



ویژه  
کنکوری های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۹/۱۰

آزمون  
ششم  
حضوری

دترچه شماره ۱



سال تحصیلی  
۱۴۰۲-۱۴۰۳

هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	حسابان و ریاضیات پایه
<p>هندسه دوازدهم هندسه (۳): فصل دوم: آشنایی با مقاطع مخروطی (تا ابتدای دایره) صفحه ۳۳ تا ۳۹</p> <p>هندسه دهم هندسه (۱): فصل دوم: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن (از ابتدای تشابه مثلثها) + فصل سوم: چندضلعیها صفحه ۳۷ تا ۷۶</p>	<p>ریاضیات گسسته فصل اول: آشنایی با نظریه اعداد (از ابتدای همنهستی در اعداد صحیح و کاربردها تا پایان فصل) صفحه ۱۸ تا ۳۰</p>	<p>حسابان دوازدهم حسابان (۲): فصل دوم: مثلثات (درس ۱) صفحه ۲۳ تا ۳۴</p> <p>حسابان یازدهم حسابان (۱): فصل چهارم: مثلثات صفحه ۹۱ تا ۱۱۳</p> <p>ریاضی دهم ریاضی (۱): فصل دوم: مثلثات صفحه ۲۸ تا ۴۶</p>

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com

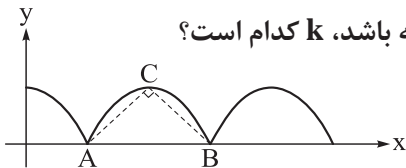


حسابان (۲): صفحه‌های ۲۳ تا ۳۴

۱- تابع  $f(x) = \tan \frac{\pi}{3} x$  در بازه  $(\frac{a}{4}, \frac{21}{4})$  اکیداً صعودی است. حداقل مقدار  $a$  کدام است؟

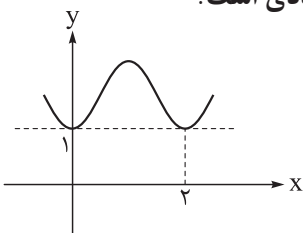
- ۹ (۱)      ۱۵ (۲)      ۱۳ (۳)      ۱۱ (۴)

۲- بخشی از نمودار  $y = k |\cos x|$  رسم شده است. اگر مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه باشد،  $k$  کدام است؟



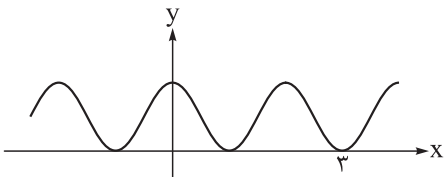
- ۲ (۱)       $\frac{\pi}{2}$  (۲)      ۴ (۴)       $\pi$  (۳)

۳- بخشی از نمودار  $f(x) = a - \cos^2 \pi b x$  به صورت شکل زیر است. مقدار  $f(\frac{1}{3})$  چه عددی است؟



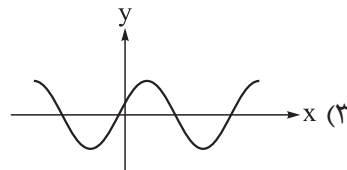
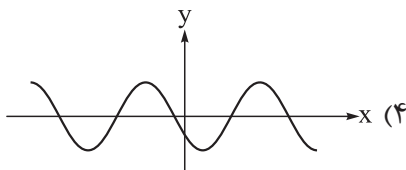
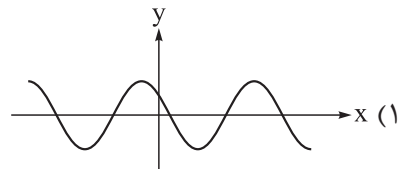
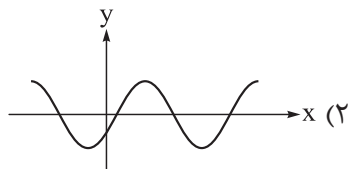
- $\frac{3}{4}$  (۱)       $\frac{7}{4}$  (۲)       $\frac{5}{4}$  (۳)       $\frac{9}{4}$  (۴)

۴- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a^2 - 2a \sin^2 \frac{\pi}{a} x$  به صورت شکل زیر است. مقدار  $a$  کدام است؟



- ۲ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      -۴ (۴)

۵- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = 3 \cos(x - \frac{3\pi}{4}) + 2 \sin(\frac{\pi}{4} - x)$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟



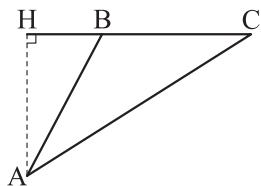
محل انجام محاسبات



حسابان (۱): صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲، ریاضی (۱): صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶

۶- دوچرخه‌سواری در یک مسیر دایره‌ای به قطر  $\frac{40}{\pi}$  متر به اندازه  $225^\circ$  دوران کرده است. دوچرخه‌سوار مسیری چندمتری را طی کرده است؟

- ۲۸ (۴)                      ۱۶ (۳)                      ۲۵ (۲)                      ۲۰ (۱)



۷- در شکل مقابل، اگر  $\cos \hat{C} = \frac{12}{13}$  و  $AH = 10$ ، مقدار  $CH$  کدام است؟

- ۱۸ (۲)                      ۲۴ (۱)  
۳۶ (۴)                      ۳۰ (۳)

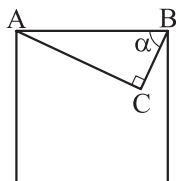
۸- اگر  $\alpha$  زاویه‌ای حاده باشد و  $1 = \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha}$ ، آن‌گاه مقدار  $\sin 2\alpha$  کدام است؟

- $-\frac{\sqrt{7}}{3}$  (۴)                       $\frac{\sqrt{7}}{3}$  (۳)                       $2 - \sqrt{2}$  (۲)                       $2\sqrt{2} - 2$  (۱)

۹- اگر  $A = \frac{1}{\sin^2 15^\circ} + \frac{1}{\cos^2 15^\circ}$  و  $B = \tan^2 75^\circ + \cot^2 75^\circ$ ، مقدار  $A - B$  کدام است؟

- ۴ (۴)                      -۴ (۳)                      ۲ (۲)                      -۲ (۱)

۱۰- اگر مساحت قسمت بزرگ‌تر ایجادشده توسط دو پاره‌خط  $BC$  و  $AC$  در مربع شکل زیر، ۷ برابر قسمت کوچک‌تر باشد، اندازه  $\tan \alpha$  چه عددی است؟



- $2 + \sqrt{3}$  (۲)                       $4 - \sqrt{3}$  (۱)  
 $3 - \sqrt{2}$  (۴)                       $3 + 2\sqrt{2}$  (۳)

۱۱- اگر  $-\frac{1}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ ، مقدار  $\tan(\frac{\alpha}{2} - \frac{3\pi}{2})$  چه عددی است؟

- ۲ (۴)                       $-\frac{1}{2}$  (۳)                      ۲ (۲)                       $\frac{1}{2}$  (۱)

۱۲- هرگاه  $\tan \frac{5\pi}{6} = \frac{a \sin \frac{4\pi}{3} + b \cos \frac{7\pi}{6}}{a \sin \frac{11\pi}{6} + b \cos \frac{\pi}{3}}$  برقرار باشد، مقدار  $\frac{b}{a}$  چه عددی است؟

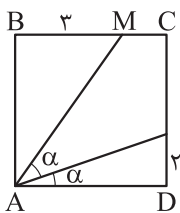
- $-\frac{1}{2}$  (۴)                      -۲ (۳)                      ۲ (۲)                       $\frac{1}{2}$  (۱)

محل انجام محاسبات



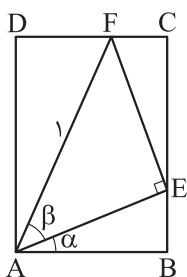
۱۳- اگر  $\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + \alpha\right) = \frac{2}{3}$ ، مقدار  $\cos\left(4\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$  چه عددی است؟

- $\frac{5}{9}$  (۱)       $-\frac{7}{9}$  (۳)       $\frac{5}{9}$  (۲)       $\frac{7}{9}$  (۴)



۱۴- در مربع مقابل، اندازه پاره خط AM چه عددی است؟

- $4\sqrt{2}$  (۱)  
 $3\sqrt{2}$  (۲)  
 $5$  (۳)  
 $6/25$  (۴)



۱۵- در مستطیل ABCD، اگر  $AF = 1$ ، حاصل  $\frac{CE}{BE}$  کدام است؟

- $\tan \alpha \cot \alpha$  (۱)  
 $\tan \beta \cot \beta$  (۲)  
 $\tan \alpha \cot \beta$  (۳)  
 $\tan \beta \cot \alpha$  (۴)

۱۶- هرگاه  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \frac{1}{4}$ ، مقدار  $\cos x + \sqrt{3} \sin x$  کدام است؟

- $\pm \frac{\sqrt{15}}{2}$  (۴)       $\pm \frac{\sqrt{15}}{4}$  (۳)       $\pm \frac{\sqrt{8}}{4}$  (۲)       $\pm \frac{\sqrt{8}}{2}$  (۱)

۱۷- هرگاه  $f(x) = \sin 3x$ ، مقدار عددی عبارت  $y = f(x)f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{36}$  چه عددی است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۱)       $\sqrt{3}$  (۲)       $\frac{1}{4}$  (۳)       $\frac{1}{2}$  (۴)

۱۸- اگر  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{3}$  و  $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ ، مقدار  $\cos 2x$  کدام است؟

- $-\frac{\sqrt{63}}{9}$  (۱)       $-\frac{\sqrt{56}}{9}$  (۲)       $\frac{\sqrt{48}}{9}$  (۳)       $\frac{\sqrt{56}}{9}$  (۴)

محل انجام محاسبات





ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۱۸ تا ۳۰

۱۹- چند مورد از همنهشتی‌های زیر درست هستند؟ ( $a \neq b$ )

(الف) $25! \equiv 34 \pmod{17}$	(ب) $3^{1402} \equiv 17 \pmod{1402}$	(پ) $19 \times 20 \times 21 \equiv 1 \pmod{6}$	(ت) $a^2 \equiv b^2 \pmod{a-b}$
(۱) صفر	(۲) ۱	(۳) ۲	(۴) ۳

۲۰- اگر  $x \equiv -11$  و  $1-y \equiv -21$ ، باقی‌مانده تقسیم  $171x - 49y + 15xy - 7$  بر ۶ کدام است؟

(۱) صفر	(۲) ۱	(۳) ۳	(۴) ۴
---------	-------	-------	-------

۲۱- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد  $x$  بر ۲۱ برابر ۱۲ باشد، کدام گزینه نمی‌تواند درست باشد؟

(۱) $\begin{cases} x \equiv 6 \\ \text{و} \\ x \equiv -2 \end{cases} \pmod{12}$	(۲) $\begin{cases} x \equiv -3 \\ \text{و} \\ x \equiv -7 \end{cases} \pmod{18}$	(۳) $\begin{cases} x \equiv 19 \\ \text{و} \\ x \equiv -3 \end{cases} \pmod{28}$	(۴) $\begin{cases} x \equiv -9 \\ \text{و} \\ x \equiv 3 \end{cases} \pmod{49}$
---	--	--	---

۲۲- اگر عدد  $a + 13^{555} + 3^{100}$  بر ۱۱ بخش‌پذیر باشد، مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی  $a$  کدام است؟

(۱) ۱۰	(۲) ۹	(۳) ۸	(۴) ۷
--------	-------	-------	-------

۲۳- باقی‌مانده تقسیم عدد  $6^{97}$  بر ۱۷ کدام است؟

(۱) ۶	(۲) ۳	(۳) ۲	(۴) ۱
-------	-------	-------	-------

۲۴- برای  $a, n \in \mathbb{N}$  اگر  $a | 4n + 5$  و  $a | 7n - 6$  باشند و  $a \geq b \Rightarrow (b | 4n + 5 \wedge b | 7n - 6) ; \forall b \in \mathbb{N} - \{1\}$  و بدانیم

$a \neq 1$ ، بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی  $n$  که مضرب ۳۷ باشد، دارای چند مقسوم‌علیه طبیعی است؟

(۱) ۸	(۲) ۱۶	(۳) ۳۲	(۴) ۶۴
-------	--------	--------	--------

۲۵- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد  $a21b34$  بر ۹۹ برابر با ۵ و عدد  $1374c2$  بر ۱۳ بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد

$abcba$  بر ۵۶ کدام است؟

(۱) ۲۷	(۲) ۲۸	(۳) ۲۹	(۴) صفر
--------	--------	--------	---------

۲۶- رقم یکان عدد  $18^{19!} + 12^{13^{14}}$  برابر است با  $k$ . کدام گزینه، عضو مجموعه  $[3]_k$  است؟

(۱) ۴۸	(۲) ۱۵	(۳) -۴۶	(۴) -۶۹
--------	--------	---------	---------

محل انجام محاسبات

۲۷- در معادله سیاله خطی  $12x - 15y = 84$ ، به ازای کدام مقدار  $y$ ، کوچک ترین عدد سه رقمی  $x$  به دست می آید؟

- (۱) ۱۰۲ (۲) -۱۰۲ (۳) ۷۶ (۴) -۷۶

۲۸-  $m$  بزرگ ترین عدد طبیعی است که  $36 \equiv (m-10)! \pmod{36}$  به ازای چند عدد دورقمی  $n$ ، معادله سیاله خطی

$$1 - 2n = (m+5)x - (2m+4)y$$
 دارای جواب است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۷

هندسه (۳): صفحه های ۳۳ تا ۳۹، هندسه (۱): صفحه های ۳۷ تا ۷۶

۲۹- با توجه به شکل، چند نقطه به فاصله ۳ از نقطه  $A$  وجود دارد که از خط  $\Delta$  به فاصله ۲ باشند؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۰- اگر صفحه ای گذرنده از رأس یک سطح مخروطی، هر دو نیمه آن را قطع کند، فصل مشترک آن با سطح مخروطی کدام است؟

- (۱) هذلولی (۲) یک خط (۳) سهمی (۴) دو خط متقاطع

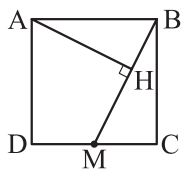
۳۱- پاره خط ثابت  $BC = 6$ ، وتر مثلث قائم الزاویه  $ABC$  است. اگر  $D$  نقطه همرسی میانه های این مثلث باشد، بیشترین فاصله نقاط واقع بر مکان هندسی  $D$  از نقاط واقع بر مکان هندسی  $A$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۵

۳۲- نقطه  $A$  روی ضلع  $Oy$  از زاویه  $xOy$  و به فاصله ۳۷ واحد از رأس آن قرار دارد. اگر تنها یک نقطه مانند  $B$  درون این زاویه، به فاصله ۱۲ واحد از رأس  $A$  و فاصله یکسان از  $Ox$  و  $Oy$  باشد، مساحت مثلث  $AOB$  کدام است؟

- (۱) ۲۹۵ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۰۵ (۴) ۲۱۰

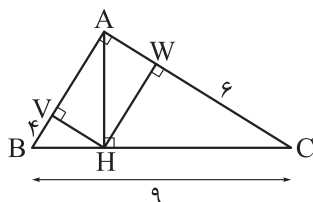
۳۳- مطابق شکل،  $ABCD$  مربع است و  $M$  وسط ضلع  $CD$ . طول پاره خط  $AH$  چند برابر طول ضلع مربع است؟



- (۱)  $0/8$  (۲)  $\sqrt{0/4}$  (۳)  $0/4$  (۴)  $\sqrt{0/8}$



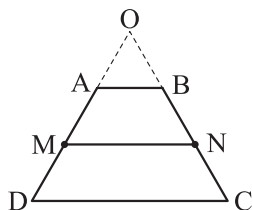
۳۴- مطابق شکل، ارتفاع‌های وارد بر وتر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده‌اند. طول ارتفاع وارد بر وتر بزرگ‌ترین مثلث



کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲)  $3\sqrt{2}$
- (۳) ۴
- (۴)  $3\sqrt{3}$

۳۵- مطابق شکل، ABCD دوزنقه‌ای است که نسبت طول قاعده‌های آن ۲ است. اگر M و N وسط ساق‌ها و O نقطه برخورد امتداد آن‌ها باشد، نسبت مساحت چهارضلعی CDMN به مساحت مثلث OAB کدام است؟

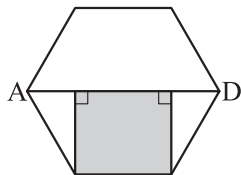


- (۱)  $1/75$
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴)  $2/5$

۳۶- مثلثی به محیط ۳۹ با مثلث دیگری که اندازه ارتفاع‌های آن ۲، ۳ و ۴ هستند، متشابه است. اندازه بزرگ‌ترین ضلع مثلث اول کدام است؟

- (۱) ۹
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۰

۳۷- مطابق شکل، یک شش‌ضلعی منتظم رسم شده است. اگر طول قطر AD برابر با x باشد، مساحت چهارضلعی سایه‌خورده، چند برابر  $x^2$  است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$
- (۲)  $\frac{3\sqrt{3}}{16}$
- (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (۴)  $\frac{2\sqrt{3}}{27}$

۳۸- در مثلث ABC که  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $\hat{B} = \hat{C}$ ، نقطه M وسط BC و نقطه G محل هم‌مرسی میانه‌هاست. اگر از نقطه G عمود GK را بر BC وارد کنیم، آن‌گاه نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث GMK کدام است؟

- (۱) ۱۶
- (۲) ۲۴
- (۳)  $12\sqrt{3}$
- (۴)  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات



۳۹- اندازه هر ضلع یک لوزی  $2\sqrt{10}$  و نسبت اندازه‌های دو قطر آن  $\frac{1}{3}$  است. مساحت چهارضلعی حاصل از به هم وصل کردن متوالی وسط‌های ضلع‌های این لوزی کدام است؟

- ۲۴ (۴)
- ۲۰ (۳)
- ۱۶ (۲)
- ۱۲ (۱)

۴۰- مجموع تعداد نقاط مرزی و نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای  $10$  است. اختلاف کم‌ترین و بیشترین مقدار ممکن برای مساحت آن کدام است؟

- ۵ (۴)
- ۴/۵ (۳)
- ۴ (۲)
- ۳/۵ (۱)

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامه این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: [azmoon.kheilisabz.com](http://azmoon.kheilisabz.com) شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.



