۱) 75
 (۲) 150
 (۳) 225
 (۴) 300

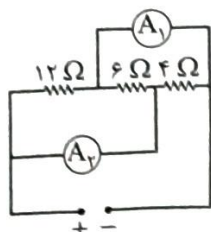
۴۷- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، توان خروجی مولد تغییری نمی‌کند. حاصل $\frac{R}{r}$ برابر کدام است؟



- (۱) 4
 (۲) $\frac{1}{4}$
 (۳) 2
 (۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۴۸- در مدار شکل زیر، اگر آمپرسنج آرمانی A_1 مقدار $3A$ را نشان دهد، آمپرسنج آرمانی A_2 چند آمپر را نشان می‌دهد؟



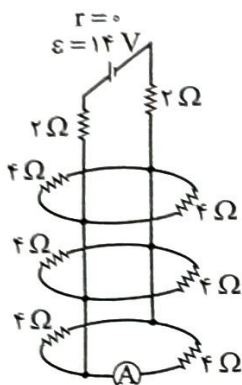
۵ (۱)

۳ (۲)

۲/۵ (۳)

۱/۸ (۴)

۴۹- در مدار شکل مقابل، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



۳ (۱)

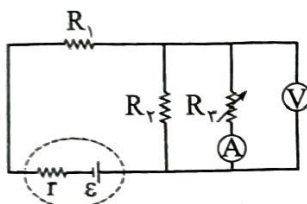
۱/۵ (۲)

۱ (۳)

۰/۵ (۴)

۵۰- در مدار شکل زیر، با کاهش مقاومت متغیر R_3 ، مقدارهایی که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند،

به ترتیب چه تغییری می‌کنند؟



(۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

داوطلب گرامی، برای پاسخ گویی به سؤال‌های ۵۱ تا ۶۵، از بین سؤال‌های شیمی دهم و شیمی یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. لازم به ذکر است گزینه درست زوج درس‌های یکسان نیست. توصیه ما این است که در آزمون‌های تابستان، زوج درس انتخابی خود را تغییر ندهید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات شیمی دهم پاسخ می‌دهید، در پاسخ برگ، در کادر «شیمی»، گزینه (۱) را انتخاب کنید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات شیمی یازدهم پاسخ می‌دهید، در پاسخ برگ، در کادر «شیمی»، گزینه (۲) را انتخاب کنید.

صفحه‌های ۴۵ تا ۸۴

شیمی دهم

۵۱- کدام مطلب، نادرست است؟

- ۱) هواکره، گرمای خورشید را در خود نگه داشته و از ساکنان زمین در برابر پرتوهای خطرناک کیهانی محافظت می‌کند.
- ۲) انرژی گرمایی مولکول‌های گازی سبب می‌شود تا پیوسته در حال جنبش باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند.
- ۳) در لایه استراتوسفر، روند تغییر فشار با ارتفاع، همانند روند تغییر دما با ارتفاع، نزولی است.
- ۴) در لایه‌های بالایی هواکره، علاوه بر اتم و مولکول، ذرات تک‌اتمی و دواتمی با بار مثبت نیز یافت می‌شوند.

۵۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- لایه‌ای که تغییر آب‌وهوای زمین در آن رخ می‌دهد، حدود ۹۰ درصد از جرم هواکره را تشکیل می‌دهد.
- سه گاز سازنده هوای پاک و خشک با بیشترین درصد حجمی، در زندگی روزانه ما نقش حیاتی دارند.
- سبک‌ترین گاز نجیب، از تقطیر جزء به جزء گاز طبیعی تهیه شده و در ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود.
- با تقطیر نمونه‌ای از هوای مایع با دمای 200°C ، ابتدا گاز نیتروژن جداسازی می‌شود.
- اکسیژن، در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)


 ۵۳- اگر در سیلندر نشان داده شده در شکل مقابل، هر ذره، معادل با 0.02 مول گاز CO_2 در دما و فشار اتاق

 باشد، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ ($C = 12, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

 الف) جرم گاز موجود در ظرف برابر با $8/8$ گرم است.

ب) اگر دمای سیلندر را در مقیاس سلسیوس دو برابر کنیم، حجم گاز دو برابر خواهد شد.

 پ) اگر در دما و فشار ثابت، تعداد $10^{23} \times 204/1$ مولکول CO_2 به سیلندر افزوده شود، حجم آن دو برابر خواهد شد.

 ت) حجم گاز موجود در سیلندر برابر با $4/48$ لیتر است.

۴) ب - ت

۳) الف - پ - ت

۲) الف - پ

۱) الف - ب

محل انجام محاسبات

۵۴- TNT (تری نیتروتولون) یک ماده منفجره با فرمول شیمیایی $C_7H_5N_3O_6$ است. از تجزیه $4/45$ گرم TNT مطابق معادله زیر، چند لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید می‌شود؟ ($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)
 (معادله واکنش موازنه شود). $C_7H_5N_3O_6(s) \rightarrow N_2(g) + H_2O(l) + CO(g) + C(s)$

۱۱/۲ (۱) ۲۲/۴ (۲) ۳۳/۶ (۳) ۴۴/۸ (۴)

۵۵- کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

الف) طول موج نور حاصل از شعله سوختن گوگرد، از سدیم کوتاه‌تر است.

ب) نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در کروم (III) سولفید، از این نسبت در دی‌نیتروژن تری‌اکسید، کوچک‌تر است.

پ) برخلاف سیلیسیم، دو عنصر طلا و پلاتین به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند.

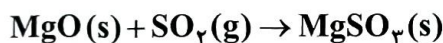
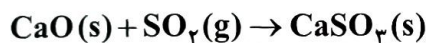
ت) در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون برابر با $22/4$ لیتر است.

الف - پ (۱) ب - پ - ت (۲) الف - ت - ت (۳) پ - ت (۴)

۵۶- مخلوطی از کلسیم اکسید و منیزیم اکسید به جرم $23/2$ g به طور کامل با گاز گوگرد دی‌اکسید واکنش می‌دهد.

اگر مجموع جرم فراورده‌های حاصل از این فرایند برابر $55/2$ g باشد، شمار کاتیون‌های سازنده آهنک موجود در مخلوط

اولیه کدام است؟ ($Ca = 40, S = 32, Mg = 24, O = 16: g.mol^{-1}$)



۱/۲۰۴ × ۱۰^{۲۲} (۱) ۱/۸۰۶ × ۱۰^{۲۲} (۲) ۱/۲۰۴ × ۱۰^{۲۳} (۳) ۱/۸۰۶ × ۱۰^{۲۳} (۴)

۵۷- کدام مطلب، نادرست است؟ ($Ag = 107/9, S = 32: g.mol^{-1}$)

۱) یکی از فراورده‌های سوختن زغال سنگ، بر اثر فعالیت‌های آتشفشانی نیز تولید می‌شود.

۲) میل ترکیبی هموگلوبین خون با گاز اکسیژن، کم‌تر از $0/005$ برابر گاز کربن مونوکسید است.

۳) از واکنش $107/9$ گرم نقره با 16 گرم گوگرد، $123/9$ گرم نقره (I) سولفید تولید می‌شود.

۴) با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب، pH آب کاهش یافته و اسکلته آهنکی مرجان‌ها از بین می‌رود.

۵۸- چند مورد از مقایسه‌های زیر، درست است؟

• شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی: $CH_2O < SO_2$

• گرمای آزاد شده از سوختن یک گرم: زغال سنگ > بنزین > گاز طبیعی

• شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی: $SiH_4Cl_4 < SO_3$

• نقطه جوش: آمونیاک < اوزون < اکسیژن

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۹- با توجه به واکنش‌های زیر، مقدار گاز نیتروژن آزاد شده در واکنش ۳ / ۳۰ گرم پتاسیم نیترات (KNO_3) با مقدار کافی سدیم را از تجزیه گرمایی چند گرم سدیم آزید (NaN_3) می‌توان به دست آورد و طی این فرایند، جرم سدیم مصرف شده در واکنش (I)، چند برابر جرم سدیم تولید شده در واکنش (II) است؟ ($\text{K} = 39, \text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)



(معادله واکنش‌ها موازنه شوند.)



۱۵ - ۱۳ (۴)

۱۲ - ۱۳ (۳)

۱۵ - ۶ / ۵ (۲)

۱۲ - ۶ / ۵ (۱)

۶۰- درستی یا نادرستی چند مورد از عبارات‌های داده شده، همانند عبارت زیر است؟

«در سده اخیر، مقدار میانگین جهانی دمای سطح زمین، همواره روند صعودی داشته است.»

الف) انرژی پرتو گسیل شده در هنگام واکنش اتم اکسیژن با مولکول اکسیژن، بیشتر از انرژی پرتو فرابنفش است.

ب) اکسید عنصری که در آرایش الکترونی آن، ۵ الکترون با $l = 0$ وجود دارد، یک اکسید بازی به شمار می‌رود.

پ) در فرمول شیمیایی همه آلاینده‌های حاصل از سوخت‌های فسیلی، اتم اکسیژن وجود دارد.

ت) زمین، بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده خورشید را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

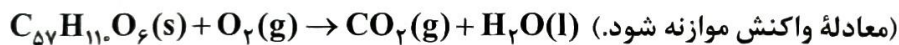
۲ (۲)

۱ (۱)

۶۱- به منظور تولید ۱۴۶۷ گرم آب در واکنش سوختن کامل متان، به چند مول گاز اکسیژن نیاز است و با این مقدار گاز

اکسیژن، چند گرم چربی ذخیره شده در کوهان شتر مطابق واکنش زیر، به طور کامل اکسایش می‌یابد؟ (گزینه‌ها را از راست

به چپ بخوانید؛ $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)



۱۹۰ - ۸۱ / ۵ (۴)

۴۴۵ - ۸۱ / ۵ (۳)

۱۹۰ - ۴۰ / ۷۵ (۲)

۴۴۵ - ۴۰ / ۷۵ (۱)

۶۲- کدام مورد، عبارت زیر را به درستی کامل نمی‌کند؟

«در اثر انجام واکنش ، ، کاهش می‌یابد.»

(۱) تولید اوزون تروپوسفری - شدت رنگ قهوه‌ای هوای آلوده کلان‌شهرها

(۲) تبدیل گاز گوگرد دی‌اکسید به گوگرد تری‌اکسید - شمار مول‌های گازی

(۳) اکسایش گلوکز - دمای ظرف واکنش

(۴) تولید آمونیاک به روش هابر - تعداد مولکول‌های گازی

محل انجام محاسبات

۶۳- با توجه به واکنش‌های زیر، درستی یا نادرستی مطالب داده شده، در کدام گزینه آمده است؟



(معادله واکنش‌ها موازنه نشده است.)



- فراورده‌ای با بیشترین ضریب استوکیومتری در واکنش (I)، فراوان‌ترین گاز موجود در هوای پاک است.
- واکنش‌دهنده با ضریب بزرگ‌تر در واکنش (II)، از اوزون واکنش‌پذیرتر بوده و در حالت مایع به رنگ آبی روشن است.
- اگر به جای هوا، از فراورده عنصری با ضریب بزرگ‌تر در واکنش (I)، برای تنظیم باد تایر خودرو استفاده شود، عمر تایر افزایش خواهد یافت.

• گاز اکسیژن تولیدشده از تجزیه ۴۰ مول واکنش‌دهنده در واکنش (I)، بر اثر واکنش با مقدار کافی S_8 در واکنش (II)، به ۱۰ مول گاز SO_2 تبدیل می‌شود.

- (۱) درست - درست - نادرست - نادرست
 (۲) نادرست - نادرست - درست - درست
 (۳) درست - نادرست - نادرست - درست
 (۴) نادرست - درست - نادرست - درست

۶۴- ۸۰ درصد برق مصرفی یک خانه از نفت خام و باقی آن از گرمای زمین تأمین می‌شود. اگر برای از بین بردن کامل ردپای کربن دی‌اکسید تولیدی سالانه این خانه، حداقل ۲۸۳ درخت تنومند نیاز باشد، میانگین برق مصرفی این خانه در یک ماه، چند کیلووات ساعت است؟ (هر درخت تنومند به طور میانگین، ۱۲۰۰ مول گاز CO_2 در سال مصرف می‌کند؛ $(C = 12, O = 16; g.mol^{-1})$)

منبع تولید برق	مقدار CO_2 تولیدشده (کیلوگرم) به ازای هر کیلووات ساعت مصرفی
نفت خام	۰/۷
گرمای زمین	۰/۰۳

- (۱) ۲۰۲۰ (۲) ۲۴۶۰ (۳) ۲۲۰۰ (۴) ۲۶۴۰

۶۵- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- استفاده از اتانول به جای سوخت‌های فسیلی، باعث کاهش میزان آلاینده‌های واردشده به هواکره می‌شود.
- به منظور جداسازی فراورده در فرایند هابر، مخلوط واکنش را به شرایط بهینه می‌رسانند.
- پلاستیک‌های سبز که در ساختار آن‌ها اکسیژن وجود دارد، در مدت زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه می‌شوند.
- گازها و مایع‌ها برخلاف مواد جامد، شکل و حجم معینی ندارند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام مطلب، نادرست است؟

- ۱) به طور معمول، میانگین تندی ذرات سازنده نمونه‌ای از هوا در روز، بیشتر از میانگین تندی این ذرات در شب است.
- ۲) در دما و فشار اتاق، گرمای ویژه یک ماده خالص، افزون بر نوع ماده به مقدار آن نیز بستگی دارد.
- ۳) در یخچال صحرایی، با تبخیر آهسته آب در بدنه سفالی ظرف بیرونی، فضای درونی دستگاه خنک می‌شود.
- ۴) انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی، منجر به تغییر محتوای انرژی مواد می‌شود.

۵۲- چند مورد از فرایندهای زیر، گرماده است؟

- انحلال کلسیم کلرید در آب
- واکنش فتوسنتز
- انحلال آمونیوم نیترات در آب
- اکسایش چربی کوهان شتر
- سوختن زغال کک

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۵۳- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک نمونه ماده، هم‌ارز با انرژی گرمایی آن ماده است.
- نقطه ذوب، واکنش‌پذیری و شمار پیوندهای دوگانه در مولکول‌های روغن، نسبت به مولکول‌های چربی بیشتر است.
- گرمای آزادشده در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، به طور عمده وابسته به اختلاف انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.

• برخلاف واکنش $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ ، آنتالپی واکنش $3O_2(g) \rightleftharpoons 2O_3(g)$ در جهت برگشت، مثبت است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

۵۴- اگر آنتالپی سوختن اتانول و اتن به ترتیب برابر -1380 و -1400 کیلوژول بر مول باشد، نسبت ارزش سوختی اتانول به اتن برابر بوده و اختلاف جرم آب حاصل از سوختن کامل نیم‌مول از هر یک از این دو ماده، برابر

..... گرم است. ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

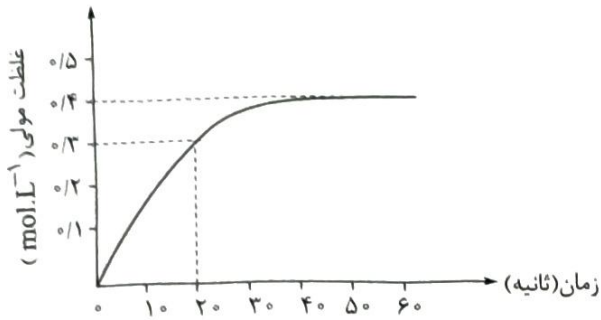
۱۸ - ۰ / ۵ (۲)

۹ - ۰ / ۵ (۱)

۱۸ - ۰ / ۶ (۴)

۹ - ۰ / ۶ (۳)

محل انجام محاسبات



۵۵- با توجه به نمودار روبه‌رو که تغییرات غلظت مولی گاز اکسیژن را در طول انجام واکنش $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$ در یک ظرف ۴ لیتری نشان می‌دهد، سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه ابتدایی واکنش برحسب مول بر دقیقه کدام است و در پایان واکنش، چند گرم گاز NO_2 در ظرف واکنش وجود خواهد داشت؟ (در ابتدا فقط N_2O_5 به ظرف واکنش وارد شده است،

$$(N = 14, O = 16 : g.mol^{-1})$$

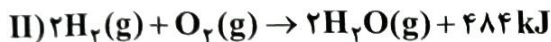
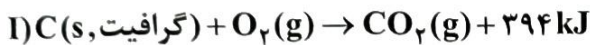
$$294/4 - 3/6(4)$$

$$73/6 - 3/6(3)$$

$$294/4 - 1/8(2)$$

$$73/6 - 1/8(1)$$

۵۶- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مطلب نادرست است؟ ($c_{(CO_2)} = 0/8 J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$, $O = 16, C = 12 : g.mol^{-1}$)



(۱) گرمای حاصل از سوختن ۱۲ گرم الماس، بیشتر از ۳۹۴ kJ است.

(۲) گرمای واکنش $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ می‌تواند ۵۷۲- کیلوژول باشد.

(۳) گرمای حاصل از سوختن کامل ۴۸ گرم گرافیت، دمای ۲۵ کیلوگرم گاز CO_2 را به میزان $87/8^{\circ}C$ افزایش می‌دهد.

(۴) در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی مواد واکنش‌دهنده و فراورده‌ی واکنش (II) وجود ندارد.

۵۷- کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

الف) به کار بردن میانگین آنتالپی پیوندها برای تعیین ΔH یک واکنش گازی با مولکول‌های پیچیده، در مقایسه با داده‌های تجربی تفاوت چندانی نشان نمی‌دهد.

ب) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار پیوندهای دوگانه در مولکول بنزآلدئید از نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در مولکول هیدرازین، کوچک‌تر است.

پ) واکنش سوختن کامل گرافیت را می‌توان مجموعه‌ای از دو واکنش متوالی دانست که ΔH واکنش اول را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

ت) دی‌اتیل اتر ($C_2H_5OC_2H_5$) و بوتانول (C_4H_9OH)، محتوای انرژی یکسان ولی خواص فیزیکی و شیمیایی متفاوت دارند.

(۴) ب - پ

(۳) الف - ت

(۲) ب - ت

(۱) الف - پ

محل انجام محاسبات

۵۸- مراحل تولید نیتریک اسید در یک کارخانه به صورت زیر است. به ازای تولید روزانه ۲۰۰۰ متر مکعب محلول ۱/۵ مولار نیتریک اسید در این کارخانه مطابق واکنش $\text{NH}_3(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{HNO}_3(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$ به ترتیب از راست به چپ، چند تن آمونیاک مصرف شده و چند کیلوژول گرما تولید می‌شود؟ ($\text{N} = 14, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



$$2/37 \times 10^9 - 51(4) \quad 1/143 \times 10^9 - 51(3) \quad 2/37 \times 10^9 - 5/1(2) \quad 1/143 \times 10^9 - 5/1(1)$$

۵۹- کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) از آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، به عنوان نگهدارنده در صنایع غذایی استفاده می‌شود.
- ۲) اگر در واکنش تیغه فلز روی با ۱/۲ لیتر محلول ۲ مولار مس (II) سولفات، محلول پس از ۱۵ ثانیه بی‌رنگ شود، آهنگ مصرف یون مس، ۹۶/۰ مول بر دقیقه خواهد بود.
- ۳) در واکنش کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید، با گذشت زمان از سرعت کاهش جرم مخلوط واکنش، کاسته می‌شود.
- ۴) با افزودن مقداری چربی به ماده غذایی که فقط از پروتئین و کربوهیدرات تشکیل شده است، ارزش سوختی آن افزایش می‌یابد.

۶۰- در یک آزمایش، گرمای حاصل از سوختن کامل ۸/۶ گرم وازلین به ارزش سوختی 30 kJ.g^{-1} را به آلیاژی از فلزهای آهن و قلع به جرم ۱۰/۵ کیلوگرم و دمای 20°C منتقل می‌کنیم. اگر در این آلیاژ به ازای هر اتم آهن، ۱۲ اتم قلع وجود داشته باشد، دمای نهایی آلیاژ چند درجه سلسیوس خواهد بود؟ ($\text{Sn} = 119, \text{Fe} = 56: \text{g.mol}^{-1}, c_{\text{Sn}} = 0/4, c_{\text{Fe}} = 0/45: \text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$)

$$100(4) \quad 80(3) \quad 60(2) \quad 40(1)$$

۶۱- مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها در سوختن کامل ۱ مول پروپان به ترتیب برابر با ۶۴۹۱ و ۸۴۹۸ کیلوژول است. اگر در واکنش سوختن کامل ۲۲۰ گرم گاز پروپان با فراورده‌های گازی، در هر ثانیه به طور میانگین، ۶۶/۹ کیلوژول گرما آزاد شود، پس از چند دقیقه، گاز پروپان موجود در ظرف واکنش به طور کامل مصرف می‌شود؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

$$3(4) \quad 2/5(3) \quad 2(2) \quad 1/5(1)$$

۶۲- چه تعداد از موارد زیر، اگر در جاهای خالی جمله «در واکنش ، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.» گذاشته شوند، مفهوم علمی درستی را در بر خواهند داشت؟

- قرص جوشان با آب - پودر کردن قرص
- محلول پرمگنات با استیک اسید - کاهش دما
- پتاسیم با آب سرد - جایگزینی پتاسیم با سدیم
- رادیکال‌ها با بافت‌های بدن - افزودن لیکوپن
- تجزیه آب اکسیژنه - افزودن محلول پتاسیم یدید

$$4(4) \quad 3(3) \quad 2(2) \quad 1(1)$$

محل انجام محاسبات



۶۳- کدام عبارت در مورد مولکولی با ساختار داده شده، نادرست است؟

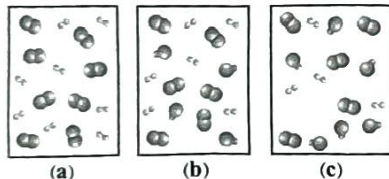
- (۱) در ساختار آن، گروه عاملی مشابه ترکیب آلی موجود در میخک وجود دارد.
- (۲) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن در قند موجود در جوانه گندم به شمار اتم‌های هیدروژن در این مولکول، برابر $۱/۳۲۵$ است.
- (۳) تفاوت جرم مولی آن با مولکول C_8H_{10} ، با جرم مولی اتانول برابر است.
- (۴) در ساختار آن، دو پیوند اشتراکی کم‌تر از ۲- دکانون وجود دارد.

۶۴- کدام مطلب، نادرست است؟

- (۱) سهم تولید گاز گلخانه‌ای در رد پای غذا، به مراتب بیش از سوختن سوخت‌های فسیلی است.
- (۲) در جرم یکسان از ترکیب‌های آلی، در سوختن کامل ترکیبی با جرم مولی بیشتر، گرمای بیشتری آزاد می‌شود.
- (۳) رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که برخی از اتم‌های آن از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.
- (۴) در واکنش انفجار، از مقدار کمی ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.

۶۵- شکل زیر، واکنش میان گاز هیدروژن و بخار ید را در دمای معینی نشان می‌دهد. اگر در ابتدای واکنش، $۳/۲$ مول ذره در ظرف $۲/۵$ لیتری وجود داشته باشد، اختلاف سرعت متوسط واکنش در ۲۰ دقیقه اول و ۲۰ دقیقه دوم برحسب

$mol.L^{-1}.h^{-1}$ کدام است؟



○ / ۱۲ (۱)

○ / ۲۴ (۲)

○ / ۳۶ (۳)

○ / ۴۸ (۴)

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامه این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

هم‌چنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات

تحليل

آزمون

@Tahlilazemoon



ویژه
کنکوری های

۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۶/۱۰

دفترچه
پاسخ
آزمون دوم
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضی	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
آمار و احتمال	حمید گلزاری
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدرضا حسینی فرد - محمدحسین رحیمی - مسعود شفیعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن محمدکریمی - محسن میراسلامی
فیزیک	علیرضا جباری - محمدجواد سورچی - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی
شیمی	حسین ایروانی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخنامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضی	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محمدحسین رحیمی	نرجس تیمناک - عادل حسینی - عاطفه خان محمدی - شقایق راهبریان
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مصطفی دیداری	مسعود شفیعی	زهرا جالینوسی - محمدحسین رحیمی - زهرا فتحی - صادق محمدی - مریم نظری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	کیوان صارمی	محمدحسین رحیمی - کیوان صارمی	محمدحسین رحیمی - احمدرضا رسولی - صادق محمدی - مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدجواد سورچی - علیرضاگونه	علیرضا جباری	مهدی بابائی - مریم گلی حسن لو - محمدرضا فضلی - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللهی	حسین ایروانی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی - محمد مرادی	علی حیدری - هومن زندی - مرضیه قاسمی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com



ریاضی دهم: صفحه‌های ۵۹ تا ۱۱۷

۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی اول A و B را ساده می‌کنیم و بعد حاصل عبارت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم.

