



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۲/۷/۲۸

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
مرحله اول

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

مدت پاسخگویی: ۱۰۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۸۰

۸۳۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۴۵ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

وبسایت: www.konkurbank.com

۱- تابع $f(x) = \frac{2}{ax-4}$ با دامنه $\mathbb{R} - \{2\}$ مفروض است. اگر توابع $y = f(x-1)$ و $g(x) = \frac{x+p}{x^2+mx+n}$ برابر باشند، حاصل $m-n+p$ کدام است؟

- (۱) -۱۸ (۲) -۱۰ (۳) -۱۴ (۴) -۱۲

۲- اگر $f(x) = x - 2\left[\frac{x-1}{3}\right]$ و $g(x) = 2^x$ باشد، برد تابع $g \circ f(x)$ کدام است؟

- (۱) $(0, 3]$ (۲) $[2, 8)$ (۳) $[2, 16)$ (۴) $(0, 9]$

۳- اگر f و g توابع چندجمله‌ای باشند و داشته باشیم $(f+g)(x) = 6$ و $(g \circ f)(x) = 10 - 9x$ ، حاصل جمع مقادیر ممکن برای $g(3)$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۱ (۳) ۴ (۴) ۶

۴- اگر $f(x) = x + [x]$ باشد، آنگاه در مورد وجود و مقدار $f \circ f^{-1}\left(\frac{7}{2}\right)$ و $f^{-1} \circ f\left(\frac{7}{2}\right)$ به ترتیب از راست به چپ، کدام

گزینه درست است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$ وجود ندارد. (۲) $\frac{7}{2} - \frac{7}{2}$

- (۳) وجود ندارد - وجود ندارد. (۴) وجود ندارد - $\frac{7}{2}$

۵- وارون تابع $f(x) = x^2 + x + 21$ ، خط $y = x + 6$ را در نقطه $A(a, b)$ قطع کرده است؛ در این صورت حاصل $\frac{b}{a}$

کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{3}$

۶- تابع $f(x) = \sqrt{5-x} - 1$ مفروض است؛ دامنه تابع $y = \sqrt{f\left(\frac{x}{2}\right) - f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۳ (۴) ۶

۷- توابع $f(x) = -x^2 + 3x^2 - 3x$ و $g(x) = 2x^2 + 6x^2 + 6x + 7$ مفروض‌اند؛ با کدام تبدیلات بر روی تابع

$-f(x)$ می‌توان به تابع $\frac{1}{2}g(x)$ رسید؟

- (۱) انتقال به بالا و راست
(۲) انتقال به پایین و راست
(۳) انتقال به بالا و چپ
(۴) انتقال به پایین و چپ

۸- تابع f با دامنه \mathbb{R} اکیداً صعودی و $f(3) = 1$ است. اگر $g(x) = x^2 - 5x - 3$ باشد، مجموع اعداد صحیحی که در

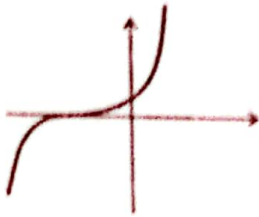
مجموعه جواب نامعادله $f \circ g(x+2) < 1$ وجود دارد، چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳

۹- تابع $f(x) = 2 - \sqrt{x+4}$ را در نظر بگیرید. با کدام شرط، نمودار تابع $y = f(b-2x)$ هیچ کدام از نیمسازهای چهار ناحیه را قطع نمی‌کند؟

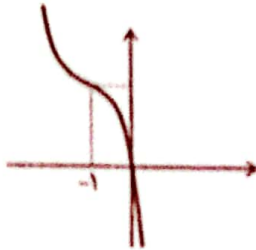
- (۱) $b > 8$
 (۲) $b > -8$
 (۳) $b < -8$
 (۴) $b < 8$

۱۰- سهمی $f(x) = 6x^2 + 12x + 8$ و تابع درجه سوم g به صورت شکل زیر مفروض اند؛ اگر $f(x) = g(x) - g(x-2)$ باشد. حاصل $f(10) + f(12) + f(14) + \dots + f(28)$ چقدر با $g(28)$ اختلاف دارد؟



- (۱) ۱۰۰۰
 (۲) ۲۰۰۰
 (۳) ۴۰۰۰
 (۴) ۹۰۰۰

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = (ax^2 + b)(x+3) + 18$ است؛ باقی‌مانده تقسیم $f(x+2a)$ بر $x+b$ کدام است؟



- (۱) ۶
 (۲) -۵۲
 (۳) ۴
 (۴) -۲۶

۱۲- اگر f یک چندجمله‌ای و $x^{27} - 1 = (x^3 - 1)f(x)$ باشد، مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ چقدر است؟

- (۱) ۴
 (۲) $\frac{9}{2}$
 (۳) ۵
 (۴) $\frac{7}{2}$

۱۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) همه متوازی‌الاضلاع‌های با طول ضلع‌های ۳ و ۴ هم‌نهشتاند.
 (۲) همه مستطیل‌های با طول قطر ۱۰ هم‌نهشتاند.
 (۳) همه لوزی‌های با طول قطرهای ۴ و ۶ هم‌نهشتاند.
 (۴) همه متوازی‌الاضلاع‌های با طول قطرهای ۶ و ۱۰ هم‌نهشتاند.

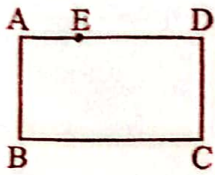
۱۴- مجموع اندازه‌های دو زاویه خارجی مثلث ABC برابر 280° درجه است. نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های این مثلث،

کجا قرار می‌گیرد؟

- (۱) درون مثلث
 (۲) بیرون مثلث
 (۳) روی محیط مثلث
 (۴) نامشخص

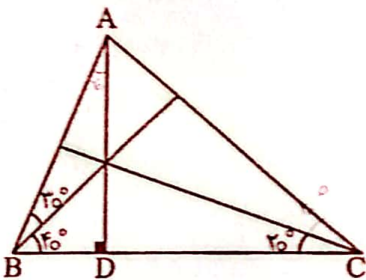
$$A = \begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

۱۵- در مستطیل زیر، نقطه E از رأس A و قطر BD به یک فاصله است. اگر $AB = 2\sqrt{3}$ و E از B و D به یک فاصله باشد، آنگاه فاصله A از قطر BD کدام است؟



- ۴ (۱)
- ۴/۵ (۲)
- $2\sqrt{3}$ (۳)
- ۶ (۴)

۱۶- ارتفاع AD از مثلث ABC رسم شده است؛ اندازه \hat{BAC} چند درجه است؟



- ۵۰ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۷۰ (۳)
- ۸۰ (۴)

Handwritten calculations: $70 + 90 = 140$, $70 + 20 = 90 \rightarrow \frac{140}{70}$

۱۷- در مثلث ABC، $AB = 10$ و AK نیمساز زاویه A است. از رأس B عمود BH را بر AK رسم می‌کنیم و ادامه می‌دهیم تا AC را در E قطع کند. اگر $BE = 11$ باشد، محیط مثلث BEK کدام می‌تواند باشد؟

- ۱۹ (۴)
- ۲۲ (۳)
- ۱۸ (۲)
- ۲۲ (۱)

۱۸- در مثلث ABC که در آن $\hat{B} < \hat{C}$ است، نیمساز زاویه بیرونی A و عمود منصف ضلع AC، در نقطه D با هم برخورد کرده‌اند. اگر M نقطه وسط ضلع AC باشد، آنگاه کدام گزینه درباره نسبت $\frac{AD+DB}{AM+AB}$ درست است؟

- (۱) برابر ۱ است.
- (۲) کوچک‌تر از ۱ است.
- (۳) بزرگ‌تر از ۱ است.
- (۴) نمی‌توان نظر قطعی داد.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\log_4^4 + \log_4^{16} = \log_4^{16}$$

۱۹- مجموع درایه‌های ماتریس $A = \left[\log_2^2(x^i y^j) \right]_{2 \times 2}$ چقدر است؟

Handwritten calculations: $\log_2^2 4 = 4$, $\log_2^2 16 = 16$, $\log_2^2 4 = 4$, $\log_2^2 16 = 16$. Total = 40.

۲۰- اگر A یک ماتریس مربعی و $A^6 + A^5 + A^4 + A^3 + A^2 + A + I = \bar{O}$ باشد، حاصل A^{26} کدام است؟

- I (۱)
- A (۳)
- I (۴)

۲۱- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ -2y & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & y \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ باشد، آنگاه حاصل $(2y)^2 - x$ کدام است؟

$$A+B = \begin{bmatrix} x+4 & 0 \\ -2y+2 & 2+y \end{bmatrix}$$

- ۲ (۲)
- ۵ (۱)

Handwritten calculations: $(-2y+2)(2+y) = -2ym - 2y + 4 + 2y = -2ym - 2y + 4$

$$A^2 + 2AB + B^2$$

۲۲- نفی گزاره زیر در کدام یک از گزینه‌ها به درستی نوشته شده است؟

«برخی دانش‌آموزان همه مدارس ایران به فوتبال علاقه ندارند.»

(۱) همه دانش‌آموزان برخی مدارس ایران به فوتبال علاقه ندارند.

(۲) برخی دانش‌آموزان همه مدارس ایران به فوتبال علاقه دارند.

(۳) مدرسی در ایران وجود دارد که همه دانش‌آموزان آن‌ها به فوتبال علاقه دارند.

(۴) در برخی از مدارس ایران دانش‌آموزانی وجود دارند که به فوتبال علاقه دارند.

۲۳- گزاره $p \Leftrightarrow (p \wedge q)$ با کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی است؟

(۱) p

(۲) $\sim (p \vee q)$

(۳) $p \wedge q$

(۴) $\sim q$

۲۴- اگر $A = \emptyset$ و $B = \{\emptyset\}$ و $C = \{\{\emptyset\}\}$ باشند، آنگاه چه تعداد از روابط زیر درست است؟

(الف) $A \in C$ (ب) $C \subseteq B$ (ج) $B \in C$ (د) $A \in B$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۵- اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 10 < 10\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 27\}$ باشند، آنگاه مجموعه $A \cap B$ را به چند

روش می‌توان به دو زیرمجموعه افراز کرد؟

(۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۲۶- اگر A, B و C سه مجموعه ناتهی با مجموعه مرجع U باشند و $A - (A - B) = \emptyset$ ، آنگاه مجموعه

$(A \cap B)' \cap [(B' - C)' - (B - (A \cup C))]$ برابر با کدام است؟

(۱) $B \cup C$ (۲) \emptyset (۳) C (۴) $C - B$

۲۷- اگر $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشند، آنگاه مجموعه $A^T - A \times B$ چند زیرمجموعه دارد؟

(۱) ۱۲۸ (۲) ۲۵۶ (۳) ۵۱۲ (۴) ۱۰۲۴

۲۸- کدام گزاره با مثال نقض رد نمی‌شود؟

(۱) برای مجموعه A, B و C هرگاه $A \cup B = A \cup C$ باشد، آنگاه $B = C$ است.

(۲) عدد $2^n - 1$ به‌ازای هر عدد طبیعی n بزرگ‌تر از ۱، اول است.

$$2^4 - 1 = 15 = 3 \times 5$$

$$2^6 - 1 = 63 = 3 \times 3 \times 7$$

(۳) حاصل‌ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۴) اگر k حاصل‌ضرب دو عدد صحیح متوالی باشد، آنگاه $k + 1$ مربع کامل است.

۲۹- اگر $0 \leq a, b < 17$ باشند، آنگاه چند جفت عدد صحیح (a, b) در عبارت $2a^2 - b^2 = 2(a - b)^2$ صدق می‌کند؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

۳۰- فرض کنید $x \neq 0$ عددی گویا و y عددی گنگ است. اگر بخواهیم به روش برهان خلف نشان دهیم که $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

عددی گنگ است، به چه تناقضی می‌رسیم؟

(۲) $x + y$ عددی گویاست.

(۱) y عددی گویاست.

(۴) 1 عددی گنگ است.

(۳) xy عددی گویاست.

فیزیک

۳۱- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

(۱) کمیت‌های فیزیکی با عدد و یکای مناسب آن بیان می‌شوند.

(۲) برای توصیف کمی پدیده‌های فیزیکی، از کمیت‌های فیزیکی استفاده می‌کنیم.

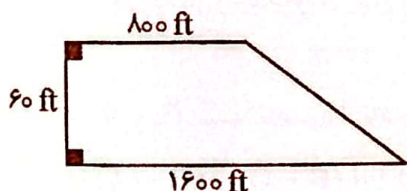
(۳) یکای هر کمیت فیزیکی، مستقل از سایر کمیت‌ها است.

(۴) هر کمیت برداری را باید با عدد، یکای مناسب و جهت آن بیان کنیم.

۳۲- ابعاد یک زمین کشاورزی به شکل دوزنقه مطابق شکل زیر است. مساحت این زمین کشاورزی برحسب

سانتی‌مترمربع و به صورت نمادگذاری علمی به صورت $a \times 10^b$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟ (هر اینچ برابر با

2.54 cm و هر فوت برابر ۱۲ اینچ است.)



(۱) $12/86$

(۲) $13/48$

(۳) $15/83$

(۴) $18/96$

۳۳- اگر هر پاوند 500 گرم و هر فوت 30 سانتی‌متر در نظر گرفته شود، 240 میلی‌گرم 22.0 mg/cm^3 سانتی‌مترمربع بر مجذور

ثانیه چند کیلوپاوند فوت مربع بر مجذور دقیقه است؟

(۲) 1.92×10^{-3}

(۱) 1.92×10^{-6}

(۴) 3.2×10^{-3}

(۳) 3.2×10^{-6}

۳۴- شکل زیر نمودارهای حجم برحسب جرم دو فلز A و B را نشان می‌دهد. اگر حجم 450 g از فلز A برابر

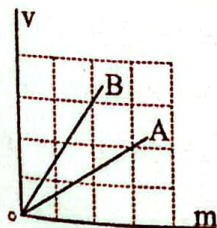
400 cm^3 باشد، جرم 300 cm^3 از فلز B چند گرم است؟

(۱) 100

(۲) 120

(۳) 150

(۴) 225



۳۵- شعاع یک کره فلزی ۴cm و جرم آن ۱۱۷۰g و چگالی آن ۷۸۰۰ واحد SI است. در این کره یک حفره وجود دارد. حجم این حفره، تقریباً چند درصد حجم کره را تشکیل می‌دهد؟ ($\pi = 3$)

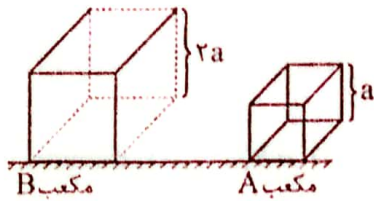
- (۱) ۷۰ (۲) ۵۸ (۳) ۴۱ (۴) ۳۶

۳۶- کدام عبارات‌های زیر درست هستند؟

- الف- هر قدر دما بیشتر باشد، قطره‌های قطره‌چکان بزرگ‌ترند.
 ب- ذرات جسم جامد به سبب نیروهای گرانشی که به یکدیگر وارد می‌کنند در کنار یکدیگر می‌مانند.
 ج- فاصله ذرات سازنده مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم است.
 د- نیروهای بین مولکولی کوتاه‌برد هستند و برد آن‌ها در حدود قطر مولکول‌های ماده است.
 هـ- هر قدر قطر لوله موئین کمتر باشد، سطح جیوه درون لوله کمتر است.