ویژه  
کنکوری های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۹/۱۰

آزمون  
ششم  
حضوری

دفترچه شماره ۲



سال تحصیلی  
۱۴۰۲-۱۴۰۳

شیمی	فیزیک
<p><b>شیمی دوازدهم</b> شیمی (۳): فصل اول: مولکولها در خدمت تندرستی (از ابتدای رسانایی الکتریکی محلولها و قدرت اسیدی تا پایان فصل) + فصل دوم: آسایش و رفاه در سایه شیمی (تا ابتدای واکنشهای شیمیایی و سفر هدایت شده الکترونها) صفحه ۱۶ تا ۴۴</p> <p><b>شیمی دهم</b> شیمی (۱): فصل سوم: آب، آهنگ زندگی (تا ابتدای غلظت مولی (مولار)) صفحه ۸۵ تا ۹۸</p>	<p><b>فیزیک دوازدهم</b> فیزیک (۳): فصل دوم: دینامیک و حرکت دایره‌ای (تا ابتدای حرکت دایره‌ای یکنواخت) صفحه ۳۹ تا ۴۸</p> <p><b>فیزیک دهم</b> فیزیک (۱): فصل سوم: کار، انرژی و توان + فصل چهارم: دما و گرما (تا ابتدای تغییر حالت‌های ماده) صفحه ۵۳ تا ۱۰۳</p>

## آزمون آزمایشی خیلیسبز

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

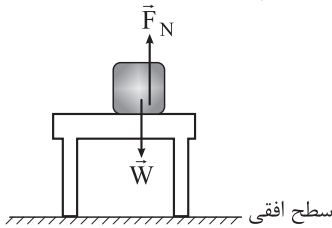
اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com

فیزیک (۳): صفحه‌های ۲۹ تا ۴۸

۴۱- در شکل زیر، یک میز روی سطحی افقی قرار دارد و جسم روی میز ساکن است. اگر  $\vec{W}$  و  $\vec{F}_N$  به ترتیب نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم باشند، چند مورد از موارد زیر درست است؟



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

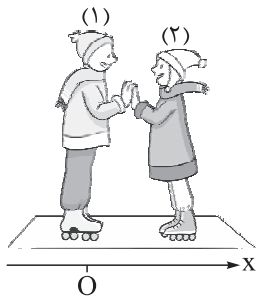
صفر (۱)

(الف) واکنش نیروی  $\vec{W}$ ، رو به بالا به میز وارد می‌شود.

(ب) واکنش نیروی  $\vec{F}_N$ ، رو به پایین به سطح افقی وارد می‌شود.

(پ) نیروهای  $\vec{F}_N$  و  $\vec{W}$  کنش و واکنش‌اند.

(ت) برابری واکنش نیروی  $\vec{F}_N$  و واکنش نیروی  $\vec{W}$  صفر است.



۴۲- در شکل روبه‌رو دو شخص (۱) و (۲) که جرم آن‌ها به ترتیب  $75 \text{ kg}$  و  $50 \text{ kg}$  است،

با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص (۱) با

نیروی به اندازه  $150 \text{ N}$  شخص (۲) را به طرف راست هل می‌دهد. در مدت هل دادن، شتابی

که شخص (۱) می‌گیرد در SI کدام است؟

$-2\vec{i}$  (۲)

$2\vec{i}$  (۱)

$-3\vec{i}$  (۴)

$3\vec{i}$  (۳)

۴۳- شخصی در حال هل دادن یک جعبه سنگین روی یک سطح افقی است. در کدام‌یک از وضعیت‌های زیر، اندازه

نیروی که شخص به جعبه وارد می‌کند، با اندازه نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند، برابر است؟

(الف) جعبه ساکن باشد.

(ب) جعبه روی سطح افقی با تندی ثابت در حال حرکت باشد.

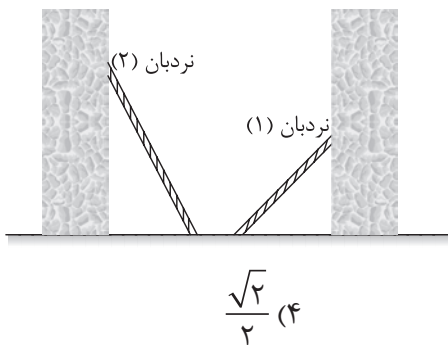
(پ) جعبه روی سطح افقی به صورت تندشونده در حال حرکت باشد.

(۴) الف، ب و پ

(۳) ب و پ

(۲) الف و پ

(۱) الف و ب



$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

محل انجام محاسبات

۴۵- در شرایط خلأ، یک گوی به جرم  $200\text{ g}$  از ارتفاع  $3/2$  متری بالای یک سطح افقی رها شده و پس از برخورد به این سطح با سرعت  $4\text{ m/s}$  در راستای قائم رو به بالا می‌آید. اگر مدت تماس گوی با سطح افقی  $0.2\text{ s}$  باشد، اندازه نیروی متوسطی که سطح افقی به گوی وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$  و نیروی مقاومت هوا ناچیز است).

- ۴(۱)      ۶(۲)      ۱۲(۳)      ۱۴(۴)

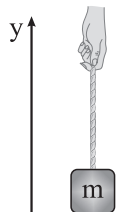
۴۶- دو گوی هم‌اندازه  $A$  و  $B$  را از سطح زمین با تندی یکسان، در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. با فرض این‌که جرم گوی  $A$  بیشتر از جرم گوی  $B$  و اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر دو گوی در حین حرکت ثابت و یکسان باشد، به ترتیب از راست به چپ، ارتفاع بیشینه کدام گوی بیشتر است و جهت حرکت کدام گوی زودتر تغییر می‌کند؟

- (۱)  $A, A$       (۲)  $B, B$       (۳)  $A, A$       (۴)  $A, B$

۴۷- چتربازی در مبدأ زمان از یک بلندی رها شده و در لحظه  $t_1$  به تندی حدی خود می‌رسد. در ادامه، در لحظه  $t_2$  چتر خود را باز کرده و در لحظه  $t_3$  به تندی حدی خود در حالتی که چترش باز است، می‌رسد و سپس در لحظه  $t_4$  به زمین می‌رسد. اگر تندی چترباز در بازه‌های زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  و  $t_3$  تا  $t_4$  به ترتیب  $v_1$  و  $v_2$  و اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر آن در این دو بازه زمانی به ترتیب  $f_1$  و  $f_2$  باشد، کدام درست است؟

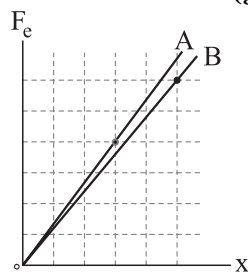
- (۱)  $f_2 = f_1, v_2 = v_1$       (۲)  $f_2 < f_1, v_2 = v_1$       (۳)  $f_2 = f_1, v_2 < v_1$       (۴)  $f_2 < f_1, v_2 < v_1$

۴۸- در شکل روبه‌رو، شخصی توسط طنابی با جرم ناچیز، جسمی به جرم  $5\text{ kg}$  را با شتاب ثابت  $\vec{a} = (-2\text{ m/s}^2)\vec{j}$  به سمت بالا جابه‌جا می‌کند. نیرویی که طناب به دست شخص وارد می‌کند، بر حسب نیوتون کدام است؟ ( $\vec{g} = (-10\text{ N/kg})\vec{j}$ )



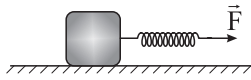
- (۱)  $40\vec{j}$       (۲)  $-40\vec{j}$       (۳)  $60\vec{j}$       (۴)  $-60\vec{j}$

۴۹- نمودار اندازه نیروی کشسانی دو فنر  $A$  و  $B$  بر حسب تغییر طول آن‌ها مطابق شکل زیر است. فنر  $A$  را از سقف یک اتاق ساکن و فنر  $B$  را از سقف یک آسانسور آویزان کرده و به انتهای هر کدام وزنه‌ای به جرم  $m$  وصل می‌کنیم. اگر طول دو فنر به یک اندازه افزایش یابد، کدام می‌تواند وضعیت حرکت آسانسور باشد؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$ )



- (۱) با شتاب  $1\text{ m/s}^2$  به طرف بالا شروع به حرکت کرده است.  
 (۲) با شتاب  $1\text{ m/s}^2$  به طرف پایین شروع به حرکت کرده است.  
 (۳) با شتاب  $2\text{ m/s}^2$  به طرف بالا شروع به حرکت کرده است.  
 (۴) با شتاب  $2\text{ m/s}^2$  به طرف پایین شروع به حرکت کرده است.

۵۰- در شکل زیر، ثابت فنر  $400 \text{ N/m}$  و جرم جسم  $5 \text{ kg}$  و جسم در ابتدا ساکن است. اگر طول فنر به  $37 \text{ cm}$  برسد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، سپس در حالتی که طول فنر برابر با  $33 \text{ cm}$  است، جسم با سرعت ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد. اختلاف ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین سطح و جسم کدام است؟ (  $g = 10 \text{ N/kg}$  )، فنر، افقی و جرم آن ناچیز است.)



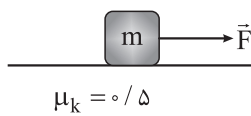
۰/۱۶ (۲)

۰/۱۲ (۱)

۰/۳۲ (۴)

۰/۲۴ (۳)

۵۱- در شکل زیر، نیروی افقی  $\vec{F}$  به جسم ساکن روی سطح افقی وارد شده، جسم شروع به حرکت می‌کند. بعد از آن که جسم به اندازه  $d$  جابه‌جا شد، نیروی  $\vec{F}$  حذف شده و سپس جسم با طی مسافت  $\frac{d}{4}$  متوقف می‌شود. اندازه نیروی  $\vec{F}$  چند برابر وزن جسم است؟

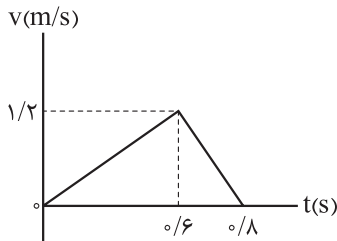


$\frac{5}{4}$  (۲)

$\frac{4}{5}$  (۱)

$\frac{5}{8}$  (۴)

$\frac{8}{5}$  (۳)



۵۲- نمودار سرعت - زمان آسانسوری که در راستای قائم به سمت بالا حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر شخصی که داخل آسانسور ایستاده است، در لحظه  $t_1 = 0/2 \text{ s}$  چند برابر اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر او در لحظه  $t_2 = 0/7 \text{ s}$  است؟ (  $g = 10 \text{ N/kg}$  )

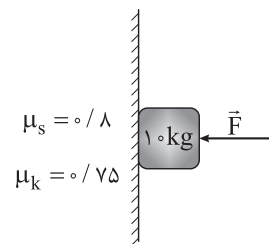
$\frac{1}{2}$  (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

۳ (۱)

۵۳- در شکل زیر، نیروی  $\vec{F}$  در راستای افق است. اگر اندازه نیرویی که جسم به دیوار قائم وارد می‌کند  $100 \text{ N}$  باشد، اندازه شتاب جسم چند متر بر مربع ثانیه است؟ (  $g = 10 \text{ N/kg}$  )



$2/5$  (۱)

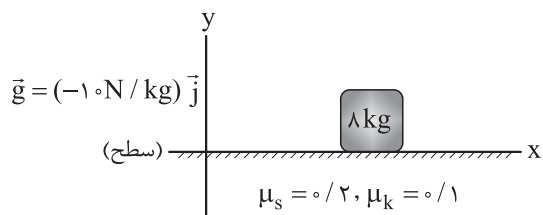
۴ (۲)

۲ (۳)

صفر (۴)

محل انجام محاسبات





۵۴- در شکل مقابل، به جسم ساکن ۸ کیلوگرمی، هم‌زمان سه نیروی  $\vec{F}_1 = (40 \text{ N})\vec{i}$ ،  $\vec{F}_2 = (-30 \text{ N})\vec{i}$  و  $\vec{F}_3 = (20 \text{ N})\vec{j}$  وارد می‌شوند. نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند ( $\vec{F}$ )، در SI کدام است؟

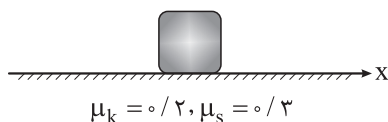
(۲)  $\vec{F} = 12\vec{i} - 60\vec{j}$

(۱)  $\vec{F} = -12\vec{i} + 60\vec{j}$

(۴)  $\vec{F} = 10\vec{i} - 60\vec{j}$

(۳)  $\vec{F} = -10\vec{i} + 60\vec{j}$

۵۵- در شکل زیر، جسمی به جرم ۴ kg روی سطح افقی پرتاب شده است. از لحظه‌ای که سرعت جسم به  $\vec{v} = (6 \text{ m/s})\vec{i}$  می‌رسد، نیروی ثابت  $\vec{F} = (-16 \text{ N})\vec{i}$  به جسم وارد می‌شود. از این لحظه تا ۵ s پس از آن، جابه‌جایی جسم بر حسب متر کدام است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



(۲)  $19\vec{i}$

(۱)  $13\vec{i}$

(۴)  $-19\vec{i}$

(۳)  $-13\vec{i}$

۵۶- اگر انرژی جنبشی گلوله‌ای به جرم ۸ g برابر با ۹۰ J باشد، اندازه تکانه آن در SI چند واحد است؟

(۴) ۱۴۴

(۳) ۱۲

(۲) ۱/۴۴

(۱) ۱/۲

۵۷- در یک آزمون تصادف، خودرویی به جرم ۱۲۰۰ kg روی یک سطح افقی با تندی ۵۴ km/h به مانعی برخورد کرده و با تندی ۹ km/h برمی‌گردد. اگر این برخورد ۰/۲ s طول بکشد، در این مدت، به ترتیب، اندازه تغییر تکانه خودرو و اندازه نیروی خالص وارد بر آن در SI کدام است؟

(۲)  $2/1 \times 10^4$ ،  $1/05 \times 10^4$

(۱)  $2/1 \times 10^4$ ،  $1/05 \times 10^5$

(۴)  $1/5 \times 10^4$ ،  $7/5 \times 10^4$

(۳)  $1/5 \times 10^4$ ،  $7/5 \times 10^5$

۵۸- شخصی به جرم ۶۰ kg در یک آسانسور روی یک ترازو قرار دارد. آسانسور با شتاب ثابت به سمت پایین در حال حرکت است. اگر در مدت ۵ s اندازه تکانه شخص  $600 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$  افزایش یابد، عددی که ترازو نشان می‌دهد، چند نیوتون

است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

(۴) ۷۲۰

(۳) ۶۶۰

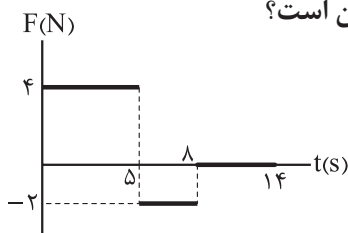
(۲) ۵۴۰

(۱) ۴۸۰

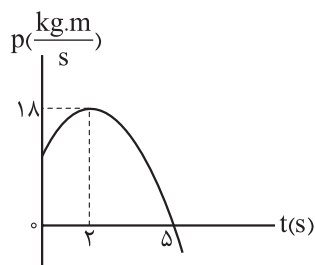
محل انجام محاسبات



۵۹- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی که در راستای محور  $x$  حرکت می کند، بر حسب زمان به شکل زیر است. اندازه نیروی خالص متوسط وارد بر این جسم در بازه زمانی  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 10s$  چند نیوتون است؟



- ۰/۷۵ (۱)
- ۱ (۲)
- ۱/۴ (۳)
- ۳/۲۵ (۴)



۶۰- مطابق شکل نمودار تکانه - زمان جسمی که در راستای محور  $x$  حرکت می کند، به صورت بخشی از یک سهمی است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم از مبدأ زمان تا لحظه ای که جهت حرکت آن تغییر می کند، در SI کدام است؟

- $1/6 \vec{i}$  (۱)
- $-1/6 \vec{i}$  (۲)
- $2 \vec{i}$  (۳)
- $-2 \vec{i}$  (۴)

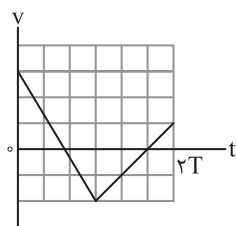
فیزیک (۱): صفحه های ۵۳ تا ۱۰۳

۶۱- جسمی به جرم  $5 \text{ kg}$  روی سطح افقی به ضریب اصطکاک ایستایی  $0/5$  و ضریب اصطکاک جنبشی  $0/4$  ابتدا در حال سکون قرار دارد. در مبدأ زمان، به جسم نیروی ثابت و افقی  $F = 30 \text{ N}$  وارد می شود. کار انجام شده توسط این نیرو در ۴ ثانیه اول چند ژول است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

- ۱۶۰ (۱)
- ۳۲۰ (۲)
- ۴۸۰ (۳)
- صفر (۴)

۶۲- جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  از نقطه  $A$  به نقطه  $B$  و سپس از نقطه  $B$  به نقطه  $C$  منتقل می شود. کار نیروی وزن روی جسم در مسیر  $AB$  برابر  $20 \text{ J}$  و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم در مسیر  $BC$  برابر با  $-10 \text{ J}$  است. اگر ارتفاع دو نقطه  $A$  و  $C$  نسبت به سطح مبدأ به ترتیب  $h_1$  و  $h_2$  باشد،  $h_2 - h_1$  کدام است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

- $1/5$  (۱)
- $-1/5$  (۲)
- $0/5$  (۳)
- $-0/5$  (۴)



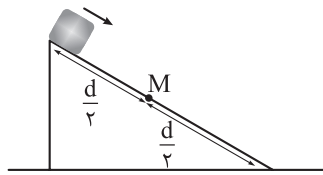
۶۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور  $x$  حرکت می کند، به شکل مقابل است. کار کل انجام شده روی جسم در  $T$  ثانیه اول چند برابر کار کل انجام شده روی آن در  $T$  ثانیه دوم است؟

- $5/3$  (۱)
- $3/5$  (۲)
- $13/5$  (۳)
- $5/13$  (۴)

محل انجام محاسبات

۶۴- از ارتفاع ۲۰ متری از سطح زمین گلوله‌ای با تندی  $30 \text{ m/s}$  پرتاب می‌شود. در فاصله چندمتری از سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله نسبت به انرژی جنبشی اولیه آن ۳۰ درصد افزایش می‌یابد؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$  و نیروی مقاومت هوا ناچیز است).