گام اول: A و B را ساده می‌کنیم:

$$\begin{cases} A = \sqrt{8\sqrt{4}\sqrt{2}} = \sqrt{8\sqrt{4^2 \times 2}} = \sqrt{8\sqrt{4^2} \times 2} = \sqrt{8^2 \sqrt{2}} = \sqrt{64 \times 2} = \sqrt{128} = \sqrt{2^7} = 2^{\frac{7}{2}} \\ B = (2 + \sqrt{3})^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{2 + \sqrt{3}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}\right)^{\frac{2}{3}} = (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

گام دوم: حالا A و B ساده‌شده را در عبارت خواسته‌شده در صورت سؤال جای‌گذاری می‌کنیم و حاصل را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt[3]{BA^{\frac{18}{23}}} = \sqrt[3]{(2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2^{\frac{7}{2}})^{\frac{18}{23}}} = \sqrt[3]{(2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2^{\frac{63}{23}})} = \sqrt[3]{(2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (4 - 2\sqrt{3})^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{(4 - 2\sqrt{3})}$$

گام سوم: حالا باید حاصل عبارت $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ را به دست بیاوریم. در این‌جا از اتحادها استفاده می‌کنیم. مثلاً عبارت $4 - 2\sqrt{3}$ برابر با

$$\sqrt[3]{BA^{\frac{18}{23}}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1$$

است؛ پس داریم:

۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: سعی می‌کنیم X را ساده‌تر کنیم؛ پس آن را در $\sqrt{2}$ ضرب کرده و بر آن تقسیم می‌کنیم:

$$x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} x = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + 2\sqrt{5} + \sqrt{4} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} 6 + 2\sqrt{5} = (\sqrt{5} + 1)^2 \\ 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2 \end{cases}$$

گام دوم: حالا سعی می‌کنیم عبارت‌های زیر رادیکال را مربع کامل کنیم:

$$x = \frac{\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{|\sqrt{5} + 1| + |\sqrt{3} + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} + 2}{\sqrt{2}}$$

گام سوم: حالا X را که در گام اول داشتیم، ساده می‌کنیم:

$$x = \frac{y}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گام چهارم: می‌بینیم که صورت کسر X، برابر با Y است؛ پس:

۳- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی اول از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم و سعی می‌کنیم که از عبارت‌های تغییر متغیر داده شده، حاصل خواسته‌شده را استخراج کنیم.

گام اول: از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{a} = \alpha \\ \sqrt[3]{9-a} = \beta \end{cases} \Rightarrow \alpha = 3 - \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 3 \quad (I)$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = a + 9 - a = 9 \quad (II)$$

گام دوم: با توجه به این‌که $\sqrt[3]{9-a} = \beta$ و $\sqrt[3]{a} = \alpha$ ؛ پس:

گام سوم: حالا چون فرجه ۳ داریم، سعی می‌کنیم از اتحادهایی که در آن‌ها توان ۳ دارند، استفاده کنیم. از اتحاد مکعب دوجمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \xrightarrow{(I) \text{ و } (II)} (3)^3 = 9 + 3\alpha\beta(3) \Rightarrow \alpha\beta = 2$$

گام چهارم: به جای α و β در عبارت $\alpha\beta = 2$ ، جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\alpha\beta = 2 \Rightarrow \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{9-a} = 2 \xrightarrow{\text{به توان ۳ می‌رسانیم}} a(9-a) = 8 \xrightarrow{\div a} 9-a = \frac{8}{a} \Rightarrow a + \frac{8}{a} = 9$$



۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: سعی می‌کنیم توان‌های بالای a را (مثلاً a^2) بر حسب خود a بنویسیم:

$$a^2 + a - 3 = 0 \Rightarrow a^2 = 3 - a \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} a^4 = 9 - 6a + a^2 = 9 - 6a + (3 - a) = 12 - 7a$$

گام دوم: حاصل عبارت خواسته شده را نیز بر حسب a می‌نویسیم:

$$a^5 - 19a = a^4 \times a - 19a = (12 - 7a)a - 19a = 12a - 7a^2 - 19a = -7a^2 - 7a$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری به جای } a^2} a^5 - 19a = -7(3 - a) - 7a = -21 + 7a - 7a = -21$$

۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: عبارت $a^3 + b^3 = 18$ را ساده‌تر می‌کنیم:

$$a^3 + b^3 = 18 \Rightarrow (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 18 \xrightarrow{a+b=3} 27 - 9ab = 18 \Rightarrow ab = 1$$

گام دوم: بعد از این که مقدار ab به دست آمد، سعی می‌کنیم در عبارت P ، عبارت ab را ایجاد کنیم و به جای آن مقدارش را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$P = \frac{1}{a^4 + 1} + \frac{1}{b^4 + 1} = \frac{b^4 + 1 + a^4 + 1}{(a^4 + 1)(b^4 + 1)} = \frac{a^4 + b^4 + 2}{(ab)^4 + a^4 + b^4 + 1} = \frac{a^4 + b^4 + 2}{a^4 + b^4 + 2} = 1$$

مخرج مشترک می‌گیریم.

$$ab = 1$$

۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی از اتحاد مزدوج عبارت داده شده، استفاده می‌کنیم تا بتوانیم هر کدام از عبارت‌های $\sqrt{2x-1}$ و $\sqrt{2x+7}$ را به تنهایی به دست آوریم.

گام اول: مزدوج عبارت $\sqrt{2x-1} + \sqrt{2x+7}$ را A می‌نامیم؛ داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \sqrt{2x+7} = 4 & \text{(I)} \\ \sqrt{2x-1} - \sqrt{2x+7} = A & \text{(II)} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب می‌کنیم (اتحاد مزدوج)}} (2x-1) - (2x+7) = 4A \Rightarrow 4A = -8 \Rightarrow A = -2$$

گام دوم: با توجه به مقدار A به دست آمده، طرفین دو معادله (I) و (II) را یک بار با هم جمع و یک بار از هم کم می‌کنیم:

$$\text{جمع} = 2\sqrt{2x-1} = 2$$

$$\text{تفریق} = 2\sqrt{2x+7} = 6$$

گام سوم: با توجه به خواسته سؤال باید $\sqrt{\frac{2\alpha+7}{2\alpha-1}}$ را به دست آوریم. پس عبارات به دست آمده از جمع و تفریق در گام دوم را طوری بر هم

تقسیم می‌کنیم که عبارت خواسته شده، به دست بیاید. (x را برابر با α قرار می‌دهیم).

$$\xrightarrow{\text{تقسیم دو عبارت بر هم}} \frac{2\sqrt{2x+7}}{2\sqrt{2x-1}} = \frac{6}{2} = 3$$

از آن جا $x = \alpha$ ؛ پس $\sqrt{\frac{2\alpha+7}{2\alpha-1}} = 3$ است.

۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی اول خود عبارت A را بر حسب x ها، ساده‌تر می‌کنیم و در مرحله آخر مقدار x را جای‌گذاری می‌کنیم؛ پس:

$$x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$$

گام اول: با توجه به اتحاد چاق و لاغر داریم:

گام دوم: پس در عبارت A ، مخرج‌ها عامل مشترک دارند. حالا مخرج مشترک می‌گیریم:

$$A = \frac{x+2}{x^2+x+1} + \frac{2+\sqrt{2}}{x^3-1} = \frac{(x+2)(x-1)}{\underbrace{(x^2+x+1)(x-1)}_{x^3-1}} + \frac{2+\sqrt{2}}{x^3-1} = \frac{(x+2)(x-1)+2+\sqrt{2}}{x^3-1} = \frac{x^2+x-2+2+\sqrt{2}}{x^3-1} = \frac{x^2+x+\sqrt{2}}{x^3-1}$$

گام سوم: کسر بالا دیگر از این ساده‌تر نمی‌شود. به جای x جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x^2 = (2+\sqrt{2})^2 = 4 + 4\sqrt{2} + 2 = 6 + 4\sqrt{2}$$

$$x^3 = x^2 \times x = (6 + 4\sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 12 + 6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} + 8 = 20 + 14\sqrt{2}$$



گام چهارم: حالا مقادیر به دست آمده را در عبارت گام دوم جای گذاری می کنیم:

$$A = \frac{x^2 + x + \sqrt{2}}{x^2 - 1} = \frac{6 + 4\sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2}}{20 + 14\sqrt{2} - 1} = \frac{6\sqrt{2} + 8}{19 + 14\sqrt{2}}$$

کسر دیگر از این ساده تر نمی شود و (۳) درست است.

۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به جدول تعیین علامت داده شده، چون علامت عبارت P در دو سمت ریشه، تغییر علامت داده، عبارت P درجه اول است؛ پس یعنی ضریب x^2 صفر است:

$$a = 0$$

گام دوم: عبارت به صورت $P = -x + b$ در می آید؛ حالا ریشه را به دست می آوریم و مساوی ریشه داخل جدول تعیین علامت می گذاریم:

$$-x + b = 0 \Rightarrow x = b = 2b + 1 \Rightarrow b = -1$$

$$a + b = 0 - 1 = -1$$

گام سوم: پس حاصل عبارت خواسته شده، برابر می شود با:

۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی کافی است رأس سهمی را از اطلاعات داده شده به دست آوریم: (x_0, y_0) . این رأس باید روی نیمساز ناحیه چهارم باشد؛ پس $y_0 = -x_0$ است $(x_0 > 0)$.

$$f(x) = (ax - 2)(x + b) = ax^2 + (ab - 2)x - 2b$$

گام اول: اول عبارت $f(x)$ را باز می کنیم:

$$\text{گام دوم: محور تقارن سهمی را با توجه به تابع } f, \text{ به دست می آوریم: } \text{محور تقارن سهمی} = \text{طول رأس سهمی} = \frac{-(ab - 2)}{2a} = \frac{4}{3}$$

$$ab - 2 = \frac{-8a}{3} \quad (I)$$

با یک طرفین وسطین داریم:

$$\text{گام سوم: چون رأس سهمی } f \text{ روی نیمساز ناحیه چهارم است، عرض رأس سهمی را نیز داریم: } \text{عرض رأس سهمی} = -(\text{طول رأس سهمی}) = -\frac{4}{3}$$

گام چهارم: پس رأس سهمی، نقطه $(\frac{4}{3}, -\frac{4}{3})$ است، آن را در تابع f جای گذاری می کنیم:

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{16}{9}a + \frac{4}{3}(ab - 2) - 2b \xrightarrow{(I)} \frac{16}{9}a + \frac{4}{3}\left(\frac{-8a}{3}\right) - 2b = \frac{-4}{3} \Rightarrow \frac{-16}{9}a - 2b = \frac{-4}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را در } a \text{ ضرب می کنیم.}} \frac{-16}{9}a^2 - 2ab = \frac{-4}{3}a$$

گام پنجم: از عبارت (I) استفاده کرده و به جای ab جای گذاری می کنیم:

$$\frac{-16}{9}a^2 - 2\left(\frac{-8a}{3} + 2\right) + \frac{4}{3}a = 0 \Rightarrow \frac{-16}{9}a^2 + \frac{20}{3}a - 4 = 0 \Rightarrow -4a^2 + 15a - 9 = 0$$

مقدار a را با حل معادله درجه دوم به دست می آوریم:

$$\Delta = 225 - 144 = 81 \quad \begin{cases} a = \frac{-15 + 9}{-8} = \frac{3}{4} \xrightarrow{(I)} b = 0 \\ \text{یا} \\ a = \frac{-15 - 9}{-8} = 3 \xrightarrow{(I)} b = -2 \end{cases}$$

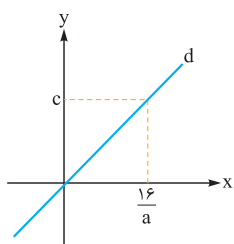
دقت کنید که هر دو مقدار b قابل قبول است. می توانید امتحان کنید!

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی خط با سهمی در نقطه ای که نشان داده شده، برخورد می کند و از مبدأ هم می گذرد؛ پس باید اول محل برخورد سهمی با خط d را پیدا کنیم.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 256 - 4ac = 0 \Rightarrow ac = 64 \quad \text{گام اول: سهمی } f \text{ دارای یک ریشه مضاعف است؛ پس } \Delta = 0:$$

$$\text{گام دوم: عرض از مبدأ سهمی برابر با } c \text{ است. جایی که خط و سهمی یکدیگر را قطع کرده اند نیز در } y = c \text{ است:} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{16}{a} \end{cases}$$

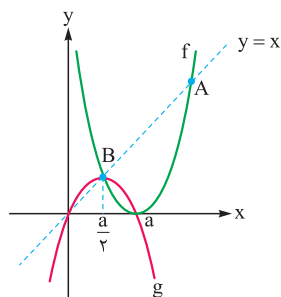


گام سوم: شیب خط d را با توجه به دو نقطه‌ای که روی خط هستند، به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{c}{\frac{16}{a}} = \frac{ac}{16} = \frac{64}{16} = 4$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی اول نقطه‌های برخورد دو تابع f و g را به صورت پارامتری به دست می‌آوریم و با استفاده از آن‌ها، معادله‌های f و g را می‌نویسیم. حالا مختصات هر نقطه دلخواه را که روی دو سهمی هستند را داریم.



گام اول: در مورد تابع g ، اگر فرض کنیم محور x ها را در نقطه $x = a$ قطع می‌کند، طول نقطه B که رأس سهمی نیز هست، $x_B = \frac{a+0}{2} = \frac{a}{2}$ می‌شود. نقطه B روی خط $y = x$ است؛ پس رأس سهمی g ، $(\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$ می‌باشد.

گام دوم: تابع f ، یک ریشه مضاعف در $x = a$ دارد؛ بنابراین فرم معادله آن به صورت $f(x) = b(x-a)^2$ است. نقطه $B(\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$ روی سهمی واقع است:

$$\frac{a}{2} = b(\frac{a}{2} - a)^2 \Rightarrow \frac{a}{2} = b(\frac{-a}{2})^2 \Rightarrow b = \frac{2}{a}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{a}(x-a)^2$$

گام سوم: حالا طول نقطه A را که بر روی سهمی f است، به دست می‌آوریم: (محل برخورد سهمی با خط $y = x$ است).

$$x = \frac{2}{a}(x-a)^2 \Rightarrow \frac{2}{a}(x^2 - 2ax + a^2) = x \Rightarrow 2x^2 - 4ax + 2a^2 - ax = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5ax + 2a^2 = 0 \Rightarrow \Delta = 25a^2 - 16a^2 = 9a^2$$

$$x_A = \frac{5a + 3a}{4} = 2a \quad \checkmark (x_A > a)$$

$$x_A = \frac{5a - 3a}{4} = \frac{a}{2}$$

مقدار $x = 2a$ قابل قبول است، چون طول نقطه A بیشتر از مقدار ریشه تابع f که در $x = a$ است، می‌باشد.

$$\frac{\text{طول نقطه } A}{\text{طول نقطه } B} = \frac{2a}{\frac{a}{2}} = 4$$

گام چهارم: نسبت خواسته شده برابر می‌شود با:

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی سهمی بالای خط $y = -x$ است؛ پس با حل یک نامعادله سروکار داریم. نامعادله را به دست می‌آوریم و آن را حل می‌کنیم.

گام اول: نامعادله را می‌نویسیم و مرتبش می‌کنیم:

$$y = (m-6)x^2 + 7x + m > -x \Rightarrow (m-6)x^2 + 8x + m > 0$$

گام دوم: حالا به یک نامعادله درجه دومی رسیدیم که باید همواره مثبت باشد؛ پس شرط همواره مثبت بودن سهمی را اعمال می‌کنیم:

$$1) a > 0 \Rightarrow m - 6 > 0 \Rightarrow m > 6$$

$$2) \Delta < 0 \Rightarrow 64 - 4m(m-6) < 0 \Rightarrow -m^2 + 6m + 16 < 0 \Rightarrow \Delta = 36 + 64 = 100$$

$$m_1 = \frac{-6 + 10}{-2} = -2$$

$$m_2 = \frac{-6 - 10}{-2} = 8$$

m	-2	8
$-m^2 + 6m + 16$	$-$	$+$

$$: m < -2 \text{ یا } m > 8$$



گام سوم: حالا بین جواب‌های به دست آمده برای m در 1 و 2 ، اشتراک می‌گیریم:

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی برای این که مقدارهای ممکن برای a^2 را پیدا کنیم، اول باید مجموعه جواب نامعادله را پیدا کنیم تا حدود a مشخص شود و بعد از آن با توجه به شرط صحیح بودن a^2 ، مقدارهای قابل قبول به دست می‌آید.



گام اول: اول مجموعه جواب نامعادله را با پیدا کردن ریشه‌های صورت و مخرج، پیدا می‌کنیم:

$$\frac{2x-6}{27x^3+8} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-6=0 \Rightarrow x=3 \\ 27x^3+8=0 \Rightarrow x^3 = \frac{-8}{27} \Rightarrow x = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

گام دوم: حالا جدول تعیین علامت عبارت را می‌نویسیم:

x		$-\frac{2}{3}$	3	
$2x-6$	-		-	+
$27x^3+8$	-		+	+
عبارت	+		-	+

$x \in (-\frac{2}{3}, 3]$

گام سوم: چون a^2 عددی صحیح است، نتیجه می‌گیریم که a یا عدد صحیح است یا عدد گنگی است که با به توان ۲ رسیدن، عددی صحیح می‌شود؛ پس مقدارهای قابل قبول برای a که در بازه‌ای که در گام دوم به دست آورده‌ایم هم قرار می‌گیرند، به صورت زیر است:

$$a \text{ مقادیر قابل قبول برای } a: 3, 2, 1, 0, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$$

گام چهارم: a^2 مجموع جواب‌های ممکن برای $a^2 = 9 + 4 + 1 + 0 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 8 = 45$

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: چون تابع f در $x = 2$ بر خط $y = 1$ مماس است، نتیجه می‌گیریم که $(2, 1)$ مختصات رأس سهمی است.

گام دوم: تابع f را به صورت $f(x) = a(x-2)^2 + 1$ در نظر می‌گیریم. مقدار a را با توجه به $f(0) = 9$ به دست می‌آوریم:

$$9 = 4a + 1 \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2(x-2)^2 + 1$$

پس:

گام سوم: حالا مجموعه جواب نامعادله را به دست می‌آوریم: (دقت کنید که a ای که در گام دوم به دست آمد، همان ضریب x^2 در $f(x)$ است.)

$$f(x) < a^2 + 5 \Rightarrow 2(x-2)^2 + 1 < a^2 + 5 \Rightarrow 2(x^2 - 4x + 4) + 1 < a^2 + 5$$

$$\xrightarrow{a=2} 2x^2 - 8x + 8 + 1 < 9 \Rightarrow 2x^2 - 8x < 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{c|c|c|c} x & & & 4 \\ \hline 2x^2 - 8x & + & | & - & + \end{array}$$

$x \in (0, 4)$ بازه مورد قبول برای x برابر است با:

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی باید مجموعه جواب هر دو نامعادله را به دست بیاوریم. سپس این دو تا مجموعه جواب را با هم مساوی قرار بدهیم تا مجهول‌ها به دست بیایند.

گام اول: ابتدا نامعادله قدرمطلق را حل می‌کنیم:

$$|x-b| < 2b-3 \xrightarrow{|x-b| \geq 0} \begin{cases} 2b-3 \geq 0 \Rightarrow b \geq \frac{3}{2} \\ -2b+3 < x-b < 2b-3 \Rightarrow -b+3 < x < 3b-3 \end{cases} \quad (I)$$

گام دوم: برای نامعادله درجه دوم داریم:

یعنی این عبارت درجه دوم ریشه‌های $x_1 = 1$, $x_2 = -1-a$ دارد؛ بنابراین با توجه به این که x_1 و x_2 می‌توانند نسبت به هم بزرگ‌تر یا کوچک‌تر یا مساوی باشند، ۳ حالت خواهیم داشت:

حالت اول: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -a-1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 < x_2} 1 < x < -a-1$



که در این صورت با در نظر گرفتن گام اول داریم:

$$(I) \rightarrow \begin{cases} -b + 3 = 1 \\ 3b - 3 = -a - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = -4 \end{cases} \Rightarrow a - b = -4 - 2 = -6$$

حالت دوم: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -a - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 > x_2} -a - 1 < x < 1 \xrightarrow{(I)} \begin{cases} -a - 1 = -b + 3 \\ 1 = 3b - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-8}{3} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$

حالت سوم: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -a - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} -a - 1 = 1 \Rightarrow a = -2$

که در این صورت نامعادله درجه دوم به صورت $(x-1)(x-1) < 0$ یا $(x-1)^2 < 0$ می شود که برقرار نیست؛ پس ریشه ها نمی توانند با هم برابر باشند. گام سوم: از آن جایی که باید $b \geq \frac{3}{4}$ باشد، پس حالت اول یعنی $b = 2$ و $a = -4$ قابل قبول است؛ پس داریم: $a - b = -6$

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی برای حل نامعادله، اول باید ریشه های صورت و مخرج را پیدا کنیم. محدودیت های زیر رادیکال را نیز در نظر می گیریم و بعد از آن جدول تعیین علامت را می کشیم.

گام اول: اول محدودیت زیر رادیکال را مشخص می کنیم: $x^2 - 2x + 2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 4 - 8 < 0 \\ x^2 \text{ ضریب } > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ همواره مثبت

گام دوم: ریشه های صورت و مخرج را محاسبه می کنیم: $4 - x = 0 \Rightarrow x = 4$

$x - \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 2} = x \xrightarrow{x \geq 0} x^2 - 2x + 2 = x^2 \Rightarrow x = 1$
به توان ۲ می رسانیم.

x		1	4	
4 - x	+	+	-	-
$x - \sqrt{x^2 - 2x + 2}$	-	+	+	+
عبارت	-	+	-	-

$x \in (1, 4)$

برای تعیین علامت عبارت $x - \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ کافی است که یک مقدار x قبل از ریشه و یک مقدار x بعد از ریشه در نظر بگیریم و ببینیم که علامت عبارت چه می شود. مثلاً اگر $x = 0$ باشد، حاصل عبارت $-\sqrt{2}$ می شود که منفی است. همین طور برای $x = 2$ حاصل عبارت $2 - \sqrt{2}$ می شود که عددی مثبت است. جدول تعیین علامت را می کشیم:

گام سوم: مجموعه جواب نامعادله بعد از اشتراک $x \geq 0$ (شرطی که برای حل معادله مخرج در گام دوم گذاشتیم) و $1 < x < 4$ برابر با $1 < x < 4$ است که شامل ۲ عدد صحیح ۲ و ۳ می باشد.

۱۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: عبارت را نامنفی قرار داده و از جدول تعیین علامت استفاده می کنیم. $P = (x+a)(2x^2 - 5x - 7) \geq 0$

x		-1	-a	3/5	
$2x^2 - 5x - 7$	+	-	-	-	+
x + a	-	-	+	+	+

در عبارت درجه دوم $2x^2 - 5x - 7 = 0$ چون $B = A + C$ است، پس یکی از ریشه ها $x_1 = -1$ و دیگری $x_2 = \frac{3}{5} = \frac{7}{2}$ است.