- (۱) ج - هـ (۲) ب - ج - د (۳) ج - د - هـ (۴) الف - ج - هـ

۳۷- مطابق شکل، دو مکعب توپر روی سطح زمین قرار دارند. ضلع مکعب A نصف ضلع مکعب B است و فشاری که هر یک از مکعب‌ها در این حالت بر سطح زمین وارد می‌کنند، با هم برابر است. اگر مکعب A را روی مکعب B قرار دهیم، فشاری که بین سطح زمین و مکعب B در این حالت وجود دارد، چند برابر فشار در حالت اول خواهد شد؟



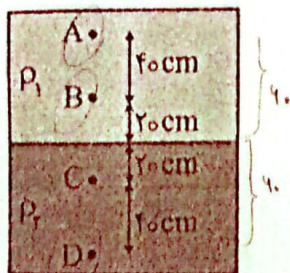
- (۱) ۲
 (۲) $\frac{5}{4}$
 (۳) $\frac{4}{5}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

۳۸- مساحت یکی از پنجره‌های یک زیردریایی ۵۰۰cm² است و نیروی وارده به آن در عمق معین از اقیانوس ۳۰/۵ kN است. اگر عمق زیردریایی ۲ برابر شود، نیروی وارد بر این پنجره به چند کیلو نیوتن خواهد رسید؟

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}, P_0 = 10^5 Pa)$$

- (۱) ۵۴ (۲) ۵۶ (۳) ۵۸ (۴) ۶۱

۳۹- در یک ظرف استوانه‌ای، دو مایع مخلوط نشدنی به چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 داریم. اگر اختلاف فشار میان C و D، سه برابر اختلاف فشار میان A و B باشد، اختلاف فشار میان B و A چند برابر اختلاف فشار میان B و C است؟

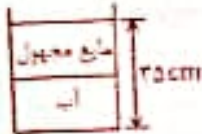


$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$

- (۱) ۲ ✓
 (۲) ۴
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

۲۰- در ظرف استوانه‌ای زیر، جرم آب و مایع مجهول با هم برابر است. اگر چگالی مایع، $\frac{4}{3}$ چگالی آب باشد، مجموع

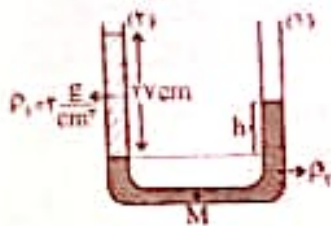
فشار وارد بر کف ظرف از طرف آب و مایع چقدر است؟ ($\rho_{\text{آب}} = \frac{1g}{cm^3}$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)



- ۱۲۰۰۰ (۱)
- ۸۰۰۰ (۲)
- ۴۵۰۰ (۳)
- ۳۰۰۰ (۴)

۲۱- در شکل زیر در شاخه (۱) مقدار مایع با چگالی ρ_1 ($\rho_1 < \rho_2$) می‌ریزیم تا اختلاف سطح مایع ρ_2 در دو شاخه باز هم

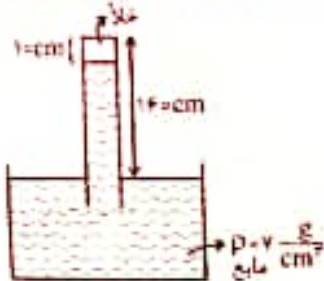
برابر با شود فشار در نقطه M چند سانتی‌متر جیوه تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13.5 \frac{g}{cm^3}$)



- ۴ (۱)
- ۸ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱۶ (۴)

۲۲- در شکل زیر مساحت انتهای لوله آزمایش $2cm^2$ است. اگر لوله را $20cm$ در راستای عمودی داخل مایع کنیم.

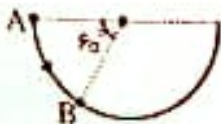
چه نیرویی از طرف مایع به انتهای بسته لوله وارد می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- ۱.۴ (۱)
- ۲.۸ (۲)
- ۲.۶ (۳)
- ۵.۲۲ (۴)

۲۳- مطابق شکل، قره‌ای روی محیط دایره‌ای به شعاع $20cm$ در مدت $2s$ از نقطه A به B می‌رسد. سرعت متوسط

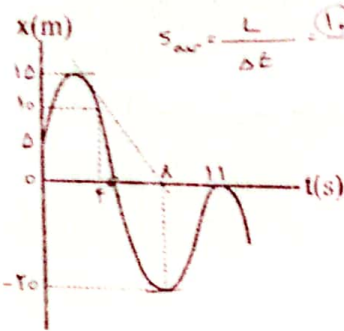
این قره چند $\frac{cm}{s}$ است؟ ($\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$)



- 30 (۱)
- $10\sqrt{3}$ (۲)
- ۲۰ (۳)
- $20\sqrt{3}$ (۴)

$$\frac{1+1+1+1+1}{5} = 1$$

۴۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند مطابق شکل است. کدام عبارت ها درست است؟



الف - جهت بردار مکان جسم دوبار عوض شده است. $s_{avg} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{10+15+20+10}{11} = \frac{45}{11}$

ب - تندی متوسط جسم در مدت ۰ تا ۱۱s برابر $5 \frac{m}{s}$ است.

ج - تندی جسم در لحظه $t = 4s$ برابر $2/5 \frac{m}{s}$ است.

د - جهت حرکت متحرک سه بار عوض شده است.

ه - بزرگی سرعت متوسط جسم در بازه ۰ تا ۸s برابر $2/5 \frac{m}{s}$ است.

- (۱) ج - ه (۲) ج - د (۳) الف - ه (۴) الف - ج

۴۵- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند در SI به صورت $x = t^2 - 10t + 24$ است.

چند ثانیه بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

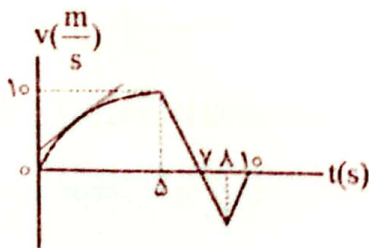
۴۶- معادله مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، در SI به صورت $x = 2t^2 + t - 12$ است. اگر

مسافت طی شده توسط متحرک در فاصله زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 2s$ برابر $10m$ باشد، اندازه جابه جایی آن در

این بازه زمانی چند متر است؟

- (۱) $+10$ (۲) -10 (۳) $+12$ (۴) -12

۴۷- با توجه به نمودار سرعت - زمان زیر که مربوط به متحرکی است که روی خط راست



حرکت می کند، کدام گزینه درست است؟

(۱) در ۵ ثانیه اول شتاب جسم در حال افزایش است.

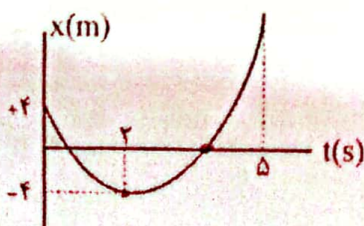
(۲) در لحظه $t = 7s$ بزرگی شتاب جسم $3 \frac{m}{s^2}$ است.

(۳) در مدت زمانی که حرکت جسم کندشونده و در جهت منفی است، جهت شتاب در

خلاف جهت محور است.

(۴) در بازه صفر تا ۸s، بزرگی شتاب متوسط جسم $5/8$ متر بر مجذور ثانیه است.

۴۸- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل است. در ۵ ثانیه نخست این حرکت، تندی متوسط این متحرک چند



از سرعت متوسط آن بیشتر است؟

(۱) $1/6$ (۲) $3/2$ (۳) ۴ (۴) $4/8$

$v_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{5} = 0$

$y = ax^2 + bx + c$

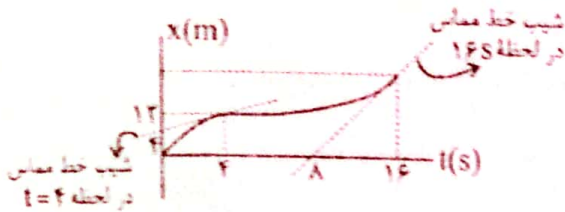
$(0, 4) \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 4$

$(2, -4) \Rightarrow -4 = 4a - 4b + 4$

$c = 4 \Rightarrow s_{avg} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{0}{5}$

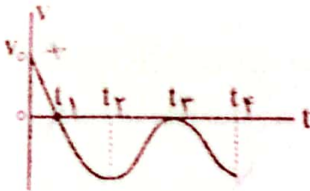
$14a - 4b = -2$

۴۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی ۴s تا ۱۶s برابر سرعت متحرک در لحظه $t = 4s$ باشد، سرعت متحرک در لحظه $t = 16s$ چند برابر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا ۱۶s است؟



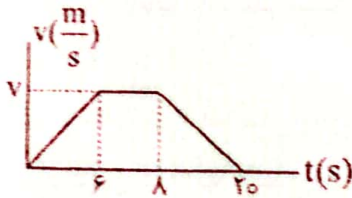
- (۱) ۰٫۵
- (۲) ۱٫۵
- (۳) ۴
- (۴) ۲

۵۰- نمودار $(v-t)$ متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. با توجه به نمودار کدامیک از گزینه‌ها نادرست است؟



- (۱) در بازه زمانی t_1 تا t_3 متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.
- (۲) در بازه زمانی صفر تا t_1 حرکت متحرک از نوع شتابدار کندشونده است.
- (۳) متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_4 دو بار تغییر جهت داده است.
- (۴) متحرک در مدت زمان حرکت خود، یک بار تغییر جهت داده است.

۵۱- شکل زیر نمودار سرعت - زمان متحرکی را که بر خط راست حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. اندازه شتاب متحرک در حالت کندشونده چند برابر شتاب متحرک در حالت تندشونده حرکت است؟

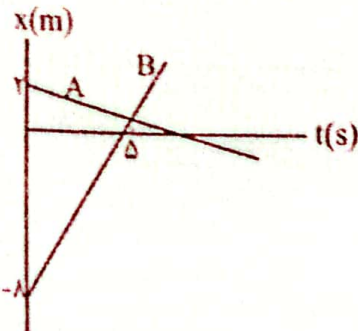


- (۱) $\frac{1}{8}$
- (۲) $\frac{1}{9}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

۵۲- قطاری به طول ۱۰۰m و با تندی $20 \frac{m}{s}$ به ابتدای یک تونل رسیده و بعد از ۲۵s به طور کامل از آن خارج می‌شود. به مدت چند ثانیه قطار مشاهده نمی‌شود؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۲٫۵
- (۳) ۱۵
- (۴) ۲۰

۵۳- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. چند ثانیه پس از $t = 5s$ فاصله دو متحرک از یکدیگر ۸ متر می‌شود؟



- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۷
- (۴) ۹

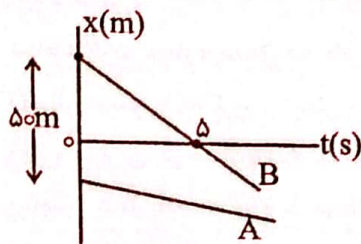
۵۴- متحرکی مسافت معینی را بر مسیر مستقیم با تندی $۴۰ \frac{m}{s}$ طی می‌کند. در ادامه چند درصد از طول مسیر را با

تندی $۲۰ \frac{m}{s}$ بازگردد تا اندازه سرعت متوسط آن در کل مسیر $۱۰ \frac{m}{s}$ باشد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

۵۵- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور X حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. در مدتی که بردار مکان دو متحرک خلاف جهت یکدیگر است، فاصله آن‌ها ۲۰ متر تغییر می‌کند. بعد از چند ثانیه فاصله دو

متحرک برابر یا کمتر از ۱۰ متر خواهد بود؟



(۱) ۱۰

(۲) ۲/۵

(۳) ۷/۵

(۴) ۵

شیمی

۵۶- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) بر اساس داده‌های وویجر ۱ و ۲، دانشمندان، سیاره‌های سامانه خورشیدی را به دو دسته سیاره‌های سنگی و سیاره‌های گازی تقسیم کردند.
- (۲) یافته‌هایی مانند تفاوت نوع و میزان فراوانی عنصرها در زمین و مشتری، نشان می‌دهد که عنصرها به صورت غیریکنواخت در جهان توزیع شده‌اند.
- (۳) ستاره‌ها کارخانه تولید عنصرها هستند و طی واکنش‌های هسته‌ای که درون آن‌ها رخ می‌دهد، عنصرهای سبک‌تر از عنصرهای سنگین‌تر پدید می‌آیند.
- (۴) گوگرد، جزو عنصرهای مشترک زمین و مشتری است، اما جرم این عنصر در سیاره مشتری به مراتب بیشتر از کره زمین است.

۵۷- برای عنصر فرضی ${}^A_Z E$ ، چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

- شمار پروتون‌ها، الکترون‌ها و نوترون‌ها در آن به ترتیب برابر Z ، Z و $A-Z$ است.
- مجموع شمار ذره‌های زیراتمی آن، برابر $A+Z$ است.
- نسبت شمار نوترون‌ها به شمار الکترون‌ها در یون E^{n-} از رابطه $\frac{A-Z}{Z+n}$ به دست می‌آید.
- اگر در این عنصر رابطه $A = 1/5Z + 5$ برقرار باشد و این عنصر در مجموع 180 ذره زیراتمی داشته باشد، شمار نوترون‌های آن برابر 40 است.

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۵۸- کدام عبارت درست است؟

- (۱) در همکربان رادیوایزوتوپها، نسبت شمار نوترونها به پروتونها، برابر یا بیش از $1/5$ است.
 (۲) نخستین عنصر ساخت بشر، برای تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می شود و امروزه بیشتر آن به صورت مصنوعی تهیه می شود.
 (۳) در یک نمونه طبیعی اورانیم، بیش از ۹۹ درصد اتمها، قابلیت استفاده به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی را ندارند.
 (۴) به کمک موقعیت یک عنصر در جدول دوره‌ای، می توان اطلاعاتی درباره شماره گروه، دوره و شمار ذره‌های زیراتمی آن عنصر به دست آورد.