- ۶/۵ (۱)      ۷/۵ (۲)      ۱۲/۵ (۳)      ۱۳/۵ (۴)

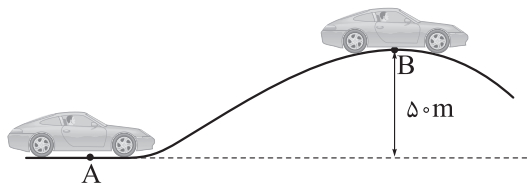


۶۵- در شکل روبه‌رو، جسمی از بالای سطح شیب‌دار، با تندی  $2 \text{ m/s}$  به سمت پایین پرتاب می‌شود. اگر تندی جسم در پایین سطح شیب‌دار به  $4 \text{ m/s}$  برسد، تندی آن هنگام عبور از وسط سطح شیب‌دار (نقطه M) چند متر بر ثانیه است؟ (اندازه نیروی اصطکاک وارد بر گلوله در طی حرکت آن ثابت است.)

- ۳ (۱)       $\sqrt{5}$  (۲)       $2\sqrt{3}$  (۳)       $\sqrt{10}$  (۴)

۶۶- توان ورودی پمپ آبی  $4 \text{ kW}$  است. این پمپ در هر ساعت  $18 \times 10^3 \text{ L}$  آب را با تندی ثابت از عمق ۲۲ متری سطح زمین به ارتفاع ۲۸ متری بالای سطح زمین منتقل می‌کند؛ بازده این پمپ چند درصد است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$  و چگالی آب  $1 \text{ g/cm}^3$  است.)

- ۲۰ (۱)      ۳۷/۵ (۲)      ۶۲/۵ (۳)      ۸۰ (۴)



۶۷- در شکل مقابل، خودرویی به جرم  $750 \text{ kg}$  از نقطه A با تندی  $54 \text{ km/h}$  عبور کرده و پس از یک دقیقه با تندی  $84 \text{ km/h}$  از بالای تپه (نقطه B) می‌گذرد. در این حرکت، توان متوسط خودرو حداقل چند اسب‌بخار است؟ ( $1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$  و  $g = 10 \text{ N/kg}$ )

- ۱۰ (۱)      ۲۰ (۲)      ۱۰۰ (۳)      ۲۰۰ (۴)

۶۸- بازده یک نیروگاه سوخت فسیلی ۴۰ درصد و بازده خطوط انتقال توان الکتریکی از این نیروگاه به یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ وات، ۹۰ درصد و بازده این لامپ رشته‌ای ۵ درصد است. برای این که لامپ به مدت ۱۸۰ ساعت روشن بماند، در نیروگاه چند کیلوگرم سوخت مصرف می‌شود؟ (انرژی نهفته در هر گرم سوخت،  $45 \text{ kJ}$  است.)

- ۰/۴ (۱)      ۴ (۲)      ۰/۸ (۳)      ۸ (۴)

۶۹- طول میله فلزی A در دمای  $30^\circ \text{C}$  به اندازه  $30 \text{ cm}$  و در دمای  $50^\circ \text{C}$  به اندازه  $29/94 \text{ cm}$  از طول میله فلزی B بلندتر است. طول میله فلزی B در دمای صفر درجه سلسیوس چند سانتی‌متر است؟ (ضریب انبساط طولی دو میله A و B در SI به ترتیب  $1/2 \times 10^{-5}$  و  $2 \times 10^{-5}$  است.)

- ۱۷۰ (۱)      ۲۲۵ (۲)      ۱۴۵ (۳)      ۱۹۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۷۰- ضریب انبساط طولی فلزی  $K^{-1} \times 10^{-5} \times 2$  است. اگر دمای قطعه‌ای از این فلز  $54^\circ F$  افزایش یابد، چگالی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱)  $18/0$ ، کاهش می‌یابد.  
 (۲)  $18/0$ ، افزایش می‌یابد.  
 (۳)  $06/0$ ، کاهش می‌یابد.  
 (۴)  $06/0$ ، افزایش می‌یابد.

۷۱- مقداری بنزین در مخزنی استوانه‌ای به ارتفاع  $5/10$  m ریخته شده است. در دمای  $8^\circ C$  - فاصله بین سطح بنزین تا سقف مخزن  $50$  cm است. اگر از انبساط ظرف در اثر افزایش دما چشم‌پوشی شود، در دمای چند درجه سلسیوس بنزین از مخزن سرریز می‌شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین  $10^{-3} K^{-1}$  است.)

- (۱) ۵۸ (۲) ۴۲ (۳) ۴۸ (۴) ۵۰

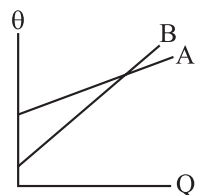
۷۲- اگر دمای آب به تدریج از  $35^\circ F$  به  $45^\circ F$  برسد، چگالی آن چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.  
 (۲) به طور پیوسته افزایش می‌یابد.  
 (۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.  
 (۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۷۳- ظرفی به گنجایش  $2$  L و ظرفیت گرمایی  $1200$  J / K پر از مایعی به چگالی  $8$  g /  $cm^3$  و گرمای ویژه  $500 \frac{J}{kg \cdot K}$  است. اگر این مجموعه با آهنگ ثابت  $50$  kJ / min گرما دریافت کند، پس از چند ثانیه دمای آن  $30^\circ C$  افزایش می‌یابد؟ (تغییر حالت رخ نمی‌دهد.)

- (۱) ۷۲۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۷۲ (۴) ۸۰

۷۴- نمودار دمای دو جسم A و B بر حسب گرمای دریافتی آن‌ها به شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟



- (الف) گرمای ویژه جسم A بیشتر از گرمای ویژه جسم B است.  
 (ب) گرمای ویژه جسم A کم‌تر از گرمای ویژه جسم B است.  
 (پ) ظرفیت گرمایی جسم A بیشتر از ظرفیت گرمایی جسم B است.  
 (ت) ظرفیت گرمایی جسم A کم‌تر از ظرفیت گرمایی جسم B است.  
 (۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) فقط پ (۴) فقط ت

۷۵- دمای جسم A با دریافت گرمایی به اندازه Q،  $30^\circ C$  و دمای جسم B با دریافت گرمایی به اندازه  $2Q$ ،  $40^\circ C$  افزایش می‌یابد. اگر مجموعه دو جسم A و B، گرمایی به اندازه  $3Q$  دریافت کنند، دمای آن‌ها چند درجه سلسیوس تغییر می‌کند؟ (تغییر حالت رخ نمی‌دهد.)

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

محل انجام محاسبات



شیمی دوازدهم: صفحه‌های ۱۶ تا ۴۴

۷۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- جیوه و گرافیت دو نمونه از رساناهای الکترونی هستند.
- رسانایی الکتریکی محلول ۰/۰۵ مولار سدیم کلرید در آب، کم‌تر از محلول ۰/۱ مولار آن در آب است.
- محلول آمونیاک در آب مانند محلول اتانول در آب، فاقد رسانایی الکتریکی است.
- همه محلول‌های یونی مانند محلول سدیم هیدروکسید در آب، رسانایی الکتریکی بالایی دارند.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

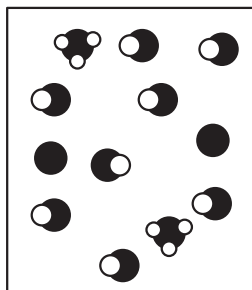
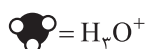
۷۷- در کدام گزینه، مقایسه قدرت اسیدها درست است و نام اسید قوی‌تر به درستی آمده است؟



۷۸- با توجه به شکل زیر که قسمتی از محلول اسید  $\text{HX}$  را نشان می‌دهد، درجه یونش اسید کدام است و در ۱۰۰

میلی‌لیتر از محلول ۰/۰۱ مولار این اسید، غلظت مولی یون هیدروکسید، چند برابر غلظت مولی یون هیدرونیوم است؟

(دما را  $25^\circ\text{C}$  در نظر بگیرید.)



(۱)  $2/5 \times 10^{-9} - 0/2$

(۲)  $3/6 \times 10^{-9} - 0/2$

(۳)  $2/5 \times 10^{-9} - 0/25$

(۴)  $3/6 \times 10^{-9} - 0/25$

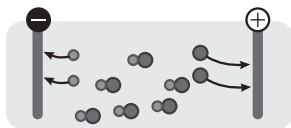
۷۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- اسیدها و بازها با ثابت یونش کوچک، الکترولیت ضعیف به شمار می‌روند.
- واکنش‌هایی که می‌توانند در هر دو جهت رفت و برگشت انجام شوند، به یقین تعادلی هستند.
- در محلول ۰/۱ مولار نیترواسید، غلظت یون هیدرونیوم برابر  $1 \text{ mol.L}^{-1}$  است.
- بر اثر ورود منیزیم کافی به محلول‌های  $\text{HCl}$  و  $\text{HF}$  با  $\text{pH}$  و حجم یکسان، حجم گاز تولیدشده در محلول  $\text{HCl}$  بیشتر است.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۸۰- با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به دو محلول الکتروولیت (HA و HX) است، کدام مطلب نادرست است؟ (هر ذره را معادل ۰/۰۱ مول و حجم هر دو محلول را ۲۰۰ mL در نظر بگیرید.)



(ب)



(الف)

(۱) شدت روشنایی لامپ در مدار الکتریکی شکل «الف» بیشتر است.

(۲) درجه یونش اسید در شکل «الف»، چهار برابر درجه یونش اسید در شکل «ب» است.

(۳) pH محلول «ب» دو برابر pH محلول «الف» است.

(۴) A و X هر دو می‌توانند متعلق به گروه ۱۷ جدول دوره‌ای باشند.

۸۱- مقدار ثابت یونش یک اسید ضعیف تک پروتون دار برابر  $4 \times 10^{-3}$  است. اگر در محلولی از این اسید، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۰۱ مول بر لیتر باشد، در ۵۰۰ میلی‌لیتر از محلول اسید، چند میلی‌گرم از این اسید حل شده است؟ (جرم مولی اسید را  $60 \text{ g.mol}^{-1}$  در نظر بگیرید.)

۳۲/۵ (۲)

۷/۵ (۱)

۳۷/۵ (۴)

۳۵ (۳)

۸۲- pH محلول ۳۱۵ ppm نیتریک اسید با چگالی  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  کدام است؟ ( $\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

۲/۷ (۲)

۲/۳ (۱)

۳/۷ (۴)

۳/۳ (۳)

۸۳- اگر به ۱۲۵ میلی‌لیتر محلول باز ضعیف BOH ( $\alpha = 0/05$ ) با غلظت ۰/۰۸ مولار، ۳۷۵ میلی‌لیتر آب مقطر افزوده شود، pH محلول به تقریب چند واحد تغییر می‌کند؟ (دما ثابت است.)

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۱۵ (۱)

۸۴- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) یون‌های حاصل از یونش دو ماده مختلف، می‌توانند با یکدیگر واکنش داده و مولکول خنثی تولید کنند.

(ب) لوله‌بازکن‌ها، محلول‌هایی غلیظ از بازهای قوی هستند که فرآورده‌هایی محلول در آب یا گازی تولید می‌کنند.

(پ) فرآورده محلول حاصل از واکنش پاکسازی اسیدهای چرب از لوله‌ها با یک محلول بازی قوی، خود نوعی پاک‌کننده است.

(ت) همه داروهای ضداسید، به صورت سوسپانسیون مصرف می‌شوند.

پ - الف (۴)

پ - ت (۳)

ب - ت (۲)

الف - ب (۱)

۸۵- یک کارشناس شیمی، pH دو محلول (۱ و ۲) با حجم ۲۵۰ میلی لیتر را پس از افزودن نمونه‌هایی به جرم ۱/۶۲ گرم از اسید و باز به آب، اندازه‌گیری کرده است. pH محلول بازی، چند واحد از pH محلول اسیدی بیشتر است؟  
(O = ۱۶, N = ۱۴, Li = ۷, H = ۱: g.mol<sup>-1</sup>; log ۲ = ۰/۳, log ۳ = ۰/۴۸)



(۱)  $\xleftarrow{1/62\text{g } N_2O_5}$  آب خالص  $\xrightarrow{1/62\text{g } LiOH}$  (۲)

۱۲/۰۸ (۲)

۱۱/۸۸ (۱)

۱۲/۵۲ (۴)

۱۲/۲۲ (۳)

۸۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- الکتروشیمی، شاخه‌ای از شیمی است که نقش بسزایی در تأمین انرژی و بهبود خواص مواد دارد.
- باتری یکی از فرآورده‌های مهم صنعتی است که در صورت لزوم با انجام واکنش‌های شیمیایی، الکتروسیته تولید می‌کند.
- دو رکن اساسی تحقق فناوری‌های مرتبط به الکتروشیمی، دستیابی به مواد مناسب و تأمین انرژی است.
- تولید مواد، از جمله قلمروهای الکتروشیمی است که می‌توان برقکافت را جزء این قلمرو در نظر گرفت.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۷- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اگر در واکنشی بار الکتریکی یک گونه مثبت‌تر شود، آن گونه اکسایش یافته است.
- (۲) در نیم‌واکنش اکسایش، الکترون در سمت گونه با بار مثبت بیشتر، نوشته می‌شود.
- (۳) اغلب در واکنش فلزها با نافلزها، فلز یک یا چند الکترون خود را به نافلز می‌دهد؛ از این‌رو در این‌گونه واکنش‌ها، فلز، کاهنده و نافلز، اکسنده است.
- (۴) در موازنه نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش، کافی است فقط بارهای الکتریکی در دو طرف معادله با هم برابر باشند.

۸۸- در واکنش فلز آلومینیم با محلول مس (II) سولفات، پس از خورده شدن ۷۲ درصد از تیغه آلومینیمی، جرم تیغه به ۱۴/۲ گرم می‌رسد. با فرض این‌که همه فلز مس تولیدشده، روی تیغه رسوب کرده باشد، جرم اولیه تیغه چند گرم بوده و در این فرایند چند مول الکترون بین کاهنده و اکسنده مبادله شده است؟ (Al = ۲۷, Cu = ۶۴: g.mol<sup>-1</sup>)

۰/۱۵ - ۵ (۲)

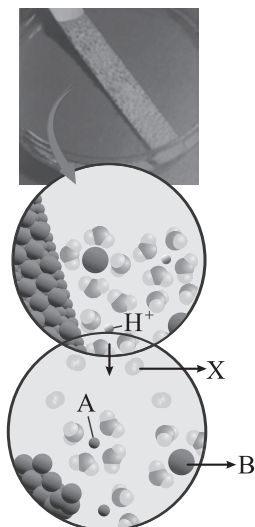
۰/۴ - ۵ (۱)

۰/۱۵ - ۴ (۴)

۰/۴ - ۴ (۳)

محل انجام محاسبات

۸۹- با توجه به شکل زیر که واکنش فلز دوظرفیتی M با هیدروکلریک اسید را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- گونه‌های A و B به ترتیب یون‌های  $Cl^-$  و  $M^{2+}$  هستند.
- با انجام واکنش، شعاع فلز و pH محلول کاهش می‌یابد.
- یون هیدرونیوم در این واکنش، نقش اکسنده را ایفا کرده و به گونه X تبدیل می‌شود.
- در بازه زمانی معین، مقدار تغییر غلظت یون  $M^{2+}$ ، دو برابر یون  $H^+$  است.
- با انجام واکنش، غلظت مولی یون کلرید در محلول به تقریب ثابت باقی می‌ماند.

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۹۰- تیغه‌هایی از جنس فلزهای A، B، C و D را به طور جداگانه در محلول مس (II) سولفات وارد می‌کنیم. با توجه به جدول زیر، کدام مطلب درست است؟ (دمای اولیه محلول را  $20^\circ C$  و گرمای ویژه آن را  $4 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$  در نظر بگیرید).

D	C	B	A	فلز
۲۲	۲۰	۲۷	۲۴	دمای نهایی محلول ( $^\circ C$ )

- (۱) قدرت کاهندگی فلز B بیشتر از فلز A و قدرت اکسندگی فلز C بیشتر از فلز D است.
- (۲) اگر فلز A، آهن باشد، فلزهای D و B به ترتیب می‌توانند روی و منیزیم باشند.
- (۳) اگر جرم محلول  $200$  گرم باشد، مقدار گرمای مبادله شده در اثر ورود A به محلول، معادل  $3/2$  kJ است.
- (۴) C می‌تواند سومین فلز دوره سوم جدول دوره‌ای باشد.

شیمی دهم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۸

۹۱- کدام موارد زیر، درست است؟

- (الف) جرم کل آب‌های روی کره زمین، در حدود  $30$  برابر جرم کل نمک‌ها در آب اقیانوس‌ها و دریاها است.
- (ب) در حدود  $97/2$  درصد از آب‌های موجود در سطح زمین، شور هستند و حدود  $77$  درصد آب‌های شیرین، در حال حاضر یخ زده‌اند.
- (پ) با توجه به این که بیش از  $90$  درصد سطح زمین را آب پوشانده است، زمین در فضا به رنگ آبی دیده می‌شود.
- (ت) زیست‌کره شامل جانداران روی کره زمین است و در واکنش‌های آن، مولکول‌های کوچک، نقش اساسی ایفا می‌کنند.

(۲) الف - ب

(۱) الف - پ

(۴) ب - ت

(۳) ب - پ

محل انجام محاسبات





۹۵- کدام موارد زیر درست است؟

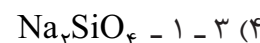
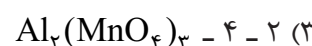
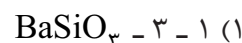
- (الف) سرم فیزیولوژی، ضدیخ و گلاب مخلوط‌هایی همگن از چند ماده آلی در آب هستند.  
 (ب) خواص محلول‌ها تنها به خواص حل‌شونده و مقدار آن در مقدار معینی حلال یا محلول بستگی دارد.  
 (پ) در واکنش بین محلول‌های سدیم فسفات و کلسیم کلرید، به مرور نسبت شمار مول‌های آنیون تک‌اتمی به شمار مول‌های آنیون چنداتمی محلول در آب، افزایش می‌یابد.  
 (ت) شمار یون‌هایی که از انحلال هر واحد پتاسیم سولفات و آهن (II) نیترات در آب تولید می‌شود، با هم برابر است.
- (۱) الف - پ  
 (۲) ب - ت  
 (۳) پ - ت  
 (۴) ب - پ

۹۶- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر، به کدام صورت است؟

- (الف) مجموع شمار اتم‌های اکسیژن در فرمول شیمیایی یون‌های هیدروکسید، نیترات و سولفات برابر ۹ است.  
 (ب) بار یون چنداتمی فسفات، ۳- است که متعلق به اتم فسفر می‌باشد.  
 (پ) مدل فضاپرکن یون‌های آمونیوم و سولفات به هم شبیه است.  
 (ت) در ساختار لوویس یون‌های نیترات و کربنات، پیوند دوگانه وجود دارد.
- (۱) درست - درست - نادرست - درست  
 (۲) نادرست - درست - نادرست - نادرست  
 (۳) نادرست - نادرست - درست - درست  
 (۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

۹۷- با توجه به جدول زیر، کدام گزینه، عبارت «فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از آنیون ترکیب ردیف ..... با کاتیون ترکیب ردیف ..... به صورت ..... است.» را به درستی کامل نمی‌کند؟

ردیف	فرمول شیمیایی
۱	$\text{Na}_2\text{SiO}_3$
۲	$\text{CaMnO}_4$
۳	$\text{Ba}_2\text{SiO}_4$
۴	$\text{Al}_2\text{Se}_3$



۹۸- اگر شمار اتم‌های هیدروژن موجود در نمونه‌ای از آمونیوم فسفات با شمار کاتیون‌ها در ۵۰ گرم سدیم فسفید برابر باشد، در نمونه آمونیوم فسفات چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟ ( $\text{Na} = 23, \text{P} = 31: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۴)  $1/204 \times 10^{24}$

(۳)  $6/02 \times 10^{23}$

(۲)  $6/02 \times 10^{22}$

(۱)  $1/204 \times 10^{23}$

۹۹- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟ ( $H = 1, O = 16, Cl = 35.5, Ca = 40 : g.mol^{-1}$ )

- غلظت یک محلول بر حسب ppm را می توان از تقسیم جرم حل شونده بر حسب میلی گرم به جرم محلول بر حسب کیلوگرم به دست آورد.
- با افزودن آب به محلول یک نمک، درصد جرمی حلال افزایش می یابد، اما درصد جرمی حل شونده تغییری نمی کند.
- غلظت محلول ۲۰ ppm یک نمک در آب، ۰/۰۲ درصد جرمی است.
- در محلول ۲۵ درصد جرمی کلسیم کلرید در آب، به ازای هر مول حل شونده، ۱۸/۵ مول آب وجود دارد.