گام دوم: برای آن که مجموعه جواب نامعادله به صورت بازه $[b, +\infty)$ باشد، باید در جدول تعیین علامت موقعیت $-a$ بر روی $3/5$ باشد. توجه کنید که اگر $-a$ منطبق بر -1 باشد، مجموع جواب نامعادله به صورت $\{-1\} \cup [\frac{7}{2}, +\infty)$ می شود که قابل قبول نیست؛ پس:

$-a = 3/5 \Rightarrow a = -3/5$

x		-1	3/5	
$2x^2 - 5x - 7$	+	-	-	+
$x - 3/5$	-	-	+	+
P	-	+	+	+

$P \geq 0 \Rightarrow x \in [\frac{3}{5}, +\infty)$

گام سوم: حاصل $a - b$ برابر با $-3/5 - (-1) = 2/5$ است.



۱۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

اول باید برد تابع f را به دست بیاوریم و بعد از آن با توجه به بازه به دست آمده، مقدار a را پیدا کنیم.
گام اول: سعی می‌کنیم رادیکال را از بین ببریم و عبارت را بر حسب x بنویسیم تا برد تابع را به دست بیاوریم:

$$y = x + \sqrt{4-x^2} \Rightarrow y-x = \sqrt{4-x^2} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم.}} (y-x)^2 = 4-x^2$$

$$\Rightarrow y^2 - 2yx + x^2 = 4-x^2 \Rightarrow 2x^2 - 2yx + (y^2 - 4) = 0$$

گام دوم: حالا معادله را بر حسب x مرتب کردیم. به یک معادله درجه دوم نسبت به x رسیدیم. برای این که برد تابع را به دست آوریم، بایستی $\Delta \geq 0$ را برای پاسخ‌های x اعمال کنیم:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow (-2y)^2 - 4(y^2 - 4) \geq 0 \Rightarrow 4y^2 - 4y^2 + 16 \geq 0$$

$$\Rightarrow 4y^2 \leq 32 \Rightarrow y^2 \leq 8 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |y| \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow -2\sqrt{2} \leq y \leq 2\sqrt{2}$$

گام سوم: در عبارت $y-x = \sqrt{4-x^2}$ چون طرف راست مثبت است، طرف چپ نیز باید مثبت باشد، یعنی $y-x \geq 0 \Rightarrow y \geq x$ و دامنه تابع نیز $-2 \leq x \leq 2$ است؛ بنابراین برد تابع به صورت $-2 \leq y \leq 2\sqrt{2}$ می‌شود.

گام چهارم: برد تابع، بازه $[-2, a]$ است، پس با مقایسه آن با محدوده y ، $a = 2\sqrt{2}$ می‌شود؛ پس داریم:

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} + \sqrt{4-2} = 2\sqrt{2} = a$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

عرض مستطیل، همان عرض نقطه A است. طول مستطیل، $x_A - x_B$ می‌شود. باید طول نقطه B را اول پیدا کنیم.

گام اول: با توجه به این که عرض نقاط A و B با هم یکسان است، این دو نقطه نسبت به محور تقارن سهمی ($x_s = 2$) متقارن هستند؛ یعنی:

$$y = 4x - x^2 \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow x_s = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \Rightarrow x_B = 4 - x$$

گام دوم: طول و عرض مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$\text{طول مستطیل} = x_A - x_B = x - (4 - x) = 2x - 4$$

$$\text{عرض مستطیل} = y_A = 4x - x^2$$

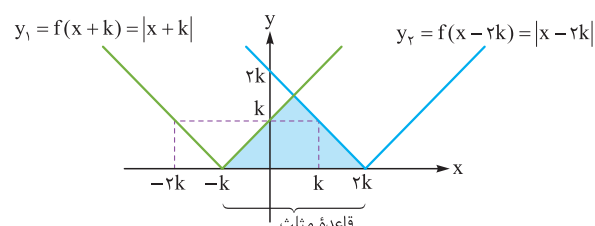
گام سوم: مساحت مستطیل، حاصل ضرب طول و عرض مستطیل است؛ بر حسب x آن را می‌نویسیم:

$$\text{مساحت مستطیل} = (2x - 4)(4x - x^2) = 2x(x - 2)(4 - x)$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به این که مقدار مثبت k خواسته شده، دو نمودار y_1 و y_2 را رسم می‌کنیم:



نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا y_1 به دست آید و $f(x)$ را $2k$ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم تا y_2 به دست آید.

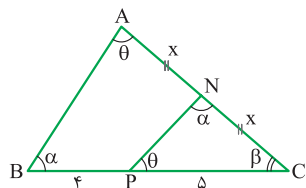
گام دوم: محل برخورد دو نمودار را پیدا می‌کنیم. چون محل برخورد در بازه $-k < x < 2k$ است، عبارت داخل y_1 مثبت و عبارت داخل y_2 منفی است؛ پس:

$$y_1 = y_2 \xrightarrow{-k < x < 2k} x+k = -(x-2k) \Rightarrow x = \frac{k}{2} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در یکی از معادلات } y_1 \text{ یا } y_2} y = \frac{3k}{2} = \text{ارتفاع مثلث}$$

گام سوم: مساحت قسمت رنگی برابر با ۱۸ است؛ پس: $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \frac{1}{2} \times \frac{3k}{2} \times 2k = 18 \Rightarrow k^2 = 8 \xrightarrow{k > 0} k = 2\sqrt{2}$

هندسهٔ دهم: صفحه‌های ۳۸ تا ۷۶

۲۱- پاسخ: گزینه ۴



گام اول (تشخیص مثلث‌های متشابه): با توجه به حالت برابری سه زاویه می‌توانیم بگوییم مثلث‌های ABC و NPC متشابه‌اند.

گام دوم (نوشتن نسبت تشابه و محاسبه طول AC): فرض می‌کنیم $NA = NC = x$ باشد. حالا نسبت تشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{AB}{NP} = \frac{AC}{PC} = \frac{BC}{NC} \xrightarrow{AC=2x, NC=x, BC=9, PC=5} \frac{AB}{NP} = \frac{2x}{5} = \frac{9}{x} \Rightarrow 2x^2 = 45 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{45}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

$$\xrightarrow{AC=2x} AC = 2 \times \frac{3\sqrt{10}}{2} = 3\sqrt{10}$$

توجه کنید که از نسبت $\frac{AB}{NP}$ نه چیزی را داشتیم و نه چیزی را می‌خواستیم، به همین خاطر حذفش کردیم.

۲۲- پاسخ: گزینه ۳

گام اول (نوشتن نیمی از نسبت تشابه): برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث، باید ضلع‌های متناسب را در یک نسبت زیر هم بنویسیم، به طوری که در صورت نسبت‌ها اضلاع یک مثلث و در مخرج آن‌ها اضلاع مثلث دیگر قرار داشته باشند. این‌جا صورت نسبت‌ها را به

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{1} = 1 \text{ پس داریم:}$$

گام دوم (بررسی حالت‌های مختلف نسبت تشابه): حالا همهٔ حالت‌هایی که برای نسبت تشابه بالا وجود دارد را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{1}{4} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$a = \frac{1}{2} \quad \quad \quad a = \frac{2}{3}$$

حالت اول: ضلع به طول ۱ از مثلث اول با ضلع به طول ۴ از مثلث دوم متناسب باشد، در این صورت:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{1}{3} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{1}{3}$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$a = \frac{4}{3} \quad \quad \quad a = \frac{2}{3}$$

حالت دوم: ضلع به طول ۱ از مثلث اول با ضلع به طول ۳ از مثلث دوم متناسب باشد، در این صورت:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{1}{2}$$

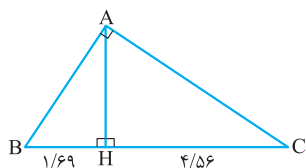
$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$a = 2 \quad \quad \quad a = \frac{3}{2}$$

حالت سوم: ضلع به طول ۱ از مثلث اول با ضلع به طول ۲ از مثلث دوم متناسب باشد، در این صورت:

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده برای a در گام دوم، واضح است که کم‌ترین مقدار a برابر $\frac{1}{3}$ و بیشترین مقدار آن ۲ است؛ در نتیجه خواستهٔ مسئله برابر $\frac{1}{5} = 2 - \frac{1}{3}$ است.

۲۳- پاسخ: گزینه ۴



گام اول (رسم شکل و مشخص کردن خواستهٔ سؤال): شکل مسئله به صورت

مقابل است. از آنجایی که $\frac{BH}{1/69} < \frac{HC}{4/56}$ ، پس کوچک‌ترین ضلع مثلث که خواستهٔ سؤال است، همان ضلع AB است.

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): حالا به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع AB را محاسبه می‌کنیم:

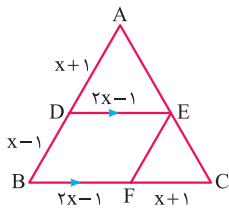
$$AB^2 = BH \times BC \xrightarrow{BC=1/69+4/56=6/25, BH=1/69} AB^2 = 1/69 \times 6/25 = \frac{13^2}{100} \times \frac{25^2}{100} \Rightarrow AB = \frac{13}{10} \times \frac{25}{10} = \frac{325}{100} = 3/25$$



۲۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

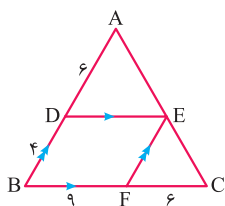
گام اول (پیدا کردن x): از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم. چون چهارضلعی $BDEF$ متوازی‌الاضلاع است، پس اضلاع مقابل به هم در این چهارضلعی برابرند؛ یعنی $DE = BF = 2x - 1$ است. از طرفی در متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های مقابل به هم موازی هم هستند؛ پس با توجه به این که $DE \parallel BC$ است، می‌توانیم در مثلث ABC تالس بنویسیم و مقدار x را به دست بیاوریم:



$$\text{ABC در مثلث } \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x+1}{(x+1)+(x-1)} = \frac{2x-1}{(2x-1)+(x+1)} \Rightarrow \frac{x+1}{2x} = \frac{2x-1}{3x}$$

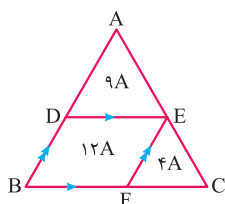
$$\Rightarrow 3x + 3 = 4x - 2 \Rightarrow x = 5$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): اول $x = 5$ را در شکل جای‌گذاری می‌کنیم. هر دو مثلث ADE و EFC با مثلث ABC متشابه‌اند؛ پس برای نسبت‌هایشان می‌توانیم بنویسیم:



$$\left\{ \begin{array}{l} ADE \sim ABC: \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \left(\frac{6}{6+4}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow S_{ADE} = 9A, S_{ABC} = 25A \\ EFC \sim ABC: \frac{S_{EFC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{FC}{BC}\right)^2 = \left(\frac{6}{6+9}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{EFC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \xrightarrow{S_{ABC}=25A} \frac{S_{EFC}}{25A} = \frac{4}{25} \Rightarrow S_{EFC} = 4A \end{array} \right.$$

حالا که مساحت مثلث‌های EFC ، ADE و ABC را مطابق شکل مقابل برحسب A داریم، می‌توانیم خواسته مسئله را به دست بیاوریم:



$$\frac{S_{BDEF}}{S_{ABC}} = \frac{25A - 9A - 4A}{25A} = \frac{12A}{25A} \times \frac{4}{4} = \frac{48}{100} \Rightarrow \text{مساحت متوازی‌الاضلاع } BDEF, 48\% \text{ مساحت مثلث } ABC \text{ است.}$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه تعداد ضلع‌های چندضلعی): چون تعداد قطرهای هر n ضلعی، $\frac{n(n-3)}{2}$ است، پس با اضافه شدن یک ضلع، تعداد قطرهای می‌شود $\frac{(n+1)[(n+1)-3]}{2} = \frac{(n+1)(n-2)}{2}$. از آنجایی که با اضافه شدن یک ضلع، به تعداد قطرهای ۱۶ تا اضافه می‌شود؛ پس داریم:

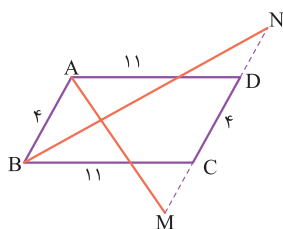
$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} - \frac{n(n-3)}{2} = 16 \Rightarrow \frac{(n^2 - n - 2) - (n^2 - 3n)}{2} = 16 \Rightarrow \frac{2n-2}{2} = 16 \Rightarrow n-1 = 16 \Rightarrow n = 17$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا برای محاسبه خواسته سؤال کافی است تعداد قطرهای یک ۱۶ ضلعی را از تعداد قطرهای یک ۱۷ ضلعی کم کنیم:

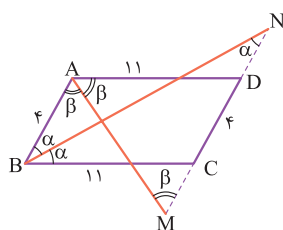
$$\frac{17(17-3)}{2} - \frac{16(16-3)}{2} = 17 \times 7 - 8 \times 13 = 15$$

یک‌وقت فکر نکنید چون با اضافه شدن یک ضلع، ۱۶ تا به قطرهای اضافه شده، پس با کم شدن یک ضلع هم ۱۶ تا کم می‌شود. در این صورت به دام ۱ می‌افتید.

۲۶- پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): شکل مسئله به صورت مقابل است. از آنجایی که در متوازی الاضلاع، ضلع‌های مقابل به هم مساوی‌اند؛ پس $DC = AB = 4$ و $AD = BC = 11$ است.



گام دوم (اثبات متساوی‌الساقین بودن مثلث‌های BNC و ADM): می‌دانیم که نیمساز هر زاویه، آن زاویه را نصف می‌کند، پس مطابق شکل مقابل می‌توانیم فرض کنیم که $\widehat{BAM} = \widehat{MAD} = \beta$ و $\widehat{ABN} = \widehat{NBC} = \alpha$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مثلث } BNC \text{ متساوی‌الساقین است.} \Rightarrow \widehat{N} = \widehat{NBA} = \alpha \Rightarrow \text{مورب: } NB \parallel AB \\ \text{مثلث } ADM \text{ متساوی‌الساقین است.} \Rightarrow \widehat{M} = \widehat{MAB} = \beta \Rightarrow \text{مورب: } AM \parallel MN \end{array} \right.$$

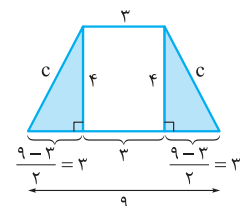
گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به گام دوم داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مثلث } BNC \text{ متساوی‌الساقین است.} : NC = BC \xrightarrow{NC = ND + 4} \xrightarrow{BC = 11} ND + 4 = 11 \Rightarrow ND = 7 \\ \text{مثلث } ADM \text{ متساوی‌الساقین است.} : MD = AD \xrightarrow{MD = MC + 4} \xrightarrow{AD = 11} MC + 4 = 11 \Rightarrow MC = 7 \end{array} \right.$$

$$MN = ND + DC + CM = 7 + 4 + 7 = 18$$

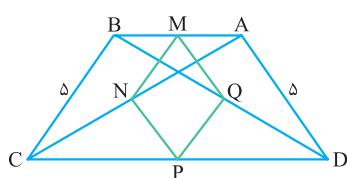
بنابراین طول MN برابر می‌شود با:

۲۷- پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه طول ساق دوزنقه): اول دوزنقه متساوی‌الساقین مقابل را رسم

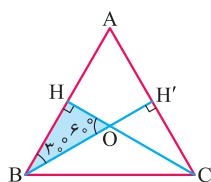
می‌کنیم. با کشیدن ارتفاع‌های دوزنقه متساوی‌الساقین، دو مثلث قائم‌الزاویه همنهشت به همراه یک مستطیل درست می‌شود. می‌دانیم عددهای ۳، ۴ و ۵ فیثاغورسی هستند؛ پس در مثلث‌های قائم‌الزاویه رنگی $c = 5$ است.



گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): در شکل مقابل پاره‌خط MN وسط دو ضلع از مثلث ABC را به

هم وصل می‌کند، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه $\frac{MN}{BC} = \frac{5}{4}$ است. به همین ترتیب طول PQ ، MQ و NP هم برابر $\frac{5}{4}$ می‌شوند، پس محیط چهارضلعی $MNPQ$ برابر $4 \times \frac{5}{4} = 10$ است.

۲۸- پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی گام اول (تشخیص نوع مثلث سایه‌زده): در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، نیمسازهای

CH و BH' ارتفاع هم هستند؛ بنابراین مثلث سایه‌زده یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه‌های 30° و 60° است.

گام دوم (محاسبه طول BH): اگر طول وتر مثلث رنگی a باشد، طول ضلع‌های OH و HB برابر می‌شوند با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{رو به زاویه } 30^\circ \text{ است.} : OH : BH = \frac{a}{2} \\ \text{رو به زاویه } 60^\circ \text{ است.} : BH : BH = \frac{\sqrt{3}}{2} a \end{array} \right.$$



حالا چون مساحت مثلث رنگی برابر $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ است، می توانیم بنویسیم:

$$S_{OHB} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} OH \times BH = \frac{9\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} a\right) = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

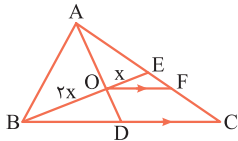
$$\Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6 \xrightarrow{BH = \frac{\sqrt{3}}{2} a} BH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): نیمساز OH میانه هم هست؛ یعنی $AH = BH = 3\sqrt{3}$ و در نتیجه $AB = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ است.

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل شکل مسئله): چون E و D وسط ضلع های مثلث اند، پس BE و AD

میانه بوده و یکدیگر را مطابق شکل مقابل به نسبت ۱ به ۲ قطع می کنند.



گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): مثلث های OEF و BEC متشابه اند و نسبت مساحت هایشان برابر می شود با:

$$\frac{S_{OEF}}{S_{BEC}} = \left(\frac{EO}{EB}\right)^2 = \left(\frac{x}{x+2x}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{OEF}}{S_{BEC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{OEF} = A, S_{BEC} = 9A$$

بنابراین خواسته سؤال برابر است با:

$$\begin{cases} S_{BEC} = 9A \xrightarrow{\text{طبق مورد (۲) درس نامه}} S_{ABE} = 9A \Rightarrow S_{ABC} = 2 \times 9A = 18A \\ S_{BOFC} = S_{BEC} - S_{OEF} = 9A - A = 8A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{BOFC}} = \frac{18A}{8A} = \frac{9}{4} = 2/25$$

۳۰- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول (بررسی همه حالت های ممکن برای b و i): اول همه حالت هایی را که $i \times b = 18$ می شود، پیدا می کنیم:

b	۱	۲	۳	۶	۹	۱۸
i	۱۸	۹	۶	۳	۲	۱

امکان ندارد، چون b حداقل باید ۳ باشد.

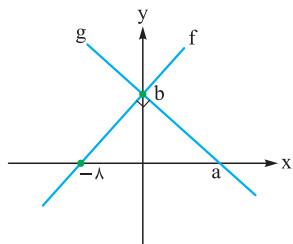
گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا مساحت چندضلعی شبکه ای را در همه حالت ها حساب می کنیم:

$$\begin{cases} b=3, i=6 \Rightarrow S_1 = \frac{3}{2} + 6 - 1 = 6/5 \\ b=6, i=3 \Rightarrow S_2 = \frac{6}{2} + 3 - 1 = 5 \\ b=9, i=2 \Rightarrow S_3 = \frac{9}{2} + 2 - 1 = 5/5 \\ b=18, i=1 \Rightarrow S_4 = \frac{18}{2} + 1 - 1 = 9 \end{cases}$$

بنابراین بیشترین مساحت این چندضلعی شبکه ای ۹ و کمترین مساحت آن ۵ است که اختلافشان برابر می شود با: $9 - 5 = 4$

حسابان یازدهم: صفحه‌های ۳۷ تا ۹۰

۱- پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی گام اول: اول از همه باید معادلات خطوط f و g را پیدا کنیم و بعد تابع Y را تشکیل دهیم و ثابت بودن آن را در نظر بگیریم تا بتوانیم مقدار خواسته شده را پیدا کنیم. توابع خطی f و g بر هم عمودند و عرض از مبدأ آن‌ها یکسان است. معادله آن‌ها را می‌نویسیم:

$$f(x) = mx + b$$

$$g(x) = \frac{-1}{m}x + b, \quad m > 0$$

گام دوم: با توجه به شکل، رابطه بین شیب توابع f و g به صورت روبه‌رو است:

$$f: m = \frac{b}{\lambda} \Rightarrow m = \frac{b}{\lambda} = \frac{a}{b}$$

$$g: \frac{-1}{m} = \frac{-b}{a}$$

گام سوم: معادلات f و g را در تابع Y جای گذاری می‌کنیم. باید تابع Y ثابت باشد، یعنی ضریب X بایستی صفر شود:

$$y = \frac{-Y}{\lambda}x + (f + \lambda g)(x) = \frac{-Y}{\lambda}x + (mx + b) + \left(\frac{-\lambda}{m}x + \lambda b\right) = \left(\frac{-Y}{\lambda} + m - \frac{\lambda}{m}\right)x + \lambda b \xrightarrow{\text{ضریب } x \text{ برابر با صفر}} m - \frac{\lambda}{m} - \frac{Y}{\lambda} = 0$$

$$\xrightarrow{\times m} m^2 - \frac{Y}{\lambda}m - \lambda = 0 \xrightarrow{\text{حل معادله}} \Delta = \frac{49}{4} + \lambda = \frac{81}{4}$$

$$m_1 = \frac{\frac{7}{2} + \frac{9}{2}}{2} = 4 \quad \checkmark$$

$$m_2 = \frac{\frac{7}{2} - \frac{9}{2}}{2} = -\frac{1}{2} \quad \times \text{ (m باید مثبت باشد.)}$$

$$\lambda = \frac{b}{\lambda} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} b = 32 \\ a = 128 \end{cases}$$

گام چهارم: با توجه به گام دوم، a و b را به دست می‌آوریم:

گام پنجم: با جای گذاری مقادیر به دست آمده در تابع g ، مقدار خواسته شده برابر می‌شود با:

$$g(-2a) = g(-256) = \frac{-1}{4} \times (-256) + 32 = 96$$

۲- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: وارون تابع یعنی f^{-1} ، دارای دامنه R_f و برد D_f است. پس باید برد تابع f را تعیین کنیم تا دامنه f^{-1} به دست بیاید. داریم:

$$f(x) = 3 + \sqrt{2-x} \Rightarrow \sqrt{2-x} \geq 0 \Rightarrow 3 + \sqrt{2-x} \geq 3 \Rightarrow f(x) \geq 3 \Rightarrow R_f = [3, +\infty)$$

پس یعنی دامنه تابع f^{-1} به صورت $[3, +\infty)$ است.