۵۹- کدام عبارت درباره جدول دوره‌ای عنصرها، نادرست است؟

- (۱) دومین عنصر آن به گروه ۱۸ تعلق دارد.
 (۲) دوره سوم آن، دو عنصر با نماد شیمیایی تک حرفی دارد.
 (۳) مجموع شمار عنصرها در چهار دوره اول آن، برابر ۱۸ است.
 (۴) آخرین عنصر آن ۲۳۶ ذره زیراتمی باردار دارد.
 ۶۰- تمام ایزوتوپهای عنصر X در واکنشگاه هسته‌ای ساخته می شوند. اگر در یک واکنشگاه هسته‌ای برای تولید این عنصر به ازای هر ۲ ایزوتوپ ^{180}X ، ۳ ایزوتوپ ^{182}X و به ازای هر ۴ ایزوتوپ ^{182}X ، ۵ ایزوتوپ ^{184}X ساخته شود، درصد فراوانی سنگین ترین ایزوتوپ ساخته شده از این عنصر به تقریب و جرم اتمی میانگین عنصر X کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & 182/4 - 42/8 \\ (2) & 184/2 - 42/8 \\ (3) & 182/4 - 48/2 \\ (4) & 184/2 - 48/2 \end{array}$$

۶۱- نیکوتین (162g.mol^{-1} : جرم مولی) موجود در دود سیگار و قلیان یک ماده سمی است که ۹۰ میلی گرم آن می تواند باعث مرگ یک انسان بزرگسال شود. اگر فرمول مولکولی نیکوتین $\text{C}_x\text{H}_{14}\text{N}_y$ باشد، این مقدار

نیکوتین به تقریب چند مول است و نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است؟ ($\text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

$$\begin{array}{ll} (1) & 4 \text{ و } 5/5 \times 10^{-4} \\ (2) & 5 \text{ و } 5/5 \times 10^{-4} \\ (3) & 4 \text{ و } 4/5 \times 10^{-3} \\ (4) & 5 \text{ و } 4/5 \times 10^{-3} \end{array}$$

۶۲- یک گرم از کدام ترکیب، از اتمهای بیشتری تشکیل شده است؟ ($\text{F} = 19, \text{O} = 16, \text{C} = 12: \text{g.mol}^{-1}$)



۶۳- کدام موارد زیر درست است؟

- (الف) اگر ابعاد جسمی کوچکتر از ۴۰۰ نانومتر باشد، آن جسم را نمی توان با میکروسکوپ نوری دید.
 (ب) مدل اتمی بور با موفقیت توانست، طیف نشری خطی عنصرها از جمله هیدروژن را توجیه کند.
 (ج) اگر رنگ شعله نمک کلسیم کلرید، نارنجی باشد، رنگ شعله کلسیم نیترات، به یقین نارنجی است.
 (د) تعداد و جایگاه نوارهای رنگی در گستره مرئی در طیف نشری خطی عناصر گروه اول جدول تناوبی، مشابه یکدیگر است.

$$(1) \text{ الف - د} \quad (2) \text{ الف - ج} \quad (3) \text{ ب - ج} \quad (4) \text{ ب - د}$$

۶۴- پرتو مرئی مربوط به کدام انتقال الکترونی در اتم هیدروژن، پس از عبور از منشور، انحراف بیشتری دارد؟

(۲) $n = 3 \rightarrow n = 2$

(۱) $n = 2 \rightarrow n = 1$

(۴) $n = 4 \rightarrow n = 3$

(۳) $n = 6 \rightarrow n = 2$

۶۵- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر، به ترتیب در کدام گزینه آورده شده است؟

(الف) هر لایه الکترونی با عدد کوانتومی n دارای n زیرلایه یا عدههای کوانتومی فرعی یکسان است.

(ب) بیشترین گنجایش الکترونی یک لایه، دو برابر مجذور عدد کوانتومی اصلی آن لایه است.

(ج) جمله عمومی بیشترین گنجایش الکترونی زیرلایهها به صورت $4l + 2$ ($l \geq 0$) است.

(د) مطابق قاعده آفیا، هنگام افزودن الکترون به زیرلایهها، ابتدا زیرلایه‌ای پر می‌شود که عدد کوانتومی اصلی

کوچک‌تری داشته باشد.

(۲) نادرست - درست - درست - نادرست

(۱) نادرست - نادرست - درست - درست

(۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

(۳) درست - درست - درست - نادرست

۶۶- لایه الکترونی سوم ($n = 3$) اتم عنصری دارای ۱۸ الکترون است. کوچک‌ترین عدد اتمی که می‌توان به این عنصر

نسبت داد، کدام است؟

(۴) ۳۰

(۳) ۲۹

(۲) ۲۸

(۱) ۲۶

۶۷- اتم‌های X و Y ایزوتوپ یکدیگر هستند. اگر مجموع شمار ذره‌های زیراتمی یون X^{2+} برابر ۸۰

باشد، کدام عبارت نادرست است؟

(۲) اتم X به گروه ۶ جدول تناوبی تعلق دارد.

(۱) شمار الکترون‌های یون Y^{2+} برابر ۲۴ است.

(۴) حاصل عبارت $\frac{nm}{n+m}$ ، برابر ۶ است.

(۳) ایزوتوپ سبکتر، دارای ۳ نوترون است.

۶۸- با توجه به جدول زیر که برخی ویژگی‌های آرایش الکترونی اتم عنصرهای X ، Y ، E و M را نشان می‌دهد، چه

تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

عنصر	X	Y	E	M	ویژگی
	۴	۵	۳	۴	شمار زیرلایه‌های ۲ الکترونی
	۱	۲	۲	۳	شمار زیرلایه‌های ۶ الکترونی
	۰	۰	۱	۰	شمار زیرلایه‌های ۱۰ الکترونی

• عدد اتمی عنصر X ، برابر ۱۴ است.

• عنصر Y چهارمین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای است.

• آرایش الکترونی عنصر E از قاعده آفیا پیروی نکرده است.

• کاتیون M^{2+} دارای ۵ الکترون با مشخصات $l = 2$ است.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۶۹- کدام موارد زیر درست است؟

(الف) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصرهای $Z=15$ و $M=25$ برابر است.

(ب) اگر اتم عنصر X دارای ۱۱ الکترون با مشخصات $l=1$ باشد، آرایش الکترون - نقطه‌ای آن به صورت \ddot{X} است.

(ج) اگر در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصری، سه الکترون جفت نشده وجود داشته باشد، نماد یون پایدار آن می‌تواند X^{3+} یا X^{3-} باشد.

(د) مجموع $n+l$ الکترون‌هایی که باید از اتم Y جدا شود تا کاتیون Y^{2+} تشکیل شود، برابر ۹ است.

(۴) ب - ج - د

(۳) ج - د

(۲) ب - د

(۱) الف - ج

۷۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) فرمول شیمیایی نیتريد فلز M^{24} ، که شمار ذرات زیراتمی درون هسته آن با هم برابر است به صورت M_3N_7 است.

(۲) شمار پیوندهای اشتراکی در مولکول متان دو برابر شمار این پیوندها در مولکول اکسیژن است.

(۳) در میان ترکیب‌های شیمیایی CaO ، CO ، FeO و N_2O یک ترکیب یونی و سه ترکیب مولکولی وجود دارد.

(۴) اگر در مولکول AX_3 که در آن همه اتم‌ها قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کنند، ۳ پیوند کووالانسی وجود داشته باشد، اتم A به گروه ۱۵ تعلق دارد.

۷۱- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

• امید به زندگی، شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور با هم تفاوت دارد و میانگین جهانی آن کمتر از نواحی برخوردار است.

• *عسل* حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه کربوکسیل دارند؛ از این رو عسل به راحتی در آب حل می‌شود.

• نیروی جاذبه میان ذرات سازنده سدیم کلرید، شباهت زیادی به نیروی جاذبه بین مولکولی در اوره دارد.

• مخلوط وازلین در بنزین مانند مخلوط اتیلن گلیکول در اتانول یک مخلوط همگن است که در هر دو، یک ماده ناقطبی در یک حلال ناقطبی حل شده است.

(۴) چهار

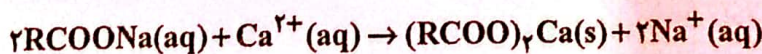
(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

۷۲- در اثر واکنش مقدار کافی صابون با زنجیر هیدروکربن سیرشده (R) که دارای ۱۵ اتم کربن است با ۱۰ لیتر آب

سخت ($d = 1 \text{ g.ml}^{-1}$) که دارای 0.4 گرم یون کلسیم است، چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟



($\text{Ca} = 40$, $\text{O} = 16$, $\text{C} = 12$, $\text{H} = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

۵/۵ (۴)

۱۱ (۳)

۱۳ (۲)

۶/۵ (۱)

۷۳- کدام موارد زیر درست است؟

- (الف) COO^- قسمت باردار جزء آنیونی یک صابون است که سبب پخش شدن ذرات ریز چربی در آب می‌شود.
 (ب) ترکیب $\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_2-\text{COOH}$ ، اسید چرب محسوب نمی‌شود، اما نمک سدیم آن به‌عنوان شوینده جهت تولید در صنعت پیشنهاد می‌شود.
 (ج) اگر یک نوع صابون در نمونه‌ای از آب خوب کف نکند، غلظت یون Ca^{2+} در این نمونه آب از غلظت یون Na^+ بیشتر است.

(د) $\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_{15}-\text{COOK}$ یک صابون مایع است که بخش آنیونی آن ۵ جفت الکترون ناپیوندی دارد.

- (۱) الف - ب (۲) الف - د (۳) ب - ج (۴) ج - د

۷۴- برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون، استفاده از کدام ماده مناسب‌تر است؟

- (۱) مواد شیمیایی کلردار (۲) نمک‌های فسفات
 (۳) ترکیب‌های گوگرددار (۴) کلسیم کلرید

۷۵- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

- اگر مخلوطی ناهمگن دارای توده‌های مولکولی با اندازه متفاوت باشد، می‌توان آن را جزو کلوئیدها دسته‌بندی کرد.
- همه پاک‌کننده‌ها را می‌توان از گرم کردن روغن‌های گیاهی یا جانوری با سدیم هیدروکسید تهیه کرد.
- هنگامی که صابون وارد آب می‌شود از طرف زنجیر هیدروکربنی خود با مولکول‌های چربی، جاذبه وان‌دروالسی برقرار می‌کند.

• میزان چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های پلی‌استر، بیشتر از پارچه‌های نخی است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۶- جرم مولی یک پاک‌کننده غیرصابونی جامد که زنجیر هیدروکربنی سیرشده (R) در آن ۱۳ اتم کربن دارد، چند گرم بیشتر از جرم مولی یک صابون جامد سیرشده با ۱۸ اتم کربن است؟

($\text{S} = 32, \text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۵۲ (۲) ۴۲ (۳) ۵۶ (۴) ۴۶

۷۷- با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب‌های زیر، کدام مطالب به یقین درست است؟

(۱) ترکیب: $\text{R}-\text{SO}_3\text{Na}$

(۲) ترکیب: NaOH

(۳) ترکیب: HCl

(۴) ترکیب: $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{12}\text{COOH}$

(الف) ترکیب (۱) پاک‌کننده غیرصابونی است و در آب سخت قدرت پاک‌کنندگی خود را از دست نمی‌دهد.

(ب) ترکیب‌های (۲) و (۳) پاک‌کننده خورنده هستند و با آلاینده‌ها می‌توانند واکنش دهند.

(ج) از واکنش ترکیب‌های (۳) و (۴) می‌توان یک پاک‌کننده صابونی جامد تهیه کرد.

(د) نام ترکیب (۳) هیدروکلریک اسید یا جوهرنمک است که از یاخته‌های دیواره‌ی معده انسان هم ترشح می‌شود.

- (۱) ب - د (۲) الف - ب (۳) ج - د (۴) الف - د

۷۸- با توجه به جدول زیر، داده‌های کدام ردیف درست است؟

ردیف	نام ترکیب شیمیایی	نوع اکسید	رنگ کاغذ pH	نوع و شمار یون‌ها در اثر انحلال ۱ مول
۱	گوگرد دی‌اکسید	اسیدی	قرمز	$2H^+(aq), 2SO_4^{2-}(aq)$
۲	باریم‌اکسید	بازی	آبی	$Ba^{2+}(aq), OH^-(aq)$
۳	دی‌نیتروژن پنتا‌اکسید	اسیدی	قرمز	$2H^+(aq), 2NO_3^-(aq)$
۴	لیتیم‌اکسید	بازی	آبی	$Li^+(aq) + OH^-(aq)$

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

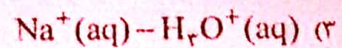
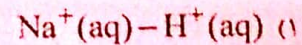
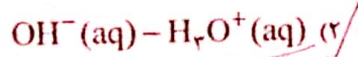
۷۹- کدام عبارت، درست است؟

- (۱) واکنش سدیم هیدروکسید و بودر آلومینیوم با آب، گرماده بوده و همراه با تولید گاز اکسیژن است.
- (۲) اسیدها موادی ترش‌مزه هستند که با فلزها واکنش می‌دهند و در تماس با پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند.
- (۳) سوانت آرنیوس که روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد، نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر مبنای علمی توصیف کرد.
- (۴) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند و ورود فاضلاب‌های صنعتی به رودخانه‌ها سبب کاهش pH می‌شود.

۸۰- پاسخ درست پرسش‌های «الف» و «ب» در کدام گزینه است؟

الف) نشان دادن یون هیدرونیوم در محلول‌های آبی به کدام صورت درست‌تر است؟

ب) خاصیت بازی محلول سدیم هیدروکسید به کدام یون نسبت داده می‌شود؟





آزمون ۳ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – مرحله اول (۱۴۰۲/۰۷/۲۸)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

 @sanjesheducationgroup

 @sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

چون $X = 2$ در دامنه تابع نیست، پس $X = 2$ ریشه مخرج است، یعنی $ax - 4 = 0$ است؛ بنابراین $a = 2$ است و داریم:

$$f(x) = \frac{2}{2x - 4} = \frac{1}{x - 2} = \frac{x - 2}{(x - 2)^2}$$

$$f(x - 1) = \frac{x - 1 - 2}{(x - 1 - 2)^2} = \frac{x - 3}{(x - 3)^2} = \frac{x - 3}{x^2 - 6x + 9}$$

با مقایسه ضابطه $g(x)$ با این ضابطه، مقادیر $p = -3$ و $m = -6$ و $n = 9$ به دست می آیند؛ پس:

$$m - n + p = -6 - 9 - 3 = -18$$

۲. گزینه ۳ درست است.

$$0 \leq a - [a] < 1$$

نکته:

تابع 2^x اکیداً صعودی است و چون $\text{gof}(x) = 2^{f(x)}$ است، در نتیجه برای یافتن برد این تابع باید محدوده f را بیابیم:

$$0 \leq \frac{x-1}{3} - \left[\frac{x-1}{3} \right] < 1 \Rightarrow 0 \leq x - 1 - 3 \left[\frac{x-1}{3} \right] < 3$$

$$\Rightarrow 1 \leq x - 3 \left[\frac{x-1}{3} \right] < 4 \Rightarrow 1 \leq f(x) < 4 \Rightarrow 2^1 \leq 2^{f(x)} < 2^4$$

پس برد تابع gof برابر بازه $[2, 16]$ است.

۳. گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه $f + g$ ثابت و gof خطی است، پس هر دو تابع f و g خطی اند. فرض کنید $g(x) = ax + b$ باشد:

$$(f + g)(x) = 6 \Rightarrow f(x) = 6 - g(x) = 6 - ax - b$$

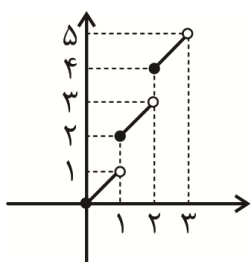
$$\text{gof}(x) = 10 - 9x \Rightarrow a(6 - ax - b) + b = 10 - 9x \Rightarrow -a^2x + 6a - ab + b = 10 - 9x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a^2 = -9 \\ 6a - ab + b = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow g(x) = 3x + 4 \\ a = -3 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow g(x) = -3x + 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(3) = 13 \text{ یا } -2 \Rightarrow \text{جمع} = 11$$

۴. گزینه ۴ درست است.

نمودار تابع $y = x + [x]$ به صورت مقابل است و از طرفی:



$$\begin{cases} \text{fof}^{-1}(x) = x & x \in R_f \\ \text{f}^{-1} \circ \text{f}(x) = x & x \in D_f \end{cases}$$

دقت کنید که برد تابع f شامل $y = \frac{7}{2}$ نیست، پس $\text{fof}^{-1}(\frac{7}{2})$ وجود ندارد، ولی چون دامنه f

شامل $\frac{7}{2}$ است، پس $\text{f}^{-1} \circ \text{f}(\frac{7}{2}) = \frac{7}{2}$ است.

