t.me/Azmoonha_Azmayeshi
برای استفاده از تمام آزمونهای آزمایشی، حتما در کانال اصلی ما، به نشانی مقابل عضو شوید

کدکنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۸/۱۸

گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ــ مرحله ۳

آزمون اختصاصی ــ دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱- مجموعهٔ $A=\{x^۲+y^۲ | x,y\in \mathbb{W}, \log_{/۵}^{(x+۴y)} \geq -۳\}$ چند عضو دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۲- اگر مجموعهٔ $[m,m^۲]$ شامل ۴۳ عضو صحیح باشد، مجموعه $(۹m,\frac{m}{۲})$ شامل چند عدد صحیح است؟ $(m\in\mathbb{Z})$

۱) ۵۸ ۲) ۶۱ ۳) ۵۹ ۴) ۶۰

۳- بزرگ‌ترین جمله دنباله $a_n=-۲n^۲+۱۷n+۳$ کدام است؟

۱) ۳۹/۱۲۵ ۲) ۳۹ ۳) ۴۰ ۴) ۴۱

۴- دنبالهٔ $\left\{\sin(n\pi-\frac{\pi}{۲})\tan(n\pi+\frac{\pi}{۴})\right\}$ با کدام یک از دنباله‌های زیر برابر است؟

۱) $\{\cos n\pi\}$ ۲) $\{(-۱)^{n+۱}\}$ ۳) $\left\{\sin\frac{n\pi}{۲}\right\}$ ۴) $\left\{\cos\frac{n\pi}{۲}\right\}$

۵- دنباله‌های حسابی روبه‌رو چند جمله مشترک کمتر از ۵۰۰ دارند؟

$$\begin{cases}۵,۹,۱۳,۱۷,\dots\\ ۹,۱۵,۲۱,۲۷,\dots\end{cases}$$

۱) ۴۱ ۲) ۳۹ ۳) ۴۰ ۴) ۴۲

۶- در یک دنبالهٔ هندسی، جملات دوم، دو برابر جملهٔ پنجم و جملهٔ هشتم تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. نسبت بزرگ‌ترین این اعداد به کوچک‌ترین آن‌ها کدام است؟

۱) $۳+۴\sqrt{۷}$ ۲) $۱۷+۴\sqrt{۳}$ ۳) $۴+۷\sqrt{۳}$ ۴) $۷+۴\sqrt{۳}$

۷- حاصل $A=(۱+x+x^۲+\dots+x^۸)(۱-x+x^۲-\dots+x^۸)$، به ازای $x=\sqrt{۲}$ کدام است؟

۱) ۵۰۷ ۲) ۵۱۱ ۳) ۵۱۲ ۴) ۵۱۶

۸- اگر برای عدد حقیقی $a=\frac{۲m-۱}{m+۱}$ داشته باشیم: $\sqrt{-a}+a>۰$، حدود تغییرات m کدام است؟

۱) $-۱<m<۰$ ۲) $۱<m<\frac{۱}{۲}$ ۳) $۰<m<\frac{۱}{۲}$ ۴) $m<-۱$

۹- اگر $(a+\sqrt{b})^۳=c+۵۴\sqrt{۶}$، مقدار $a^۲-b+c$ کدام است؟ $(a,b,c\in\mathbb{N})$

۱) ۱۴۶ ۲) ۱۴۲ ۳) ۱۵۶ ۴) ۱۵۲

محل انجام محاسبات

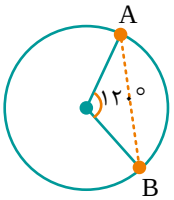
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱۰- در تجزیه عبارت $A(x).(x+1)=x^5+1$، مجموع ضرایب $A(x)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) -1

۱۱- در دایره روبه‌رو با شعاع r، اختلاف طول کمان AB و وتر AB، ۲ واحد است. اگر $\pi \simeq ۳/۱۵$ و $\sqrt{۳} \simeq ۱/۷$ باشد، r کدام است؟



۱) ۶
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۸

۱۲- اگر $\frac{\pi}{۶} < x \leq \frac{۳\pi}{۴}$ باشد و $\cos ۲x = \frac{۱}{۲m-۱}$، حدود m کدام است؟

۱) $(-\infty, ۰]$ ۲) $[\frac{۱}{۲}, +\infty)$ ۳) $[۰, \frac{۴}{۲})$ ۴) $\mathbb{R} - (۰, \frac{۳}{۲}]$

۱۳- اگر $\frac{۴\pi}{۹} < x < \frac{۵\pi}{۱۸}$ باشد، مقدار $\tan ۳x$ در کدام بازه است؟

۱) $(-\sqrt{۳}, \sqrt{۳})$ ۲) $(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}, \frac{\sqrt{۳}}{۳})$ ۳) $(-\sqrt{۳}, \frac{\sqrt{۳}}{۳})$ ۴) $(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}, \sqrt{۳})$

۱۴- اگر $\tan ۳۶^\circ = \frac{۳}{۴}$ باشد، حاصل $\frac{۲\sin ۳۰۶^\circ + \cos ۲۱۶^\circ}{\sin ۵۴^\circ + ۲\sin ۳۲۴^\circ}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۶

۱۵- اگر $\cot x = ۳$ باشد، مقدار $\sin^۶ x + \cos^۶ x$ کدام است؟

۱) ۰/۷۳ ۲) ۰/۷۶ ۳) ۰/۶۷ ۴) ۰/۷۲

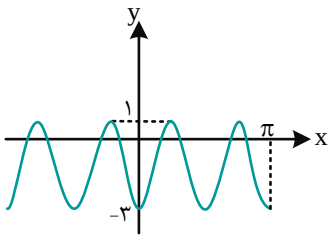
۱۶- باقی‌مانده تقسیم $x^۴ - ۵x^۳ + ۶x^۲ - ۷$ بر $x^۲ + ۱$ به صورت $ax+b$ است. مقدار $a^۲ - b$ کدام است؟

۱) ۳۶ ۲) ۳۷ ۳) ۳۹ ۴) ۴۰

۱۷- اگر دوره تناوب توابع $f(x) = \sin(ax) - |a|$ و $g(x) = \cos\frac{۴x}{a}$ یکسان باشند، حداقل مقدار f کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۳ ۳) -۱ ۴) صفر

۱۸- نمودار تابع $f(x) = a\cos(bx) + d$ به شکل مقابل است. حاصل $ad+b$ کدام می‌تواند باشد؟



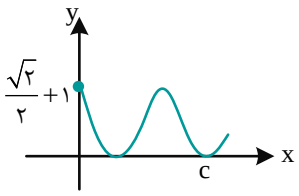
۱) ۸
۲) ۲
۳) -۲
۴) -۶

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱۹- اگر نمودار تابع $f(x)=a\sin(x-\frac{\pi}{۴})+b$ به شکل مقابل باشد، مقدار c کدام است؟



۱) $\frac{۳\pi}{۴}$
۲) $\frac{۱۱\pi}{۴}$
۳) $\frac{۷\pi}{۴}$
۴) ۳π

۲۰- تابع $y=\tan(۲x-\frac{\pi}{۳})$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

۱) $(۰,\frac{\pi}{۲})$
۲) $(-\frac{\pi}{۲},۰)$
۳) $(\frac{\pi}{۶},\frac{\pi}{۲})$
۴) $(\frac{\pi}{۲},\frac{۵\pi}{۶})$

۲۱- اگر A، B، C و D وارون‌پذیر باشند و $۲AB=۳C^{-۱}D$ باشد، وارون ماتریس A کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}C^{-۱}DB^{-۱}$
۲) $\frac{۲}{۳}BD^{-۱}C$
۳) $\frac{۳}{۲}CD^{-۱}B$
۴) $\frac{۲}{۳}BCD^{-۱}$

۲۲- در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}$، مجموع درایه‌های وارون ماتریس A کدام است؟

۱) ۱
۲) -۱
۳) صفر
۴) $\frac{۱}{۱۱}$

۲۳- اگر $B^{-۱}=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۱ & -۳\end{bmatrix}$ و $A^{-۱}=\begin{bmatrix}۶ & ۳\\ ۲ & ۶\end{bmatrix}$ باشد، AB کدام است؟

۱) $۵\begin{bmatrix}۳ & -۳\\ ۲ & -۴\end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix}\frac{۲}{۱۵} & -\frac{۱}{۱۰}\\ \frac{۱}{۱۵} & -\frac{۱}{۱۰}\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۳\end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix}\frac{۱}{۱۰} & ۰\\ ۰ & -\frac{۱}{۱۵}\end{bmatrix}$

۲۴- اگر $\begin{cases}ax+by=۱\\ cx+dy=۲\end{cases}$ و $\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$ باشد، $x+۲y$ کدام است؟

۱) ۱۶
۲) ۸
۳) ۴
۴) ۲

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۲۵- اگر $A-۴A^{-۱}=\overline{O}$ باشد، وارون $۲A+۳I$ کدام است؟

۱) $\frac{A}{۳}+\frac{I}{۲}$ ۲) $\frac{A}{۳}-\frac{I}{۲}$ ۳) $\frac{۲A}{۵}-\frac{۳I}{۵}$ ۴) $\frac{۲A}{۷}-\frac{۳}{۷}I$

۲۶- در تقسیم ۱۴۰- بر ۱۵ تفاضل باقی‌مانده و خارج‌قسمت کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۴ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۷- اگر در تقسیم عدد زوج a بر ۲۲ و ۲۴ باقی‌مانده به ترتیب ۱۶ و ۸ باشد، باقی‌مانده تقسیم $\frac{a}{۲}$ بر ۳۳ کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۹ ۳) ۲۶ ۴) ۲۳

۲۸- باقی‌مانده $۱۴۰۲^{۱۴۰۳^{۱۴۰۴}}+۱۴۰۳^{۱۴۰۴^{۱۴۰۵}}$ بر ۸ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۳

۲۹- عکس کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

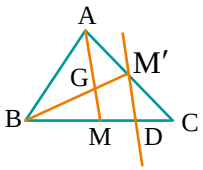
۱) $a\overset{m}{\equiv}b\Rightarrow a^{n}\overset{m}{\equiv}b^{n}$ ۲) $a\overset{m}{\equiv}b\Rightarrow ac\overset{m}{\equiv}bc$

۳) $a\overset{m}{\equiv}b, c\overset{m}{\equiv}d\Rightarrow ac\overset{m}{\equiv}bd$ ۴) $a\overset{m}{\equiv}b+mk\Rightarrow a+mk\overset{m}{\equiv}b$

۳۰- باقی‌مانده $۵۶^{۱۰۰}+۴۲^{۱۰۰}$ بر ۴۸ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱۶ ۳) ۲۴ ۴) ۴۷

۳۱- در شکل مقابل، AM و BM' میانه‌های مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ و $M'D$ موازی AM است. مساحت $GM'DM$ چه کسری از مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است؟



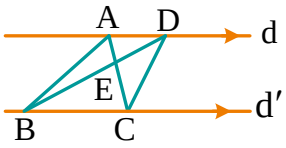
۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۲۴}$ ۳) $\frac{۷}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۳۲- در شکل مقابل، چند تا از تساوی‌های زیر درست است؟



الف: $S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABD}$

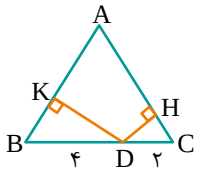
ب: $S_{\triangle DBC}=S_{\triangle ABC}$

ج: $S_{\triangle EBC}=S_{\triangle EAD}$

د: $S_{\triangle AEB}=S_{\triangle DEC}$

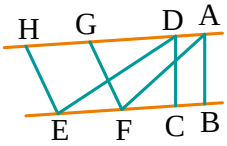
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۳- مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین به مساحت ۱۲ است. نقطهٔ D روی قاعده، آن چنان واقع است که $DB=2DC=4$. مجموع فاصله D از دو ساق کدام است؟



۱) ۶
۲) ۴/۸
۳) ۵/۶
۴) ۶/۲

۳۴- در شکل مقابل، ABCD و EFGH متوازی‌الاضلاع هستند. اگر مساحت ABCD و ADEF به ترتیب ۱۰ و ۳۰ واحد مربع باشند، مساحت EFGH چند واحد مربع است؟

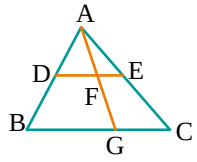


۱) ۱۰
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۵۰

۳۵- در یک لوزی به ضلع ۱، نسبت طول قطرها $\frac{3}{4}$ است. مساحت این لوزی کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۰/۹۶ ۳) ۰/۸۸ ۴) ۰/۷۲

۳۶- در شکل مقابل، $DE\parallel BC$ و $\frac{DE}{BC}=\frac{GC}{BG}=\frac{1}{3}$ است. $\frac{S_{\triangle AFD}}{S_{FECG}}$ کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{3}{8}$
۴) $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

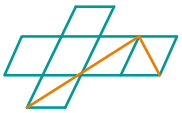
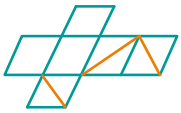
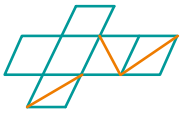
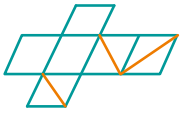
۳۷- در شکل روبه‌رو، ۵ مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین وجود دارد و AB برابر ۵۰ است. مساحت ناحیه هاشور خورده کدام است؟

۱) ۱۲۵
۲) ۲۵۰
۳) $۵۰\sqrt{۲}$
۴) $۱۲۵\sqrt{۲}$

۳۸- AB یک یال از یک مکعب است. امتداد چند یال از یال‌های این مکعب با امتداد AB متنافرند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بیش از ۳

۳۹- روی ۳ وجه یک مکعب، یک قطر به صورت مقابل کشیده‌ایم. کدام گزینه گسترده این مکعب است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۴۰- یک صفحه، یک مکعب به ضلع ۲ را چنان قطع می‌کند که ۳ یال آن را به فاصله ۱ از یک کنج می‌بُرد. فاصله این کنج از این صفحه کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

کدکنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۸/۱۸

گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ــ مرحله ۳

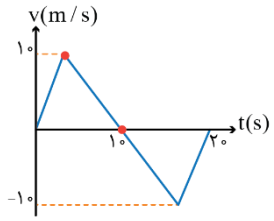
آزمون اختصاصی ــ دفترچه ۲

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۳۳ دقیقه	۵۵ سوال ۶۳ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۶۶	۹۵	۳۰ دقیقه	

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x از مبدأ محور شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟



الف: سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ دوم حرکت برابر $-۵\frac{m}{s}$ است.

ب: مسافت طی شده در ۲۰ ثانیهٔ اول برابر ۱۰۰m است.

ج: در لحظهٔ $t=۱۰s$، فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور برابر ۵۰m است.

د: بردار مکان و سرعت جسم، همواره هم‌جهت هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

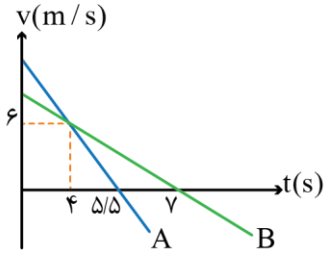
۴۲- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=-۲t^۲+۱۲t+۱۷$ است. اگر در یک بازهٔ زمانی معین به مدت ۵ ثانیه، سرعت متوسط متحرک صفر باشد، تندی متوسط متحرک در این بازه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۴

۴۳- یک قطار سریع‌السیر به طول ۲۰۰m در لحظهٔ $t=۰$، از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت ۲۷m، در لحظهٔ $t_۱=۳s$، به ابتدای پلی به طول ۴۴۸m می‌رسد. قطار در لحظهٔ $t_۲$ و با تندی v به طور کامل از روی پل عبور می‌کند. $t_۲$ و v به ترتیب از راست به چپ در SI کدامند؟

۱) ۱۵، ۹۰ ۲) ۱۲، ۹۰ ۳) ۱۵، ۷۲ ۴) ۱۲، ۷۲

۴۴- دو متحرک A و B در مبدأ زمان از مبدأ محور می‌گذرند و نمودار سرعت ـ زمان آن‌ها مطابق شکل است. در بازهٔ زمانی که فاصلهٔ دو متحرک در حال کاهش است، تندی متوسط متحرک A ..... متر بر ثانیه ..... از تندی متوسط متحرک B است.



۱) $\frac{۷}{۴}$، کمتر ۲) $\frac{۷}{۴}$، بیشتر

۳) $\frac{۵}{۲}$، کمتر ۴) $\frac{۵}{۲}$، بیشتر

۴۵- اتومبیلی با تندی ثابت $۱۲۶\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. در لحظهٔ $t=۰$، راننده مانعی را در فاصلهٔ ۱۳۴ متری می‌بیند و با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند. اگر زمان واکنش راننده ۴۰۰ms باشد، کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

۱) اتومبیل به مانع برخورد نمی‌کند.

۲) اتومبیل با تندی $۱۸\frac{km}{h}$ به مانع برخورد می‌کند.

۳) اتومبیل در لحظهٔ $t=۴/۴s$ به مانع برخورد می‌کند.

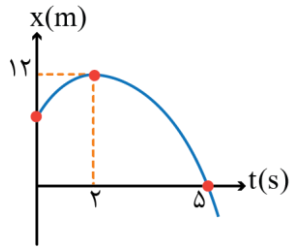
۴) گزینه‌های (۲) و (۳) صحیح هستند.

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴۶- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند به صورت سهمی شکل زیر است. آهنگ تغییر سرعت متحرک چند واحد SI است؟



۱) $\frac{۸}{۳}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $-\frac{۸}{۳}$
۴) $-\frac{۴}{۳}$

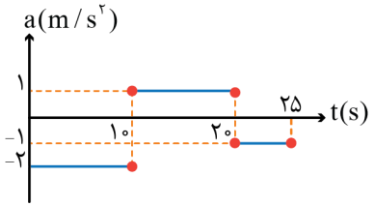
۴۷- متحرکی در لحظهٔ $t=۰$ از حال سکون با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^۲}$ در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. از لحظهٔ $t=۴s$، متحرک با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و پس از ۶ ثانیه حرکت با سرعت ثابت، با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$، حرکت خود را کند می‌کند تا متوقف شود. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در کل حرکت چند متر است؟

۱) ۱۷۰
۲) ۱۶۰
۳) ۲۱۰
۴) ۲۴۰

۴۸- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در ثانیه‌های اول و دوم حرکت، به ترتیب ۱۴m و ۱۰m در جهت محور x جابه‌جا می‌شود. در کدام لحظه، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند؟

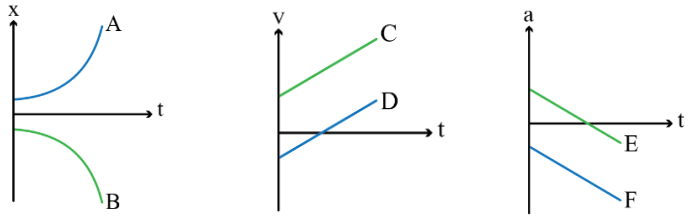
۱) پایان ثانیهٔ ششم
۲) ابتدای ثانیهٔ چهارم
۳) پایان ثانیهٔ دوم
۴) ابتدای ثانیهٔ پنجم

۴۹- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متحرک در لحظه‌ای که جهت بردار شتاب برای دومین بار تغییر می‌کند برابر $(-۸\frac{m}{s})\vec{i}$ است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده باشد، در ۲۵ ثانیهٔ اول حرکت، بیشترین فاصلهٔ متحرک تا مبدأ مکان چند متر است؟



۱) ۲۶۰
۲) ۲۶۴/۵
۳) ۲۶۰/۵
۴) ۲۶۲/۵

۵۰- نمودارهای زیر مربوط به حرکت متحرک‌های A، B، C، D، E و F روی خط راست است. الزاماً حرکت چند متحرک همواره تندشونده است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۵

محل انجام محاسبات

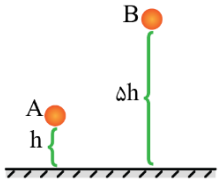
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیهٔ آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۵۵ ۲) ۶۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۵۲- مطابق شکل، دو گلوله یکی از ارتفاع h و دیگری از ارتفاع ۵h در خلأ رها می‌شوند. اگر مدت زمان رسیدن گلوله‌های A و B به زمین به ترتیب t_A و t_B باشد و تندی آن‌ها هنگام رسیدن به زمین به ترتیب v_A و v_B باشد، نسبت‌های $\frac{t_B}{t_A}$ و $\frac{v_B}{v_A}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۵، ۵
۲) $\sqrt{5}$، $\sqrt{5}$
۳) $\sqrt{5}$، ۵
۴) ۵، $\sqrt{5}$

۵۳- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود و ۲/۵s طول می‌کشد تا گلوله ۱۱۲/۵m پایانی حرکت خود را طی کند و به زمین برسد. در ارتفاع چند متری از سطح زمین، تندی گلوله $22/5\frac{m}{s}$ است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۴۵ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۶۰

۵۴- جسمی به جرم ۲kg را در لحظهٔ $t=0$ از سطح زمین با تندی ثابت $8\frac{m}{s}$ به مدت ۱۵s به سمت بالا می‌بریم تا به ارتفاع h برسد؛ سپس جسم را متوقف می‌کنیم و به مدت ۵s در همان ارتفاع نگه می‌داریم و سپس آن را رها می‌کنیم تا به سمت زمین سقوط کند. بزرگی سرعت متوسط جسم در بازهٔ $t_1=0$ تا $t_2=24s$ چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2}$، مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۲/۵ ۲) $\frac{10}{3}$ ۳) ۵ ۴) $\frac{5}{3}$

۵۵- در شرایط خلأ، گلولهٔ A را از ارتفاع ۱۲۰ متری سطح زمین رها می‌کنیم. ۲ ثانیهٔ بعد، گلولهٔ B را از ارتفاع ۹۰ متری سطح رها می‌کنیم. از لحظهٔ رها شدن گلولهٔ B تا رسیدن گلولهٔ A به زمین، فاصلهٔ دو گلوله چگونه تغییر می‌کند؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ابتدا با آهنگ $20\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و سپس با آهنگ $20\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

۲) ابتدا با آهنگ $10\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و سپس با آهنگ $10\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

۳) با آهنگ $20\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

۴) با آهنگ $10\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

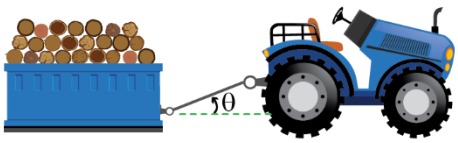
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۵۶- تندی حرکت متحرکی به جرم $4kg$ با آهنگ $3\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد. اگر انرژی جنبشی متحرک در لحظهٔ $t=4s$، $306J$ بیشتر از انرژی جنبشی آن در لحظهٔ $t=1s$ باشد، در کدام لحظه انرژی جنبشی آن برابر $512J$ می‌شود؟

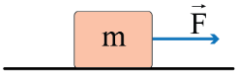
۱) $t=7s$ ۲) $t=4s$ ۳) $t=6s$ ۴) $t=5s$

۵۷- در شکل مقابل، تراکتور با نیروی ثابت $0/01MN$، تحت زاویهٔ $\theta=37^\circ$، سورتمه و بار روی آن به جرم کل $0/5$ تن را می‌کشد و نیروی اصطکاک وارد بر سورتمه برابر $2/5kN$ است. در مدتی که تراکتور سورتمه را $12m$ روی سطح افقی می‌کشد، کار نیروی تراکتور و کار نیروی اصطکاک روی سورتمه و بار روی آن به ترتیب از راست به چپ چند کیلوژول است؟ $(\cos 37^\circ=0/8)$



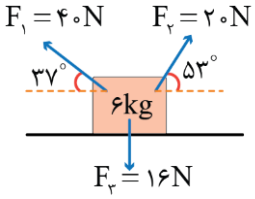
۱) 120، 30
۲) 120، -30
۳) 96، 30
۴) 96، -30

۵۸- مطابق شکل، جسم تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$، از حال سکون با شتاب ثابت $4/5\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر کار نیروی F روی جسم در ثانیهٔ سیزدهم حرکت، $135J$ بیشتر از کار نیروی F روی جسم در ثانیهٔ دوازدهم حرکت باشد، بزرگی نیروی F چند نیوتون است؟



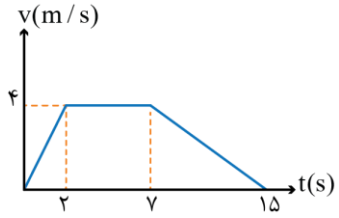
۱) 27 ۲) $13/5$
۳) 30 ۴) 15

۵۹- مطابق شکل، سه نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ به جسم وارد می‌شوند و جسم $12m$ روی سطح افقی به سمت راست جابه‌جا می‌شود. اگر تندی جسم در پایان جابه‌جایی $8\frac{m}{s}$ باشد، تندی اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه بوده است؟ $(\cos 37^\circ=0/8$، نیروی اصطکاک وارد بر جسم ثابت و برابر $14N$ است.)



۱) 10
۲) $10\sqrt{2}$
۳) 12
۴) $12\sqrt{2}$

۶۰- جسمی به جرم $20kg$ کف آسانسوری قرار دارد. آسانسور به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان حرکت آن مطابق شکل است. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



الف: کار نیروی وزن روی جسم در کل حرکت برابر $-8kJ$ است.
ب: کار نیرویی که کف آسانسور بر جسم وارد می‌کند، در کل حرکت برابر $8kJ$ است.
ج: کار کل انجام شده روی جسم در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت صفر است.

۱) صفر ۲) ۱
۳) ۲ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

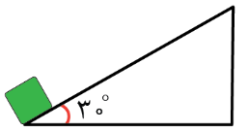
۶۱- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم ۴۰۰g از سطح زمین و با تندی اولیهٔ $۲۰\frac{m}{s}$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. اگر در ارتفاع $h_۱$ از سطح زمین در مسیر رفت گلوله، انرژی جنبشی گلوله $\frac{۳}{۵}$ برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن و در ارتفاع $h_۲$ از سطح زمین در مسیر برگشت گلوله، انرژی جنبشی گلوله $\frac{۳}{۲}$ برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن باشد، کار نیروی وزن وارد بر گلوله در جابه‌جایی از ارتفاع $h_۱$ تا $h_۲$ چند ژول است؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)

۱) +۱۸ ۲) -۱۸ ۳) +۹ ۴) -۹

۶۲- جسمی به جرم ۲kg را از بالنی که در ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ به سمت بالا در حرکت است، رها می‌کنیم. اگر تا لحظهٔ رسیدن جسم به سطح زمین، ۷۵ درصد از انرژی جنبشی اولیه به انرژی درونی تبدیل شود، تندی جسم در لحظه رسیدن به سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$)

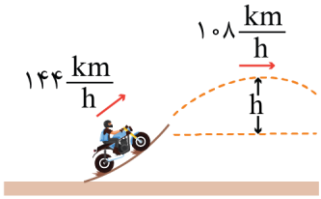
۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۸

۶۳- مطابق شکل، جسمی به جرم ۶kg را از سطح زمین با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ مماس بر سطح شیبدار به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. جسم روی سطح بالا می‌رود و سپس با تندی $۸\frac{m}{s}$ به نقطهٔ پرتاب بازمی‌گردد. با فرض ثابت بودن نیروی اصطکاک در تمام طول مسیر، انرژی جنبشی جسم در نیمه راه رو به بالا چند ژول است؟



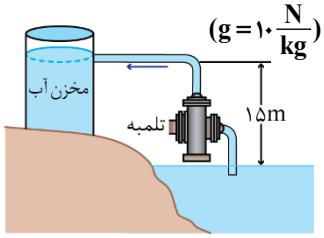
۱) ۱۲۳
۲) ۱۲۷
۳) ۱۵۰
۴) ۹۶

۶۴- در شکل مقابل، موتورسواری با تندی $۱۴۴\frac{km}{h}$ از انتهای سکویی می‌پرد و تندی حرکت آن در بالاترین نقطهٔ مسیرش به $۱۰۸\frac{km}{h}$ می‌رسد. ارتفاع h چند متر است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$، مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) ۳۵
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۲۵

۶۵- در شکل مقابل، تلمبه با توان ورودی ۲kW در هر دقیقه ۳۰۰ لیتر از آب دریاچه را به ارتفاع ۱۵ متری می‌برد و با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ درون مخزن آب می‌ریزد. اگر چگالی آب دریاچه $۱/۰۲\frac{g}{cm^۳}$ باشد، بازده این تلمبه چند است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۴۹
۲) ۵۱
۳) ۴۸
۴) ۵۲

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۶۶- یک نمونه ۸۰ گرمی $NaOH$ در اختیار داریم. مقداری از این ماده را در واکنش خنثی شدن کامل $25L$ محلول هیدروکلریک اسید با $pH = 1/7$ مصرف کرده و باقیمانده آن را در واکنش موازنه نشده زیر شرکت می‌دهیم. غلظت یون سدیم در محلول حاصل از واکنش خنثی شدن به تقریب برابر با چند ppm شده و در واکنش دوم، چند گرم سدیم نیترید تولید می‌شود؟

$NH_3(g) + NaOH(aq) \rightarrow H_2O(l) + Na_3N(aq)$ $(Na = 23$ و $O = 16$ و $N = 14$ و $H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۳۸۰ - ۸۳ ۲) ۱۳۸۰ - ۴۱/۵ ۳) ۴۶۰ - ۸۳ ۴) ۴۶۰ - ۴۱/۵

۶۷- با سوختن کامل ۰/۱ مول از نوعی اسید چرب غیرحلقوی، ۰/۹ مول آب و ۳۳ لیتر گاز کربن دی‌اکسید با چگالی $2g.L^{-1}$ تولید شده است. در ساختار هر مولکول از این اسید چرب، چند پیوند دوگانه کربن-کربن وجود داشته و چند گرم از این ماده با ۲/۵ لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید ۰/۲ مولار به طور کامل واکنش می‌دهد؟ $(H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) ۷ - ۱۲۱ ۲) ۷ - ۱۱۵ ۳) ۶ - ۱۲۱ ۴) ۶ - ۱۱۵

۶۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: با یونیده شدن همه اسیدهایی که طی واکنش تعادلی در محلول یونش می‌یابند، یک آنیون چنداتمی ایجاد می‌شود.

ب: در دما و غلظت یکسان، قدرت اسیدی محلول نیتریک اسید بیشتر از قدرت اسیدی محلولی از نیترواسید است.

پ: محلولی آبی که $[H^+]$ در آن برابر 3×10^{-7} مولار است، در برخورد با کاغذ pH حتما رنگ آن را قرمز می‌کند.

ت: تفاوت غلظت مولی یون‌های هیدروژن و هیدروکسید در باران اسیدی نسبت به باران معمولی بیشتر است.

ث: رسانایی محلول یک مولار کروم(III) نیترات از رسانایی محلول یک مولار پتاسیم سولفات بیشتر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۹- مقدار ۷۳۵ میلی‌لیتر از محلول ۴۰٪ جرمی فسفریک اسید(H_3PO_4) با چگالی ۱/۱ گرم بر میلی‌لیتر، با ۴/۹۵ مول از هیدروکسید فلز M مطابق واکنش موازنه نشده زیر به طور کامل خنثی شده است. نسبت شمار کاتیون به آنیون در نمک A چقدر بوده و pH محلول حاصل از حل شدن ۰/۱ مول اکسید فلز M در نیم لیتر آب خالص کدام است؟

$H_3PO_4(aq) + M(OH)_n \rightarrow A(aq) + H_2O(l)$ $(P = 31$ و $O = 16$ و $H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) ۲ - ۱۳/۶ ۲) ۲ - ۱۳/۳ ۳) ۱/۵ - ۱۳/۶ ۴) ۱/۵ - ۱۳/۳

۷۰- با توجه به اطلاعات موجود در جدول زیر، با ریختن محلول هیدروبرمیک اسید بر روی مقداری جوش شیرین، گاز ..... آزاد شده و واکنش ..... در مقایسه با واکنش دیگر با سرعت بیشتری انجام می‌شود.

آزمایش	مشخصات محلول هیدروبرمیک اسید	دما
A	محلولی با $pH = 1/7$	۶۰°C
B	محلولی با غلظت ۰/۱ مول بر لیتر	$380K$

۱) هیدروژن - A ۲) هیدروژن - B ۳) کربن دی‌اکسید - A ۴) کربن دی‌اکسید - B

۷۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: اسید معده محتوی مقداری سولفوریک اسید بوده و برگشت آن به مری، سبب ایجاد سوزش و درد در ناحیه سینه می‌شود.

ب: اگر مقداری هیدروژن کلرید را در محلولی از استیک اسید حل کنیم، غلظت یون استات در محلول تغییر نخواهد کرد.

پ: مقدار pH یک نمونه از شیر ترش‌شده، همانند خون موجود در رگ‌ها و یک نمونه از آب گازدار، کوچک‌تر از ۷ است.

ت: پس از انحلال دو مول دی‌نیتروژن پنتاکسید جامد در آب، چهار مول یون در محلول مورد نظر تولید می‌شود.

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) صفر ۴) ۳

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۷۲- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: سدیم هیدروکسید، یک ترکیب یونی چندتایی بوده و با انحلال در آب، یونش یافته و $[OH^-]$ را در محلول افزایش می‌دهد.

ب: با قرار گرفتن محلول HCN در مسیر مدار الکتریکی، یون‌هایی با یک پیوند سه‌گانه به سمت قطب مثبت حرکت می‌کنند.

پ: با انحلال گاز آمونیاک در محلولی از سود، رسانایی الکتریکی این محلول آبی، همانند مقدار pH آن افزایش خواهد یافت.

ت: ثابت یونش یک اسید خاص در دمای ثابت، در مقیاس $mol.L^{-1}$ گزارش شده و به مقدار آغازی آن اسید بستگی دارد.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) آ و ت

۷۳- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

۱) در یک سیم آهنی، برخلاف محلول‌های اسیدی، رسانایی الکتریکی به وسیله الکترون‌های آزاد انجام می‌شود.

۲) در سرکه، شمار کمی از یون‌های آب‌پوشیده در کنار شمار زیادی از مولکول‌های اسید یونیده نشده حضور دارد.

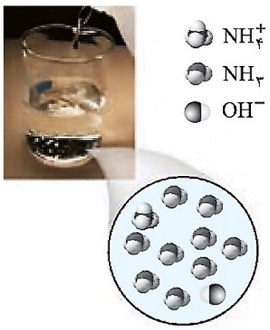
۳) در شرایط یکسان، رسانایی یک نمونه از محلول لوله بازکن در مقایسه با محلول شیشه‌پاک‌کن بیشتر خواهد بود.

۴) از واکنش محلول HCl با سود، محلولی ایجاد می‌شود که در هیچکدام از یون‌های موجود در آن پیوند اشتراکی وجود ندارد.

۷۴- با افزودن ۱۵۰ میلی‌لیتر آب مقطر به ۵۰ میلی‌لیتر از محلول نیتریک اسید، pH نهایی محلول برابر با ۲ می‌شود. برای خنثی شدن کامل نیم لیتر از محلول غلیظ اولیهٔ نیتریک اسید، چند میلی‌لیتر محلول ۱/۶ درصد جرمی سود نیاز است؟(چگالی محلول سود را $1g.mL^{-1}$ در نظر بگیرید. $H=1 : g.mol^{-1}$ ، $O=16$ ، $Na=23$)

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

۷۵- تصویر مقابل، محلولی از آمونیاک با غلظت ۰/۸۵ گرم بر لیتر را نشان می‌دهد:



درجه یونش باز حل شده در این محلول آبی چقدر بوده و مقدار pH این محلول در شرایط داده شده چقدر می‌شود؟ ($H=1 : g.mol^{-1}$ و $N=14$)

۱) ۱۱/۷ ـ ۰/۱

۲) ۱۱/۷ ـ ۰/۲

۳) ۱۱/۳ ـ ۰/۱

۴) ۱۱/۳ ـ ۰/۲

۷۶- برای از بین بردن رسوب کلسیم کربنات ایجاد شده در یک لوله، از محلول ..... استفاده شده و با افزودن مقداری از این محلول به خاک، رنگ گل ادریسی که در آن نمونه از خاک می‌روید ..... خواهد شد.

۱) هیدروکلریک اسید ـ قرمز ۲) هیدرویدیک اسید ـ آبی

۳) سدیم هیدروکسید ـ قرمز ۴) پتاسیم هیدروکسید ـ آبی

۷۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: نیمی از اتم‌های H موجود در ساختار استیک اسید می‌توانند در قالب یون هیدرونیوم وارد محلول شوند.

ب: در واکنش میان اسیدهای چرب با محلول آبی سدیم هیدروکسید، نوعی رسوب به حالت جامد ایجاد می‌شود.

پ: نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در واحد فرمولی جوش‌شیرین از مقدار این نسبت در اسید سرکه بزرگ‌تر است.

ت: در برخی از انواع ضداسیدهای معده‌ای، ماده نامحلول در آبی وجود دارد که هر مول از آن با ۲ مول HCl واکنش می‌دهد.

ث: اغلب اسیدهایی که در زندگی روزانه با آن‌ها سروکار داریم، همانند اسیدهای چرب، در دسته اسیدهای ضعیف قرار دارند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

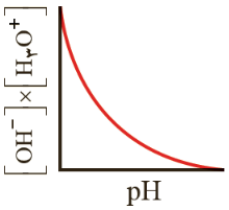
۷۸- مقدار pH محلول ۰/۲ مولار اسید HA با ثابت یونش ۲×۱۰^{-۵} مول بر لیتر، کدام است؟

۱) ۳/۷ ۲) ۲/۷ ۳) ۳/۳ ۴) ۲/۳

۷۹- اگر pH محلول یک اسید آلی تک‌پروتون‌دار با درصدجرمی ۰/۷۸٪ و چگالی ۱ گرم بر میلی‌لیتر برابر با ۱/۵ باشد، جرم مولی ذرات سازنده این اسید برابر با چند گرم بر مول می‌شود؟ (ثابت یونش این اسید برابر با ۹×۱۰^{-۳} مول بر لیتر است.)

۱) ۷۸ ۲) ۶۰ ۳) ۸۸ ۴) ۷۲

۸۰- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده درست است؟



۱) نمودار مقابل، رابطه بین pH یک محلول با حاصل‌ضریب غلظت یون‌ها در آن را نشان می‌دهد.
۲) غلظت یون هیدروکسید در محلول پتاسیم هیدروکسید با $pH = ۱۲/۳$ برابر ۰/۰۵ مولار است.
۳) در بدن یک انسان بالغ روزانه ۶ لیتر شیره معده تولید می‌شود که pH آن تقریبا برابر با ۲/۵ است.
۴) اکسید عنصری که ۱۱ الکترون با $l = ۱$ دارد، با انحلال در آب محلولی با $pH < ۷$ ایجاد می‌کند.