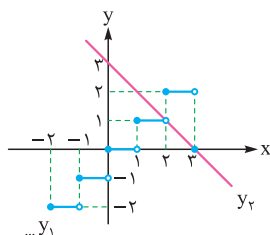
$$g(x) = x + [x] \xrightarrow{\text{محدودیتی برای } x \text{ نداریم}} D_g = \mathbb{R}$$

گام دوم: برای تابع g ، دامنه‌اش را تعیین می‌کنیم:

$$g(x) \in D_{f^{-1}} \Rightarrow g(x) \in [3, +\infty)$$

گام سوم: حالا باید خود تابع g ، عضو دامنه تابع f^{-1} باشد:

کم‌ترین مقدار x را که در آن حاصل $g(x)$ برابر با ۳ می‌شود را به دست می‌آوریم:



$$x + [x] \geq 3 \Rightarrow [x] \geq 3 - x \Rightarrow \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \end{matrix}$$

با توجه به نمودار رسم شده می‌بینیم که وقتی $y_1 \geq y_2$ است که $x \geq 2$ باشد.

$$D_y = D_{f^{-1} \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\} = [2, +\infty)$$

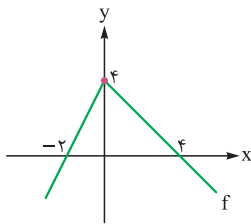
گام چهارم: در نهایت در مورد دامنه Y با توجه به گام‌های دوم و سوم داریم:



۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: اول ضابطه تابع f را از روی نمودار داده شده به دست می آوریم:



$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4; & x \leq 0 \\ -x + 4; & x \geq 0 \end{cases}$$

گام دوم: حالا تابع Y را به دست می آوریم:

$$y = 2x - f(mx) = \begin{cases} 2x - (2mx + 4); & mx \leq 0 \\ 2x - (-mx + 4); & mx \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 \\ (2-2m)x - 4; & mx \leq 0 \\ (2+m)x - 4; & mx \geq 0 \\ m_2 \end{cases}$$

گام سوم: در ضابطه Y به دو تا خط رسیدیم. این خطها باید شیبهایشان هم علامت باشند تا یک به یک شوند (به تابع f دقت کنید. در دو بازه داده شده، شیب خطها مختلفاً علامت است که باعث شده f یک به یک نباشد). اگر هم علامت باشند، حتماً یک به یک است، چون با توجه به عرض از مبدأشان که یکسان است، اشتراک بردشان فقط همین نقطه می شود؛ پس یا هر دو شیب مثبت دارند یا هر دو شیب منفی دارند، یعنی حاصل ضرب شیب دو خط همواره باید مثبت باشد:

$$m_1 m_2 > 0 \Rightarrow (2-2m)(2+m) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|ccc} m & -2 & & 1 \\ \hline \text{عبارت} & - & + & - \end{array} \Rightarrow -2 < m < 1$$

گام چهارم: پس ۲ عدد صحیح -1 و صفر برای m قابل قبول است. دقت کنید که شیب خطها (m_1 و m_2) نمی تواند صفر باشد، چون در این صورت حداقل یک ضابطه به صورت $y = -4$ می شود که یک به یک نیست.

۴- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: اول معادله داده شده را مرتب می کنیم تا $g^{-1}(x)$ را به دست بیاوریم:

$$1 + g^{-1}(x) = 3f^{-1}(\sqrt{2}) \Rightarrow g^{-1}(x) = 3f^{-1}(\sqrt{2}) - 1$$

$$g(g^{-1}(x)) = g(3f^{-1}(\sqrt{2}) - 1) \Rightarrow x = g(3f^{-1}(\sqrt{2}) - 1)$$

گام دوم: حالا از خاصیت وارون تابع استفاده می کنیم:

گام سوم: در معادله بالا، به جای $g(x)$ جای گذاری می کنیم:

$$x = 1 - 2f\left(\frac{(3f^{-1}(\sqrt{2}) - 1) + 1}{3}\right) \Rightarrow x = 1 - 2f\left(\frac{3}{3}f^{-1}(\sqrt{2})\right) = 1 - 2f(f^{-1}(\sqrt{2}))$$

خب حالا یادتان که هست $f^{-1}(f(x)) = x$ یا $f(f^{-1}(x)) = x$ می شود؟!:

$$x = 1 - 2 \underbrace{f(f^{-1}(\sqrt{2}))}_{\sqrt{2}} = 1 - 2\sqrt{2}$$

پس ساده می کنیم:

۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: سعی می کنیم اول معادله را به توان ۲ برسانیم تا رادیکال از بین برود. بعد از آن هر جا که عبارت $\sqrt{5+4x}$ بود به جایش

$2f(x) - 1$ را جای گذاری می کنیم. پس در معادله داده شده، طرفین را به توان ۲ می رسانیم:

$$(2f(x))^2 = (1 + \sqrt{5+4x})^2 \Rightarrow 4f^2(x) = 1 + 2\sqrt{5+4x} + 5 + 4x = 6 + 4x + 2\sqrt{5+4x}$$

گام دوم: حالا از معادله اصلی که داریم به جای $\sqrt{5+4x}$ جای گذاری می کنیم:

$$4f^2(x) = 6 + 4x + 2[2f(x) - 1] = 4f(x) + 4x + 4 \Rightarrow f^2(x) = f(x) + x + 1$$

گام سوم: حالا تابع $f(x)$ را در معادله قرار می دهیم تا همه چیز بر حسب X شود:

$$(x^2 - x - 1)^2 = x^2 - x - 1 + x + 1 = x^2 \xrightarrow{\text{حالت به وجود می آید...}} \begin{cases} x^2 - x - 1 = x \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2} \\ \text{یا} \\ x^2 - x - 1 = -x \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$



گام چهارم: با توجه به گزینه‌ها $X = 1 + \sqrt{2}$ قابل قبول است. حالا اگر بقیه مقادیر X هم در بقیه گزینه‌ها بود، باید همین گزینه را انتخاب می‌کردیم؛ چون روی X محدودیت داریم:

(۱) اولاً دامنه تابع f ، $[\frac{1}{4}, +\infty)$ است؛ پس $X = -1$ و $X = 1 - \sqrt{2}$ قابل قبول نیست.

(۲) زیر رادیکال باید مثبت باشد، پس حتماً $X \geq \frac{-5}{4}$ است.

(۳) به معادله دقت می‌کنیم:

$$2f(x) - 1 = \sqrt{5+4x} \Rightarrow 2f(x) - 1 \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - x - 1 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} \geq 0$$

ریشه‌هایش را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1+\sqrt{7}}{2} \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{1+\sqrt{7}}{2} \text{ یا } x \leq \frac{1-\sqrt{7}}{2}$$

در این صورت $X = 1$ هم قابل قبول نیست!

۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: از معادله‌ها \log می‌گیریم:

$$\begin{cases} 12^a = 2 \\ 5^b = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \log 12 = \log 2 \\ b \log 5 = \log 12 \end{cases} \Rightarrow \log 12 = \frac{\log 2}{a} = b \log 5 \Rightarrow \log 2 = ab \log 5$$

گام دوم: حالا باید $\log 2$ را بر حسب $\log 5$ بنویسیم:

$$\log 10 = \log(2 \times 5) = \log 2 + \log 5 = 1 \Rightarrow \log 2 = 1 - \log 5$$

گام سوم: $\log 2$ را در معادله حاصل در گام اول جای‌گذاری می‌کنیم تا در نهایت خواسته مسئله را به دست آوریم:

$$1 - \log 5 = ab \log 5 \Rightarrow \log 5 + ab \log 5 = 1 \Rightarrow (ab + 1) \log 5 = 1 \Rightarrow \frac{1}{\log 5} = ab + 1$$

۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: باید معادله را حل کنیم تا X به دست بیاید. ابتدا عبارت را ساده‌تر می‌کنیم و بعد از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم تا دیگر با لگاریتم نخواهیم کار کنیم. سعی می‌کنیم معادله را ساده‌تر کنیم:

$$\log_3(3x) + \log_{(3x)} 9 = 3 \Rightarrow \log_3(3x) + \log_{(3x)} 3^2 = 3 \Rightarrow \log_3(3x) + 2 \log_{(3x)} 3 = 3$$

گام دوم: حالا از تغییر متغیر $t = \log_3(3x)$ استفاده می‌کنیم $(\log_{(3x)} 3 = \frac{1}{t})$:

$$t + \frac{2}{t} = 3 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 = \log_3(3x) \\ t=2 = \log_3(3x) \end{cases} \xrightarrow{\text{xها را به دست می‌آوریم.}} \begin{cases} 3x = 3^1 \\ 3x = 3^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

هر دو مقدار X قابل قبول‌اند.

گام سوم: مقادیر ممکن برای $[\log_3(3x + 10)]$ را به دست می‌آوریم:

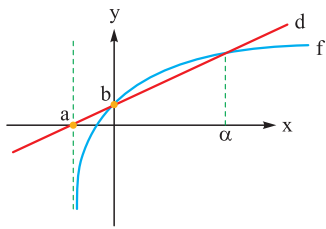
$$x = 1 \text{ ازای } [\log_3(3 + 10)] = [\log_3 13] = ? \Rightarrow 2^2 < 13 < 2^4 \Rightarrow 3 < \log_3 13 < 4 \Rightarrow [\log_3 13] = 3$$

$$x = 3 \text{ ازای } [\log_3(9 + 10)] = [\log_3 19] = ? \Rightarrow 2^4 < 19 < 2^5 \Rightarrow 4 < \log_3 19 < 5 \Rightarrow [\log_3 19] = 4$$

گام چهارم: پس مجموع مقادیر ممکن برابر با ۷ است.



۸- پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی گام اول: دامنه تابع f را در ابتدا به دست می آوریم؛ هم چنین محل تقاطع تابع f با محور yها را نیز بایستی به دست آوریم:

$$f(x) = \log_3(x+2) \Rightarrow x+2 > 0 \Rightarrow x > -2 \Rightarrow a = -2$$

$$f(0) = b = \log_3 2$$

گام دوم: معادله خط d را با داشتن دو نقطه $(-2, 0)$ و $(0, \log_3 2)$ به دست می آوریم $(y = mx + b)$:

$$y = \frac{0 - \log_3 2}{-2 - 0} x + \log_3 2 = \left(\frac{1}{2} \log_3 2\right)x + \log_3 2$$

گام سوم: حل خود معادله دشوار است؛ پس از گزینه ها استفاده می کنیم تا مقدار α را بیابیم: (در نقطه $x = \alpha$ ، مقدار تابع f با خط d معادله آن را در گام دوم به دست آوردیم، باید برابر باشد).

$$x = \alpha = 1 \Rightarrow \log_3 3 \neq \left(\frac{1}{2}\right) \log_3 2$$

$$x = \alpha = 2 \Rightarrow \log_3 4 = 2 \log_3 2$$

$$x = \alpha = 3 \Rightarrow \log_3 5 \neq \frac{5}{2} \log_3 2$$

$$x = \alpha = 4 \Rightarrow \log_3 6 \neq 2 \log_3 2$$

پس $\alpha = 2$ است.

۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: معادله داده شده را مرتب می کنیم و از مجموع یا ضرب دو ریشه استفاده می کنیم:

$$x^2 = (\log_3 2)x + m \log_3 2 \Rightarrow x^2 - (\log_3 2)x - m \log_3 2 = 0$$

$$\begin{cases} S = \alpha + 1 = \log_3 2 \\ P = \alpha \times 1 = \alpha = -m \log_3 2 \end{cases}$$

گام دوم: مقدار α مستقیماً از رابطه S به دست می آید. داریم:

$$\alpha = \log_3 2 - 1 = \log_3 2 - \log_3 3 = \log_3 \frac{2}{3} \Rightarrow 3^\alpha = \frac{2}{3}$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: اگر جرم اولیه عنصر شیمیایی را X در نظر بگیریم، در سال nام، جرم آن برابر با $a_n = X(0.96)^n$ است.

گام دوم: بعد از n سال، $\frac{2}{3}$ جرم اولیه خود را از دست می دهد، یعنی بعد از n سال، جرم آن $\frac{1}{3} X$ خواهد بود:

$$\frac{1}{3} X = X(0.96)^n \Rightarrow (0.96)^n = 3^{-1} \xrightarrow{\log_{10}} n \log 0.96 = -\log 3 \Rightarrow n(\log 96 - \log 100) = -0.48$$

$$\Rightarrow n = \frac{-0.48}{\log(3 \times 2^5) - \log 10^2} = \frac{-0.48}{\log 3 + 5 \log 2 - 2 \log 10} = \frac{-0.48}{0.48 + 5 \times 0.3 - 2} = \frac{0.48}{0.02} = 24$$



آمار و احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۷۲

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: فضای نمونه یک بار بازی ۹ حالت دارد. در ۳ حالت A برنده، در ۳ حالت مساوی و در ۳ حالت B برنده می‌شود؛ پس فرد A در هر بار بازی با احتمال $\frac{1}{3}$ برنده می‌شود.

گام دوم: چون در بازی پنجم برنده بازی مشخص شده است، پس فرد A حتماً در بار پنجم برای بار سوم برنده شده است؛ پس در ۴ بار قبلی دو بار پیروز شده است.

گام سوم: احتمال دو بار پیروزی در ۴ بازی اول طبق قانون احتمال دوجمله‌ای برابر است با:

$$\binom{4}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2$$

گام چهارم: در بازی پنجم نیز فرد A به احتمال $\frac{1}{3}$ پیروز شده است؛ پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\binom{4}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} = \frac{4 \times 3}{2} \times \frac{1}{9} \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{81}$$

(کتاب درسی)

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: احتمال بخش‌پذیری بر ۲ و بر ۳ را به ترتیب A و B می‌گیریم؛ پس باید $P(A' \cap B')$ را به دست آوریم:

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$$

گام دوم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

گام سوم: (اعدادی بر ۲ و ۳ بخش‌پذیرند که بر ۶ بخش‌پذیر باشند.)

$$= \frac{[\binom{100}{2}] - [\binom{100}{3}] + [\binom{100}{6}] - [\binom{100}{3}] - [\binom{100}{6}] + [\binom{100}{6}]}{90}$$

تعداد اعداد ۱۱ تا ۱۰۰

$$= \frac{(50 - 5) + (33 - 3) - (16 - 1)}{90} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

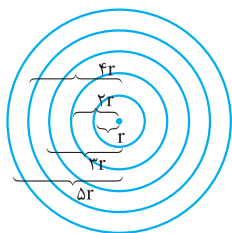
$$P(A' \cap B') = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

گام چهارم:

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: احتمال اصابت یا عدم اصابت دارت به صفحه یکسان است، پس با احتمال $\frac{1}{4}$ دارت به صفحه برخورد می‌کند؛ بنابراین مجموع احتمال برخورد با نواحی ۱ تا ۵ برابر $\frac{1}{4}$ می‌شود.



گام دوم: اگر شعاع دایره کوچک‌تر (ناحیه ۱) برابر r باشد، مساحت ناحیه πr^2 است. شعاع دایره شامل

ناحیه ۱ و ۲ برابر $2r$ شده و مساحت آن $\pi(2r)^2 = 4\pi r^2$ می‌شود، پس مساحت ناحیه دوم $3\pi r^2$ است؛

پس اگر مساحت ناحیه اول را X در نظر بگیریم، مساحت ناحیه دوم $3X$ می‌شود. شبیه همین مساحت

سایر نواحی $5X$ ، $7X$ و $9X$ می‌شود.

گام سوم:

ناحیه	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال	X	$3X$	$5X$	$7X$	$9X$

$$\text{مجموع احتمال} = \frac{1}{4} \Rightarrow X + 3X + 5X + 7X + 9X = \frac{1}{4} \Rightarrow 25X = \frac{1}{4} \Rightarrow X = \frac{1}{100}$$

$$P(\{1, 2\}) = P(1) + P(2) = 4X = \frac{4}{100} = 0.04$$

گام چهارم:



۱۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ۱ و ۲

(کتاب درسی)

تمرین کتاب درسی هستند که خوب است صورت آن‌ها را حفظ باشید.

$$P(A | \overbrace{B_1 \cup \dots \cup B_n}^S) = \frac{P(A \cap S)}{P(S)} = \frac{P(A)}{1} = P(A)$$

در ۴ داریم:

اما سمت راست نیز برابر $P(A)$ (طبق قانون احتمال کل) است؛ پس این گزینه نادرست است.

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

(کتاب درسی)

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

گام اول: هر تاس ۶ حالت دارد؛ پس:

گام دوم:

$$A = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

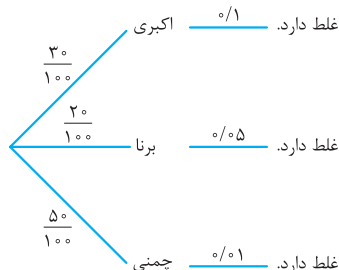
گام سوم:

۱۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

(کتاب درسی)

گام اول: ابتدا با استفاده از احتمال کل (شاخه‌ای) احتمال این که یک صفحه دارای غلط باشد را به دست می‌آوریم:



طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{غلط داشتن}) = \frac{30}{100} \times \frac{1}{100} + \frac{20}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{50}{100} \times \frac{1}{100} = \frac{300 + 1000 + 50}{10000} = \frac{450}{10000} = \frac{45}{1000}$$

گام دوم: طبق قانون بیز داریم:

$$P(\text{اکبری} | \text{غلط داشتن}) = \frac{\frac{30}{100} \times \frac{1}{100}}{\frac{45}{1000}} = \frac{2}{3}$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

لااقل یک لامپ معیوب باشد، یعنی یک لامپ یا دو لامپ یا سه لامپ یا چهار لامپ (نشدنی است البته) معیوب باشد. چون حالت‌ها زیاد است،

از قانون متمم استفاده می‌کنیم: $P(\text{لااقل یک لامپ معیوب}) = 1 - P(\text{همگی سالم})$

$$= 1 - \left(\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \right) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

چهارمی سالم

↑

سومی سالم دومی سالم اولی سالم



۱۸- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: فضای نمونه $n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$ حالت دارد.

گام دوم: برای به دست آوردن حالت‌های مطلوب تقسیم‌بندی زیر را داریم:

$$1) \text{ تاس دوم ۱ بیاید: } \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = 25$$

$$2) \text{ تاس دوم ۲ بیاید: } \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{4}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{4}{6}\right) = 17$$

$$3) \text{ تاس دوم ۳ بیاید: } \left(\frac{2}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{3}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{6}\right) = 13$$

$$4) \text{ تاس دوم ۴ بیاید: } \left(\frac{3}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{6}\right) = 13$$

$$5) \text{ تاس دوم ۵ بیاید } \Rightarrow 17 \Rightarrow \text{ با حالت دوم برابر است.}$$

$$6) \text{ تاس دوم ۶ بیاید } \Rightarrow 25 \Rightarrow \text{ با حالت اول برابر است.}$$

$$\Rightarrow n(A) = 2(25 + 17 + 13) = 110$$

گام سوم: تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

گام چهارم:

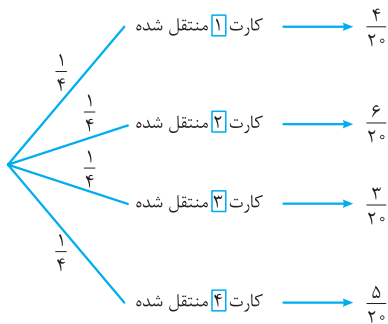
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{110}{216} = \frac{55}{108}$$

(کنکور ۱۴۰۰)

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

از قانون احتمال کل (احتمال شاخه‌ای) استفاده می‌کنیم:



دقت کنید در شاخه اول، درون جعبه دوم کارت‌های $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}$ وجود دارد. این کارت‌ها را به $4 \times 5 = 20$ طریق می‌توانیم کنار هم قرار دهیم تا عددی دورقمی حاصل شود.

از این ۲۰ حالت اعداد $\boxed{1}\boxed{2}$, $\boxed{1}\boxed{4}$, $\boxed{2}\boxed{4}$, $\boxed{4}\boxed{2}$ مضرب ۶ هستند؛ پس احتمال این که عدد دورقمی مضرب ۶ ساخته شود $\frac{4}{20}$ می‌شود.

در شاخه دوم اعداد مطلوب $\boxed{1}\boxed{2}$, $\boxed{2}\boxed{4}$, $\boxed{2}\boxed{4}$, $\boxed{4}\boxed{2}$, $\boxed{4}\boxed{2}$ هستند.

در شاخه سوم اعداد مطلوب $\boxed{1}\boxed{2}$, $\boxed{4}\boxed{2}$ هستند.

در شاخه چهارم اعداد مطلوب $\boxed{1}\boxed{2}$, $\boxed{2}\boxed{4}$, $\boxed{2}\boxed{4}$, $\boxed{4}\boxed{2}$ هستند.

$$P(\text{مطلوب}) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{20} + \frac{1}{4} \times \frac{6}{20} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{20} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \left(\frac{4}{20} + \frac{6}{20} + \frac{3}{20} + \frac{5}{20} \right) = \frac{1}{4} \times \frac{18}{20} = \frac{9}{40}$$



۲۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: از فرمول احتمال شرطی داریم:

(کنکور، ۱۳۹۹)

$$P(B|A) = 0/9 \Rightarrow \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = 0/9 \Rightarrow P(B \cap A) = 0/36$$

$$P(B|A \cup B) = \frac{P(B \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(B)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = 0/92$$

گام دوم:

$$\Rightarrow \frac{P(B)}{0/4 + P(B) - 0/36} = \frac{P(B)}{0/04 + P(B)} = 0/92$$

$$\Rightarrow P(B) = 0/92 \times 0/04 + 0/92 P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{0/92 \times 0/04}{0/08} = 0/46$$

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)}$$

گام سوم:

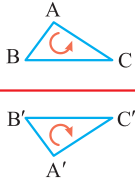
$$= \frac{1 - (\overbrace{P(A)}^{0/4} + \overbrace{P(B)}^{0/46} - \overbrace{P(A \cap B)}^{0/36})}{1 - 0/4} = \frac{0/5}{0/6} = \frac{5}{6}$$

هندسه یازدهم: صفحه‌های ۲۴ تا ۶۰

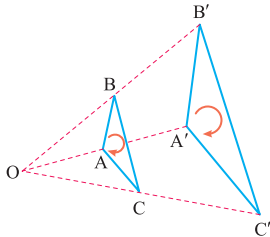
۲۱- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را تک تک بررسی می‌کنیم:

۱) به عنوان مثال نقض، تبدیل بازتاب را در نظر بگیرید که طولیاست، اما جهت شکل‌ها را حفظ نمی‌کند.



۲) به عنوان مثال نقض، تبدیل تجانس را در نظر بگیرید که جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند، اما در حالت کلی طولی نیست.



۳) به عنوان مثال نقض، تجانس را در نظر بگیرید که اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند، ولی در حالت کلی طولی نیست.

۴) این گزینه درست است. همه تبدیل‌های طولی، اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کنند. در فعالیت صفحه ۳۶ کتاب درسی هندسه (۲) این مطلب بیان شده است.

۲۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه p): سؤال گفته $a = 10$ و $r = 1$ ، پس:

$$r = p - a \Rightarrow 1 = p - 10 \Rightarrow p = 11$$

$$r = \frac{S}{p} \Rightarrow 1 = \frac{S}{11} \Rightarrow S = 11$$

گام دوم (محاسبه S): از فرمول $r = \frac{S}{p}$ استفاده می‌کنیم:

۲۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی با توجه به فرض سؤال داریم $k = \frac{C_n}{R}$ ؛ پس:

$$r \sin \alpha = k \Rightarrow \sin \alpha = \frac{k}{r}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{k}{r}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{k^2}{r^2} \xrightarrow{\text{حاده } \alpha} \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{k^2}{r^2}}$$

بنابراین داریم:

حالا ما $\frac{C'_n}{r}$ را می‌خواهیم، داریم:

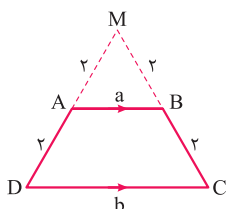
$$\frac{C'_n}{r} = r \tan \alpha, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\frac{k}{r}}{\sqrt{1 - \frac{k^2}{r^2}}} \Rightarrow r \tan \alpha = \frac{k}{\sqrt{1 - \frac{k^2}{r^2}}} = \frac{k}{\sqrt{\frac{r^2 - k^2}{r^2}}} \Rightarrow r \tan \alpha = \frac{rk}{\sqrt{r^2 - k^2}}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال): سؤال گفته چهارضلعی ABCD دو ضلع موازی دارد و امتدادهای دو ضلع دیگر آن متقاطع‌اند، یعنی

دو ضلع دیگر موازی نیستند؛ پس این چهارضلعی دوزنقه است. از طرفی این دوزنقه محاطی است، پس متساوی‌الساقین است.