۵. گزینه ۴ درست است.

$$f^{-1}(a) = b \Rightarrow f(b) = a \Rightarrow b^3 + b + 21 = a$$

نقطه $A(a, b)$ را در وارون تابع صدق می دهیم:

از طرفی مختصات A در معادله خط صدق می کند؛ پس $b = a + 6$ و یا $a = b - 6$ و بنابراین:

$$\Rightarrow b^3 + b + 21 = b - 6 \Rightarrow b^3 = -27 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow a = -9$$

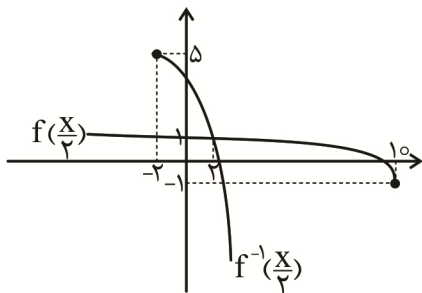
و در نتیجه $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$ است.

۶. گزینه ۲ درست است.

اولاً باید بین دامنه دو تابع $f(\frac{x}{p})$ و $f^{-1}(\frac{x}{p})$ اشتراک بگیریم و ثانیاً باید شرط منفی نبودن زیر رادیکال را بررسی کنیم:

$$f(x) = \sqrt{5-x} - 1 \begin{cases} D_F = (-\infty, 5] \\ R_F = [-1, +\infty) \end{cases}$$

$$\text{وارون: } x = \sqrt{5-y} - 1 \Rightarrow y = f^{-1}(x) = 5 - (x+1)^2 \begin{cases} D_{f^{-1}} = [-1, +\infty) \\ R_{f^{-1}} = (-\infty, 5] \end{cases}$$



پس دامنه $f(\frac{x}{p})$ بازه $(-\infty, 10]$ و دامنه $f^{-1}(\frac{x}{p})$ بازه $[-2, +\infty)$ است که اشتراک این دو بازه به صورت $[-2, 10]$ است.

حال به کمک نمودار f و f^{-1} ، شرط نامنفی بودن زیر رادیکال را بررسی می‌کنیم:

$$f(\frac{x}{p}) \geq f^{-1}(\frac{x}{p}) \Rightarrow 2 \leq x \leq 10$$

از اشتراک این بازه با بازه $[-2, 10]$ دامنه نهایی به صورت بازه $[2, 10]$ خواهد بود که شامل ۹ عدد صحیح است.

۷. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) = -(x-1)^3 - 1 \Rightarrow -f(x) = (x-1)^3 + 1$$

$$g(x) = 2(x+1)^3 + 5 \Rightarrow \frac{1}{p}g(x) = (x+1)^3 + \frac{5}{p}$$

برای تبدیل $-f(x)$ به $\frac{1}{p}g(x)$ باید دو واحد به چپ و $1/5$ واحد به بالا انتقال دهیم.

۸. گزینه ۴ درست است.

اگر f اکیداً صعودی و $f(a) < f(b)$ باشد، آنگاه $a < b$ است.

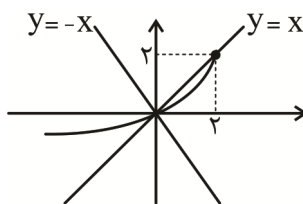
$$f(g(x+2)) < 1 \Rightarrow f(g(x+2)) < f(3) \Rightarrow g(x+2) < 3 \Rightarrow (x+2)^2 - 5(x+2) - 3 < 3$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 12 < 0 \Rightarrow -3 < x < 4$$

اعداد صحیح -2 و -1 و 0 ، 1 ، 2 و 3 در این نامساوی‌ها صدق می‌کنند که جمع آن‌ها برابر ۳ است.

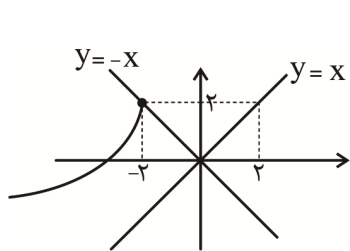
۹. گزینه ۳ درست است.

ابتدا دقت کنید که نمودار تابع $y = f(-2x)$ به صورت زیر است:



$$f(-2x) = 2 - \sqrt{-2x + 4}$$

اگر نمودار $f(-2x)$ را بیش از چهار واحد به سمت چپ انتقال دهیم، هیچ کدام از نیمسازها را قطع نمی‌کند.

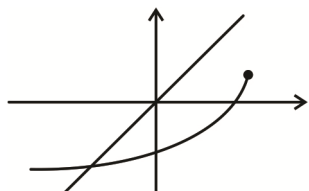


$$y = f(-2x + b) \Rightarrow y = f\left(-2\left(x - \frac{b}{2}\right)\right)$$

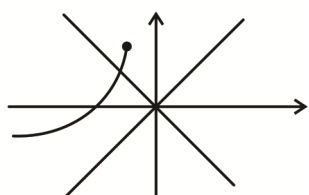
پس کافی است $-\frac{b}{2} > 4$ باشد، یعنی $b < -8$ باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

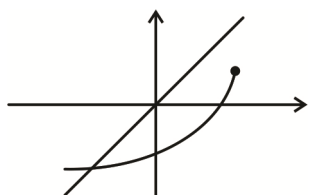
(۱) $b > 8$: نمودار تابع $f(-2x)$ به اندازه بیشتر از $\frac{b}{2}$ به سمت راست می‌رود:



(۲) $b > -8$: نمودار تابع $f(-2x)$ به اندازه کمتر از $-\frac{b}{2}$ به سمت چپ می‌رود (حتی ممکن است به سمت راست برود):



(۴) $b < 8$: نمودار تابع $f(-2x)$ به اندازه کمتر از $\frac{b}{2}$ به سمت راست می‌رود (حتی ممکن است به سمت چپ برود):



۱۰. گزینه ۱ درست است.

$$f(x) = 6x^2 + 12x + 8 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - x^3 = (x+2)^3 - x^3$$

پس $g(x) = (x+2)^3$ است.

$$\begin{cases} f(10) = 12^3 - 10^3 \\ f(12) = 14^3 - 12^3 \\ f(14) = 16^3 - 14^3 \Rightarrow \text{جمع} = 30^3 - 10^3 = 26000 \\ \vdots \\ f(28) = 30^3 - 28^3 \end{cases}$$

چون $g(28) = 27000$ است، پس اختلاف این مقدار برابر ۱۰۰۰ می‌شود.

۱۱. گزینه ۲ درست است.

نمودار تابع از مبدأ عبور می‌کند، پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow 3b + 18 = 0 \Rightarrow b = -6$$

$$f(x) = (ax^2 - 6)(x + 3) + 18$$

با توجه به شکل، معادله f به صورت $a((x+1)^3 - 1)$ است:

$$(ax^3 - 6)(x+3) + 18 = a((x+1)^3 - 1)$$

$$ax^3 + 3ax^2 - 6x = a(x^3 + 3x^2 + 3x) \Rightarrow 3a = -6 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = -2((x+1)^3 - 1) = -2(x^3 + 3x^2 + 3x)$$

هدف، محاسبه باقی مانده تقسیم $f(x-4)$ بر $x-6$ است و کافی است $x=6$ را در عبارت $f(x-4)$ جایگزین کنیم:

$$R = f(6-4) = f(2) = -2(8 + 12 + 6) = -52$$

۱۲. گزینه ۱ درست است.

$$x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + x^{n-2}a + \dots + a^{n-1})$$

نکته: اگر n یک عدد طبیعی باشد، آنگاه:

حالا فرض کنید $x^3 = t$ باشد:

$$t^9 - 1 = (t-1)(t^8 + t^7 + t^6 + \dots + t + 1)$$

$$f(x) = x^{24} + x^{21} + x^{18} + \dots + x^3 + 1$$

از طرفی باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ برابر $f(-1)$ است؛ پس:

$$R = f(-1) = 1$$

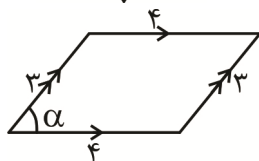
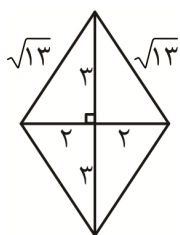
حالا قضیه تقسیم را می نویسیم. دقت کنید که مجموع ضرایب $g(x)$ ، همان $g(1)$ است.

$$f(x) = (x+1)g(x) + 1$$

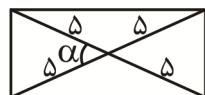
$$x=1 \Rightarrow f(1) = 2g(1) + 1 \Rightarrow 9 = 2g(1) + 1 \Rightarrow g(1) = 4$$

۱۳. گزینه ۳ درست است.

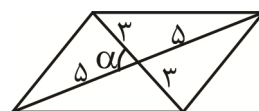
قطرهای لوزی عمود بر هم هستند و یکدیگر را نصف می کنند. پس یک لوزی با داشتن طول قطرهای ۴ و ۶ قابل رسم است. (البته نسبت به هم نهشتی فقط یکی قابل رسم است).



در متوازی الاضلاع مقابل طول دو ضلع ۳ و ۴ است. در ترسیم، با تغییر مقدار α بی شمار متوازی الاضلاع غیرهم نهشت به وجود می آیند.



با تغییر اندازه زاویه بین دو قطر مستطیل مقابل، بی شمار مستطیل با طول قطر ۱۰ می توان رسم کرد که هم نهشت نیستند.

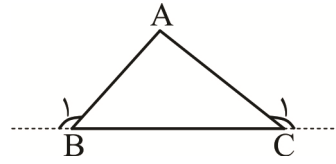


در متوازی الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می کنند. پس با تغییر اندازه زاویه بین دو قطر، بی شمار متوازی الاضلاع غیرهم نهشت با طول قطرهای ۶ و ۱۰ به وجود می آیند.

۱۴. گزینه ۲ درست است.

روش اول: می‌دانیم اندازه هر زاویه خارجی در مثلث، برابر مجموع دو زاویه درونی و نامجاور آن است. یعنی در $\triangle ABC$ با فرض اینکه $\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 28^\circ$ باشد، داریم:

$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{A} + \hat{C} \\ \hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\hat{B}_1 + \hat{C}_1}_{=28^\circ} = \underbrace{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{A}}_{=180^\circ} \Rightarrow \hat{A} = 100^\circ$$

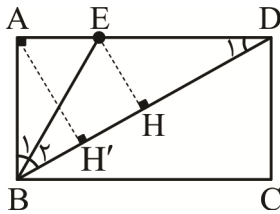


نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث، بیرون آن واقع است. \Rightarrow

روش دوم: می‌دانیم مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث، برابر 360° است. چون مجموع اندازه‌های دو زاویه خارجی برابر با 28° است، پس زاویه خارجی سوم، برابر 8° و اندازه زاویه درونی متناظر با آن، برابر $100^\circ - 8^\circ = 100^\circ$ است. یعنی مثلث ABC یک زاویه باز (منفرجه) دارد و در نتیجه، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های آن، بیرون مثلث قرار می‌گیرد.

۱۵. گزینه ۴ درست است.

چون E روی عمودمنصف قطر BD است، پس $EB = ED$ است و می‌دانیم که



$\triangle BEH \cong \triangle DEH$ است، اما دو مثلث ABE و BEH نیز به حالت (وتر و یک ضلع قائمه) با یکدیگر هم‌نهشت هستند (BE نیمساز زاویه ABD است). از این‌رو $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{D}_1 = 3^\circ$ پس $\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{D}_1 = 9^\circ$ و چون $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{D}_1$ است. در نتیجه داریم:

$$\triangle ABD: 3^\circ \text{ ضلع } AB \text{ روبه‌رو به زاویه } 3^\circ \Rightarrow 2AB = BD \Rightarrow BD = 8\sqrt{3}$$

$$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{144} = 12$$

$$\text{اکنون بنابر رابطه } \frac{AB \times AD}{2} = \frac{AH' \times BD}{2} \text{ مساحت } \triangle ABD, \text{ خواهیم داشت:}$$

$$4\sqrt{3} \times 12 = AH' \times 8\sqrt{3} \Rightarrow AH' = \frac{4 \times 12}{8} = 6$$

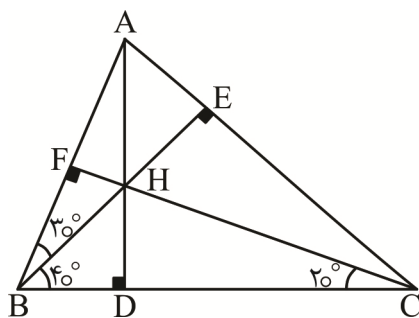
۱۶. گزینه ۲ درست است.

در مثلث BCF اندازه‌های دو زاویه، 2° و 7° است، پس:

$$\hat{F} = 180^\circ - (7^\circ + 2^\circ) = 90^\circ$$

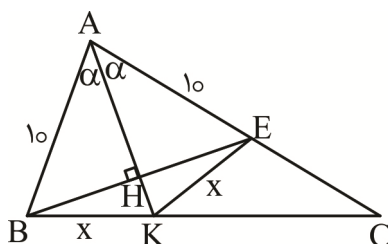
بنابراین تا اینجا، در مثلث ABC دو ارتفاع AD و CF رسم شده‌اند و می‌دانیم ارتفاع‌ها هم‌رس‌اند؛ در نتیجه BE نیز ارتفاع است. حالا در مثلث ABE داریم:

$$\hat{A} = 180^\circ - (90^\circ + 3^\circ) = 60^\circ$$



۱۷. گزینه ۳ درست است.

AH ارتفاع و نیمساز مثلث ABE است؛ پس مثلث ABE متساوی‌الساقین است و چون AH عمودمنصف این مثلث متساوی‌الساقین است، K روی عمودمنصف BE قرار می‌گیرد.



$$AB = AE = 10 \Rightarrow BH = HE = 5/5$$

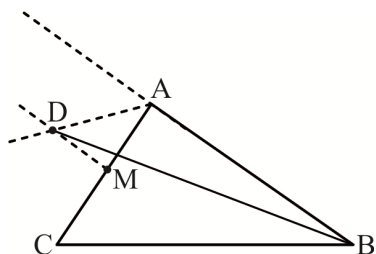
عدد ۲۳ می تواند محیط مثلث باشد. $\Rightarrow 22 < \underbrace{2x + 11}_{+11} < 2x \Rightarrow 0 < 11 < 2x$ $\xrightarrow{\text{نابرابری مثلث}}$ $KB = KE = x$ Δ BKE : محیط مثلث

۱۸. گزینه ۳ درست است.

روش اول: چون $\hat{B} < \hat{C}$ ، پس بنا بر قضیه صفحه ۲۴ کتاب هندسه ۱، $AC < AB$ و با

همین استدلال در مثلث DAB، چون \hat{DAB} بزرگترین زاویه مثلث است (اگر فرض

کنیم $\hat{CAB} = \alpha$ ، آنگاه $\hat{DAB} = 90^\circ + \frac{\alpha}{2} > 90^\circ$ ، پس: $BD > AB$ (*)



اما چون D روی عمود منصف AC است، پس ΔADC متساوی الساقین است و میانه

AM همان ارتفاع وارد بر قاعده. در مثلث قائم الزاویه AMD، ضلع AD وتر است و در نتیجه بنا بر نابرابری مثلثی:

$AD > AM$ (**). بنابراین با افزودن AM به دو طرف نابرابری (*) و سپس افزودن BD به دو طرف (***) و با توجه

به اینکه $AM = \frac{AC}{2}$ ، داریم:

$$AD + BD \underset{(***)}{>} AM + BD \underset{(*)}{>} AM + AB \Rightarrow \frac{AD + BD}{AM + AB} > 1$$

روش دوم: بر روی امتداد AB و رو به بیرون مثلث ABC، نقطه N را چنان انتخاب می کنیم که $AN = AM$ باشد و

همین کار را برای امتداد DB (رو به بیرون مثلث) انجام می دهیم و A' را به گونه ای می یابیم که $A'D = AD$ ؛ در این

صورت با توجه به اینکه $AD > AM = AN$ و نیز $BD > AB$ خواهیم داشت:

$$\underbrace{AD + BD}_{=A'B} > \underbrace{AN + AB}_{=NB} \Rightarrow \frac{A'B}{NB} > 1 \Rightarrow \frac{AD + BD}{AN + AB} > 1$$

۱۹. گزینه ۴ درست است.