۸۱- یک بالون تحقیقاتی در سطح زمین دمای ۲۷°C را ثبت کرده است. با صعود این بالون تا ارتفاع ۴۵۰۰ متری از سطح زمین، دمای ثبت شده توسط این بالون در مقیاس کلوین چند درصد کاهش پیدا خواهد کرد؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

۸۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

آ: دمای جوش یک نمونه از فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هواکره زمین، بالاتر از دمای جوش یک نمونه از اکسیژن است.
ب: اولین گازی که با افزایش دمای هوای مایع از آن خارج می‌شود، در ساختار مولکولی خود دارای پیوند سه‌گانه است.
پ: به منظور افزایش ماندگاری مواد خوراکی، می‌توان از گاز نیتروژن برای بسته‌بندی این مواد استفاده کرد.
ت: اتمسفر زمین علاوه بر اتم‌های مجزا و مولکول‌های گازی، شامل برخی از گونه‌های باردار نیز می‌شود.
ث: با افزایش ارتفاع در طول هواکره، تعداد ذرات گازی موجود در واحد حجم هوا کاهش پیدا می‌کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۳- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: با کاهش دمای هوا تا صفر درجه سانتی گراد، رطوبت موجود در هوا به شکل آب از آن جدا می‌شود.
ب: هواکره، تا ارتفاع ۵۰۰ کیلومتری امتداد داشته و جاذبه زمین، گازهای موجود در آن را در اطراف خود نگه می‌دارد.
پ: گیاهان گازهای $CO_۲$ و $N_۲$ موجود در هواکره را مستقیما جذب کرده و اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می‌کنند.
ت: بررسی یخ‌های قطبی نشان‌می‌دهد که از ۲×۱۰^۶ سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازندهٔ هواکره تقریباً ثابت مانده‌است.

۱) آ و پ ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

۸۴- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

۱) هلیم، در گاز طبیعی یافت شده و همانند خورشید، در ژرفای زمین نیز طی واکنش‌های هسته‌ای تولید می‌شود.
۲) نماد $\xrightarrow{Rh}$ در واکنش‌های شیمیایی، بیانگر این است که سرعت واکنش در حضور کاتالیزگر روبیدیم بیشتر است.
۳) در معادله نوشتاری واکنش‌های شیمیایی، برخلاف معادله نمادی، حالت فیزیکی مواد گازی مشخص نمی‌شود.
۴) مقدار گاز اکسیژن در لایه‌های مختلف هواکره متفاوت بوده و این عنصر، در ساختار پروتئین‌ها یافت می‌شود.

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۸۵- جدول زیر، اطلاعات مربوط به سوختن زغال‌سنگ و گاز طبیعی را نشان می‌دهد:

	زغال‌سنگ	گاز طبیعی
گرما (کیلوژول بر گرم)	۳۰	۵۴
قیمت (ریال به ازای هر گرم)	۴	۵

اگر برای تامین انرژی لازم جهت ذوب ۶ کیلوگرم آهن، به مخلوطی از زغال‌سنگ و گاز طبیعی به جرم ۴۵ گرم نیاز داشته باشیم، جهت تامین این مقدار سوخت، چند ریال هزینه مصرف شده است؟(برای ذوب هر گرم آهن، به ۲۴۵ ژول انرژی نیاز است.)

۱) ۱۸۵ ۲) ۲۲۰ ۳) ۲۰۵ ۴) ۲۴۵

۸۶- مخلوطی از گازهای آرگون، نیتروژن و اکسیژن که ۶۰ درصد از جرم آن توسط مولکول‌های دو اتمی تشکیل شده است را تا نقطه جوش اکسیژن سرد کرده و مایع تولید شده را خارج می‌کنیم. اگر در مخلوط باقیمانده درصد جرمی آرگون برابر با ٪۶۶/۶ شده باشد، در هر ۳۲۰ گرم از مخلوط اولیه، چند مولکول اکسیژن وجود داشته است؟ ($O = 16\ g.mol^{-1}$)

۱) $۴/۸۱۶\times۱۰^{۲۴}$ ۲) $۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۴}$ ۳) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۴}$ ۴) $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۴}$

۸۷- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده درست است؟

۱) کروم، از جمله عناصر دسته d است که در ترکیب با اکسیژن، می‌تواند ۲ نوع اکسید با فرمول شیمیایی متفاوت ایجاد کند.
۲) فلز آلومینیم در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت($Al_۲O_۳$) به همراه ناخالصی) و به صورت بلور شفاف وجود دارد.
۳) نسبت میان شمار آنیون به کاتیون در ساختار مس(I) کلرید، مشابه مقدار این نسبت در کروم(III) اکسید است.
۴) در اکسیدی از مس که آرایش الکترونی کاتیون آن به $۳d^{۱۰}$ ختم می‌شود، شمار کاتیون‌ها کمتر از آنیون‌ها است.

۸۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: مرجان‌ها گروهی از کیسه‌تنان هستند که با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب، از بین می‌روند.
ب: همه آلاینده‌هایی که با سوزاندن سوخت‌های فسیلی از اگزوز خودروها خارج می‌شوند، خاصیت اسیدی دارند.
پ: شمار پیوندهای اشتراکی در اوره، ۲ برابر شمار این پیوندها در فراوان‌ترین ترکیب مولکولی موجود در هواکره است.
ت: نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در $NO_۲Cl$ و $CH_۲Cl_۲$ با هم برابر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۹- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی از جمله زغال سنگ، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد.
ب: گاز کربن مونوکسید، ۲ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار خود داشته و میل ترکیبی بالایی با هموگلوبین خون دارد.
پ: گازهای گلخانه‌ای از جمله بخار آب موجود در هوا، مانع از خروج بخش عمده گرمای آزاد شده از زمین می‌شوند.
ت: فرمول شیمیایی سولفید فقط سه مورد از فلزهای موجود در تناوب‌های اول تا چهارم، به صورت $M_۲S$ است.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) آ و ت

۹۰- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

۱) در واکنش میان گاز $C_۲F_۶$ با گاز اکسیژن که منجر به تولید $CF_۴$ و $CO_۲$ می‌شود، مجموع ضرایب مواد برابر ۷ است.
۲) گاز گوگرد تری‌اکسید حاصل از آتشفشان‌ها و استفاده از سوخت در کارخانه‌ها، سبب ایجاد باران اسیدی می‌شود.
۳) آهک، یک ترکیب یونی دوتایی به شمار رفته و از آن برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی استفاده می‌شود.
۴) در یک روز زمستانی، حداکثر دمای محیط درون یک گلخانه در مقایسه با محیط بیرون بیشتر است.

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۹۱- فرمول شیمیایی کروم(II) سولفید مشابه فرمول شیمیایی کدام ترکیب زیر است و نسبت جرم کروم به گوگرد در ساختار این ترکیب شیمیایی، کدام است؟ ($Cr = ۵۲ , S = ۳۲ : g.mol^{-۱}$)

۱) FeS ، ۱/۶۲۵ ۲) FeO ، ۳/۲۵ ۳) $Cu_۲S$ ، ۱/۶۲۵ ۴) $Cu_۲O$ ، ۳/۲۵

۹۲- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟ ($O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$ و $N = ۱۴$)

۱) تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن و نیتروژن موجود در ساختار ۶ گرم گاز نیتروژن مونوکسید، برابر با ۰/۴ گرم می‌شود.

۲) دومین عنصر گروه دوم جدول دوره‌ای، با آزاد کردن نور سفید سوخته و ترکیبی با خاصیت بازی را تولید می‌کند.

۳) طی تولید انرژی از نفت خام، در مقایسه با تولید انرژی از گاز طبیعی، مقدار گاز $CO_۲$ کمتری آزاد می‌شود.

۴) در سده اخیر، تغییرات میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد با مقدار $CO_۲$ هواکره رابطه مستقیم داشته‌است.

۹۳- نسبت میان شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول گوگرد تری‌اکسید، با مقدار این نسبت در کدام‌یک از گونه‌های زیر برابر است؟

۱) متانوئیک اسید ۲) یون فسفات ۳) دی‌نیتروژن مونوکسید ۴) یون کربنات

۹۴- در واکنش سوختن کامل مقداری از یک نوع هیدروکربن با فرمول شیمیایی C_xH_y، مقدار ۲۴/۲ گرم گاز کربن دی‌اکسید به همراه ۷/۲ گرم بخار آب تولید شده است. جرم هیدروکربن مصرف شده در این واکنش برابر با چند گرم بوده است؟

($H = ۱$ و $C = ۱۲$ و $O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

معادله موازنه نشده واکنش : $C_xH_y(l) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + H_۲O(l)$

۱) ۶ ۲) ۶/۴ ۳) ۷ ۴) ۷/۴

۹۵- اتم عنصری در لایه ظرفیت خود شش الکترون با $n = ۳$ و $l = ۲$ دارد. چند مورد از عبارت‌های داده شده در مورد این عنصر درست است؟

آ: مجموع $n + l$ برای الکترون‌های ظرفیتی این عنصر، برابر با ۳۸ است.

ب: کاتیون حاصل از اتم آن، پایدار بوده و به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.

پ: رفتار شیمیایی این عنصر با عنصر سلنیم مشابه بوده و با این عنصر، در یک گروه جای دارد.

ت: پس از ریختن اکسید این عنصر در آب، همانند انحلال $N_۲O_۵$ در آب، محلولی با $pH < ۷$ ایجاد می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

دانلود رایگان تمام آزمون های آزمایشی در کانال ما:
@Azmoonha_Azmayeshi
تمام پایه ها و رشته ها

علوی

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمونهای آزمایشی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمونهای آزمایشی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi

آزمون های سراسری
گاج

کانون فرهنگی آموزش قلم چی

حلی سنجی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi
برای استفاده از تمام آزمونهای آزمایشی، حتما در کانال اصلی ما، به نشانی مقابل عضو شوید

کدکنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۸/۱۸

گروه آموزشی ماز

پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ــ مرحله ۳

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده	محمد امین نباخته ـ نوید یکتا	حمیدرضا ولی‌پور ـ رضا قانع سجاد احمدی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده	سجاد صادقی‌زاده ـ عباس غریبی	مهدی باغستانی ـ محمد جواد سورچی علیرضا ملک‌حسینی ـ امیرحسین مخانی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ سعیده محبی ـ امیر بصراوی	فرهنگ امیری ـ سجاد سیف‌اللهی عالیه میرزایی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

گروه آموزشی ماز

زمان برگزاری آزمون های ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

پایه	برگزاری آزمون	آخرین مهلت ورود به آزمون	نوع آزمون	دانلود پاسخنامه	مشاهده کارنامه و اعلام نفرات برتر
دوازدهم	پنج‌شنبه ۰۷:۰۰ - ۱۷:۰۰	ساعت ۱۴:۳۰	۷:۰۰-۱۳:۰۰ الکترونیکی ۱۳:۰۰-۱۷:۰۰ الکترونیکی و دانلودی	ساعت ۱۷:۰۰	ساعت ۲۱:۰۰
یازدهم	پنج‌شنبه ۰۷:۰۰ - ۱۷:۰۰	ساعت ۱۴:۳۰	الکترونیکی	ساعت ۱۷:۰۰	ساعت ۲۱:۰۰
دهم	پنج‌شنبه ۰۷:۰۰ - ۱۷:۰۰	ساعت ۱۴:۳۰	الکترونیکی	ساعت ۱۷:۰۰	ساعت ۲۱:۰۰

نوع آزمون در هر پایه با توجه به اخبار اعلامی در مورد نوع کنکور در سال‌های ۱۴۰۳، ۱۴۰۴ و ۱۴۰۵ می‌باشد.

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

گروه آموزشی ماز

دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.

برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحهٔ نظرسنجی برات باز بشه!

ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی :)

https://B2n.ir/x00542

مازی‌ها؛ میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال ـ سبک سوال ـ آدرس سوال)

آسان ـ متوسط ـ سخت

مفهومی ـ مساله و ...

مثلا: ۱۱۰۱ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱- مجموعهٔ $A=\{x^۲+y^۲ \mid x,y\in \mathbb{W}, \log_{./۵}^{(x+۴y)} \geq -۳\}$ چند عضو دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

«دامنهٔ تابع لگاریتمی» رو بلدین؟

دامنهٔ تابع $f(x)=\log_{h(x)}^{g(x)}$ به صورت زیر است:

$$D_f=\{x\in D_g\cap D_h \mid g(x)>۰, h(x)>۰, h(x)\neq ۱\}$$

پاسخ تشریحی:

$$\log_{./۵}^{(x+۴y)} \geq -۳ \xrightarrow{\text{تابع } \log_{./۵}^{x} \text{ نزولی است}} x+۴y \leq (\frac{۱}{۲})^{-۳} \Rightarrow x+۴y \leq ۸ \xrightarrow{\text{با توجه به دامنه لگاریتم}} ۰<x+۴y\leq ۸$$

حالات زیر ممکن است:

$۱: y=۰ \Rightarrow x=۱,۲,۳,...,۸ \Rightarrow x^۲+y^۲=۱,۴,۹,...,۶۴$

$۲: y=۱ \Rightarrow x=۰,۱,۲,۳,۴ \Rightarrow x^۲+y^۲=۱,۲,۵,۱۰,۱۷$

$۳: y=۲ \Rightarrow x=۰ \Rightarrow x^۲+y^۲=۴$

بنابراین، عدد $x^۲+y^۲$، ۱۲ مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد. (دقت شود که در کل ۱۴ عدد می‌شود که ۱ و ۴ تکراری هستند)

گروه آموزشی ماز

۲- اگر مجموعهٔ $[m,m^۲]$ شامل ۴۳ عضو صحیح باشد، مجموعه $(\frac{m}{۲},۹m)$ شامل چند عدد صحیح است؟ $(m\in\mathbb{Z})$

۱) ۵۸ ۲) ۶۱ ۳) ۵۹ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

اگر $(m\in\mathbb{Z})$ باشد، $m^۲\in\mathbb{Z}$ نیز صحیح است، پس دو سر بازه، عدد صحیح است. بنابراین اختلاف آن‌ها باید ۴۲ واحد باشد:

$$m^۲-m=۴۲ \Rightarrow m^۲-m-۴۲=۰ \Rightarrow (m-۷)(m+۶)=۰ \Rightarrow m=-۶,۷$$

$m=-۶ \Rightarrow (\frac{m}{۲},۹m)=(-۳,-۵۴) \Rightarrow$ تعریف نشده

$$m=۷ \Rightarrow (\frac{m}{۲},۹m)=(\frac{۷}{۲},۶۳) \xrightarrow{\text{اعداد صحیح}} ۴,۵,۶,...,۶۲ \xrightarrow{\text{تعداد اعداد}} ۶۲-۴+۱=۵۹$$

گروه آموزشی ماز

۳- بزرگ‌ترین جمله دنباله $a_n=-۲n^۲+۱۷n+۳$ کدام است؟

۱) ۳۹/۱۲۵ ۲) ۳۹ ۳) ۴۰ ۴) ۴۱

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

«ماکزیمم و مینیمم یک سهمی» چجوری بود؟

اگر سهمی $f(x)=ax^۲+bx+c$ را داشته باشیم، آن‌گاه ۲ حالت وجود دارد:

A: اگر $a>۰$، آن‌گاه سهمی رو به بالا بوده و دارای مینیمم است. مختصات نقطهٔ مینیمم به صورت $S=(-\frac{b}{۲a},\frac{-\Delta}{۴a})$ می‌باشد.

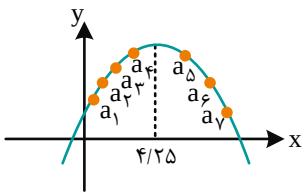
B: اگر $a<۰$، آن‌گاه سهمی رو به پایین بوده و دارای ماکزیمم است. مختصات نقطهٔ ماکزیمم به صورت $S=(-\frac{b}{۲a},-\frac{\Delta}{۴a})$ می‌باشد.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

دنباله موردنظر نقاطی با طول صحیح روی تابع درجه دوم $y=-2x^2+17x+3$ است که رأس آن به صورت $S(4/25, 39/125)$ است:



از نمودار مشخص است که جملهٔ چهارم بزرگ‌ترین جمله است.

$a_4=-32+68+3=39$

گروه آموزشی ماز

۴- دنبالهٔ $\left\{\sin(n\pi-\frac{\pi}{2})\tan(n\pi+\frac{\pi}{4})\right\}$ با کدام یک از دنباله‌های زیر برابر است؟

۱) $\{\cos n\pi\}$ ۲) $\{(-1)^{n+1}\}$ ۳) $\left\{\sin\frac{n\pi}{2}\right\}$ ۴) $\left\{\cos\frac{n\pi}{2}\right\}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ ترکیبی/محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

نکته‌ای ریز اما پرکاربرد:

گاهی در سوالات مربوط به دنباله، از عبارت $\cos n\pi$ استفاده می‌شود که همان $(-1)^n$ می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

دنبالهٔ داده شده در سوال را ساده می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}\sin(n\pi-\frac{\pi}{2})=-\cos n\pi=-(-1)^n=(-1)^{n+1}\\ \tan(n\pi+\frac{\pi}{4})=\tan(\frac{\pi}{4})=1\end{array}\right\}\Rightarrow(-1)^{n+1}\times 1=(-1)^{n+1}$$

دقت شود که $\cos n\pi=(-1)^n$

پس جملهٔ عمومی دنباله همان $(-1)^{n+1}$ است.

گروه آموزشی ماز

۵- دنباله‌های حسابی روبه‌رو چند جمله مشترک کمتر از ۵۰۰ دارند؟

$$\begin{cases}5,9,13,17,\ldots\\ 9,15,21,27,\ldots\end{cases}$$

۱) ۴۱ ۲) ۳۹ ۳) ۴۰ ۴) ۴۲

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

بریم ببینیم «دنبالهٔ حسابی مشترک دو دنبالهٔ حسابی متمایز» چگونه محاسبه می‌شود؟!!

اگر a_n دنباله‌ای حسابی با جملهٔ اول a_1 و قدرنسبت d و b_n نیز دنبالهٔ حسابی دیگری با جملهٔ اول b_1 و قدرنسبت d' باشد، آن‌گاه جملات مشترک دو دنبالهٔ a_n و b_n، خود یک دنبالهٔ حسابی جدید (c_n) با جملهٔ اول c_1 و قدرنسبت d'' است که از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$a_n: a_1, a_1+d, a_1+2d,\ldots$

$b_n: b_1, b_1+d', b_1+2d',\ldots$

$c_n: c_1, c_1+d'', c_1+2d'',\ldots$

$c_1=$ اولین جملهٔ مشترک بین a_n و b_n $\qquad d''=[d,d']\Rightarrow$ ک‌مم

پاسخ تشریحی:

دنباله بالایی دارای قدرنسبت ۴ و دنباله پایینی دارای قدرنسبت ۶ است. اولین جمله مشترک آن‌ها ۹ است.

$$\begin{cases}5,9,13,17,21,\ldots\\ 9,15,21,27,\ldots\end{cases}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

اگر فرض کنیم جمله مشترک بعدی $m+۹$باشد، (m مضرب ۴و ۶است، پس مضرب ۱۲ است). بنابراین جملات مشترک، خودشان دنباله‌ای با قدرنسبت ۱۲ و جمله اول ۹ هستند:

$$a_n = ۹+(n-۱)\times ۱۲ = ۱۲n-۳$$

حال باید نامعادله $a_n < ۵۰۰$ را حل کنیم:

$$۱۲n-۳<۵۰۰ \Rightarrow ۱۲n<۵۰۳ \Rightarrow n<۴۱/۹ \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n=۱,۲,...,۴۰,۴۱$$

پس 41 جمله مشترک کمتر از ۵۰۰ دارند.

گروه آموزشی ماز

۶- در یک دنبالهٔ هندسی، جملات دوم، دو برابر جملهٔ پنجم و جملهٔ هشتم تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. نسبت بزرگ‌ترین این اعداد به کوچک‌ترین آن‌ها کدام است؟

۱) $۳+۴\sqrt{۷}$ ۲) $۱۷+۴\sqrt{۳}$ ۳) $۴+۷\sqrt{۳}$ ۴) $۷+۴\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

«دنبالهٔ حسابی» رو براتون تعریف کنیم؟

دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جملهٔ اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می‌آید، یک دنبالهٔ حسابی نامیده می‌شود و به آن عدد ثابت، قدرنسبت دنباله می‌گویند.

$$a_۱,a_۲,a_۳,...,a_n,...$$
$$a_n = a_۱+(n-۱)d$$

بعد از دنبالهٔ حسابی، بریم سراغ تعریف «دنبالهٔ هندسی»:

دنباله‌ای است که در آن، هر جمله (به جز جملهٔ اول) از ضرب جملهٔ قبل از خودش در عددی ثابت و غیرصفر به دست می‌آید. این عدد ثابت را قدرنسبت دنباله می‌نامیم. جملهٔ اول هم باید غیرصفر باشد.

$$a_۱,a_۲,a_۳,...,a_n,...$$
$$a_n = a_۱q^{n-۱}\ ,a_۱\neq ۰$$

پاسخ تشریحی:

جملات دوم، دو برابر پنجم و هشتم به صورت زیر هستند:

$$a_۱q, ۲a_۱q^۴, a_۱q^۷ \xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} \frac{a_۱q+a_۱q^۷}{۲} = ۲a_۱q^۴ \Rightarrow a_۱q(۱+q^۶) = ۴a_۱q^۴ \xrightarrow{a_۱q\neq ۰} ۱+q^۶ = ۴q^۳ \xrightarrow{q^۳=t}$$

$$t^۲-۴t+۱=۰ \Rightarrow t=\frac{۴\pm ۲\sqrt{۳}}{۲} = ۲\pm\sqrt{۳} \Rightarrow q^۳ = ۲\pm\sqrt{۳}$$

اکنون حاصل مطلوب سوال را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\text{بزرگ‌ترین عدد}}{\text{کوچک‌ترین عدد}} = \frac{a_۱q^۷}{a_۱q} = q^۶ = (q^۳)^۲ = (۲\pm\sqrt{۳})^۲ = ۴+۳\pm ۴\sqrt{۳} = ۷\pm ۴\sqrt{۳}$$

دقت شود که چون دنباله، حسابی است، بزرگ ترین و کوچک ترین عدد، اعداد ابتدایی و انتهایی هستند (و یا بالعکس).

گروه آموزشی ماز

۷- حاصل $A=(۱+x+x^۲+...+x^۸)(۱-x+x^۲-...+x^۸)$، به ازای $x=\sqrt{۲}$ کدام است؟

۱) ۵۰۷ ۲) ۵۱۱ ۳) ۵۱۲ ۴) ۵۱۶

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

فرمول‌های بسیار کاربردی!

۲ فرمول زیر رو سریع و فوری یاد بگیرید که حسابی مهم‌اند.

$$n\in\mathbb{N}: x^n-۱=(x-۱)(x^{n-۱}+x^{n-۲}+...+x+۱)$$
$$n\in\mathbb{N}, n\text{ فرد}: x^n+۱=(x+۱)(x^{n-۱}-x^{n-۲}+...-x+۱)$$

این فرمول‌ها رو با فرمول مجموع دنبالهٔ هندسی نیز می‌شد حساب کرد.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

حاصل جملهٔ اول و دوم را طبق فرمول مجموع دنبالهٔ هندسی حساب می‌کنیم:

$$1+x+x^2+\ldots+x^8 \xrightarrow{a_1=1,\,q=x} \frac{1\times(x^9-1)}{x-1}$$

$$1-x+x^2-\ldots+x^8 \xrightarrow{a_1=1,\,q=-x} \frac{1\times((-x)^9-1)}{-x-1}=\frac{-x^9-1}{-x-1}=\frac{x^9+1}{x+1}$$

در نهایت حاصل‌ضرب را به ازای $x=\sqrt{2}$ حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow A=\frac{x^9-1}{x-1}\times\frac{x^9+1}{x+1}=\frac{x^{18}-1}{x^2-1}=\frac{(\sqrt{2})^{18}-1}{(\sqrt{2})^2-1}=\frac{2^9-1}{2-1}=511$$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر برای عدد حقیقی $a=\frac{2m-1}{m+1}$ داشته باشیم: $\sqrt{-a}+a>0$، حدود تغییرات m کدام است؟

۱) $-1<m<0$ ۲) $1<m<\frac{1}{2}$ ۳) $0<m<\frac{1}{2}$ ۴) $m<-1$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

ایستگاه نکته‌ای تپل در مورد «روش تعیین علامت»:

برای تعیین علامت عبارات گویا، صورت و مخرج را به عواملشان تجزیه کرده و سپس ریشه‌های آن‌ها را در جدول تعیین علامت می‌نویسیم و به شیوهٔ زیر عمل می‌کنیم.

A: اگر ریشهٔ موردنظر به تعداد فرد بار تکرار شده باشد، عبارت گویا در دو طرف آن ریشه تغییر علامت می‌دهد.

B: اگر ریشهٔ موردنظر به تعداد زوج بار تکرار شده باشد، عبارت گویا در دو طرف آن ریشه تغییر علامت نمی‌دهد.

C: اگر ریشهٔ موردنظر از یک عبارت قدرمطلقی باشد، عبارت گویا در دو طرف آن ریشه تغییر علامت نمی‌دهد.

D: اگر ریشهٔ موردنظر از یک عبارت رادیکالی با فرجهٔ فرد باشد، عبارت گویا در دو طرف آن ریشه تغییر علامت می‌دهد.

تذکر: اگر یک ریشه به صورت ترکیبی از موارد بالا باشد، هر کدام از ۴ قانون بالا را جداگانه روی آن ریشه اعمال می‌کنیم و برآیند آن، جواب نهایی ما برای آن ریشه می‌باشد.

مثال:

$$P=\frac{|x-2|(x-3)^2(x^2-4x+3)}{(x^2-6x+5)\sqrt[3]{x-1}}$$

پاسخ:

$$P=\frac{|x-2|(x-3)^2(x-3)(x-1)}{(x-1)(x-5)\sqrt[3]{x-1}}=\frac{|x-2|(x-3)^3}{(x-5)\sqrt[3]{x-1}}$$

x	1 (ت ن)	2	3	5 (ت ن)
P	$-$	$+$	$+$	$-$	$+$

پاسخ تشریحی:

$$\sqrt{-a}+a>0\Rightarrow\sqrt{-a}>-a\Rightarrow 0<-a<1\Rightarrow -1<a<0\Rightarrow -1<\frac{2m-1}{m+1}<0$$

حال دو نامعادله را جداگانه حل می‌کنیم:

$$\frac{2m-1}{m+1}<0 \xrightarrow{\text{بین دو ریشه}} -1<m<\frac{1}{2}\quad (I)$$

$$-1<\frac{2m-1}{m+1}\Rightarrow\frac{2m-1}{m+1}+1>0\Rightarrow\frac{2m-1+m+1}{m+1}>0\Rightarrow\frac{3m}{m+1}>0 \xrightarrow{\text{خارج دو ریشه}} m<-1 \text{ یا } m>0\quad (II)$$

اشتراک موارد (I) و (II) به صورت $0<m<\frac{1}{2}$ است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۹- اگر $(a+\sqrt{b})^{۳}=c+۵۴\sqrt{۶}$، مقدار $a^{۲}-b+c$ کدام است؟ $(a,b,c\in\mathbb{N})$

۱) ۱۴۶ ۲) ۱۴۲ ۳) ۱۵۶ ۴) ۱۵۲

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

راستی می‌دونستید حفظ کردن اتحادهای زیر، از نون شب هم واجب‌تره!

۱) $(a\pm b)^{۲}=a^{۲}\pm ۲ab+b^{۲}$

۲) $(a-b)(a+b)=a^{۲}-b^{۲}$

۳) $(a+b+c)^{۲}=a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}+۲ab+۲ac+۲bc$

۴) $(x+a)(x+b)=x^{۲}+(a+b)x+ab$

۵) $(a\pm b)^{۳}=a^{۳}\pm ۳a^{۲}b+۳ab^{۲}\pm b^{۳}=a^{۳}\pm b^{۳}+۳ab(\pm a+b)$

۶) $a^{۳}\pm b^{۳}=(a\pm b)(a^{۲}\mp ab+b^{۲})$

پاسخ تشریحی:

در ابتدا طبق اتحاد مکعب مجموع دو جمله‌ای می‌توان نوشت:

$$(a+\sqrt{b})^{۳}=a^{۳}+۳a^{۲}\sqrt{b}+۳ab+b\sqrt{b}=a^{۳}+۳ab+(۳a^{۲}+b)\sqrt{b}$$

با توجه به این که $a,b,c\in\mathbb{N}$ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} b=۶ \\ a^{۳}+۳ab=c \\ ۳a^{۲}+b=۵۴ \xrightarrow{b=۶} ۳a^{۲}=۴۸ \Rightarrow a^{۲}=۱۶ \xrightarrow{a\in\mathbb{N}} a=۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow c=a^{۳}+۳ab=۶۴+۳\times۴\times۶=۱۳۶$$

اکنون با داشتن مقادیر a ، b و c، جواب را محاسبه می‌کنیم.

$$\Rightarrow a^{۲}-b+c=۱۶-۶+۱۳۶=۱۴۶$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- در تجزیه عبارت $x^{۵}+۱=(x+۱).A(x)$، مجموع ضرایب $A(x)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۱-

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

این شما و این هم نکتهٔ پرمغز در باب «مجموع ضرایب یک چندجمله‌ای»:

خیلی راحت برای اینکه مجموع ضرایب چندجمله‌ای $P(x)$ رو حساب کنی، فقط کافیه $P(۱)$ رو به دست بیاری، همین!

روش اول:

از اتحاد زیر استفاده می‌کنیم:

$$x^{n}+۱=(x+۱)(x^{n-۱}-x^{n-۲}+\ldots+۱)\ (n=\text{فرد})$$

پس:

$$x^{۵}+۱=(x+۱)(x^{۴}-x^{۳}+x^{۲}-x+۱)$$

$$\Rightarrow A(x)=x^{۴}-x^{۳}+x^{۲}-x+۱ \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب}} ۱-۱+۱-۱+۱=۱$$

روش دوم:

در هر چندجمله‌ای مانند $A(x)$، مجموع ضرایب همان $A(۱)$ است.

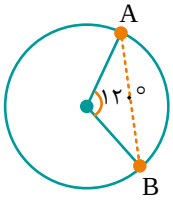
$$A(x)=\frac{x^{۵}+۱}{x+۱} \Rightarrow A(۱)=\frac{۲}{۲}=۱$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱۱- در دایره روبه‌رو با شعاع r، اختلاف طول کمان AB و وتر AB، ۲ واحد است. اگر $\pi \simeq ۳/۱۵$ و $\sqrt{۳} \simeq ۱/۷$ باشد، r کدام است؟



۱) ۶
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

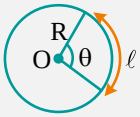
بی‌مقدمه بریم به سراغ «تبدیل زوایا به یکدیگر»:

اگر زاویه‌ای برحسب درجه (D) یا رادیان (R) داده شده باشد و بخواهیم آن را به دیگری تبدیل کنیم، از فرمول زیر کمک می‌گیریم:

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi}$$

«فرمول طول کمان دایره» که دیگه گفتن نداره!

در دایره‌ای به شعاع R، طول کمان روبه‌رو به زاویهٔ مرکزی θ برابر است با:

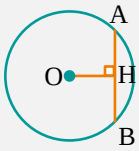


$$\ell = R\theta$$

تذکر: دقت شود که θ باید حتماً برحسب رادیان باشد.

این نکته دیگه خیلی هندسی طور میشه...

پاره‌خط عبوری از مرکز دایره، بر وتر دایره، عمود است و آن را نصف می‌کند.



$$\begin{cases} AH = BH \\ A\hat{H}O = ۹۰^\circ \end{cases}$$

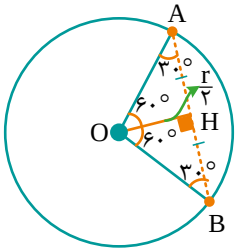
پاسخ تشریحی:

ابتدا طول کمان AB را محاسبه می‌کنیم. برای این کار زاویه ۱۲۰° را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{۱۲۰^\circ}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{۲\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{AB} = r\theta = \frac{۲\pi}{۳}r \xrightarrow{\pi \simeq ۳/۱۵} \overset{\frown}{AB} = ۲/۱r$$

برای محاسبه طول وتر AB نیز، از مرکز دایره خطی بر آن عمود می‌کنیم تا آن را نصف کند. در این صورت، مثلث‌های $O\hat{A}H$ و $O\hat{B}H$ به حالت ض‌زض هم‌نهشت هستند و دو زاویه ۶۰° تشکیل خواهد شد. پس $\hat{B} = ۳۰^\circ$ خواهد بود و می‌دانیم ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰° نصف وتر است: $OH = \frac{r}{۲}$



$$\xrightarrow{\text{فیثاغورس}} BH = \sqrt{OB^۲ - OH^۲} = \sqrt{r^۲ - (\frac{r}{۲})^۲} = \sqrt{\frac{۳r^۲}{۴}} = \frac{\sqrt{۳}r}{۲} \xrightarrow{\sqrt{۳} \simeq ۱/۷} BH = ۰/۸۵r \Rightarrow AB = ۱/۷r$$

پس اختلاف طول کمان و وتر AB برابر است با:

$$۲/۱r - ۱/۷r = ۲ \Rightarrow ۰/۴r = ۲ \Rightarrow r = ۵$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱۲- اگر $\frac{\pi}{۶} < x \le \frac{۳\pi}{۴}$ باشد و $\cos ۲x = \frac{۱}{۲m-۱}$، حدود m کدام است؟

۱) $(-\infty, ۰]$ ۲) $[\frac{۱}{۲}, +\infty)$ ۳) $[۰, \frac{۴}{۲})$ ۴) $\mathbb{R} - (۰, \frac{۳}{۲}]$

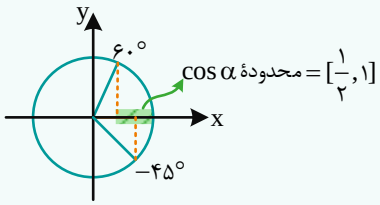
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

پردهٔ بعدی نمایش، «مشخص‌کردن محدودهٔ $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ با مشخص‌بودن خود زاویهٔ α»

برای این کار باید از دایرهٔ مثلثاتی کمک بگیریم، یعنی محدودهٔ α رو روی دایره مثلثاتی مشخص کرده، با توجه به دایرهٔ مثلثاتی، محدودهٔ نسبت مثلثاتی خواسته شده را به دست می‌آوریم.

مثال: اگر $-۴۵^\circ \le \alpha \le ۶۰^\circ$ باشد، محدودهٔ $\cos\alpha$ چقدر است؟

پاسخ: طبق دایرهٔ مثلثاتی داریم:

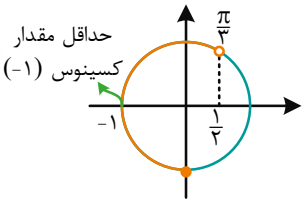


پاسخ تشریحی:

محدودهٔ $۲x$ را در دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم.

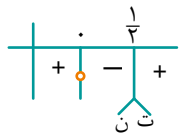
$$\frac{\pi}{۶} < x \le \frac{۳\pi}{۴} \Rightarrow \frac{\pi}{۳} < ۲x \le \frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow$$

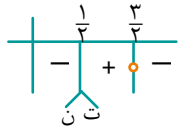
برای $\cos ۲x$ داریم:



$$\Rightarrow -۱ \le \cos ۲x < \frac{۱}{۲} \Rightarrow -۱ \le \frac{۱}{۲m-۱} < \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{۲m-۱} \ge -۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲m-۱} + ۱ \ge ۰ \\ \frac{۱}{۲m-۱} < \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲m-۱} - \frac{۱}{۲} < ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{۱+۲m-۱}{۲m-۱} \ge ۰ \Rightarrow \frac{۲m}{۲m-۱} \ge ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \Rightarrow x \le ۰ \text{ یا } x > \frac{۱}{۲} \quad (I) \\ \frac{۲-۲m+۱}{۴m-۲} < ۰ \Rightarrow \frac{۳-۲m}{۴m-۲} < ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \Rightarrow x < \frac{۱}{۲} \text{ یا } x > \frac{۳}{۲} \quad (II) \end{cases}$$





$$(I) \cap (II) \Rightarrow x \le ۰ \text{ یا } x > \frac{۳}{۲}$$

گروه آموزشی ماز

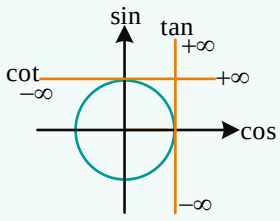
۱۳- اگر $\frac{۵\pi}{۱۸} < x < \frac{۴\pi}{۹}$ باشد، مقدار $\tan ۳x$ در کدام بازه است؟

۱) $(-\sqrt{۳}, \sqrt{۳})$ ۲) $(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}, \frac{\sqrt{۳}}{۳})$ ۳) $(-\sqrt{۳}, \frac{\sqrt{۳}}{۳})$ ۴) $(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}, \sqrt{۳})$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

نظرتون در مورد «نحوهٔ نمایش تانژانت روی دایرهٔ مثلثاتی» چیه؟

محور sin، cos، tan، cot در دایرهٔ مثلثاتی زیر مشخص است.



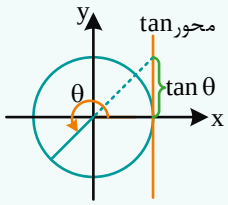
تذکر: روی دایرهٔ مثلثاتی، فقط مقادیر مربوط به محور tan و cot مشخص شده است.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

مثال: $\tan\frac{۴\pi}{۳}$ را روی دایرهٔ مثلثاتی نشان دهید.

پاسخ: ابتدا زاویهٔ $\theta=\frac{۴\pi}{۳}$ را پیدا کرده، سپس تقاطع زاویه با محور tan را پیدا می‌کنیم.

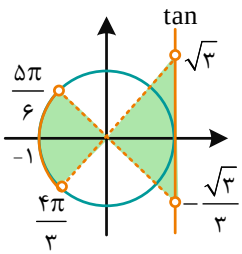


$\tan\frac{۴\pi}{۳}=\sqrt{۳}$ جواب می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

ابتدا محدوده تغییرات $۳x$ را می‌یابیم و سپس با دایره مثلثاتی، محدوده تانژانت را می‌یابیم:

$$\frac{۵\pi}{۱۸}<x<\frac{۴\pi}{۹}\Rightarrow\frac{۵\pi}{۶}<۳x<\frac{۴\pi}{۳}$$



همان‌طورکه از دایره مثلثاتی مشخص است، $\tan ۳x$ در بازهٔ $(-\frac{\sqrt{۳}}{۳},\sqrt{۳})$ تغییر می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $\tan ۳۶^\circ=\frac{۳}{۴}$ باشد، حاصل $\frac{۲\sin ۳۰۶^\circ+\cos ۲۱۶^\circ}{\sin ۵۴^\circ+۲\sin ۳۲۴^\circ}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

«فرمول نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایای مهم» رو هم یاد بگیریم، بد نیست!