گام دوم (رسم شکل مناسب و محاسبه طول قاعده‌های دوزنقه): با توجه به این که A وسط پاره خط $DM = 4$ است، طول ساق‌های دوزنقه ۲ است و با استفاده از تعمیم قضیه تالس در مثلث MCD داریم:



$$\frac{AB}{CD} = \frac{MA}{MD} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{4} \Rightarrow b = 2a \quad (1)$$



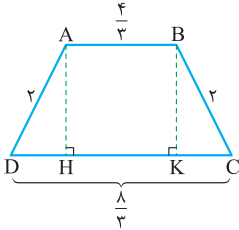
$$AB + CD = AD + BC \Rightarrow a + b = 2 + 2 \Rightarrow a + b = 4 \quad (2)$$

از طرفی ABCD محیطی است؛ پس:

$$b = \frac{1}{3} \text{ و } a = \frac{4}{3}$$

از تساوی های (1) و (2) به دست می آید:

گام سوم (محاسبه طول ارتفاع دوزنقه و مساحت آن): با توجه به شکل داریم:



$$DH = CK = \frac{\frac{1}{3} - \frac{4}{3}}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

و با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث ADH داریم:

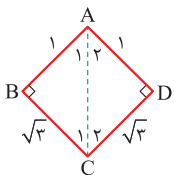
$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} \Rightarrow AH = \sqrt{2^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{4 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$S(ABCD) = \frac{1}{2}(AB + CD) \cdot AH = \frac{1}{2}(4 + \frac{1}{3}) \cdot \frac{\sqrt{15}}{2} = \frac{13\sqrt{15}}{6}$$

پس:

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال): بنا به آنچه سؤال گفته چهارضلعی ABCD یک کایت است که در



$$\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): مثلث ABC را ببینید. در این مثلث قائم الزاویه، داریم: $AC = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$ ؛ پس: $\sin \hat{C}_1 = \frac{1}{2}$ ، یعنی

$\hat{C}_1 = 30^\circ$ و در نتیجه $\hat{A}_1 = 60^\circ$. به همین ترتیب در مثلث ACD هم داریم: $\hat{C}_2 = 30^\circ$ و $\hat{A}_2 = 60^\circ$ ؛ پس:

$$\frac{\hat{B}\hat{A}\hat{D}}{\hat{B}\hat{C}\hat{D}} = \frac{60^\circ + 60^\circ}{30^\circ + 30^\circ} = 2$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

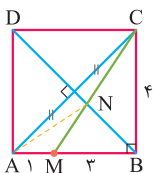
پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال): از $BM = 3AM = 3$ نتیجه می شود: $AM = 1$ و $BM = 3$ ، پس طول ضلع مربع AMN مینیمم شود،

است. دو نقطه A و M در یک طرف خط BD واقع اند؛ پس اگر N نقطه ای متغیر روی BD باشد و بخوایم محیط مثلث AMN مینیمم شود، می توانیم روش گفته شده در صفحه ۵۴ کتاب درسی هندسه (۲) را به کار ببریم.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): نقطه A را نسبت به BD که قطر مربع است قرینه می کنیم. طبیعتاً نقطه حاصل، C خواهد بود. حالا از C به

M وصل می کنیم، هر جا CM قطر BD را قطع کرد، نقطه N مورد نظر ماست و داریم $AN + MN = CM$. طول CM با استفاده از قضیه

فیثاغورس در مثلث BCM، به دست می آید $CM = 5$ ؛ پس:

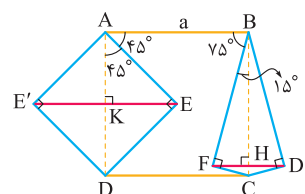


$$\Delta AMN \text{ محیط کمترین } = \underbrace{AN + MN}_{5} + \underbrace{AM}_{1} = 6$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول (استفاده از بازتاب و تحلیل شکل): طول ضلع مربع را a در نظر می گیریم. مطابق شکل، ADE یک مثلث قائم الزاویه

متساوی الساقین و EK ارتفاع وارد بر وتر آن است؛ پس $EK = \frac{a}{2}$ و داریم:



$$S(ADE) = \frac{1}{2}EK \cdot AD = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2}\right) \cdot a = \frac{1}{4}a^2$$

مثلث BCF یک مثلث قائم الزاویه با زاویه 15° است؛ پس $FH = \frac{1}{4}a$ و داریم:

$$S(BCF) = \frac{1}{2}FH \cdot BC = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}a\right)(a) = \frac{1}{8}a^2$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): میزان افزایش مساحت، دو برابر مجموع مساحت‌های دو مثلث ADE و BCF است که نسبت آن به مساحت

$$\frac{2\left(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{8}a^2\right)}{a^2} = 2 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{4} = 75\%$$

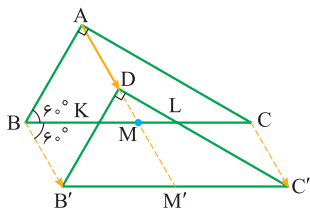
مربع می‌شود:

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال): در شکل رسم شده، مثلث $DB'C'$ انتقال یافته مثلث ABC در انتقال با بردار

AD است. در واقع نقطه A' همان نقطه D است. از موازی بودن BC و $B'C'$ نتیجه می‌شود که $DKL \sim DB'C'$. از طرفی از آنجا که

$AM = BM$ و $\hat{B} = 60^\circ$ ، مثلث ABM متساوی الاضلاع است.



گام دوم (محاسبه طول بردار انتقال): اگر نسبت تشابه دو مثلث DKL و $DB'C'$ را k در نظر بگیریم، نسبت مساحت‌های آن‌ها می‌شود k^2 و

سؤال گفته $k^2 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ ، پس $k = \frac{1}{5}$ ، یعنی $\frac{DM}{DM'} = \frac{1}{5}$ و از آنجا که DM میانه وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه $DB'C'$ است، داریم

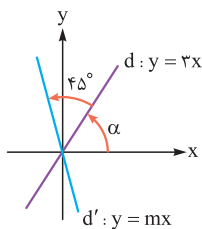
$DM' = \frac{1}{2}B'C'$ و از آنجا که $BC = B'C'$ ، داریم:

$$\frac{DM}{DM'} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{DM}{\frac{1}{2}BC} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{DM}{\frac{1}{2}BC} = \frac{1}{5} \Rightarrow DM = 1 \xrightarrow{AM=DM'} AD = MM' = BB' = 4$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): چهارضلعی $BB'C'C$ متوازی الاضلعی است که طول ضلع‌ها و زاویه‌های آن را داریم، پس:

$$S(BB'C'C) = BC \cdot BB' \cdot \sin 60^\circ = 10 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۱



گام اول (تحلیل سؤال): اگر خط $d: y = 3x$ با جهت مثبت محور Xها زاویه α بسازد،

آن‌گاه $\tan \alpha = 3$. خط d از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس اگر دوران یافته آن در دوران به مرکز مبدأ

مختصات و زاویه 45° را d' بنامیم، d' هم خطی گذرنده از مبدأ مختصات خواهد بود. اگر خط d' با جهت

مثبت محور Xها زاویه β بسازد، آن‌گاه $m = \tan \beta$ و $\beta = \alpha + 45^\circ$.

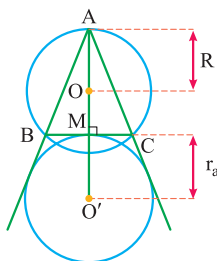
گام دوم (پیدا کردن خواسته سؤال): داریم $\beta = \alpha + 45^\circ$ ؛ پس:

$$45^\circ = \beta - \alpha \Rightarrow \beta = 45^\circ + \alpha \Rightarrow \tan \beta = \tan(45^\circ + \alpha) = \frac{\tan 45^\circ + \tan \alpha}{1 - \tan 45^\circ \tan \alpha} \xrightarrow{m = \tan \beta} m = \frac{1 + 3}{1 - 1 \times 3} = -2$$

$$\Rightarrow d': y = -2x$$

در بین گزینه‌ها، تنها نقطه $(2, -4)$ روی خط d' قرار دارد.

۳۰- پاسخ: گزینه ۳



گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال): مطابق شکل، از آنجا که مثلث ABC

متساوی الساقین است، نیمساز زاویه A و عمود منصف ضلع BC بر هم منطبق‌اند و مرکز دایره محیطی (O)

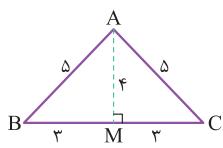
و دایره محیطی محاطی نظیر قاعده (O') روی آن واقع‌اند. سؤال از ما $k = \frac{AO'}{AO}$ را می‌خواهد.



گام دوم (شعاع دایره‌های به مرکز O و O'): دایره به مرکز O ، دایره محیطی و دایره به مرکز O' دایره محاطی خارجی نظیر قاعده است. برای محاسبه هر دوی آن‌ها نیاز به محاسبه مساحت و برای محاسبه مساحت نیاز به محاسبه طول ارتفاع داریم. همان طور که می‌بینید، با رسم ارتفاع وارد بر قاعده که میانه وارد بر آن هم هست و استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث ABM ، $AM = 4$ به دست می‌آید؛ پس:

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot AM = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

بنابراین داریم:



$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{6 \times 5 \times 5}{4 \times 12} = \frac{25}{8}$$

$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{12}{\frac{5+5+6}{2} - 6} = 6$$

$$k = \frac{AO'}{AO} = \frac{AM + r_a}{R} = \frac{4 + 6}{\frac{25}{8}} = \frac{8 \times 10}{25} = 3/2$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): داریم:



فیزیک دهم: صفحه‌های ۵۳ تا ۱۱۷

۳۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: با استفاده از رابطه اختلاف انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)$$

$$\frac{K_2 - K_1 = 22/5 \times 10^3 \text{ J}, m = 800 \text{ kg}}{v_2 = (v_1 + 9) \text{ km/h} = (v_1 + 2/5) \text{ m/s}} \rightarrow 22/5 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 800 \times (v_1 + 2/5 - v_1)(v_1 + 2/5 + v_1)$$

$$\Rightarrow 22/5 \times 10^3 = 400 \times 2/5 \times (2v_1 + 2/5) \Rightarrow 22/5 = 2v_1 + 2/5 \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

حال با داشتن v_1 ، انرژی جنبشی اولیه خودرو را به دست می‌آوریم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 800 \times (10)^2 = 40000 \text{ J} = 40 \text{ kJ}$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: با توجه به این که ورزشکار، وزنه را با تندی ثابت پایین می‌آورد، طبق قضیه کار-انرژی جنبشی درمی‌یابیم که کار کل بر روی وزنه صفر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = \frac{W_t = W_{mg} + W_{\text{ورزشکار}} = \Delta K = 0}{W_{mg} = +mg|\Delta h|} \rightarrow +mg|\Delta h| + W_{\text{ورزشکار}} = 0 \xrightarrow{m=80 \text{ kg}, |\Delta h|=45 \text{ cm}} (80 \times 10 \times 0.45) + W_{\text{ورزشکار}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{ورزشکار}} = -360 \text{ J}$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: با توجه به رابطه $E = K + U$ ، انرژی مکانیکی را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$E = K + U \Rightarrow \begin{cases} E_1 = K_1 + U_1 \xrightarrow{\frac{K_1=0}{U_1=0}} E_1 = 0 \\ E_2 = K_2 + U_2 \xrightarrow{\frac{K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2}{U_2 = mgh_2}} E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \\ \xrightarrow{\frac{m=60 \times 10^3 \text{ kg}, h_2=2500 \text{ m}}{v_2=360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}}} E_2 = (\frac{1}{2} \times 60 \times 10^3 \times (100)^2) + (60 \times 10^3 \times 10 \times 2500) \\ \Rightarrow E_2 = (3 \times 10^8) + (15 \times 10^8) = 18 \times 10^8 \text{ J} \xrightarrow{10^6 \text{ J} = 1 \text{ MJ}} E_2 = 1800 \text{ MJ} \end{cases}$$

حال با داشتن انرژی مکانیکی در هر دو حالت، اختلاف انرژی مکانیکی را به دست می‌آوریم:

$$E_2 - E_1 = 1800 - 0 = 1800 \text{ MJ}$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۴

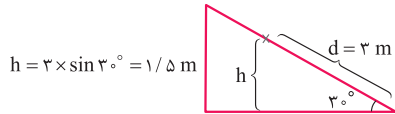
پاسخ تشریحی: چون کار نیروی خالص (کار کل) صفر است، با توجه به قضیه کار-انرژی جنبشی، اختلاف انرژی جنبشی جسم در ابتدا و انتهای جابه‌جایی صفر است؛ یعنی $K_{\text{انتها}} = K_{\text{ابتدا}}$ (مورد «الف» درست است)، اما نمی‌توان گفت در تمام طول حرکت، انرژی جنبشی و تندی جسم ثابت مانده است که در مورد آنها اطلاعی داده نشده است (مورد «ب» نادرست است). از طرفی با توجه به این که انرژی جنبشی ثابت است، ثابت بودن انرژی مکانیکی وابسته به تغییر کردن یا نکردن انرژی پتانسیل است که در مورد آن اطلاعی داده نشده است (مورد «ب» نادرست است).

در نهایت با توجه به رابطه $W = Fd \cos \theta$ درمی‌یابیم که برای صفر بودن کار نیروی خالص (کار کل)، لزوماً نیروی خالص صفر نیست، بلکه ممکن است جابه‌جایی صفر باشد یا نیرو بر جابه‌جایی عمود باشد (مورد «ت» نادرست است). بنابراین تنها یک مورد درست است.



۳۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا کار نیروی وزن را در این جابه‌جایی به دست می‌آوریم:



حرکت رو به بالا $\rightarrow W_{mg} = -mgh \Rightarrow W_{mg} = (-1) \cdot 2 \times 10 \times 1.5 = -3 \text{ J}$

گام دوم: به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \rightarrow \frac{W_t = W_{mg} + W_{fk}}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)} \rightarrow W_{mg} + W_{fk} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\frac{W_{mg} = -3 \text{ J}}{v_i = 6 \text{ m/s}, v_f = 2 \text{ m/s}} \rightarrow -3 + W_{fk} = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (2^2 - 6^2) \Rightarrow -3 + W_{fk} = -3 \Rightarrow W_{fk} = 0 \text{ J}$$

۳۶- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \rightarrow \frac{W_t = W_{mg} + W_{fD}}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)} \rightarrow W_{mg} + W_{fD} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\frac{W_{mg} = +mg|\Delta h|}{m = 30 \text{ kg}, h = 50 \text{ m}, v_i = 4 \text{ m/s}, v_f = 24 \text{ m/s}} \rightarrow (30 \times 10 \times 50) + W_{fD} = \frac{1}{2} \times 30 \times (24^2 - 4^2) \Rightarrow W_{fD} = -6600 \text{ J}$$

حال با داشتن کار نیروی مقاومت هوا، بزرگی متوسط نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم:

$$W_{fD} = -f_D d \rightarrow \frac{W_{fD} = -6600 \text{ J}}{d = 50 \text{ m}} \rightarrow -6600 = -f_D \times 50 \Rightarrow f_D = 132 \text{ N}$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی، کار نیروهای اتلافی را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{fD} = \Delta K \rightarrow \frac{W_{mg} = (-)mg\Delta h}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)} \rightarrow (-)mg\Delta h + W_{fD} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\frac{\Delta h = 3 - 2 = 1 \text{ m}}{v_i = 8 \text{ m/s}, v_f = 6 \text{ m/s}} \rightarrow (-)m \times 10 \times 1 + W_{fD} = \frac{1}{2}m(6^2 - 8^2) \Rightarrow W_{fD} = -4m$$

گام دوم: درصد اتلاف انرژی جنبشی اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\frac{|W_{fD}|}{K_i} \times 100 = \frac{4m}{\frac{1}{2}m \times 8^2} \times 100 = 12.5\%$$

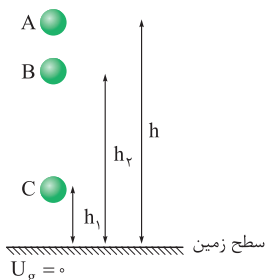
۳۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با توجه به توضیحات سؤال داریم:

(چون در ارتفاع h_2 انرژی پتانسیل بیشتر از ارتفاع h_1 است، بنابراین $h_2 > h_1$ است.)

شرایط خلأ است و اتلاف انرژی نداریم؛ پس با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی جسم در

تمام نقاط مسیر، یکسان است:



$$E_A = E_B = E_C \rightarrow \frac{E = K + U, K_A = 0}{K_B = \frac{1}{2}U_B, K_C = 3U_C} \rightarrow U_A = \frac{1}{2}U_B + U_B = 3U_C + U_C$$

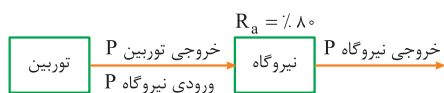
$$\Rightarrow U_A = \frac{3}{2}U_B = 4U_C \Rightarrow \frac{U_B}{U_C} = \frac{8}{3} \rightarrow \frac{U = mgh}{h_B = h_2, h_C = h_1} \rightarrow \frac{h_B}{h_C} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{8}{3}$$



۳۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا توان ورودی نیروگاه که همان توان خروجی توربین است را به دست می آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{180}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 225 \text{ MW}$$



گام دوم: با داشتن توان خروجی توربین و مدت زمان، کار انجام شده روی توربین (کار نیروی وزن) را به دست می آوریم:

$$P = \frac{W}{t} \xrightarrow{P=225 \text{ MW}, t=1 \text{ min}=60 \text{ s}} 225 \times 10^6 = \frac{W}{60} \Rightarrow W = 1/35 \times 10^{10} \text{ J}$$

گام سوم: با داشتن کار نیروی وزن، جرم و سپس حجم آب را به دست می آوریم:

$$W = mgh \xrightarrow{m=\rho V} W = \rho Vgh \xrightarrow{\rho=1000 \text{ kg/m}^3, h=60 \text{ m}} 1/35 \times 10^{10} = 10^3 \times V \times 10 \times 60 \Rightarrow V = 2/25 \times 10^4 \text{ m}^3$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا کار خودرو را به دست می آوریم:

$$P = \frac{W_{\text{خودرو}}}{t} \xrightarrow{P=100 \text{ hp}=100 \times 750 \text{ W}, t=5 \text{ s}} 100 \times 750 = \frac{W_{\text{خودرو}}}{5} \Rightarrow W_{\text{خودرو}} = 3/75 \times 10^5 \text{ J}$$

گام دوم: با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{\text{خودرو}} + W_f, \Delta K = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)} W_{\text{خودرو}} + W_f = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\xrightarrow{W_{\text{خودرو}} = 3/75 \times 10^5 \text{ J}, m=1200 \text{ kg}, v_i = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}, v_f = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}} 3/75 \times 10^5 + W_f = \frac{1}{2} \times 1200 \times (25^2 - 10^2)$$

$$\Rightarrow 3/75 \times 10^5 + W_f = 3/15 \times 10^5 \Rightarrow W_f = -0/6 \times 10^5 \text{ J} = -60 \times 10^3 \text{ J} = -60 \text{ kJ}$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: در حال حاضر دماسنج های گازی، مقاومت پلاتینی و تفسنج نوری، دماسنج های معیار هستند و دماسنج ترموکوپل به دلیل

دقت کم تر آن نسبت به دماسنج های ذکر شده از مجموعه دماسنج های معیار کنار گذاشته شده است؛ بنابراین تنها مورد «پ»، دماسنج معیار محسوب نمی شود.

۴۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا ضریب انبساط سطحی و سپس α فلز را به دست می آوریم:

$$\text{درصد تغییر مساحت} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha \Delta \theta \times 100 \Rightarrow 0/6 = 2\alpha \times 54 \times 100 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{18} \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ \text{C}}$$

گام دوم: درصد تغییر چگالی فلز را به دست می آوریم:

$$\text{درصد تغییر چگالی} = \frac{\Delta \rho}{\rho_1} \times 100 = \frac{-\rho_1 \times 3\alpha \times \Delta \theta}{\rho_1} \times 100 = -3\alpha \Delta \theta \times 100$$

$$\approx -3 \times \frac{1}{18} \times 10^{-4} \times 72 \times 100 = -0/12$$

بنابراین چگالی فلز تقریباً ۰/۱۲ درصد کاهش می یابد.



۱۴۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: تغییرات حجم مایع (گلیسرین) را به دست می آوریم:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_1 \text{ مایع} \times \beta_{\text{مایع}} \times \Delta \theta = 200 \times 5 \times 10^{-4} \times 50 = 5 \text{ cm}^3$$

گام دوم: تغییرات حجم ظرف (ارلن شیشه‌ای) را به دست می آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_1 \text{ ظرف} \times \alpha_{\text{ظرف}} \times \Delta \theta = 200 \times 3 \times 9 \times 10^{-6} \times 50 = 0.27 \text{ cm}^3$$

گام سوم: مایع به اندازه انبساط ظاهری اش، از ظرف سرریز می شود؛ به عبارتی منبسط شدن ظرف باعث می شود مقداری از مایع بیرون نریزد.

$$\text{حجم مایع سرریز شده} = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 5 - 0.27 = 4.73 \text{ cm}^3$$

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: دو جسم A و B، گرمای یکسانی دریافت کرده اند؛ طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ داریم:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow{m=\rho V} \rho_A V_A c_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B c_B \Delta\theta_B$$

گام دوم: طبق فرض سؤال، $V_A = 3V_B$ ، $\rho_A = \frac{\rho_B}{3}$ و $c_A = 4c_B$ است. تساوی در گام اول را ساده تر می کنیم:

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{3} \times 3V_B \times 4c_B \times \Delta\theta_A = \rho_B \times V_B \times c_B \times \Delta\theta_B \Rightarrow 4\Delta\theta_A = \Delta\theta_B \xrightarrow{\Delta\theta_A = 1^\circ\text{C}} \Delta\theta_B = 4^\circ\text{C}$$

گام سوم: تغییرات دمای جسم B ($\Delta\theta_B$) را برحسب فارنهایت به دست می آوریم. رابطه بین تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس و تغییرات دما برحسب درجه فارنهایت به صورت $\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta$ است.

$$\Delta F_B = \frac{9}{5}\Delta\theta_B = \frac{9}{5} \times 4 = 7.2^\circ\text{F}$$

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: گرمای لازم از شروع جوشیدن ۲ kg آب تا تبخیر همه آن را به دست می آوریم:

$$Q = mL_V = 2000 \times 2268 \text{ J}$$

توجه کنید برای محاسبه گرما برحسب ژول، با توجه به یکای $\frac{\text{J}}{\text{g}}$ گرمای نهان تبخیر، یکای جرم را برحسب گرم قرار دادیم.

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow 1/4 \times 10^3 = \frac{2 \times 2268 \times 10^3}{t}$$

گام دوم: به کمک توان گرمایی کتری برقی، زمان تبخیر آب را به دست می آوریم:

$$\Rightarrow t = \frac{2 \times 2268 \times 10^3}{1/4 \times 10^3} = \frac{20 \times 2268}{14} \text{ s} = \frac{20 \times 2268}{14 \times 60} \text{ min} \Rightarrow t = 54 \text{ min}$$

۱۴۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به یکاهای گرمای ویژه و گرمای نهان ذوب، دمای قطعه یخ را به کمک رابطه $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ به سلسیوس تبدیل می کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 23 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow -9 = \frac{9}{5}\theta \Rightarrow \theta = -5^\circ\text{C}$$

گام دوم: گرمای لازم برای ذوب شدن $\frac{1}{4}$ یخ (۱۰۰ گرم) را به دست می آوریم:



$$Q_1 = mc \Delta\theta = 400 \times 2/1 \times 5 = 4200 \text{ J} = 4/2 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = m'L_F = 100 \times 336 = 33600 \text{ J} = 33/6 \text{ kJ}$$

$$Q_{\text{کل}} = 4/2 + 33/6 = 37/8 \text{ kJ}$$



۴۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: فرض می‌کنیم مخلوط آب و یخ از X گرم آب و Y گرم یخ تشکیل شده است.