۴ (۱) ۳ (۲)

۲ (۳) ۱ (۴)

۱۰۰- دانش آموزی ۵/۵ گرم مس (II) سولفات را در ۹۹/۵ گرم آب حل کرده و سپس ۵ گرم از محلول به دست آمده را برداشته و به آن ۹۹۵ گرم آب اضافه می کند؛ کدام مطلب درست است؟ ( $H = 1, O = 16, S = 32, Cu = 64 : g.mol^{-1}$ )

(۱) محلول اولیه، سبزرنگ است و در آن به تقریب ۵/۵ مول آب وجود دارد.

(۲) طی این فرایند، غلظت محلول بر حسب ppm، ۴۷۷۵ واحد کاهش یافته است.

(۳) درصد جرمی محلول نهایی، برابر ۰/۰۲۵ است.

(۴) در ۶۴۰ گرم از محلول نهایی، ۰/۱ میلی مول حل شونده وجود دارد.

۱۰۱- در ۲۵۰ گرم از محلول نیتراتی از آهن، ۰/۳۶ گرم نمک وجود دارد. اگر غلظت یون نیترات در این محلول برابر ۹۹۲ ppm باشد، نام نمک مورد نظر کدام است و در هر گرم از این محلول، چه تعداد یون آهن وجود دارد؟

( $Fe = 56, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$ )

(۱) آهن (II) نیترات،  $1/204 \times 10^{21}$

(۲) آهن (III) نیترات،  $1/204 \times 10^{21}$

(۳) آهن (II) نیترات،  $4/816 \times 10^{18}$

(۴) آهن (III) نیترات،  $4/816 \times 10^{18}$

۱۰۲- چند میلی لیتر کربن تتراکلرید خالص به ۵۰ گرم محلول ۲ درصد جرمی ید ( $I_2$ ) در کربن تتراکلرید اضافه شود تا

غلظت ید در محلول به ۸۰۰ ppm برسد؟ (چگالی کربن تتراکلرید را  $1/6 g.mL^{-1}$  در نظر بگیرید.)

(۱) ۷۸۵ (۲) ۷۵۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) ۱۲۵۰

۱۰۳- در ۲۰ کیلوگرم محلول سدیم هیدروکسید با غلظت ۸۰۰ ppm، چند مول NaOH وجود دارد و این محلول در واکنش

با مقدار کافی آلومینیم، چند لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP تولید می کند؟ ( $Na = 23, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$ )

(معادله واکنش موازنه شود.)  $Al(s) + NaOH(s) + H_2O(l) \rightarrow NaAl(OH)_4(aq) + H_2(g)$

(۱)  $17/92 - 0/2$  (۲)  $17/92 - 0/4$

(۳)  $13/44 - 0/2$  (۴)  $13/44 - 0/4$



۱۰۴- کدام مورد درباره فلز منیزیم، نادرست است؟

- (۱) در تهیه آلیاژها و شربت معده کاربرد دارد.
- (۲) یکی از منابع تهیه آن، آب دریاست که به شکل  $Mg^{2+}(aq)$  در آن وجود دارد.
- (۳) تهیه آن از آب دریا، دارای مراحل فیزیکی و شیمیایی است.
- (۴) برای تهیه آن می توان جریان برق را از محلول منیزیم کلرید عبور داد.

۱۰۵- در ۴۰۰ میلی لیتر از محلول سدیم سولفات، تفاوت جرم یون های سدیم و سولفات برابر ۴ گرم است. اگر به این محلول ۲۰۰ گرم آب اضافه کنیم، درصد جرمی یون سولفات در محلول نهایی کدام مقدار خواهد بود؟ (چگالی محلول

سدیم سولفات را  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  در نظر بگیرید؛  $(S = ۳۲, Na = ۲۳, O = ۱۶ : \text{g.mol}^{-1})$

$$1/۹۲ \quad (۲) \qquad 1/۲۸ \quad (۱)$$

$$۳/۸۴ \quad (۴) \qquad ۲/۵۶ \quad (۳)$$

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درس نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید. برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: [azmoon.kheilisabz.com](http://azmoon.kheilisabz.com) شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی های آزمون های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha\_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون‌ها آزماینتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزماینتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



حلقه  
سنجی





ویژه  
کنکوری های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۹/۱۰

دفترچه  
پاسخ  
آزمون ششم  
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی  
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	فرزاد زمانی نژاد - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن محمدکریمی - محسن میراسلامی
فیزیک	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدرضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - محمدجواد سورچی - نوید شاهی - علیرضا عبداللهی - علیرضا علینقی - حمید فدائی فرد
شیمی	اسلام آبروشن - مهدی براتی - پیمان خواجهی مجد - یاسر راش - یاسر عبداللهی - سیدعلی ناظمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محمد حسین رحیمی	ماهان فنی فر - کسری منتظری - ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	محمد حسین رحیمی	مهدی خوش نویس - ماهان فنی فر
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	کیوان صارمی	محمدرضا حسینی فرد	زهرا جالینوسی - محمد حسین رحیمی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - محمدجواد سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جباری	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - مهدی خوش نویس - محمدرضا فضلی
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	علی طهانی	محمد مرادی	سیدعلی حسین زاده - احسان رحیمی - آران سخایی - حسین شکوه - فاطمه صیقلی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور





حسابان (۲): صفحه‌های ۲۳ تا ۳۴

### تست و پاسخ ۱

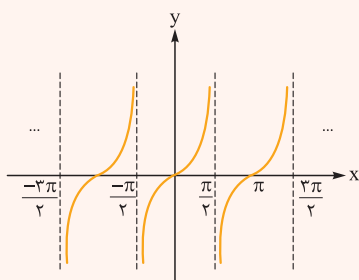
تابع  $f(x) = \tan \frac{\pi}{3} x$  در بازه  $(\frac{a}{3}, \frac{21}{3})$  اکیداً صعودی است. حداقل مقدار  $a$  کدام است؟

- ۹ (۱)  
۱۵ (۲)  
۱۳ (۳)  
۱۱ (۴)

### پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** اولین چیزی که در نمودارهای مثلثاتی باید بلد باشید، فرمول  $\max, \min$  و  $T$  است.

**خودت حل کنی بهتره** نمودار تابع  $f$  را رسم کنید.



**درس نامه** نمودار تابع  $y = \tan x$

نمودار تابع  $y = \tan x$  به صورت مقابل است:

با توجه به نمودار نکات زیر به دست می‌آید:

(۱) تابع در بازه‌های  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  و  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  و  $(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$  و ... اکیداً صعودی است.

(۲) دوره تناوب تابع  $T = \pi$  است.

(۳) دوره تناوب تابع  $y = a \tan(bx + c)$  به صورت  $T = \frac{\pi}{|b|}$  است. اگر  $ab > 0$ ، تابع در یک بازه تناوب اکیداً صعودی و اگر  $ab < 0$ ، تابع در یک بازه تناوب اکیداً نزولی می‌شود.

**پاسخ تشریحی** گام اول: مقدار  $x = \frac{21}{3}$  را در تابع  $f$  جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f\left(\frac{21}{3}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{3} \times \frac{21}{3}\right) = \tan\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{6\pi + \pi}{3}\right) = \tan\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3} = +\infty$$

پس مقدار  $x = \frac{21}{3}$ ، انتهای یک بازه تناوب را نشان می‌دهد.

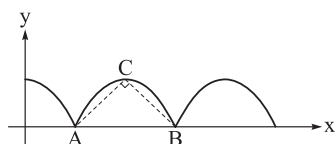
گام دوم: از طرفی دوره تناوب تابع  $f$ ، برابر با  $T = \frac{\pi}{|\frac{\pi}{3}|} = 3$  است. برای این که  $a$ ، حداقل مقدار خود را داشته باشد، باید بازه  $(\frac{a}{3}, \frac{21}{3})$ ، یک بازه تناوب باشد؛ پس:

$$T = \frac{21}{3} - \frac{a}{3} = 3 \Rightarrow 21 - a = 6 \Rightarrow a = 15$$

### تست و پاسخ ۲

بخشی از نمودار  $y = k |\cos x|$  رسم شده است. اگر مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه باشد،  $k$  کدام است؟

- ۲ (۱)  
 $\frac{\pi}{2}$  (۲)  
۴ (۴)  
 $\pi$  (۳)

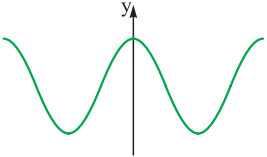
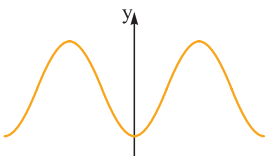
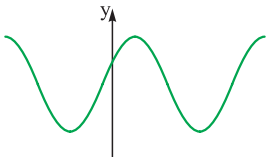
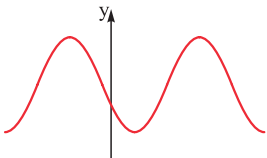
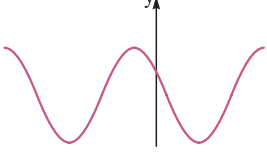
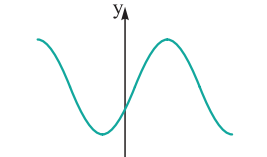


### پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** حتماً از نمودارهای مثلثاتی در کنکور سؤال می‌آید که معمولاً سخت هم نیست. حتماً روی نکات رسم مسلط باشید.



## درس نامه ۱. بررسی نمودارهای توابع کسینوسی

ردیف	ضابطه	شرط	نمودار با شروع از محور yها	وضعیت شروع از محور yها	توضیح
۱	$y = a \cos(bx) + c$	$a > 0$		نزولی	علامت b مهم نیست.
		$a < 0$		صعودی	
۳	$y = a \cos(bx - k)$	$a > 0$		صعودی	تابع کسینوسی به اندازه زاویه حاده k انتقال به راست پیدا کرده است.
		$a < 0$		نزولی	
۵	$y = a \cos(bx + k)$	$a > 0$		نزولی	تابع کسینوسی به اندازه زاویه حاده k انتقال به چپ پیدا کرده است.
		$a < 0$		صعودی	
۲					
۴					
۶					

درس نامه ۲. چند نکته در مورد دو تابع  $y = a \cos(bx + c) + d$  و  $y = a \sin(bx + c) + d$ 

**نکات ۱** برای رسم این دو تابع، به ترتیب مراحل زیر را طی می‌کنیم:

(۱) تابع به اندازه  $c$  انتقال افقی پیدا می‌کند.

(۲) طول نقاط بر  $b$  تقسیم می‌شود.

(۳) عرض نقاط در  $a$  ضرب می‌شود.

(۴) عرض نقاط با  $d$  جمع می‌شود.

**نکات ۲** دوره تناوب هر دو تابع  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است؛ یعنی نمودار تابع در این فاصله تکرار می‌شود. هم‌چنین فاصله دو نقطه متوالی  $\min$  و  $\max$

از هم برابر  $T$  و فاصله یک  $\max$  و یک  $\min$  از هم برابر  $\frac{T}{2}$  است.



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



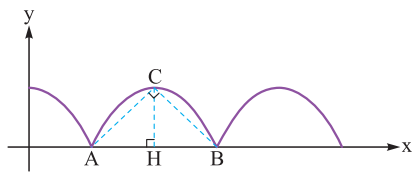
**پاسخ تشریحی گام اول:** نکته دوره تناوب توابع  $y = a |\cos bx|$  و  $y = a |\sin bx|$  برابر با  $T = \frac{\pi}{|b|}$  است.

پس طبق نکته فوق طول پاره خط  $AB$  که برابر با یک دوره تناوب تابع  $y = k |\cos x|$  است برابر با  $AB = \pi$  است.

گام دوم: نقطه  $C$ ، روی  $\max$  نمودار تابع  $y$  قرار دارد و از دو سر پاره خط  $AB$  به یک فاصله است،

پس مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. از طرفی در مثلث قائم الزویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف وتر

است و  $CH$  هم میانه و هم ارتفاع مثلث  $ABC$  است؛ بنابراین:



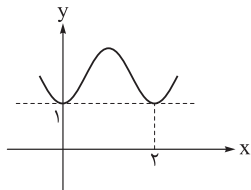
$$CH = \frac{1}{2} AB = \frac{\pi}{2} = y_C$$

گام سوم: طول نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب  $\frac{\pi}{2}$  و  $\frac{3\pi}{2}$  است و نقطه  $H$  که در وسط پاره خط  $AB$  قرار دارد، برابر با  $\pi$  است؛ در نتیجه:

$$y_C = k |\cos \pi| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow k = \frac{\pi}{2}$$

## تست و پاسخ ۳

بخشی از نمودار  $f(x) = a - \cos^2 \pi b x$  به صورت شکل زیر است. مقدار  $f(\frac{1}{3})$  چه عددی است؟



$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** از مثلثات دوازدهم معمولاً یک سؤال از میحث نمودارهای مثلثاتی در کنکور می‌آید. معمولاً یک نمودار و یک ضابطه که در آن چند مجهول وجود دارد، داده می‌شود و شما باید با توجه به  $\max$ ،  $\min$  و  $T$  و نقاط داده شده بر روی نمودار، آن‌ها را پیدا کنید. حواستان به علامت ضرب ایب عددی باشد.

**درس نامه** دوره تناوب توابع مثلثاتی به فرم  $f(x) = a + \cos^2 bx$  و  $f(x) = a - \cos^2 bx$

اگر  $a, b \neq 0$ ، آن‌گاه دوره تناوب توابع بالا، به صورت  $T = \frac{\pi}{|b|}$  است.

**پاسخ تشریحی گام اول:** از نمودار مشخص است که دوره تناوب تابع داده شده برابر با ۲ است؛ پس طبق درس نامه داریم:

$$2 = \frac{\pi}{|\pi b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

پس  $f(x) = a - \cos^2 \frac{\pi}{2} x$  است.

$$f(0) = a - \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \times 0\right) = a - \cos^2 0 = a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: نقطه  $(0, 1)$  روی نمودار تابع  $f$  قرار دارد:

پس  $f(x) = 2 - \cos^2 \frac{\pi}{2} x$  می‌باشد.

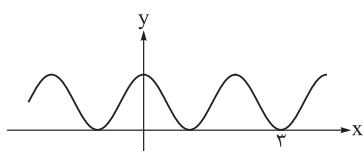
$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 2 - \cos^2 \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{3} = 2 - \cos^2 \frac{\pi}{3}$$

گام سوم: مقدار  $f\left(\frac{1}{3}\right)$  را می‌یابیم:

$$= 2 - \cos^2 \left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 - \cos^2 \left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 2 - (-\cos \frac{\pi}{3})^2 = 2 - \cos^2 \frac{\pi}{3} = 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

## تست و پاسخ ۴

بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a^2 - 2a \sin^2 \frac{\pi}{a} x$  به صورت شکل زیر است. مقدار  $a$  کدام است؟



$$2 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

$$-4 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۲



**خوبت حل کنی بهتره** از درس نامه سؤال قبل استفاده کنید و دوره تناوب تابع را تعیین کنید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: از روی نمودار، مشخص است که  $\frac{1}{5}T = 3$  است (T دوره تناوب تابع است). پس:

$$T = 2 = \frac{\pi}{|a|} \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

گام دوم: باید ببینیم که کدام مقدار a قابل قبول است. هر یک از مقادیر a را در تابع f جای گذاری می کنیم و min و max تابع را مشخص می کنیم:

$$1) a = -2: f(x) = 4 + 4 \sin^2\left(\frac{-\pi}{2}x\right) = 4 + 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

از طرفی  $0 \leq \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) \leq 1$  است؛ پس:

$$0 \leq 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) \leq 4 \Rightarrow 4 \leq 4 + 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) \leq 8 \Rightarrow 4 \leq f(x) \leq 8$$

که با شکل نمودار داده شده تطابق ندارد؛ پس  $a = -2$  قابل قبول نیست.

$$2) a = 2: f(x) = 4 - 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) \Rightarrow 0 \leq \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) \leq 1 \Rightarrow -4 \leq -4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) \leq 0$$

$$\Rightarrow 0 \leq 4 - 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) \leq 4 \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 4$$

که با شکل نمودار داده شده تطابق دارد و  $a = 2$  است.