A: $۲k\pi+\theta \xleftarrow{k\in\mathbb{Z}}$

$\cos(۲k\pi+\theta)=\cos\theta$ $\quad$ $\sin(۲k\pi+\theta)=\sin\theta$

$\tan(۲k\pi+\theta)=\tan\theta$ $\quad$ $\cot(۲k\pi+\theta)=\cot\theta$

B: $۲k\pi-\theta \xleftarrow{k\in\mathbb{Z}}$

$\cos(۲k\pi-\theta)=\cos\theta$ $\quad$ $\sin(۲k\pi-\theta)=-\sin\theta$

$\tan(۲k\pi-\theta)=-\tan\theta$ $\quad$ $\cot(۲k\pi-\theta)=-\cot\theta$

C: $\frac{\pi}{۲}-\theta \leftarrow$

$\cos(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\sin\theta$ $\quad$ $\sin(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\cos\theta$

$\tan(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\cot\theta$ $\quad$ $\cot(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\tan\theta$

D: $\frac{۳\pi}{۲}+\theta \leftarrow$

$\cos(\frac{۳\pi}{۲}+\theta)=\sin\theta$ $\quad$ $\sin(\frac{۳\pi}{۲}+\theta)=-\cos\theta$

$\tan(\frac{۳\pi}{۲}+\theta)=-\cot\theta$ $\quad$ $\cot(\frac{۳\pi}{۲}+\theta)=-\tan\theta$

E: $\frac{۳\pi}{۲}-\theta \leftarrow$

$\cos(\frac{۳\pi}{۲}-\theta)=-\sin\theta$ $\quad$ $\sin(\frac{۳\pi}{۲}-\theta)=-\cos\theta$

$\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\theta)=\cot\theta$ $\quad$ $\cot(\frac{۳\pi}{۲}-\theta)=\tan\theta$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

F: $\pi+\theta \rightarrow$

$\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$ $\quad$ $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$

$\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$ $\quad$ $\cot(\pi+\theta)=\cot\theta$

G: $\pi-\theta \rightarrow$

$\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$ $\quad$ $\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$

$\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$ $\quad$ $\cot(\pi-\theta)=-\cot\theta$

H: $-\theta \rightarrow$

$\cos(-\theta)=\cos\theta$ $\quad$ $\sin(-\theta)=-\sin\theta$

$\tan(-\theta)=-\tan(\theta)$ $\quad$ $\cot(-\theta)=-\cot(\theta)$

پاسخ تشریحی:

در ابتدای کار با توجه به زاویهٔ ۳۶° داده شده، هر کدام از نسبت‌های مثلثاتی را ساده‌تر می‌کنیم.

$$\sin ۳۰۶^\circ=\sin(\underbrace{۲۷۰^\circ+۳۶^\circ}_{\frac{۳\pi}{۲}+\alpha})=-\cos ۳۶^\circ$$

$$\cos ۲۱۶^\circ=\cos(\underbrace{۱۸۰^\circ+۳۶^\circ}_{\pi+\alpha})=-\cos ۳۶^\circ$$

$$\sin ۵۴^\circ=\sin(\underbrace{۹۰^\circ-۳۶^\circ}_{\frac{\pi}{۲}-\alpha})=\cos ۳۶^\circ$$

$$\sin ۳۲۴^\circ=\sin(\underbrace{۳۶۰^\circ-۳۶^\circ}_{۲\pi-\alpha})=-\sin ۳۶^\circ$$

پس حاصل نهایی برابر است با:

$$\frac{-۲\cos ۳۶^\circ-\cos ۳۶^\circ}{\cos ۳۶^\circ-۲\sin ۳۶^\circ}=\frac{-۳\cos ۳۶^\circ}{\cos ۳۶^\circ-۲\sin ۳۶^\circ}\xrightarrow{\div\cos ۳۶^\circ}\frac{-۳}{۱-۲\tan ۳۶^\circ}=\frac{-۳}{۱-۲\times\frac{۳}{۴}}=\frac{-۳}{۱-\frac{۳}{۲}}=\frac{-۳}{-\frac{۱}{۲}}=۶$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $\cot x=۳$ باشد، مقدار $\sin^۶ x+\cos^۶ x$ کدام است؟

۱) ۰/۷۳ $\quad$ ۲) ۰/۷۶ $\quad$ ۳) ۰/۶۷ $\quad$ ۴) ۰/۷۲

پاسخ: گزینه ۱ $\quad$ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

یک کم «اتحاد مثلثاتی» هم ببینیم:

۱) $\tan x+\cot x=\frac{۱}{\sin x.\cos x}$ $\quad$ ۲) $\sin^۴ x+\cos^۴ x=۱-۲(\sin x.\cos x)^۲$

۳) $\sin^۶ x+\cos^۶ x=۱-۳(\sin x.\cos x)^۲$

پاسخ تشریحی:

چون $\cot x=۳$ است، $\tan x=\frac{۱}{۳}$ است. بنابراین:

$$\tan x+\cot x=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{\sin^۲ x+\cos^۲ x}{\sin x.\cos x}=\frac{۱}{\sin x.\cos x}\Rightarrow\frac{۱}{۳}+۳=\frac{۱}{\sin x.\cos x}\Rightarrow\frac{۱۰}{۳}=\frac{۱}{\sin x.\cos x}\Rightarrow\sin x.\cos x=\frac{۳}{۱۰}$$

$$\sin^۶ x+\cos^۶ x=(\sin^۲ x+\cos^۲ x)^۳-۳(\sin^۲ x+\cos^۲ x)(\sin^۲ x.\cos^۲ x)=۱-۳(\sin x.\cos x)^۲=۱-۳\times\frac{۹}{۱۰۰}=۱-\frac{۲۷}{۱۰۰}=۰/۷۳$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱۶- باقی‌مانده تقسیم $x^۴-۵x^۳+۶x^۲-۷$ بر $x^۲+۱$ به صورت $ax+b$ است. مقدار $a^۲-b$ کدام است؟

۱) ۳۶ ۲) ۳۷ ۳) ۳۹ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

در معادلهٔ درجه دوم، اگر $\Delta \geq ۰$ باشد، باقی‌مانده صفر می‌شود. پس وقتی در عبارت درجه دوم، $\Delta < ۰$ باشد، روند تقسیم را به صورت عادی پیش می‌گیریم:

$$\begin{array}{l} x^۴-۵x^۳+۶x^۲-۷ \;\big|\; x^۲+۱ \\ \underline{x^۴+x^۲} \qquad\qquad x^۲-۵x+۵ \\ -۵x^۳+۵x^۲-۷ \\ \underline{-۵x^۳-۵x} \\ ۵x^۲+۵x-۷ \\ \underline{۵x^۲+۵} \\ ۵x-۱۲ \end{array}$$

$$\Rightarrow a=۵, b=-۱۲ \Rightarrow a^۲-b=۲۵+۱۲=۳۷$$

روش دوم:

عبارت $x^۲+۱$ ریشه ندارد ولی با فرض داشتن ریشه، از تساوی $x^۲+۱=۰$ داریم:

$$x^۲=-۱ \xrightarrow{\text{جایگذاری در مقسوم}} (x^۲)^۲-۵x^۲(x)+۶(x^۲)-۷=(-۱)^۲-۵(-۱)(x)+۶(-۱)-۷$$

$$=۱+۵x-۶-۷=۵x-۱۲ \Rightarrow a=۵, b=-۱۲ \Rightarrow a^۲-b=۲۵+۱۲=۳۷$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر دوره تناوب توابع $f(x)=\sin(ax)-|a|$ و $g(x)=\cos\frac{۴x}{a}$ یکسان باشند، حداقل مقدار f کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۳- ۳) ۱- ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

به به! بالاخره رسیدیم به «دورهٔ تناوب توابع مثلثاتی»:

۱) $a\sin(bx+c)+d \Rightarrow T=\frac{۲\pi}{|b|}$

۲) $a\sin^m(bx+c)+d \Rightarrow T=\frac{۲\pi}{|b|}$:m فرد

۳) $a\cos(bx+c)+d \Rightarrow T=\frac{۲\pi}{|b|}$

۴) $a\cos^m(bx+c)+d \Rightarrow T=\frac{۲\pi}{|b|}$:m فرد

۵) $a\tan(bx+c)+d \Rightarrow T=\frac{\pi}{|b|}$

۶) $a\cot(bx+c)+d \Rightarrow T=\frac{\pi}{|b|}$

۷) $a\sin^m(bx+c)+d \Rightarrow T=\frac{\pi}{|b|}$:m زوج

۸) $a\cos^m(bx+c)+d \Rightarrow T=\frac{\pi}{|b|}$:m زوج

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

دورهٔ تناوب دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ را نوشته و آن‌ها را برابر هم قرار می‌دهیم:

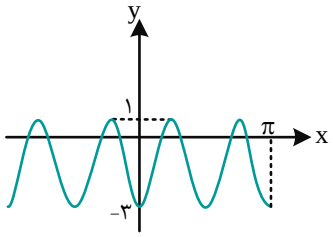
$$T_f = T_g \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{4}{a}\right|} \Rightarrow |a| = \left|\frac{4}{a}\right| \Rightarrow |a| = \frac{4}{|a|} \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow |a| = 2$$

تذکر: دقت شود که اضافه یا کم کردن اعداد ثابت، دورهٔ تناوب تابع را تغییر نمی‌دهد.

$$\min f = -|1| - |a| = -1 - 2 = -3$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- نمودار تابع $f(x) = a\cos(bx) + d$ به شکل مقابل است. حاصل $ad + b$ کدام می‌تواند باشد؟



۱) ۸
۲) ۲
۳) -2
۴) -6

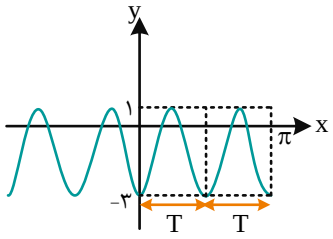
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

هر آنچه که لازمه در مورد «ماکزیمم و مینیمم توابع مثلثاتی» بدانید:

۱) $a\sin(bx+c)+d$	$\Rightarrow \max = \lvert a\rvert + d$	$\min = -\lvert a\rvert + d$	
۲) $a\cos(bx+c)+d$	$\Rightarrow \max = \lvert a\rvert + d$	$\min = -\lvert a\rvert + d$	
۳) $a\sin^m(bx+c)+d$	$\Rightarrow \max = \lvert a\rvert + d$	$\min = -\lvert a\rvert + d$	m: فرد
۴) $a\cos^m(bx+c)+d$	$\Rightarrow \max = \lvert a\rvert + d$	$\min = -\lvert a\rvert + d$	m: فرد
۵) $a\sin^m(bx+c)+d$	$\Rightarrow \max = \lvert a\rvert + d$	$\min = 0 + d = d$	m: زوج
۶) $a\cos^m(bx+c)+d$	$\Rightarrow \max = \lvert a\rvert + d$	$\min = 0 + d = d$	m: زوج

پاسخ تشریحی:

حداکثر مقدار تابع ۱ و حداقل مقدار آن -3 است. همچنین تابع در فاصله $[0, \pi]$ دوبار تناوب خود را طی کرده است:



$$\begin{cases} \max = 1 \Rightarrow |a| + d = 1 \\ \min = -3 \Rightarrow -|a| + d = -3 \end{cases} \Rightarrow 2d = -2 \Rightarrow d = -1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$2T = \pi \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |b| = 4 \Rightarrow b = \pm 4$$

چون $\cos x = \cos(-x)$، پس هر دو مقدار $b = \pm 4$ صحیح هستند. حال در دوحالت $a = 2$ و $a = -2$ داریم:

$$a = 2 \Rightarrow f(x) = 2\cos(4x) - 1$$

$$a = -2 \Rightarrow f(x) = -2\cos(4x) - 1$$

چون تابع شبیه قرینه کسینوس است(در عرض از مبدأ، دارای مینیمم است)، در نتیجه $a < 0$ است، پس: $a = -2$. بنابراین، $ad + b$ برابر است با:

$$b = 4 \Rightarrow ad + b = (-2)(-1) + 4 = 6$$

$$b = -4 \Rightarrow ad + b = (-2)(-1) - 4 = -2$$

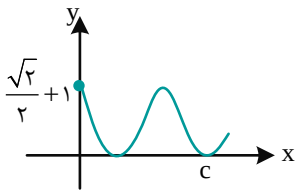
که جواب -2 در گزینه‌ها است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱۹- اگر نمودار تابع $f(x)=a\sin(x-\frac{\pi}{4})+b$ به شکل مقابل باشد، مقدار c کدام است؟



۱) $\frac{3\pi}{4}$
۲) $\frac{11\pi}{4}$
۳) $\frac{7\pi}{4}$
۴) 3π

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

پاسخ تشریحی:

عرض از مبدأ تابع $\frac{\sqrt{2}}{2}+1$ است، پس:

$$(0,\frac{\sqrt{2}}{2}+1)\in f \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}+1=a\sin(-\frac{\pi}{4})+b \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}+1=-\frac{\sqrt{2}}{2}a+b \quad (*)$$

حداقل مقدار تابع، صفر است، چون تابع بر محور xها از بالا مماس است، پس $b>0$ می‌باشد و داریم:

$$\min=0 \Rightarrow -|a|+b=0 \Rightarrow b=|a| \xrightarrow{\text{تابع شبیه قرینه } \sin(x-\frac{\pi}{4}) \text{ است}} a<0 \xrightarrow{b>0} b=-a$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{\sqrt{2}}{2}+1=-\frac{\sqrt{2}}{2}(-b)+b \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}+1=\frac{\sqrt{2}}{2}b+b \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}+1=b(\frac{\sqrt{2}}{2}+1) \Rightarrow b=1 \Rightarrow a=-1$$

پس ضابطه تابع، $f(x)=-\sin(x-\frac{\pi}{4})+1$ است. برای یافتن c باید دومین ریشه مثبت تابع را بیابیم:

$$-\sin(x-\frac{\pi}{4})+1=0 \Rightarrow \sin(x-\frac{\pi}{4})=1 \Rightarrow x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{2},... \Rightarrow x=\frac{3\pi}{4},\frac{11\pi}{4},...$$

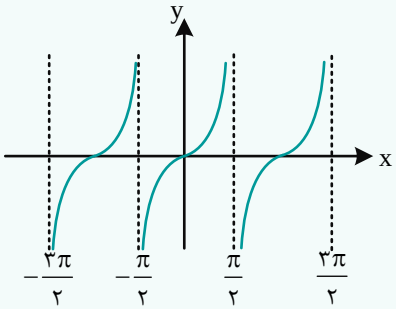
گروه آموزشی ماز

۲۰- تابع $y=\tan(2x-\frac{\pi}{3})$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

۱) $(0,\frac{\pi}{2})$
۲) $(-\frac{\pi}{2},0)$
۳) $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$
۴) $(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6})$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

«نمودار تابع تانژانت» رو قورت بده!



A: همانطور که مشاهده می‌شود تابع tanx در نقاط $k\pi+\frac{\pi}{2}; k\in\mathbb{Z}$ تعریف نشده است.

B: تابع tanx در بازه‌های $\left(\frac{2k+1}{2}\pi,\frac{2k+3}{2}\pi\right)$ که $k\in\mathbb{Z}$ همواره صعودی اکید است، اما به طور کلی این تابع صعودی اکید نمی‌باشد.

پاسخ تشریحی:

تابع تانژانت در بازه‌ای صعودی است که شامل مجانب قائم (ریشه‌های کسینوس) نباشد. حال از روی گزینه‌ها، بازه تغییرات $(2x-\frac{\pi}{3})$ را می‌سازیم و بررسی می‌کنیم آیا در بازه موردنظر مقدار کسینوس صفر می‌شود یا نه:

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\frac{\pi}{2}$ در این بازه قرار دارد. $0<x<\frac{\pi}{2} \Rightarrow 0<2x<\pi \Rightarrow -\frac{\pi}{3}<2x-\frac{\pi}{3}<\frac{2\pi}{3} \Rightarrow$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۲) $(-\frac{\pi}{۲})$ در این بازه قرار دارد. $-\frac{\pi}{۲}<x<۰ \Rightarrow -\pi<۲x<۰ \Rightarrow -\frac{۴\pi}{۳}<۲x-\frac{\pi}{۳}<-\frac{\pi}{۳} \Rightarrow$

۳) $\frac{\pi}{۲}$ در این بازه قرار دارد. $\frac{\pi}{۶}<x<\frac{\pi}{۲} \Rightarrow \frac{\pi}{۳}<۲x<\pi \Rightarrow ۰<۲x-\frac{\pi}{۳}<\frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow$

۴) در این بازه مقداری وجود ندارد که کسینوس را صفر کند. $\frac{\pi}{۲}<x<\frac{۵\pi}{۶} \Rightarrow \pi<۲x<\frac{۵\pi}{۳} \Rightarrow \frac{۲\pi}{۳}<۲x-\frac{\pi}{۳}<\frac{۴\pi}{۳} \Rightarrow$

گروه آموزشی ماز

۲۱- اگر A، B، C و D وارون‌پذیر باشند و $۲AB=۳C^{-۱}D$ باشد، وارون ماتریس A کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}C^{-۱}DB^{-۱}$
۲) $\frac{۲}{۳}BD^{-۱}C$
۳) $\frac{۳}{۲}CD^{-۱}B$
۴) $\frac{۲}{۳}BCD^{-۱}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

وارون ماتریس هم مهمه‌ها!

ماتریس B را وارون A گویند، هرگاه $AB=BA=I$

پاسخ تشریحی:

$$۲AB=۳C^{-۱}D \xrightarrow{\times D^{-۱}} ۲ABD^{-۱}=۳C^{-۱}DD^{-۱}=۳C^{-۱} \xrightarrow{\times C} ۲ABD^{-۱}C=۳C^{-۱}C=۳I \xrightarrow{\times \frac{۱}{۳}} \frac{۲}{۳}ABD^{-۱}C=I$$

$$\Rightarrow A\times(\frac{۲}{۳}BD^{-۱}C)=I \Rightarrow A^{-۱}=\frac{۲}{۳}BD^{-۱}C$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}$، مجموع درایه‌های وارون ماتریس A کدام است؟

۱) ۱
۲) ۱-
۳) صفر
۴) $\frac{۱}{۱۱}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

راستی، می‌دونستی وارون ماتریس دو در دو چیه؟

وارون ماتریس $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ برابر است با:

$$A^{-۱}=\frac{۱}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$$

پاسخ تشریحی:

اکنون دو طرف تساوی را از چپ در وارون $\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}$ و از راست در وارون $\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}^{-۱}\times\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}\times A\times\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}^{-۱}=\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}^{-۱}\times\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}^{-۱}$$

$$\Rightarrow I\times A\times I=-\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix}-۱ & -۲\\ -۲ & -۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

$$A=-\frac{1}{3}\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 5\end{bmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{5-6}\begin{bmatrix}5 & -2\\ -3 & 1\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\begin{bmatrix}-5 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های A^{-1} برابر با -1 است.

گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر $B^{-1}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & -3\end{bmatrix}$ و $A^{-1}=\begin{bmatrix}6 & 3\\ 2 & 6\end{bmatrix}$ باشد، AB کدام است؟

۱) $5\begin{bmatrix}3 & -3\\ 2 & -4\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}\frac{2}{15} & -\frac{1}{10}\\ \frac{1}{15} & -\frac{1}{10}\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}\frac{1}{10} & 0\\ 0 & -\frac{1}{15}\end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

نظر شما در مورد وارون ضرب دو ماتریس چیه؟

اگر A و B دو ماتریس وارون‌پذیر باشند، آنگاه داریم:

$$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$$

خب حالا اگر ماتریس قطری باشه، وارونش چی میشه؟!!

وارون ماتریس قطری $A=\begin{bmatrix}a & 0\\ 0 & b\end{bmatrix}$ ماتریس قطری $A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{a} & 0\\ 0 & \frac{1}{b}\end{bmatrix}$ است.

پاسخ تشریحی:

طبق نکته ۱ داریم:

$$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}6 & 3\\ 2 & 6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10 & 0\\ 0 & -15\end{bmatrix}$$

و براساس نکته ۲، $B^{-1}A^{-1}$ ماتریس قطری است، بنابراین وارون آن یعنی AB برابر است با:

$$AB=\begin{bmatrix}\frac{1}{10} & 0\\ 0 & -\frac{1}{15}\end{bmatrix}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۲۴- اگر $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases}$ و $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، $x+2y$ کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا دستگاه داده شده را به فرم ماتریس می‌نویسیم و سپس دو طرف آن را از چپ در $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{matrix} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 \\ 11 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x+y=5 \\ y=11 \end{matrix} \xrightarrow{+} x+2y=16$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر $A-4A^{-1}=\bar{O}$ باشد، وارون $2A+3I$ کدام است؟

۱) $\frac{A}{3}+\frac{I}{2}$ ۲) $\frac{A}{3}-\frac{I}{2}$ ۳) $\frac{2A}{5}-\frac{3I}{5}$ ۴) $\frac{2A}{7}-\frac{3}{7}I$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

$$A-4A^{-1}=\bar{O} \xrightarrow{\times A} A^2-4A^{-1}A=\bar{O} \Rightarrow A^2-4I=\bar{O} \Rightarrow A^2=4I \xrightarrow{\times 4} 4A^2=16I \Rightarrow 4A^2-9I=7I \Rightarrow 4A^2-9I^2=7I$$

$$\Rightarrow (2A+3I)(2A-3I)=7I \Rightarrow (2A+3I)(\frac{2A}{7}-\frac{3}{7}I)=I \Rightarrow (2A+3I)^{-1}=\frac{2A}{7}-\frac{3I}{7}$$

روش دوم:

ماتریس $A=[2]$ در فرض صدق می‌کند. وارون $2A+3I=[7]$، ماتریس $\begin{bmatrix} \frac{1}{7} \end{bmatrix}$ می‌شود. گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم تا ببینیم کدام $\frac{1}{7}$ می‌شود.

روش سوم:

$2A+3I$ را در گزینه‌ها ضرب می‌کنیم. هر کجا A^2 داشتیم، جای آن، $4I$ می‌گذاریم، حاصل هر کدام I شد، جواب است.

گروه آموزشی ماز

۲۶- در تقسیم ۱۴۰- بر ۱۵ تفاضل باقی‌مانده و خارج‌قسمت کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۴ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

بچه‌هایه نکته فوق تکنیکی در رابطه با تقسیم!

اگر در تقسیم a بر b خارج‌قسمت q و باقی‌مانده r باشد که $r \neq 0$ است، در تقسیم $-a$ بر b خارج‌قسمت $-q-1$ و باقی‌مانده $b-r$ است.

پاسخ تشریحی:

$$\begin{array}{r|l} 140 & 15 \\ -135 & 9 \\ \hline 5 & \end{array} \xrightarrow{\text{درسنامه}} -\begin{array}{r|l} -140 & 15 \\ -150 & -10 \\ \hline 10 & \end{array}$$

تفاضل ۱۰- و ۱۰ برابر با ۲۰ است.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

سوالات منتخب:

در تقسیم ۲۵− بر ۷ باقی‌مانده کدام است؟

۱) ۴−　　۲) ۴　　۳) ۳−　　۴) ۳ ✓

گروه آموزشی ماز

۲۷− اگر در تقسیم عدد زوج a بر ۲۲ و ۲۴ باقی‌مانده به ترتیب ۱۶ و ۸ باشد، باقی‌مانده تقسیم $\frac{a}{2}$ بر ۳۳ کدام است؟

۱) ۲۰　　۲) ۱۹　　۳) ۲۶　　۴) ۲۳

پاسخ: گزینه ۲　　(متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

به دنیای همنهشتی خوش آمدین!

نکته ۱:

اگر $a \overset{m}{\equiv} b$ و $n \mid m$، آن‌گاه: $a \overset{n}{\equiv} b$.

نکته ۲:

$a \overset{m}{\equiv} b$، آن‌گاه: $a \overset{m}{\equiv} b \pm mk$.

نکته ۳:

$a \overset{m}{\equiv} b$ و $a \overset{n}{\equiv} b$، آن‌گاه: $a \overset{[m,n]}{\equiv} b$.

نکته ۴:

$ac \overset{m}{\equiv} bc$ و $(m,c)=d$، آن‌گاه: $a \overset{\frac{m}{d}}{\equiv} b$.

نتیجه ۱:

$ac \overset{m}{\equiv} bc$ و $(m,c)=1$، آن‌گاه: $a \overset{m}{\equiv} b$.

نتیجه ۲:

$ac \overset{mc}{\equiv} bc$ و $c \geq 1$، آن‌گاه: $a \overset{m}{\equiv} b$.

روش اول:

(هم‌نهشتی):

$$a \overset{24}{\equiv} 8 \xrightarrow{\text{نکته ۱}} a \overset{3}{\equiv} 8 \xrightarrow{\text{نکته ۲}} a \overset{3}{\equiv} 5$$

$$a \overset{22}{\equiv} 16 \xrightarrow{\text{نکته ۱}} a \overset{11}{\equiv} 16 \xrightarrow{\text{نکته ۲}} a \overset{11}{\equiv} 5$$

$$a \overset{33}{\equiv} 5 \xrightarrow{\text{نکته ۲}} a \overset{33}{\equiv} 38 \xrightarrow{\text{نکته ۴}} \frac{a}{2} \overset{33}{\equiv} 19$$

روش دوم:

به عنوان تمرین این سوال را با قضیه تقسیم حل کنید.

گروه آموزشی ماز

۲۸− باقی‌مانده $1402^{1403^{1404}} + 1403^{1404^{1405}}$ بر ۸ کدام است؟

۱) صفر　　۲) ۱　　۳) ۴　　۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲　　(متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

اگه نکات زیر رو مرور کنی که دیگه خیلی عالی میشه!!!

نکته ۱:

اگر a زوج باشد و $n \geq 3$، آن‌گاه: $a^n \overset{8}{\equiv} 0$.

در حالت کلی‌تر، اگر a زوج باشد، آن‌گاه: $a^n \overset{2^n}{\equiv} 0$.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

نکته ۲:

اگر a فرد و n زوج باشد، آنگاه: $a^n \overset{8}{\equiv} 1$.

نکته ۳:

$a \overset{m}{\equiv} b$ و $c \overset{m}{\equiv} d$، آن‌گاه $a+c \overset{m}{\equiv} b+d$.

پاسخ تشریحی:

$1402^{1403^{1404}} \overset{8}{\equiv} 0$ ← نکته ۱ ← 1402 زوج است و $1403^{1404} \geq 3$

$1403^{1404^{1405}} \overset{8}{\equiv} 1$ ← نکته ۲ ← 1403 فرد است و 1404^{1405} زوج است.

$1402^{1403^{1404}} + 1403^{1404^{1405}} \overset{8}{\equiv} 1$ ← نکته ۳

سوالات منتخب:

اگر a فرد باشد و $b \mid a+2$، آن‌گاه باقی‌مانده a^2+b^2+3 بر ۸ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ✓ ۳) ۴ ۴) ۱

گروه آموزشی ماز

۲۹- عکس کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) $a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a^n \overset{m}{\equiv} b^n$

۲) $a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow ac \overset{m}{\equiv} bc$

۳) $a \overset{m}{\equiv} b, c \overset{m}{\equiv} d \Rightarrow ac \overset{m}{\equiv} bd$

۴) $a \overset{m}{\equiv} b+mk \Rightarrow a+mk \overset{m}{\equiv} b$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۴۰۲)

این رو هم ببین!

$a \overset{m}{\equiv} b \Leftrightarrow a \overset{m}{\equiv} b \pm mk$

پاسخ تشریحی:

هر ۴ گزاره‌ای که داده شده است، درست است ولی عکس گزاره گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ نادرست است.

به عنوان تمرین، برای آن‌ها مثال نقض بزنید.

اما در مورد گزاره ۴ می‌دانیم به هر طرف از رابطه هم‌نهشتی می‌توان ضریبی از پیمانه را کم یا زیاد کرد. بنابراین می‌توان نوشت:

$a \overset{m}{\equiv} b+mk \Leftrightarrow a \overset{m}{\equiv} b \Leftrightarrow a+mk \overset{m}{\equiv} b$

گروه آموزشی ماز

۳۰- باقی‌مانده $42^{100}+56^{100}$ بر ۴۸ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱۶ ۳) ۲۴ ۴) ۴۷

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

پاسخ تشریحی:

۴۲ و ۵۶ اعداد زوج‌اند، پس 42^{100} و 56^{100} بر ۱۶ بخش‌پذیرند زیرا اگر a عددی زوج باشد، آن‌گاه:

$a=2k \Rightarrow a^4=16k^4 \Rightarrow a^4 \overset{16}{\equiv} 0 \Rightarrow (a^4)^{25} \overset{16}{\equiv} 0^{25} \Rightarrow a^{100} \overset{16}{\equiv} 0$

از طرف دیگر ۴۲ بر ۳ بخش‌پذیر است، پس 42^{100} نیز بر ۳ بخش‌پذیر است (یعنی $42^{100} \overset{3}{\equiv} 0$)، اما در مورد ۵۶ داریم:

$56 \overset{3}{\equiv} -1 \Rightarrow 56^{100} \overset{3}{\equiv} 1$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

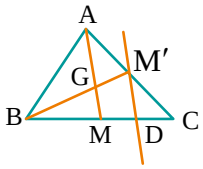
یعنی داریم:

$$۴۲^{۱۰۰}+۵۶^{۱۰۰}\overset{۱۶}{\equiv}۰\Rightarrow ۴۲^{۱۰۰}+۵۶^{۱۰۰}\overset{۱۶}{\equiv}۱۶$$

$$۴۲^{۱۰۰}+۵۶^{۱۰۰}\overset{۳}{\equiv}۱\Rightarrow ۴۲^{۱۰۰}+۵۶^{۱۰۰}\overset{۳}{\equiv}۱+۳\times۵\overset{۳}{\equiv}۱۶$$

$$\Rightarrow ۴۲^{۱۰۰}+۵۶^{۱۰۰}\overset{۴۸}{\equiv}۱۶$$

۳۱- در شکل مقابل، AM و BM' میانه‌های مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ و $M'D$ موازی AM است. مساحت $GM'DM$ چه کسری از مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۵}{۲۴}$

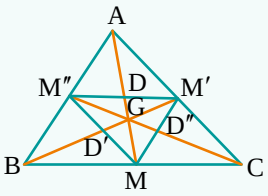
۳) $\frac{۷}{۲۴}$

۴) $\frac{۱}{۵}$

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

میانه با مثلث و مساحتش چه‌ها که نمیکنه!

اگر در شکل مقابل، M,M',M'' میانه‌های اضلاع مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ باشند، داریم:

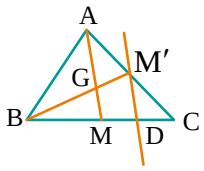


۱) $S_{\overset{\triangle}{AM'G}}=S_{\overset{\triangle}{AM''G}}=S_{\overset{\triangle}{BM''G}}=S_{\overset{\triangle}{BMG}}=S_{\overset{\triangle}{CM'G}}=S_{\overset{\triangle}{CMG}}=\frac{۱}{۶}S_{\overset{\triangle}{ABC}}$

۲) $S_{\overset{\triangle}{AM'D}}=S_{\overset{\triangle}{AM''D}}=S_{\overset{\triangle}{BM''D'}}=S_{\overset{\triangle}{BMD'}}=S_{\overset{\triangle}{CM'D''}}=S_{\overset{\triangle}{CMD''}}=\frac{۱}{۸}S_{\overset{\triangle}{ABC}}$

۳) $S_{\overset{\triangle}{DM'G}}=S_{\overset{\triangle}{DM''G}}=S_{\overset{\triangle}{D'M''G}}=S_{\overset{\triangle}{D'MG}}=S_{\overset{\triangle}{D''M'G}}=S_{\overset{\triangle}{D''MG}}=\frac{۱}{۲۴}S_{\overset{\triangle}{ABC}}$

پاسخ تشریحی:



در شکل مقابل، با توجه به میانه بودن AM نتیجه می‌شود (I) $S_{\overset{\triangle}{AMC}}=\frac{۱}{۲}S_{\overset{\triangle}{ABC}}$ است.

همچنین M' وسط AC است و $AM\parallel M'D$، پس (II) $S_{\overset{\triangle}{M'DC}}=\frac{۱}{۴}S_{\overset{\triangle}{AMC}}$ است.

$$(I),(II)\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{M'DC}}=\frac{۱}{۸}S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

از طرفی:

$$S_{GM'CM}=S_{\overset{\triangle}{GM'C}}+S_{\overset{\triangle}{GMC}}$$

که طبق درسنامه $S_{\overset{\triangle}{GM'C}}=S_{\overset{\triangle}{GMC}}=\frac{۱}{۶}S_{\overset{\triangle}{ABC}}$ است، بنابراین:

$$S_{GM'CM}=\frac{۱}{۳}S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

اما می‌دانیم:

$$S_{GMDM'}=S_{GM'CM}-S_{\overset{\triangle}{M'DC}}$$

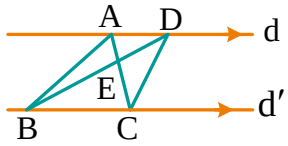
پس:

$$S_{GMDM'}=\frac{۱}{۳}S_{\overset{\triangle}{ABC}}-\frac{۱}{۸}S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۵}{۲۴}S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۳۲- در شکل مقابل، چند تا از تساوی‌های زیر درست است؟



الف: $S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABD}$

ب: $S_{\triangle DBC}=S_{\triangle ABC}$

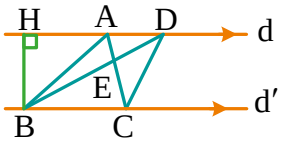
ج: $S_{\triangle EBC}=S_{\triangle EAD}$

د: $S_{\triangle AEB}=S_{\triangle DEC}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:



در شکل مقابل، چون $d \parallel d'$ است، فاصله دو خط، ثابت و برابر با BH است.

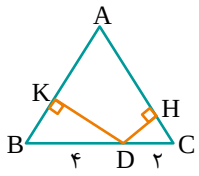
قاعده دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle ACD$ یکسان و ارتفاع هر دو BH است، پس مساحت آن‌ها برابر است. مورد "الف" صحیح است.

اگر از هر کدام از این مثلث‌ها (که مساحت برابر دارند) $\triangle AED$ را حذف کنیم، دو مثلث $\triangle DEC$ و $\triangle AEB$ حاصل می‌شود که هم‌مساحت هستند، پس مورد "د" نیز صحیح است.

مشابه استدلالی که برای $\triangle ABD$ و $\triangle ACD$ انجام دادیم، می‌توان برای $\triangle DBC$ و $\triangle ABC$ انجام داد و آن‌ها هم مساحت برابر دارند، بنابراین مورد "ب" نیز صحیح می‌باشد. ولی $\triangle AED$ و $\triangle EBC$ ممکن است مساحت یکسانی نداشته باشند. در نتیجه ۳ مورد از تساوی‌ها درست است.

گروه آموزشی ماز

۳۳- مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین به مساحت ۱۲ است. نقطهٔ D روی قاعده، آن چنان واقع است که $DB=2DC=4$. مجموع فاصله D از دو ساق کدام است؟



۱) ۶
۲) ۴/۸
۳) ۵/۶
۴) ۶/۲

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

نکته داریم، چه نکته‌ای!

مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق، با ارتفاع وارد بر یک ساق، برابر است.

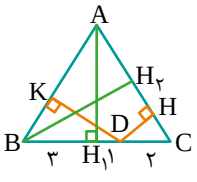
نتیجه: مجموع فاصله‌های هر نقطه از ۳ ضلع یک مثلث متساوی‌الاضلاع با ارتفاع مثلث برابر است.

پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه ارتفاع وارد بر قاعده، میانه نیز می‌باشد، داریم:

$$S_{\triangle ABC}=\frac{AH_1\times BC}{2}\Rightarrow 12=\frac{AH_1\times 6}{2}\Rightarrow AH_1=4$$

و در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle AH_1C$ داریم:



$$AC^2=AH_1^2+H_1C^2 \xrightarrow[H_1C=3]{AH_1=4} AC=5$$

ارتفاع وارد بر ساق برابر است با:

$$S_{\triangle ABC}=\frac{BH_2\times AC}{2}\Rightarrow 12=\frac{BH_2\times 5}{2}\Rightarrow BH_2=\frac{24}{5}=4/8$$

طبق درسنامه داریم:

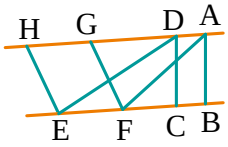
$$DH+DK=BH_2=4/8$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۳۴- در شکل مقابل، ABCD و EFGH متوازی‌الاضلاع هستند. اگر مساحت ABCD و ADEF به ترتیب ۱۰ و ۳۰ واحد مربع باشند، مساحت EFGH چند واحد مربع است؟

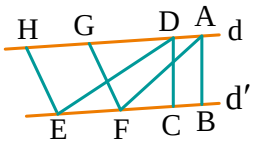


۱) ۱۰
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۵۰

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

با توجه به متوازی‌الاضلاع بودن ABCD، خطوط d و d′ با هم موازی‌اند. مساحت ABCD برابر است با فاصله d و d′ در AD و مساحت ذوزنقه ADEF برابراست با میانگین AD و EF در فاصله d و d′، پس:



$$۳S_{ABCD}=S_{ADEF}\Rightarrow ۳AD=\frac{AD+EF}{۲}\Rightarrow EF=۵AD$$

از آن‌جایی که مساحت متوازی الاضلاع EFGH برابر است با فاصله d و d′ در EF و $EF=۵AD$، پس مساحت EFGH باید ۵ برابر مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD یعنی $۵۰=۵\times۱۰$ باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۵- در یک لوزی به ضلع ۱، نسبت طول قطرها $\frac{۳}{۴}$ است. مساحت این لوزی کدام است؟

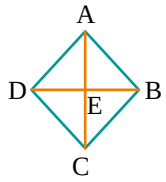
۱) ۱
۲) ۰/۹۶
۳) ۰/۸۸
۴) ۰/۷۲

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

یه نکته ریز و پیز در مورد مساحت لوزی...
مساحت لوزی نصف حاصل‌ضرب قطرها است.

پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه در لوزی قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند، پس:



$$\frac{AE}{BE}=\frac{AC}{BD}=\frac{۳}{۴}$$

یعنی $AE=۳x$ و $BE=۴x$، در نتیجه داریم:

$$AB^۲=AE^۲+BE^۲\xrightarrow{AB=۱}۱=۹x^۲+۱۶x^۲\Rightarrow ۲۵x^۲=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۵}$$

$$AE=\frac{۳}{۵},BE=\frac{۴}{۵}\Rightarrow AC=\frac{۶}{۵},BD=\frac{۸}{۵}$$

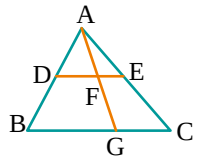
$$\text{مساحت لوزی}=\frac{۱}{۲}\times AC\times BD=\frac{۲۴}{۲۵}=۰/۹۶$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

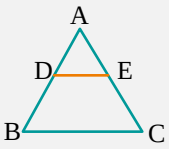
۳۶- در شکل مقابل، $DE \parallel BC$ و $\frac{GC}{BG}=\frac{DE}{BC}=\frac{۱}{۳}$ است. $\frac{S_{\triangle AFD}}{S_{FECG}}$ کدام است؟



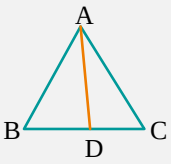
۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۳}{۸}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

به ایستگاه نکات زیر خوش آمدید!