گام دوم: در چهار دقیقه اول، دمای مخلوط تغییری نکرده و گرمای داده‌شده توسط گرمکن، صرفاً باعث ذوب‌شدن یخ می‌شود. حال به کمک رابطه $P = \frac{Q}{t}$ در مدت ۴ دقیقه اول داریم:

$$P = \frac{Q}{t} \xrightarrow{P=700W, Q=yL_F, t=4\text{min}=240s} 700 = \frac{y \times 336}{240} \Rightarrow y = 500 \text{ g}$$

گام سوم: در شش دقیقه آخر، گرمای داده‌شده توسط گرمکن صرفاً بالابردن دمای آب در حالت جدید است که شامل (X + Y) گرم آب می‌شود. اکنون به کمک رابطه $P = \frac{Q}{t}$ در این مدت‌زمان داریم:

$$P = \frac{Q'}{t'} \xrightarrow{P=700W, Q=(x+y)c_{\text{آب}}\Delta\theta, t=6\text{min}=360s} 700 = \frac{(x+500) \times 4 / 2 \times 50}{360} \Rightarrow (x+500) = \frac{700 \times 360}{4 / 2 \times 50} = 1200 \Rightarrow x = 700 \text{ g}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: مجموع گرمایی که گرماسنج و آب دریافت می‌کنند با گرمایی که قطعه آلومینیومی از دست می‌دهد، برابر است؛ به عبارتی داریم:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} + Q_{\text{Al}} = 0$$

$$Q_{\text{آب}} + C_{\text{گرماسنج}} \Delta\theta_{\text{گرماسنج}} + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} \Delta\theta_{\text{Al}} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{\text{آب}} + 180 \times (30 - 20) + 400 \times 0.9 \times (30 - 90) = 0$$

$$\Rightarrow Q_{\text{آب}} + 1800 - 21600 = 0 \Rightarrow Q_{\text{آب}} = 19800 \text{ J} = 19.8 \text{ kJ}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: مقدار گرمایی که آب از دست می‌دهد، با مقدار گرمایی که یخ دریافت می‌کند تا به تعادل گرمایی برسند (آب ۵°C)، با هم برابر است. در این حالت فرض می‌کنیم X گرم آب و Y گرم یخ در ابتدا داریم.

$$\boxed{-1^\circ\text{C یخ } y} \xrightarrow{Q_1} \boxed{y \text{ گرم یخ صفر}} \xrightarrow{Q_2} \boxed{y \text{ گرم آب صفر}} \xrightarrow{Q_3} \boxed{(x+y) \text{ گرم آب } 5^\circ\text{C}} \xleftarrow{Q_4} \boxed{3^\circ\text{C آب } x}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} (0 - (-1)) + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (5 - 0) + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (5 - 3) = 0$$

$$\Rightarrow y \times 2 / 1 \times 10 + y \times 336 + y \times 4 / 2 \times 5 = x \times 4 / 2 \times 25$$

$$\xrightarrow{\div 2} 10y + 160y + 10y = 50x \Rightarrow 180y = 50x \Rightarrow 18y = 5x$$

گام دوم: در نهایت ۹۲۰ گرم آب در ظرف داریم؛ به عبارتی X + Y، برابر ۹۲۰ گرم است.

$$x + y = 920 \xrightarrow{x = \frac{18}{5}y = 3.6y} 3.6y + y = 920 \Rightarrow y = 200 \text{ g}$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی تک‌تک عبارتها را بررسی می‌کنیم:

گزاره «الف»: نادرست. انتقال گرمای خورشید به سطح آن بر اثر پدیده همرفت رخ می‌دهد.

گزاره «ب»: درست

گزاره «پ»: درست

گزاره «ت»: نادرست. هر چه ضریب انبساط حجمی مایع بیشتر باشد، جریان همرفت راحت‌تر حرکت می‌کند.

بنابراین تنها گزاره‌های «ب» و «پ»، صحیح‌اند.



فیزیک یازدهم: صفحه‌های ۴۵ تا ۸۲

۳۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا جریان الکتریکی عبوری از رسانا را با استفاده از رابطه $I = \frac{V}{R}$ به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{V}{R} \xrightarrow{\substack{V=10\text{ V} \\ R=50\ \Omega}} I = \frac{10}{50} = 1/6\text{ A}$$

گام دوم: حالا می‌توانیم بار الکتریکی عبوری از رسانا در هر دقیقه را با استفاده از رابطه $\Delta q = I\Delta t$ محاسبه کنیم:

$$\Delta q = I\Delta t \xrightarrow{\substack{I=1/6\text{ A} \\ \Delta t=60\text{ s}}} \Delta q = (1/6 \times 60)\text{ C}$$

گام سوم: در نهایت، تعداد الکترون‌های عبوری از رسانا برابر است با:

$$\Delta q = ne \xrightarrow{\substack{e=1/6 \times 10^{-19}\text{ C} \\ \Delta q=(1/6 \times 60)\text{ C}}} 1/6 \times 60 = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 6 \times 10^{20}\text{ الکترون}$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا بار الکتریکی عبوری از باتری را بر حسب As به دست می‌آوریم:

$$\Delta q_{\text{باتری}} = 100\text{ mA} \times 1\text{ h} \times \frac{10^{-3}\text{ A}}{1\text{ mA}} \times \frac{60\text{ min}}{1\text{ h}} \times \frac{60\text{ s}}{1\text{ min}} = 2880\text{ As} = 2880\text{ C}$$

گام دوم: حالا باید ببینیم که چند کولن بار الکتریکی در مدت ۲۰۰ دقیقه با جریان الکتریکی ثابت 15 A از باتری عبور می‌کند؛ بنابراین با استفاده از رابطه $\Delta q = I\Delta t$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta q_1 = I_1\Delta t_1 \xrightarrow{\substack{I_1=15\text{ A} \\ \Delta t_1=(200 \times 60)\text{ s}}} \Delta q_1 = 15 \times 200 \times 60 = 18000\text{ C}$$

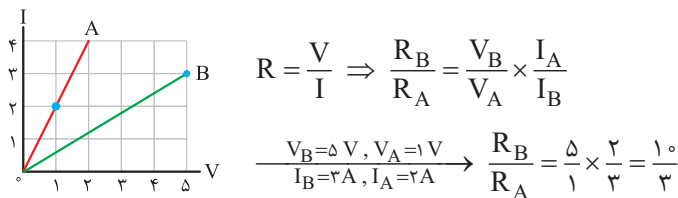
گام سوم: در آخر، مدت‌زمانی را که طول می‌کشد تا 1080 C ($2880 - 1800 = 1080$) بار الکتریکی با جریان 0.5 A آمپر از باتری عبور کند، به دست می‌آوریم:

$$\Delta q_2 = I_2\Delta t_2 \xrightarrow{\substack{\Delta q_2=1080\text{ C} \\ I_2=0.5\text{ A}}} 1080 = 0.5 \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 21600\text{ s} \text{ یا } \Delta t_2 = 360\text{ min}$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا با توجه به شکل زیر، دو نقطه را که مختصات آن معلوم است، انتخاب می‌کنیم. سپس نسبت مقاومت الکتریکی دو سیم را با استفاده از رابطه $R = \frac{V}{I}$ به دست می‌آوریم:



گام دوم: با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\rho_A = \rho_B} \frac{R_B}{R_A} = \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\substack{L_A = L_B + \frac{2}{100} L_B = 1.02 L_B \\ A = \pi D^2 / 4, R_B = 10 \\ R_A = 3}} \frac{10}{3} = \frac{1.02 L_B}{1.02 L_B} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow D_A = 2D_B$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

نام قطعه	کاربرد
ترمیستور	زنگ خطر آتش، دماپا و دماسنج
مقاومت‌های نوری (LDR)	چشم الکترونیکی، دزدگیر، کنترل‌کننده خودکار و چراغ روشنایی خیابان
دیود نورگسیل (LED)	چراغ خودرو، روشنایی منزل، تابلوی تبلیغاتی و نمایشگر LED

با توجه به جدول بالا، فقط عبارت «ب» درست است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

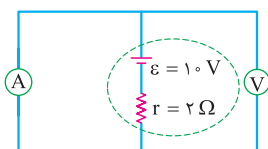
کافی است از رابطه $\Delta R = \alpha R_1 \Delta \theta$ استفاده کنیم. برای این کار داریم:

$$\Delta R = \alpha R_1 \Delta \theta \xrightarrow{R_1 = 25 \Omega, R_2 = 30 \Omega, \theta_1 = 20^\circ \text{C}, \alpha = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}} 30 - 25 = 4 \times 10^{-3} \times 25 \times (\theta_2 - 20) \Rightarrow \theta_2 - 20 = 50 \Rightarrow \theta_2 = 70^\circ \text{C}$$

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

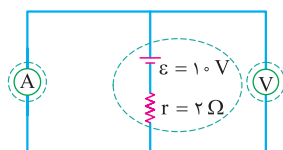
پاسخ تشریحی

گام اول: آمپرسنج آرمانی مانند یک سیم رسانای بدون مقاومت در مدار عمل می‌کند (پهن مقاومتش صفره)، پس اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج آرمانی و هر چیزی که به دو سر آن وصل شده است، صفر است؛ بنابراین با توجه به شکل (الف) اختلاف پتانسیل دو سر باتری و اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج آرمانی صفر است و ولت‌سنج آرمانی صفر را نشان می‌دهد. (پهن ولت‌سنج آرمانی افتلاف پتانسیل دو سر خودش رو نشون می‌ده) (۱) و (۲) پُر!



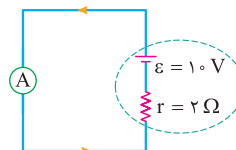
(الف)

گام دوم: مقاومت ولت‌سنج آرمانی بی‌نهایت است و اجازه عبور جریان الکتریکی را در شاخه‌ای که قرار دارد، نمی‌دهد (زورش زیاده ☺)؛ بنابراین همان‌طور که در شکل (ب) نشان دادیم، جریان الکتریکی از شاخه‌ای که ولت‌سنج آرمانی قرار دارد، عبور نمی‌کند و همه جریان الکتریکی از آمپرسنج آرمانی عبور می‌کند؛ پس مدار به صورت شکل (پ) می‌شود و مقدار جریانی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، به صورت زیر محاسبه می‌شود.



(ب)

⇒



(پ)

(V): مقاومتش بی‌نهایت است و جریان از این شاخه نمی‌گذرد.

(A): مقاومتش صفر است؛ پس همه جریان را از خود عبور می‌دهد.

$$I = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{\varepsilon = 10 \text{ V}}{r = 2 \Omega} \rightarrow I = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

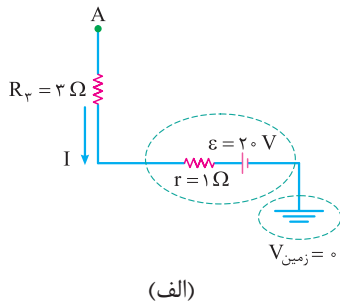
۳۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

برای این که ببینیم با بستن کلید K، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت و چگونه تغییر می‌کند، اول باید باز بودن کلید K را بررسی کنیم.



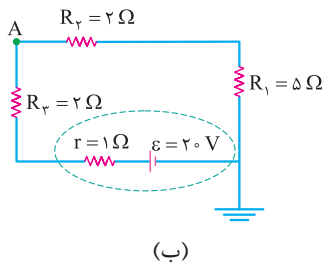
گام اول: وقتی کلید K باز است، مقاومت‌های R_1 و R_2 از مدار خارج می‌شوند و جریانی در مدار برقرار نمی‌شود؛ پس در این حالت، جریان مدار صفر است ($I=0$) و شکل مدار به صورت شکل (الف) می‌شود.



حالا برای به دست آوردن پتانسیل الکتریکی نقطه A، از قانون اختلاف پتانسیل‌ها استفاده می‌کنیم. (هواستون باشه که پتانسیل زمین صفره!)

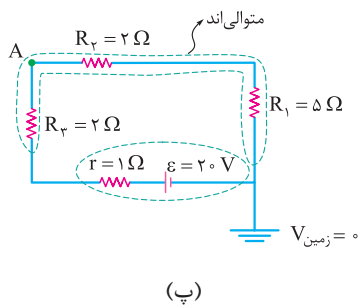
$$V_A + R_2 I + rI - \varepsilon = 0 \xrightarrow{I=0, \varepsilon=2.0 V} V_A = 2.0 V$$

گام دوم: بریم سراغ بستن کلید K! وقتی کلید K بسته است، مقاومت‌های R_1 و R_2 وارد مدار می‌شوند (شکل ب) و جریان الکتریکی در مدار برقرار می‌شود.

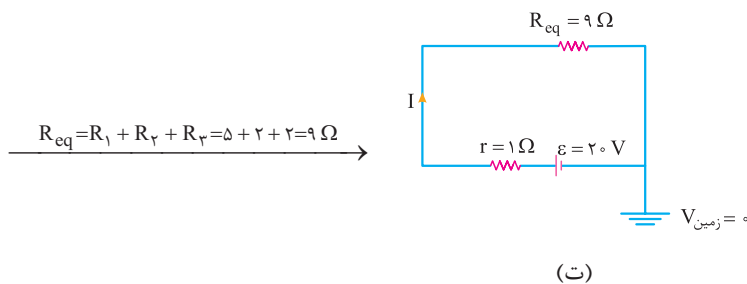


(ب)

در این حالت، سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3 با هم متوالی هستند (شکل پ) و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با (شکل ت):



(پ)

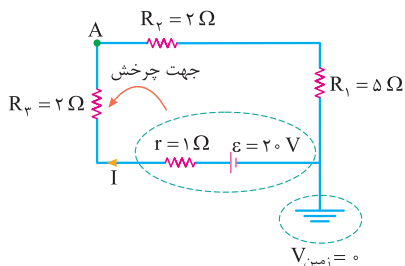


(ت)

حالا می‌توانیم با توجه به شکل (ت)، جریان الکتریکی مدار (I) را به دست آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\varepsilon=2.0 V, R_{eq}=9 \Omega, r=1 \Omega} I = \frac{2.0}{9+1} = 2 A$$

گام سوم: در نهایت، پتانسیل الکتریکی نقطه A را با استفاده از قانون اختلاف پتانسیل‌ها و با توجه به شکل (ث) محاسبه می‌کنیم (ه جهت پرفش رو پادساعتگرد گرفتیم، شما می‌تونین ساعتگرد بپرفین! فرقی نداره!)



(ث)

$$V'_A + R_2 I + rI - \varepsilon = 0 \xrightarrow{R_2=2 \Omega, r=1 \Omega, \varepsilon=2.0 V, I=2 A} V'_A + 2 \times 2 + 1 \times 2 - 2.0 = 0 \Rightarrow V'_A = 14 V$$

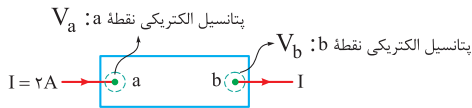


بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطه A با بستن کلید K به اندازه 6V کاهش می‌یابد؛ زیرا:

$$\Delta V_A = V'_A - V_A \xrightarrow{\substack{V'_A = 14V \\ V_A = 20V}} \Delta V_A = 14 - 20 = -6V$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی این رسانا به مدار انرژی می‌دهد؛ بنابراین پتانسیل الکتریکی آن در جهت جریان افزایش می‌یابد و توان خروجی آن مثبت ($P > 0$) است. با توجه به شکل زیر و با استفاده از رابطه $\Delta U = (I\Delta V)t$ ، پتانسیل الکتریکی نقطه b را به دست می‌آوریم:



$$\Delta U = (I\Delta V)t \xrightarrow{\substack{\Delta U = 18 \times 10^3 J, V_a = -10V \\ I = 2A, \Delta V = V_b - V_a, t = 60s}} 18000 = 2(V_b - (-10)) \times 60 \Rightarrow 15 = V_b + 10 \Rightarrow V_b = 5V$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به نمودار، بیشینه جریان الکتریکی خروجی از باتری‌های A و B با یکدیگر برابر است و می‌توانیم بنویسیم:

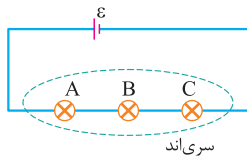
$$(I_{\max})_A = (I_{\max})_B \xrightarrow{I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r}} \frac{\varepsilon_A}{r_A} = \frac{\varepsilon_B}{r_B} \xrightarrow{\substack{\varepsilon_A = 5V \\ \varepsilon_B = 3V}} \frac{5}{r_A} = \frac{3}{r_B} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{3}{5}$$

گام دوم: اکنون با توجه به رابطه $P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ ، نسبت توان خروجی بیشینه باتری‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{(P_{\max})_A}{(P_{\max})_B} = \left(\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B}\right)^2 \left(\frac{r_B}{r_A}\right) \xrightarrow{\substack{\varepsilon_A = 5V, \frac{r_B}{r_A} = \frac{3}{5} \\ \varepsilon_B = 3V}} \frac{(P_{\max})_A}{(P_{\max})_B} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \times \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{(P_{\max})_A}{(P_{\max})_B} = \frac{5}{3}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی قبل از این که عبارت‌ها را بررسی کنیم، جریان الکتریکی مدار را در دو حالت باز و بسته بودن کلید، به دست می‌آوریم. وقتی کلید باز است، همه لامپ‌ها در مدار حضور دارند. همچنین با توجه به شکل (الف) لامپ‌ها به صورت متوالی به یکدیگر وصل شده‌اند؛ پس مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: (مواستون باشد که لامپ‌ها مشابه‌اند، پس مقاومت الکتریکی‌شان با هم برابر است).



(الف)

$$R_{eq} = R_A + R_B + R_C$$

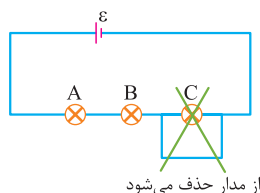
$$\xrightarrow{R_A = R_B = R_C = R} R_{eq} = 3R$$

از طرفی چون لامپ‌ها به صورت متوالی به یکدیگر وصل شده‌اند، پس جریان الکتریکی گذرنده از آن‌ها یکسان و برابر با جریان خروجی از باتری است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

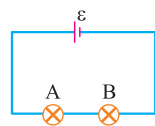
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq} = 3R} I = \frac{\varepsilon}{3R}$$

پس باتری آزمایه!

بریم سراغ بستن کلید! وقتی کلید بسته است، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ C صفر شده و لامپ C از مدار حذف می‌شود (شکل ب). در این حالت دو لامپ A و B در مدار حضور دارند که باز هم به صورت متوالی به یکدیگر وصل شده‌اند (شکل پ)؛ پس مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



(ب)



(پ)

$$R'_{eq} = R_A + R_B \xrightarrow{R_A = R_B = R} R'_{eq} = 2R$$



در این حالت هم دو لامپ A و B به صورت متوالی به هم وصل شده‌اند، پس جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها یکسان و برابر با جریان خروجی

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \xrightarrow{R'_{eq} = 2R, r=0} I' = \frac{\varepsilon}{2R}$$

از باتری است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

هالا بریم سراغ عبارت‌ها ☺

الف) نسبت اختلاف پتانسیل دو سر لامپ A در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$V = RI \Rightarrow \frac{V'_A}{V_A} = \frac{R_A I'}{R_A I} \xrightarrow{\substack{I' = \frac{\varepsilon}{2R} \\ I = \frac{\varepsilon}{3R}}} \frac{V'_A}{V_A} = \frac{2R}{3R} = \frac{2}{3} \Rightarrow V'_A = 2/3 V_A$$

بنابراین با بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ A به اندازه ۵۰ درصد افزایش می‌یابد؛ زیرا:

$$\frac{V'_A - V_A}{V_A} \times 100 = \frac{2/3 V_A - V_A}{V_A} \times 100 = -33.3\%$$

پس الف) درست! ۲ و ۳ پُر!

ب) نسبت توان مصرفی لامپ B در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P'_B}{P_B} = \frac{R_B (I')^2}{R_B (I)^2} \xrightarrow{\substack{I' = \frac{\varepsilon}{2R} \\ I = \frac{\varepsilon}{3R}}} \frac{P'_B}{P_B} = \frac{(\frac{\varepsilon}{2R})^2}{(\frac{\varepsilon}{3R})^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow P'_B = 2.25 P_B$$

بنابراین با بستن کلید، توان مصرفی لامپ B به اندازه ۱۲۵ درصد افزایش می‌یابد؛ زیرا:

$$\frac{P'_B - P_B}{P_B} \times 100 = \frac{2.25 P_B - P_B}{P_B} \times 100 = 125\%$$

ب) غلطه! پس ۲ هم غلطه! همین الان گزینه درست معلوم شد! ولی تنبلی نکن! بیا ببینیم (پ) و (ت) چی بودن؟!

پ) بله! درست! چون با بستن کلید، پتانسیل دو سر لامپ C یکسان و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر می‌شود و اصطلاحاً اتصال کوتاه رخ می‌دهد و از مدار حذف می‌شود.

ت) ابتدا توان خروجی باتری را در هر دو حالت به دست می‌آوریم.

چون باتری آرمانیه!

$$P_{\text{خروجی باتری}} = \varepsilon I - r I^2 \xrightarrow{r=0} P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon I' = \text{خروجی باتری } P' & \text{بسته بودن کلید} \\ \varepsilon I = \text{خروجی باتری } P & \text{باز بودن کلید} \end{cases}$$

حالا نسبت توان خروجی باتری در حالت دوم به حالت اول را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{P'_{\text{خروجی باتری}}}{P_{\text{خروجی باتری}}} = \frac{\varepsilon I'}{\varepsilon I} \xrightarrow{\substack{I' = \frac{\varepsilon}{2R} \\ I = \frac{\varepsilon}{3R}}} \frac{P'_{\text{خروجی باتری}}}{P_{\text{خروجی باتری}}} = \frac{2R}{3R} = \frac{2}{3} \Rightarrow P'_{\text{خروجی باتری}} = 2/3 P_{\text{خروجی باتری}}$$

بنابراین با بستن کلید، توان خروجی باتری به اندازه ۵۰ درصد افزایش می‌یابد؛ زیرا:

$$\frac{P'_{\text{خروجی باتری}} - P_{\text{خروجی باتری}}}{P_{\text{خروجی باتری}}} \times 100 = \frac{2/3 P_{\text{خروجی باتری}} - P_{\text{خروجی باتری}}}{P_{\text{خروجی باتری}}} \times 100 = -33.3\%$$

پس ت) غلطه!