ماتریس A به صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} \log_6^6 & \log_{16}^{18} \\ \log_6^{12} & \log_6^{36} \end{bmatrix}$$

از طرفی $\log_6^6 = 1$ و $\log_6^{36} = 2$ و همچنین:

$$\log_6^{12} + \log_6^{18} = \log_6^{12 \times 18} = \log_6^{216} = \log_6^{6^3} = 3 \log_6^6 = 3$$

بنابراین مجموع درایه های ماتریس A مساوی ۶ است.

۲۰. گزینه ۲ درست است.

طرفین را در $A - I$ ضرب می کنیم و داریم:

$$(A - I)(A^4 + A^3 + A^2 + A + I) = (A - I) \times \bar{O} \Rightarrow A^5 - I^5 = \bar{O} \Rightarrow A^{25} = I \xrightarrow{\times A} A^{26} = A$$

۲۱. گزینه ۱ درست است.

چون $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ است، پس $AB = BA$ است و یعنی دو ماتریس تعویض پذیر هستند. حال شرایط تعویض پذیری را فراهم می‌کنیم:

$$AB = \begin{bmatrix} x & 1 \\ -2y & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+2 & y-x \\ -8y+4 & 4y \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1 \\ -2y & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+2y & 2 \\ 2x-2y^2 & 2+2y \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[\text{برابری درایه‌های نظیر}]{AB=BA} \begin{cases} 4x+2y = 4x+2 \\ y-x = 2 \\ -8y+4 = 2x-2y^2 \\ 4y = 2+2y \end{cases} \Rightarrow y=1, x=-1 \Rightarrow (2y)^2 - x = 4+1 = 5$$

۲۲. گزینه ۳ درست است.

اگر گزاره داده شده را به زبان ریاضی برگردانیم، با گزاره‌ای به صورت روبرو طرف هستیم: $\exists x, \forall y; P(x, y)$ به طوری که $\exists x$ به معنی برخی دانش‌آموزان و $\forall y$ به معنی همه مدارس است. حالا باید نقیض گزاره را با استفاده از قوانین منطق سورها به دست آوریم:

$$\sim (\exists x, \forall y; P(x, y)) \equiv \forall x, \exists y; \sim P(x, y)$$

بدین ترتیب اگر به زبان طبیعی بخواهیم، گزاره به دست آمده را بنویسیم، به صورت زیر درمی‌آید:

«همه دانش‌آموزان برخی مدارس ایران به فوتبال علاقه دارند.»

البته گزاره بالا را می‌توان با بیان هم‌ارز دیگری نیز بیان کرد؛ مانند گزاره زیر:

«مدارسی در ایران وجود دارد که همه دانش‌آموزان آن‌ها به فوتبال علاقه دارند.»

۲۳. گزینه ۲ درست است.

طبق تعریف $p \leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ، همچنین $p \Rightarrow q \equiv p \vee q$ و $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ (قانون جذب) برقرار هستند و در نتیجه:

$$\begin{aligned} (\sim p \wedge q) \Leftrightarrow p &\equiv ((\sim p \wedge q) \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow (\sim p \wedge q)) \\ &\equiv (\sim (\sim p \wedge q) \vee p) \wedge (\sim p \vee (\sim p \wedge q)) \\ &\equiv ((p \vee \sim q) \vee p) \wedge \sim p \\ &\equiv (p \vee \sim q) \wedge \sim p \\ &\equiv (p \wedge \sim p) \vee (\sim q \wedge \sim p) \\ &\equiv F \vee (\sim q \wedge \sim p) \\ &\equiv \sim q \wedge \sim p \\ &\equiv \sim (p \vee q) \end{aligned}$$

۲۴. گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه $B = \{\emptyset\}$ و $C = \{\{\emptyset\}\}$ است، واضح است که «الف» و «ب» نادرست و «ج» و «د» درست‌اند.

۲۵. گزینه ۱ درست است.

روش اول:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x^2 - 10| < 10\} = \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 27\right\} = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{-1, 1, 2, 3\}$$

بنابر تعریف افراز در صفحه ۲۱ کتاب آمار و احتمال، افرازهای دوعضوی مجموعه $A \cap B$ به صورت زیر است که شمار آن‌ها برابر با ۷ است:

$$\{1, 2\} \cup \{-1, 3\}; \{1, 3\} \cup \{-1, 2\}; \{1, -1\} \cup \{2, 3\}; \{1\} \cup \{-1, 2, 3\}; \{2\} \cup \{-1, 1, 3\}; \{3\} \cup \{-1, 1, 2\};$$

$$\{-1\} \cup \{1, 2, 3\}$$

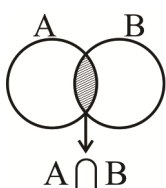
روش دوم: این روش مربوط به بودجه‌بندی این آزمون نیست، اما دانش‌آموزانی که با روش‌های شمارش (فصل ۶، کتاب ریاضی ۱) آشنا هستند، می‌توانند از روش حل زیر، پاسخ را به دست آورند:

$$\text{شمار حالت‌های افراز به دو مجموعه ۲ عضوی} = \frac{\binom{4}{2}}{2!} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \text{شمار افرازهای مطلوب} = 3 + 4 = 7$$

$$\text{شمار حالت‌های افراز به یک مجموعه ۳ عضوی و یک تک‌عضوی} = \binom{4}{3} = 4$$

توجه: مراقب باشید! زیرا $(A \cap B) \neq \emptyset$ و اگر این اشتباه را مرتکب شوید، به گزینه (۴) خواهید رسید!

۲۶. گزینه ۳ درست است.



می‌دانیم که مجموعه $A - (A - B)$ ، بنابر نمودار ون، برابر است با $A \cap B$ (بخش سایه‌زده). پس در اینجا داریم: $A - (A - B) = A \cap B = \emptyset$ و دو مجموعه A و B جدا از هم (مجزا) هستند. بنابر مطالب صفحه‌های ۲۹ و ۳۳ کتاب آمار و احتمال، برای سه مجموعه چون E, F و G و $E - F = E \cap F'$ و $E - (F \cup G) = (E - F) \cap (E - G)$.

حالا به کمک قانون دمورگان $(B' \cap C')' = B \cup C$ می‌توانیم بنویسیم:

$$(A \cap B)' \cap [(B' - C)' - (B - (A \cup C))] = \emptyset' \cap [(B \cup C) - ((B - A) \cap (B - C))]$$

$$= U \cap [(B \cup C) - (B \cap (B - C))] = U \cap \underbrace{[(B \cup C) - (B - C)]}_{=C} = U \cap C = C$$

توجه: اگر به اشتباه بنویسید $B - (A \cup C) = (B - A) \cup (B - C)$ یا $B - (A \cup C) = (B \cap A) - (B \cap C)$ آنگاه به گزینه‌های ۱ یا ۴ خواهید رسید که نادرست هستند.

۲۷. گزینه ۴ درست است.

$$A^2 - A \times B = A \times A - A \times B = A \times (A - B) \quad \text{می‌توانیم بنویسیم:}$$

$$|A^2 - A \times B| = |A \times (A - B)| = |A| |A - B| = 5 \times 2 = 10 \quad \text{بنابراین:}$$

و می‌دانیم مجموعه ۱۰ عضوی $A^2 - A \times B$ ، دارای $2^{10} = 1024$ زیرمجموعه است.

۲۸. گزینه ۴ درست است.

گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(۱) این گزاره نادرست است و با مثال نقض رد می‌شود:

$$\left. \begin{array}{l} A = \{1, 2\} \\ B = \{1\} \\ C = \{2\} \end{array} \right\} \Rightarrow A \cup B = A \cup C, B \neq C$$

مثال نقض:

(۲) این گزاره نادرست است و با مثال نقض رد می‌شود:

$$n = 4 \Rightarrow 2^n - 1 = 2^4 - 1 = 15 \quad (\text{۱۵ عددی مرکب است.})$$

مثال نقض:

(۳) این گزاره نادرست است و با مثال نقض رد می‌شود:

مثال نقض: عدد گویا را صفر و عدد گنگ را $\sqrt{2}$ در نظر می‌گیریم:

$$0 \times \sqrt{2} = 0 = \text{عدد گویا}$$

(۴) این گزاره درست است و درستی آن را اثبات می‌کنیم:

$$k = n(n+1) \Rightarrow 4k+1 = 4n(n+1)+1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n+1)^2 = \text{عدد مربع کامل}$$

۲۹. گزینه ۳ درست است.

ابتدا رابطه داده‌شده را با عملیات‌های منطقی و ریاضی ساده می‌کنیم:

$$2a^2 - b^2 = 2(a-b)^2 \Rightarrow 2a^2 - b^2 = 2a^2 + 2b^2 - 4ab$$

$$\Rightarrow 2b^2 - 4ab = 0 \Rightarrow b(2b - 4a) = 0 \Rightarrow b = 0 \quad \text{یا} \quad a = \frac{3b}{4}$$

$$\text{اگر } b = 0 \xrightarrow{0 \leq a, b < 17} (0, 0), (1, 0), \dots, (16, 0) \Rightarrow 17 \text{ تا}$$

$$\text{اگر } a = \frac{3b}{4} \Rightarrow 0 \leq \frac{3b}{4} < 17 \Rightarrow 0 \leq b < \frac{17 \times 4}{3} \xrightarrow{0 \leq a, b < 17} (0, 0), (3, 4), (6, 8), (9, 12), (12, 16) \Rightarrow 5 \text{ تا}$$

توجه شود که $(0, 0)$ تکراری است و در نتیجه $17 + 4 = 21$ جفت عدد صحیح به صورت (a, b) وجود دارد.

۳۰. گزینه ۱ درست است.

روش اول: فرض کنیم (فرض خلف) که $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ گنگ نباشد؛ پس عددی گویا است، یعنی $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$ عددی

گویاست. می‌دانیم حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است؛ پس xy گنگ و عدد

$$xy \cdot \frac{x+y}{xy} = x+y$$

همچنین می‌دانیم که مجموع و تفاضل دو عدد گویا، عددی گویاست؛ در نتیجه باید عدد $(x+y) - x = y$ گویا باشد که تناقض با گنگ بودن y دارد.

روش دوم: فرض کنیم (فرض خلف) که $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ گنگ نباشد؛ پس عددی گویاست. می‌دانیم که $\frac{1}{x}$ گویا و مجموع و تفاضل

دو عدد گویا، عددی گویا است؛ پس داریم:

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) - \frac{1}{x} = \frac{1}{y} \in \mathbb{Q}$$

پس باید $y \in \mathbb{Q}$ باشد که یک تناقض است.

توجه: می‌شد به کمک تفاضل عددی گنگ از عددی گویا، به تناقض $x \in \mathbb{Q}^c$ رسید که در اینجا نیامده است.

فیزیک

۳۱. گزینه ۳ درست است.

تعداد کمیت‌های فیزیکی، آنچنان زیاد است که تعیین یکای مستقل برای همه آن‌ها در عمل ناممکن است. بسیاری از کمیت‌های فیزیکی مستقل از یکدیگر نیستند و توسط رابطه‌ها و تعریف‌های فیزیکی به یکدیگر وابسته‌اند.

۳۲. گزینه ۲ درست است.

ابتدا تمام طول‌ها را بر حسب سانتی‌متر به دست می‌آوریم.

$$۸۰۰\text{ft} \times \frac{۱۲\text{in}}{۱\text{ft}} \times \frac{۲.۵\text{cm}}{۱\text{in}} = ۲۴ \times ۱۰^۳ \text{ cm}$$

$$۱۶۰۰\text{ft} \times \frac{۱۲\text{in}}{۱\text{ft}} \times \frac{۲.۵\text{cm}}{۱\text{in}} = ۴۸ \times ۱۰^۳ \text{ cm}$$

$$۶۰\text{ft} \times \frac{۱۲\text{in}}{۱\text{ft}} \times \frac{۲.۵\text{cm}}{۱\text{in}} = ۱۸ \times ۱۰^۲ \text{ cm}$$

حال مساحت دوزنقه را به دست می‌آوریم:

$$\text{ارتفاع} \times \frac{(\text{قاعده بزرگ} + \text{قاعده کوچک})}{۲} = \text{مساحت دوزنقه}$$

$$\Rightarrow s = \frac{a+b}{۲} \times h = \frac{۲۴ \times ۱۰^۳ + ۴۸ \times ۱۰^۳}{۲} \times (۱۸ \times ۱۰^۲) = ۶۴۸ \times ۱۰^۵$$

حال مساحت دوزنقه را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$\begin{cases} ۶,۴۸ \times ۱۰^۷ \text{ cm}^2 \\ a \times ۱۰^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۶,۴۸ \\ b = ۷ \end{cases}$$

حال حاصل $a + b$ را به دست می‌آوریم:

$$a + b = ۶,۴۸ + ۷ = ۱۳,۴۸ \text{ cm}$$

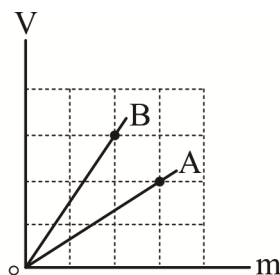
۳۳. گزینه ۱ درست است.

$$۲۴۰ \frac{\text{mg cm}^2}{\text{s}^2} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ g}}{۱ \text{ mg}} \times \frac{۱ (\text{پاوند})}{۵۰۰ \text{ g}} \times \left(\frac{۱ \text{ فوت}}{۳۰ \text{ cm}}\right)^2 \times \left(\frac{۶۰ \text{ s}}{۱ \text{ دقیقه}}\right)^2$$

$$= ۱,۹۲ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{پاوند فوت مربع}}{\text{مجدور دقیقه}} \times ۱۰^{-۳} = ۱,۹۲ \times ۱۰^{-۶} \frac{\text{کیلو پاوند فوت مربع}}{\text{مجدور دقیقه}}$$

۳۴. گزینه ۳ درست است.

ابتدا به کمک نقاط مشخص شده در نمودار، نسبت چگالی **B** به **A** را مشخص می‌کنیم:



$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho_B = \frac{4}{9} \rho_A$$

در ادامه با توجه به اینکه حجم فلز B، $\frac{3}{4}$ حجم فلز A است، نسبت جرم B به A را تعیین می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

$$\Rightarrow m_B = \frac{1}{3} m_A = \frac{1}{3} \times 450 \text{ g} = 150 \text{ g}$$

۳۵. گزینه ۳ درست است.

گام اول: حجم ظاهری کره را با استفاده از رابطه حجم کره ($V = \frac{4}{3} \pi r^3$) به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow V = \frac{4}{3} \times 3 \times (4)^3 = 256 \text{ cm}^3$$

گام دوم: حجم واقعی این کره را با استفاده از رابطه چگالی ($\rho = \frac{m}{V}$) و با توجه به یکسان‌سازی یکاها محاسبه می‌کنیم.

$$\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{1170}{7.8} = 150 \text{ cm}^3$$

گام سوم: حجم حفره را تعیین می‌کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = 256 - 150 = 106 \text{ cm}^3$$

گام چهارم: درصد حجم حفره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{ظاهری}}} = \frac{106}{256} \approx \frac{41}{100} \times 100 = 41\%$$

۳۶. گزینه ۱ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

الف- افزایش دما سبب کوچک‌تر شدن هم‌چسبی مولکول‌های مایع و کوچک‌تر شدن قطره‌های مایع می‌شود. (نادرست)

ب- نیروی الکتریکی سبب نگهداشتن ذرات جامد در کنار هم می‌شود. (نادرست)

ج- درست

د- برد نیروهای بین‌مولکولی تا چند برابر قطر مولکول‌ها است. (نادرست)

ه- درست

۳۷. گزینه ۲ درست است.