### تست و پاسخ

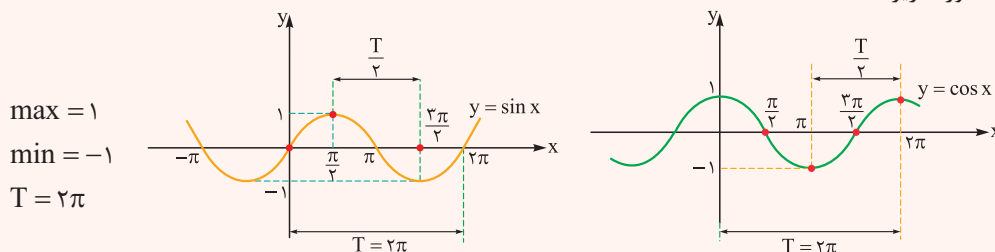
بخشی از نمودار تابع  $f(x) = 3 \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$  به کدام صورت می تواند باشد؟



**پاسخ: گزینه ۲**

### درس نامه •• نمودار توابع sinx و cosx

نمودار دو تابع مثلثاتی به صورت زیر است:



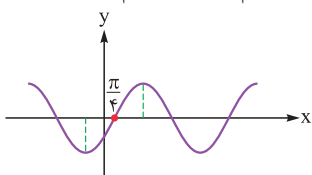
**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا ضابطه تابع f را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= 3 \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 3\left(\cos x \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \sin \frac{3\pi}{4}\right) + 2\left(\sin \frac{\pi}{4} \cos x - \cos \frac{\pi}{4} \sin x\right) \\ &= 3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x\right) + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x \quad (I) \end{aligned}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = \sin(x - \frac{\pi}{4})$$



گام دوم: عبارت (I) را به صورت زیر می‌نویسیم:

گام سوم: نمودار تابع  $f$ ، انتقال یافته  $y = \sin x$  است. به طوری که باید نمودار تابع  $y$  را  $\frac{\pi}{4}$  واحد به سمت راست انتقال دهیم: پس نمودار (۲)، جواب است.

حسابان (۱): صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲، ریاضی (۱): صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶

## تست و پاسخ ۶

دوچرخه‌سواری در یک مسیر دایره‌ای به قطر  $\frac{4}{\pi}$  متر به اندازه  $225^\circ$  دوران کرده است. دوچرخه‌سوار مسیری چندمتری را طی کرده است؟

۲۸ (۴)

۱۶ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** باید بتوانید تبدیل زوایا را از درجه به رادیان و بالعکس به راحتی و به سرعت انجام دهید.

**خودت حل کنی بهتره** اول زاویه را به رادیان تبدیل کنید و بعد از فرمول  $\ell = r\theta$  استفاده کنید.

**درس نامه** ••• تبدیل نسبت‌های مثلثاتی از درجه به رادیان و برعکس: اگر زاویه‌ای به درجه، برابر  $D$  و به رادیان برابر  $R$  باشد، برای تبدیل

این دو به یکدیگر از تناسب  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$  استفاده می‌کنیم.

**نکات** ۱) برای تبدیل سریع از رادیان به درجه، به جای  $\pi$  رادیان قرار می‌دهیم:  $180^\circ$ ، مثلاً:  $\frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{6}$  رادیان.

۲) برای تبدیل سریع از درجه به رادیان، زاویه را در  $\frac{\pi}{180^\circ}$  ضرب می‌کنیم مثلاً:  $15^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{12}$ .

**پاسخ تشریحی** گام اول: شعاع دایره را به دست می‌آوریم:

$$\text{طول قطر دایره برحسب متر} = \frac{4}{\pi} = 2r \Rightarrow r = \frac{2}{\pi} \text{ m}$$

$$\theta = 225^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{4} \text{ rad}$$

گام دوم: مقدار زاویه برحسب درجه را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\ell = r\theta = \frac{2}{\pi} \times \frac{5\pi}{4} = 2.5 \text{ m}$$

گام سوم: حالا میزان مسیر طی شده را به دست می‌آوریم:

## تست و پاسخ ۷

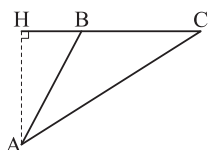
در شکل مقابل، اگر  $\cos \hat{C} = \frac{12}{13}$  و  $AH = 10$ ، مقدار  $CH$  کدام است؟

۱۸ (۲)

۲۴ (۱)

۳۶ (۴)

۳۰ (۳)



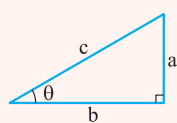
## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** کل مثلثات شامل موضوعات: ۱) تعریف نسبت‌های مثلثاتی در مثلث و مساحت مثلث ۲) دایره مثلثاتی ۳) اتحادهای مثلثاتی

۴) رادیان ۵) زوایای هم‌خانواده ۶) نمودارهای مثلثاتی ۷) روابط دو برابر کمان و ۸) معادلات مثلثاتی می‌شود. از این‌ها معمولاً ۲ یا ۳ سوال به صورت مستقیم در کنکور می‌آید.



درس نامه •• نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه



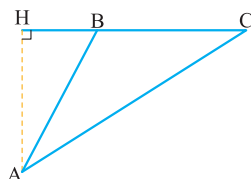
$$\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{a}{b} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{b}{a} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\tan \theta}$$

پاسخ تشریحی گام اول: از مقدار  $\cos \hat{C}$  داده شده در مثلث ACH استفاده می‌کنیم و طول اضلاع CH و AC را به صورت پارامتری به دست می‌آوریم:



$$\cos \hat{C} = \frac{CH}{AC} = \frac{12}{13} \Rightarrow CH = 12x, AC = 13x$$

گام دوم: حالا در مثلث ACH رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$AH^2 + CH^2 = AC^2 \Rightarrow 100 + (12x)^2 = (13x)^2 \Rightarrow 169x^2 - 144x^2 = 100 \Rightarrow 25x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x>0} x = 2$$

گام سوم: مقدار  $CH = 12x = 24$  می‌شود.

تست و پاسخ ۸

اگر  $\alpha$  زاویه‌ای حاده باشد و  $1 = \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha}$ ، آن‌گاه مقدار  $\sin 2\alpha$  کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{7}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3} \quad (3)$$

$$2 - \sqrt{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} - 2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره فرمول‌های دو برابر کمان را حتماً حفظ کنید.

درس نامه •• فرمول‌های دو برابر کمان

$$1) \begin{cases} \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (\text{فرمول } t \text{ سینوسی}) \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{فرمول‌های توان‌شکن (طلایی)}} \begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \\ \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \end{cases}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (\text{فرمول } t \text{ کسینوسی})$$

پاسخ تشریحی گام اول: معادله داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} = 1 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک می‌گیریم}} \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \frac{\sin \alpha \cos \alpha \neq 0}{\sin \alpha \cos \alpha} \rightarrow (\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = (\sin \alpha \cos \alpha)^2$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha = (\sin \alpha \cos \alpha)^2 \Rightarrow 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = (\sin \alpha \cos \alpha)^2 \quad (I)$$

گام دوم: در عبارت (I)، تساوی  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4} \sin 2\alpha$  را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$1 - \sin 2\alpha = \left(\frac{1}{4} \sin 2\alpha\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} \sin^2 2\alpha + \sin 2\alpha - 1 = 0$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: از تغییر متغیر  $\sin 2\alpha = t$  استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{4}t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow t^2 + 4t - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 + 16 = 32$$

$$t_1 = \frac{-4 + 4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} - 2$$

$$t_2 = \frac{-4 - 4\sqrt{2}}{2} = -2\sqrt{2} - 2$$

از آن جایی که  $-1 \leq \sin 2\alpha \leq 1$ ، مقدار  $\sin 2\alpha = 2\sqrt{2} - 2$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۹

اگر  $A = \frac{1}{\sin^2 15^\circ} + \frac{1}{\cos^2 15^\circ}$  و  $B = \tan^2 75^\circ + \cot^2 75^\circ$ ، مقدار  $A - B$  کدام است؟

- ۲ (۲) -۲ (۱)  
۴ (۴) -۴ (۳)

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره!** از تساوی  $\tan 75^\circ = \tan(90^\circ - 15^\circ) = \cot 15^\circ$  استفاده کنید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا سعی می‌کنیم زاویه‌های  $75^\circ$  را به زاویه‌های  $15^\circ$  ربط دهیم.

می‌دانیم که  $\tan 75^\circ = \cot 15^\circ$  و  $\cot 75^\circ = \tan 15^\circ$  است؛ پس برای  $B$  داریم:  $B = \tan^2 75^\circ + \cot^2 75^\circ = \cot^2 15^\circ + \tan^2 15^\circ$

گام دوم: از اتحاد  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  و  $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$  در  $B$  استفاده می‌کنیم:

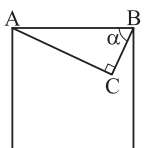
$$B = \cot^2 15^\circ + \tan^2 15^\circ = \frac{1}{\sin^2 15^\circ} - 1 + \frac{1}{\cos^2 15^\circ} - 1 = \frac{1}{\sin^2 15^\circ} + \frac{1}{\cos^2 15^\circ} - 2 \Rightarrow B = A - 2$$

گام سوم: مقدار خواسته شده برابر می‌شود با:  $A - B = A - (A - 2) = 2$

## تست و پاسخ ۱۰

اگر مساحت قسمت بزرگ‌تر ایجاد شده توسط دو پاره‌خط  $BC$  و  $AC$  در مربع شکل زیر،  $7$  برابر قسمت کوچک‌تر باشد، اندازه  $\tan \alpha$  چه

عددی است؟



$$2 + \sqrt{3} \quad (2)$$

$$4 - \sqrt{3} \quad (1)$$

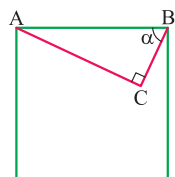
$$3 - \sqrt{2} \quad (4)$$

$$3 + 2\sqrt{2} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** گام اول: مساحت قسمت بزرگ‌تر در مربع،  $7$  برابر مساحت قسمت کوچک‌تر است؛ پس نتیجه می‌گیریم که مساحت مثلث

$ABC$ ،  $\frac{1}{8}$  برابر مساحت مربع است:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{8}(AB)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}AC \times BC = \frac{1}{8}(AB)^2 \Rightarrow AC \times BC = \frac{1}{4}(AB)^2$$

گام دوم: در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، اضلاع  $AC$  و  $BC$  را بر حسب ضلع  $AB$  می‌نویسیم:

گام سوم: حالا اضلاع  $AC$  و  $BC$  به دست آمده از گام دوم را در تساوی گام اول جای گذاری می‌کنیم:

$$(AB \sin \alpha) \times (AB \cos \alpha) = \frac{1}{4}(AB)^2 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \quad (*)$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام چهارم: در این مرحله نسبت مثلثاتی  $\sin 2\alpha$  را بر حسب  $\tan \alpha$  می‌نویسیم.

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \xrightarrow{(*)} \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\substack{\text{تغییر متغیر } \tan \alpha = t \\ \text{و طرفین وسطین}}} 4t = 1 + t^2$$

$$\Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 - 4 + 1 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 3 \Rightarrow t-2 = \pm\sqrt{3} \Rightarrow t = \tan \alpha = 2 \pm \sqrt{3}$$

با توجه به گزینه‌ها،  $\tan \alpha = 2 + \sqrt{3}$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۱۱

اگر  $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = -\frac{1}{2}$ ، مقدار  $\tan(\frac{\alpha}{2} - \frac{3\pi}{4})$  چه عددی است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad -\frac{1}{2} \quad (3) \quad -2 \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** فرمول‌های بسط سینوس و کسینوس در کتاب سال یازدهم و بسط تانژانت در کتاب سال دوازدهم مطرح شده است. این فرمول‌ها را حفظ باشید.

**خودت حل کنی بهتره** از فرمول‌های دو برابر کمان استفاده کنید و در معادله داده‌شده به جای  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  جای گذاری کنید.

**درس نامه** به دست آوردن نسبت‌های هم‌خانواده  $(\frac{3\pi}{4} \pm \theta, \frac{\pi}{4} \pm \theta, \pi \pm \theta)$

$$\sin(2k\pi \pm \theta) = \sin(\pm\theta) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(۱) از مضارب زوج  $\pi$  در کمان صرف نظر می‌کنیم؛ مثلاً:

(۲) در کمان‌های  $\pi \pm \theta$  خود نسبت را می‌نویسیم و با فرض حاده بودن  $\theta$ ، علامت نسبت را در آن ربع قرار می‌دهیم؛ مثلاً:

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

ربع سوم  
سینوس  $\ominus$

$$\tan(\frac{3\pi}{4} - \theta) = +\cot \theta \quad \text{یا} \quad \sin(\frac{\pi}{4} + \theta) = +\cos \theta$$

ربع سوم  
تانژانت  $\oplus$

ربع دوم  
سینوس  $\oplus$

(۳) در کمان‌های  $\frac{\pi}{4} \pm \theta$  یا  $\frac{3\pi}{4} \pm \theta$  نسبت مقابل (یعنی مثلاً  $\sin$  به

$\cos$  تبدیل می‌شود و  $\tan$  به  $\cot$  و برعکس.) را می‌نویسیم و با فرض

حاده بودن  $\theta$ ، علامت نسبت اول را در آن ربع قرار می‌دهیم:

**پاسخ تشریحی** گام اول: در تساوی داده‌شده، سعی می‌کنیم نسبت‌های مثلثاتی زاویه  $\alpha$  را تبدیل به نسبت‌های مثلثاتی  $\frac{\alpha}{2}$  کنیم:

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{-1}{2} \quad (*)$$

گام دوم: عبارت  $\tan(\frac{\alpha}{2} - \frac{3\pi}{4})$  را ساده می‌کنیم:

$$\tan(\frac{\alpha}{2} - \frac{3\pi}{4}) = \tan(-(\frac{3\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})) = -\tan(\frac{3\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}) = -\cot \frac{\alpha}{2} = \frac{-1}{\tan \frac{\alpha}{2}} \stackrel{(*)}{=} \frac{-1}{\frac{-1}{2}} = 2$$

## تست و پاسخ ۱۲

هرگاه  $\frac{a \sin \frac{4\pi}{3} + b \cos \frac{7\pi}{6}}{a \sin \frac{11\pi}{6} + b \cos \frac{\pi}{3}} = \tan \frac{5\pi}{6}$  برقرار باشد، مقدار  $\frac{b}{a}$  چه عددی است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad -2 \quad (3) \quad -\frac{1}{2} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** حتماً یک سؤال این تپیی در کنکور خواهید داشت. این‌که زوایا در ربع‌های دیگر را به زوایای معروف در ربع اول ارتباط داده و نسبت‌ها را به دست آورید.





## پاسخ تشریحی

گام اول: عبارت داده شده در صورت سؤال را ساده می‌کنیم:

$$\frac{a \sin\left(\frac{3\pi + \pi}{3}\right) + b \cos\left(\frac{6\pi + \pi}{6}\right)}{a \sin\left(\frac{12\pi - \pi}{6}\right) + b \cos\frac{\pi}{3}} = \tan\left(\frac{6\pi - \pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{a \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + b \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)}{a \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + b \cos\frac{\pi}{3}} = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \frac{-a \sin\frac{\pi}{3} - b \cos\frac{\pi}{6}}{-a \sin\frac{\pi}{6} + b \cos\frac{\pi}{3}} = -\tan\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{-a \times \frac{\sqrt{3}}{2} - b \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2}(a+b) = -\frac{\sqrt{3}}{6}(b-a) \quad (*)$$

$$a+b = \frac{b-a}{3} \Rightarrow 3a+3b = b-a \Rightarrow 4a = -2b \Rightarrow \frac{b}{a} = -2$$

گام سوم: معادله (\*) را ساده می‌کنیم تا نسبت  $\frac{b}{a}$  را به دست بیاوریم:

## تست و پاسخ ۱۳

اگر  $\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + \alpha\right) = \frac{2}{3}$  مقدار  $\cos\left(4\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$  چه عددی است؟

$$\frac{7}{9} \quad (4)$$

$$-\frac{7}{9} \quad (3)$$

$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{9} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره از فرمول‌های توان‌شکن (طلایی) که در درس‌نامه سؤال ۳ آمده است، استفاده کنید.

## پاسخ تشریحی

گام اول: از رابطه  $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$  استفاده می‌کنیم:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + \alpha\right) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1 - \cos\left(2\left(\frac{\pi}{8} + \alpha\right)\right)}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 - \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

گام دوم: حالا از رابطه  $\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$  استفاده می‌کنیم:

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) = \frac{1}{9} = \frac{\cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right)\right) + 1}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} + 4\alpha\right) + 1 = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \cos\left(4\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{9} - 1 = -\frac{7}{9} \xrightarrow{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = -\sin \beta} -\sin 4\alpha = -\frac{7}{9} \Rightarrow \sin 4\alpha = \frac{7}{9} \quad (*)$$

$$\cos\left(4\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(-\left(\frac{\pi}{4} - 4\alpha\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 4\alpha\right) = \sin 4\alpha \stackrel{(*)}{=} \frac{7}{9}$$

گام سوم: مقدار  $\cos\left(4\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$  را به دست می‌آوریم:

## تست و پاسخ ۱۴

در مربع مقابل، اندازه پاره خط AM چه عددی است؟

$$3\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4\sqrt{2} \quad (1)$$

$$6/25 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۳

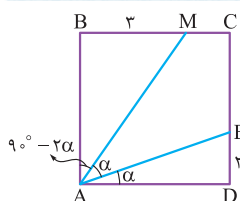
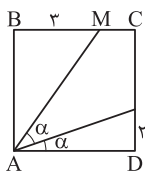
خودت حل کنی بهتره با پیدا کردن طول ضلع مربع، از رابطه فیثاغورس در مثلث ABM استفاده کنید.

## پاسخ تشریحی

گام اول: طول ضلع مربع را X فرض می‌کنیم، داریم:

$$\Delta ADE: \tan \alpha = \frac{2}{X} \quad (I)$$

$$\Delta ABM: \tan(90^\circ - 2\alpha) = \frac{3}{X} \Rightarrow \cot 2\alpha = \frac{3}{X} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{X}{3} \quad (II)$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

## ریاضیات

گام دوم: عبارت (II) را بر حسب عبارت (I) می نویسیم:

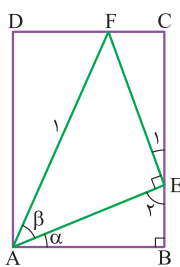
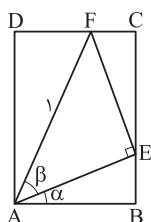
$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{2(\frac{x}{3})}{1 - (\frac{x}{3})^2} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{x^2 - 4}{x^2}} = \frac{4x^2}{x(x^2 - 4)} \quad x \neq 0$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{x^2 - 4} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x^2 - 4 = 12 \Rightarrow x^2 = 16 \xrightarrow{x > 0} x = 4$$

پس طول ضلع مربع ABCD برابر با 4 است.