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: با استفاده از مقاومت R_1 ، کد رنگ‌های قرمز، زرد و قهوه‌ای را مشخص می‌کنیم:

$$\left. \begin{matrix} R = \overline{ab} \times 10^n \\ R_1 = 24 \times 10^1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} \text{قهوه‌ای} \\ \text{زرد} \\ \text{قرمز} \end{matrix} \Rightarrow a=2 \text{ و } b=4 \text{ و } n=1$$



$$R_p = \overline{a_p b_p} \times 10^{n_p} \quad a_p=1 \text{ و } b_p=n_p=2 \rightarrow R_p = 12 \times 10^2 \Omega$$

گام دوم: مقاومت الکتریکی R_p را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_p}{R_1 + R_p} \quad \frac{R_1=240 \Omega}{R_p=1200 \Omega} \rightarrow R_{eq} = \frac{240 \times 1200}{240 + 1200} = 200 \Omega$$

گام سوم: مقاومت معادل مدار را تعیین می‌کنیم:

$$U = \frac{V^2}{R_{eq}} \times t \quad \frac{V=400 \text{ V}, t=150 \text{ min}=2/5 \text{ h}}{R_{eq}=200 \Omega} \rightarrow U = \frac{400^2}{200} \times 2/5$$

گام چهارم: انرژی مصرفی مدار را حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow U = 2000 \text{ Wh} = 2 \text{ kWh}$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۱

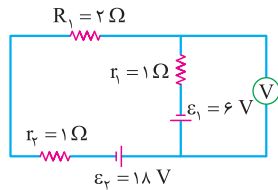
گام اول: در حالت کلید باز، جریان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1 + R_p + r_1 + r_2} \quad \frac{\varepsilon_2=18 \text{ V و } \varepsilon_1=6 \text{ V}}{R_1=R_p=2 \Omega \text{ و } r_1=r_2=1 \Omega} \rightarrow I = \frac{18-6}{2+2+1+1} \Rightarrow I = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}$$

گام دوم: باتری (۱) نه تنها به مدار انرژی نمی‌دهد؛ بلکه خود به عنوان یک مصرف‌کننده به حساب می‌آید. اختلاف پتانسیل دو سر آن را به دست می‌آوریم: (ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) را نشان می‌دهد).

$$V_1 = \varepsilon_1 + I r_1 \quad \frac{\varepsilon_1=6 \text{ V}}{I=2 \text{ A و } r_1=1 \Omega} \rightarrow V_1 = 6 + 2 \times 1 = 8 \text{ V}$$

گام سوم: در حالت کلید بسته، مقاومت R_p اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد. جریان الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۱) را مشابه گام اول به دست می‌آوریم:



$$I' = \frac{18-6}{2+1+1} = 3 \text{ A}$$

$$V'_1 = \varepsilon_1 + I' r_1 \quad \frac{\varepsilon_1=6 \text{ V}}{I'=3 \text{ A و } r_1=1 \Omega} \rightarrow V'_1 = 6 + 3 \times 1 = 9 \text{ V}$$

$$\frac{V'_1}{V_1} = \frac{9}{8}$$

گام چهارم: در این حالت نیز ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) را نشان می‌دهد؛ بنابراین داریم:

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۲

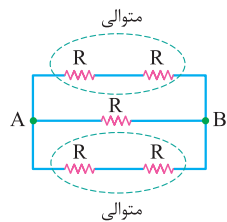
گام اول: در مورد باتری (۱) چون توان خروجی مطرح شده، پس باتری مولد محسوب می‌شود؛ اما باتری (۲) که توان ورودی آن مطرح شده، به عنوان مصرف‌کننده به حساب می‌آید و می‌توان نوشت:

$$P_1 = P_2 + R I^2 \quad \frac{P_1=50 \text{ W}, P_2=30 \text{ W}}{R=5 \Omega} \rightarrow 50 = 30 + 5 I^2 \Rightarrow 20 = 5 I^2 \Rightarrow I^2 = 4 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

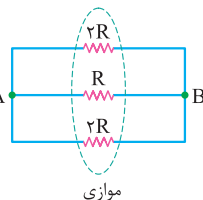
گام دوم: با توجه به این که باتری (۱) مولد است، جریان از پایانه مثبت آن وارد مدار می‌شود و باتری (۲) که مصرف‌کننده است، جریان از پایانه منفی آن خارج می‌شود. به این ترتیب جهت جریان در مدار، ساعتگرد بوده و در آمپرسنج به طرف چپ است.

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۲

گام اول: ابتدا مقاومت معادل بین دو نقطه A و B را به دست می‌آوریم:



$$\xrightarrow{R+R=2R}$$

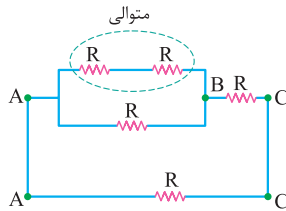


$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{4}{2R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{2}$$

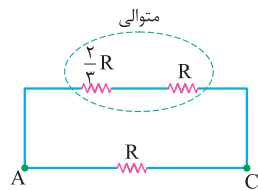


گام دوم: مقاومت معادل بین دو نقطه A و C را محاسبه می‌کنیم:



$$R + R = 2R$$

$$\Rightarrow R_{AB} = \frac{2R \times R}{2R + R} = \frac{2}{3}R$$



$$\frac{2}{3}R + R = \frac{5}{3}R$$

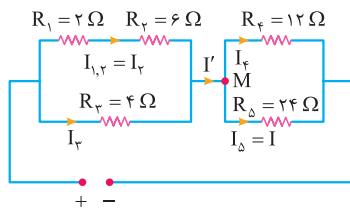
$$R_{AC} = \frac{\frac{5}{3}R \times R}{\frac{5}{3}R + R} = \frac{\frac{5}{3}R}{\frac{8}{3}} = \frac{5}{8}R$$

گام سوم: نسبت مقاومت‌های R_{AC} و R_{AB} را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_{AB}}{R_{AC}} = \frac{\frac{1}{2}R}{\frac{5}{8}R} = \frac{4}{5}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم و جریان عبوری از مقاومت R_Δ را I می‌نامیم. سپس جریان الکتریکی سایر مقاومت‌ها را بر حسب I به دست می‌آوریم.



$$V_\varphi = V_\Delta \Rightarrow R_\varphi \times I_\varphi = R_\Delta \times I_\Delta \Rightarrow 12 \times I_\varphi = 24 \times I \Rightarrow I_\varphi = 2I$$

$$I' = I_\varphi + I_\Delta = 2I + I = 3I$$

گام دوم: با استفاده از قاعده انشعاب در نقطه M می‌توان نوشت:

$$I_{1,2} = I_2 = \frac{R_3}{R_{1,2} + R_3} \times I' = \frac{R_3 = 4 \Omega \text{ و } I' = 3I}{R_{1,2} = R_1 + R_2 = 2 + 6 = 8 \Omega \text{ و } R_3 = 4 \Omega} \rightarrow I_2 = \frac{4}{8 + 4} \times 3I = I$$

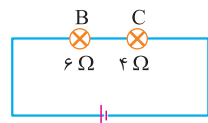
از طرفی داریم:

گام سوم: نسبت توان مصرفی مقاومت R_2 به توان مصرفی مقاومت R_φ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_2}{P_\varphi} = \frac{R_2 I_2^2}{R_\varphi I_\varphi^2} = \frac{R_2 = 6 \Omega \text{ و } I_2 = I}{R_\varphi = 12 \Omega \text{ و } I_\varphi = 2I} \rightarrow \frac{P_2}{P_\varphi} = \frac{6}{12} \times \frac{I^2}{4I^2} = \frac{1}{8}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: در حالت کلید باز، مدار ساده‌شده به صورت زیر است. ابتدا جریان گذرنده از لامپ C را که همان جریان گذرنده از مولد است، به دست می‌آوریم:

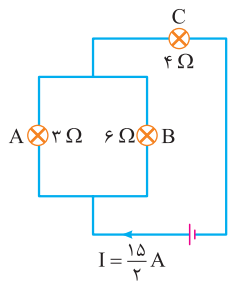


$$P_C = R_C I^2 \xrightarrow{P_C = 81 W, R_C = 4 \Omega} 81 = 4I^2 \Rightarrow I^2 = \frac{81}{4} \Rightarrow I = \frac{9}{2} A$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر مولد را محاسبه می‌کنیم:

$$V = \varepsilon = R_{eq} \times I = (R_B + R_C) \times I \xrightarrow{R_B = 6 \Omega, R_C = 4 \Omega, I = \frac{9}{2} A} V = \varepsilon = (6 + 4) \times \frac{9}{2} \Rightarrow V = \varepsilon = 45 V$$

گام سوم: در حالت کلید بسته، مقاومت معادل و جریان الکتریکی مدار و جریان گذرنده از لامپ A را به دست می آوریم:



$$R_{eq} = \frac{R_A \times R_B}{R_A + R_B} + R_C \xrightarrow{R_A=3\Omega, R_B=6\Omega, R_C=4\Omega}$$

$$R_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} + 4 = 2 + 4 = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\varepsilon=45V, R_{eq}=6\Omega, r=0} I = \frac{45}{6} = \frac{15}{2} A$$

$$I_A = \frac{R_B}{R_A + R_B} \times I \xrightarrow{R_A=3\Omega, R_B=6\Omega, I=\frac{15}{2}A} I_A = \frac{6}{3+6} \times \frac{15}{2} = 5 A$$

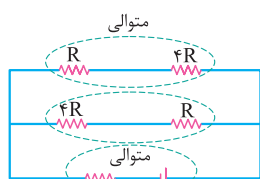
$$P_A = R_A I_A^2 \xrightarrow{R_A=3\Omega, I_A=5A} P_A = 3 \times 5^2 = 75 W$$

گام چهارم: توان مصرفی لامپ A را محاسبه می کنیم:

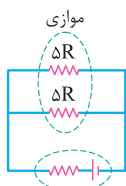
۴۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: در حالتی که کلید باز است، مقاومت معادل مدار را پیدا می کنیم:

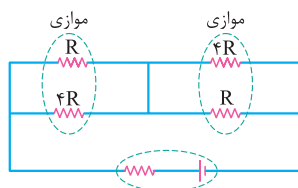


$$R + 4R = \Delta R \rightarrow$$

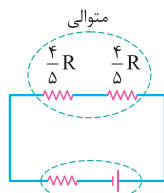


$$R_{eq1} = \frac{\Delta R \times \Delta R}{\Delta R + \Delta R} = \frac{\Delta}{2} R$$

گام دوم: در حالتی که کلید بسته است نیز مقاومت معادل مدار را به دست می آوریم:



$$\frac{R \times 4R}{R + 4R} = \frac{4R^2}{5R} = \frac{4}{5} R$$



$$R_{eq2} = \frac{4}{5} R + \frac{4}{5} R = \frac{8}{5} R$$

گام سوم: مقاومت درونی مولد را پیدا می کنیم:

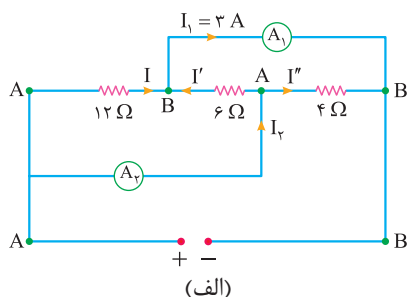
$$r = \sqrt{R_{eq1} \times R_{eq2}} \xrightarrow{R_{eq1}=\frac{\Delta}{2}R, R_{eq2}=\frac{8}{5}R} r = \sqrt{\frac{\Delta}{2}R \times \frac{8}{5}R} = \sqrt{4R^2} \Rightarrow r = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$$

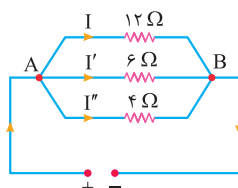
۴۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا شکل ساده تری از مدار را رسم می کنیم و جهت جریان های الکتریکی را در آن نشان می دهیم. هر سه مقاومت با هم موازی هستند و جهت جریان الکتریکی در آن ها از A به طرف B است.



⇒





گام دوم: با توجه به یکسان بودن اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها، جریان‌های الکتریکی I' و I'' را بر حسب I به دست می‌آوریم:

$$V = V' \Rightarrow 12I = 6I' \Rightarrow I' = 2I$$

$$V = V'' \Rightarrow 12I = 4I'' \Rightarrow I'' = 3I$$

گام سوم: قاعده انشعاب را در گره B در شکل (الف) می‌نویسیم و از آن جا مقادیر I ، I' و I'' را به دست می‌آوریم:

$$I + I' = I_1 \xrightarrow{I'=2I} I + 2I = 3 \Rightarrow 3I = 3 \Rightarrow I = 1A$$

$$I' = 2I \xrightarrow{I=1A} I' = 2A$$

$$I'' = 3I \xrightarrow{I=1A} I'' = 3A$$

گام چهارم: قاعده انشعاب را در گره A در شکل (الف) می‌نویسیم و جریان I_1 را به دست می‌آوریم:

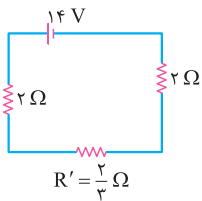
$$I_1 = I' + I'' \xrightarrow{I'=2A \text{ و } I''=3A} I_1 = 2 + 3 = 5A$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم. ۶ مقاومت ۴ اهمی با هم موازی هستند و معادل آن‌ها

$$R' = \frac{R}{n} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Omega \text{ است.}$$

شکل ساده شده مدار به صورت مقابل خواهد شد:



$$R_{eq} = 2 + \frac{2}{3} + 2 = \frac{14}{3} \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\epsilon=14V, R_{eq}=\frac{14}{3}\Omega, r=0} I = \frac{14}{\frac{14}{3}} = 3A$$

گام دوم: جریان الکتریکی‌ای را که از مولد می‌گذرد، به دست می‌آوریم:

$$I_A = \frac{I}{n} \xrightarrow{\frac{I=3A}{n=6}} I_A = \frac{3}{6} = 0.5A$$

گام سوم: آمپرسنج جریان I_A را نشان می‌دهد که از هر مقاومت ۴ اهمی می‌گذرد:

۵۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: با کاهش مقاومت R_3 ، مقاومت معادل مدار نیز کاهش می‌یابد؛ در نتیجه جریانی که از مولد می‌گذرد افزایش پیدا می‌کند:

$$\uparrow I = \frac{\epsilon}{\downarrow R_{eq} + r}$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد، اما اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 افزایش پیدا می‌کند: $\downarrow V_{\text{مولد}} = \epsilon - \uparrow Ir$

$$\uparrow V_1 = R_1 \times I \uparrow$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_2 و R_3 کاهش می‌یابند؛ در نتیجه جریان عبوری از مقاومت R_2 نیز کم می‌شود:

$$\downarrow V_{\text{مولد}} = \uparrow V_1 + \downarrow V_{2,3} \quad (\text{عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، همان } V_{2,3} \text{ است.})$$

$$\downarrow V_2 = V_{2,3} = R_2 \times \downarrow I_2$$

گام چهارم: جریان اصلی مدار افزایش یافته، در حالی که جریان I_2 کاهش پیدا کرده است، بنابراین جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد؛ یعنی

$$\uparrow I = \downarrow I_2 + \uparrow I_3$$

جریان I_3 افزایش خواهد یافت:

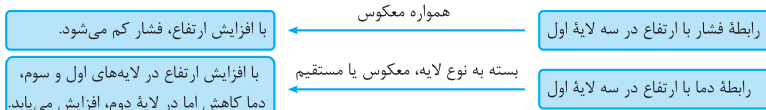


شیمی دهم: صفحه‌های ۴۵ تا ۸۴

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

لایه استراتوسفر، لایه دوم هواکره است. در این لایه، با افزایش ارتفاع، دما برخلاف فشار، افزایش می‌یابد.



۵۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

عبارت‌های چهارم و پنجم درست‌اند. بررسی عبارت‌ها:

- تغییر آب و هوای زمین در لایه اول هواکره، یعنی تروپوسفر رخ می‌دهد. حدود ۷۵ درصد جرم هواکره را این لایه تشکیل می‌دهد.
 - سه گاز فراوان‌تر هواکره، N_2 ، O_2 و Ar هستند. N_2 و O_2 در زندگی روزانه ما نقش حیاتی دارند، ولی Ar نه! در کتاب درسی می‌خوانیم که N_2 ، O_2 و CO_2 از جمله گازهای هواکره هستند که در زندگی روزانه نقش حیاتی دارند.
 - سبک‌ترین گاز نجیب، هلیم است، ولی اون گازی که در ساخت لامپ‌های رشته‌ای کاربرد دارد، آرگون است.
 - در بین گازهای اصلی سازنده هوا، گاز نیتروژن پایین‌ترین نقطه جوش را دارد و در فرایند تقطیر، زودتر از مخلوط جدا می‌شود.
- درسته!

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) در ظرف، ۱۰ ذره CO_2 معادل با $0.2/10 \times 100 = 2\%$ مول از آن وجود دارد. جرم مولی CO_2 ، ۴۴ گرم بر مول است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{جرم } CO_2 = 0.2 \times 44 = 8.8 \text{ g}$$

ب) اگر دما در مقیاس کلوین دو برابر شود، حجم گاز دو برابر خواهد شد ($\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$). برای مقیاس سلسیوس، این رابطه خطی برقرار نیست.

پ) در دما و فشار ثابت، حجم گاز با شمار مول‌های آن رابطه مستقیم دارد. با اضافه کردن $1/20.4 \times 10^{23}$ مولکول CO_2 ، شمار مول‌های CO_2 از $0.2/4$ به $0.4/4$ می‌رسد؛ بنابراین حجم آن دو برابر خواهد شد:

$$\text{تعداد مول } CO_2 \text{ اضافه شده} = \frac{1/20.4 \times 10^{23}}{6/0.2 \times 10^{23}} = 0.2 \Rightarrow \text{تعداد مول نهایی } CO_2 = 0.2 + 0.2 = 0.4$$

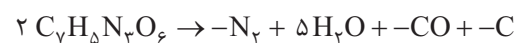
ت) حجم $0.2/2$ مول گاز در شرایط STP برابر با $4/48 = 0.2 \times 22.4/4 = 1.12$ لیتر است، اما در این جا گاز مورد نظر، در دما و فشار اتاق قرار دارد و نه در شرایط STP!

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

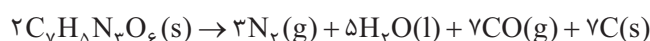
گام اول: معادله واکنش را موازنه می‌کنیم.

ابتدا به منظور موازنه اتم‌های هیدروژن، ضریب واکنش‌دهنده را برابر ۲ و ضریب H_2O را برابر ۵ در نظر می‌گیریم.



به منظور موازنه اتم‌های نیتروژن و اکسیژن، ضریب N_2 و CO به ترتیب باید برابر ۳ و ۷ باشد.

در نهایت، به منظور موازنه اتم‌های کربن، ضریب C را نیز برابر ۷ قرار می‌دهیم:





گام دوم: با توجه به جرم واکنش دهنده، مجموع حجم گازهای تولید شده (N_2 و CO) را حساب می‌کنیم:

$$C_7H_8N_3O_6 \text{ جرم مولی} = (7 \times 12) + 8 + (3 \times 14) + (6 \times 16) = 227 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{45/4}{2 \times 227} = \frac{x}{10 \times 22/4} \Rightarrow x = 22/4 \text{ L}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارتهای «الف» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) رنگ شعله سوختن گوگرد و سدیم به ترتیب آبی و زرد است. طول موج نور آبی کوتاه‌تر از نور زرد است.

بنفش > نیلی > آبی > سبز > زرد > نارنجی > سرخ: طول موج

ب) نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در هر دو ترکیب، برابر است.

$$Cr_2S_3 \text{ : کروم (III) سولفید} \Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

$$N_2O_3 \text{ : دی‌نیتروژن تری‌اکسید} \Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

پ) طلا و پلاتین به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند، اما سیلیسیم به شکل خالص در طبیعت وجود ندارد و به طور عمده به شکل سیلیس (SiO_2) یافت می‌شود.

ت) در هر دما و فشاری، حجم مولی گازها برابر با $22/4$ لیتر نیست.

۵۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی مطابق قانون پایستگی جرم، اختلاف مجموع جرم فراورده‌ها و مجموع جرم کلسیم اکسید و منیزیم اکسید، با جرم SO_2

مصرف شده در واکنش‌ها برابر است:

$$\text{مول } SO_2 \text{ مصرف شده} = \frac{32 \text{ g}}{64 \text{ g.mol}^{-1}} = 0/5 \text{ mol} \Rightarrow 55/2 - 23/2 = 32 \text{ g}$$

با توجه به این که ضرایب همه مواد در معادله واکنش‌ها برابر با ۱ است، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع شمار مول‌های CaO و MgO مصرف شده برابر با $0/5$ است.

اگر تعداد مول CaO و MgO را به ترتیب برابر x و y در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x + y = 0/5 \\ 56x + 40y = 23/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -40x - 40y = -20 \\ 56x + 40y = 23/2 \end{cases}$$

$$16x = 3/2 \Rightarrow x = 0/2 \text{ mol CaO}$$

در $0/2$ مول کلسیم‌اکسید (آهک)، $0/2$ مول کاتیون Ca^{2+} وجود دارد:

$$Ca^{2+} \text{ شمار کاتیون‌های} = 0/2 \times 6/02 \times 10^{23} = 1/204 \times 10^{23}$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) SO_2 جزء فراورده‌های سوختن زغال‌سنگ است که در اثر فعالیت‌های آتشفشانی نیز تولید می‌شود.

۲) در کتاب درسی می‌خوانیم که میل ترکیبی هموگلوبین خون با کربن مونوکسید، بسیار زیاد و بیش از 200 برابر اکسیژن است؛ بنابراین

می‌توان گفت که میل ترکیبی هموگلوبین با اکسیژن، کم‌تر از $1/300$ یا $0/005$ برابر کربن مونوکسید است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

۳) معادله واکنش نقره با گوگرد به صورت $2Ag + S \rightarrow Ag_2S$ است.

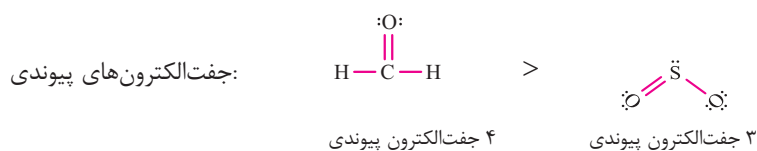
طبق این معادله، ۱ مول یا $107/9$ گرم نقره با $5/5$ مول یا 16 گرم گوگرد به طور کامل واکنش می‌دهد و $123/9$ گرم Ag_2S تولید می‌شود، اما دقت کنید که نام Ag_2S ، نقره سولفید است و نه نقره (I) سولفید! زیرا نقره تنها یک نوع کاتیون پایدار تشکیل می‌دهد و استفاده از اعداد رومی در نام‌گذاری ترکیب‌های آن مجاز نیست.

۴) کربن دی‌اکسید (CO_2)، خاصیت اسیدی دارد و pH آب را کاهش می‌دهد.

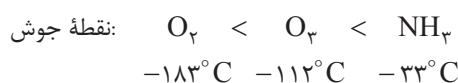
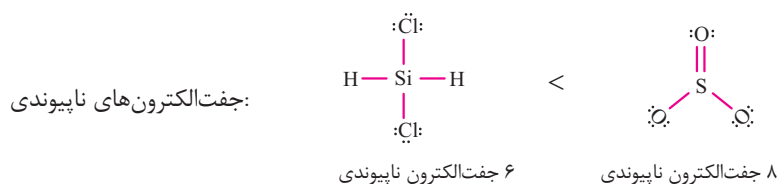
۵۸- پاسخ: گزینه ۳

به جز مورد اول، سایر مقایسه‌ها درست‌اند.

پاسخ تشریحی



با توجه به جدول کتاب درسی، درست است.



۵۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا معادله واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



روش اول: تعداد مول N_2 تولیدشده و جرم Na مصرف‌شده در واکنش (I) را حساب می‌کنیم.

$$\text{مصرف‌شده } KNO_3: 30/3 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{101 \text{ g}} = 0/3 \text{ mol } KNO_3$$

$$\text{مول تولیدشده } N_2: 0/3 \text{ mol } KNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol } KNO_3} = 0/15 \text{ mol } N_2$$

$$\text{جرم مصرف‌شده } Na: 0/3 \text{ mol } KNO_3 \times \frac{10 \text{ mol } Na}{2 \text{ mol } KNO_3} \times \frac{23 \text{ g } Na}{1 \text{ mol } Na} = 1/5 \times 23 \text{ g } Na$$

مطابق معادله (II) جرم NaN_3 مصرف‌شده و جرم Na تولیدشده را به ازای تولید $0/15$ مول N_2 حساب می‌کنیم.

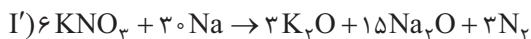
$$\text{جرم مصرف‌شده } NaN_3: 0/15 \text{ mol } N_2 \times \frac{2 \text{ mol } NaN_3}{3 \text{ mol } N_2} \times \frac{65 \text{ g } NaN_3}{1 \text{ mol } NaN_3} = 6/5 \text{ g } NaN_3$$

$$\text{جرم تولیدشده } Na: 0/15 \text{ mol } N_2 \times \frac{2 \text{ mol } Na}{3 \text{ mol } N_2} \times \frac{23 \text{ g } Na}{1 \text{ mol } Na} = 0/1 \times 23 \text{ g}$$

$$\frac{\text{جرم مصرف‌شده در واکنش (I)}}{\text{جرم تولیدشده در واکنش (II)}} = \frac{1/5 \times 23}{0/1 \times 23} = 15$$



روش دوم: با توجه به این که مقدار N_2 تولید شده در دو واکنش برابر است، معادله واکنش (I) را در ۳ ضرب می‌کنیم تا ضریب این ماده در هر دو معادله برابر ۳ شود.