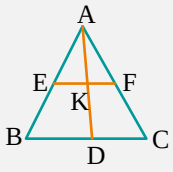


$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AD}{AB}\right)^{۲}$$



$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{BD}{BC}$$

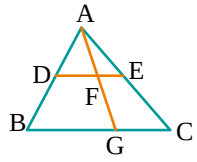
$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}}=\frac{BD}{DC}$$



$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{EK}{KF}=\frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{EK}{EF}=\frac{BD}{BC}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نکته ۳ درسنامه داریم:



$$\left.\begin{array}{l}\frac{DF}{DE}=\frac{BG}{BC}\\ \frac{GC}{BG}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{BG}{GC}=\frac{۳}{۱}\xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}}\frac{BG}{BG+GC}=\frac{۳}{۱+۳}\Rightarrow\frac{BG}{BC}=\frac{۳}{۴}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{DF}{DE}=\frac{۳}{۴}$$

$$\xrightarrow{\text{نکته ۲}}\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ADE}}=\frac{DF}{DE}=\frac{۳}{۴}\ (۱)$$

به کمک نکته (۱) داریم:

$$\frac{DE}{BC}=\frac{۱}{۳},\ DE \parallel BC \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{۱}{۹}\ (۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۹}=\frac{۱}{۱۲}\ (I)$$

چون $DE \parallel BC$، در نتیجه طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث‌های $\triangle ABC$ و $\triangle AGC$ داریم:

$$\triangle ABC: DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}\ (*)$$

$$\triangle AGC: EF \parallel GC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EF}{GC}=\frac{AE}{AC}\ (**)$$

$$\xrightarrow{(**),(*)}\frac{EF}{GC}=\frac{DE}{BC}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{S_{\triangle AFE}}{S_{\triangle AGC}}=\frac{۱}{۹}\Rightarrow\frac{S_{FECG}}{S_{\triangle AGC}}=\frac{۸}{۹}$$

$$\frac{S_{\triangle AGC}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{GC}{BC}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{S_{FECG}}{S_{\triangle AGC}}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\frac{S_{FECG}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{۸}{۹}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۲}{۹}\ (II)$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

$$(I),(II)\Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ADF}}}{S_{FECG}}=\frac{\frac{۱}{۱۲}}{\frac{۲}{۹}}=\frac{۳}{۸}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- در شکل روبه‌رو، ۵ مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین وجود دارد و **AB** برابر ۵۰ است. مساحت ناحیه هاشور خورده کدام است؟

۱) ۱۲۵
۲) ۲۵۰
۳) $۵۰\sqrt{۲}$
۴) $۱۲۵\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

دیگه اینو خداییش بلدین!!!

مساحت مربع { ۱) یک ضلع به توان ۲ ; ۲) نصف حاصل‌ضرب دو قطر }

پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه $\overset{\triangle}{ADC}$ مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، ACDE یک مربع است که طول قطر آن AB یعنی $\frac{۱}{۵}$ ۱۰ است.

$$S_{ACDE}=\frac{۱}{۲}\times ۱۰^{۲}=۵۰\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ADC}}=۲۵$$

$$\text{مساحت ناحیه رنگی}=۵\times ۲۵=۱۲۵$$

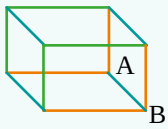
گروه آموزشی ماز

۳۸- **AB** یک یال از یک مکعب است. امتداد چند یال از یال‌های این مکعب با امتداد **AB** متنافرند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بیش از ۳

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۴)

عه! این نکته:



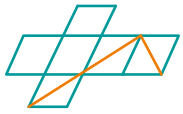
در مکعب روبه‌رو یال‌های نارنجی با یال AB متقاطع‌اند. یال‌های آبی با یال AB موازی‌اند و همچنین یال‌های سبز با یال AB متنافرند.

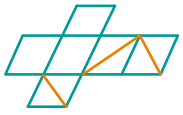
پاسخ تشریحی:

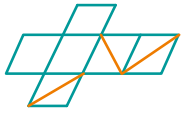
طبق درسنامه، ۴ یال سبز رنگ شکل درسنامه با AB متنافرند.

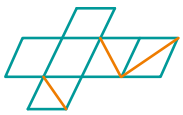
گروه آموزشی ماز

۳۹- روی ۳ وجه یک مکعب، یک قطر به صورت مقابل کشیده‌ایم. کدام گزینه گسترده این مکعب است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

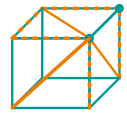
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

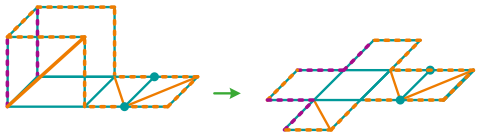
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

اگر یال‌های خط‌چین شکل (۱) را برش بزنیم و آن را باز کنیم، شکل (۲) به دست می‌آید. اگر در شکل (۲)، یال‌هایی که خط‌چین دارند را برش دهیم و شکل را باز کنیم، شکل (۳) حاصل می‌شود.



شکل (۱)



شکل (۲) شکل (۳)

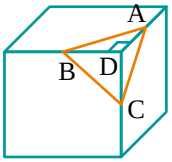
گروه آموزشی ماز

۴۰- یک صفحه، یک مکعب به ضلع ۲ را چنان قطع می‌کند که ۳ یال آن را به فاصله ۱ از یک کنج می‌بُرد. فاصله این کنج از این صفحه کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:



ابتدا در شکل مقابل، باید مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ که یک مثلث متساوی‌الاضلاع است را بیابیم.

برای این منظور، ابتدا AB را می‌یابیم:

$$AB^۲ = DA^۲ + DB^۲ \xrightarrow{DA=DB=۱} AB = \sqrt{۲}$$

پس مساحت $\overset{\triangle}{ABC}$ برابر است با:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{\sqrt{۳}}{۴} AB^۲ \xrightarrow{AB=\sqrt{۲}} S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

از طرفی، حجم هرم مثلث‌قاعده ABCD برابر است با:

$$\text{حجم هرم} = \frac{۱}{۳} \times \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \frac{۱}{۳} \times (\underbrace{\frac{۱}{۲} \times AD \times BD}_{\text{مساحت مثلث } \overset{\triangle}{ABD}}) \times \underbrace{DC}_{\text{ارتفاع وارد بر قاعده}}$$

$$V = \frac{۱}{۶} AD \times BD \times DC \xrightarrow{AD=BD=DC=۱} V = \frac{۱}{۶} \quad (I)$$

از طرف دیگر، اگر h، فاصله D تا صفحه گذرنده از $\overset{\triangle}{ABC}$ باشد، حجم هرم ABCD برابر است با:

$$\Rightarrow V = \frac{۱}{۳} S_{\overset{\triangle}{ABC}} \times h = \frac{\sqrt{۳}}{۶} \times h \quad (II)$$

$$\frac{\sqrt{۳}}{۶} h = \frac{۱}{۶} \Rightarrow h = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

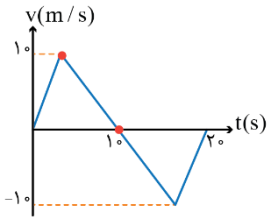
از (I) و (II) نتیجه می‌گیریم:

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x از مبدأ محور شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟



الف: سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ دوم حرکت برابر $-۵\frac{m}{s}$ است.

ب: مسافت طی شده در ۲۰ ثانیهٔ اول برابر $۱۰۰m$ است.

ج: در لحظهٔ $t=۱۰s$، فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور برابر $۵۰m$ است.

د: بردار مکان و سرعت جسم، همواره هم‌جهت هستند.

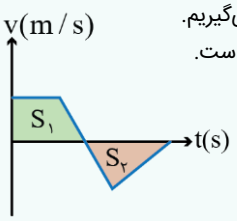
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

نمودار سرعت.زمان

در آزمون‌های قبل بررسی مواردی مثل جهت حرکت، شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط، تندشونده و کندشونده بودن حرکت و ... را با استفاده از نمودار سرعت - زمان یاد گرفتیم. در این قسمت بررسی مواردی مثل مسافت، جابه‌جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط را با کمک نمودار سرعت - زمان یاد می‌گیریم.

۱) جابه‌جایی متحرک: مساحت زیر نمودار سرعت - زمان (با در نظر گرفتن علامت) در هر بازهٔ زمانی برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازه است.

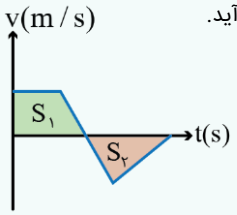


$$\Delta x = S_۱ - S_۲$$

۲) سرعت متوسط حرکت: با داشتن جابه‌جایی از نکتهٔ قبل، می‌توان به راحتی سرعت متوسط را محاسبه کرد.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت زیر نمودار سرعت - زمان با در نظر گرفتن علامت}}{\text{طول بازهٔ زمانی}}$$

۳) مسافت طی شده: اگر مساحت زیر نمودار سرعت - زمان را بدون در نظر گرفتن علامت محاسبه کنیم، مسافت طی شده بدست می‌آید. منظور از بدون در نظر گرفتن علامت این است که همهٔ مساحت‌ها مثبت نوشته می‌شوند.

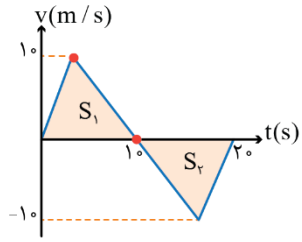


$$L = |S_۱| + |S_۲|$$

۴) تندی متوسط: با داشتن مسافت طی شده از نکتهٔ قبل، محاسبهٔ تندی متوسط کار ساده‌ای است.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت زیر نمودار سرعت - زمان بدون در نظر گرفتن علامت}}{\text{طول بازهٔ زمانی}}$$

بررسی موارد:



الف) جابه‌جایی و سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ دوم برابر است با:

$$\text{۱۰ ثانیهٔ دوم}: \Delta x = -|S_۲| = -\frac{۱۰\times۱۰}{۲} = -۵۰m$$

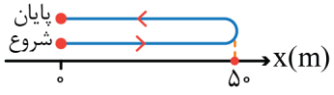
$$\rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۵۰}{۱۰} = -۵\frac{m}{s}$$

ب) مسافت طی شده در ۲۰ ثانیهٔ اول برابر است با:

$$\text{۲۰ ثانیهٔ اول}: \ell = |S_۱| + |S_۲| = ۵۰ + ۵۰ = ۱۰۰m$$

ج) در ۱۰ ثانیهٔ اول، متحرک به اندازهٔ $|S_۱| = ۵۰m$ در جهت محور x حرکت می‌کند و چون مکان اولیهٔ آن همان مبدأ محور x بوده است، فاصلهٔ آن تا مبدأ در لحظهٔ $t=۱۰s$ برابر $۵۰m$ خواهد بود.

د) متحرک ابتدا به اندازهٔ $|S_۱| = ۵۰m$ در جهت محور x حرکت می‌کند و سپس به اندازهٔ $|S_۲| = ۵۰m$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. مسیر حرکت متحرک مطابق شکل زیر است.



همان‌طور که می‌بینید، بردار مکان متحرک هیچ‌گاه در خلاف جهت محور x نیست، در حالی که بردار سرعت در بازهٔ $۱۰s < t < ۲۰s$ در خلاف جهت محور x است! بنابراین بردارهای مکان و سرعت در این بازهٔ زمانی هم‌جهت نیستند.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴۲- معادلهٔ مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=-۲t^۲+۱۲t+۱۷$ است. اگر در یک بازهٔ زمانی معین به مدت ۵ ثانیه، سرعت متوسط متحرک صفر باشد، تندی متوسط متحرک در این بازه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نکته:
در حرکت با شتاب ثابت که معادلهٔ مکان - زمان آن به صورت یک عبارت درجهٔ ۲ (سهمی) است، اگر سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی صفر شود، سرعت لحظه‌ای در وسط آن بازهٔ زمانی صفر می‌شود. به عبارت دیگر اگر نمودار مکان - زمان را به صورت یک سهمی رسم کنیم، رأس سهمی در وسط این بازهٔ زمانی قرار دارد.

پاسخ تشریحی:

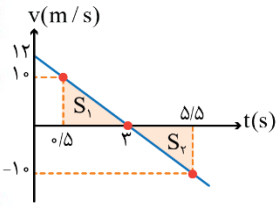
با مقایسهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان داده شده با معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با شتاب ثابت، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} x=-۲t^۲+۱۲t+۱۷ \\ x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=-۴\frac{m}{s^۲} \\ v_۰=۱۲\frac{m}{s} \\ x_۰=۱۷m \end{cases}$$

بنابراین معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک برابر است با:

$$v=at+v_۰ \rightarrow v=-۴t+۱۲$$

سرعت در لحظهٔ $t=۳s$ برابر صفر است و چون حرکت با شتاب ثابت حول لحظهٔ صفر شدن سرعت (رأس نمودار مکان ـ زمان) متقارن است، می‌توان نتیجه گرفت که اگر در یک بازهٔ زمانی، سرعت متوسط صفر باشد، لحظهٔ صفر شدن سرعت، یعنی لحظهٔ $t=۳s$ وسط آن بازه قرار دارد که از سر و ته بازه $\frac{۵}{۲}=۲/۵s$ فاصله دارد، بنابراین بازهٔ زمانی موردنظر، بازهٔ زمانی $۰/۵s<t<۵/۵s$ است. مسافت طی شده و تندی متوسط در این بازهٔ زمانی برابر است با:



$$v=-۴t+۱۲$$

$$\ell=|S_۱|+|S_۲|=\frac{۱۰\times۲/۵}{۲}+\frac{۱۰\times۲/۵}{۲}=۲۵m$$

$$\rightarrow s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۲۵}{۵}=۵\frac{m}{s}$$

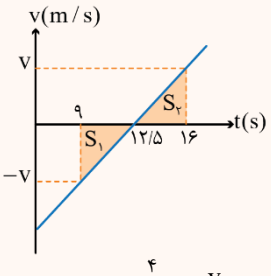
این تست بر اساس یکی از تست‌های کنکور ۱۴۰۱ طرح شده است.

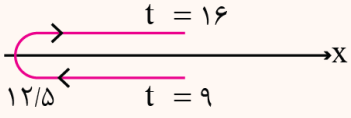
کنکور تجربی خارج ۱۴۰۱:

متحرکی با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی $t_۱=۹s$ تا $t_۲=۱۶s$ برابر صفر باشد، تندی متوسط آن در همین بازهٔ زمانی چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳/۵ ۲) ۷ ۳) ۱۰/۵ ۴) ۱۴

بهترین روش برای حل این سوالات استفاده از نمودار سرعت ـ زمان است که با توجه به آن میتوان به راحتی به خواستهٔ سوال رسید:





$$S_۱=S_۲ \quad , \quad \cancel{a}^{۴}=\frac{v}{۳/۵} \Rightarrow v=۱۴\frac{m}{s}$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{S_۱+S_۲}{\Delta t}=\frac{۲\left(\frac{۱۴\times۳/۵}{۲}\right)}{۱۶-۹}=۷\frac{m}{s}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴۳- یک قطار سریع السیر به طول $۲۰۰m$ در لحظهٔ $t=۰$، از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت $۲۷m$، در لحظهٔ $t_۱=۳s$، به ابتدای پلی به طول $۴۴۸m$ می‌رسد. قطار در لحظهٔ $t_۲$ و با تندی v به طور کامل از روی پل عبور می‌کند. $t_۲$ و v به ترتیب از راست به چپ در SI کدامند؟

۱) ۱۵، ۹۰ ۲) ۱۲، ۹۰ ۳) ۱۵، ۷۲ ۴) ۱۲، ۷۲

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

حرکت با شتاب ثابت

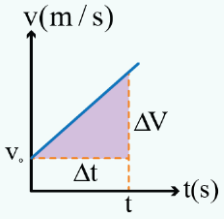
هرگاه بردار شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم.

ویژگی‌های حرکت با شتاب ثابت

۱) سرعت متحرک با زمان به صورت خطی تغییر می‌کند پس تغییرات v نسبت به t به صورت یک تابع خطی است به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه، یعنی:

معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت: $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\text{حرکت با شتاب ثابت}}v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$

۲) شیب نمودار سرعت زمان ثابت است و برابر با شتاب متحرک می‌باشد.



$$\text{شیب نمودار سرعت زمان}=a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۳) شتاب متوسط در بازه‌های زمانی مختلف یکسان است.

شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است یعنی:

$$a=a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۴) معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

معادله‌ای که مکان متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰$$

x: مکان متحرک در لحظه t a: شتاب ثابت متحرک

$\vec{v}_۰$: سرعت اولیه $x_۰$: مکان اولیه

در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک تابعی درجهٔ دوم از زمان است.

۵) معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

معادله‌ای است که سرعت متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

$$v=at+v_۰$$

v: سرعت متحرک در لحظهٔ t a: شتاب ثابت متحرک $v_۰$: سرعت اولیه

۶) معادله سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت:

در این معادله زمان وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که زمان را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم.

$$v^۲-v_۰^۲=۲a(x-x_۰)$$

۷) معادله مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت:

در این معادله شتاب وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که شتاب را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم.

$$\Delta x=\frac{v_۲+v_۱}{۲}\Delta t$$

روش محاسبه جابجایی در حرکت با شتاب ثابت:

معادلهٔ جابجایی زمان: (در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$)

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}a\Delta t^۲+v_۱\Delta t$$

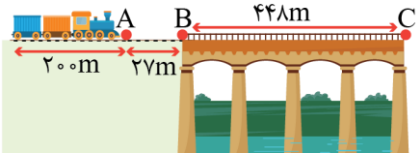
حالت خاص: جابجایی در بازهٔ زمانی $[۰,t]$

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:



در ۳ ثانیهٔ اول، ابتدای قطار از نقطهٔ A به B می‌رسد. در این بازه می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{v_0 t}^{\text{صفر}} \rightarrow 27 = \frac{1}{2}a \times 3^2 \rightarrow a = 6\frac{m}{s^2}$$

برای آن‌که قطار به طور کامل از روی پل عبور کند، باید انتهای آن به نقطهٔ C برسد، یعنی از ابتدای حرکت، قطار باید مسافتی به اندازهٔ $200+27+448=675m$ را طی کند. برای محاسبهٔ زمان رسیدن به مقصد می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{v_0 t}^{\text{صفر}} \rightarrow 675 = \frac{1}{2}\times 6 \times t_2^2 \rightarrow t_2 = 15s$$

بنابراین سرعت متحرک در این لحظه برابر می‌شود با:

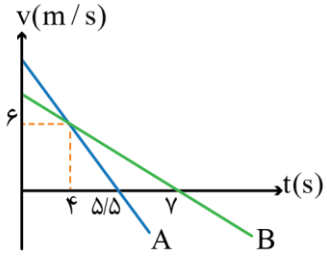
$$v = at + \cancel{v_0}^{\text{صفر}} \rightarrow v = 6t \xrightarrow{t=15s} v_2 = 6\times 15 = 90\frac{m}{s}$$

دقت کنید که با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان هم می‌توانستیم تندی نهایی را محاسبه کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow v_2^2 - 0 = 2\times 6 \times 675 \rightarrow v_2^2 = 8100 \rightarrow v_2 = 90\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- دو متحرک A و B در مبدأ زمان از مبدأ محور می‌گذرند و نمودار سرعت ـ زمان آن‌ها مطابق شکل است. در بازهٔ زمانی که فاصلهٔ دو متحرک در حال کاهش است، تندی متوسط متحرک A ..... متر بر ثانیه ..... از تندی متوسط متحرک B است.



۱) $\frac{7}{4}$، کمتر

۲) $\frac{7}{4}$، بیشتر

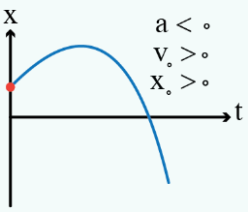
۳) $\frac{5}{2}$، کمتر

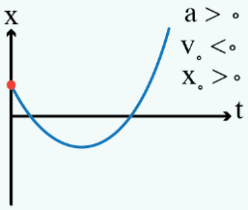
۴) $\frac{5}{2}$، بیشتر

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

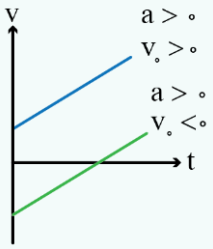
نمودارهای حرکت با شتاب ثابت

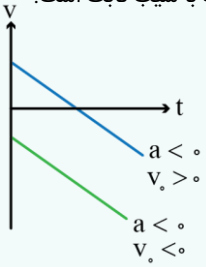
۱) نمودار مکان ـ زمان به شکل یک سهمی است که تقعر آن علامت شتاب را نشان می‌دهد. به دو نمونهٔ زیر توجه کنید.



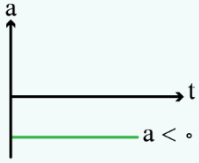


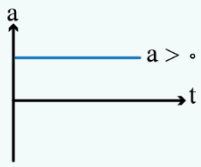
۲) نمودار سرعت ـ زمان به صورت یک خط با شیب ثابت است.





۳) نمودار شتاب ـ زمان به صورت یک خط افقی است.



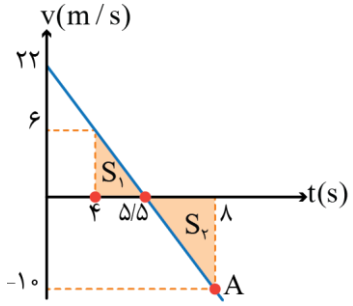


www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

در ۴ ثانیهٔ اول که سرعت متحرک A بیشتر از B است، متحرک A جلو می‌افتد. سپس در ۴ ثانیهٔ بعدی، سرعت B بیشتر از A است و متحرک B عقب‌افتادگی خود را جبران می‌کند و دو متحرک در لحظهٔ $t = ۸s$ دوباره به هم می‌رسند، بنابراین می‌توان گفت فاصلهٔ دو متحرک در بازهٔ $۰ < t < ۴s$ افزایش می‌یابد، در بازهٔ $۴s < t < ۸s$ کاهش می‌یابد و در $t > ۸s$ دوباره افزایش می‌یابد و در نتیجه بازهٔ موردنظر سؤال، بازهٔ $۴s < t < ۸s$ است. در این بازهٔ زمانی، تندی متوسط هر دو متحرک را بدست می‌آوریم. برای این کار باید معادلهٔ سرعت ـ زمان آن‌ها را داشته باشیم تا با استفاده از نمودار سرعت - زمان مسافت و تندی متوسط محاسبه شود.



$$v_A = a_A t + v_{۰_A} \rightarrow \begin{cases} t = ۵/۵s : ۰ = a_A \times ۵/۵ + v_{۰_A} & \text{رابطهٔ (۱)} \\ t = ۴s : ۶ = a_A \times ۴ + v_{۰_A} & \text{رابطهٔ (۲)} \end{cases}$$

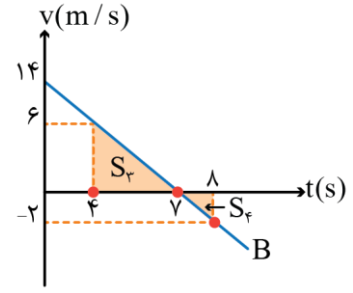
$$\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۲) − رابطهٔ (۱)}} ۰ - ۶ = ۱/۵ a_A \rightarrow a_A = -۴ \frac{m}{s^۲}$$

$$\rightarrow v_{۰_A} = ۲۲ \frac{m}{s}$$

$$\rightarrow v_A = -۴t + ۲۲$$

$$\ell_A = |S_۱| + |S_۲| = \frac{۱/۵ \times ۶}{۲} + \frac{۲/۵ \times ۱۰}{۲} = ۱۷m$$

$$\rightarrow s_{av_A} = \frac{\ell_A}{\Delta t} = \frac{۱۷}{۴} \frac{m}{s}$$



$$v_B = a_B t + v_{۰_B} \rightarrow \begin{cases} t = ۷s : ۰ = a_B \times ۷ + v_{۰_B} & \text{رابطهٔ (۳)} \\ t = ۴s : ۶ = a_B \times ۴ + v_{۰_B} & \text{رابطهٔ (۴)} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۳) − رابطهٔ (۴)}} ۰ - ۶ = ۳ a_B \rightarrow a = -۲ \frac{m}{s^۲}$$

$$\rightarrow v_{۰_B} = ۱۴ \frac{m}{s}$$

$$\rightarrow v_B = -۲t + ۱۴$$

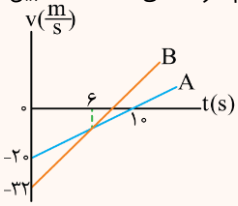
$$\ell_B = |S_۳| + |S_۴| = \frac{۳ \times ۶}{۲} + \frac{۱ \times ۲}{۲} = ۱۰m$$

$$\rightarrow s_{av_B} = \frac{\ell_B}{\Delta t} = \frac{۱۰}{۴} \frac{m}{s}$$

بنابراین تندی متوسط A به اندازهٔ $\frac{۷}{۴} \frac{m}{s}$ بیشتر از B است.

کنکور ریاضی خارج ۱۴۰۲:

شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک است که در مبدأ زمان از مبدأ محور می‌گذرند. در بازهٔ زمانی که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، فاصلهٔ بین آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۸ متر کاهش می‌یابد.
۲) ۸ متر افزایش می‌یابد.
۳) ۱۲ متر افزایش می‌یابد.
۴) ۱۲ متر کاهش می‌یابد.

پاسخ: باتوجه به نمودار سرعت – زمان دو متحرک درمی‌یابیم در شروع حرکت هر دو متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کنند. از طرفی متحرک A در لحظهٔ $t = ۱۰s$ و متحرک B قبل از لحظهٔ $t = ۱۰s$ تغییر جهت می‌دهد. بنابراین از لحظهٔ تغییر جهت متحرک B تا لحظهٔ $t = ۱۰s$ دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. حال به کمک نمودار سرعت – زمان، معادلهٔ $v - t$ دو متحرک را بدست می‌آوریم:

$$A \begin{cases} A\text{ شیب} = a_A = \frac{۰ - (-۲۰)}{۱۰ - ۰} = ۲ \frac{m}{s^۲} \\ v_{۰_A} = -۲۰ \frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow v_A = a_A t + v_{۰_A} = ۲t - ۲۰$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

$$\xrightarrow{t=۶s} v_A = v_B \xrightarrow{v_A = ۲(۶) - ۲۰} v_B = -۸\frac{m}{s}$$

$$B\begin{cases} B_{\text{شیب}} = a_B = \dfrac{-۸-(-۳۲)}{۶-۰} = \dfrac{۲۴}{۶} = ۴\dfrac{m}{s^۲} \\ v_{۰_B} = -۳۲\dfrac{m}{s} \end{cases} \rightarrow v_B = a_B t + v_{۰_B} = ۴t - ۳۲ \xrightarrow{v_B = ۰} ۰ = ۴t - ۳۲ \Rightarrow t = ۸s$$

بنابراین متحرک B در لحظهٔ $t = ۸s$ تغییر جهت می‌دهد. حال معادلهٔ $x - t$ هر دو متحرک را بدست می‌آوریم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \begin{cases} x_A = t^۲ - ۲۰t \\ x_B = ۲t^۲ - ۳۲t \end{cases} \xrightarrow{t=۸s} \underbrace{\begin{cases} x_A = ۸^۲ - ۲۰(۸) = -۹۶m \\ x_B = ۲(۸^۲) - ۳۲(۸) = -۱۲۸m \end{cases}}_{\text{فاصلهٔ دو متحرک} = ۳۲m}$$

$$\xrightarrow{t=۱۰s} \underbrace{\begin{cases} x_A = ۱۰^۲ - ۲۰(۱۰) = -۱۰۰m \\ x_B = ۲(۱۰^۲) - ۳۲(۱۰) = -۱۲۰m \end{cases}}_{\text{فاصلهٔ دو متحرک} = ۲۰m}$$

بنابراین فاصلهٔ دو متحرک از $t = ۸s$ تا $t = ۱۰s$، ۱۲ متر کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۴۵- اتومبیلی با تندی ثابت $۱۲۶\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. در لحظهٔ $t = ۰$، راننده مانعی را در فاصلهٔ ۱۳۴ متری می‌بیند و با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند. اگر زمان واکنش راننده $۴۰۰ms$ باشد، کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

۱) اتومبیل به مانع برخورد نمی‌کند.
۲) اتومبیل با تندی $۱۸\frac{km}{h}$ به مانع برخورد می‌کند.
۳) اتومبیل در لحظهٔ $t = ۴/۴s$ به مانع برخورد می‌کند.
۴) گزینه‌های (۲) و (۳) صحیح هستند.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

بررسی مسائل ترمز و توقف

مسائل توقف از دو قسمت تشکیل می‌شوند:

۱) قبل از ترمز (زمان واکنش راننده):

از زمانی که راننده یک مانع را می‌بیند، تا زمانی که پدال ترمز را فشار دهد، مدتی طول می‌کشد که به این زمان، زمان واکنش (عکس‌العمل) راننده می‌گویند. در این مدت راننده هنوز ترمز نکرده و خودرو با همان سرعت اولیه حرکت می‌کند.

$$\Delta x_{\text{واکنش}} = v_۰ \Delta t_{\text{واکنش}}$$

۲) پس از ترمز(کند شدن):

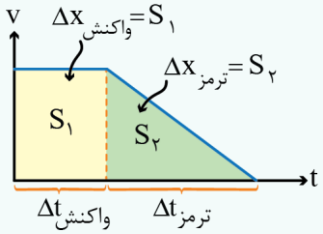
در این مدت، حرکت خودرو با شتاب ثابت a کند می‌شود. زمان و مسافت طی شده در هنگام ترمز برابر است با:

$$\Delta t_{\text{ترمز}} = \frac{v_۰}{|a|} \qquad \Delta x_{\text{ترمز}} = \frac{v_۰^۲}{|۲a|}$$

۳) کل مسافتی که خودرو طی می‌کند تا متوقف شود برابر مجموع مسافت طی شده در دو مرحلهٔ قبل است.

$$\Delta x_{\text{توقف}} = \Delta x_{\text{واکنش}} + \Delta x_{\text{ترمز}} = v_۰ \Delta t_{\text{واکنش}} + \frac{v_۰^۲}{|۲a|}$$

۴) گاهی برای بررسی مسائل ترمز، می‌توانیم نمودار سرعت - زمان متحرک را نیز رسم کنیم.



www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

$v_0 = ۱۲۶\frac{km}{h} = \frac{۱۲۶}{۳/۶}\frac{m}{s} = ۳۵\frac{m}{s}$

در $۰/۴s$ ابتدایی که راننده هنوز ترمز نکرده است، اتومبیل با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

$\Delta x_۱ = v_0 \Delta t_{\text{واکنش}} = ۳۵ \times ۰/۴ = ۱۴m$

بنابراین هنگامی که راننده ترمز می‌گیرد، در فاصلهٔ ۱۲۰ متری مانع قرار دارد. با نوشتن معادلهٔ مستقل از زمان، تندی متحرک را هنگام برخورد به مانع بدست می‌آوریم.

$v^۲ - v_0^۲ = ۲a\Delta x \rightarrow v^۲ - ۳۵^۲ = ۲ \times (-۵) \times ۱۲۰$

$\rightarrow v^۲ - ۱۲۲۵ = -۱۲۰۰$

$\rightarrow v^۲ = ۲۵ \rightarrow v = ۵\frac{m}{s} = ۱۸\frac{km}{h}$

دقت کنید که اگر اتومبیل قبل از رسیدن به مانع متوقف می‌شد، $v^۲$ در محاسبات فوق منفی می‌شد و جوابی برای v بدست نمی‌آمد؛ بنابراین تا این‌جا می‌دانیم که گزینهٔ (۱) نادرست و گزینهٔ (۲) درست است. برای بررسی گزینهٔ (۳)، زمان رسیدن اتومبیل به مانع را محاسبه می‌کنیم.

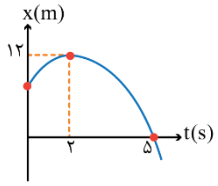
$v = at + v_0 \rightarrow v = -۵t + ۳۵$

$\xrightarrow{v=۵\frac{m}{s}} ۵ = -۵t + ۳۵ \rightarrow t = ۶s$

بنابراین ۶ ثانیه پس از ترمز گرفتن، یعنی در لحظهٔ $t = ۶/۴s$ (با در نظر گرفتن زمان واکنش)، اتومبیل به مانع برخورد کرده است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

گروه آموزشی ماز

۴۶- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند به صورت سهمی شکل زیر است. آهنگ تغییر سرعت متحرک چند واحد SI است؟



۱) $\frac{۸}{۳}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $-\frac{۸}{۳}$
۴) $-\frac{۴}{۳}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

پاسخ تشریحی:

در بازهٔ زمانی $۲s < t < ۵s$، جابه‌جایی متحرک برابر $\Delta x = -۱۲m$ است و می‌توان نوشت:

$\Delta x = \frac{v_۲ + v_۵}{۲}\Delta t \rightarrow -۱۲ = \frac{۰ + v_۵}{۲} \times ۳ \rightarrow v_۵ = -۸\frac{m}{s}$

بنابراین شتاب متحرک برابر است با:

$a = \frac{v_۵ - v_۲}{\Delta t} = \frac{-۸ - ۰}{۳} = \frac{-۸}{۳}\frac{m}{s^۲}$

دقت کنید که آهنگ تغییرات سرعت همان شتاب است.

گروه آموزشی ماز

۴۷- متحرکی در لحظهٔ $t = ۰$ از حال سکون با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^۲}$ در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. از لحظهٔ $t = ۴s$، متحرک با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و پس از ۶ ثانیه حرکت با سرعت ثابت، با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$، حرکت خود را کند می‌کند تا متوقف شود. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در کل حرکت چند متر است؟

۱) ۱۷۰
۲) ۱۶۰
۳) ۲۱۰
۴) ۲۴۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

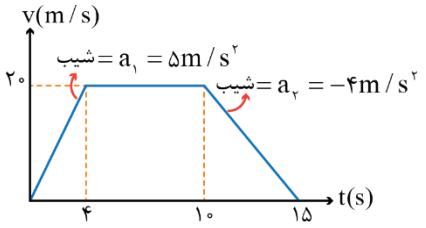
نکته:
معمولاً بهترین راه برای بررسی سؤالاتی که متحرک حرکت خود را در چند مرحله انجام می‌دهد، رسم نمودار سرعت - زمان و استفاده از ویژگی‌های آن است.

پاسخ تشریحی:

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

با توجه به توضیحات سؤال و با توجه به این‌که شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است، نمودار سرعت - زمان این حرکت سه مرحله‌ای را رسم می‌کنیم.



جابه‌جایی متحرک برابر مساحت زیر نمودار است.

$$\Delta x = S = \frac{۶+۱۵}{۲}\times ۲۰ = ۲۱۰\,m$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در ثانیه‌های اول و دوم حرکت، به ترتیب ۱۴m و ۱۰m در جهت محور x جابه‌جا می‌شود. در کدام لحظه، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند؟

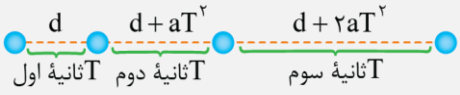
۱) پایان ثانیهٔ ششم ۲) ابتدای ثانیهٔ چهارم ۳) پایان ثانیهٔ دوم ۴) ابتدای ثانیهٔ پنجم

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

نکته:

۱) در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی یک دنبالهٔ حسابی تشکیل می‌دهد که قدرنسبت آن برابر شتاب است.

۲) در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی در T ثانیه‌های متوالی یک دنبالهٔ حسابی تشکیل می‌دهد که قدرنسبت آن برابر $aT^۲$ است.



گام اول:

با استفاده از نکات فوق، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{ثانیه }n\text{ام}} = \left(\frac{۲n-۱}{۲}\right)a + v_۰ \rightarrow \begin{cases} ۱۴ = \frac{۱}{۲}a + v_۰ & \text{رابطهٔ (۱)} \\ ۱۰ = \frac{۳}{۲}a + v_۰ & \text{رابطهٔ (۲)} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۲) − رابطهٔ (۱)}} ۱۰-۱۴ = a \rightarrow \begin{cases} a = -۴\frac{m}{s^۲} \\ v_۰ = ۱۶\frac{m}{s} \end{cases}$$

دقت کنید که با استفاده از مفاهیم دنبالهٔ حسابی هم می‌توانستیم شتاب را محاسبه کنیم.

گام دوم:

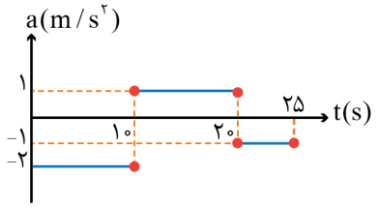
معادلهٔ سرعت - زمان را می‌نویسیم و لحظهٔ تغییر جهت را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_۰ \rightarrow v = -۴t + ۱۶ \xrightarrow{v=۰} t = ۴s$$

بنابراین در لحظهٔ $t = ۴s$، یعنی انتهای ثانیهٔ چهارم یا همان ابتدای ثانیهٔ پنجم، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۴۹- نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متحرک در لحظه‌ای که جهت بردار شتاب برای دومین بار تغییر می‌کند برابر $(-۸\frac{m}{s})\vec{i}$ است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده باشد، در ۲۵ ثانیهٔ اول حرکت، بیشترین فاصلهٔ متحرک تا مبدأ مکان چند متر است؟



۱) ۲۶۰
۲) ۲۶۴/۵
۳) ۲۶۰/۵
۴) ۲۶۲/۵

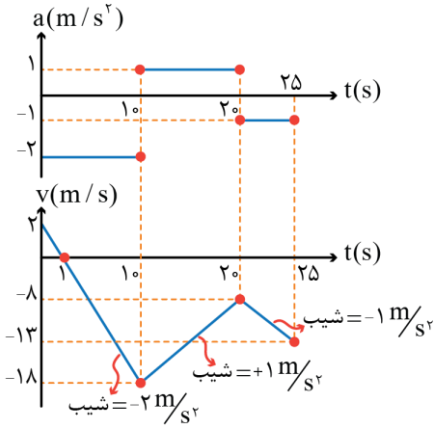
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

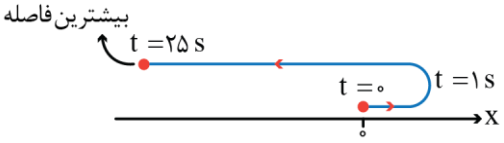
پاسخ تشریحی:

ابتدا نمودار سرعت ـ زمان را با کمک نمودار شتاب ـ زمان رسم می‌کنیم. کافی است دقت کنیم که شیب نمودار سرعت ـ زمان باید برابر شتاب باشد.



دقت کنید که نمودار باید به گونه‌ای رسم شود که در لحظهٔ $t=۲۰s$ که دومین باری است که جهت شتاب عوض می‌شود، سرعت برابر $-۸\frac{m}{s}$ باشد.

مطابق نمودار سرعت ـ زمان رسم شده، متحرک ابتدا کمی در جهت محور x حرکت می‌کند و سپس در لحظهٔ $t=۱s$ به بعد، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و مسیر حرکت آن مطابق شکل زیر است، بنابراین بیشترین فاصلهٔ متحرک تا مبدأ مکان در پایان حرکت، یعنی لحظهٔ $t=۲۵s$ بدست می‌آید.



حال با استفاده از مساحت زیر نمودار سرعت ـ زمان، مکان آن را در لحظهٔ $t=۲۵s$ بدست می‌آوریم.