گام سوم: حالا در مثلث ABM رابطه فیثاغورس را می نویسیم تا طول پاره خط AM را پیدا کنیم:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 \Rightarrow AM^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow AM = 5$$



گام اول: در مستطیل ABCD، با توجه به زوایای ایجادشده،  $\hat{E}_\gamma = 90^\circ - \alpha$  است؛ پس در نتیجه

$$\hat{E}_\delta = 180^\circ - (90^\circ + \hat{E}_\gamma) = \alpha$$

گام دوم: طول پاره خطهای CE و BE را بر حسب نسبتهای مثلثاتی زاویه  $\alpha$  به دست می آوریم:

$$\triangle ABE: \sin \alpha = \frac{BE}{AE} \Rightarrow BE = AE \sin \alpha$$

$$\triangle CEF: \cos \hat{E}_\delta = \frac{CE}{EF} \Rightarrow CE = EF \cos \alpha$$

$$\cos \beta = \frac{AE}{AF} \xrightarrow{AF=1} AE = \cos \beta$$

گام سوم: حالا باید طول پاره خطهای AE و EF را پیدا کنیم. در مثلث AEF داریم:

$$\sin \beta = \frac{EF}{AF} \xrightarrow{AF=1} EF = \sin \beta$$

گام چهارم: مقادیر به دست آمده از گام سوم را در عبارتهای گام دوم جای گذاری می کنیم:

$$\begin{cases} BE = \cos \beta \sin \alpha \\ CE = \sin \beta \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \frac{CE}{BE} = \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\cos \beta \sin \alpha} = \tan \beta \cot \alpha$$

## تست و پاسخ ۱۶

هرگاه  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$  مقدار  $\cos x + \sqrt{3} \sin x$  کدام است؟

$$\pm \frac{\sqrt{15}}{2} \quad (4)$$

$$\pm \frac{\sqrt{15}}{4} \quad (3)$$

$$\pm \frac{\sqrt{8}}{4} \quad (2)$$

$$\pm \frac{\sqrt{8}}{2} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• فرمول بسط sin و cos و نتایج آن

$$1) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \Rightarrow \sin(\alpha \pm \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha \pm \cos \alpha)$$

$$2) \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \Rightarrow \cos(\alpha \pm \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha \mp \sin \alpha)$$



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** گام اول: طرفین عبارت  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \frac{1}{4}$  را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{فرمول (۱) درس نامه}} \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}$$

گام دوم: عبارت  $\cos x + \sqrt{3} \sin x$  را  $A$  می‌نامیم، داریم:

$$\frac{A}{2} = \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \xrightarrow{\text{فرمول (۲) درس نامه}} \frac{A}{2} = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

گام سوم: از اتحاد مثلثاتی  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  استفاده می‌کنیم:

$$\sin^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{A}{2}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{A^2}{4} = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \Rightarrow A^2 = \frac{15}{4} \Rightarrow A = \pm \frac{\sqrt{15}}{2}$$

## تست و پاسخ ۱۷

هرگاه  $f(x) = \sin 3x$ ، مقدار عددی عبارت  $y = f(x)f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{36}$  چه عددی است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       (۲)  $\sqrt{3}$       (۳)  $\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{1}{2}$

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** یک سوال نسبتاً ساده برای به دست آوردن نسبت‌های هم‌خانواده و استفاده از فرمول‌های دو برابر کمان.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا تابع  $y$  را با جای‌گذاری  $f(x)$  تشکیل می‌دهیم:

$$y = f(x)f\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 3x \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 3x \sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin 3x \cos 3x = \frac{1}{2} \sin 6x$$

گام دوم: حالا مقدار  $x = \frac{\pi}{36}$  را در  $y$  جای‌گذاری می‌کنیم:

$$y = \frac{1}{2} \sin\left(6 \times \frac{\pi}{36}\right) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

## تست و پاسخ ۱۸

اگر  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{3}$  و  $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ ، مقدار  $\cos 2x$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{\sqrt{63}}{9}$       (۲)  $-\frac{\sqrt{56}}{9}$       (۳)  $\frac{\sqrt{48}}{9}$       (۴)  $\frac{\sqrt{56}}{9}$

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا عبارت  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{3}$  را باز می‌کنیم:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = \frac{-\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \sin x + \cos x = \frac{-2}{3} \quad (I)$$

گام دوم: طرفین عبارت (I) را به توان ۲ می‌رسانیم تا بتوانیم مقدار  $\sin 2x$  را پیدا کنیم:

$$(\sin x + \cos x)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\sin 2x} = \frac{4}{9} \Rightarrow \sin 2x = \frac{-5}{9}$$

گام سوم: حالا از اتحاد  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  استفاده می‌کنیم:

$$\cos^2 2x = 1 - \sin^2 2x = 1 - \frac{25}{81} = \frac{56}{81} \Rightarrow \cos 2x = \pm \frac{\sqrt{56}}{9}$$

گام چهارم: از آنجایی که  $\frac{3\pi}{4} < x < \pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2} < 2x < 2\pi$  است، پس انتهای کمان زاویه  $2x$  در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی قرار دارد و در این ناحیه، مقدار  $\cos$  مثبت است؛ پس  $\cos 2x = \frac{\sqrt{56}}{9}$  می‌شود.



ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۱۸ تا ۳۰

### تست و پاسخ ۱۹

چند مورد از همنهشتی‌های زیر درست هستند؟ ( $a \neq b$ )

الف)  $25! \equiv 34 \pmod{17}$

ب)  $3^{1402} \equiv 17 \pmod{17}$

پ)  $19 \times 20 \times 21 \equiv 1 \pmod{6}$

ت)  $a^{a-b} \equiv b^a \pmod{3}$

### پاسخ: گزینه ۲

مشاوره هر سال در کنکور سراسری حداقل دو سؤال داریم که به طور مستقیم یا غیر مستقیم با استفاده از قوانین همنهشتی حل می‌شوند.

### درس نامه •• ویژگی‌های همنهشتی

۱)  $a \equiv b \Leftrightarrow m | a - b$

۲)  $a \equiv b \Leftrightarrow a = mt + b$

۳)  $a \equiv b \Leftrightarrow a \pm mq \equiv b \pm mq \pmod{m}$  (می‌توانیم هر مضربی از پیمانه را به هر یک از دو طرف اضافه یا کم کنیم.)

۴)  $a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a \pm c \equiv b \pm c \pmod{m} \\ ac \equiv bc \pmod{m} \\ a^n \equiv b^n \pmod{m} \end{cases}$  (می‌توانیم عددی یکسان را به دو طرف اضافه یا کم کنیم.)  
(می‌توانیم دو طرف را در عددی دلخواه ضرب کنیم.)  
(می‌توانیم دو طرف را به توان دلخواه برسانیم.)

۵)  $a \equiv b, n | m \Rightarrow a \equiv b \pmod{n}$  (می‌توانیم به جای پیمانه، مقسوم‌علیهی از آن را قرار دهیم.)

۶)  $\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ c \equiv d \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \pm c \equiv b \pm d \pmod{m} \\ ac \equiv bd \pmod{m} \end{cases}$

۷)  $ax \equiv bx \pmod{m} \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{(x, m)}}$

۸)  $\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{n} \end{cases} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m, n]}$

۹) اگر  $ab \equiv c \pmod{m}$  باشد، می‌توانیم به جای  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، باقی‌مانده آن‌ها به  $m$  را قرار دهیم.

### پاسخ تشریحی

درستی هر مورد را بررسی می‌کنیم:

الف)  $25!$  و  $34$  هر دو مضرب  $17$  هستند؛ پس باقی‌مانده هر دو بر  $17$  برابر صفر است و  $25! \equiv 34 \pmod{17}$  می‌شود.

ب) ابتدا به دنبال توانی از  $3$  می‌گردیم که باقی‌مانده آن بر  $17$  برابر  $\pm 1$  باشد:  $3^{1402} \equiv 17 \pmod{17} \Rightarrow 3^{1402} \equiv 1 \pmod{17}$  توان  $1701$   $3^{1701} \equiv 1 \pmod{17}$

پ) به جای  $19$ ،  $20$  و  $21$  باقی‌مانده آن‌ها بر  $6$  را قرار می‌دهیم:  $19 \times 20 \times 21 \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow 6 \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow 0 \equiv 1 \pmod{6}$  نادرست

ت)  $a^{a-b} \equiv b^a \pmod{3} \xrightarrow{\text{دو طرف منهای } b^2} a^2 - b^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow (a-b)(a+b) \equiv 0 \pmod{3}$

درست است، چون  $a^2 - b^2$  مضرب  $a - b$  است.

### تست و پاسخ ۲۰

اگر  $x \equiv -11$  و  $1 - y \equiv -21$ ، باقی‌مانده تقسیم  $171x - 49y + 15xy - 7$  بر  $6$  کدام است؟

الف) صفر

ب) ۱

ج) ۲

### پاسخ: گزینه ۲

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**خودت حل کنی بهتره** ابتدا پیمانه  $x \equiv -11$  را به  $6$  تبدیل کنید، سپس از  $1-y \equiv -21$ ، باقی مانده  $y$  بر  $6$  را بیابید. حالا به جای ضرایب  $7-15xy-49y+171x$ ، باقی مانده آن‌ها بر  $6$  و به جای  $x$  و  $y$  هم باقی مانده آن‌ها بر  $6$  را جای گذاری کنید.

**درس نامه** به درس نامه سؤال قبل مراجعه کنید!

**پاسخ تشریحی** گام اول: می‌توانیم به جای پیمانه، مقسوم‌علیهی از آن را قرار دهیم؛ پس:

$$\begin{cases} x \equiv -11 \\ 1-y \equiv -21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \equiv -11 \\ 1-y \equiv -21 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو طرف منهای 1}} \begin{cases} x \equiv -11+12 \Rightarrow x \equiv 1 \\ -y \equiv -22 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب در } (-1)} \begin{cases} x \equiv 1 \\ y \equiv 22 \end{cases} \xrightarrow{22 \equiv 4} y \equiv 4$$

گام دوم: باقی مانده  $7-15xy-49y+171x$  بر  $6$  را می‌خواهیم؛ پس به جای ضرایب آن، باقی مانده آن‌ها بر  $6$  را قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} 171 \equiv 3 \\ 49 \equiv 1 \\ 15 \equiv 3 \\ 7 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow 171x - 49y + 15xy - 7 \equiv 3x - y + 3xy - 1 \equiv 10 \equiv 4$$

## تست و پاسخ ۲۱

اگر باقی مانده تقسیم عدد  $x$  بر  $21$  برابر  $12$  باشد، کدام گزینه نمی‌تواند درست باشد؟

$$\begin{cases} 49 \\ x \equiv -9 \\ \text{و} \\ 15 \\ x \equiv 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 28 \\ x \equiv 19 \\ \text{و} \\ 9 \\ x \equiv -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 18 \\ x \equiv -3 \\ \text{و} \\ 25 \\ x \equiv -7 \end{cases} \quad \begin{cases} 12 \\ x \equiv 6 \\ \text{و} \\ 14 \\ x \equiv -2 \end{cases}$$

## پاسخ: گزینه ۲

$$x \equiv 12 \xrightarrow{\text{به جای پیمانه، مقسوم‌علیهی از پیمانه را قرار می‌دهیم.}} \begin{cases} x \equiv 12 \equiv 5 \\ x \equiv 12 \equiv 0 \end{cases}$$

**پاسخ تشریحی** باقی مانده  $x$  بر  $21$  برابر  $12$  است؛ پس:

حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} 18 \\ x \equiv -3 \Rightarrow x \equiv -3 \equiv 0 \checkmark \\ 25 \\ x \equiv -7 \Rightarrow x \equiv -7 \equiv 0 \times \end{cases} \quad \text{②}$$

$$\begin{cases} 12 \\ x \equiv 6 \Rightarrow x \equiv 6 \equiv 0 \checkmark \\ 14 \\ x \equiv -2 \Rightarrow x \equiv -2 \equiv 5 \checkmark \end{cases} \quad \text{①}$$

$$\begin{cases} 49 \\ x \equiv -9 \Rightarrow x \equiv -9 \equiv 5 \checkmark \\ 15 \\ x \equiv 3 \Rightarrow x \equiv 3 \equiv 0 \checkmark \end{cases} \quad \text{④}$$

$$\begin{cases} 28 \\ x \equiv 19 \Rightarrow x \equiv 19 \equiv 5 \checkmark \\ 9 \\ x \equiv -3 \Rightarrow x \equiv -3 \equiv 0 \checkmark \end{cases} \quad \text{③}$$

## تست و پاسخ ۲۲

اگر عدد  $a + 13^{555} + 3^{1001}$  بر  $11$  بخش پذیر باشد، مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه رقمی  $a$  کدام است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه •• معادلهٔ همنهشتی

به معادله‌هایی به فرم  $ax \equiv b \pmod{m}$  معادلهٔ همنهشتی می‌گوییم. برای مثال  $7x \equiv 1 \pmod{11}$  یک معادلهٔ همنهشتی است و هدف ما از حل آن پیدا کردن همهٔ  $x$ هایی است که وقتی در ۷ ضرب می‌شوند، باقی‌ماندهٔ آن‌ها بر ۱۱ برابر ۱ شود. حالا برای حل این معادله ما باید کاری کنیم که ضریب  $x$  از بین رود که برای این کار مضرب‌های ۱۱ را به طرف دیگر معادله اضافه یا کم می‌کنیم تا مضرب ۷ شود، سپس طرفین را به ۷ تقسیم می‌کنیم و جواب حاصل می‌شود:

$$7x \equiv 1 \pmod{11} \xrightarrow{-22} 7x \equiv -21 \pmod{11} \xrightarrow{\div 7} x \equiv -3 \pmod{11} \Rightarrow x = 11t - 3$$

گام اول: سعی می‌کنیم  $n$  را از سمت راست  $a | 4n + 5$  و  $a | 7n - 6$  حذف کنیم:

$$\begin{cases} a | 4n + 5 \xrightarrow{\times 7} a | 28n + 35 \\ a | 7n - 6 \xrightarrow{\times 4} a | 28n - 24 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a | 59 \xrightarrow{\substack{a \neq 1 \\ \text{م.م.ب. } a}} a = 59$$

گام دوم: به جای  $a$  قرار می‌دهیم ۵۹ و یکی از معادله‌های عادکردنی، مثلاً  $a | 4n + 5$  را به معادلهٔ همنهشتی تبدیل می‌کنیم:

$$59 | 4n + 5 \Rightarrow 4n + 5 \equiv 0 \pmod{59} \xrightarrow{-5} 4n \equiv -5 \pmod{59} \xrightarrow{-59} 4n \equiv -64 \pmod{59} \xrightarrow{\div 4} n \equiv -16 \pmod{59} \Rightarrow n = 59t - 16$$

گام سوم: می‌خواهیم  $n$  مضرب ۳۷ باشد؛ پس:

$$n = 37q \Rightarrow 37q = 59t - 16 \xrightarrow{\text{تبدیل به معادلهٔ همنهشتی}} 37q \equiv 59t - 16 \pmod{59} \Rightarrow 37q \equiv -16 \pmod{59} \xrightarrow{-6 \times 59} 37q \equiv -37 \pmod{59}$$

$$\xrightarrow{\div 37} q \equiv -1 \pmod{59} \Rightarrow q = 59k - 1$$

گام چهارم: حالا به جای  $q$  قرار می‌دهیم  $59k - 1$  که در این صورت  $n = 37(59k - 1) = 2183k - 37$  می‌شود. بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی  $n$  را می‌خواهیم:

$$n \leq 9999 \Rightarrow 37(59k - 1) \leq 9999 \Rightarrow 2183k - 37 \leq 9999 \Rightarrow 2183k \leq 10036 \Rightarrow k \leq 4$$

$$\xrightarrow{\text{بزرگ‌ترین مقدار } n \text{ رقمی}} n = 37(59k - 1) = 37(59 \times 4 - 1) = 37 \times 226 = 37 \times 2 \times 113$$

گام پنجم: تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی  $37 \times 2 \times 113$  را می‌خواهیم که برابر  $(1+1)(1+1)(1+1) = 8$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۲۵

اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد  $\overline{a21b34}$  بر ۹۹ برابر ۵ و عدد  $\overline{1374c2}$  بر ۱۳ بخش‌پذیر باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد  $\overline{abcba}$  بر ۵۶ کدام است؟

۴) صفر

۳) ۲۹

۲) ۲۸

۱) ۲۷

## پاسخ: گزینهٔ ۳

نکات ۱) برای به دست آوردن باقی‌ماندهٔ تقسیم یک عدد بر ۹۹، دورقم دورقم از سمت راست اعداد را با هم جمع می‌کنیم؛ برای مثال:

$$\overline{1234567} \equiv 67 + 45 + 23 + 1 \pmod{99}$$

۲) برای به دست آوردن باقی‌ماندهٔ تقسیم یک عدد بر ۱۳، سه‌رقم سه‌رقم از سمت راست اعداد را به ترتیب جمع و منها می‌کنیم؛ برای مثال:

$$\overline{1234567} \equiv 567 - 234 + 1 \pmod{13}$$

گام اول: باقی‌ماندهٔ  $\overline{a21b34}$  بر ۹۹ برابر ۵ است؛ پس:

$$\overline{a21b34} \equiv 5 \pmod{99} \Rightarrow 34 + \overline{1b} + \overline{a2} \equiv 5 \pmod{99} \Rightarrow \overline{10a+b} + 46 \equiv 5 \pmod{99} \Rightarrow \overline{ab} \equiv 5 - 46 \equiv 58 \pmod{99}$$

$\overline{ab}$  عددی دورقمی است که باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر ۹۹ برابر ۵۸ است؛ پس  $a = 5$ ،  $b = 8$  می‌شود. (چون عدد دورقمی دیگری این ویژگی را ندارد.)



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم:  $1374c2$  مضرب  $13$  است؛ پس:

$$\overline{1374c2}^{13} \equiv 0 \Rightarrow \overline{4c2}^{13} - 137 \equiv 0 \Rightarrow 10c + 265 \equiv 0 \xrightarrow{265 \equiv 5} 10c + 5 \equiv 0 \Rightarrow 10c \equiv -5$$

$$\xrightarrow{\div 5} 2c \equiv -1 \xrightarrow{+13} 2c \equiv 12 \xrightarrow{\div 2} c \equiv 6$$

$c$  عددی یکرقمی است که باقی‌مانده آن بر  $13$  برابر  $6$  است؛ پس  $c = 6$  می‌شود.