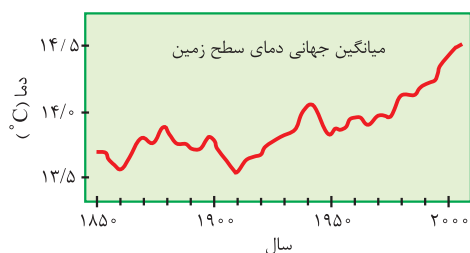
برای قسمت اول سؤال، بین KNO_3 و NaN_3 تناسب برقرار می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{30/3}{6 \times 101} = \frac{x}{2 \times 65} \Rightarrow x = 6/5 \text{ gNaN}_3$$

با توجه به این که ضریب Na در واکنش (I)، ۱۵ برابر ضریب Na در واکنش (II) است، می‌توان گفت که مقدار سدیم مصرف شده در واکنش اول، ۱۵ برابر مقدار سدیم تولید شده در واکنش دوم است.

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ب» مانند عبارت داده شده، نادرست‌اند.



پاسخ تشریحی با توجه به نمودار کتاب درسی، در سده اخیر، میانگین جهانی

دمای سطح زمین، در برخی سال‌ها روند نزولی داشته است.

الف) در واکنش اتم اکسیژن با مولکول اکسیژن ($O + O_2 \rightarrow O_3$)، تابش فرورسرخ آزاد می‌شود که انرژی کم‌تری نسبت به تابش فرابنفش دارد.

ب) عدد کوانتومی $l = 0$ مربوط به زیرلایه‌های s است؛ بنابراین آرایش الکترونی عنصر

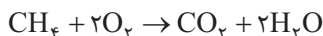
مورد نظر به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ است. این عنصر همان فلز سدیم (Na) است. اکسیدهای فلزی، اکسید بازی به شمار می‌آیند.

پ) در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی، هیدروکربن‌ها (C_xH_y) نیز تولید می‌شوند که در ساختار آن‌ها اتم اکسیژن وجود ندارد.

ت) بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی به وسیله زمین جذب می‌شود و سپس، زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فرورسرخ از دست می‌دهد.

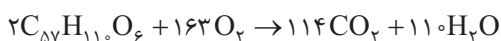
۶۱- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: معادله موازنه شده سوختن کامل متان را نوشته و شمار مول‌های O_2 مورد نیاز را حساب می‌کنیم:



$$\frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{2 \times 18} = \frac{1467}{2 \times 16} \Rightarrow x = 81/5 \text{ mol } O_2$$

گام دوم: معادله اکسایش چربی کوهان شتر را موازنه کرده و جرم چربی را به دست می‌آوریم:



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x'}{2 \times 890} = \frac{81/5}{163 \times 1} \Rightarrow x' = 890 \text{ g } C_{57}H_{110}O_6$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) در واکنش تولید اوزون تروپوسفری ($NO_2 + O_2 \rightarrow NO + O_3$)، گاز قهوه‌ای‌رنگ NO_2 مصرف می‌شود؛ بنابراین با انجام این واکنش،

شدت رنگ قهوه‌ای هوا کاهش می‌یابد.



۲ در سمت راست معادله $2SO_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2SO_3(g)$ ، ۲ مول و در سمت چپ آن، ۳ مول گاز وجود دارد؛ بنابراین می‌توان گفت با انجام واکنش، شمار مول‌های گازی کاهش می‌یابد.

۳ در واکنش اکسایش گلوکز $(C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O)$ ، انرژی آزاد می‌شود؛ بنابراین انجام آن در یک ظرف، دمای ظرف را افزایش می‌دهد نه کاهش!

۴ با انجام واکنش گازهای نیتروژن و هیدروژن و تولید آمونیاک $(N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g))$ ، تعداد مولکول‌های گازی کاهش می‌یابد.

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و دوم، نادرست و عبارت‌های سوم و چهارم، درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

● معادله موازنه‌شده واکنش (I) به صورت زیر است:



بیشترین ضریب استوکیومتری در این معادله، متعلق به CO_2 است. درحالی که فراوان‌ترین گاز هواکره، N_2 است.

● معادله موازنه‌شده واکنش (II) به صورت $S_8 + 8O_2 \rightarrow 8SO_2$ است؛ بنابراین واکنش‌دهنده‌ای با ضریب بزرگ‌تر همان O_2 است. واکنش‌پذیری اکسیژن از اوزون (O_3) کم‌تر است.

● منظور از فراوردهٔ عنصری با ضریب بزرگ‌تر در واکنش (I)، همان N_2 است. استفاده از گاز نیتروژن به جای هوا در تنظیم باد تایر خودرو، سبب افزایش طول عمر تایر خواهد شد.

● به ازای مصرف ۴۰ مول $C_7H_8N_2O_9$ ، $\frac{4}{4} = 10$ مول O_2 در واکنش (I) تولید خواهد شد. با توجه به برابری ضریب O_2 و SO_2 در واکنش (II)، به ازای مصرف ۱۰ مول O_2 در این واکنش، ۱۰ مول SO_2 تولید می‌شود.

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی اگر مصرف برق خانه در یک ماه را x کیلووات ساعت در نظر بگیریم، این خانه در یک سال (۱۲ ماه)، $12x$ کیلووات ساعت برق مصرف می‌کند.

$$\text{مقدار } CO_2 = \left(\frac{8}{100} \times 12x\right) \text{ kwh} \times \frac{0.7 \text{ kg } CO_2}{1 \text{ kwh}} = (0.56 \times 12x) \text{ kg } CO_2$$

$$\text{مقدار } CO_2 = \left(\frac{2}{100} \times 12x\right) \text{ kwh} \times \frac{0.3 \text{ kg } CO_2}{1 \text{ kwh}} = (0.06 \times 12x) \text{ kg } CO_2$$

مجموع جرم CO_2 تولیدشده توسط دو منبع را باید با جرم CO_2 مصرف‌شده توسط درخت‌ها برابر قرار دهیم:

$$\text{مقدار } CO_2 \text{ مصرف‌شده توسط درخت‌ها: } 283 \times \frac{1200 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ درخت}} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}}$$

$$= 283 \times 12 \times 4 / 4 \text{ kg } CO_2$$

$$0.566 \times 12x = 283 \times 12 \times 4 / 4 \Rightarrow x = \frac{283 \times 44}{566} \times 1000 = 2200 \text{ kwh}$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: برای جداسازی فراورده (آمونیاک) در فرایند هابر، باید دما را کمی پایین‌تر از نقطهٔ جوش آمونیاک (حدود $-34^\circ C$) آورد تا فقط آمونیاک مایع شده و از مخلوط جدا شود.

عبارت چهارم: مواد مایع مانند گازها، شکل معینی ندارند، ولی برخلاف گازها، مواد مایع، حجم معینی دارند و لزوماً همهٔ فضای ظرف را اشغال نمی‌کنند.



شیمی یازدهم: صفحه‌های ۴۹ تا ۹۶

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گرمای ویژه به ازای ۱ گرم ماده تعریف می‌شود و به مقدار ماده بستگی ندارد.

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی انحلال کلسیم کلرید در آب، اکسایش چربی کوهان شتر و سوختن زغال کک، جزء فرایندهای گرماده هستند.

فرایند گرماده ($\Delta H < 0$)	فرایندهای گرماگیر ($\Delta H > 0$)
۱) همه واکنش‌های سوختن (مانند سوختن گاز هیدروژن، کربن، هیدروکربن‌ها و ...)	۱) تغییر حالت‌های فیزیکی ذوب، تبخیر و تصعید (فرازش)
۲) واکنش فلزهای گروه اول با گاز کلر: $2M(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2MCl(s)$ گروه اول	۲) واکنش فتوستنز: $6CO_2(g) + 6H_2O(l) \rightarrow C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g)$
۳) تشکیل HCl از H_2 و Cl_2 : $H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)$	۳) انحلال آمونیوم نیترات در آب: $NH_4NO_3(s) \xrightarrow{\text{در آب}} NH_4^+(aq) + NO_3^-(aq)$
۴) تشکیل NH_3 از H_2 و N_2 (فرایند هابر): $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$	۴) تجزیه N_2O_4 به NO_2 : $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$
۵) تشکیل آمونیاک از هیدرازین و هیدروژن: $N_2H_4(g) + H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$	۵) تولید اوزون از گاز اکسیژن: $3O_2(g) \rightarrow 2O_3(g)$
۶) تجزیه هیدروژن پراکسید: $2H_2O_2(l) \rightarrow 2H_2O(l) + O_2(g)$	۶) تشکیل NO از N_2 و O_2 : $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$
۷) واکنش گازهای CO و NO: $2CO(g) + 2NO(g) \rightarrow 2CO_2(g) + N_2(g)$	۷) تشکیل N_2H_4 (هیدرازین) از N_2 و H_2 : $N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g)$
۸) تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید گازی: $H_2(g) + I_2(g) \rightarrow 2HI(g)$	۸) تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید جامد: $H_2(g) + I_2(s) \rightarrow 2HI(g)$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

فقط عبارت سوم درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک نمونه ماده، هم‌ارز با انرژی گرمایی آن است.

عبارت دوم: روغن و چربی، در حالت فیزیکی، ساختار، رفتار فیزیکی و رفتار شیمیایی با هم تفاوت دارند.

چربی > روغن: شمار پیوندهای دوگانه و واکنش پذیری

روغن > چربی: نقطه ذوب

عبارت چهارم: هر دو واکنش $3O_2(g) \rightarrow 2O_3(g)$ و $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ ، گرماگیر هستند و علامت ΔH آن‌ها، مثبت است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

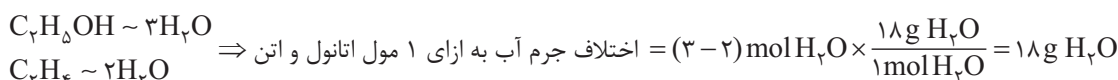
شیمی

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی فرمول مولکولی اتانول و اتن به ترتیب C_2H_5OH (46 g.mol^{-1}) و C_2H_4 (28 g.mol^{-1}) است:

$$\frac{\text{ارزش سوختی اتانول}}{\text{ارزش سوختی اتن}} = \frac{\frac{\text{انتالپی سوختن اتانول}}{\text{جرم مولی اتانول}}}{\frac{\text{انتالپی سوختن اتن}}{\text{جرم مولی اتن}}} = \frac{30}{100} \times \frac{2}{46} = 0.6$$

با توجه به قانون پایستگی جرم، از سوختن کامل ۱ مول اتانول، ۳ مول آب و از سوختن کامل ۱ مول اتن، ۲ مول آب تولید می‌شود.



$$\Rightarrow \text{اختلاف جرم آب به ازای ۰/۵ مول اتانول و اتن} = 0.5 \times 18 = 9 \text{ g}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی با توجه به این که ضریب O_2 در معادله واکنش برابر با ۱ است، سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید O_2 برابر است. در

۲۰ ثانیه اول واکنش، غلظت O_2 از صفر به 0.3 مولار رسیده است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(O_2) = \frac{0.3 \text{ mol.L}^{-1} \times 4 \text{ L}}{20 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 3.6 \text{ mol.min}^{-1}$$

با توجه به نمودار، غلظت O_2 در پایان واکنش برابر با 0.4 مولار است. از آنجایی که ضریب NO_2 ، ۴ برابر O_2 است، غلظت این ماده در پایان واکنش برابر با 4×0.4 مولار خواهد بود.

$$\text{جرم } NO_2 = 4 \times 0.4 \text{ mol.L}^{-1} \times 4 \text{ L} \times \frac{46 \text{ g } NO_2}{1 \text{ mol } NO_2} = 294.4 \text{ g } NO_2$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی از سوختن ۱ مول یا ۱۲ گرم گرافیت، 394 kJ گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین گرمای آزاد شده به ازای سوختن 48 گرم گرافیت

برابر با $4 \times 394 \text{ kJ}$ است؛ به این ترتیب خواهیم داشت:

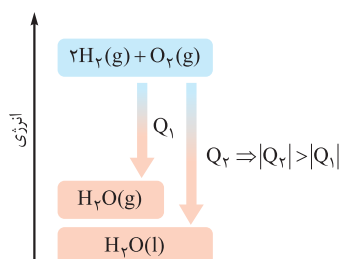
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{1}{4} \times 394 = \frac{5}{25} \times \frac{1}{8} \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{394}{5} = 78.8^\circ \text{C}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گرمای سوختن مولی الماس بیشتر از گرافیت است.

۲) سطح انرژی $H_2O(l)$ پایین‌تر از $H_2O(g)$ است؛ بنابراین انتالپی واکنش سوختن هیدروژن در حالتی که آب به حالت مایع تولید می‌شود،

بیشتر است.



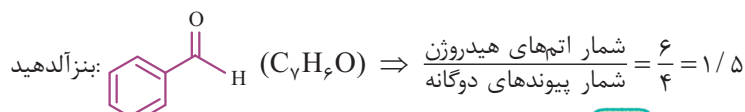
۳) در دمای ثابت، انرژی گرمایی مواد، تفاوت چندانی با هم ندارد.

۵۷- پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

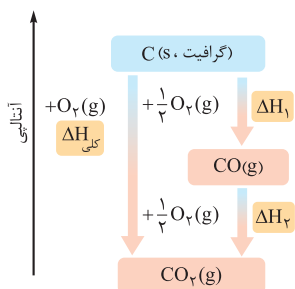
پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) اتفاقاً برعکس! وقتی برای تعیین ΔH یک واکنش گازی با مولکول‌های پیچیده، از میانگین انتالپی پیوندها استفاده می‌کنیم، تفاوت عدد به‌دست‌آمده با داده‌های تجربی بیشتر است.





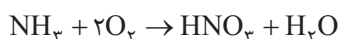
$$\text{شمار اتمها} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \text{شمار عنصرها} = \frac{6}{2} = 3$$



پ) واکنش سوختن کامل گرافیت ((گرافیت، C (S) و تبدیل آن به کربن دی‌اکسید می‌تواند در دو مرحله انجام شود، در مرحله اول، ۱ مول C با $\frac{1}{2}$ مول O_2 واکنش داده و CO (کربن مونوکسید) تولید می‌شود. در مرحله بعدی ۱ مول CO با $\frac{1}{2}$ مول O_2 دیگر واکنش می‌دهد و CO_2 به دست می‌آید. واکنش مرحله اول یعنی تولید CO را نمی‌توان به روش تجربی انجام داد (گرمای واکنش تولید CO) به طور مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست)، زیرا CO به محض تشکیل شدن، با $\frac{1}{2}$ مول O_2 دیگر واکنش داده و CO_2 تولید می‌شود. (ت هرچند دی‌اتیل اتر و بوتانول، ایزومر یکدیگرند، اما به دلیل تفاوت ساختارشان، محتوای انرژی یکسانی ندارند.

۵۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی برای محاسبه جرم آمونیاک مصرف‌شده، خیلی راحت می‌توان از استوکیومتری واکنش استفاده کرد:



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب} \times 1} \Rightarrow \frac{x}{17} = \frac{1/5 \times 2000 \times 10^3}{1}$$

$$\Rightarrow x = 51 \times 10^6 \text{ g} = 51 \text{ ton}$$

برای محاسبه گرمای آزادشده، ابتدا باید ΔH واکنش را به کمک قانون هس به دست آوریم.

برای رسیدن به واکنش هدف، واکنش I را باید بر ۴ (به خاطر ایجاد NH_3) و واکنش III را بر ۲ (به خاطر ایجاد HNO_3) تقسیم کنیم و به منظور حذف NO_2 ، واکنش II را در $\frac{3}{4}$ ضرب کنیم:

$$\Delta H = \frac{\Delta H(I)}{4} + \frac{3}{4} \Delta H(II) + \frac{\Delta H(III)}{2} = \frac{(-907)}{4} + \frac{3(-113)}{4} + \frac{(-139)}{2}$$

$$= \frac{(-907) + (-339) + (-278)}{4} = \frac{-1524}{4} = -381 \text{ kJ}$$

حالا گرمای آزادشده را برای تولید ۲۰۰۰ متر مکعب محلول ۱/۵ مولار نیتریک اسید حساب می‌کنیم:

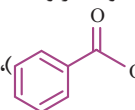
$$\frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب} \times 1} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{1/5 \times 2000 \times 10^3}{1} = \frac{Q}{381}$$

$$\Rightarrow Q = 1143 \times 10^6 \text{ kJ} = 1/143 \times 10^9 \text{ kJ}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

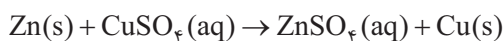
پاسخ تشریحی: آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، اتانویک (استیک) اسید با فرمول CH_3COOH است. ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید

آروماتیک یا همان بنزویک اسید (C_6H_5COOH)، به عنوان نگهدارنده استفاده می‌شود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\bar{R}(Cu^{2+}) = \bar{R}(CuSO_4) = \frac{1/2 \text{ L} \times 2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{15 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60}} = \frac{2/4 \times 60}{15} = 0/96 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۳) در واکنش کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید، به دلیل تولید گاز CO_2 و خارج شدن آن از ظرف واکنش، جرم مخلوط کاهش می‌یابد. با توجه به این که با گذشت زمان، سرعت واکنش کاهش می‌یابد، در این جا نیز سرعت کاهش جرم مخلوط واکنش، به مرور کمتر می‌شود.

۴) درسته؛ زیرا ارزش سوختی چربی از ارزش سوختی کربوهیدرات و پروتئین بیشتر است.



۶۰- پاسخ: گزینه ۳

$$Q = 8 / 6 \text{ g} \times \frac{30 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} = 258 \text{ kJ}$$

پاسخ تشریحی: گام اول: گرمای حاصل از سوختن ۸/۶ گرم وازلین را حساب می‌کنیم:

گام دوم: جرم قلع و آهن موجود در آلیاژ را به دست می‌آوریم.

با توجه به اطلاعات داده‌شده، مول Sn موجود در آلیاژ، دو برابر مول Fe است. با توجه به رابطه «جرم مولی × مول = جرم» خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم Sn}}{\text{جرم Fe}} = \frac{\text{مول Sn}}{\text{مول Fe}} \times \frac{\text{جرم مولی Sn}}{\text{جرم مولی Fe}} = 2 \times \frac{119}{56} = \frac{119}{28} = \frac{112}{28} + \frac{7}{28} = 4 / 25$$

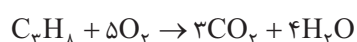
$$\text{جرم آلیاژ} = 10 / 5 \text{ kg} = m_{\text{Fe}} + m_{\text{Sn}} \Rightarrow m_{\text{Fe}} + 4 / 25 m_{\text{Fe}} = 10 / 5$$

$$\Rightarrow m_{\text{Fe}} = \frac{10 / 5}{5 / 25} = 2 \text{ kg} \Rightarrow m_{\text{Sn}} = 10 / 5 - 2 = 8 / 5 \text{ kg}$$

گام سوم: رابطه $Q = mc\Delta\theta$ را برای آلیاژ می‌نویسیم:

$$Q = Q_{\text{Fe}} + Q_{\text{Sn}} \Rightarrow 258 = \left[\underbrace{(2 \times 0 / 45)}_{0/9} + \underbrace{(8 / 5 \times 0 / 4)}_{3/4} \right] \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{258}{4/3} = 60^\circ \text{C} \Rightarrow \theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta = 20 + 60 = 80^\circ \text{C}$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی: گام اول: ΔH واکنش سوختن کامل پروپان را حساب می‌کنیم:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] = 6491 - 8498 = -2007 \text{ kJ}$$

گام دوم: با توجه به اطلاعات داده‌شده، زمان مورد نیاز برای مصرف کامل ۲۲۰ گرم پروپان را به دست می‌آوریم:

$$220 \text{ g C}_3\text{H}_8 \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8}{44 \text{ g C}_3\text{H}_8} \times \frac{2007 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} \times \frac{1 \text{ s}}{66/9 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{220 \times 2007}{44 \times 66/9 \times 60} = 2 / 5 \text{ min}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۲

مورد اول و چهارم، عبارت داده‌شده را به درستی کامل می‌کنند.

پاسخ تشریحی: بررسی موارد:

- پودر کردن قرص، سطح تماس میان واکنش‌دهنده‌ها را افزایش داده و سرعت واکنش را بیشتر می‌کند.
- در گروه فلزهای قلیایی، واکنش‌پذیری از بالا به پایین افزایش می‌یابد؛ بنابراین سرعت واکنش پتاسیم با آب، بیشتر از سرعت واکنش سدیم با آب است.
- با کاهش دما، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.
- محلول پتاسیم پدید، نقش کاتالیزگر واکنش تجزیه آب اکسیژنه (H_2O_2) را دارد و سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.
- لیکوین یک بازدارنده است و رادیکال‌ها را به دام انداخته و سرعت واکنش آن‌ها با بافت‌های بدن را کاهش می‌دهد.

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: با توجه به ساختار داده‌شده، فرمول مولکولی ترکیب داده‌شده به صورت $\text{C}_1\text{H}_6\text{O}$ است. (ساختار خیلی پیچیده نیست،

با خیال راحت و بدون درگیر شدن با فرمول، اتم‌های کربن و هیدروژن رو بشمارید!) از طرفی قند موجود در جوانه گندم، مالتوز با فرمول

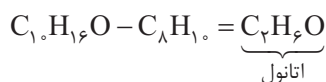
$\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ است.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن مالتوز}}{\text{شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب داده‌شده}} = \frac{22}{16} = \frac{11}{8} = 1 / 375$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در ساختار مولکول داده‌شده مانند ترکیب آلی موجود در میخک (۲- هپتانون)، گروه عاملی کتونی (C=O) وجود دارد.

۳) درسته، زیرا تفاوت فرمول مولکولی مولکول داده‌شده با C_8H_{10} ، با فرمول اتانول یکسان است.



۴-۲- دکانون یک کتون 10° کربنی با فرمول $C_{10}H_{16}O$ است. (فرمول مولکولی کتون‌های n کربنی با زنجیرهای هیدروکربنی سیر شده به صورت $C_nH_{2n}O$ است.)

$$\text{شمار اتم‌های اکسیژن (2 \times)} + \text{شمار اتم‌های هیدروژن (1 \times)} + \text{شمار اتم‌های کربن (4 \times)} = \frac{\text{شمار پیوندهای اشتراکی}}{2}$$

$$C_{10}H_{16}O \text{ در پیوندها} = \frac{(4 \times 10) + 16 + 2}{2} = 29$$

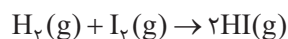
$$C_{10}H_{20}O \text{ در پیوندها} = \frac{(4 \times 10) + 20 + 2}{2} = 31$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی به عنوان نمونه، ارزش سوختی متان (CH_4) با جرم مولی کمتر نسبت به متانول (CH_3OH) بیشتر است و در جرم یکسان، از سوختن آن گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی در ابتدای واکنش (ظرف a)، ۱۶ ذره در ظرف واکنش وجود دارد که معادل با $3/2$ مول است؛ پس هر ذره نشان داده شده در شکل، معادل با $0/2$ مول است.



با توجه به معادله واکنش، سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط مصرف گاز هیدروژن (گوی‌های دواتمی کوچک‌تر)، برابر است:

$$\bar{R}(0-20 \text{ min}) = \frac{(8-6) \times 0/2 \text{ mol}}{2/5 \text{ L} \times 20 \text{ min} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}} = \frac{0/4 \times 3}{2/5} = 0/48 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$\bar{R}(20-40 \text{ min}) = \frac{(6-5) \times 0/2 \text{ mol}}{2/5 \text{ L} \times 20 \text{ min} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}} = \frac{0/2 \times 3}{2/5} = 0/24 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت سرعت واکنش در } 20 \text{ دقیقه اول و دوم} = 0/48 - 0/24 = 0/24 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$