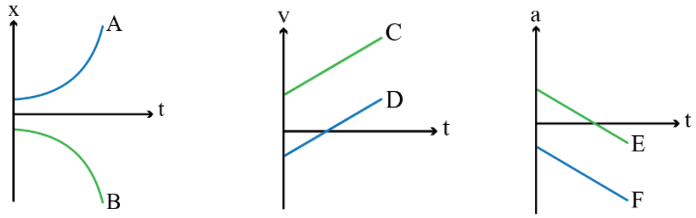
$$\Delta x=(\frac{۱\times۲}{۲})-(\frac{۹\times۱۸}{۲})-(\frac{۱۸+۸}{۲})\times۱۰-(\frac{۸+۱۳}{۲}\times۵)$$

$$\rightarrow \Delta x=۱-۸۱-۱۳۰-۵۲/۵=-۲۶۲/۵m$$

بنابراین بیشترین فاصلهٔ متحرک تا مبدأ مکان برابر $۲۶۲/۵m$ است.

گروه آموزشی ماز

۵۰- نمودارهای زیر مربوط به حرکت متحرک‌های A، B، C، D، E و F روی خط راست است. الزاماً حرکت چند متحرک همواره تندشونده است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

حرکت هر متحرک را جداگانه بررسی می‌کنیم.

متحرک A: اندازهٔ شیب نمودار مکان - زمان A همواره در حال افزایش است، بنابراین تندی آن همواره در حال افزایش است و حرکت تندشونده است. (✓)

متحرک B: شیب نمودار مکان - زمان B منفی است، ولی اندازهٔ شیب همواره در حال افزایش است، بنابراین حرکت این متحرک هم همواره تندشونده است. (✓)

متحرک C: نمودار سرعت - زمان C همواره از محور افقی دور می‌شود، یعنی حرکت همواره تندشونده است. (✓)

متحرک D: حرکت D ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. (✗)

متحرک‌های E و F: با استفاده از نمودار شتاب - زمان فقط می‌توان راجع به تغییرات سرعت اظهارنظر کرد و نمی‌توان راجع به خود سرعت اظهارنظر قطعی کرد، بنابراین نمی‌توانیم راجع به نوع حرکت متحرک‌های E و F اظهارنظر کنیم. (✗)

گروه اموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیهٔ آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۵۵ ۲) ۶۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

گام اول:

زمان رسیدن گلوله به زمین را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\rightarrow 245=\frac{1}{2}\times 10\times t^2\rightarrow t^2=49\rightarrow t=7s$$

گام دوم:

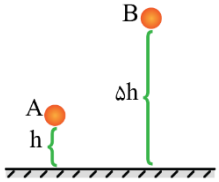
گلوله در مجموع ۷ ثانیه حرکت کرده و ۳ ثانیهٔ آخر حرکت آن، بازهٔ زمانی $4s<t<7s$ است. سرعت متوسط در این بازه برابر است با:

$$v=gt+\overset{\text{صفر}}{\cancel{v_0}}\rightarrow\begin{cases}v_4=4\times 10=40\frac{m}{s}\\ v_7=7\times 10=70\frac{m}{s}\end{cases}\rightarrow v_{av}=\frac{v_4+v_7}{2}=\frac{40+70}{2}=55\frac{m}{s}$$

دقت کنید که چون گلوله تغییر جهت نداده است، سرعت متوسط و تندی متوسط آن هم‌اندازه‌اند.

گروه آموزشی ماز

۵۲- مطابق شکل، دو گلوله یکی از ارتفاع h و دیگری از ارتفاع $5h$ در خلأ رها می‌شوند. اگر مدت زمان رسیدن گلوله‌های A و B به زمین به ترتیب t_A و t_B باشد و تندی آن‌ها هنگام رسیدن به زمین به ترتیب v_A و v_B باشد، نسبت‌های $\frac{t_B}{t_A}$ و $\frac{v_B}{v_A}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۵، ۵
۲) $\sqrt{5}$، $\sqrt{5}$
۳) ۵، $\sqrt{5}$
۴) $\sqrt{5}$، ۵

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۱)

نکات طلایی

۱) هنگامی که یک گلوله را در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌کنیم، زمان رسیدن آن به زمین برابر است با:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\rightarrow h=\frac{1}{2}gt^2\rightarrow t^2=\frac{2h}{g}\rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

بنابراین برای مقایسهٔ زمان سقوط دو گلوله می‌توان نوشت:

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}\rightarrow\frac{t_B}{t_A}=\sqrt{\frac{h_B}{h_A}}$$

۲) هنگامی که یک گلوله را در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌کنیم، تندی آن هنگام رسیدن به زمین برابر است با:

$$v^2-\overset{\text{صفر}}{\cancel{v_0^2}}=2gh\rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

بنابراین برای مقایسهٔ تندی دو گلوله هنگام رسیدن به زمین می‌توان نوشت:

$$v=\sqrt{2gh}\rightarrow\frac{v_B}{v_A}=\sqrt{\frac{h_B}{h_A}}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نکتهٔ ارائه شده می‌توان نوشت:

$$\frac{t_B}{t_A}=\sqrt{\frac{h_B}{h_A}}=\sqrt{\frac{5h}{h}}=\sqrt{5}$$

$$\frac{v_B}{v_A}=\sqrt{\frac{h_B}{h_A}}=\sqrt{\frac{5h}{h}}=\sqrt{5}$$

گروه آموزشی ماز

۵۳- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود و ۲/۵s طول می‌کشد تا گلوله ۱۱۲/۵m پایانی حرکت خود را طی کند و به زمین برسد. در ارتفاع چند متری از سطح زمین، تندی گلوله $22/5\frac{m}{s}$ است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۴۵ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۶۰

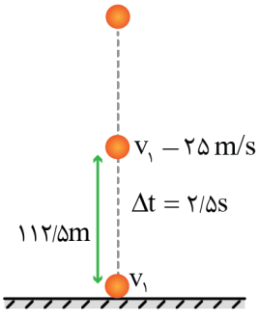
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

شکل زیر مسیر حرکت گلوله را نشان می‌دهد:



اگر سرعت گلوله هنگام رسیدن به زمین برابر v_1 باشد، ۲/۵s قبل و در ارتفاع ۱۱۲/۵ متری، سرعت آن برابر $v_1 - 2/5g = v_1 - 25\frac{m}{s}$ است، زیرا طبق مفهوم شتاب، در هر ثانیه، سرعت گلوله به اندازهٔ g رو به پایین افزایش می‌یابد.

با نوشتن معادلهٔ مستقل از شتاب داریم:

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t \rightarrow 112/5 = \frac{v_1 - 25 + v_1}{2} \times 2/5 \rightarrow v_1 = 57/5\frac{m}{s}$$

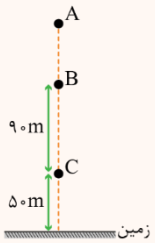
حال با کمک معادلهٔ مستقل از زمان، ارتفاعی را پیدا می‌کنیم که تندی گلوله در آن برابر $22/5\frac{m}{s}$ است.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y \rightarrow \underbrace{57/5^2 - 22/5^2}_{\text{اتحاد مزدوج: } 35\times 80} = 2\times 10\times h \rightarrow h = 140m$$

کنکور تجربی ـ دی ۱۴۰۱

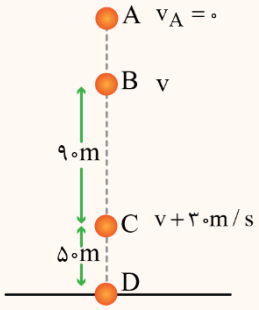
گلوله‌ای در شرایط خلأ، از نقطه A رها می‌شود و ۳ ثانیه طول می‌کشد تا فاصلهٔ بین دو نقطهٔ B و C را طی کند. گلوله ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین، از ارتفاع چند متری عبور می‌کند؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) ۴۵ ۲) ۹۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۵۰



پاسخ: گزینه ۳

گام اول: فرض کنیم سرعت گلوله در نقطهٔ B برابر v باشد، در این صورت با توجه به این‌که در هر ثانیه $10\frac{m}{s}$ بر سرعت به سمت پایین اضافه می‌شود، سرعت در ۳ ثانیهٔ بعد، در نقطهٔ C برابر $v + 30\frac{m}{s}$ خواهد شد. با نوشتن معادلهٔ مستقل از شتاب در فاصلهٔ B تا C داریم:



$$\text{فاصلهٔ B تا C}: \Delta y = \frac{v_B + v_C}{2}\Delta t$$

$$\rightarrow 90 = \frac{v + v + 30}{2} \times 3$$

$$\rightarrow 60 = 2v + 30 \rightarrow v = 15\frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت در B برابر $v_B = 15\frac{m}{s}$ و در C برابر $v_C = 45\frac{m}{s}$ است.

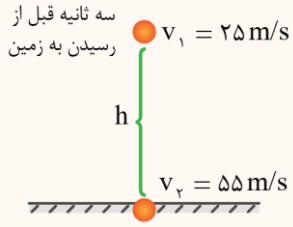
گام دوم: با نوشتن معادلهٔ مستقل از زمان، سرعت گلوله را در هنگام رسیدن به زمین به دست می‌آوریم.

$$v_D^2 - v_C^2 = 2g\Delta y \rightarrow v_D^2 - 45^2 = 2\times 10\times 50$$

$$\rightarrow v_D^2 = 3025 \rightarrow v_D = 55\frac{m}{s}$$

بنابراین ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین، سرعت گلوله برابر $55 - 3\times 10 = 25\frac{m}{s}$ بوده است.

گام سوم: با نوشتن معادلهٔ مستقل از شتاب از ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین تا رسیدن به زمین داریم:



$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t$$

$$\rightarrow h = \frac{25 + 55}{2} \times 3 = 120m$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

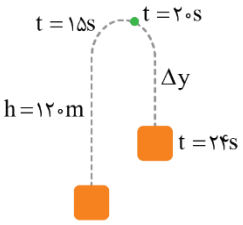
۵۴- جسمی به جرم $2kg$ را در لحظهٔ $t=0$ از سطح زمین با تندی ثابت $8\frac{m}{s}$ به مدت $15s$ به سمت بالا می‌بریم تا به ارتفاع h برسد؛ سپس جسم را متوقف می‌کنیم و به مدت $5s$ در همان ارتفاع نگه می‌داریم و سپس آن را رها می‌کنیم تا به سمت زمین سقوط کند. بزرگی سرعت متوسط جسم در بازهٔ $t_1=0$ تا $t_2=24s$ چند متر بر ثانیه است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$، مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۲/۵ ۲) $\frac{10}{3}$ ۳) ۵ ۴) $\frac{5}{3}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

جسم در ۱۵ ثانیهٔ نخست، با تندی $8\frac{m}{s}$ بالا می‌رود و به ارتفاع $h=8\times15=120m$ می‌رسد. در ادامه آن را ۵ ثانیه در همین ارتفاع نگه می‌داریم و سپس در $t=20s$ رها می‌کنیم تا سقوط کند. در بازهٔ $t=20s$ تا $t=24s$، اندازهٔ سقوط جسم برابر است با:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2=5t^2$$

$$\rightarrow \Delta y=5\times4^2=80m$$

بنابراین جسم $120m$ بالا رفته و سپس $80m$ پایین آمده است و در مجموع $40m$ به سمت بالا جابه‌جا شده، بنابراین سرعت متوسط آن برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}}\rightarrow v_{av}=\frac{40}{24}=\frac{5}{3}\frac{m}{s}$$

اگر...

اگر تندی متوسط را می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟

پاسخ: جسم $80m$ بالا رفته و سپس $40m$ بازگشته است و مسافت طی شده برابر $\ell=120m$ است، بنابراین تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{120}{24}=5\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- در شرایط خلأ، گلولهٔ A را از ارتفاع ۱۲۰ متری سطح زمین رها می‌کنیم. ۲ ثانیهٔ بعد، گلولهٔ B را از ارتفاع ۹۰ متری سطح رها می‌کنیم. از لحظهٔ رها شدن گلولهٔ B تا رسیدن گلولهٔ A به زمین، فاصلهٔ دو گلوله چگونه تغییر می‌کند؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$)

۱) ابتدا با آهنگ $20\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و سپس با آهنگ $20\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

۲) ابتدا با آهنگ $10\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و سپس با آهنگ $10\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

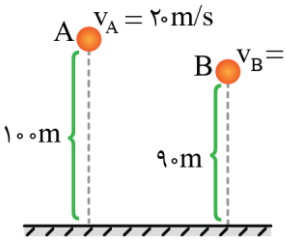
۳) با آهنگ $20\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

۴) با آهنگ $10\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی و محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

با توجه به مفهوم دنباله در حرکت سقوط آزاد، در ۲ ثانیهٔ اول، گلولهٔ A به اندازهٔ $5+15=20m$ سقوط می‌کند و با سرعت $20\frac{m}{s}$ به ارتفاع ۱۰۰ متری می‌رسد. در همین لحظه گلولهٔ B از ارتفاع ۹۰ متری رها می‌شود. به شکل مقابل توجه کنید.



از این لحظه به بعد، چون شتاب ۲ گلوله برابر است و سرعت A، $20\frac{m}{s}$ بیشتر از B است، A در هر ثانیه به اندازهٔ $20m$ بیشتر از B سقوط می‌کند و در نتیجه در مدت $0/5s$، فاصلهٔ ۱۰ متری را جبران می‌کند و به B می‌رسد. از این لحظه به بعد فاصلهٔ دو گلوله شروع به افزایش می‌کند.

گروه اموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۵۶- تندی حرکت متحرکی به جرم $4kg$ با آهنگ $3\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد. اگر انرژی جنبشی متحرک در لحظهٔ $t=4s$، $306J$ بیشتر از انرژی جنبشی آن در لحظهٔ $t=1s$ باشد، در کدام لحظه انرژی جنبشی آن برابر $512J$ می‌شود؟

۱) $t=7s$ ۲) $t=4s$ ۳) $t=6s$ ۴) $t=5s$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

انرژی جنبشی

۱) انرژی جنبشی یک جسم مطابق رابطهٔ زیر بدست می‌آید.

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

۲) مطابق رابطهٔ فوق، هر ژول معادل با $\frac{\text{مترمربع}\times\text{کیلوگرم}}{\text{مربع ثانیه}}$ است.

۳) برای مقایسهٔ انرژی جنبشی دو جسم می‌توان نوشت:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

مثال:

تندی حرکت جسم A، $8\frac{m}{s}$ بیشتر از تندی حرکت جسم B است. اگر جرم دو جسم برابر باشد و انرژی جنبشی A، ۲۱ درصد بیشتر از B باشد، تندی حرکت B چند متر بر ثانیه است؟

اگر تندی حرکت B برابر v باشد، تندی حرکت A برابر $v+8\frac{m}{s}$ است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \rightarrow \frac{121}{100}=1\times\left(\frac{v+8}{v}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{11}{10}=\frac{v+8}{v} \rightarrow v=80\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

تندی حرکت در هر ثانیه $3\frac{m}{s}$ افزایش می یابد، بنابراین در مدت ۳ ثانیه، تندی به اندازهٔ $9\frac{m}{s}$ زیاد می‌شود، پس اگر تندی در لحظهٔ $t=1s$ برابر v باشد، در لحظهٔ $t=4s$ برابر $v+9\frac{m}{s}$ می‌شود. برای محاسبهٔ اختلاف انرژی جنبشی در این دو لحظه می‌توان نوشت:

$$K_4-K_1=306J \rightarrow \frac{1}{2}m(v_4^2-v_1^2)=306$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\times 4\times\left((v+9)^2-v^2\right)=306$$

$$\rightarrow 2\times(18v+81)=306$$

$$\rightarrow 18v=72 \rightarrow v=4\frac{m}{s}$$

برای آن‌که انرژی جنبشی به $512J$ برسد، داریم:

$$K=512J \rightarrow \frac{1}{2}mv^2=512J \rightarrow \frac{1}{2}\times 4v^2=512 \rightarrow v=16\frac{m}{s}$$

با توجه به این‌که تندی در هر ثانیه $3\frac{m}{s}$ زیاد می‌شود و تندی در $t=1s$ برابر $4\frac{m}{s}$ است، می‌توان فهمید که ۴ ثانیه بعد، یعنی در لحظهٔ $t=5s$، تندی به $16\frac{m}{s}$ می‌رسد.

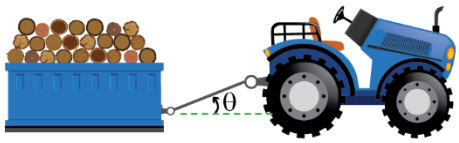
$$\begin{cases} t=1s \\ v=4\frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t=2s \\ v=7\frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t=3s \\ v=10\frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t=4s \\ v=13\frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t=5s \\ v=16\frac{m}{s} \end{cases}$$

دقت کنید برای سادگی می‌توانستیم از رابطهٔ $v=at+v_0$ هم کمک بگیریم.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۵۷- در شکل مقابل، تراکتور با نیروی ثابت $0/01MN$، تحت زاویهٔ $\theta = 37^\circ$، سورتمه و بار روی آن به جرم کل ۰/۵ تن را می‌کشد و نیروی اصطکاک وارد بر سورتمه برابر $2/5kN$ است. در مدتی که تراکتور سورتمه را $12m$ روی سطح افقی می‌کشد، کار نیروی تراکتور و کار نیروی اصطکاک روی سورتمه و بار روی آن به ترتیب از راست به چپ چند کیلوژول است؟ $(\cos 37^\circ = 0/8)$

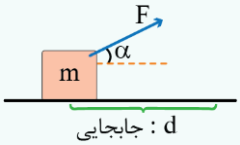


۱) ۳۰ ،۱۲۰
۲) -۳۰ ،۱۲۰
۳) ۳۰ ،۹۶
۴) -۳۰ ،۹۶

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

محاسبهٔ کار

۱) هنگامی که مطابق شکل مقابل، نیروی F به یک جسم وارد شود و آن را به اندازهٔ d جابه‌جا کند، کار نیروی F برابر است با:



$$W = F.d\cos\alpha$$

در رابطهٔ فوق، F نیروی وارد بر جسم، d جابه‌جایی آن و α زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی است.

۲) مطابق رابطهٔ $W = F.d\cos\alpha$، هر ژول معادل (متر×نیوتون) است.

۳) با توجه به زاویهٔ α، کار انجام شده می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد.

$$0 \le \alpha < 90^\circ \rightarrow \cos\alpha > 0 \rightarrow W > 0$$

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \cos\alpha = 0 \rightarrow W = 0$$

$$90^\circ < \alpha \le 180^\circ \rightarrow \cos\alpha < 0 \rightarrow W < 0$$

۴) اگر بردار نیروی وارد بر جسم به صورت $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ باشد، در صورتی که جسم در راستای محور x جابه‌جا شود، نیروی F_y بر جابه‌جایی عمود است و کار آن صفر خواهد بود و در نتیجه فقط نیروی F_x در محاسبهٔ نیرو اهمیت خواهد داشت.

$$\begin{cases}\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} \\ d: \text{جابه‌جایی در جهت محور x}\end{cases} \rightarrow W = F_x d$$

به همین ترتیب اگر جسم در راستای محور y جابه‌جا شود، F_x کاری انجام نمی‌دهد و فقط F_y اهمیت خواهد داشت.

$$\begin{cases}\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} \\ d: \text{جابه‌جایی در جهت محور y}\end{cases} \rightarrow W = F_y d$$

مثال:

نیروی $\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ برحسب واحدهای SI به جسمی به جرم ۲kg وارد می‌شود. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) اگر جسم ۱۰ متر در جهت محور x جابه‌جا شود، کار نیروی F چند ژول است؟ $W = F_x d = 2\times 10 = 20J$

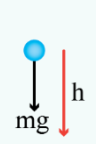
ب) اگر جسم ۱۰ متر در جهت محور y جابه‌جا شود، کار نیروی F چند ژول است؟ $W = F_y d = 3\times 10 = 30J$

ج) اگر جسم ۱۰ متر در جهت نیروی F جابه‌جا شود، کار نیروی F چند ژول است؟

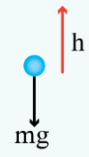
در این حالت زاویهٔ نیرو و جابه‌جایی صفر است و باید اندازهٔ نیرو را به دست آوریم. $F = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}\,N \rightarrow W = Fd = \sqrt{13}\times 10 = 10\sqrt{13}\,J$

۵) در این قسمت به اختصار کار نیروهایی مثل وزن، اصطکاک و مقاومت هوا را بررسی می‌کنیم.

الف) نیروی وزن: برای محاسبهٔ کار نیروی وزن، کافی است که فقط جابه‌جایی جسم در راستای قائم را در نظر بگیریم. اگر جسم به اندازهٔ h پایین بیاید، کار نیروی وزن برابر $W_{mg} = mgh$ است و اگر به اندازهٔ h بالا برود، کار نیروی وزن برابر $W_{mg} = -mgh$ خواهد بود.



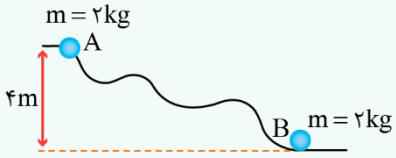
$W = +mgh$



$W = -mgh$

مثال:

کار نیروی وزن در جابه‌جایی جسم از A تا B چند ژول است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



جسم به اندازهٔ ۴ متر پایین آمده است، بنابراین داریم:

$$W = +mgh = +2\times 10\times 4 = 80J$$

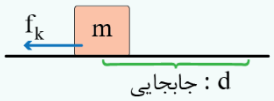
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

تذکر: کار نیروی وزن به مسیر جابه‌جایی جسم وابسته نیست و فقط به این‌که جسم چقدر بالا یا پایین رفته است، ربط دارد.

ب) کار نیروی اصطکاک جنبشی:

با توجه به این‌که نیروی اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت جسم است، $\cos\alpha = -1$ خواهد بود و در نتیجه کار آن منفی می‌باشد.



$$W_{f_k} = f_k d \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} \rightarrow W_{f_k} = -f_k d$$

در صورتی که نیاز به محاسبهٔ نیروی اصطکاک باشد، می‌توانیم از رابطهٔ $f_k = \mu_k F_N$ که در کتاب دوازدهم آمده است استفاده کنیم.

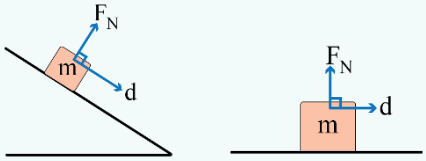
ج) نیروی مقاومت هوا:

نیروی مقاومت هوا هم مانند اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم است، بنابراین کار آن منفی خواهد بود. اگر این نیرو را با f_D نشان دهیم، داریم:

$$W_{f_D} = -f_D d$$

د) کار نیروی عمودی سطح:

در بیشتر مسائل که جسم روی یک سطح صاف یا شیبدار حرکت می‌کند، نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی جسم عمود است و در نتیجه کار این نیرو برابر صفر خواهد بود.



در برخی از مسائل مثل حرکت آسانسور، کار نیروی عمودی سطح صفر نیست. هنگامی که آسانسور به سمت بالا حرکت کند، نیروی عمودی سطح هم‌جهت با جابه‌جایی است و کار آن مثبت می‌باشد و اگر آسانسور پایین برود، کار نیروی عمودی سطح منفی خواهد بود.

$$W_N = \pm F_N d$$

+ ← آسانسور بالا برود. - ← آسانسور پایین برود.

پاسخ تشریحی:

کار نیروی تراکتور برابر است با:

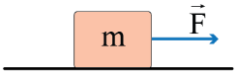
$$W = Fd\cos\theta = 0/01\times10^6\times12\times\underbrace{\cos37^\circ}_{0/8} = 9/6\times10^4\,J = 96\,kJ$$

کار نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k} = -f_k d = -2/5\times10^3\times12 = -3\times10^4\,J = -30\,kJ$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- مطابق شکل، جسم تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$، از حال سکون با شتاب ثابت $4/5\,\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر کار نیروی F روی جسم در ثانیهٔ سیزدهم حرکت، ۱۳۵J بیشتر از کار نیروی F روی جسم در ثانیهٔ دوازدهم حرکت باشد، بزرگی نیروی F چند نیوتون است؟



۱) ۲۷
۲) ۱۳/۵
۳) ۳۰
۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ ۱۰۰۳)

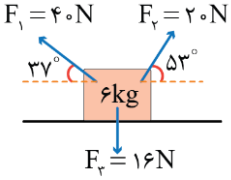
پاسخ تشریحی:

در حرکت با شتاب ثابت a، جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی، یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت a تشکیل می‌دهد، بنابراین اگر جابه‌جایی در ثانیهٔ دوازدهم برابر d_1 باشد، جابه‌جایی در ثانیهٔ سیزدهم برابر $d_1 + 4/5m$ است.

$$W_{13} - W_{12} = 135J \rightarrow F(d_1 + 4/5) - Fd_1 = 135$$
$$\rightarrow 4/5\times F = 135 \rightarrow F = 30\,N$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- مطابق شکل، سه نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ به جسم وارد می‌شوند و جسم ۱۲m روی سطح افقی به سمت راست جابه‌جا می‌شود. اگر تندی جسم در پایان جابه‌جایی $8\,\frac{m}{s}$ باشد، تندی اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه بوده است؟ ($\cos37^\circ = 0/8$، نیروی اصطکاک وارد بر جسم ثابت و برابر ۱۴N است.)



۱) ۱۰
۲) $10\sqrt{2}$
۳) ۱۲
۴) $12\sqrt{2}$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی

۱) مطابق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده روی یک جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است.

$$W_{کل} = \Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

۲) مطابق رابطهٔ فوق، اگر کار کل انجام‌شده روی یک جسم صفر باشد، تندی حرکت و انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند. اگر کار کل مثبت باشد، تندی و انرژی جنبشی افزایش می‌یابد و اگر کار کل منفی باشد، تندی و انرژی جنبشی کاهش می‌یابد.

۳) دقت کنید کار کل انجام شده روی جسم به‌طور مستقیم، اطلاعاتی در مورد انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی جسم به ما نمی‌دهد.

مثال:

یک چترباز به جرم $۸۰kg$ از ارتفاع ۱۰۰۰ متری از سطح زمین، بدون تندی اولیه شروع به سقوط می‌کند. اگر چترباز با تندی $۴\frac{m}{s}$ به سطح زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز چند ژول بوده است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

با توجه به این‌که فقط نیروهای وزن و مقاومت هوا روی جسم کار انجام می‌دهند، کار کل انجام‌شده روی آن برابر مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است.

در ادامه با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W_{کل} = W_{mg} + W_{f_D} \\ W_{کل} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \end{cases} \rightarrow W_{mg} + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\rightarrow +mgh + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\rightarrow (۸۰\times ۱۰\times ۱۰۰۰) + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}\times ۸۰\times (۴^۲ - ۰)$$

$$\rightarrow ۸۰۰۰۰۰ + W_{f_D} = ۶۴۰ \rightarrow W_{f_D} = -۷۹۹۳۶۰J$$

پاسخ تشریحی:

سه نیروی $F_۱$، $F_۲$ و $F_۳$ و نیروی اصطکاک روی جسم کار انجام می‌دهند. دقت کنید که کار نیروهای وزن و عمودی تکیه‌گاه صفر است و نیازی به در نظر گرفتن آن‌ها نداریم.

$$W_۱ = F_۱ d\cos(۱۸۰^\circ - ۳۷^\circ) = ۴۰\times ۱۲\times (-۰/۸) = -۳۸۴J$$

$$W_۲ = F_۲ d\cos(۵۳^\circ) = ۲۰\times ۱۲\times ۰/۶ = ۱۴۴J$$

$$W_۳ = F_۳ d\cos(۹۰^\circ) = ۰$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -۱۴\times ۱۲ = -۱۶۸J$$

$$\rightarrow W_{کل} = W_۱ + W_۲ + W_۳ + W_{f_k} = -۴۰۸J$$

در ادامه با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K_۲ - K_۱ = W_{کل} \rightarrow \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = W_{کل}$$

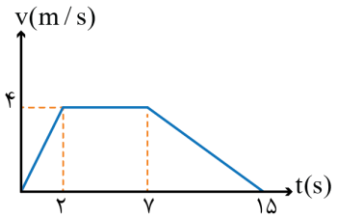
$$\rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۶\times (۸^۲ - v_۱^۲) = -۴۰۸$$

$$\rightarrow ۶۴ - v_۱^۲ = -۱۳۶ \rightarrow v_۱^۲ = ۲۰۰ \rightarrow v_۱ = ۱۰\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۶۰- جسمی به جرم $۲۰kg$ کف آسانسوری قرار دارد. آسانسور به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان حرکت آن مطابق شکل است.



چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

الف: کار نیروی وزن روی جسم در کل حرکت برابر $-۸kJ$ است.

ب: کار نیرویی که کف آسانسور بر جسم وارد می‌کند، در کل حرکت برابر $۸kJ$ است.

ج: کار کل انجام شده روی جسم در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت صفر است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

ابتدا به کمک مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، جابه‌جایی آسانسور به سمت بالا را بدست می‌آوریم.

$$d=\frac{۵+۱۵}{۲}\times ۴=۴۰m$$

کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{وزن}=-mgd=-۲۰\times ۱۰\times ۴۰=-۸۰۰۰J=-۸kJ$$

با توجه به آن‌که تندی اولیه و نهایی جسم برابر است، طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی جسم صفر است و در نتیجه کار نیروی کف آسانسور قرینهٔ کار وزن است.

$$W_N=-W_{وزن}=-(-۸kJ)=+۸kJ$$

همچنین دقت کنید که در ۲ ثانیهٔ سوم، تندی جسم ثابت است و در نتیجه کار کل انجام شده روی آن صفر است.

مطابق توضیحات فوق، هر سه عبارت صحیح هستند.

اگر...

اگر کار نیروی کف آسانسور بر جسم را در ۲ ثانیهٔ اول حرکت می‌خواستیم پاسخ چه بود؟

پاسخ: جابه‌جایی آسانسور در ۲ ثانیهٔ اول برابر مساحت زیر نمودار سرعت - زمان است.

$$d=\frac{۲\times ۴}{۲}=۴m$$

با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{کل}=\Delta K=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\rightarrow W_{وزن}+W_N=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)$$

$$\rightarrow -mgd+W_N=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\rightarrow (-۲۰\times ۱۰\times ۴)+W_N=۱۰(۴^۲-۰)$$

$$\rightarrow W_N=۹۶۰N$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم $۴۰۰g$ از سطح زمین و با تندی اولیهٔ $۲۰\frac{m}{s}$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. اگر در ارتفاع $h_۱$ از سطح زمین در مسیر رفت گلوله، انرژی جنبشی گلوله برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن و در ارتفاع $h_۲$ از سطح زمین در مسیر برگشت گلوله، انرژی جنبشی گلوله برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن باشد، کار نیروی وزن وارد بر گلوله در جابه‌جایی از ارتفاع $h_۱$ تا $h_۲$ چند ژول است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$ و سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)

۱) $+۱۸$ ۲) -۱۸ ۳) $+۹$ ۴) -۹

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پایستگی انرژی مکانیکی

۱) در سؤالاتی که نیروهای غیرپایستار مثل اصطکاک وجود ندارند، انرژی پایسته می‌ماند و می‌توانیم در حل سؤال از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کنیم.

$$E\rightarrow E_۱=E_۲ \quad \text{ثابت است}$$

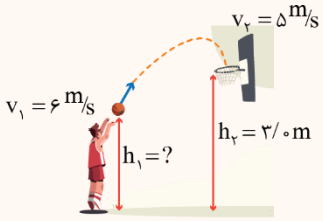
$$\rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲$$

۲) در رابطهٔ فوق K انرژی جنبشی است و U انرژی پتانسیل است. دقت کنید که در سؤالات این بخش انرژی پتانسیل می‌تواند به فرم پتانسیل گرانشی و یا پتانسیل کشسانی باشد و نیاز است در حل سؤالات هر دو نوع انرژی پتانسیل را در نظر بگیرید.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

مثال:



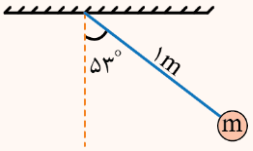
در شکل زیر ورزشکار توپ را با تندی اولیهٔ $6\frac{m}{s}$ پرتاب می‌کند و اندازهٔ سرعت توپ هنگام ورود به سبد $5\frac{m}{s}$ است. فاصلهٔ نقطهٔ پرتاب توپ از سطح زمین (h_1) چند متر است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

کافی است بین نقطهٔ پرتاب و سبد پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسیم.

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

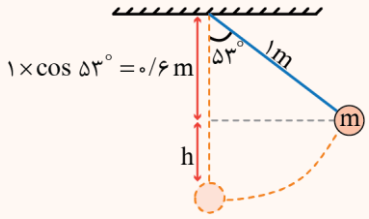
$$\xrightarrow{\text{ساده کردن m}} 10h_1 + \frac{1}{2}\times 6^2 = 10\times 3 + \frac{1}{2}\times 5^2 \Rightarrow h_1 = 2/45\,m$$

مثال:



مطابق شکل، آونگی به طول یک متر را 53° از وضع تعادل دور کرده و سپس از حال سکون رها می‌کنیم. تندی حرکت گلولهٔ آونگ در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2}\ ,\ \cos 53^\circ = 0/6)$

کافی است بین پایین‌ترین نقطهٔ مسیر و نقطهٔ شروع حرکت از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کنیم. با توجه به شکل مقابل می‌توان نوشت:



$$h = 1 - 0/6 = 0/4\,m$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

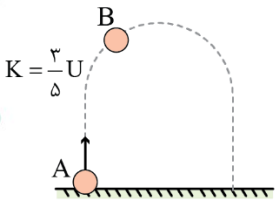
$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 10\times 0/4 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

گام اول:

محاسبه ارتفاع h_1:

با توجه به شکل مقابل و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:



$$E_A = E_B \rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \xrightarrow[K_B = \frac{3}{5}U_B]{U_A = 0} K_A + 0 = \frac{3}{5}U_B + U_B$$

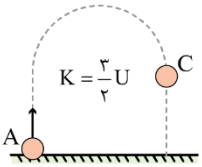
$$\rightarrow K_A = \frac{8}{5}U_B \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{8}{5}\times mgh_1 \xrightarrow[g = 10\frac{m}{s^2}]{v_A = 20\frac{m}{s}} \frac{1}{2}\times(20)^2 = \frac{8}{5}\times 10h_1$$

$$\rightarrow 200 = 16h_1 \rightarrow h_1 = 12/5\,m$$

گام دوم:

محاسبهٔ ارتفاع h_2:

با توجه به شکل مقابل و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:



$$E_A = E_C \rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \xrightarrow[K_C = \frac{3}{2}U_C]{U_A = 0} K_A + 0 = \frac{3}{2}U_C + U_C$$

$$\rightarrow K_A = \frac{5}{2}U_C \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{5}{2}\times mgh_2 \xrightarrow[g = 10\frac{m}{s^2}]{v_A = 20\frac{m}{s}} \frac{1}{2}\times(20)^2 = \frac{5}{2}\times 10h_2$$

$$\rightarrow 200 = 25h_2 \rightarrow h_2 = 8m$$

www.biomaze.ir

دانلود رایگان تمام آزمون های آزمایشی در کانال ما:
@Azmoonha_Azmayeshi
تمام پایه ها و رشته ها

علوی

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمونهای آزمایشی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمونهای آزمایشی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi

آزمون های سراسری
گاج

کانون فرهنگی آموزش قلم چی

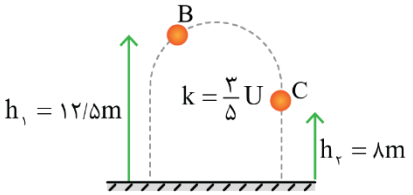
حلی سنجی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

گام سوم:

محاسبهٔ کار نیروی وزن وارد بر گلوله:

با توجه به شکل مقابل داریم:



$$W_{mg} = \pm mgh \xrightarrow[(+)\text{ پایین می‌آید}]{\text{جسم در جابه‌جایی از ارتفاع } h_1 \text{ تا } h_2} W_{mg} = +mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_{mg} = +۴\times۱۰^{-۱}\times۱۰\times(۱۲/۵-۸) = +۱۸J$$

۶۲- جسمی به جرم $۲kg$ را از بالنی که در ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ به سمت بالا در حرکت است، رها می‌کنیم. اگر تا لحظهٔ رسیدن جسم به سطح زمین، ۷۵ درصد از انرژی جنبشی اولیه به انرژی درونی تبدیل شود، تندی جسم در لحظه رسیدن به سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

انرژی مکانیکی در حضور نیروهای اتلافی

همان‌طور که می‌دانیم، در صورتی که نیروهای غیرپایستار مانند نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مسأله وجود نداشته باشند، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند. در این درسنامه می‌خواهیم ببینیم در حضور این نیروها، انرژی مکانیکی چگونه تغییر خواهد کرد. به نکات زیر توجه کنید.

۱) کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می‌شود. به عبارت دیگر: $E_2 - E_1 = W_f$

با توجه به این‌که علامت کار منفی است، E_2 کوچک‌تر از E_1 می‌باشد.

۲) انرژی مکانیکی که جسم از دست می‌دهد، صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می‌شود. به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر $E_1 - E_2$ خواهد بود.