گام سوم: حالا باقی‌مانده  $abcba = 586685$  بر  $56$  را می‌خواهیم:

$$586685 \equiv \underbrace{58}_{2} \times 100000 + \underbrace{66}_{10} \times 1000 + \underbrace{85}_{29} \equiv \underbrace{200000}_{20 \times 100} + 10000 + 29 \equiv 645 \equiv 29$$

## تست و پاسخ ۲۶

رقم یکان عدد  $18^{19!} + 12^{13^4} + 18^{19!}$  برابر است با  $k$ . کدام گزینه، عضو مجموعه  $[3]_k$  است؟

۴)  $-69$

۳)  $-46$

۲)  $15$

۱)  $48$

## پاسخ: گزینه ۴

**نکته** برای به دست آوردن رقم یکان  $a^n$ ، به جای  $a$ ، یکان آن و به جای  $n$ ، باقی‌مانده آن بر  $4$  را قرار می‌دهیم؛ دقت کنید که اگر  $n$  مضرب  $4$  باشد، به جای  $n$  قرار می‌دهیم  $4$ . (بپه‌ها دقت کنید رقم یکان یک عدد در اصل همون همنوشتی عدد به پیمانه  $10$  اعه!)

## درس‌نامه ••• کلاس هم‌نهمستی

کلاس هم‌نهمستی  $\Gamma$  به پیمانه  $m$  که آن را به صورت  $[\Gamma]_m$  می‌نویسیم، مجموعه همهٔ عددهای صحیحی است که در تقسیم بر  $m$  باقی‌مانده  $\Gamma$  داشته باشند؛ به عبارت دیگر  $x$ هایی عضو  $[\Gamma]_m$  هستند که  $x \equiv \Gamma$  باشد.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا رقم یکان  $18^{19!}$  را به دست می‌آوریم که به جای  $18$  قرار می‌دهیم  $8$  و به جای  $19!$  قرار می‌دهیم  $4$ ، چون

$19!$  مضرب  $4$  است:

$$18^{19!} \equiv 8^4 \equiv 64 \times 64 \equiv \underbrace{4 \times 4}_{16} \equiv 6$$

گام دوم: برای به دست آوردن رقم یکان عدد  $12^{13^4}$ ، به جای  $12$  قرار می‌دهیم  $2$  و به جای  $13^4$  باقی‌مانده آن بر  $4$ ، را قرار می‌دهیم:

$$12^{13^4} \equiv 2^{13^4} \equiv 2^1 \equiv 2 \Rightarrow 13^4 \equiv 1 \Rightarrow 13^4 \equiv 1 \Rightarrow 13 \equiv 1$$

گام سوم: حالا رقم یکان  $18^{19!} + 12^{13^4}$  برابر  $8 + 6 = 14$  می‌شود؛ پس  $k = 8$  است.

گام چهارم:  $[3]_8 = [3]_k$  پس به دنبال عددی هستیم که در تقسیم به  $8$  باقی‌مانده  $3$  بدهد که این عدد  $-69$  است:  $-69 \equiv \underbrace{-69 + 80}_{11} \equiv 3$

## تست و پاسخ ۲۷

در معادلهٔ سیالهٔ خطی  $15y - 12x = 84$ ، به ازای کدام مقدار  $y$ ، کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی  $x$  به دست می‌آید؟

۴)  $-76$

۳)  $76$

۲)  $-102$

۱)  $102$

## پاسخ: گزینه ۳



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**خودت حل کنی بهتره** کافی است به جای علامت مساوی، همنهشتی به پیمانه ۱۵ قرار دهید تا معادله همنهشتی بر حسب  $x$  به دست آید.

**درس نامه** اگر  $\square = \square$  باشد، می توان به جای علامت مساوی، همنهشتی با هر پیمانه ای قرار داد؛ یعنی:  $\square = \square \Rightarrow \square \equiv \square^m$

**پاسخ تشریحی** گام اول: به جای تساوی، همنهشتی به پیمانه ۱۵ قرار می دهیم:

$$12x - 15y = 84 \Rightarrow 12x - 15y \equiv 84 \Rightarrow 12x \equiv 84$$

گام دوم: معادله  $12x \equiv 84$  را حل می کنیم:

$$12x \equiv 84 \xrightarrow{\div 3} 4x \equiv 28 \xrightarrow[\substack{4 \equiv -1 \\ 28 \equiv 3}]{\div -1} -x \equiv 3 \Rightarrow x \equiv -3 \Rightarrow x = 5t - 3$$

گام سوم: کوچک ترین عدد سه رقمی  $x$  به ازای  $t = 21$  به دست می آید که برابر  $5 \times 21 - 3 = 102$  می شود، حالا برای این که  $y$  به دست آید، در معادله به جای  $x$  قرار می دهیم  $102$ :

$$12x - 15y = 84 \xrightarrow{\div 3} 4x - 5y = 28 \xrightarrow{x=102} 4 \times 102 - 5y = 28 \Rightarrow 408 - 5y = 28 \Rightarrow 5y = 408 - 28 = 380 \Rightarrow y = 76$$

## تست و پاسخ ۲۸

$m$  بزرگ ترین عدد طبیعی است که  $36 \equiv (10 - m)!$  به ازای چند عدد دورقمی  $n$ ، معادله سیاله خطی  $(m + 5)x - (2m + 4)y = 1 - 2n$  دارای جواب است؟

۷ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۳۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** برای این که  $36 \equiv (10 - m)!$  باشد باید  $(10 - m)!$  مضرب ۳۶ باشد. حالا بزرگ ترین مقدار  $m$  را می خواهیم، یعنی به دنبال کوچک ترین عدد فاکتوریلی هستیم که مضرب ۳۶ باشد که در این صورت  $m$  به دست می آید؛ سپس با توجه به شرط جواب داشتن یک معادله سیاله، معادله همنهشتی بر حسب  $n$  را باید حل کنیم.

**درس نامه** معادله سیاله خطی  $ax + by = c$  جواب دارد، اگر  $(a, b) | c$ .

**پاسخ تشریحی** گام اول:

$$(10 - m) \equiv 36 \Rightarrow 36 | (10 - m)!$$

گام دوم: به دنبال کوچک ترین عدد فاکتوریلی هستیم که مضرب ۳۶ باشد، یعنی باید حداقل دوتا عامل ۲ و دوتا عامل ۳ داشته باشد که این عدد ۶! است؛ پس:

$$10 - m = 6 \Rightarrow m = 4$$

گام سوم: به جای  $m$  قرار می دهیم ۴:

$$(m + 5)x - (2m + 4)y = 1 - 2n \Rightarrow 9x - 12y = 1 - 2n$$

این معادله وقتی جواب دارد که  $(9, 12) | 1 - 2n$ .

گام چهارم:  $3 | 1 - 2n$  را تبدیل به معادله همنهشتی می کنیم:

$$3 | 1 - 2n \Rightarrow 1 - 2n \equiv 0 \Rightarrow -2n \equiv -1 \Rightarrow -2n \equiv -4 \xrightarrow{\div (-2)} n \equiv 2 \Rightarrow n = 3t + 2$$

گام پنجم: تعداد  $n$  های دورقمی را می خواهیم:

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 3t + 2 \leq 99 \Rightarrow 8 \leq 3t \leq 97 \Rightarrow t = 3, 4, 5, \dots, 32 \Rightarrow 32 - 3 + 1 = 30 \text{ مقدار}$$



هندسه (۳): صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹، هندسه (۱): صفحه‌های ۳۷ تا ۷۶

### تست و پاسخ ۲۹

با توجه به شکل، چند نقطه به فاصله ۳ از نقطه A وجود دارد که از خط  $\Delta$  به فاصله ۲ باشند؟



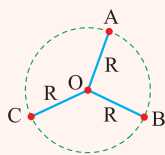
- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) صفر

### پاسخ: گزینه ۳

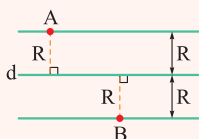
**خودت حل کنی بهتره** اول دو ویژگی برای نقطه A مشخص کنید، بعد نقطه‌های هر ویژگی را جداگانه پیدا کنید. در آخر نقطه یا نقطه‌های برخورد دو ویژگی را به عنوان جواب در نظر بگیرید.

### درس نامه

(۱) برای پیدا کردن نقطه‌هایی که از نقطه O به فاصله R باشند، باید دایره‌ای به مرکز O و شعاع R بکشیم. هر نقطه‌ای که روی این دایره باشد، فاصله‌اش از O برابر R است. ببینید:

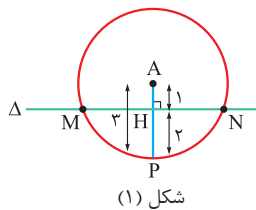


(۲) برای پیدا کردن نقطه‌هایی که از خط d به فاصله R باشند، باید دو خط موازی با d و به فاصله R در دو طرف آن رسم کنیم. هر نقطه‌ای که روی یکی از این خط‌ها باشد، فاصله‌اش از خط d برابر R است. نگاه کنید:

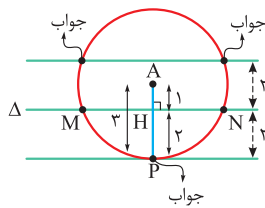


(۳) هر وقت دنبال نقطه‌ای بودید که هر دو ویژگی بالا را داشته باشد، اول نقطه‌های دارای هر ویژگی را پیدا کنید و بعد نقطه‌های مشترک (که همان نقطه‌های برخورد هستند) بین دو ویژگی را در صورت وجود، به عنوان جواب در نظر بگیرید.

**پاسخ تشریحی** گام اول (پیدا کردن نقاط به فاصله ۳ از نقطه A): اول با کشیدن دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳، نقطه‌هایی را که به فاصله ۳ واحد از A قرار دارند پیدا می‌کنیم. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید،  $AH = 1$  و  $HP = 2$  است.



شکل (۱)



شکل (۲)

گام دوم (پیدا کردن جواب‌های مسئله): حالا باید نقطه‌هایی را پیدا کنیم که به فاصله ۲ واحد از خط  $\Delta$  قرار دارند. طبق قسمت (۲) درس‌نامه، این نقطه‌ها با کشیدن دو خط موازی با  $\Delta$  و به فاصله ۲ واحد از آن پیدا می‌شوند. این دو خط را مطابق شکل مقابل به شکل (۱) اضافه می‌کنیم. طبق مورد (۳) درس‌نامه، نقاط برخورد این دو خط و دایره، جواب مسئله هستند. همان‌طور که در شکل (۲) می‌بینید تعداد این نقطه‌ها ۳ تا است، پس مسئله ۳ جواب دارد.

### تست و پاسخ ۳۰

اگر صفحه‌ای گذرنده از رأس یک سطح مخروطی، هر دو نیمه آن را قطع کند، فصل مشترک آن با سطح مخروطی کدام است؟

- (۱) هذلولی  
(۲) یک خط  
(۳) سهمی  
(۴) دو خط متقاطع

### پاسخ: گزینه ۴



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه

اگر صفحه‌ای از رأس یک سطح مخروطی بگذرد، در این صورت فصل مشترک (مقطع حاصل) با سطح مخروطی می‌تواند «یک نقطه»، «دو خط متقاطع» یا یک خط باشد. برای درک بهتر این موضوع جدول زیر را ببینید:

مقطع حاصل	شکل	وضعیت صفحه و سطح مخروطی
A •		اگر صفحه فقط از رأس رویه مخروطی عبور کند، سطح مقطع حاصل یک نقطه است.
		اگر صفحه از رأس رویه عبور کند و هر دو بخش بالایی و پایینی آن را قطع کند، مقطع حاصل دو خط متقاطع است که در واقع دو مولد متقاطع رویه مخروطی می‌باشند.
		اگر صفحه با مولد موازی باشد و از رأس رویه عبور کند، مقطع حاصل یک خط است.

آزمون ششم حضوری

دوازدهم ریاضی

## پاسخ تشریحی

طبق درس نامه اگر صفحه از رأس سطح بگذرد، به طوری که هر دو بخش آن را قطع کند، فصل مشترکش با سطح مخروطی دو خط متقاطع است؛ بنابراین **۴** درست است.

## تست و پاسخ ۳۱

پاره خط ثابت  $BC = 6$ ، وتر مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  است. اگر  $D$  نقطه هم‌رسی میانه‌های این مثلث باشد، بیشترین فاصله نقاط واقع بر مکان هندسی  $D$  از نقاط واقع بر مکان هندسی  $A$  کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

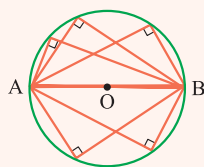
۴ (۲)

۲ (۱)

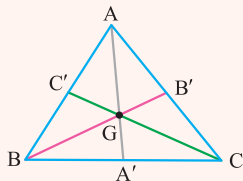
## پاسخ: گزینه ۲

## درس نامه

(۱) مطابق شکل روبه‌رو، در هر دایره زاویه‌های محاطی روبه‌روی قطر  $90^\circ$  هستند:



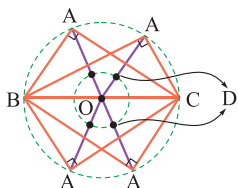
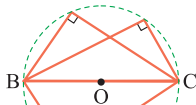
(۲) مطابق شکل روبه‌رو، میانه‌های هر مثلث در یک نقطه ( $G$ ) هم‌رس‌اند. فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها از وسط ضلع‌ها  $\frac{1}{3}$  طول کل میانه است، یعنی در شکل مقابل داریم:



$$GA' = \frac{1}{3}AA', \quad GB' = \frac{1}{3}BB', \quad GC' = \frac{1}{3}CC'$$

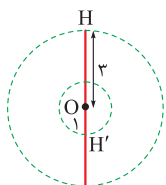


**پاسخ تشریحی** گام اول (پیدا کردن مکان هندسی رأس A): به گفته سؤال  $BC = 6$ ، وتر مثلث قائم‌الزاویه مثلث ABC است؛ این یعنی  $\hat{A}$  همیشه قائمه است. طبق مورد (۱) درس نامه می‌دانیم زاویه محاطی روبه‌روی قطر همیشه  $90^\circ$  است؛ بنابراین مکان هندسی نقاط A، دایره‌ای به قطر BC است. چون  $BC = 6$ ، پس شعاع این دایره برابر  $\frac{6}{2} = \frac{6}{2} = 3$  می‌شود.



**گام دوم (پیدا کردن مکان هندسی نقطه D):** طبق مورد (۲) درس‌نامه فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها (D) از وسط ضلع BC، یعنی O می‌شود  $1 = \frac{1}{3} \times 3 = \frac{1}{3} \times AO$ . این یعنی مکان هندسی نقطه D، دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱ است؛ ببینید:

**گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):** سؤال بیشترین فاصله نقاط واقع بر مکان هندسی D از نقاط واقع بر مکان هندسی A را می‌خواهد. دیدیم که این دو مکان هندسی، دو دایره هم‌مرکز به شعاع ۱ و ۳ هستند، که بیشترین فاصله نقاطشان برابر می‌شود با:



$$HH' = OH' + OH = 1 + 3 = 4$$

### تست و پاسخ ۳۲

نقطه A روی ضلع Oy از زاویه  $\hat{Oy}$  و به فاصله ۳۷ واحد از رأس آن قرار دارد. اگر تنها یک نقطه مانند B درون این زاویه، به فاصله ۱۲ واحد از رأس A و فاصله یکسان از Ox و Oy باشد، مساحت مثلث AOB کدام است؟

۲۱۰ (۴)

۲۰۵ (۳)

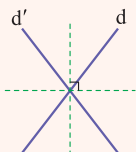
۲۰۰ (۲)

۲۹۵ (۱)

### پاسخ: گزینه ۴

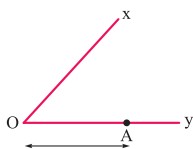
#### درس‌نامه

مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله‌شان از دو خط متقاطع یکسان است، می‌شود نیمساز زاویه‌های بین آن دو خط؛ ببینید:

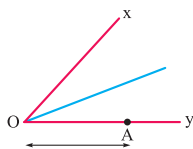


بد نیست بدانید که این دو نیمساز بر هم عمودند.

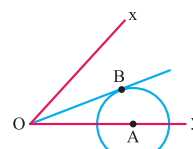
**پاسخ تشریحی** گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل آن): اول زاویه  $\hat{xOy}$  را به همراه نقطه A می‌کشیم (شکل ۱). طبق صورت سؤال نقطه B دو ویژگی دارد. اول این که درون زاویه  $\hat{xOy}$  قرار دارد و فاصله‌اش از Ox و Oy یکسان است، پس طبق درس‌نامه می‌توانیم بگوییم مکان هندسی‌اش می‌شود نیمساز زاویه  $\hat{xOy}$ . این نیمساز را به شکل (۱) اضافه می‌کنیم تا به شکل (۲) برسیم. دومین ویژگی نقطه B این است که فاصله‌اش از نقطه A، ۱۲ واحد است، پس مکان هندسی آن یک دایره به مرکز A و شعاع ۱۲ است. این دایره را به شکل (۲) اضافه می‌کنیم تا به شکل (۳) برسیم. چون فقط یک نقطه B داریم، پس دایره و نیمساز آبی‌رنگ در شکل (۳) بر هم مماس‌اند.



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

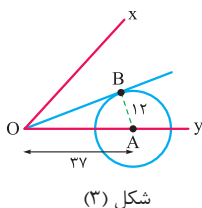


گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): می‌دانیم شعاع دایره، در نقطه تماس، بر خط مماس عمود است، پس مثلث OBA در شکل (۳) قائم‌الزاویه است. برای محاسبه مساحت این مثلث، ابتدا طول ضلع OB را به کمک قضیه فیثاغورس حساب می‌کنیم:

$$OB^2 + 12^2 = 37^2 \Rightarrow OB^2 = \underbrace{37^2 - 12^2}_{\text{مزدوج}} \Rightarrow OB^2 = (37-12)(37+12) = 25 \times 49 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} OB = 5 \times 7 = 35$$

بنابراین مساحت مثلث OBA برابر می‌شود با:

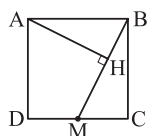
$$S_{\triangle OBA} = \frac{1}{2} OB \cdot AB = \frac{1}{2} \times 35 \times 12 = 210$$



شکل (۳)

## تست و پاسخ ۳۳

مطابق شکل، ABCD مربع است و M وسط ضلع CD. طول پاره خط AH چند برابر طول ضلع مربع است؟



$$\sqrt{0/4} \quad (2)$$

$$0/8 \quad (1)$$

$$\sqrt{0/8} \quad (4)$$

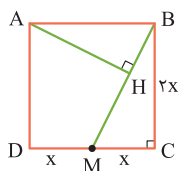
$$0/4 \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره دو مثلث متشابه پیدا کنید.