گام ۱: فشار هر دو مکعب بر سطح زمین در حالت اول با هم برابر است. از رابطه فشار ($P = \frac{F}{A}$) استفاده می‌کنیم و نسبت

جرم دو مکعب را به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{F_1}{A} = \frac{mg}{A}$$

$$P_{1A} = P_{1B} \Rightarrow \frac{m_A g}{A_A} = \frac{m_B g}{A_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{4}$$

گام ۲: فشار ناشی از مکعب‌ها بر سطح زمین در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$P = P_{VB} = \frac{(m_A + m_B)g}{A}$$

$$P_{VB} = \frac{(\frac{1}{4}m_B + m_B)g}{A_B} = \frac{\frac{5}{4}m_B g}{4a^2} P_{1B}$$

$$\frac{P_{VB}}{P_{1B}} = \frac{5}{4}$$

نسبت فشار در حالت دوم به فشار در حالت اول را تعیین می‌کنیم:

روش دوم: با توجه به اینکه در حالت دوم نسبت به حالت اول مساحت سطح مقطع ثابت می‌ماند و فقط جرم تغییر می‌کند، می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{VB}}{P_{1B}} = \frac{(m_A + m_B)}{m_B}$$

$$\frac{P_{VB}}{P_{1B}} = \frac{(\frac{1}{4}m_B + m_B)}{m_B} = \frac{5}{4}$$

۳۸. گزینه ۲ درست است.

ابتدا سهم فشار هوا در نیروی وارد بر پنجره را محاسبه می‌کنیم:

$$F = P_0 \cdot A = 10^5 \times \underbrace{500 \times 10^{-4}}_{m^2} = 5 \times 10^3 \text{ N} = 5 \text{ kN}$$

این یعنی سهم فشار آب در نیروی وارده به پنجره، $25/5 \text{ kN}$ است که با ۲ برابر شدن عمق زیردریایی، طبق رابطه

$$F = P \cdot A = \rho g h \times A$$

برابر ۲

برابر ۲

این سهم ۲ برابر شده و به 51 kN می‌رسد، درحالی‌که سهم فشار هوا در این نیرو تغییر نمی‌کند.

$$F = 2 \times 25/5 + 5 = 56 \text{ kN}$$

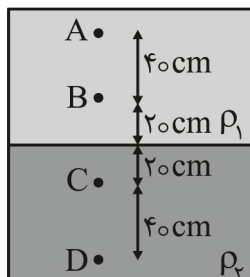
سهم آب

سهم هوا

۳۹. گزینه ۳ درست است.

با توجه به رابطه $P = \rho g h$ ، فشار یک نقطه درون یک مایع ساکن، به فاصله قائم آن نقطه از

سطح آزاد مایع بستگی دارد.



$$P_D - P_C = \rho_2 g \Delta h = 0,4 \rho_2 g \text{ (I)}$$

$$P_B - P_A = \rho_1 g \Delta h = 0,4 \rho_1 g \text{ (II)}$$

طبق صورت سؤال می‌دانیم اختلاف فشار میان دو نقطه C و D، سه برابر اختلاف فشار میان دو نقطه A و B است؛ پس:

$$P_D - P_C = 3(P_A - P_B) \xrightarrow{(I)} \rho_2 g = 3 \times \rho_1 g \Rightarrow \rho_2 = 3\rho_1 (*)$$

حال اختلاف فشار میان B و C را به دست می‌آوریم:

$$P_C - P_B = \rho_2 g \Delta h_2 + \rho_1 g \Delta h_1 \xrightarrow{(*)} P_C - P_B = 3\rho_1 g \times \frac{1}{2} + \rho_1 g \times \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$P_C - P_B = \frac{1}{2} \rho_1 g + \frac{1}{2} \rho_1 g = \rho_1 g$$

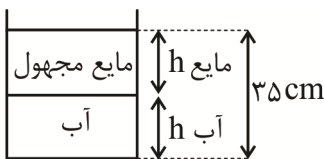
در نهایت داریم:

$$\frac{P_B - P_A}{P_C - P_B} = \frac{\frac{1}{2} \rho_1 g}{\rho_1 g} = \frac{1}{2}$$

پس گزینه ۳ درست است.

۴۰. گزینه ۴ درست است.

در این سؤال‌ها که دو یا چند مایع مخلوط نشدنی در یک ظرف استوانه‌ای قرار گرفته‌اند، باید در ابتدا ارتفاع هر مایع را به دست آوریم: رابطه‌ی بین جرم‌ها را بر حسب چگالی و حجم می‌نویسیم:



$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V = \rho A h$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} = m_{\text{مایع}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} \times h_{\text{آب}} = \rho_{\text{مایع}} \times h_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} \xrightarrow{\rho_{\text{مایع}} = \frac{3}{4} \rho_{\text{آب}}} \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \frac{3}{4} \rho_{\text{آب}} h_{\text{مایع}} \rightarrow h_{\text{آب}} = \frac{3}{4} h_{\text{مایع}} \quad (I)$$

$$h_{\text{آب}} + h_{\text{مایع}} = 35 \text{ cm} \quad (II)$$

همچنین می‌دانیم:

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} h_{\text{آب}} = \frac{3}{4} h_{\text{مایع}} \\ h_{\text{آب}} + h_{\text{مایع}} = 35 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow h_{\text{مایع}} = 20 \text{ cm} \text{ و } h_{\text{آب}} = 15 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{3}{4} \rho_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = \frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0.75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

حال فشار کل مایع بر کف ظرف را محاسبه می‌کنیم:

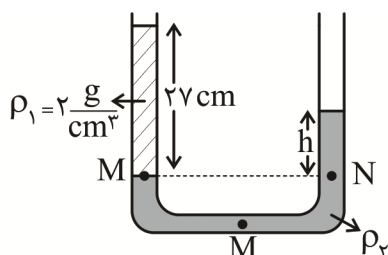
$$p_T = (\rho g h)_{\text{آب}} + (\rho g h)_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow P_T = 0.75 \times 10^3 \times 10 \times 20 \times 10^{-2} + 1 \times 10^3 \times 10 \times 15 \times 10^{-2} = 1500 + 1500 = 3000 \text{ Pa}$$

۴۱. گزینه ۱ درست است.

گام اول: قبل از ریختن مایع ρ_2 با استفاده از اصل هم‌فشار بودن نقاط هم‌تراز در یک مایع می‌توان نتیجه گرفت:

$$P_M = P_N \rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_2 g h + P_0 \rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h \quad (1)$$



گام دوم: اگر مایع ρ_p را در شاخه (۱) بریزیم سطح مایع ρ_p در شاخه (۱) پایین و در شاخه (۲) بالا می‌رود تا در شاخه (۲) به اندازه h بالاتر از شاخه (۱) شود با توجه به اینکه در شاخه (۲) از مایع ρ_p به اندازه h نسبت به نقطه M بالاتر رفته است نتیجه می‌گیریم در این شاخه فشار به اندازه $\rho_p gh$ زیاد شده و برای نقطه M نیز همین مقدار فشار افزایش یافته است.

با استفاده از معادله (۱) می‌توان نوشت:

$$\Delta P_M = \rho_p gh = \rho_1 gh_1$$

گام سوم: چون چگالی جیوه برابر $\frac{13}{5} \frac{g}{cm^3}$ داده شده است، این اختلاف فشار را بر حسب سانتی‌متر جیوه حساب می‌کنیم:

$$\rho_1 gh_1 = \rho_{\text{جیوه}} gh' \rightarrow 2 \times 27 = 13/5 \times h' \rightarrow h' = 4 \rightarrow \Delta P = 4 \text{ cm Hg}$$

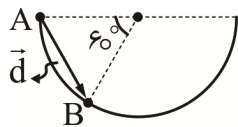
۴۲. گزینه ۱ درست است.

از شکل اولیه تست مشخص می‌شود که فشار هوا در محل، معادل فشار 15°cm ستون مایع موجود در ظرف است. با 20°cm وارد کردن لوله به ظرف، 10°cm طول فضای خلأ از بین رفته و طول ستون مایع در لوله به 14°cm می‌رسد این یعنی فشار در انتهای لوله معادل 10°cm ستون این مایع است.

$$F = P \cdot A = \rho gh \times A = \frac{7 \times 10^3}{\frac{kg}{m^3}} \times 10 \times \frac{1}{10} \times \frac{2 \times 10^{-4}}{m^2} \Rightarrow F = 1/4 \text{ N}$$

۴۳. گزینه ۱ درست است.

بردار جابه‌جائی، برداری است که مکان اولیه را مستقیماً به مکان نهایی جسم وصل می‌کند. مطابق شکل، مثلث متساوی‌الاضلاع خواهیم داشت:



$$|\vec{d}| = \text{شعاع} = R = 20 \text{ cm}$$

$$V_{av} = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{20}{2} = 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۴۴. گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

الف- می‌دانیم اگر علامت مکان جسم تغییر کند، جهت بردار مکان نیز عوض می‌شود و نمودار $X - t$ اگر در نمودار محور t را قطع کند جهت بردار مکان عوض می‌شود، در این نمودار یک‌بار در لحظه t_2 تغییر جهت بردار مکان صورت گرفته است. (نادرست)

ب- برای محاسبه تندی متوسط، باید مسافت را حساب کرده و بر مدت‌زمان طی شدن مسافت تقسیم کنیم. (نادرست)

$$I = 10 + 15 + 20 + 20 = 65 \text{ m}, S_{av} = \frac{65 \text{ m}}{11 \text{ s}}$$

ج- شیب خط مماس بر نمودار $X - t$ برابر سرعت و بزرگی آن برابر تندی در لحظه مورد نظر است: $S = \frac{10}{4} = 2/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (درست)

د- در لحظه‌های t_1 ، 8 s و 11 s جهت حرکت عوض شده است. (درست)

ه- بنابر رابطه سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-20 - 5}{8 - 0} = -\frac{25}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(نادرست)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

هنگامی که متحرک در قسمت منفی محور X ها قرار دارد، بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور X ها است. به کمک تعیین علامت معادله مکان - زمان را تعیین می‌کنیم:

$$x = t^2 - 10t + 24 \begin{cases} \rightarrow t_1 = 4s \\ \rightarrow t_2 = 6s \end{cases}$$

t	4	6
x	+ φ	- φ +

پس در بازه زمانی (4s, 6s) در قسمت منفی محور Xها است و بردار مکان در خلاف جهت محور Xها است.

$$\Delta t = 6 - 4 = 2s$$

۴۶. گزینه ۱ درست است.

گام ۱: برای محاسبه جابه‌جایی باید بررسی کنیم آیا در بازه زمانی تعیین شده، متحرک تغییر جهت می‌دهد، یا خیر.

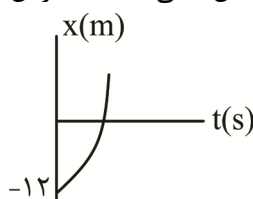
معادله (x - t)، معادله درجه دوم است؛ بنابراین ابتدا لحظه بیشینه یا کمینه (اکسترمم) آن را از رابطه $t_s = -\frac{b}{2a}$ حساب می‌کنیم:

$$t_s = -\frac{1}{2}s$$

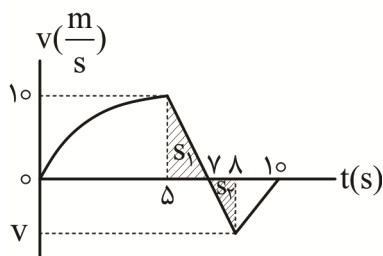
گام ۲: چون $t_s < 0$ است، این لحظه جزء حرکت متحرک نیست؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت جهت حرکت متحرک در بازه زمانی $t > 0$ تغییری نمی‌کند و اندازه جابه‌جایی با مسافت طی شده در هر بازه زمانی یکسان است.

توجه: در حرکت جسم روی خط راست، اگر جهت حرکت تغییر نکند، اندازه جابه‌جایی و مسافت برابرند.

روش دوم حل: با استفاده از رسم نمودار مکان - زمان می‌توان گفت متحرک در هیچ لحظه‌ای تغییر مکان نمی‌دهد؛ بنابراین مسافت طی شده با جابه‌جایی متحرک برابر است.



۴۷. گزینه ۴ درست است.



گام اول: از تشابه دو مثلث S_1 و S_2 استفاده می‌کنیم و سرعت متحرک در لحظه $t = 8s$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{10 - 0}{0 - v} = \frac{7 - 5}{8 - 7} \rightarrow v = -5 \frac{m}{s}$$

گام دوم: با استفاده از رابط شتاب متوسط یعنی $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ مقدار آن را در بازه 0 تا $8s$ حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{-5 - 0}{8 - 0} = \frac{-5}{8} \rightarrow |a_{av}| = \frac{5}{8}$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

- در ۵ ثانیه اول شیب خط مماس بر نمودار (که بیانگر شتاب متحرک است) در حال کاهش است و در لحظه $t = 5s$ شیب خط مماس برابر صفر است، یعنی در لحظه $t = 5s$ شتاب به صفر رسیده است.

- چون در بازه $t = 5s$ تا $t = 8s$ شیب خط ثابت است؛ نتیجه می‌گیریم شتاب متوسط در این بازه برابر شتاب در هر لحظه

$$a_{av} = \frac{-5 - 10}{8 - 5} = \frac{-15}{3} = -5 \frac{m}{s^2} \text{ است. } t = 5s \text{ تا } t = 8s$$

- در بازه زمانی ۸s تا ۱۰s حرکت کندشونده (اندازه سرعت در حال کاهش است) و در جهت منفی (علامت سرعت منفی) است و شیب خط این جهت نمودار مثبت است، پس در این بازه شتاب مثبت و در جهت محور است. (نادرست)
۴۸. گزینه ۲ درست است.

با توجه به نمودار، این متحرک ابتدا ۸m در جهت منفی محور X حرکت کرده و در ادامه پس از بازگشت به مکان اولیه، به حرکت خود در جهت مثبت محور X ادامه داده است. این ۸m رفت و برگشت، جمعاً ۱۶m مسافت را بیشتر از اندازه جابه‌جایی می‌کند.

$$? = s_{av} - v_{av} = \frac{\ell - |\Delta x|}{\Delta t} = \frac{16}{5} = 3,2 \frac{m}{s}$$

۴۹. گزینه ۴ درست است.

طبق صورت سؤال سرعت متوسط در بازه زمانی ۴s تا ۱۶s با سرعت در لحظه $t = 4s$ برابر است. مطابق شکل با توجه به شیب خط مماس در لحظه $t = 4s$ داریم.

$$v(4s) = \frac{12 - 4}{4} = \frac{2m}{s}$$

$$V_{av}(4s - 16s) = v(4s) \Rightarrow \frac{x_{16s} - x_{4s}}{16 - 4} = 2 \Rightarrow \frac{x_{16s} - 12}{12} = 2 \Rightarrow x(16s) = 36m$$

حال سرعت متحرک را در لحظه $t = 16s$ به دست می‌آوریم. با توجه به شیب خط مماس در لحظه $t = 16s$ داریم:

$$v(16s) = \frac{36 - 0}{16 - 8} = \frac{36}{8} = \frac{9m}{2s}$$

حال سرعت متوسط متحرک را از بازه صفر تا ۱۶s به دست می‌آوریم:

$$V_{av}(0 - 16s) = \frac{x_{16s} - x_0}{16 - 0} = \frac{36 - 0}{16} = \frac{9m}{4s}$$

$$\frac{V_{16s}}{V_{av}(0 - 16s)} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{9}{4}} = \frac{4}{2} = 2$$

۵۰. گزینه ۳ درست است.