مثال:

جسمی به جرم $۲۰kg$ از ارتفاع ۱۲۰۰ متری از سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود تا سقوط کند. اگر تا لحظهٔ رسیدن جسم به زمین، انرژی درونی محیط و جسم در مجموع $۲۳۶kJ$ افزایش یابد، تندی جسم هنگام برخورد به زمین چند کیلومتر بر ساعت است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

مطابق نکات فوق، اختلاف انرژی مکانیکی اولیه و نهایی جسم برابر افزایش انرژی درونی محیط و جسم است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{افزایش انرژی درونی} = E_1 - E_2$$
$$= U_1 + K_1 - (U_2 + K_2)$$
$$\rightarrow ۲۳۶\times۱۰^{۳} = mgh_1 - \frac{۱}{۲}mv_2^{۲}$$
$$\rightarrow ۲۳۶\times۱۰^{۳} = (۲۰\times۱۰\times۱۲۰۰) - \frac{۱}{۲}\times۲۰\times v_2^{۲}$$
$$\rightarrow ۲۳۶\times۱۰^{۳} = ۲۴۰\times۱۰^{۳} - ۱۰v_2^{۲}$$
$$\rightarrow v_2^{۲} = ۴۰۰ \rightarrow v_2 = ۲۰\frac{m}{s} = ۷۲\frac{km}{h}$$

پاسخ تشریحی:

انرژی مکانیکی اولیهٔ جسم برابر است با:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{۱}{۲}mv_1^{۲} = \frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{۲} = ۱۰۰J \\ U_1 = mgh = ۲\times۱۰\times۱۰ = ۲۰۰J \end{cases} \rightarrow E_1 = U_1 + K_1 = ۳۰۰J$$

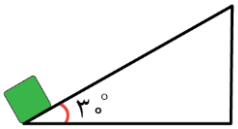
۷۵ درصد انرژی جنبشی اولیه، یعنی $۷۵J$ از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی تبدیل می‌شود، بنابراین انرژی مکانیکی نهایی جسم برابر $E_2 = E_1 - ۷۵ = ۲۲۵J$ خواهد بود و در نتیجه تندی جسم هنگام رسیدن به زمین برابر می‌شود با:

$$K_2 = ۲۲۵J \;,\; K = \frac{۱}{۲}mv^{۲} \rightarrow ۲۲۵ = \frac{۱}{۲}\times۲\times v^{۲} \rightarrow v = ۱۵\frac{m}{s}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۶۳- مطابق شکل، جسمی به جرم $6kg$ را از سطح زمین با تندی $10\frac{m}{s}$ مماس بر سطح شیبدار به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. جسم روی سطح بالا می‌رود و سپس با تندی $8\frac{m}{s}$ به نقطهٔ پرتاب بازمی‌گردد. با فرض ثابت بودن نیروی اصطکاک در تمام طول مسیر، انرژی جنبشی جسم در نیمه راه رو به بالا چند ژول است؟



۱) ۱۲۳
۲) ۱۲۷
۳) ۱۵۰
۴) ۹۶

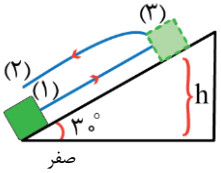
پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

کار نیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت برابر است با:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\times 6\times 10^2 = 300J \\ E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}\times 6\times 8^2 = 192J \end{cases} \rightarrow W_{f_k} = E_2 - E_1 = -108J$$

چون نیروی اصطکاک ثابت است، کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت برابر $\frac{-108}{2} = -54J$ است و در نتیجه انرژی مکانیکی جسم در بالاترین نقطهٔ مسیر برابر است با:



$$E_3 = E_1 - 54 = 300 - 54 = 246J$$

بنابراین ارتفاع بالاترین نقطهٔ مسیر برابر است با:

$$E_3 = \cancel{K_3} + U_3 \rightarrow 246 = 6\times 10\times h \rightarrow h = 4/1m$$

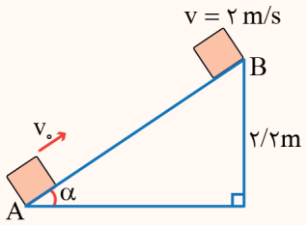
بنابراین در نیمهٔ راه رو به بالا، جسم در ارتفاع ۲/۰۵ متری قرار دارد و نیروی اصطکاک هم $27J$ از انرژی را تلف کرده است.

$$E_{\text{نیمه‌راه}} = U_{\text{نیمه‌راه}} + K_{\text{نیمه‌راه}} \rightarrow 300 - 27 = mg\times 2/05 + K_{\text{نیمه‌راه}}$$

$$\rightarrow 273 = (6\times 10\times 2/05) + K_{\text{نیمه‌راه}} \rightarrow K_{\text{نیمه‌راه}} = 150J$$

کنکور تجربی خارج ۱۴۰۲:

مطابق شکل، جسم از نقطهٔ A مماس با سطح پرتاب می‌شود و تا رسیدن به نقطهٔ B، ۲۵ درصد انرژی جنبشی اولیهٔ آن توسط اصطکاک تلف می‌شود. تندی اولیهٔ جسم چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



۱) $2\sqrt{2}$
۲) $4\sqrt{2}$
۳) ۸
۴) ۴

پاسخ:

باتوجه به قضیهٔ کار – انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K = K_2 - K_1]{W_t = W_{mg} + W_{f_k}} W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$

$$\xrightarrow[W_{f_k} = -0/25K_1]{W_{mg} = -mgh = -22m} -22m - 0/25K_1 = K_2 - K_1$$

$$\rightarrow -22m = K_2 - 0/75K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - 0/75v_1^2)$$

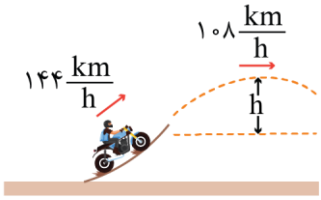
$$\xrightarrow{v_2 = 2\frac{m}{s}} -22 = \frac{1}{2}\left((2)^2 - 0/75v_1^2\right)$$

$$\rightarrow -48 = -0/75v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 64 \rightarrow v_1 = 8\frac{m}{s}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۶۴- در شکل مقابل، موتورسواری با تندی $۱۴۴\frac{km}{h}$ از انتهای سکویی می‌پرد و تندی حرکت آن در بالاترین نقطهٔ مسیرش به $۱۰۸\frac{km}{h}$ می‌رسد. ارتفاع h چند متر است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$، مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) ۳۵
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

بین محل پرش و بالاترین نقطهٔ مسیر از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

$$E_۱ = E_۲ \rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = mgh + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

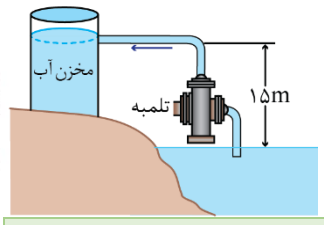
$$\rightarrow \frac{۱}{۲}\times(۴۰)^۲ = (۱۰\times h) + \frac{۱}{۲}\times ۳۰^۲$$

$$\rightarrow ۸۰۰ = ۱۰h + ۴۵۰ \rightarrow h = ۳۵m$$

دقت کنید که در روابط فوق، تندی‌ها باید برحسب $\frac{m}{s}$ جایگذاری شوند. $v_۲ = ۱۰۸\frac{km}{h} = ۳۰\frac{m}{s}$ ، $v_۱ = ۱۴۴\frac{km}{h} = ۴۰\frac{m}{s}$

گروه آموزشی ماز

۶۵- در شکل مقابل، تلمبه با توان ورودی ۲kW در هر دقیقه ۳۰۰ لیتر از آب دریاچه را به ارتفاع ۱۵ متری می‌برد و با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ درون مخزن آب می‌ریزد. اگر چگالی آب دریاچه $۱/۰۲\frac{g}{cm^۳}$ باشد، بازده این تلمبه چند است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۴۹
۲) ۵۱
۳) ۴۸
۴) ۵۲

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

توان و بازده

۱) توان یک دستگاه برابر کاری است که آن دستگاه در واحد زمان انجام می‌دهد.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

با توجه به نوع دستگاه، این کار می‌تواند صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم (مثلاً بالابر) شود یا می‌تواند صرف افزایش انرژی جنبشی جسم (مثلاً موتور خودرو) شود.

۲) ماشین‌ها معمولاً بخشی از انرژی ورودی به خود را تلف می‌کنند و فقط بخشی از انرژی ورودی به کار موردنظر ما تبدیل می‌شود. نسبت کار مفیدی که دستگاه انجام می‌دهد به کار کل (انرژی ورودی) آن برابر بازده دستگاه است.

$$\text{بازده} : Ra = \frac{\text{کار مفید}}{\text{کار کل}} \times \underset{\text{تبدیل به درصد}}{۱۰۰}$$

$$\text{بازده} : Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times \underset{\text{تبدیل به درصد}}{۱۰۰}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

مثال:

پمپ آبی با توان $۱۰kW$ در هر ساعت، ۱۲۰۰۰۰ لیتر آب با چگالی $۱\frac{gr}{cm^۳}$ را به اندازهٔ ۸ متر بالا می‌برد. بازده این پمپ چقدر است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

$$P_{مفید}=\frac{mgh}{\Delta t}=\frac{۱۲۰۰۰۰\times۱۰\times۸}{۳۶۰۰}=\frac{۸۰۰۰}{۳}W$$

$$Ra=\frac{P_{مفید}}{P_{اسمی}}=\frac{\frac{۸۰۰۰}{۳}}{۱۰۰۰۰}=\frac{۴}{۱۵}=۲۶/۶\%$$

گام اول:

توان خروجی تلمبه برابر است با:

$$P_{خروجی}=\frac{mgh+\frac{۱}{۲}mv^۲}{\Delta t}=\frac{(\rho V)gh+\frac{۱}{۲}(\rho V)v^۲}{\Delta t}$$

$$\rightarrow P_{خروجی}=\frac{(۱۰۲۰\times۰/۳\times۱۰\times۱۵)+(\frac{۱}{۲}\times۱۰۲۰\times۰/۳\times۱۰^۲)}{۶۰}=۱۰۲۰W$$

گام دوم:

بازدهٔ تلمبه برابر است با:

$$Ra=\frac{P_{خروجی}}{P_{ورودی}}\times۱۰۰=\frac{۱۰۲۰}{۲۰۰۰}\times۱۰۰=۵۱\%$$

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۶۶- یک نمونه ۸۰ گرمی $NaOH$ در اختیار داریم. مقداری از این ماده را در واکنش خنثی شدن کامل $25L$ محلول هیدروکلریک اسید با $pH = 1/7$ مصرف کرده و باقیمانده آن را در واکنش موازنه نشده زیر شرکت می‌دهیم. غلظت یون سدیم در محلول حاصل از واکنش خنثی شدن به تقریب برابر با چند ppm شده و در واکنش دوم، چند گرم سدیم نیترید تولید می‌شود؟

$$NH_3(g) + NaOH(aq) \rightarrow H_2O(l) + Na_3N(aq) \quad (Na = 23 \text{ و } O = 16 \text{ و } N = 14 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$

۱) ۱۳۸۰ - ۸۳ ۲) ۱۳۸۰ - ۴۱/۵ ۳) ۴۶۰ - ۸۳ ۴) ۴۶۰ - ۴۱/۵

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

در قدم اول، شمار مول‌های سدیم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$?\,mol\,NaOH = 80\,g\,NaOH \times \frac{1\,mol\,NaOH}{40\,g\,NaOH} = 2\,mol$$

در قدم بعد، غلظت محلول هیدروکلریک اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = 10^{-1/7} = 10^{0/3} \times 10^{-2} = 0/02\,mol.L^{-1} \quad \Rightarrow \quad [HCl] = 0/02\,mol.L^{-1}$$

با توجه به غلظت محلول هیدروکلریک اسید، مقداری از سدیم هیدروکسید اولیه که در واکنش خنثی شدن این محلول مصرف می‌شود را محاسبه می‌کنیم. معادله واکنش انجام شده به صورت $HCl(aq) + NaOH(aq) \rightarrow H_2O(l) + NaCl(aq)$ است. بر این اساس، داریم:

$$?\,mol\,NaOH = 25\,L \text{ محلول} \times \frac{0/02\,mol\,HCl}{1\,L \text{ محلول}} \times \frac{1\,mol\,NaOH}{1\,mol\,HCl} = 0/5\,mol$$

مقدار ۰/۵ مول سدیم هیدروکسید، با محلول اسیدی واکنش داده و طی این فرایند، ۰/۵ مول یون سدیم وارد محلول می‌شود. چون چگالی محلول اسیدی اولیه داده نشده، پس مقدار چگالی این محلول را برابر با ۱ گرم بر میلی‌لیتر در نظر می‌گیریم. بر این اساس، می‌توان گفت جرم محلول نهایی ایجاد شده تقریبا برابر با ۲۵ کیلوگرم، معادل با ۲۵۰۰۰ گرم است. با توجه به اطلاعات داده شده، داریم:

$$ppm = \frac{\text{گرم یون سدیم}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0/5\,mol\,Na^+ \times \frac{23\,g\,Na^+}{1\,mol\,Na^+}}{25000\,g \text{ محلول}} \times 10^6 = 460 \text{ واحد}$$

در نمونه اولیه، ۲ مول سدیم هیدروکسید وجود داشته است. با مصرف ۰/۵ مول سدیم هیدروکسید در واکنش خنثی شدن، ۱/۵ مول از ترکیب مورد نظر باقی مانده است. سدیم هیدروکسید باقیمانده در واکنش زیر شرکت می‌کند:

$$NH_3(g) + 3NaOH(aq) \rightarrow 3H_2O(l) + Na_3N(aq)$$

با توجه به معادله واکنش بالا، داریم:

$$?\,g\,Na_3N = 1/5\,mol\,NaOH \times \frac{1\,mol\,Na_3N}{3\,mol\,NaOH} \times \frac{83\,g\,Na_3N}{1\,mol\,Na_3N} = 41/5\,g$$

با توجه به محاسبات بالا، جرم سدیم نیترید(Na_3N) تولید شده برابر با ۴۱/۵ گرم است.

گروه آموزشی ماز

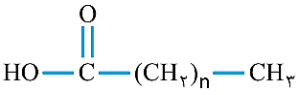
۶۷- با سوختن کامل ۰/۱ مول از نوعی اسید چرب غیرحلقوی، ۰/۹ مول آب و ۳۳ لیتر گاز کربن دی‌اکسید با چگالی $2g.L^{-1}$ تولید شده است. در ساختار هر مولکول از این اسید چرب، چند پیوند دوگانه کربن-کربن وجود داشته و چند گرم از این ماده با ۲/۵ لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید ۰/۲ مولار به طور کامل واکنش می‌دهد؟ $(H = 1 : g.mol^{-1}$ و $C = 12$ و $O = 16)$

۱) ۷ - ۱۲۱ ۲) ۷ - ۱۱۵ ۳) ۶ - ۱۲۱ ۴) ۶ - ۱۱۵

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

ساختار یک اسید چرب سیرشده، به صورت زیر است:



اگر زنجیره کربنی موجود در ساختار این مواد کاملا سیرشده باشد، فرمول مولکولی آن‌ها به صورت $C_nH_{2n}O_2$ می‌شود. به ازای هر پیوند دوگانه که در ساختار این ترکیب قرار بگیرد، ۲ اتم هیدروژن از ساختار مولکول حذف می‌شود، پس اگر در نظر بگیریم که در ساختار این مولکول m پیوند دوگانه وجود داشته باشد، فرمول مولکولی آن به صورت $C_nH_{2n-2m}O_2$ می‌شود. توجه داریم که وجود پیوندهای دوگانه، هیچ تغییری در تعداد اتم‌های اکسیژن و کربن این مولکول ایجاد نمی‌کند. بر اثر سوختن کامل ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار، گاز کربن دی‌اکسید به همراه آب تولید می‌شود.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

واکنش سوختن ترکیب آلی با فرمول شیمیایی $C_nH_{۲n-۲m}O_۲$، به صورت زیر است:

$$C_nH_{۲n-۲m}O_۲ + (\frac{۳n-m}{۲} - ۱)O_۲ \rightarrow nCO_۲ + (n-m)H_۲O$$

در قدم اول، با توجه به مقدار کربن دی‌اکسید تولید شده در واکنش سوختن، مقدار n را محاسبه می‌کنیم.

$$۳۳\ L\ CO_۲ = ۰/۱\ mol\ C_nH_{۲n-۲m}O_۲ \times \frac{n\ mol\ CO_۲}{۱\ mol\ C_nH_{۲n-۲m}O_۲} \times \frac{۴۴\ g\ CO_۲}{۱\ mol\ CO_۲} \times \frac{۱\ L\ CO_۲}{۲\ g\ CO_۲} \Longrightarrow n = ۱۵$$

با توجه به مقدار n، فرمول مولکولی اسید چرب مورد نظر به صورت $C_{۱۵}H_{۳۰-۲m}O_۲$ می‌شود. واکنش سوختن این ماده نیز با توجه به مقدار n، به صورت زیر خواهد بود:

$$C_{۱۵}H_{۳۰-۲m}O_۲ + (\frac{۴۳-m}{۲})O_۲ \rightarrow ۱۵CO_۲ + (۱۵-m)H_۲O$$

با توجه به معادله این واکنش و جرم آب تولید شده، مقدار m را محاسبه می‌کنیم.

$$۰/۹\ mol\ H_۲O = ۰/۱\ mol\ C_{۱۵}H_{۳۰-۲m}O_۲ \times \frac{(۱۵-m)\ mol\ H_۲O}{۱\ mol\ C_{۱۵}H_{۳۰-۲m}O_۲} \Longrightarrow m = ۶$$

با توجه به مقدار m، می‌توان گفت که در ساختار اسید چرب مورد نظر ۶ پیوند دوگانه‌ی $C=C$ برقرار شده است. بجز این پیوندهای دوگانه، یک پیوند $C=O$ نیز در ساختار این ماده وجود دارد، پس مجموع تعداد پیوندهای دوگانه در این ماده برابر با ۷ خواهد بود. با توجه به مقدار m، فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $C_{۱۵}H_{۱۸}O_۲$ خواهد بود. معادله واکنش این ماده با محلول پتاسیم هیدروکسید به صورت زیر است:

$$C_{۱۵}H_{۱۸}O_۲ + KOH \rightarrow C_{۱۵}H_{۱۷}O_۲K + H_۲O$$

با توجه به معادله واکنش، جرم اسید چرب مصرف شده در واکنش با پتاسیم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم.

$$?\ g\ C_{۱۵}H_{۱۸}O_۲ = ۲/۵\ L\ \text{محلول} \times \frac{۰/۲\ mol\ KOH}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۱\ mol\ C_{۱۵}H_{۱۸}O_۲}{۱\ mol\ KOH} \times \frac{۲۳۰\ g\ C_{۱۵}H_{۱۸}O_۲}{۱\ mol\ C_{۱۵}H_{۱۸}O_۲} = ۱۱۵\ g$$

توجه داریم که صابون تولید شده در این فرایند حالت مایع دارد.

گروه آموزشی ماز

۶۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: با یونیده شدن همه اسیدهایی که طی واکنش تعادلی در محلول یونش می‌یابند، یک آنیون چنداتمی ایجاد می‌شود.

ب: در دما و غلظت یکسان، قدرت اسیدی محلول نیتریک اسید بیشتر از قدرت اسیدی محلولی از نیترواسید است.

پ: محلولی آبی که $[H^+]$ در آن برابر ۳×۱۰^{-۷} مولار است، در برخورد با کاغذ pH حتما رنگ آن را قرمز می‌کند.

ت: تفاوت غلظت مولی یون‌های هیدروژن و هیدروکسید در باران اسیدی نسبت به باران معمولی بیشتر است.

ث: رسانایی محلول یک مولار کروم(III) نیترات از رسانایی محلول یک مولار پتاسیم سولفات بیشتر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ب)، (ت) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: با یونیده شدن برخی از اسیدهایی که طی واکنش تعادلی در محلول یونش می‌یابند(اسیدهای ضعیف با درجه یونش کمتر از ۱)، یک آنیون چنداتمی(آنیونی که از اتصال چند اتم به یکدیگر ساخته شده است) ایجاد می‌شود. برای مثال، فرایند یونش استیک اسید به صورت زیر خواهد بود:

$$CH_۳COOH(aq) \rightleftharpoons CH_۳COO^-(aq) + H^+(aq)$$

طی این فرایند، یون هیدرونیوم به همراه آنیون چنداتمی استات($CH_۳COO^-$) تولید شده است. در نقطه مقابل، با یونیده شدن برخی از اسیدهایی که طی واکنش تعادلی در محلول یونش می‌یابند، یک آنیون تک‌اتمی(آنیونی که تنها از یک اتم ساخته شده است) در محلول ایجاد می‌شود. برای مثال، فرایند یونش هیدروفلوئوریک اسید به صورت زیر خواهد بود:

$$HF(aq) \rightleftharpoons F^-(aq) + H^+(aq)$$

همانطور که مشخص است، آنیون حاصل از یونش این ماده یک آنیون تک‌اتمی به نام یون فلوئورید خواهد بود.

ب: مقایسه قدرت اسیدی برخی از مواد مطرح شده در کتاب درسی به شرح زیر است:

قدرت اسیدی بیشتر ← نیتریک اسید ← نیترواسید ← فورمیک اسید ← استیک اسید ← هیدروسیانیک اسید ← قدرت اسیدی کمتر

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

با توجه به تصویر بالا، نیتریک اسید در مقایسه با نیتروآسید قدرت اسیدی بالاتری داشته و غلظت یون‌ها در محلول حاصل از آن بیشتر است؛ پس می‌توان گفت در دما و غلظت یکسان، قدرت اسیدی و رسانایی الکتریکی محلول نیتریک اسید بیشتر از قدرت اسیدی و رسانایی الکتریکی محلول نیتروآسید است. در این شرایط، pH محلول نیتریک اسید کمتر از محلول نیتروآسید خواهد بود.

پ: محلول‌های اسیدی(محلول‌هایی که در آن‌ها غلظت یون هیدروژن بیشتر از یون هیدروکسید است) در برخورد با کاغذ pH، رنگ این کاغذ را قرمز کرده و محلول‌های بازی(محلول‌هایی که در آن‌ها غلظت یون هیدروکسید بیشتر از یون هیدروژن است) نیز در برخورد با کاغذ pH، رنگ آن را آبی می‌کنند. محلول آبی که $[H^+]$ در آن برابر ۳×۱۰^{-۷} مولار است، به شرطی که در دمای اتاق وجود داشته باشد، خاصیت اسیدی داشته و در برخورد با کاغذ pH حتما رنگ آن را قرمز(یا بهتر است بگوییم نارنجی متمایل به قرمز) می‌کند. در نقطه مقابل، اگر این محلول در دمایی بجز دمای اتاق(دمای ۲۵°C) باشد، ممکن است حالت خنثی و یا حالت بازی داشته و در برخورد با کاغذ pH، رفتار متفاوتی را نشان بدهد. برای مثال، اگر این محلول در شرایط دمایی باشد که در آن رابطه $K_W = [H^+][OH^-] = ۹ \times ۱۰^{-۱۴}$ در محلول‌های آبی برقرار باشد، این محلول خاصیت اسیدی یا بازی نداشته و خنثی است. در این حالت، محلول مورد نظر رنگ کاغذ pH را تغییر نمی‌دهد.

ت: باران معمولی و باران اسیدی، هر دو خاصیت اسیدی دارند. باران‌های اسیدی حاوی نیتریک اسید و سولفوریک اسید بوده و باران‌های معمولی حاوی کربنیک اسید(اسیدی که بر اثر انحلال گاز کربن دی‌اکسید هوا در آب باران بدست می‌آید) هستند. چون باران‌های اسیدی خاصیت اسیدی بیشتری داشته و مقدار pH آن‌ها نسبت به باران‌های معمولی کمتر است(غلظت یون هیدرونیوم در باران اسیدی بیشتر و غلظت یون هیدروکسید در آن کمتر است)، پس می‌توان گفت تفاوت غلظت مولی یون‌های هیدروژن و هیدروکسید در باران‌های اسیدی نسبت به باران‌های معمولی بیشتر خواهد بود.

ث: غلظت مولی یون‌ها در هر محلول را حساب می‌کنیم. محلولی با مجموع غلظت مولی بالاتر یون‌ها، رسانایی بیشتری دارد؛ پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l} Cr(NO_۳)_۳ \text{ یک مول} \rightarrow ۴ \text{ مول یون} \\ K_۲SO_۴ \text{ یک مول} \rightarrow ۳ \text{ مول یون} \end{array}\right\} \rightarrow \text{رسانایی محلول یک مولار } Cr(NO_۳)_۳ \text{ بیشتر است.}$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- مقدار ۷۳۵ میلی‌لیتر از محلول ۴۰٪ جرمی فسفریک اسید($H_۳PO_۴$) با چگالی ۱/۱ گرم بر میلی‌لیتر، با ۴/۹۵ مول از هیدروکسید فلز M مطابق واکنش موازنه نشده زیر به طور کامل خنثی شده است. نسبت شمار کاتیون به آنیون در نمک A چقدر بوده و pH محلول حاصل از حل شدن ۰/۱ مول اکسید فلز M در نیم لیتر آب خالص کدام است؟

$$H_۳PO_۴(aq) + M(OH)_n \rightarrow A(aq) + H_۲O(l) \quad (P = ۳۱ \text{ و } O = ۱۶ \text{ و } H = ۱ : g.mol^{-۱})$$

۱) ۲ – ۱۳/۶ ۲) ۲ – ۱۳/۳ ۳) ۱/۵ – ۱۳/۶ ۴) ۱/۵ – ۱۳/۳

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

در قدم اول، باید شمار مول‌های فسفریک اسید($H_۳PO_۴$) مصرف شده را محاسبه کنیم. در این رابطه، داریم:

$$?\,mol\,H_۳PO_۴ = ۷۳۵\,mL \text{ محلول} \times \frac{۱/۱\,g \text{ محلول}}{۱\,mL \text{ محلول}} \times \frac{۴۰\,g\,H_۳PO_۴}{۱۰۰\,g \text{ محلول}} \times \frac{۱\,mol\,H_۳PO_۴}{۹۸\,g\,H_۳PO_۴} = ۳/۳\,mol$$

در روش دیگر برای محاسبه مقدار مول فسفریک اسید، می‌توانیم ابتدا غلظت مولی فسفریک اسید را حساب کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{۱۰\,ad}{M} = \frac{۱۰ \times ۴۰ \times ۱/۱}{۹۸} = \frac{۲۲۰}{۴۹}\,mol.L^{-۱}$$

بنابراین تعداد مول فسفریک اسید واکنش داده برابر است با:

$$?\,mol\,H_۳PO_۴ = ۷۳۵\,mL \text{ محلول} \times \frac{۱\,L \text{ محلول}}{۱۰۰۰\,mL \text{ محلول}} \times \frac{\frac{۲۲۰}{۴۹}\,mol\,H_۳PO_۴}{۱\,L \text{ محلول}} = ۳/۳\,mol$$

نمک A معادل با $M_۳(PO_۴)_n$ است. بر این اساس، معادله واکنش موازنه شده این واکنش به صورت زیر است:

$$nH_۳PO_۴(aq) + ۳M(OH)_n \rightarrow M_۳(PO_۴)_n + \frac{۶n}{۲}H_۲O$$

اما طبق واکنش بالا، n مول فسفریک اسید با ۳ مول هیدروکسید فلز موردنظر واکنش می‌دهد. بر این اساس داریم:

$$n = ۳\,mol\ \ M(OH)_n \times \frac{۳/۳\,mol\,H_۳PO_۴}{۴/۹۵\,mol\,M(OH)_n} = ۲$$

بنابراین نمک حاصل، معادل با $M_۳(PO_۴)_۲$ بوده و نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن برابر با $\frac{۳}{۲} = ۱/۵$ است. فلز M کاتیونی با بار ۲+ تشکیل می‌دهد. بر این اساس، واکنش اکسید فلز M در آب به صورت زیر است:

$$MO(s) + H_۲O(l) \rightarrow M(OH)_۲(aq)$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

بنابراین از واکنش یک مول MO با آب، یک مول $M(OH)_2$ حاصل می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$[OH^-] = n \times M \times \alpha = 2 \times \left(\frac{0/1}{0/5}\right) \times 1 = 0/4\ mol.L^{-1} \quad \rightarrow [H^+] = \frac{10^{-13}}{4}\ mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log\left(\frac{10^{-13}}{4}\right) = 13 + 2\underbrace{\log 2}_{0/3} = 13/6$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- با توجه به اطلاعات موجود در جدول زیر، با ریختن محلول هیدروبرمیک اسید بر روی مقداری جوش شیرین، گاز ..... آزاد شده و واکنش ..... در مقایسه با واکنش دیگر با سرعت بیشتری انجام می‌شود.

آزمایش	مشخصات محلول هیدروبرمیک اسید	دما
A	محلولی با $pH = 1/7$	۶۰°C
B	محلولی با غلظت ۰/۱ مول بر لیتر	$380K$

۱) هیدروژن - A ۲) هیدروژن - B ۳) کربن دی‌اکسید - A ۴) کربن دی‌اکسید - B

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$HBr(aq) + NaHCO_3(s) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g) + NaBr(aq)$$

همانطور که مشخص است، در این واکنش شیمیایی گاز کربن دی‌اکسید تولید شده است. جوش شیرین یا سدیم هیدروژن کربنات نیز یک ماده با خاصیت بازی است که از آن برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها و یا به عنوان ماده‌ی موثر موجود در ضداسیدهای معده‌ای استفاده می‌شود. با توجه به جدول داده شده، تاثیر دو عامل مختلف شامل دما و غلظت اسید بر سرعت واکنش بررسی شده است. تاثیر این عوامل به شرح زیر است:

← دما: با افزایش دمای واکنش‌دهنده‌های شرکت کننده در یک فرایند، سرعت انجام واکنش افزایش پیدا می‌کند. چون دما در واکنش B برابر با ۳۸۰ کلوین معادل با ۱۰۷ درجه سانتی‌گراد بوده و این مقدار بیشتر از دما در واکنش A است، می‌توان گفت این واکنش با سرعت بیشتری انجام می‌شود.

← غلظت: غلظت یون هیدروژن در اسید مصرف شده در واکنش A، برابر با ۰/۰۲ مول بر لیتر است. چون اسید مصرف شده در این واکنش غلظت کمتری دارد، این واکنش با سرعت کمتری انجام می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: اسید معده محتوی مقداری سولفوریک اسید بوده و برگشت آن به مری، سبب ایجاد سوزش و درد در ناحیه سینه می‌شود.

ب: اگر مقداری هیدروژن کلرید را در محلولی از استیک اسید حل کنیم، غلظت یون استات در محلول تغییر نخواهد کرد.

پ: مقدار pH یک نمونه از شیر ترش‌شده، همانند خون موجود در رگ‌ها و یک نمونه از آب گازدار، کوچک‌تر از ۷ است.

ت: پس از انحلال دو مول دی‌نیتروژن پنتاکسید جامد در آب، چهار مول یون در محلول مورد نظر تولید می‌شود.

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) صفر ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

هیچکدام از عبارت‌های داده شده درست نیستند.

بررسی موارد:

آ: اسید معده محتوی هیدروکلریک اسید بوده و برگشت آن به لوله مری، سبب ایجاد سوزش معده و درد در ناحیه سینه می‌شود. هیدروکلریک اسید، یک اسید تک‌پروتون‌دار با فرمول شیمیایی HCl است. این در حالی است که سولفوریک اسید، یک اسید دوپروتون‌دار با فرمول شیمیایی H_2SO_4 است.

یاخته‌های دیواره معده با ورود مواد غذایی به آن هیدروکلریك اسید(HCl) ترشح می‌کنند. این اسید افزون بر فعال کردن آنزیم‌های گوارشی موجود در معده برای تجزیه مواد غذایی، جانداران ذره‌بینی موجود در غذاها را نیز از بین می‌برد. در بدن یک انسان بالغ، روزانه بین دو تا سه لیتر شیره‌ی معده تولید می‌شود. در واقع درون معده یك محیط بسیار اسیدی است و حتی می‌تواند فلز روی را در خود حل کند.

ب: فرایند یونش استیک اسید(اتانوئیک اسید) در محلول خود به صورت زیر است:

$$CH_3COOH(aq) \rightleftharpoons CH_3COO^-(aq) + H^+(aq)$$

www.biomaze.ir

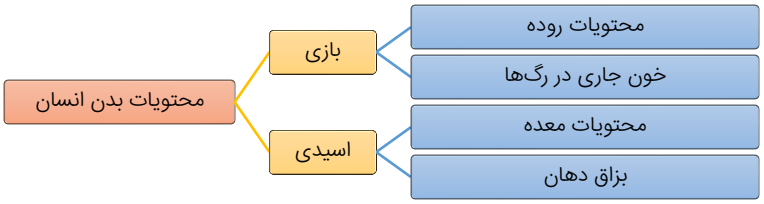
t.me/Azmoonha_Azmayeshi

ثابت یونش این اسید از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$K_a = \frac{[CH_3COO^-][H^+]}{[CH_3COOH]}$$

توجه داریم که در رابطه بالا، غلظت کلی یون هیدروژن موجود در محلول باید قرار بگیرد. اگر مقداری گاز هیدروژن کلرید را در محلولی از استیک اسید حل کنیم، غلظت یون هیدروژن(یکی از گونه‌هایی که در رابطه ثابت تعادل استیک اسید، در صورت کسر قرار گرفته است) در محلول مورد نظر افزایش پیدا می‌کند در حالی که مقدار K_a این اسید باید ثابت باقی بماند. برای اینکه مقدار K_a در محلول مورد نظر ثابت باقی بماند، باید مقداری از یون هیدروژن اضافه شده به محلول با مقداری از یون استات موجود در آن واکنش داده و با انجام واکنش برگشت، به استیک اسید تبدیل شوند. با مصرف مقداری از یون استات در محلول، درجه یونش استیک اسید کمتر شده و غلظت یون استات نیز کاهش می‌یابد.

پ: شیر ترش‌شده، همانند آب گازدار و شیره معده‌ی انسان، یک محلول اسیدی بوده و pH آن کمتر از ۷ است. در نقطه‌ی مقابل، خون موجود در رگ‌ها، همانند محتویات روده‌ی انسان، خاصیت بازی داشته و pH آن بیشتر از ۷ است. نمودار زیر، وضعیت اسیدی یا بازی بودن محتویات بدن انسان را نشان می‌دهد:



ت: دی‌نیتروژن پنتاکسید با فرمول شیمیایی N_2O_5، از جمله ترکیب‌هایی است که خاصیت اسیدی داشته و با انحلال در آب، غلظت یون هیدروژن را افزایش می‌دهد. واکنش دی‌نیتروژن پنتاکسید با آب به صورت زیر است:

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(aq) \rightarrow 2H^+(aq) + 2NO_3^-(aq)$$

بر این اساس، پس از انحلال دو مول دی‌نیتروژن پنتاکسید جامد در مقدار کافی آب، چهار مول یون هیدروژن و چهار مول یون نیترات(در مجموع ۸ مول یون) در محلول مورد نظر تولید می‌شود.

اغلب اکسیدهای نافلزی موجود در هوای شهرهای آلوده، بر اثر حل شدن در آب یون هیدرونیوم آزاد می‌کنند و اسید آرنیوس به شمار می‌روند؛ امّا برخی از اکسیدها مانند گاز CO، اکسید خنثی هستند و در هنگام حل شدن در آب با آن واکنش نمی‌دهند. توجه داریم که اکسیدهای نافلزی موجود در هوای شهرهای آلوده عبارت از CO، CO_2، NO، NO_2 و SO_2 هستند.

گروه آموزشی ماز

۷۲- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: سدیم هیدروکسید، یک ترکیب یونی چندتایی بوده و با انحلال در آب، یونش یافته و $[OH^-]$ را در محلول افزایش می‌دهد.

ب: با قرار گرفتن محلول HCN در مسیر مدار الکتریکی، یون‌هایی با یک پیوند سه‌گانه به سمت قطب مثبت حرکت می‌کنند.

پ: با انحلال گاز آمونیاک در محلولی از سود، رسانایی الکتریکی این محلول آبی، همانند مقدار pH آن افزایش خواهد یافت.

ت: ثابت یونش یک اسید خاص در دمای ثابت، در مقیاس $mol.L^{-1}$ گزارش شده و به مقدار آغازی آن اسید بستگی دارد.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) آ و ت

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: سدیم هیدروکسید($NaOH$)، یک ترکیب یونی چندتایی(ترکیب یونی که در ساختار آن بیش از ۲ عنصر متفاوت وجود دارد) است که هنگام انحلال در آب، به یون‌های هیدروکسید و سدیم تفکیک شده و $[OH^-]$ را در محلول افزایش می‌دهد. به همین خاطر است که این ماده را یک باز آرنیوس می‌دانند. توجه داریم، به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی مثل هیدروژن کلرید(HCl) یا هیدروژن سیانید(HCN) در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند. با توجه به این تعریف، فرایند یونش مختص به ترکیب‌های مولکولی بوده و مواد یونی مثل سدیم هیدروکسید($NaOH$)، پتاسیم هیدروکسید و سدیم هیدروژن کربنات، به هنگام انحلال در آب تفکیک یونی می‌شوند.

ب: با قرار دادن یک محلول الکترولیت در مسیر یک مدار الکتریکی، کاتیون‌ها به سمت قطب منفی و آنیون‌ها به سمت قطب مثبت حرکت می‌کنند. بر این اساس، می‌توان گفت با قرار گرفتن محلول هیدروسیانیک اسید در مسیر مدار الکتریکی، آنیون‌های موجود در این محلول به سمت قطب مثبت حرکت می‌کنند. ساختار آنیون‌های موجود در محلول هیدروسیانیک اسید(آنیون CN^-) به صورت زیر است:

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پ: آمونیاک یک باز ضعیف است که پس از ورود به محلول‌های آبی، به مقدار کمی یونش یافته و طی این فرایند، مقداری یون هیدروکسید تولید می‌کند. با ورود گاز آمونیاک به محلول یک باز قوی مثل سدیم هیدروکسید، مقدار یون هیدروکسید افزایش یافته و در نتیجه مقدار pH محلول و همچنین رسانایی الکتریکی آن، افزایش پیدا خواهد کرد.

ت: ثابت یونش یک اسید تنها به دما بستگی دارد و مستقل از مقدار آغازی اسید است. بر این اساس، می‌توان گفت اگر غلظت یک اسید در محلول افزایش یابد، مقدار درجه یونش اسید کاهش یافته و مقدار ثابت یونش بدون تغییر باقی می‌ماند.

اسید فرضی HA را در نظر بگیرید. این ماده بر اساس معادله زیر یونش پیدا می‌کند:

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$$

مقدار ثابت یونش این ترکیب اسیدی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$$

اگر غلظت یون هیدرونیوم با غلظت اولیهٔ اسید برابر باشد ($[H^+] = M$)، درجه یونش برابر با یک شده($\alpha = \frac{[H^+]}{M} = 1$) و در نتیجه ثابت یونش به بی‌نهایت میل می‌کند. به عبارت دیگر، ثابت یونش HA بسیار بزرگ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۷۳- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

۱) در یک سیم آهنی، برخلاف محلول‌های اسیدی، رسانایی الکتریکی به وسیله الکترون‌های آزاد انجام می‌شود.

۲) در سرکه، شمار کمی از یون‌های آب‌پوشیده در کنار شمار زیادی از مولکول‌های اسید یونیده نشده حضور دارد.

۳) در شرایط یکسان، رسانایی یک نمونه از محلول لوله بازکن در مقایسه با محلول شیشه‌پاک‌کن بیشتر خواهد بود.

۴) از واکنش محلول HCl با سود، محلولی ایجاد می‌شود که در هیچکدام از یون‌های موجود در آن پیوند اشتراکی وجود ندارد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

واکنش میان محلول سود و محلول هیدروکلریک اسید به صورت زیر است:

$$NaOH(aq) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + H_2O(l)$$

طی این فرایند، محلول خنثایی بدست می‌آید که حاوی یون‌های محلول کلرید و سدیم است. براساس آزمایش‌های انجام‌شده، نمونه‌ای از آب خالص که فاقد هر گونه حل‌شونده‌ای با خاصیت اسیدی یا بازی است، رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد که وجود آن را به حضور مقدار بسیار اندکی از یون‌های هیدروکسید و هیدروژن(یا هیدرونیوم) در آب خالص نسبت می‌دهند. یون‌های موردنظر، براساس واکنش:$H_2O(l) \rightleftharpoons H^+(aq) + OH^-(aq)$ در آب تولید می‌شوند. همانطور که می‌دانیم، یون هیدروکسید یک یون چنداتمی است. یون هیدروژن(H^+) نیز در محلول‌های آبی به شکل یون چنداتمی هیدرونیوم با فرمول شیمیایی H_3O^+ دیده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) فلزها و گرافیت، از جمله رساناهای الکترونی هستند. رسانایی الکتریکی در این مواد، با استفاده از الکترون‌های آزاد موجود در ساختار آن‌ها انجام می‌شود. در نقطه‌ی مقابل، نمک‌های مذاب و محلول آبی آن‌ها نیز از جمله رساناهای یونی به شمار می‌روند. رسانایی الکتریکی در این مواد با استفاده از حرکت یون‌های موجود در آن‌ها انجام می‌شود.

۲) چون استیک اسید یک اسید ضعیف است، در محلول سرکه(محلول استیک اسید در آب) شمار اندکی از یون های آب‌پوشیده(یون‌های هیدروژن و استات) در کنار شمار زیادی از مولکول‌های اسید یونیده نشده(مولکول‌های استیک اسید) حضور دارند. در واقع، این ترکیب اسیدی بر اساس یک فرایند تعادلی در محلول آبی خود یونش پیدا می‌کند.

۳) چون سدیم هیدروکسید یک باز قوی و آمونیاک یک باز ضعیف است، پس می‌توان گفت در شرایط یکسان، رسانایی یک نمونه از محلول لوله بازکن(محلول سود) در مقایسه با محلول شیشه‌پاک‌کن(محلول آمونیاک) بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۷۴- با افزودن ۱۵۰ میلی‌لیتر آب مقطر به ۵۰ میلی‌لیتر از محلول نیتریک اسید، pH نهایی محلول برابر با ۲ می‌شود. برای خنثی شدن کامل نیم لیتر از محلول غلیظ اولیهٔ نیتریک اسید، چند میلی‌لیتر محلول ۱/۶ درصد جرمی سود نیاز است؟(چگالی محلول سود را $1 g.mL^{-1}$ در نظر بگیرید.)

($Na = 23, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

معادلهٔ واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$HNO_3(aq) + NaOH(aq) \longrightarrow NaNO_3(aq) + H_2O(l)$$

با افزایش حجم محلول اسید از ۵۰ میلی‌لیتر به ۲۰۰ = ۵۰ + ۱۵۰ میلی‌لیتر، حجم محلول ۴ برابر شده و غلظت اسید موجود در این محلول نیز ۰/۲۵ برابر شده است، بنابراین داریم:

$$[H^+]_2 = \frac{[H^+]_1}{4} \Rightarrow [H^+]_1 = 4 \times 10^{-pH_2} = 4 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$$

نیتریک اسید، یک اسید قوی است، در نتیجه غلظت مولی اولیه اسید برابر خواهد بود با:

$$[HNO_3]_1 = \frac{[H^+]_1}{\alpha \times n} = \frac{4 \times 10^{-2}}{1 \times 1} = 4 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$$

قبل از محاسبهٔ حجم محلول سود مورد نیاز، باید غلظت مولار این محلول را حساب کنیم:

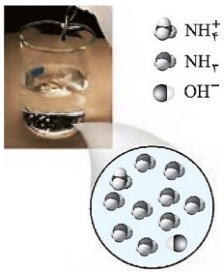
$$\text{غلظت مولی محلول سود} = \frac{10\,ad}{M} = \frac{10 \times 1/6 \times 1}{40} = 0/4 mol.L^{-1}$$

طی این فرایند، ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول اسیدی مصرف شده است. در نهایت، حجم محلول سود را بر مبنای میلی‌لیتر بدست می‌آوریم:

$$\underbrace{M_1 \times n_1 \times V_1}_{\text{محلول نیتریک اسید}} = \underbrace{M_2 \times n_2 \times V_2}_{\text{محلول سود}} \Rightarrow (4 \times 10^{-2}) \times 1 \times 500 = 0/4 \times 1 \times V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{4 \times 10^{-2} \times 500}{0/4} = 50\ mL$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- تصویر مقابل، محلولی از آمونیاک با غلظت ۰/۸۵ گرم بر لیتر را نشان می‌دهد:



درجه یونش باز حل شده در این محلول آبی چقدر بوده و مقدار pH این محلول در شرایط داده شده چقدر می‌شود؟

($H = 1 : g.mol^{-1}$ و $N = 14$)

۱) ۰/۱ – ۱۱/۷
۲) ۰/۲ – ۱۱/۷
۳) ۰/۱ – ۱۱/۳
۴) ۰/۲ – ۱۱/۳

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

با توجه به تصویر داده شده، از هر ۱۰ مولکول آمونیاک حل شده در محلول، ۱ مولکول یونش یافته و در نتیجه آن، ۱ یون آمونیوم و ۱ یون هیدروکسید تولید شده است. در حالت تعادل، از ۱۰ مولکول آمونیاک اولیه وارد شده به محلول نیز ۹ مولکول به صورت دست‌نخورده باقی مانده است. بر این اساس، درجه یونش آمونیاک را در محلول مورد نظر محاسبه می‌کنیم:

$$\alpha = \frac{\text{غلظت مولی باز یونیده شده}}{\text{غلظت مولی اولیه باز}} = \frac{\text{تعداد ذرات باز یونیده شده}}{\text{تعداد اولیه ذرات باز حل شده در محلول}} = \frac{1}{10} = 0/1$$

در محلول‌های بازی، غلظت یون هیدروکسید بیشتر از یون هیدرونیوم است. برای محاسبه pH این محلول‌ها، ابتدا باید غلظت یون هیدروکسید موجود در محلول را بدست بیاوریم و پس از آن، به کمک رابطه $K_W = [OH^-] \times [H^+]$، غلظت یون هیدروژن را محاسبه کنیم. در مرحله آخر نیز با توجه به غلظت یون هیدروژن، pH محلول را محاسبه می‌کنیم. در این شرایط، اگر محلول موردنظر مربوط به یک باز قوی باشد، مقدار α برای آن باز برابر یک بوده و غلظت یون هیدروکسید در این محلول، با غلظت باز حل‌شده در آن(M) برابر است. بر این اساس، داریم: $[OH^-] = M$

در نقطه مقابل، برای محاسبه غلظت OH^- در محلولی از یک باز ضعیف با غلظت مولی M و درجه یونش α، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$[OH^-] = M.\alpha$$

برای محاسبه pH محلول‌های بازی، از رابطه زیر نیز می‌توان به طور مستقیم استفاده کرد:

$$pH = log\frac{[OH^-]}{10^{-14}}$$

در هر لیتر از محلول بازی اولیه، ۰/۸۵ گرم آمونیاک وجود دارد. مقدار مول‌های آمونیاک موجود در هر لیتر از این محلول که معادل با غلظت مولی محلول است را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,NH_3 = 0/85\,g\,NH_3 \times \frac{1\,mol\,NH_3}{17\,g\,NH_3} = 0/05\,mol \quad \Longrightarrow \quad [NH_3] = 0/05\,mol.L^{-1}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

غلظت آمونیاک در محلول اولیه برابر با ۰/۰۵ مول بر لیتر بوده است. بر این اساس، داریم:

$$[OH^-] = M.\alpha = ۰/۰۵ \times ۰/۱ = ۰/۰۰۵\, mol.L^{-۱}$$
$$pH = log\frac{[OH^-]}{۱۰^{-۱۴}} = log\frac{۰/۰۰۵}{۱۰^{-۱۴}} = log(۵ \times ۱۰^{۱۱}) = ۱۱/۷$$

با توجه به محاسبات بالا، مقدار pH محلول مورد نظر برابر با ۱۱/۷ است.

گروه آموزشی ماز

۷۶- محلول به خاک، رنگ گل ادریسی که در آن نمونه از خاک می‌روید ..... خواهد شد.

۱) هیدروکلریک اسید ـ قرمز
۲) هیدرویدیک اسید ـ آبی
۳) سدیم هیدروکسید ـ قرمز
۴) پتاسیم هیدروکسید ـ آبی

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۱)

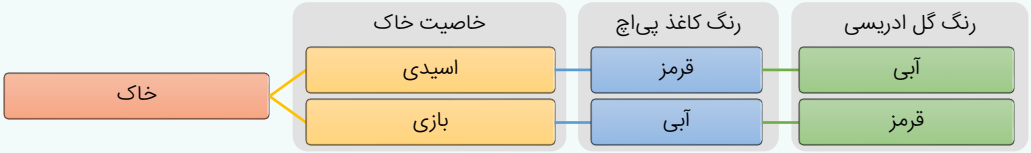
پاسخ تشریحی:

کلسیم کربنات، یک ماده جامد است که بر اساس معادله‌های زیر، با محلول‌های اسیدی مثل هیدروکلریک اسید و هیدرویدیک اسید واکنش می‌دهد:

$$CaCO_۳(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow CaCl_۲(aq) + H_۲O(l) + CO_۲(g)$$
$$CaCO_۳(s) + ۲HI(aq) \rightarrow CaI_۲(aq) + H_۲O(l) + CO_۲(g)$$

با توجه به معادله واکنش‌های بالا، می‌توان گفت برای زدودن رسوب کلسیم کربنات از یک محیط، باید از یک پاک‌کننده خورنده اسیدی استفاده کنیم. اگر یک محلول اسیدی را به خاک اضافه کنیم، آن نمونه از خاک خاصیت اسیدی پیدا کرده و pH آن کاهش پیدا می‌کند. با کاهش مقدار pH خاک، گل‌های ادریسی در آن نمونه از خاک به رنگ آبی می‌رویند.

گل‌های ادریسی در خاک‌های بازی به رنگ قرمز و در خاک‌های اسیدی به رنگ آبی می‌رویند. در رابطه با این گل‌ها، به نمودار زیر توجه کنید:



در واقع، رنگ گل ادریسی در هر نوع خاک، برعکس رنگ کاغذ pH در آن خاک است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: نیمی از اتم‌های H موجود در ساختار استیک اسید می‌توانند در قالب یون هیدرونیوم وارد محلول شوند.

ب: در واکنش میان اسیدهای چرب با محلول آبی سدیم هیدروکسید، نوعی رسوب به حالت جامد ایجاد می‌شود.

پ: نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در واحد فرمولی جوش‌شیرین از مقدار این نسبت در اسید سرکه بزرگ‌تر است.

ت: در برخی از انواع ضداسیدهای معده‌ای، ماده نامحلول در آبی وجود دارد که هر مول از آن با ۲ مول HCl واکنش می‌دهد.

ث: اغلب اسیدهایی که در زندگی روزانه با آن‌ها سروکار داریم، همانند اسیدهای چرب، در دسته اسیدهای ضعیف قرار دارند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

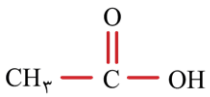
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ت) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: کربوکسیلیک اسیدها از جمله اسیدهای ضعیف هستند که تنها هیدروژن گروه کربوکسیل آن‌ها می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود. فرمول شیمیایی استیک اسید نیز به صورت $CH_۳COOH$ بوده و تنها یکی از اتم‌های هیدروژن موجود در هر مولکول از این اسید در قالب یون هیدرونیوم وارد محلول می‌شود. ساختار این ترکیب اسیدی به صورت زیر است:



ب: از شوینده‌های خورنده‌ی بازی مثل محلول سود، برای پاک‌کردن رسوب‌ها و آلودگی‌هایی با خاصیت اسیدی استفاده می‌شود. به عنوان مثال، اگر مسیر لوله‌ای با مخلوطی از اسیدهای چرب جامد $(RCOOH(s))$ مسدود شده باشد، برای بازکردن راه آن می‌توان از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید به عنوان یک پاک‌کننده خورنده استفاده کرد. محلول سدیم هیدروکسید براساس معادله زیر با این آلودگی‌ها واکنش می‌دهد:

$$RCOOH(s) + NaOH(aq) \rightarrow RCOONa(aq) + H_۲O(l)$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

با دقت در معادله این واکنش، متوجه می‌شویم که یکی از فراورده‌های آن، نمک سدیم اسیدهای چرب یا همان صابون است. صابون حاصل از این واکنش، با تشکیل نوعی کلوئید در آب حل شده و می‌تواند چربی‌های اضافی را بزداید.

پ: نام دیگر جوش شیرین، سدیم هیدروژن کربنات است. نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در جوش شیرین $(NaHCO_3)$ برابر با $\frac{۶}{۴} = ۱/۵$ بوده و در اسید موجود در سرکه (CH_3COOH) برابر با $\frac{۸}{۳} \simeq ۲/۶$ است.

ت: دیواره داخلی معده، به طور طبیعی مقدار اندکی از یون‌های هیدرونیوم ترشح‌شده در معده را مجدداً جذب می‌کند. این فرایند، سبب نابودی برخی از سلول‌های سازنده دیواره معده می‌شود. در این شرایط، اگر مقدار اسید موجود در معده به هر دلیلی بیش از اندازه طبیعی باشد، مقدار یون‌های هیدرونیوم جذب‌شده توسط دیواره معده بیشتر شده و مقدار بیشتری از سلول‌های دیواره معده آسیب می‌بینند. پزشکان برای مقابله با مقدار اضافی از اسید موجود در معده بیماران مبتلا به بیماری‌های معده‌ای، از داروهایی به نام ضداسید یا همان آنتی‌اسیدها استفاده می‌کنند. این داروها خاصیت بازی داشته و با ورود به محیط داخل معده، سبب خنثی‌کردن اسید معده(هیدروکلریک اسید) و افزایش مقدار pH محتویات معده می‌شوند. مواد مؤثر موجود در ضداسیدهای معده‌ای مختلف، شامل منیزیم هیدروکسید$(Mg(OH)_2)$، آلومینیم هیدروکسید$(Al(OH)_3)$ و سدیم هیدروژن کربنات(جوش‌شیرین یا $NaHCO_3$) می‌شود. این مواد براساس معادله‌های زیر با اسید معده واکنش می‌دهند:

$$Mg(OH)_2 \xrightarrow{\text{واکنش}} Mg(OH)_2(aq) + 2HCl(aq) \rightarrow MgCl_2(aq) + 2H_2O(l)$$

$$NaHCO_3 \xrightarrow{\text{واکنش}} NaHCO_3(aq) + HCl(aq) \rightarrow H_2O(l) + CO_2(g) + NaCl(aq)$$

$$Al(OH)_3 \xrightarrow{\text{واکنش}} Al(OH)_3(aq) + 3HCl(aq) \rightarrow AlCl_3(aq) + 3H_2O(l)$$

منیزیم هیدروکسید، ماده نامحلول در آبی است که هر مول از آن با ۲ مول HCl واکنش می‌دهد.

ث: اغلب اسیدهایی که در زندگی روزانه با آن‌ها سروکار داریم، در دسته اسیدهای ضعیف قرار می‌گیرند. اسیدهای چرب نیز نوعی از کربوکسیلیک‌اسیدها هستند که در دسته اسیدهای ضعیف قرار می‌گیرند.

اسیدهای چرب، از جمله مواد موجود در چربی‌ها هستند. هر یک از مولکول‌های سازنده چربی‌ها(اسیدهای چرب و استرهای با جرم مولی زیاد)، از یک بخش قطبی(بخش آب‌دوست) و یک بخش ناقطبی(بخش چربی‌دوست و یا آبگریز) تشکیل شده است. از آن‌جا که بخش اعظم این مولکول‌ها ناقطبی است، پس بخش ناقطبی مولکول به راحتی بر بخش قطبی آن غلبه کرده و در نتیجه مولکول‌های چربی در مجموع، ناقطبی به حساب می‌آیند و در حلال‌های قطبی مانند آب حل نمی‌شوند. به خاطر نامحلول‌بودن چربی‌ها در حلال‌های قطبی، آب به تنهایی نمی‌تواند چربی‌های موجود بر روی پوست و لباس‌ها را پاک کند و به همین دلیل، برای پاک‌کردن چربی‌ها باید از سایر پاک‌کننده‌ها مثل صابون‌ها کمک بگیریم.

گروه آموزشی ماز

۷۸- مقدار pH محلول ۰/۲ مولار اسید HA با ثابت یونش ۲×۱۰^{-۵} مول بر لیتر، کدام است؟

۱) ۳/۷ ۲) ۲/۷ ۳) ۳/۳ ۴) ۲/۳

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

اسید مورد نظر، از جمله اسیدهای بسیار ضعیف بوده و درجه یونش آن در محلول خود عدد بسیار کوچکی است. با توجه به ثابت یونش اسید مورد نظر، غلظت یون هیدروژن را در این محلول محاسبه می‌کنیم.

$$[H^+] = \sqrt{K_a \times M} \Longrightarrow [H^+] = \sqrt{۰/۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۵}} = ۲ \times ۱۰^{-۳}$$

برای محاسبه غلظت یون هیدروژن در یک محلول اسیدی با ثابت یونش K_a، غلظت M مولار و درجه یونش α، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$[H_3O^+] = \sqrt{K_a.M.(۱-\alpha)}$

اگر مقدار درجه یونش برای یک اسید کوچک‌تر از ۰/۰۵(معادل با ۵ درصد) بوده و اسید مورد نظر خیلی ضعیف باشد و یا این‌که مقدار $\frac{K_a}{M}$ برای آن اسید کوچک‌تر از ۰/۰۰۲۵ باشد، می‌توانیم مقدار $\alpha - ۱$ را با تقریب برابر ۱ در نظر بگیریم. در این شرایط، مقدار ثابت یونش و غلظت یون هیدروژن را می‌توانیم به کمک روابط زیر به دست آورد.

$K_a = M.\alpha^2 \qquad [H^+] = \sqrt{K_a.M}$

با توجه به روابط بالا، برای اسیدهای ضعیفی که $\alpha < ۰/۰۵$ دارند، مقدار توان دوم درجه یونش اسید با مقدار ثابت یونش آن اسید رابطه مستقیم و با غلظت اسید، رابطه عکس دارد. پس داریم:

$\alpha^2 \propto K_a \propto \frac{۱}{M}$

در مرحله بعد، با توجه به غلظت یون هیدروژن، pH محلول مورد نظر را محاسبه می‌کنیم.

$$pH = -log[H^+] \Longrightarrow pH = -log(۲ \times ۱۰^{-۳}) = ۲/۷$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۷۹- اگر pH محلول یک اسید آلی تک‌پروتون‌دار با درصدجرمی ۰/۷۸٪ و چگالی ۱ گرم بر میلی‌لیتر برابر با ۱/۵ باشد، جرم مولی ذرات سازنده این اسید برابر با چند گرم بر مول می‌شود؟ (ثابت یونش این اسید برابر با ۹×۱۰^{-۳} مول بر لیتر است.)

۱) ۷۸ ۲) ۶۰ ۳) ۸۸ ۴) ۷۲

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا غلظت مولی یون هیدرونیوم را در محلول این اسید حساب می‌کنیم:

$$[H^+] = ۱۰^{-۱/۵} = ۱۰^{۰/۵} \times ۱۰^{-۲} = ۳ \times ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}$$

ثابت یونش اسید تک پروتون‌دار HA از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

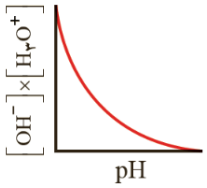
$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]-[H^+]} = \frac{[H^+]^۲}{[HA]-[H^+]} \Rightarrow ۹ \times ۱۰^{-۳} = \frac{(۳ \times ۱۰^{-۲})^۲}{[HA]-۰/۰۳} \Rightarrow ۹ \times ۱۰^{-۳} = \frac{۹ \times ۱۰^{-۴}}{[HA]-۰/۰۳} \Rightarrow$$
$$[HA]-۰/۰۳ = ۰/۱ \Rightarrow [HA] = ۰/۱۳ mol.L^{-۱}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، غلظت مولی اولیه اسید($[HA]$) در محلول مورد نظر برابر با ۰/۱۳ مول بر لیتر بوده است، در نتیجه جرم مولی اسید برابر خواهد بود با:

$$HA \text{ غلظت مولی اسید} = \frac{۱۰ad}{M} \Rightarrow ۰/۱۳ = \frac{۱۰ \times ۰/۷۸ \times ۱}{M} \Rightarrow M = \frac{۷/۸}{۰/۱۳} = ۶۰ g.mol^{-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده درست است؟



۱) نمودار مقابل، رابطه بین pH یک محلول با حاصل‌ضریب غلظت یون‌ها در آن را نشان می‌دهد.
۲) غلظت یون هیدروکسید در محلول پتاسیم هیدروکسید با $pH = ۱۲/۳$ برابر ۰/۰۵ مولار است.
۳) در بدن یک انسان بالغ روزانه ۶ لیتر شیره معده تولید می‌شود که pH آن تقریبا برابر با ۲/۵ است.
۴) اکسید عنصری که ۱۱ الکترون با $l = ۱$ دارد، با انحلال در آب محلولی با $pH < ۷$ ایجاد می‌کند.

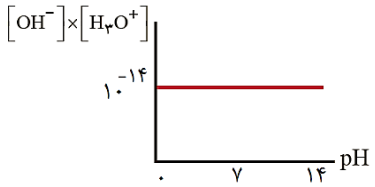
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی و مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

کلر، عنصری است که آرایش الکترونی آن به $۳p^۵$ ختم می‌شود و در آرایش الکترونی خود دارای ۱۱ الکترون با $l = ۱$ است. این الکترون‌ها در زیرلایه‌های p قرار گرفته‌اند. این عنصر یک نافلزی بوده و اکسیدهای حاصل از آن، خاصیت اسیدی دارند. با انحلال اکسیدهای اسیدی در آب، محلولی ایجاد می‌شود که pH آن کوچک‌تر از ۷ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با تغییر pH یک محلول، حاصل‌ضرب غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید موجود در آن محلول تغییری نمی‌کند. به عنوان مثال، اگر غلظت یون هیدرونیوم موجود در یک محلول در دمای ثابت ۲ برابر شود، غلظت یون هیدروکسید نصف شده و مقدار $[H^+] \times [OH^-]$ ثابت باقی می‌ماند. تصویر زیر، نمودار مربوط به رابطه میان pH یک محلول با مقدار $[H^+] \times [OH^-]$ موجود در آن محلول را در دمای ثابت نشان می‌دهد.



براساس آزمایش‌های انجام‌شده، نمونه‌ای از آب خالص که فاقد هر گونه حل‌شونده‌ای است، رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد که وجود آن را به حضور مقدار بسیار اندکی از یون‌های هیدروکسید و هیدروژن در آب خالص نسبت می‌دهند. یون‌های موردنظر، براساس واکنش زیر در آب تولید می‌شوند:

$$H_۲O(l) \rightleftharpoons H^+(aq) + OH^-(aq)$$

به معادله این واکنش، به اصطلاح واکنش خودیونش آب گفته می‌شود. ثابت تعادل این واکنش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K = K_W = [OH^-] \times [H^+]$$

آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد که مقدار K_W در دمای اتاق، برابر با $۱۰^{-۱۴} mol^۲.L^{-۲}$ است که این مقدار، همانند ثابت تعادل سایر واکنش‌ها، فقط و فقط تابع دما است. با افزایش دما، مقدار K_W افزایش یافته و با کاهش دما نیز مقدار K_W آب کاهش پیدا می‌کند.

۲) پتاسیم هیدروکسید(KOH)، یک باز قوی بوده و غلظت آن در یک محلول آبی با غلظت یون هیدروکسید موجود در آن محلول برابر می‌شود.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

در رابطه با محلول مورد نظر داریم:

$$[OH^-] = ۱۰^{pH-۱۴} = ۱۰^{۱۲/۳-۱۴} = ۱۰^{-۱/۷}\ mol.L^{-۱} \Longrightarrow [OH^-] = ۰/۰۲\ mol.L^{-۱} \xrightarrow{\alpha=۱} [KOH] = ۰/۰۲\ mol.L^{-۱}$$

غلظت این محلول بازی برابر با ۰/۰۲ مول بر لیتر است.

۳) در بدن انسان بالغ، روزانه بین ۲ تا ۳ لیتر شیره معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم در آن حدوداً برابر با $۰/۰۳\ mol.L^{-۱}$ است. توجه داریم که pH اسید ترشح‌شده در معده تقریباً برابر ۱/۵ است و به همین خاطر، فضای درون معده را می‌توان یک محیط اسیدی به حساب آورد؛ به طوری که این اسید می‌تواند فلز روی را در خود حل کند. دقت کنید که در زمان استراحت، pH محتویات معده حدوداً به انداز ۲/۲ واحد افزایش پیدا کرده و به ۳/۷ می‌رسد. غلظت یون هیدرونیوم موجود در شیره معده در این شرایط برابر $۲ \times ۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$ است.

گروه آموزشی ماز

۸۱- یک بالون تحقیقاتی در سطح زمین دمای ۲۷°C را ثبت کرده است. با صعود این بالون تا ارتفاع ۴۵۰۰ متری از سطح زمین، دمای ثبت شده توسط این بالون در مقیاس کلوین چند درصد کاهش پیدا خواهد کرد؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

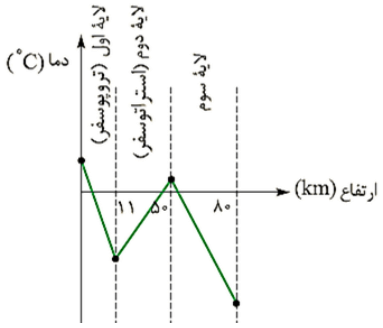
پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مساله ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا دمای ثبت شده در سطح زمین را بر حسب کلوین بدست می‌آوریم:

$$T_۱(K) = \theta(°C) + ۲۷۳ = ۲۷ + ۲۷۳ = ۳۰۰K$$

روند تغییر دما در سه لایه اول هواکره به صورت زیر است:



لایه اول(تروپوسفر): در این لایه به ازای افزایش هر کیلومتر ارتفاع، دما در حدود ۶°C کم می‌شود.

لایه دوم(استراتوسفر): دما در این لایه با افزایش ارتفاع افزایش می‌یابد.

لایه سوم: در این لایه همانند لایه اول، با افزایش ارتفاع، دما کاهش می یابد. نمودار مقابل تغییرات دما را در این سه لایه نشان می دهد:

همانطور که گفتیم، در لایهٔ تروپوسفر(نزدیکترین لایه به زمین)، به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دمای هوا در حدود ۶°C یا $۶K$ کاهش پیدا می‌کند، بنابراین با افزایش ارتفاع به $۴۵۰۰m$، خواهیم داشت:

$$?K = ۴۵۰۰m \times \frac{۱km}{۱۰۰۰m} \times \frac{-۶K}{۱km} = -۲۷K$$

بنابراین درصد کاهش دما بر حسب کلوین برابر خواهد بود با:

$$\text{درصد تغییر دما در مقیاس کلوین} = \frac{T_۲ - T_۱}{T_۱} \times ۱۰۰ = \frac{-۲۷}{۳۰۰} \times ۱۰۰ = -۹٪$$

توجه داریم که برای رسیدن به جواب نهایی، نیازی به محاسبهٔ دما در ارتفاع $۴۵۰۰m$ یعنی $T_۲$ نداشتیم.

نکات زیر را در تبدیل مقیاس دمایی کلوین به سلسیوس و برعکس به خاطر بسپارید:

۱) برای تبدیل دما بین این دو مقیاس، داریم:

$$T(K) = \theta(°C) + ۲۷۳ \quad \text{یا} \quad \text{دما بر حسب کلوین } (K) = \text{دما بر حسب درجهٔ سلسیوس } (°C) + ۲۷۳$$

۲) تغییرات دما بر حسب کلوین(ΔT) با تغییرات دما بر حسب درجهٔ سلسیوس$(\Delta\theta)$ با هم برابر است. بر این اساس، داریم:

$$\Delta T = \Delta\theta$$

گروه آموزشی ماز

۸۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

آ: دمای جوش یک نمونه از فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هواکره زمین، بالاتر از دمای جوش یک نمونه از اکسیژن است.

ب: اولین گازی که با افزایش دمای هوای مایع از آن خارج می‌شود، در ساختار مولکولی خود دارای پیوند سه‌گانه است.

پ: به منظور افزایش ماندگاری مواد خوراکی، می‌توان از گاز نیتروژن برای بسته‌بندی این مواد استفاده کرد.

ت: اتمسفر زمین علاوه بر اتم‌های مجزا و مولکول‌های گازی، شامل برخی از گونه‌های باردار نیز می‌شود.

ث: با افزایش ارتفاع در طول هواکره، تعداد ذرات گازی موجود در واحد حجم هوا کاهش پیدا می‌کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

فقط عبارت (آ) نادرست است.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

بررسی موارد:

آ: دمای جوش فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هواکره‌ی زمین(گاز آرگون)، در حدود ۱۸۶- درجه سانتی‌گراد و دمای جوش یک نمونه از اکسیژن در حدود ۱۸۳- درجه سانتی گراد است.

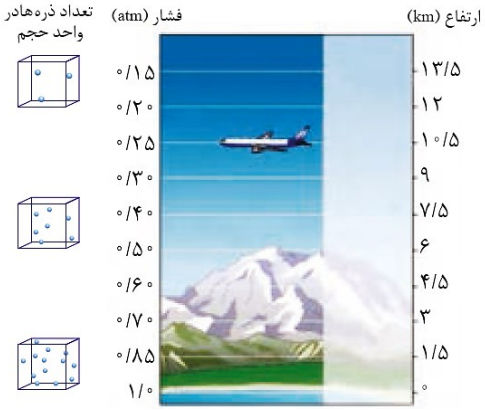
ب: بین اجزای موجود در هوای مایع، نیتروژن دارای پایین‌ترین دمای جوش است؛ پس اولین گازی که با افزایش دمای هوای مایع از آن خارج می‌شود، گاز نیتروژن است. نیتروژن در ساختار مولکولی خود دارای یک پیوند سه‌گانه $N \equiv N$ است. در رابطه با برخی از مواد موجود در یک نمونه از هوا، داریم:

نوع ماده	دمای جوش	نکته
نیتروژن	-۱۹۶	با افزایش تدریجی دمای هوای مایع، اولین ماده‌ای است که از حالت مایع به حالت گاز در می‌آید و از مخلوط خارج می‌شود.
آرگون	-۱۸۶	یک گاز نجیب است که به کمک تقطیر جزءبه‌جزء هوا، در پتروشیمی شیراز با خلوص بالا تهیه می‌شود. از آن برای ایجاد محیط بی‌اثر طی جوشکاری نیز استفاده می‌شود.
اکسیژن	-۱۸۳	تهیه اکسیژن با خلوص ۱۰۰ درصد، به کمک تقطیر هوا فرایندی سخت است، چراکه دمای جوش اکسیژن و آرگون نزدیک به هم است.
هلیم	-۲۶۹	در مخلوط هوای مایع با دمای ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد، هلیم وجود ندارد، چراکه دمای جوش آن کمتر از ۲۰۰- درجه سانتی گراد است و در این دما به حالت گاز باقی می‌ماند.

پ: چون واکنش‌پذیری گاز نیتروژن کمتر از واکنش‌پذیری گاز اکسیژن است، به منظور افزایش ماندگاری مواد خوراکی، می‌توان از گاز نیتروژن برای بسته‌بندی این مواد استفاده کرد.

ت: اتمسفر زمین علاوه بر اتم‌های مجزا(مثل اتم‌های گازهای نجیب و یا اتم اکسیژن) و مولکول‌های گازی(مثل گازهای نیتروژن، اکسیژن و کربن دی‌اکسید)، شامل برخی از گونه‌های باردار مثل یون‌های O^+ و He^+ نیز می‌شود. این گونه‌های باردار بر اثر تابش پرتوهای خورشیدی و در لایه‌های بالایی هواکره زمین ایجاد می‌شوند.

ث: دما و فشار هواکره، از جمله عوامل مهم در تعیین ویژگی‌های آن است. با افزایش ارتفاع در طول لایه‌های هواکره، فشار گازهای موجود در آن کاهش یافته و تعداد مولکول‌های گازی موجود در واحد حجم(تراکم مولکول‌های گازی) نیز کمتر می‌شود. تصویر مقابل، روند تغییر فشار در لایه‌های هواکره را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، با افزایش ارتفاع در طول هواکره، شیب نمودار مربوط به تغییر فشار مرتبا کاهش پیدا می‌کند. به عبارت دیگر، با افزایش ارتفاع، به ازای مقدار مشخص Δh، مقدار ΔP کاهش پیدا می‌کند. توجه داریم که در سطح زمین، فشار هواکره برابر با ۱ اتمسفر است. البته، دمای هوا در این ناحیه تقریبا برابر با $14^{\circ}C$ در نظر گرفته شده است؛ پس نمی‌توان گفت در سطح زمین شرایط STP برقرار شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۳- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: با کاهش دمای هوا تا صفر درجه سانتی گراد، رطوبت موجود در هوا به شکل آب از آن جدا می‌شود.

ب: هواکره، تا ارتفاع ۵۰۰ کیلومتری امتداد داشته و جاذبه زمین، گازهای موجود در آن را در اطراف خود نگه می‌دارد.

پ: گیاهان گازهای CO_2 و N_2 موجود در هواکره را مستقیما جذب کرده و اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می‌کنند.

ت: بررسی یخ‌های قطبی نشان‌می‌دهد که از 2×10^6 سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازندهٔ هواکره تقریباً ثابت مانده‌است.

۱) آ و پ ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

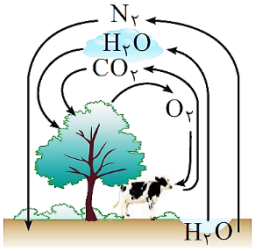
آ: مواد در دماهای پایین‌تر از دمای ذوب خود، به حالت جامد یافت شده و در دماهای بالاتر از دمای جوش خود نیز به حالت بخار یافت می‌شوند. با کاهش دمای هوا تا صفر درجه سانتی گراد، رطوبت موجود در هوا به عنوان اولین جزء، به صورت یخ(نه به صورت آب مایع!) از مخلوط هوا خارج می‌شود. توجه داریم که دمای صفر درجه سانتی گراد معادل با نقطه‌ی ذوب یخ است.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

ب: هواکره، تا ارتفاع ۵۰۰ کیلومتری از سطح کره زمین امتداد داشته و جاذبه زمین، گازهای موجود در آن را در اطراف خود نگه می‌دارد و مانع خروج آن‌ها از اتمسفر می‌شود. توجه داریم که انرژی گرمایی مولکول‌های گازی سازنده هواکره، سبب می‌شود تا این مولکول‌ها پیوسته درحال جنبش باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند. اگر زمین را به سیب تشبیه کنیم، ضخامت هواکره نسبت به زمین به نازکی پوست سیب می‌ماند.

پ: گیاهان با استفاده از نور خورشید و مصرف گاز CO_2 هواکره، طی فرایند فوتوسنتز اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می‌کنند. توجه داریم که گیاهان به طور مستقیم توانایی جذب گاز N_2 از هواکره را ندارند و نیتروژن مورد نیاز خود را با کمک باکتری‌های موجود در خاک تامین می‌کنند. تصویر زیر، چرخه گازهای موجود در هواکره را نشان می‌دهد:



مطابق این تصویر، گاز نیتروژن موجود در هواکره ابتدا توسط موجودات ذره‌بینی در خاک تثبیت شده و پس از آن، ترکیبات نیتروژن‌دار ایجاد شده در خاک توسط گیاهان جذب می‌شوند.

ت: بررسی حباب‌های هوای به دام افتاده در ساختار یخ‌های قطبی و سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازندهٔ هواکره(نه مقدار آن‌ها!) تقریباً ثابت مانده است. برای مثال، از زمان‌های دور تا به کنون، درصد حجمی گاز نیتروژن در هواکره تقریبا ۴ برابر درصد حجمی گاز اکسیژن بوده است.

گروه آموزشی ماز

۸۴- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

۱) هلیم، در گاز طبیعی یافت شده و همانند خورشید، در ژرفای زمین نیز طی واکنش‌های هسته‌ای تولید می‌شود.

۲) نماد $\xrightarrow{Rh}$ در واکنش‌های شیمیایی، بیانگر این است که سرعت واکنش در حضور کاتالیزگر روبیدیم بیشتر است.

۳) در معادله نوشتاری واکنش‌های شیمیایی، برخلاف معادله نمادی، حالت فیزیکی مواد گازی مشخص نمی‌شود.

۴) مقدار گاز اکسیژن در لایه‌های مختلف هواکره متفاوت بوده و این عنصر، در ساختار پروتئین‌ها یافت می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

کاتالیزگر، ماده‌ای است که سرعت واکنش‌های شیمیایی را افزایش می‌دهد. برای نشان دادن کاتالیزگر در یک واکنش شیمیایی، نماد این ماده را روی فلش واکنش می‌نویسند. توجه داریم که کاتالیزگرها می‌توانند ترکیب‌های یونی مختلف(مثل پتاسیم یدید)، عناصر مختلف(مثل نیکل و پالادیم) و یا ترکیب‌های مولکولی مختلف(مثل سولفوریک اسید) باشند. کاتالیزگر داده شده در این عبارت، Rh بوده که معادل با رودیم است. روبیدیم، فلزی در گروه اول جدول تناوبی بوده و با نماد Rb نمایش داده می‌شود. جدول زیر برخی از نمادهای مورد استفاده در معادله‌های شیمیایی را نمایش می‌دهد:

نماد	معنا
$\rightarrow$	تولید می‌کند یا می‌دهد
$\xrightarrow{\Delta}$	واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.
$\xrightarrow{۲۰\ atm}$	واکنش در فشار ۲۰ اتمسفر انجام می‌شود.
$\xrightarrow{۱۲۰۰^\circ C}$	واکنش در دمای ۱۲۰۰°C انجام می‌شود.
$\xrightarrow{Pd}$	در واکنش از کاتالیزگر پالادیم استفاده شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هلیم در کره زمین، به مقدار خیلی کم یافت می‌شود؛ به طوری که مقدار ناچیزی از آن در هوا و مقدار بیشتری از آن در لایه‌های زیرین پوستهٔ زمین وجود دارد. به همین خاطر، منابع زمینی آن از هواکره سرشارتر بوده و برای تولید هلیم در مقیاس صنعتی مناسب‌تر هستند. توجه داریم که هلیم از واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود. این گاز پس از نفوذ به لایه‌های زمین، وارد میدان‌های گازی می‌شود. در خورشید نیز طی واکنش‌های هسته‌ای، گاز هیدروژن به گاز هلیم تبدیل می‌شود.

۳) هر واکنش شیمیایی را با معادله آن می‌توان نمایش داد. در معادله نوشتاری، به جای نماد مواد از نام آن‌ها استفاده می‌شود. در این معادله، حالت‌های فیزیکی مواد(اعم از گاز بودن، مایع بودن، جامد بودن و محلول بودن) نمایش داده نمی‌شود. در معادله نمادی، از نماد مواد استفاده می‌شود. برای مثال

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

به جای نوشتن نام کربن دی‌اکسید، از نماد CO_2 بهره گرفته می‌شود. معادله نمادی افزون بر نمایش فرمول شیمیایی مواد در واکنش، می‌تواند حالت فیزیکی آن‌ها و اطلاعاتی درباره شرایط انجام واکنش نیز ارائه دهد.