در بازه زمانی t_1 تا t_3 سرعت منفی و متحرک در خلاف جهت محور X حرکت کرده است. در بازه زمانی صفر تا t_1 شیب نمودار کاهش می‌یابد و در لحظه t_1 سرعت متحرک صفر می‌شود. در این بازه زمانی $v > 0$ و $a < 0$ و در نتیجه $av < 0$ است و حرکت کندشونده است. در بازه زمانی t_1 تا t_4 ، علی‌رغم آنکه در لحظه t_3 ، سرعت صفر شده است، اما متحرک تغییر جهت نداده است و در بازه زمانی t_1 تا t_4 متحرک در سوی منفی محور X ($v < 0$) حرکت کرده است و فقط یک بار در لحظه t_1 ، متحرک تغییر جهت داده است؛ بنابراین گزینه ۳ نادرست است.

۵۱. گزینه ۳ درست است.

می‌دانیم شتاب در هر لحظه، در واقع همان شیب نمودار سرعت - زمان است. در بازه زمانی $8s < t < 20s$ حرکت متحرک کندشونده است؛ پس:

$$|a_{(8s-20s)}| = \left| \frac{0 - v}{20 - 8} \right| = \frac{v}{12}$$

در بازه زمانی $0 < t < 6s$ حرکت متحرک تندشونده است؛ پس:

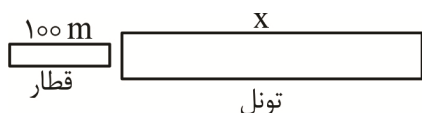
$$a_{(0-6s)} = \frac{v}{6}$$

حالا داریم:

$$\frac{a_{(18-20s)}}{a_{(0-6s)}} = \frac{\frac{v}{12}}{\frac{v}{6}} = \frac{1}{2}$$

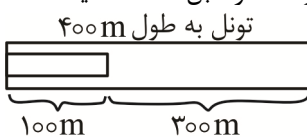
۵۲. گزینه ۳ درست است.

از فرض تست، ابتدا طول تونل را محاسبه می‌کنیم. عبور کامل قطار از تونل هنگامی رخ می‌دهد که انتهای قطار به انتهای تونل برسد. این یعنی انتهای قطار مسافتی معادل مجموع طول قطار و تونل را طی می‌کند:



$$\Delta x = v \cdot t \Rightarrow 100 + x = 20 \times 25 \Rightarrow x = 400 \text{ m}$$

از زمانی که قطار به‌طور کامل درون تونل است تا زمانی که ابتدای قطار از انتهای تونل خارج شود، قطار قابل مشاهده نیست:



$$\Delta x = v \cdot t \Rightarrow 300 = 20 \times t \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

به مدت ۱۵s قطار به‌طور کامل درون تونل بوده و دیده نمی‌شود.

۵۳. گزینه ۲ درست است.

روش اول:

گام ۱: معادله مکان - زمان هر دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow x_A = v_A t + 2$$

$$x_B = v_B t + x_0 \Rightarrow x_B = v_B t - 8$$

گام ۲: با توجه به آنکه فاصله دو متحرک از یکدیگر مشخص است، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = x_B - x_A = 8 \Rightarrow (v_B - v_A) t - 10 = 8$$

گام ۳: با توجه به نمودار می‌توان از اطلاعات داده‌شده استفاده کرد. هر دو متحرک در $t = 5 \text{ s}$ به یکدیگر رسیده‌اند، یعنی

$$\Delta x = 0$$

$$(v_B - v_A) \times 5 - 10 = 0 \Rightarrow \overbrace{v_B - v_A}^{\Delta v} = 2$$

گام ۴: مقدار Δv به‌دست آمده را معادله گام ۲ قرار می‌دهیم:

$$2t - 10 = 8 \Rightarrow t = 9 \text{ s} \Rightarrow 9 - 5 = 4 \text{ s}$$

۵۴. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} \text{ در هر قسمت}$$

این متحرک ابتدا مسافت d را در مدت $\frac{d}{40}$ ثانیه طی کرده و سپس طولی مانند x را در مدت $\frac{x}{20}$ ثانیه باز می‌گردد:

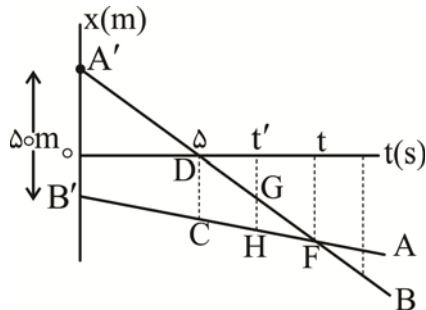
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{d - x}{\frac{d}{40} + \frac{x}{20}} \Rightarrow \frac{d}{4} + \frac{x}{2} = d - x$$

ضرب جملات در ۴

$$d + 2x = 4d - 4x \Rightarrow 6x = 3d \Rightarrow x = \frac{d}{2} = 50\% d$$

پس باید ۵۰٪ مسافت طی شده را باز گردد.

۵۵. گزینه ۴ درست است.



گام اول: در بازه ۰ تا ۵s بردار مکان B مثبت و بردار مکان A در جهت منفی است و از $t = 5s$ به بعد مکان هر دو متحرک منفی است.

گام دوم: از تشابه دو مثلث $A'B'F$ با DCF استفاده می‌کنیم و لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند (لحظه t) را حساب می‌کنیم. دقت کنید که در لحظه $t = 5$ فاصله دو متحرک یعنی DC، به اندازه $20m$ کمتر از لحظه $t = 1$ است؛ پس می‌توان نوشت:

$$DC = 50 - 20 = 30m$$

$$S_{A'B'F} \sim S_{DCF} \Rightarrow \frac{50}{30} = \frac{t}{t-5} \rightarrow t = 12/5s$$

گام سوم: اکنون لحظه‌ای که فاصله دو متحرک به 10 متر می‌رسد را حساب می‌کنیم. در این مرحله نیز از تشابه مثلث‌های DCF و GHF استفاده می‌کنیم:

$$\frac{30}{50} = \frac{12/5 - 5}{12/5 - t'} \rightarrow t' = 10s$$

گام چهارم: بین لحظه $10s$ تا $12/5s$ فاصله دو متحرک برابر 10 متر و کمتر از آن است؛ یعنی مدت زمان $2/5$ ثانیه، اما همین مدت زمان پس از عبور آن‌ها از یکدیگر فاصله‌شان کمتر از 10 متر و برابر 10 متر است، پس در کل $5s$ خواهد بود.

شیمی

۵۶. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست است؛ زیرا ۴ سیارهٔ درونی منظومه خورشیدی از جنس سنگ و ۴ سیارهٔ بیرونی آن، گازی هستند. (ص ۳)

(۲) درست است. (ص ۴)

(۳) نادرست است؛ زیرا در ستاره‌ها طی واکنش‌های هسته‌ای، عنصرهای سبک‌تر به عنصرهای سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.

(۴) درست است؛ زیرا در ۸ عنصر نخست زمین و مشتری، گوگرد و اکسیژن مشترک هستند. درصد فراوانی این دو عنصر تقریباً یکسان است. اما به دلیل جرم بسیار زیاد مشتری، مقدار گوگرد در مشتری خیلی از زمین بیشتر است. (ص ۳)

۵۷. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول درست است؛ شمار نوترون‌های یک عنصر $(Z E^A)$ از تفاضل عدد جرمی و عدد اتمی به دست می‌آید:

$$A - Z = \text{شمار نوترون‌ها}$$

عبارت دوم درست است؛ زیرا اتم عنصر $(Z E^A)$ دارای Z پروتون، Z الکترون و $A - Z$ نوترون است. پس مجموع شمار

ذرات زیراتمی آن برابر $Z + Z + A - Z = A + Z$ است.

عبارت سوم درست است؛ زیرا یون ${}^A_Z E^{n-}$ دارای Z پروتون، $Z + n$ الکترون و $A - Z$ نوترون است.

عبارت چهارم درست است؛ مجموع شمار ذرات زیراتمی ${}^A_Z E$ برابر $A + Z$ است:

$$A + Z = 180 \text{ یا } A = 180 - Z$$

از طرف دیگر سؤال گفته شده $A = 1/5Z + 5$ ، پس این دو عبارت را مساوی قرار می‌دهیم:

$$180 - Z = 1/5Z + 5 \Rightarrow 2/5Z = 175 \Rightarrow Z = 70$$

$$A = (1/5 \times 70) + 5 \Rightarrow A = 110 \Rightarrow N = 110 - 70 = 40$$

(ص ۵)

۵۸. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست است؛ زیرا برخی از عناصر رادیوایزوتوپ هستند اما نسبت $\frac{N}{P}$ در آن‌ها بزرگ‌تر یا مساوی $1/5$ نیست. مانند:

$$\text{تکنسیم } ({}^{99}_{43}\text{TC}) \Rightarrow \frac{N}{P} = \frac{56}{43} = 1/3 \quad (\text{ص ۶})$$

(۲) نادرست است؛ زیرا امروزه همه ${}^{99}\text{TC}$ موجود در جهان به‌طور مصنوعی ساخته می‌شود. (ص ۷)

(۳) درست است؛ زیرا ایزوتوپی از اورانیم که قابلیت استفاده به‌عنوان سوخت در راکتورهای اتمی را دارد ${}^{235}\text{U}$ است که فراوانی آن $0/7\%$ درصد است. بقیه آن $99/3\% = 100 - 0/7$ درصد است که قابلیت استفاده به‌عنوان سوخت هسته‌ای را ندارد. (ص ۸)

(۴) نادرست است؛ زیرا موقعیت یک عنصر در جدول تناوبی، اطلاعاتی درباره شمار نوترون‌های یک عنصر نمی‌دهد. (ص ۱۱)

۵۹. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست است؛ زیرا دومین عنصر جدول تناوبی هلیوم (${}^2\text{He}$) است که یک گاز نجیب بوده و به گروه ۱۸ جدول تعلق دارد.

(۲) درست است؛ زیرا عناصر با نماد تک‌حرفی دوره دوم شامل B, C, N, O و عناصر با نماد تک‌حرفی دوره سوم شامل P و S است.

(۳) نادرست است؛ زیرا مجموع شمار عنصرهای چهار دوره اول جدول تناوبی برابر ۳۶ عنصر است.

دوره جدول	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
شمار عنصرها	۲	۸	۸	۸	۱۸	۳۲	۳۲

(۴) درست است؛ زیرا عدد اتمی آخرین عنصر جدول تناوبی ۱۱۸ است که دارای ۱۱۸ پروتون و ۱۱۸ الکترون است؛ پس مجموع شمار ذرات زیراتمی آن $118 + 118 = 236$ است. (ص ۱۲)

۶۰. گزینه ۱ درست است.

ابتدا فراوانی‌ها را به هم تبدیل می‌کنیم:

${}^{184}\text{X}$	${}^{182}\text{X}$	${}^{182}\text{X}$	${}^{180}\text{X}$	ایزوتوپ
۵	۴	۳	۲	صورت سؤال
$\downarrow \times 3$	$\downarrow \times 3$	$\downarrow \times 4$	$\downarrow \times 4$	
۱۵	۱۲	۱۲	۸	

بنابراین از $15 + 12 + 12 + 8 = 35 = 8 + 12 + 15$ اتم عنصر X، ۸ تا ${}^{180}\text{X}$ ، ۱۲ تا ${}^{182}\text{X}$ و ۱۵ تا ${}^{184}\text{X}$ است.

$${}^{184}\text{X} \text{ درصد فراوانی} = \frac{15}{35} \times 100 = 42/8\%$$

$$X \text{ میانگین جرم اتمی} = \frac{(180 \times 8) + (182 \times 12) + (184 \times 15)}{35} = 182/4 \text{amu} \quad (\text{ص ۱۵})$$

۶۱. گزینه ۲ درست است.

ابتدا ۹۰ میلی گرم را به مول نیکوتین تبدیل می کنیم. (جرم مولی نیکوتین داده شده است.)

$$90 \text{ mg} \times \frac{1 \text{ g}}{10^3 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol}}{162 \text{ g}} = 5,5 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

اکنون جرم مولی نیکوتین را حساب می کنیم:

$$\text{جرم مولی نیکوتین} = (12 \times x) + (1 \times 14) + (14 \times y) = 12x + 14y + 14$$

این مقدار را مساوی ۱۶۲ گرم بر مول قرار می دهیم:

$$12x + 14y + 14 = 162 \Rightarrow 12x + 14y = 148$$

از اینجا به بعد باید گزینه ها را چک کنیم:

$$\frac{x}{y} = 4 \begin{cases} x = 4, y = 1 & 12x + 14y = 62 & \text{نادرست} \\ x = 8, y = 2 & 12x + 14y = 124 & \text{نادرست} \end{cases}$$

$$\frac{x}{y} = 5 \begin{cases} x = 5, y = 1 & 12x + 14y = 74 & \text{نادرست} \\ x = 10, y = 2 & 12x + 14y = 148 & \text{درست} \end{cases}$$

(صفحات ۱۵ و ۱۶)

۶۲. گزینه ۴ درست است.

نخست جرم مولی این مواد را حساب می کنیم:

$$\text{جرم مولی } CF_4 = 12 + (4 \times 19) = 88 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی } COF_2 = 12 + 16 + (2 \times 19) = 66 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی } C_2F_4 = (2 \times 12) + (4 \times 19) = 100 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی } CO_2 = 12 + (2 \times 16) = 44 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{شمار اتم های } CF_4 = 1 \text{ g } CF_4 \times \frac{1 \text{ mol } CF_4}{88 \text{ g } CF_4} \times \frac{5 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol } CF_4} = 0,0568 \text{ mol}$$

$$\text{شمار اتم های } COF_2 = 1 \text{ g } COF_2 \times \frac{1 \text{ mol } COF_2}{66 \text{ g } COF_2} \times \frac{4 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol } COF_2} = 0,0606 \text{ mol}$$

$$\text{شمار اتم های } C_2F_4 = 1 \text{ g } C_2F_4 \times \frac{1 \text{ mol } C_2F_4}{100 \text{ g } C_2F_4} \times \frac{6 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol } C_2F_4} = 0,06 \text{ mol}$$

$$\text{شمار اتم های } CO_2 = 1 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{3 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol } CO_2} = 0,068 \text{ mol}$$

مادهای دارای اتم های بیشتری است که تعداد مول بیشتری از اتم ها را دارا باشد. (صفحات ۱۶ تا ۲۰)

۶۳. گزینه ۲ درست است.