۴) اکسیژن، یکی از مهم‌ترین گازهای تشکیل دهندهٔ هواکره است که زندگی روی زمین به وجود آن گره خورده است. برای مثال، بسیاری از واکنش‌های شیمیایی مانند فرسایش سنگ و صخره، زنگ زدن و فساد مواد غذایی که پیوسته پیرامون ما رخ می‌دهند، به دلیل تمایل زیاد اکسیژن برای انجام واکنش است. این عنصر در زیست‌کره در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها، ویتامین‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود. در هواکره نیز این گاز به طور عمده به شکل مولکول‌های دو اتمی وجود دارد؛ هرچند مقدار این گاز در لایه‌های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۵- جدول زیر، اطلاعات مربوط به سوختن زغال‌سنگ و گاز طبیعی را نشان می‌دهد:

	زغال‌سنگ	گاز طبیعی
گرما (کیلوژول بر گرم)	۳۰	۵۴
قیمت (ریال به ازای هر گرم)	۴	۵

اگر برای تامین انرژی لازم جهت ذوب ۶ کیلوگرم آهن، به مخلوطی از زغال‌سنگ و گاز طبیعی به جرم ۴۵ گرم نیاز داشته باشیم، جهت تامین این مقدار سوخت، چند ریال هزینه مصرف شده است؟(برای ذوب هر گرم آهن، به ۲۴۵ ژول انرژی نیاز است.)

۱) ۱۸۵ ۲) ۲۲۰ ۳) ۲۰۵ ۴) ۲۴۵

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مساله ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

جرم زغال‌سنگ و گاز طبیعی مصرف شده را به ترتیب، برابر با x و y گرم در نظر می‌گیریم. بر این اساس، داریم:

$$\text{جرم سوخت مصرف شده} = \text{جرم زغال سنگ} + \text{جرم گاز طبیعی} \Rightarrow ۴۵ = x + y$$

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال، مقدار انرژی مورد نیاز برای ذوب ۶ کیلوگرم آهن را محاسبه می‌کنیم.

$$?\,kJ \text{ انرژی} = ۶\,kg \text{ آهن} \times \frac{۱۰۰۰\,g \text{ آهن}}{۱\,kg \text{ آهن}} \times \frac{۲۴۵\,J \text{ انرژی}}{۱\,g \text{ آهن}} \times \frac{۱\,kJ \text{ انرژی}}{۱۰۰۰\,J \text{ انرژی}} = ۱۴۷۰\,kJ$$

بر اثر سوختن هر گرم زغال سنگ، ۳۰ کیلوژول انرژی و بر اثر سوختن هر گرم گاز طبیعی نیز ۵۴ کیلوژول انرژی تولید می‌شود، پس می‌توان گفت انرژی حاصل از مصرف زغال سنگ و گاز طبیعی به ترتیب برابر با $۳۰x$ و $۵۴y$ کیلوژول می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$\text{کل انرژی مصرف شده} = \text{سوختن زغال سنگ} + \text{انرژی حاصل از سوختن گاز طبیعی} \Rightarrow ۱۴۷۰ = ۳۰x + ۵۴y$$

تا این مرحله، دو معادله و دو مجهول داریم. با قرار دادن این معادله‌ها در یک دستگاه معادلاتی، مقدار مولفه‌های x و y را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} ۴۵ = x + y \\ ۱۴۷۰ = ۳۰x + ۵۴y \end{cases} \Longrightarrow x = ۴۰g \quad \text{و} \quad y = ۵g$$

در قدم آخر، با توجه به قیمت هر یک از سوخت‌های داده شده، هزینه‌ی مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{هزینه مورد نیاز} = \text{هزینه زغال سنگ} + \text{هزینه گاز طبیعی} = ۴x + ۵y = ۱۶۰ + ۲۵ = ۱۸۵ \text{ ریال}$$

گروه آموزشی ماز

۸۶- مخلوطی از گازهای آرگون، نیتروژن و اکسیژن که ۶۰ درصد از جرم آن توسط مولکول‌های دو اتمی تشکیل شده است را تا نقطه جوش اکسیژن سرد کرده و مایع تولید شده را خارج می‌کنیم. اگر در مخلوط باقیمانده درصد جرمی آرگون برابر با ۶۶/۶٪ شده باشد، در هر ۳۲۰ گرم از مخلوط اولیه، چند مولکول اکسیژن وجود داشته است؟ ($O = ۱۶\ g.mol^{-۱}$)

۱) $۴/۸۱۶\times۱۰^{۲۴}$ ۲) $۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۴}$ ۳) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۴}$ ۴) $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۴}$

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مساله ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

گازهای اکسیژن و نیتروژن از مولکول‌های ۲ اتمی و گاز آرگون نیز از اتم‌های تکی مجزا ساخته شده است. با توجه به اطلاعات داده شده، می‌توان گفت درصد جرمی گاز آرگون در مخلوط اولیه برابر با ۴۰٪ بوده و مجموع درصد جرمی گازهای نیتروژن و اکسیژن نیز در این مخلوط برابر با ۶۰٪ است. اگر یک نمونه ۱۰۰ گرمی از این مخلوط را در نظر بگیریم، در آن ۴۰ گرم گاز آرگون وجود خواهد داشت. جرم گازهای اکسیژن و نیتروژن موجود در این مخلوط را هم می‌توانیم به ترتیب معادل با x و $۶۰ - x$ گرم در نظر بگیریم.

دمای جوش گازهای آرگون، اکسیژن و نیتروژن به ترتیب برابر با ۱۸۶-، ۱۸۳- و ۱۹۶- درجه سانتی‌گراد است. اگر دمای مخلوط را تا دمای جوش اکسیژن(دمای ۱۸۳- درجه سانتی‌گراد) کاهش بدهیم، گاز اکسیژن موجود در این مخلوط میعان شده و از آن خارج می‌شود؛ درحالی که آرگون و نیتروژن به حالت گاز

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

باقیمانده و تغییر حالت نمی‌دهند. بر این اساس، می‌توان گفت با خارج شدن کل گاز اکسیژن موجود در مخلوط اولیه‌ی ۱۰۰ گرمی، جرم مخلوط به $100-x$ گرم رسیده است. با توجه به درصد جرمی گاز آرگون در مخلوط نهایی، داریم:

$$\text{درصد جرمی آرگون} = \frac{\text{جرم آرگون}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 \Rightarrow 66/6 = \frac{40\ g\ Ar}{(100-x)\ g\ \text{مخلوط}} \times 100 \Longrightarrow x = 40\ g$$

با توجه به مقدار x، در مخلوط ۱۰۰ گرمی اولیه ۴۰ گرم اکسیژن، ۲۰ گرم نیتروژن و ۴۰ گرم آرگون وجود داشته است. بر این اساس، داریم:

$$?\ \text{مولکول}\ O_2 = 320\ g\ \text{مخلوط} \times \frac{40\ g\ O_2}{100\ g\ \text{مخلوط}} \times \frac{1\ mol\ O_2}{32\ g\ O_2} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\ \text{مولکول}\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 2/408 \times 10^{24}\ \text{مولکول}$$

گروه آموزشی ماز

۸۷- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده درست است؟

۱) کروم، از جمله عناصر دسته d است که در ترکیب با اکسیژن، می‌تواند ۲ نوع اکسید با فرمول شیمیایی متفاوت ایجاد کند.

۲) فلز آلومینیم در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت(Al_2O_3 به همراه ناخالصی) و به صورت بلور شفاف وجود دارد.

۳) نسبت میان شمار آنیون به کاتیون در ساختار مس(I) کلرید، مشابه مقدار این نسبت در کروم(III) اکسید است.

۴) در اکسیدی از مس که آرایش الکترونی کاتیون آن به $3d^{10}$ ختم می‌شود، شمار کاتیون‌ها کمتر از آنیون‌ها است.

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

کروم یکی از عناصر واسطه جدول تناوبی است و می‌تواند یون‌هایی به صورت Cr^{2+} و Cr^{3+} را ایجاد کند که در ترکیب با اکسیژن، ترکیباتی با فرمول CrO و Cr_2O_3 را ایجاد می‌کند. نام این دو ترکیب، به ترتیب کروم(II) اکسید و کروم(III) اکسید است. انواع کاتیون‌هایی که از برخی عناصر دسته‌ی d جدول تناوبی حاصل می‌شوند، به شرح زیر است:

عنصر	آهن	مس	کروم
انواع بار الکتریکی کاتیون‌ها	+۲ و +۳	+۱ و +۲	+۲ و +۳

توجه داریم که روی، نقره و اسکاندیم، از جمله عناصر واسطه جدول دوره‌ای هستند که فقط یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) اکسیژن در سنگ‌کره به شکل اکسیدهای گوناگون یافت می‌شود. برای نمونه، فلز آلومینیم به شکل بوکسیت (Al_2O_3 به همراه ناخالصی) و سیلیسیم به شکل سیلیس (SiO_2) در طبیعت وجود دارند. بلور سیلیسیم و بوکسیت به ترتیب بی‌رنگ(شفاف) و خاکی رنگ هستند. توجه داریم که فلز آلومینیم موجود در سنگ معدن بوکسیت را می‌توان با استفاده از واکنش‌های شیمیایی از آن استخراج کرد.

۳) نسبت میان شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در مس(I) کلرید($CuCl$)، برابر با ۱ است. نسبت میان شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در بلور کروم(II) اکسید(CrO) نیز برابر با ۱ است. این در حالی است که فرمول شیمیایی کروم(III) اکسید، به صورت Cr_2O_3 بوده و نسبت میان شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در ساختار این ماده برابر با ۱/۵ است.

۴) فرمول شیمیایی مس(I) اکسید و مس(II) اکسید به ترتیب به صورت Cu_2O و CuO است. در این دو ماده، بار یون مس به ترتیب برابر با $+1$ و $+2$ است. در بلور مس(I) اکسید، آرایش الکترونی کاتیون(یون مس) به زیرلایه $3d^{10}$ ختم می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: مرجان‌ها گروهی از کیسه‌تنان هستند که با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب، از بین می‌روند.

ب: همه آلاینده‌هایی که با سوزاندن سوخت‌های فسیلی از اگزوز خودروها خارج می‌شوند، خاصیت اسیدی دارند.

پ: شمار پیوندهای اشتراکی در اوره، ۲ برابر شمار این پیوندها در فراوان‌ترین ترکیب مولکولی موجود در هواکره است.

ت: نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در NO_2Cl و CH_2Cl_2 با هم برابر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

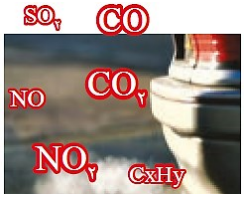
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

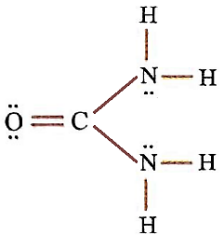
آ: کربن دی‌اکسید، یک اکسید اسیدی بوده و با انحلال در آب، مقدار pH محلول را کاهش می‌دهد. مرجان‌ها، گروهی از کیسه‌تنان با اسکلت آهکی هستند. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که این جانداران با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب و اسیدی شدن آب، از بین می‌روند. در واقع، با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید در هواکره، بخش زیادی از آن در آب دریاها و اقیانوس‌ها حل می‌شود و به این ترتیب، خاصیت اسیدی آب افزایش می‌یابد و به دنبال آن، زندگی آبزیان به خطر می‌افتد.



ب: اغلب آلاینده‌هایی که بر اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی از اگزوز خودروها خارج می‌شوند، اکسیدهای عناصر نافلزی یا همان اکسیدهای اسیدی هستند. به عنوان مثال، اکسیدهای گوگرد، نیتروژن و کربن، جزو اکسیدهای خارج شده از اگزوز خودروها هستند. علاوه بر این مواد، برخی از فراورده‌های حاصل از سوختن ناقص هیدروکربن‌ها مثل C_xH_y نیز از اگزوز خودروها به عنوان آلاینده خارج می‌شوند. توجه داریم که نیتروژن مونوکسید و کربن مونوکسید نیز از جمله اکسیدهای نافلزی هستند که از اگزوز خارج می‌شوند اما خاصیت اسیدی ندارند.

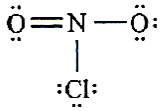
پ: فراوان‌ترین ترکیب موجود در هواکره، گاز کربن دی‌اکسید با ساختار لوویس زیر است:

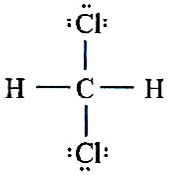
ساختار مولکولی اوره نیز به صورت مقابل خواهد بود:



همانطور که مشخص است، در ساختار مولکولی اوره ۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است. توجه داریم که اوره، از جمله مواد قطبی بوده و محلول در آب است.

ت: ساختار لوویس گونه‌های داده شده به صورت زیر است:





با توجه به ساختارهای بالا، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول‌های NO_2Cl و CH_2Cl_2 به ترتیب برابر با ۰/۵ و ۰/۶۶ است.

گروه آموزشی ماز

۸۹- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی از جمله زغال سنگ، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد.

ب: گاز کربن مونوکسید، ۲ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار خود داشته و میل ترکیبی بالایی با هموگلوبین خون دارد.

پ: گازهای گلخانه‌ای از جمله بخار آب موجود در هوا، مانع از خروج بخش عمده گرمای آزاد شده از زمین می‌شوند.

ت: فرمول شیمیایی سولفید فقط سه مورد از فلزهای موجود در تناوب‌های اول تا چهارم، به صورت M_2S است.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) آ و ت

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی از جمله زغال سنگ، گاز طبیعی و بنزین، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد. اگر اکسیژن کافی در دسترس باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌گردد. اما اگر مقدار اکسیژن کم باشد، گاز کربن مونوکسید به همراه دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد. در این حالت، گفته می‌شود سوختن ناقص انجام شده است. با سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی، حتی رنگ و دمای شعله حاصل از سوختن این مواد هم می‌تواند تغییر کند.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

ب: کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمّی است. چگالی این گاز کمتر از هوا بوده و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است؛ به طوری‌که به سرعت در همهٔ فضای اتاق پخش می‌شود.

ساختار مولکولی این گاز به صورت زیر است:

$$:C \equiv O:$$

از آنجا که میل ترکیبی هموگلوبین خون با گاز کربن مونوکسید بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است، مولکول‌های آن پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند. این ویژگی باعث مسمومیت فرد شده و سامانهٔ عصبی او را فلج می‌کند.

پ: زمین گرما را از پرتوهای خورشیدی گرفته و پس از آن، این گرما را به سمت هواکره بازتاب می‌کند. گازهای گلخانه‌ای از جمله بخار آب و گاز کربن دی‌اکسید موجود در هواکره زمین، مانع از خروج بخشی از گرمای آزاد شده از زمین می‌شوند. طی این فرایند، مقداری از گرما در زمین محبوس شده و منجر به افزایش دمای کره زمین می‌شود. تصویر زیر، نمایی از فرایند جذب و بازتاب پرتوهای خورشیدی توسط زمین را نشان می‌دهد:

ت: با توجه به فرمول شیمیایی داده شده، بار الکتریکی کاتیون موجود در این ترکیب باید برابر با ۱+ باشد. در دوره‌های اول تا چهارم جدول تناوبی، علاوه بر سه فلز قلیایی که یون پایدار M^+ تشکیل می‌دهند، برخی از فلزهای واسطه مانند مس هم می‌توانند یون پایدار یک بار مثبت تشکیل دهند؛ بنابراین فرمول شیمیایی سولفید بیش از چهار فلز به صورت M_2S خواهد بود.

در گروه اول جدول دوره‌ای، عناصر لیتیم($_3Li$)، سدیم($_{11}Na$)، پتاسیم($_{19}K$)، روبیدیم($_{37}Rb$)، سزیم($_{55}Cs$) و فرانسیم($_{87}Fr$) وجود دارند. این عناصر به فلزهای قلیایی معروف هستند. با افزایش عدد اتمی عناصر موجود در این گروه، شعاع اتمی آن‌ها افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این فلزها نیز بیشتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری این عناصر فلزی به صورت زیر است:

$Li < Na < K < Rb < Cs < Fr$: واکنش پذیری (تمایل به از دست دادن الکترون)

آرایش الکترونی فلزهای قلیایی به زیرلایه‌ی ns^1 ختم می‌شود. اتم‌های سازنده‌ی این عنصر با از دست دادن یک الکترون، به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود رسیده و یون پایدار X^+ را تولید می‌کنند. به همین خاطر، این فلزها واکنش‌پذیری بسیار بالایی داشته و در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شوند. از آنجا که فلزهای قلیایی در اولین خانه‌ی هر تناوب قرار دارند، خاصیت فلزی این عناصر نسبت به سایر عناصر هم‌تناوب با خود بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۹۰- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

۱) در واکنش میان گاز C_2F_6 با گاز اکسیژن که منجر به تولید CF_4 و CO_2 می‌شود، مجموع ضرایب مواد برابر ۷ است.
۲) گاز گوگرد تری‌اکسید حاصل از آتشفشان‌ها و استفاده از سوخت در کارخانه‌ها، سبب ایجاد باران اسیدی می‌شود.
۳) آهک، یک ترکیب یونی دوتایی به شمار رفته و از آن برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی استفاده می‌شود.
۴) در یک روز زمستانی، حداکثر دمای محیط درون یک گلخانه در مقایسه با محیط بیرون بیشتر است.

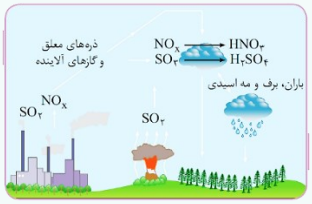
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

بر اثر کارکرد کارخانه‌ها و فعالیت آتشفشان‌ها و کارکرد موتور خودروها، گاز گوگرد دی‌اکسید(SO_2) تولید می‌شود. گاز گوگرد دی‌اکسید حاصل از آتشفشان‌ها و کارخانه‌ها، در لایه‌های بالایی هواکره با گاز اکسیژن واکنش داده و به گاز گوگرد تری‌اکسید(SO_3) تبدیل می‌شود. گاز SO_3 نیز با بخار آب موجود در هوا واکنش داده و سبب ایجاد باران‌های اسیدی می‌شود. معادله واکنش این گاز با بخار آب به صورت زیر است:

$$SO_3(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_4(aq) \rightarrow 2H^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$$

باران معمولی به دلیل گاز CO_2 حل شده در آن، اندکی اسیدی است و pH کمتر از ۷ دارد. آلاینده‌هایی که از سوختن سوخت‌های فسیلی وارد هوا می‌شوند مانند NO_x و SO_2 و همچنین گازهای خارج شده از آتشفشان‌ها مانند SO_2، به هنگام بارش در آب حل می‌شوند و به آن خاصیت اسیدی چشمگیری می‌دهند. در این حالت، باران، برف و مه اسیدی ایجاد می‌شود. SO_2 در هواکره ابتدا به SO_3 و سپس به H_2SO_4 تبدیل می‌شود. NO_x نیز به نیتریک اسید(HNO_3) مبدل می‌گردد. باران اسیدی آثار جبران ناپذیری بر جنگل‌ها، باغ‌های میوه و زندگی آبزیان دارد؛ زیرا تغییر میزان خاصیت اسیدی آب به بافت‌های جانداران آسیب می‌زند. آثار زیان‌بار باران اسیدی بر روی پوست، دستگاه تنفس و چشم‌ها به سرعت قابل تشخیص است. گاهی خاصیت اسیدی باران باعث خشکی و ترک‌خوردگی پوست بدن می‌شود. روند تشکیل باران‌های اسیدی به صورت زیر است:



www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر اتم‌های هیدروژن مولکول اتان را با اتم فلوئور جایگزین کنیم، هگزافلوئورواتان ایجاد می‌شود. فرمول مولکولی هگزافلوئورواتان به صورت $C_۲F_۶$ است. بر این اساس، معادله واکنش انجام شده به صورت زیر می‌شود:

$$۲C_۲F_۶ + O_۲ \rightarrow ۳CF_۴ + CO_۲$$

با توجه به معادله‌ی این واکنش، مجموع ضرایب مواد برابر با ۷ می‌شود.

۳) آهک یا همان کلسیم اکسید(CaO)، از جمله ترکیب‌های یونی دوتایی به شمار رفته و از آن برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی استفاده می‌شود. توجه داریم که آهک خاصیت بازی داشته و افزودن آن به خاک، موجب افزایش pH خاک می‌شود.

۴) در طول یک روز زمستانی، دمای محیط درون گلخانه در بازه بین ۱۳/۵ تا ۱۴/۵ درجه سانتی‌گراد تغییر کرده و دمای محیط بیرون گلخانه در بازه‌ی بین ۱/۵ تا ۸ درجه سانتی‌گراد تغییر می‌کند. همانطور که مشخص است، حداکثر دمای محیط درون یک گلخانه در مقایسه با محیط بیرون گلخانه بیشتر است. توجه داریم که بازه تغییرات دمای محیط درون گلخانه، کمتر از محیط بیرون گلخانه است.

گروه آموزشی ماز

۹۱- فرمول شیمیایی کروم(II) سولفید مشابه فرمول شیمیایی کدام ترکیب زیر است و نسبت جرم کروم به گوگرد در ساختار این ترکیب شیمیایی، کدام است؟ ($Cr = ۵۲ , S = ۳۲ : g.mol^{-۱}$)

۱) FeS ، ۱/۶۲۵　　۲) FeO ، ۳/۲۵　　۳) $Cu_۲S$ ، ۱/۶۲۵　　۴) $Cu_۲O$ ، ۳/۲۵

پاسخ: گزینه ۱　(آسان ـ مساله و مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

فرمول شیمیایی کروم(II) سولفید به صورت CrS بوده و شمار آنیون‌ها و کاتیون‌ها در واحد فرمولی این ماده مشابه به واحد فرمولی FeS یا همان آهن(II) سولفید و FeO یا همان آهن(II) اکسید است. در واحد فرمولی این ماده، یک اتم کروم و یک اتم گوگرد وجود دارد. بر این اساس، نسبت جرم کروم به گوگرد در ساختار یک نمونه از کروم(II) سولفید را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{Cr}{S} = \frac{۵۲}{۳۲} = ۱/۶۲۵$$

همانطور که مشخص است، جرم کروم موجود در این ماده ۱/۶۲۵ برابر جرم گوگرد موجود در آن است. این سوال، شبیه‌سازی شده از یک سوال مطرح شده در کنکور سراسری سال ۱۴۰۰ است و همانطور که می‌بینید، امکان مطرح شدن سوالات خیلی آسان که حتی بدون نیاز به نوشتن هم می‌توان جواب آن‌ها را پیدا کرد در کنکور وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۹۲- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟ ($O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$ و $N = ۱۴$)

۱) تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن و نیتروژن موجود در ساختار ۶ گرم گاز نیتروژن مونوکسید، برابر با ۰/۴ گرم می‌شود.
۲) دومین عنصر گروه دوم جدول دوره‌ای، با آزاد کردن نور سفید سوخته و ترکیبی با خاصیت بازی را تولید می‌کند.
۳) طی تولید انرژی از نفت خام، در مقایسه با تولید انرژی از گاز طبیعی، مقدار گاز $CO_۲$ کمتری آزاد می‌شود.
۴) در سده اخیر، تغییرات میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد با مقدار $CO_۲$ هواکره رابطه مستقیم داشته‌است.

پاسخ: گزینه ۳　(متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

طی تولید انرژی از نفت خام، در مقایسه با تولید انرژی از گاز طبیعی، مقدار گاز $CO_۲$ بیشتری آزاد می‌شود. ترتیب مقدار $CO_۲$ تولید شده در زمان استفاده از انواع روش‌های مختلف، به صورت زیر است:

بیشترین مقدار ← زغال سنگ ← نفت خام ← گاز طبیعی ← انرژی خورشید ← گرمای زمین ← باد ← کمترین مقدار

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) فرمول شیمیایی گاز نیتروژن مونوکسید به صورت NO است. در ساختار هر مول از این گاز، ۱۶ گرم اتم اکسیژن و ۱۴ گرم اتم نیتروژن وجود دارد، پس می‌توان گفت تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن و نیتروژن موجود در ساختار هر مول از این گاز برابر با ۲ گرم است.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

بر این اساس، داریم:

$$?\,g \text{ تفاوت جرم} = ۶\,g\,NO \times \frac{۱\,mol\,NO}{۳۰\,g\,NO} \times \frac{۲\,g \text{ تفاوت جرم}}{۱\,mol\,NO} = ۰/۴\,g$$

۲) دومین فلز قلیایی خاکی(دومین فلز موجود در گروه دوم جدول تناوبی)، منیزیم است. منیزیم در شرایط مناسب، با گاز اکسیژن واکنش داده و می‌سوزد. معادله این واکنش به صورت $۲Mg(s) + O_۲(g) \rightarrow ۲MgO(s)$ است. این واکنش با آزاد شدن مقداری گرما و یک نور سفید خیره کننده همراه است. تصویر زیر، نمایی از واکنش سوختن نوار منیزیم را نشان می‌دهد:

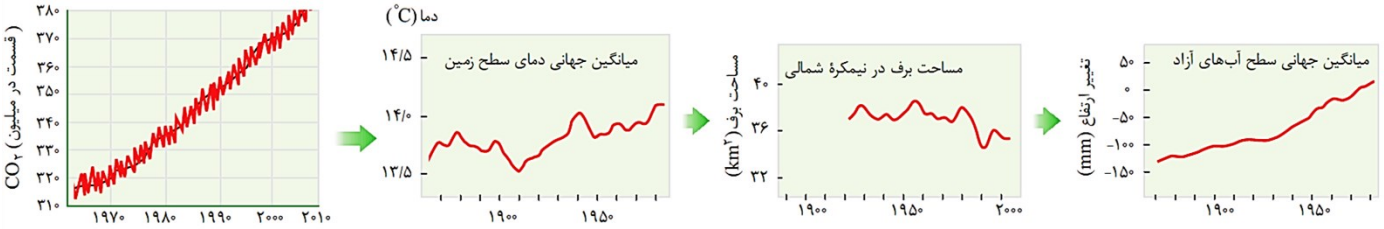
منیزیم اکسید تولید شده طی این فرایند، یک ترکیب یونی است که بر اساس معادله‌ی زیر با آب واکنش می‌دهد:

$$MgO(s) + H_۲O(l) \rightarrow Mg^{۲+}(aq) + ۲OH^-(aq)$$

این ماده‌ی سفیدرنگ، همانند سایر اکسیدهای فلزی، خاصیت بازی داشته و موجب افزایش pH محلول‌های آبی می‌شود. در رابطه با واکنش سوختن سایر عناصر در حضور گاز اکسیژن، داریم:

مواد	واکنش سوختن	نور حاصل از واکنش	تصویر
سوختن منیزیم	$۲Mg(s) + O_۲(g) \rightarrow ۲MgO(s)$	سفید	
سوختن سدیم	$۴Na(s) + O_۲(g) \rightarrow ۲Na_۲O(s)$	زرد	
سوختن گوگرد	$S(s) + O_۲(g) \rightarrow SO_۲(g)$	آبی	

۴) با توجه نمودارهای زیر، با افزایش کربن دی‌اکسید موجود در هواکره، دما و سطح آب‌های آزاد، افزایش یافته و از مساحت برف کاسته می‌شود. در واقع با افزایش دما و آب شدن برف موجود در قطب، آب حاصل از این فرایند وارد اقیانوس‌ها شده و سطح آب بالا می‌آید. تغییرات کلی کربن دی‌اکسید و سطح آب‌های آزاد، نسبتا منظم است در صورتی که تغییرات دما و مساحت برف، نامنظم است.



با توجه به افزایش دمای هوای کره زمین، شواهد مختلف نشان می‌دهند که فصل بهار در نیمکره شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته در حدود ۱ هفته زودتر آغاز می‌شود.

گروه آموزشی ماز

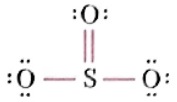
۹۳- نسبت میان شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول گوگرد تری‌اکسید، با مقدار این نسبت در کدام‌یک از گونه‌های زیر برابر است؟

۱) متانوئیک اسید ۲) یون فسفات ۳) دی‌نیتروژن مونوکسید ۴) یون کربنات

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

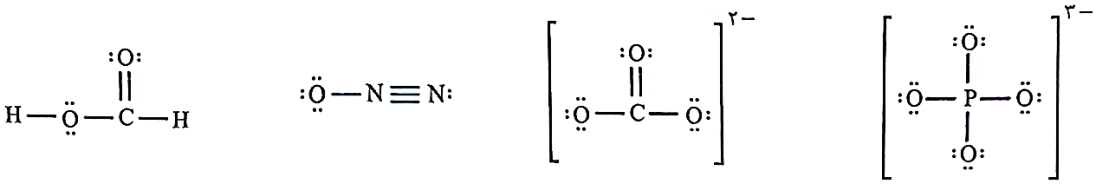
ساختار لوویس مولکول گوگرد تری‌اکسید به صورت زیر است:



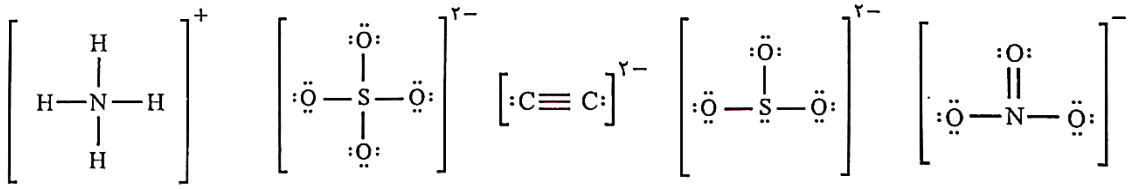
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

در این مولکول ۴ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. ساختار سایر گونه‌های داده شده نیز به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در ساختار یون کربنات(CO_3^{2-}) نیز ۴ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. ساختار لوویس سایر یون‌های چند اتمی رایج نیز به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۹۴- در واکنش سوختن کامل مقداری از یک نوع هیدروکربن با فرمول شیمیایی C_xH_y، مقدار ۲۴/۲ گرم گاز کربن دی‌اکسید به همراه ۷/۲ گرم بخار آب تولید شده است. جرم هیدروکربن مصرف شده در این واکنش برابر با چند گرم بوده است؟

($H = ۱$ و $C = ۱۲$ و $O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

معادله موازنه نشده واکنش : $C_xH_y(l) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l)$

۱) ۶ ۲) ۶/۴ ۳) ۷ ۴) ۷/۴

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مساله ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

تغییر شیمیایی، فرایندی است که طی آن، یک یا چند ماده با یکدیگر واکنش داده و مواد جدیدی را تولید می‌کنند. به عبارت دیگر، در هر تغییر شیمیایی مانند واکنش سوختن مواد و یا فساد موادغذایی، از یک یا چند ماده شیمیایی اولیه، ماده یا مواد تازه با ساختار جدید تولید می‌شود. معادله موازنه نشده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$$C_xH_y(l) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l)$$

در واکنش‌های شیمیایی مختلف، اتم‌ها به وجود نیامده و از بین نمی‌روند. طی این واکنش‌ها، چینش اتم‌ها در کنار یکدیگر دچار دگرگونی شده و مواد مختلف به هم تبدیل می‌شوند. بر این اساس، جرم اتم‌های هر عنصر در دو طرف معادله واکنش باید با هم برابر باشد. با توجه به معادله نوشته شده، اتم‌های کربن موجود در ساختار هیدروکربن وارد ساختار گاز کربن دی‌اکسید شده و اتم‌های هیدروژن موجود در آن نیز وارد ساختار آب شده‌اند. بر این اساس، می‌توان گفت مجموع جرم اتم‌های کربن موجود در گاز کربن دی‌اکسید تولید شده و جرم اتم‌های هیدروژن موجود در آب تولید شده، برابر با جرم هیدروکربن مصرف شده خواهد بود. بر این اساس، داریم:

$$?\,g\,C = ۲۴/۲\,g\,CO_2 \times \frac{۱\,mol\,CO_2}{۴۴\,g\,CO_2} \times \frac{۱\,mol\,C}{۱\,mol\,CO_2} \times \frac{۱۲\,g\,C}{۱\,mol\,C} = ۶/۶\,g$$

$$?\,g\,H = ۷/۲\,g\,H_2O \times \frac{۱\,mol\,H_2O}{۱۸\,g\,H_2O} \times \frac{۲\,mol\,H}{۱\,mol\,H_2O} \times \frac{۱\,g\,H}{۱\,mol\,H} = ۰/۸\,g$$

در قدم آخر، جرم هیدروکربن مصرف شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم هیدروکربن} = \text{جرم اتم‌های کربن} + \text{جرم اتم‌های هیدروژن} = ۶/۶\,g\,C + ۰/۸\,g\,H = ۷/۴\,g$$

گروه آموزشی ماز

۹۵- اتم عنصری در لایه ظرفیت خود شش الکترون با $n = ۳$ و $l = ۲$ دارد. چند مورد از عبارت‌های داده شده در مورد این عنصر درست است؟

آ: مجموع $n + l$ برای الکترون‌های ظرفیتی این عنصر، برابر با ۳۸ است.

ب: کاتیون حاصل از اتم آن، پایدار بوده و به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.

پ: رفتار شیمیایی این عنصر با عنصر سلنیم مشابه بوده و با این عنصر، در یک گروه جای دارد.

ت: پس از ریختن اکسید این عنصر در آب، همانند انحلال N_2O_5 در آب، محلولی با $pH < ۷$ ایجاد می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

شش مورد از الکترون‌های ظرفیتی اتم مربوط به عنصر مورد نظر در لایه سوم($n=3$) و در زیرلایه d قرار دارد. بر این اساس، آرایش الکترونی اتم مربوط به عنصر مورد نظر(M) به صورت زیر است:

$M: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$

عنصر مورد نظر معادل با آهن($_{26}Fe$) بوده و در لایه ظرفیتی اتم آن، ۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد. همانطور که می‌دانیم، آهن ششمین فلز واسطه موجود در جدول دوره‌ای است. بر این اساس، فقط عبارت (آ) درست است.

بررسی موارد:

آ: الکترون‌های ظرفیتی اتم آهن در زیرلایه‌های $3d$ و $4s$ حضور دارند. برای زیرلایه $3d$، عدد کوانتومی اصلی(n) برابر با ۳ و عدد کوانتومی فرعی(l) برابر با ۲ است. در این زیرلایه، ۶ الکترون وجود دارد؛ درنتیجه مجموع $n+l$ برای الکترون‌های این زیرلایه، برابر با ۳۰ است. همچنین برای زیرلایه $4s$، عدد کوانتومی اصلی(n) برابر با ۴ و عدد کوانتومی فرعی(l) برابر با صفر است. در این زیرلایه، دو الکترون وجود دارد؛ درنتیجه مجموع $n+l$ برای الکترون‌های این زیرلایه، برابر با ۸ است. بر این اساس می‌توان گفت، مجموع $n+l$ برای الکترون‌های لایه ظرفیت اتم آهن برابر با ۳۸ است.

ب: آهن، ششمین عنصر واسطه بوده و در دوره چهارم و گروه هشتم جدول تناوبی جای دارد. نماد یون‌های پایدار آهن، به صورت $_{26}Fe^{3+}$ و $_{26}Fe^{2+}$ است و آرایش الکترونی این یون‌ها به صورت زیر است:

$_{26}Fe^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6$ $\quad$ $_{26}Fe^{3+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5$

همانطور که مشخص است، کاتیون‌های حاصل از فلز آهن به آرایش الکترونی گاز نجیب آرگون نمی‌رسند.

پ: رفتار شیمیایی فلزها به یکدیگر شبیه است؛ چون اغلب فلزها الکترون از دست می‌دهند و تبدیل به کاتیون می‌شوند. آهن در گروه هشتم جدول تناوبی قرار داشته و عنصری متعلق به دسته d است، درحالی‌که سلنیم در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار داشته و عنصری متعلق به دسته p است.

ت: واکنش آهن با اکسیژن، منجر به تشکیل ترکیب‌های یونی به نام آهن(III) اکسید با فرمول شیمیایی Fe_2O_3 و آهن(II) اکسید با فرمول شیمیایی FeO می‌شود. با قرار دادن اغلب اکسیدهای فلزی در آب، محلول‌هایی با خاصیت بازی تولید می‌شوند، اما چون اکسیدهای آهن در آب حل نمی‌شوند، محلول حاصل از این مواد خاصیت اسیدی یا بازی ندارد. توجه داریم که در دمای اتاق، pH مربوط به محلول‌های بازی بیشتر از ۷ و pH مربوط به محلول‌های اسیدی کمتر از ۷ است. دی‌نیتروژن پنتاکسید یک اکسید نافلزی با خاصیت اسیدی است که پس از انحلال در آب، محلولی با pH کمتر از ۷ را ایجاد می‌کند.

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

دیجی‌ماز ، کتابخانه‌ی دیجیتال ماز

دیجی‌ماز یه پلتفرم الکترونیکی و آموزشیه که بهتون کمک میکنه در هر زمان و مکانی به کتاب‌های درسی و کمک درسیتون دسترسی داشته باشین و ازشون استفاده کنین .

- دیجی‌ماز این بستر رو برات فراهم میکنه تا بتونی همه‌ی کتاب‌هات رو در یک اپلیکیشن کنار هم داشته باشی و همه جا با خودت ببریشون
- هزینه‌ی کتاب‌های الکترونیکی خیلی کمتر از کتاب‌های چاپ شده است
- تولید کمتر کاغذ به حفظ محیط زیستمون کمک میکنه
- یک بار هرکتابی رو میخری ولی با هر چاپ جدید و آپدیت محتوای کتاب ، بهش دسترسی کامل داری !

سری کتاب‌های تاپ‌گان ماز منتشر شد

کامل ترین سلاح هر کنکوری

تهیه‌ی **کتاب تاپ‌گان ریاضی و فیزیک**،
هم اکنون از طریق سایت و اپلیکیشن دیجی‌ماز

آشنایی بیشتر با امکانات اپلیکیشن و تهیه‌ی کتاب‌ها از طریق سایت digimaze.org

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

دسترسی رایگان به آرشیو آزمون‌های ماز در سال تحصیلی گذشته

همه دانش‌آموزان مازی که در سال تحصیلی ۱۴۰۲_۱۴۰۳ در آزمون ماز شرکت می‌کنند

برای دسترسی به آرشیو کامل سوالات و پاسخنامه آزمون‌های ماز در سال گذشته، تنها کافیست سه مرحله زیر را سپری کنید

- اپلیکیشن دیجی‌ماز را از سایت دیجی‌ماز (digimaze.org) دانلود کنید.
- با شماره تماسی که در سایت ماز حساب کاربری ایجاد کرده‌اید در اپلیکیشن دیجی‌ماز وارد شوید. (نیاز به ثبت‌نام نیست)
- در بخش **(کتاب‌های من)** فایل آرشیو آزمون‌ها را دانلود و استفاده کنید.

دانلود نسخه اندروید اپلیکیشن دیجی‌ماز

دانلود نسخه iOS اپلیکیشن دیجی‌ماز

دانلود نسخه دسکتاپ اپلیکیشن دیجی‌ماز

https://B2n.ir/k43352

تذکر

برای دانش‌آموزانی که از این به بعد در آزمون ماز (یا هر محصول ماز که شامل آزمون ماز هست) ثبت نام کنند، حداکثر **ظرف مدت ۱۵ روز** این آرشیو در اپلیکیشن دیجی ماز فعال می‌شود.

دانلود رایگان تمام آزمون های آزمایشی در کانال ما:
@Azmoonha_Azmayeshi
تمام پایه ها و رشته ها

علوی

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمونهای آزمایشی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمونهای آزمایشی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi

آزمون های سراسری
گاج

کانون فرهنگی آموزش قلم چی

حلی سنجی