عبارت «الف» درست است؛ زیرا چشم ما قادر است گستره نور مرئی یعنی ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر را ببیند. اجسام کوچک تر از ۴۰۰ نانومتر را نمی توان با نور مرئی دید. (ص ۲۰)

عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا مدل اتمی بور، توانایی توجیه طیف نشری خطی همه عناصر را نداشت و تنها برای اتم هیدروژن قابل استفاده بود. (ص ۲۴)

عبارت «ج» درست است؛ زیرا رنگ شعله یک فلز و همه نمک های آن یکسان است. (ص ۲۲)

عبارت «د» نادرست است؛ زیرا تعداد و جایگاه نوارهای رنگی در گستره مرئی یک عنصر هیچ ارتباطی با جایگاه آن عنصر در جدول تناوبی ندارد. (ص ۲۳)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

هر چه طول موج پرتو کوتاه‌تر باشد، زاویه شکست آن در منشور بیشتر است. (شکل صفحه ۲۰)
 بازگشت الکترون از $n = 2$ به $n = 1$ پرتوهای فرابنفش تابش می‌کند که در گستره مرئی نیست. بازگشت الکترون از $n = 4$ به $n = 3$ هم پرتوهای فروسرخ تابش می‌کند که باز هم در گستره مرئی نیست. بین گزینه‌های ۲ و ۳، تفاوت سطح انرژی $n = 2 \rightarrow n = 6$ بیشتر از $n = 3 \rightarrow n = 2$ است. پس طول موج پرتو مرئی تابش شده از $n = 6$ به $n = 2$ کوتاه‌تر است و انحراف آن در منشور بیشتر است. (صفحات ۲۰، ۲۷)

۶۵. گزینه ۲ درست است.

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا لایه الکترونی n ام دارای n زیرلایه با عدد کوانتومی فرعی « l » متفاوت است. برای مثال:
 $n = 3 \Rightarrow l = 0, l = 1, l = 2$

عبارت «ب» درست است؛ زیرا بیشترین گنجایش الکترونی یک لایه، $2n^2$ است.

عبارت «ج» درست است؛ زیرا بیشترین گنجایش الکترونی یک زیرلایه با عدد کوانتومی l از رابطه $2(2l+1) = 4l+2$ پیروی می‌کند که در آن $l \geq 0$ است.

عبارت «د» نادرست است؛ زیرا مطابق قاعده آفبا، زیرلایه‌ای زودتر الکترون می‌پذیرد که مجموع $n+l$ کوچک‌تری داشته باشد. (صفحات ۲۷، ۲۸، ۲۹)

۶۶. گزینه ۳ درست است.

لایه سوم ($n = 3$) شامل زیرلایه‌های $3s$ ، $3p$ و $3d$ است. برای اینکه لایه سوم اتم عنصری ۱۸ الکترون داشته باشد، باید تمام زیرلایه‌های این لایه از الکترون پر باشند ($3s^2, 3p^6, 3d^1$). نخستین عنصری که زیرلایه $3d$ آن پر می‌شود، اتم مس با عدد اتمی ۲۹ است. ${}_{29}^{100}\text{Cu}[\text{Ar}]3d^1 4s^1$ (صفحات ۳۰، ۳۱)

۶۷. گزینه ۲ درست است.

وقتی این اتم‌ها، ایزوتوپ یکدیگر هستند، باید عدد اتمی برابری داشته باشند:

$$2n + 6 = 2m - 4 \Rightarrow 2m - 2n = 10 \Rightarrow m - n = 5$$

یون X^{3+} دارای $2n + 6$ پروتون و $2n + 3 = 2n + 6 - 3$ الکترون و $4m - 3 - 2n - 6 = 4m - 2n - 9$ نوترون است.

مجموع شمار این ذرات برابر ۸۰ است.

$$2n + 6 + 2n + 3 + 4m - 2n - 9 = 80$$

$$2n + 4m = 80 \Rightarrow n + 2m = 40$$

$$\begin{cases} m - n = 5 \\ n + 2m = 40 \end{cases} \Rightarrow m = 15, n = 10$$

بنابراین، این ایزوتوپ‌ها ${}_{26}^{56}\text{Y}$ و ${}_{26}^{57}\text{X}$ هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست است. $26Y^{2+}$: شمار الکترون = $26 - 2 = 24$

(۲) نادرست است. $26X[\text{Ar}]3d^6 4s^2 \rightarrow$ شماره گروه = ۸

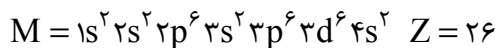
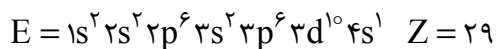
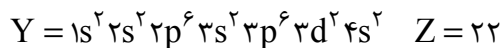
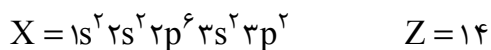
(۳) درست است. ${}_{26}^{56}\text{Y}$: شمار نوترون‌ها = $56 - 26 = 30$

$$(4) \text{ درست است. } \frac{nm}{n+m} = \frac{10 \times 15}{10+15} = \frac{150}{25} = 6$$

(صفحات ۵، ۳، ۳۲)

۶۸. گزینه ۱ درست است.

نخست آرایش الکترونی این عناصر را به دست می آوریم:

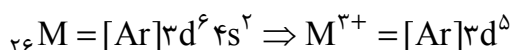


عبارت اول درست است.

عبارت دوم درست است. دوره چهارم جدول تناوبی با عدد اتمی ۱۹ شروع می شود. پس عدد اتمی ۲۲، چهارمین عنصر این دوره است.

عبارت سوم درست است. آرایش الکترونی اتم مس ($Z = 29$) از قاعده آفا پیروی نمی کند.

عبارت چهارم درست است.

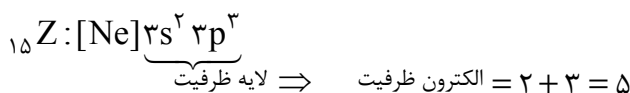
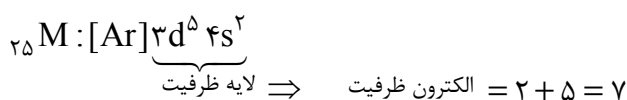


$l = 2 \rightarrow d$ تعداد الکترون \rightarrow زیرلایه d = ۵

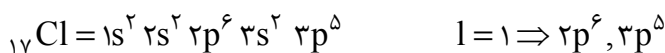
(صفحات ۳، ۳۲)

۶۹. گزینه ۴ درست است.

مطلب «الف» نادرست است.



مطلب «ب» درست است؛ زیرا عنصری با ۱۱ الکترون در زیرلایه های p ($l = 1$)، اتم کلر است:

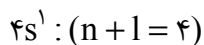
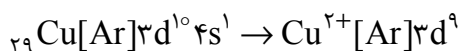


که آرایش الکترون - نقطه ای آن به صورت $\ddot{Cl}:$ است.

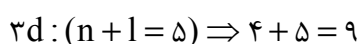
مطلب «ج» درست است؛ زیرا عناصر گروه های ۱۳ و ۱۵ دارای سه الکترون جفت نشده هستند که به ترتیب یون های X^{3+} و

X^{3-} تشکیل می دهند.

مطلب «د» درست است.



یک الکترون از زیرلایه $4s$ جدا شده است:



یک الکترون از زیرلایه $3d$ جدا شده است:

(صفحات ۳۲، ۳۳، ۳۵)

۷۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه ها:

(۱) درست است؛ زیرا شمار ذرات زیراتمی عنصر ${}^{24}M$ برابر باشد، باید عدد اتمی آن ۱۲ و متعلق به گروه دوم جدول تناوبی

باشد. عناصر این گروه کاتیون M^{2+} تشکیل می دهند که فرمول نیتريد (N^{3-}) آن ها به صورت M_3N_2 است. (ص ۳۷)

(۲) درست است؛ زیرا مولکول متان (CH_4) دارای چهار پیوند کووالانسی و مولکول اکسیژن (O_2) دارای دو پیوند

کووالانسی است. (ص ۴۱)

۳) نادرست است؛ زیرا اگر سمت چپ یک ترکیب شیمیایی فلز بود آن ترکیب یک ترکیب یونی دوتایی است، پس CaO و FeO ترکیب یونی و CO ، N_2O ترکیب مولکولی هستند. (ص ۳۸)

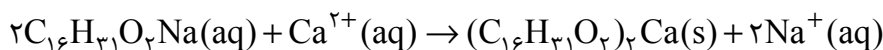
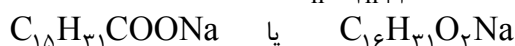
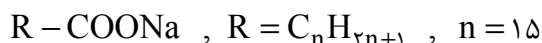
۴) درست است؛ زیرا آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم X به صورت $\cdot\ddot{X}\cdot$ است که ۵ الکترون در لایه ظرفیت خود دارد، پس به گروه ۱۵ جدول تعلق دارد. (صفحات ۴۰، ۴۱)

۷۱. گزینه ۱ درست است.

عبارت اول درست است. (ص ۳)

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا اسید حاوی مولکول‌های گلوکز است که در ساختار خود گروه هیدروکسیل ($-\text{OH}$) دارند. (ص ۴)
عبارت سوم نادرست است؛ زیرا سدیم کلرید یک ترکیب یونی است و نیروی جاذبه میان ذرات آن پیوند یونی است. اما اوره یک ترکیب مولکولی است و نیروی جاذبه میان مولکول‌های آن از نوع پیوند هیدروژنی است. (ص ۵)
عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا وازلین و بنزین حل می‌شود. اتیلن گلیکول هم در اتانول حل می‌شود. در ضمن وازلین و بنزین ناقطبی هستند در صورتی که اتیلن گلیکول و اتانول قطبی هستند. (صفحات ۴، ۵)

۷۲. گزینه ۴ درست است.



$(\text{C}_{16}\text{H}_{31}\text{O}_2)_2\text{Ca} = 550 \text{ g.mol}^{-1}$ جرم مولی رسوب

$$0,4 \text{ g Ca}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{40 \text{ g Ca}^{2+}} \times \frac{1 \text{ mol رسوب}}{1 \text{ mol Ca}^{2+}} \times \frac{550 \text{ g رسوب}}{1 \text{ mol رسوب}} = 5,5 \text{ g رسوب}$$

(صفحات ۵، ۶)

۷۳. گزینه ۲ درست است.

مطلب «الف» درست است؛ زیرا آنیون صابون، $\text{R} - \text{COO}^-$ و قسمت باردار آن $-\text{COO}^-$ است که سبب پخش شدن ذرات چربی در آب می‌شود. (ص ۶)

مطلب «ب» نادرست است؛ زیرا اسیدهای چرب دارای زنجیر هیدروکربنی بلندی هستند (حداقل ۱۴ اتم کربن)، پس $\text{CH}_3 - (\text{CH}_2)_2 \text{COOH}$ اسید چرب نیست و نمک سدیم آن هم خاصیت پاک‌کنندگی ندارد. زیرا بخش ناقطبی آن در چربی خوب حل نمی‌شود. (ص ۵)

مطلب «ج» نادرست است؛ زیرا اگر صابونی در آب خوب کف نکند، غلظت یون Ca^{2+} یا Mg^{2+} در آب زیاد است و این موضوع هیچ ربطی به غلظت یون Na^+ ندارد و نمی‌توان در آب سخت غلظت این دو یون را مقایسه کرد. (ص ۹)

مطلب «د» درست است؛ زیرا بخش آنیونی صابون $\text{R} - \text{COO}^-$ است ($\text{R} - \text{C} \begin{array}{l} \text{=O} \\ \text{O}^- \end{array}$) که دارای ۵ جفت الکترون ناپیوندی است.

(ص ۶)

۷۴. گزینه ۲ درست است.

نمک‌های فسفات با رسوب دادن یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} آب سخت، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهند. (ص ۱۲)
گزینه ۳ درست است.

عبارت اول درست است؛ زیرا کلئیدها، از توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت ساخته شده‌اند. (ص ۷)
عبارت دوم نادرست است؛ زیرا پاک‌کننده‌های صابونی را می‌توان از گرم کردن روغن‌های گیاهی یا جانوری با سدیم هیدروکسید تهیه کرد. پاک‌کننده‌های غیرصابونی از بنزن و مواد پتروشیمیایی دیگر تهیه می‌شوند. (ص ۱۰)

عبارت سوم درست است؛ زیرا زنجیر هیدروکربنی صابون ناقطبی است. چربی هم مولکول های ناقطبی دارد. از این رو با یکدیگر جاذبه وان دروالسی برقرار می کنند. (ص ۸)

عبارت چهارم درست است؛ زیرا پارچه های نخی از الیاف سلولز ساخته شده اند که ساختار قطبی دارند و چربی با ساختار ناقطبی جاذبه خیلی قوی با آنها تشکیل نمی دهد. (ص ۸)

۷۶. گزینه ۳ درست است.

پاک کننده غیرصابونی: $R - C_6H_4 - SO_3Na$

$R = C_nH_{2n+1}$, $n = 13 \Rightarrow C_{13}H_{27}C_6H_4SO_3Na$

جرم مولی پاک کننده غیرصابونی $= C_{19}H_{31}SO_3Na = 362 \text{ g.mol}^{-1}$

چون گفته کلاً ۱۸ اتم کربن دارد، پس R باید ۱۷ کربن داشته باشد. پاک کننده صابونی: $R - COONa$

$R = C_nH_{2n+1}$, $n = 17 \Rightarrow C_{17}H_{35}COONa$

جرم مولی پاک کننده صابونی $= C_{18}H_{37}O_2Na = 306 \text{ g.mol}^{-1}$

$362 - 306 = 56$

(ص ۱۱)

۷۷. گزینه ۱ درست است.

مطلب «الف» الزاماً درست نیست؛ زیرا باید شمار اتم های کربن در زنجیر R آن زیاد باشد تا خاصیت پاک کنندگی داشته باشد. (ص ۱۱)
مطلب «ب» درست است؛ زیرا سدیم هیدروکسید (NaOH) و جوهرنمک (HCl) پاک کننده خورنده هستند و با آلاینده ها واکنش می دهند. (ص ۱۲)

مطلب «ج» نادرست است؛ زیرا ترکیب (۳) یک اسید (جوهرنمک) و ترکیب (۴) هم یک اسید چرب است که با هم واکنش نمی دهند. (ص ۱۲)

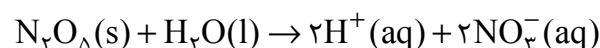
مطلب «د» درست است؛ زیرا اسید معده هیدروکلریک اسید (HCl) است. (ص ۱۳)

۷۸. گزینه ۲ درست است.

ردیف «۱» نادرست است؛ زیرا در اثر واکنش SO_3 با آب، یک مول SO_4^{2-} تولید می شود.

ردیف «۲» نادرست است؛ زیرا در اثر واکنش BaO با آب، دو مول یون OH^- تولید می شود.

ردیف «۳» درست است؛ زیرا N_2O_5 یک اکسید نافلز یا اکسید اسیدی است که رنگ کاغذ pH را سرخ می کند و یک مول آن در آب ۲ مول H^+ و ۲ مول NO_3^- تولید می کند.



ردیف «۴» نادرست است؛ زیرا هر مول Li_2O در آب، ۲ مول یون Li^+ و ۲ مول یون OH^- تولید می کند.

۷۹. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه ها:

(۱) نادرست است؛ زیرا واکنش Al با NaOH همراه با آب، تولید گاز هیدروژن (H_2) می کند.

(۲) نادرست است؛ زیرا بازها در تماس با پوست احساس لیزی ایجاد می کنند. (ص ۱۴)

(۳) درست است. (ص ۱۴)

(۴) نادرست است؛ زیرا ورود فاضلاب های صنعتی می توانند سبب کاهش یا افزایش pH آب ها شود.

۸۰. گزینه ۲ درست است.

یون H^+ در آب به صورت یون H_3O^+ نشان داده می شود و خاصیت بازی محلول سدیم هیدروکسید به یون هیدروکسید (OH^-) نسبت داده می شود.