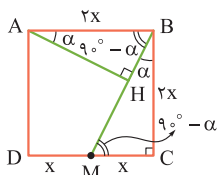
## پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه طول MB): سؤال می‌گوید M وسط ضلع DC است، پس فرض می‌کنیم  $DM = MC = x$  باشد؛ این طوری  $BC = DC = 2x$  می‌شود. حالا به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه MBC، طول MB را حساب می‌کنیم:



$$MB^2 = BC^2 + MC^2 \Rightarrow MB^2 = (2x)^2 + x^2 = 5x^2 \Rightarrow MB = \sqrt{5}x$$

گام دوم (پیدا کردن مثلث‌های متشابه): حالا بیا فرض کنیم مطابق شکل زیر  $\hat{MBC} = \alpha$  باشد. چون  $\hat{B} = 90^\circ$  است، پس زاویه  $\hat{ABH}$  می‌شود  $90^\circ - \alpha$  (شکل زیر را ببینید). حالا خوب به زاویه‌های  $\hat{BMC}$  و  $\hat{BAH}$  در مثلث‌های قائم‌الزاویه BMC و ABH نگاه کنید؛ در این دو مثلث می‌توانیم بنویسیم:



$$\begin{cases} \triangle BMC: \hat{BMC} + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \hat{BMC} = 90^\circ - \alpha \text{ می‌نویسیم;} \\ \triangle ABH: \hat{BAH} + (90^\circ - \alpha) = 90^\circ \Rightarrow \hat{BAH} = \alpha \text{ می‌نویسیم;} \end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینید مثلث‌های ABH و BMC با زاویه‌های برابر متشابه‌اند.

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا با نوشتن نسبت مثلث‌های ABH و BMC، طول AH را بر حسب x حساب می‌کنیم:

$$\frac{BH}{MC} = \frac{AH}{BC} = \frac{AB}{BM} \Rightarrow \frac{AH}{2x} = \frac{2x}{\sqrt{5}x} \Rightarrow AH = \frac{4}{\sqrt{5}}x$$

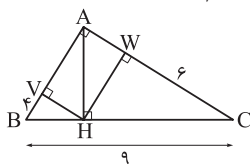
سؤال نسبت AH به طول ضلع مربع  $(2x)$  را می‌خواهد که برابر می‌شود با:

$$\frac{AH}{2x} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}x}{2x} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{0/8}$$



## تست و پاسخ ۳۴

مطابق شکل، ارتفاع‌های وارد بر وتر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده‌اند. طول ارتفاع وارد بر وتر بزرگ‌ترین مثلث کدام است؟



۲)  $3\sqrt{2}$

۱) ۶

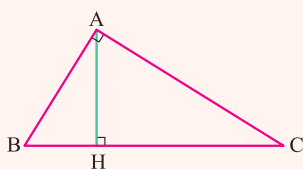
۴)  $3\sqrt{3}$

۳) ۴

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** رابطه‌های طولی در مثلث قائم‌الزاویه را حتماً بلد باشید، چون با خیلی از مباحث دیگر قابلیت ترکیب شدن را دارد.

### درس‌نامه



مثلث قائم‌الزاویه ABC را به همراه ارتفاع وارد بر وترش در شکل ببینید. در این شکل بین ارتفاع وارد بر وتر (ارتفاع AH)، قطعات ساخته‌شده روی وتر (BH و CH) و اضلاع مثلث رابطه‌های مهم زیر برقرار است:

۱)  $AB^2 = BH \times BC$

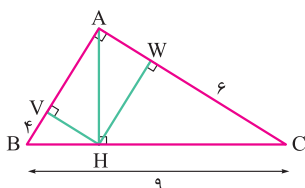
۳)  $AH^2 = BH \times HC$

۲)  $AC^2 = CH \times BC$

۴)  $AH \times BC = AB \times AC$

به رابطه‌های بالا، روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌گوییم.

**پاسخ تشریحی** گام اول (نوشتن روابط طولی در مثلث‌های ABH و ACH): در مثلث‌های قائم‌الزاویه ABH و ACH، طول ضلع‌های



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta ABH : BH^2 = \frac{BV}{4} \times AB \Rightarrow BH^2 = 4AB \quad (1) \\ \Delta ACH : CH^2 = \frac{CW}{6} \times AC \Rightarrow CH^2 = 6AC \quad (2) \end{array} \right.$$

گام دوم (برقراری ارتباط مناسب بین روابط (۱) و (۲)): می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه ABC، رابطه  $AH^2 = BH \times CH$  برقرار است؛ پس طرفین تساوی (۱) و (۲) را در هم ضرب می‌کنیم تا  $BH \times CH$  را بسازیم:

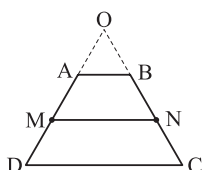
$$BH^2 \times CH^2 = (4AB)(6AC) \Rightarrow \underbrace{(BH \times CH)}_{AH^2} = 24AB \cdot AC \Rightarrow AH^4 = 24AB \cdot AC \quad (*)$$

گام سوم (محاسبه خواسته‌شده سؤال): طبق درس‌نامه، در مثلث قائم‌الزاویه ABC، رابطه  $AH \times BC = AB \times AC$  هم برقرار است؛ این یعنی می‌توانیم در رابطه (\*) به جای  $AB \times AC$  بنویسیم  $AH \times BC$ :

$$AH^4 = 24AB \times AC \Rightarrow AH^4 = 24(AH \times \frac{BC}{9}) \Rightarrow AH^3 = 216 = 6^3 \Rightarrow AH = 6$$

## تست و پاسخ ۳۵

مطابق شکل، ABCD دوزنقه‌ای است که نسبت طول قاعده‌های آن ۲ است. اگر M و N وسط ساق‌ها و O نقطه برخورد امتداد آن‌ها باشد، نسبت مساحت چهارضلعی CDMN به مساحت مثلث OAB کدام است؟



۱)  $1/75$

۲) ۲

۳) ۳

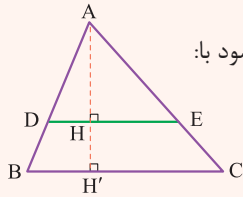
۴)  $2/5$

## پاسخ: گزینه ۱



درس نامه

(۱) در شکل مقابل اگر  $DE \parallel BC$  باشد، در این صورت نسبت ارتفاع‌های مثلث‌های  $ABC$  و  $ADE$  برابر می‌شود با:



$$\frac{AH}{AH'} = \left(\frac{AD}{AB}\right) \text{ یا } \left(\frac{AE}{AC}\right) \text{ یا } \left(\frac{DE}{BC}\right)$$

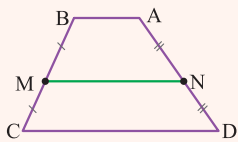
همچنین در مثلث  $ABC$  داریم:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

(الف) تالس جزء به جزء:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

(ب) تالس جزء به کل:



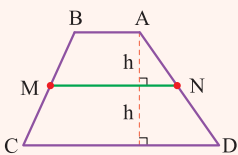
(۲) در هر دوزنقه، به پاره‌خطی که وسط دو ساق را به هم وصل می‌کند، میان‌خط می‌گوییم.

مثلاً در شکل مقابل  $MN$  میان‌خط است. در مورد میان‌خط دوزنقه دو مورد زیر را بلد باشید:

$$MN = \frac{AB + CD}{2}$$

(الف) طول میان‌خط برابر با میانگین قاعده‌ها است، یعنی:

(ب) مطابق شکل مقابل، میان‌خط ارتفاع دوزنقه را نصف می‌کند:



دوازدهم ریاضی

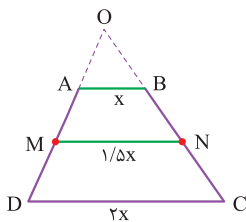
آزمون ششم حضوری

پاسخ تشریحی

گام اول (تحلیل دوزنقه  $ABCD$ ): به گفته سؤال نسبت طول قاعده‌های دوزنقه  $ABCD$  برابر ۲ است، بنابراین می‌توانیم

طول قاعده‌ها را  $x$  و  $2x$  در نظر بگیریم. چون  $M$  و  $N$  وسط ساق‌های دوزنقه‌اند، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه  $MN$  میان‌خط است و طولش

برابر می‌شود با:

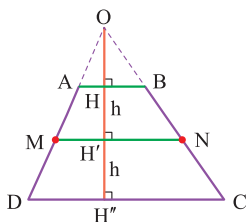


$$MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{x + 2x}{2} = \frac{3}{2}x$$

گام دوم (محاسبه ارتفاع مثلث  $OAB$  و دوزنقه  $ABCD$ ): مطابق شکل زیر، ارتفاع  $OH$  را می‌کشیم. طبق مورد (۲) درس‌نامه، میان‌خط  $MN$

ارتفاع  $HH''$  در دوزنقه را نصف می‌کند، یعنی  $HH' = H'H'' = h$  است. حالا به کمک مورد (۱) درس‌نامه نسبت ارتفاع مثلث‌های  $OAB$

و  $OMN$  را به دست می‌آوریم:



$$\frac{OH}{OH'} = \frac{AB}{MN} \xrightarrow{AB=x, MN=1/2x} \frac{OH}{OH+h} = \frac{x}{1/2x}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{OH}{h} = \frac{x}{1/2x} \Rightarrow OH = \frac{h}{1/2} = 2h$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا می‌توانیم خواسته سؤال، یعنی نسبت مساحت دوزنقه  $MNCD$  به مساحت مثلث  $OAB$  را حساب کنیم:

$$\frac{S_{MNCD}}{S_{OAB}} = \frac{\frac{1}{2} H'H''(MN + CD)}{\frac{1}{2} OH \times AB} = \frac{h(1/2x + 2x)}{2h \times x} = \frac{3/2x}{2x} = \frac{3/2}{2} = \frac{3}{4} = 1/75$$



## تست و پاسخ ۳۶

مثلثی به محیط ۳۹ با مثلث دیگری که اندازه ارتفاع‌های آن ۲، ۳ و ۴ هستند، متشابه است. اندازه بزرگ‌ترین ضلع مثلث اول کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

## درس نامه

در هر مثلث، طول ضلع‌ها را می‌توانیم متناسب با معکوس طول ارتفاع‌ها در نظر بگیریم. پس اگر دو مثلث متشابه باشند، طول ضلع‌های مثلث اول، متناسب با معکوس طول ارتفاع‌های مثلث دیگر است.

**پاسخ تشریحی** مثلث با محیط ۳۹ را مثلث اول و مثلث با ارتفاع‌های ۲، ۳ و ۴ را مثلث دوم در نظر می‌گیریم. طبق درس‌نامه می‌توانیم طول ضلع‌های مثلث اول را متناسب با معکوس طول ارتفاع‌های مثلث دوم در نظر بگیریم. این یعنی می‌توانیم بگوییم طول ضلع‌های مثلث اول  $\frac{1}{2}k$  و  $\frac{1}{3}k$  و  $\frac{1}{4}k$  می‌شوند. محیط مثلث اول برابر ۳۹ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

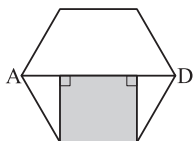
$$\text{محیط مثلث اول} = 39 \Rightarrow \frac{1}{2}k + \frac{1}{3}k + \frac{1}{4}k = 39 \Rightarrow \frac{6k + 4k + 3k}{12} = 39 \Rightarrow \frac{13k}{12} = 39 \Rightarrow k = 36$$

بنابراین طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث اول، یعنی  $\frac{1}{2}k$  برابر می‌شود با:

$$\text{طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث اول} = \frac{1}{2}k = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

## تست و پاسخ ۳۷

مطابق شکل، یک شش‌ضلعی منتظم رسم شده است. اگر طول قطر AD برابر x باشد، مساحت چهارضلعی سایه‌خورده، چند برابر  $x^2$  است؟



$$\frac{3\sqrt{3}}{16} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{27} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{8} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (3)$$

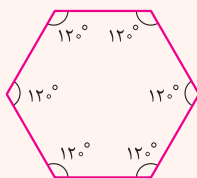
## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** ترکیب ۶ ضلعی منتظم و زاویه‌های خاص در مثلث قائم‌الزاویه بسیار پرتکرار است. شبیه این سؤال را در کنکور ۱۴۰۱ داشتیم.

## درس نامه

(۱) مطابق شکل مقابل، هر زاویه داخلی ۶ ضلعی منتظم  $120^\circ$  است.

(۲) در مثلث‌های قائم‌الزاویه که زاویه‌های خاص مثل  $30^\circ$ ،  $45^\circ$  و  $60^\circ$  دارند، طول ضلع رو به این زوایا بر حسب وتر مطابق جدول زیر به راحتی به دست می‌آید:



زاویه	طول ضلع رو به زاویه
$30^\circ$	ضلع رو به این زاویه نصف وتر است.
$45^\circ$	ضلع رو به این زاویه $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر وتر است.
$60^\circ$	ضلع رو به این زاویه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر وتر است.

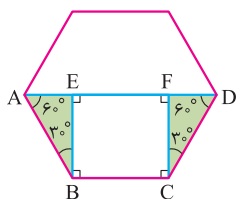


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

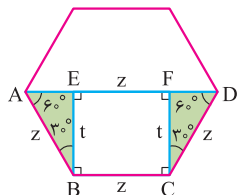


## پاسخ تشریحی

گام اول (تحلیل شکل مسئله): طبق قسمت (۱) درس نامه می دانیم هر زاویه داخلی شش ضلعی منتظم  $120^\circ$  است؛ پس  $\hat{B} = \hat{C} = 120^\circ$  و در نتیجه  $\hat{ABE} = \hat{DCF} = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$  است. همان طور که می بینید یکی از زاویه های مثلث های قائم الزاویه رنگی  $30^\circ$  شد، پس زاویه دیگرشان  $60^\circ$  خواهد بود.



گام دوم (محاسبه طول AE و FD بر حسب اضلاع مستطیل): مطابق شکل زیر، فرض می کنیم طول و عرض مستطیل Z و t باشند، در این صورت در مثلث های قائم الزاویه رنگی طبق قسمت (۲) درس نامه داریم:



$$\begin{cases} \Delta AEB : AE = \frac{1}{2}z, t = \frac{\sqrt{3}}{2}z \\ \Delta FCD : FD = \frac{1}{2}z \end{cases}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سوال): سؤال می گوید فرض کنید  $AD = x$ ، به من بگوئید مساحت مستطیل، یعنی  $S_{BEFC}$  چند برابر  $\frac{x^2}{AD^2}$  است. این یعنی نسبت  $\frac{S_{BEFC}}{AD^2}$  را به دست بیاورید؛ این نسبت برابر است با:

$$\frac{S_{BEFC}}{AD^2} = \frac{BE \times BC}{(AE + EF + FD)^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}z \cdot z}{\left(\frac{1}{2}z + z + \frac{1}{2}z\right)^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}z^2}{(2z)^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}z^2}{4z^2} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

## تست و پاسخ ۳۸

در مثلث ABC که  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$ ، نقطه M وسط BC و نقطه G محل هم‌رسی میانه‌هاست. اگر از نقطه G، عمود GK را بر BC وارد کنیم، آن گاه نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث GMK کدام است؟

(۴)  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$

(۳)  $12\sqrt{3}$

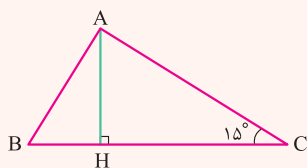
(۲) ۲۴

(۱) ۱۶

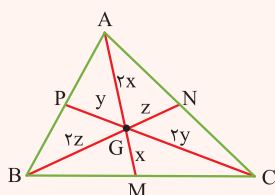
## پاسخ: گزینه ۳

### درس نامه

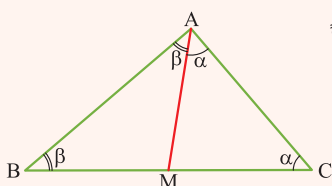
(۱) در مثلث قائم الزاویه با زاویه  $15^\circ$ ، ارتفاع وارد بر وتر  $\frac{1}{4}$  وتر است؛ یعنی در شکل مقابل می توانیم بگوئیم  $AH = \frac{1}{4}BC$ .



(۲) میانه‌های هر مثلث مطابق شکل مقابل در نقطه‌ای به نام مرکز ثقل هم‌رسند. میانه‌ها همیشه به نسبت ۱ به ۲ همدیگر را قطع می‌کنند، ببینید:

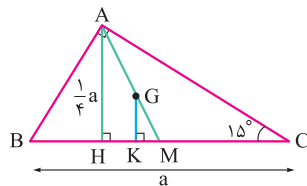


(۳) در هر مثلث قائم الزاویه، با کشیدن میانه وارد بر وتر، دو مثلث متساوی الساقین درست می‌شود. مثلاً در شکل مقابل اگر AM میانه باشد، مثلث‌های AMB و AMC متساوی الساقین هستند.





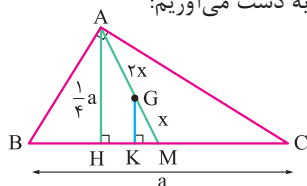
**پاسخ تشریحی** گام اول (محاسبه طول ارتفاع مثلث ABC): شکل مسئله به صورت زیر است. در مثلث قائم‌الزاویه ABC، جمع زاویه‌های B و C باید  $90^\circ$  باشد. از طرفی به گفته سؤال  $\hat{B} = \hat{C}$  است، بنابراین:



$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \xrightarrow{\hat{B} = \hat{C}} \hat{C} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ$$

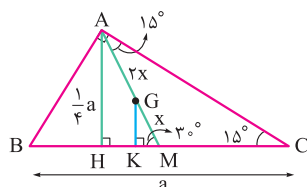
پس مثلث ABC یک زاویه  $15^\circ$  دارد، بنابراین طبق مورد (1) درس‌نامه اگر  $BC = a$  باشد،  $AH = \frac{1}{4}a$  می‌شود.

**گام دوم (محاسبه طول ارتفاع مثلث GMK):** نقطه G مرکز ثقل مثلث ABC است، پس طبق مورد (2) درس‌نامه، این نقطه، میانه را به نسبت 1 به 2 قطع می‌کند. حالا با نوشتن یک تالس جزء به کل در مثلث AHM، طول ارتفاع GK را بر حسب a به دست می‌آوریم:



$$\frac{MG}{MA} = \frac{GK}{AH} \Rightarrow \frac{x}{x+2x} = \frac{GK}{\frac{1}{4}a} \Rightarrow \frac{x}{3x} = \frac{GK}{\frac{1}{4}a} \Rightarrow GK = \frac{1}{12}a$$

**گام سوم (محاسبه طول قاعده MK):** همان‌طور که می‌بینید، AM میانه وارد بر وتر است، پس طبق مورد (3) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم مثلث AMC متساوی‌الساقین است؛ بنابراین  $\hat{MAC} = \hat{ACM} = 15^\circ$ . حالا خوب به زاویه  $\hat{AMH}$  نگاه کنید. این زاویه، زاویه خارجی مثلث متساوی‌الساقین AMC است پس برابر می‌شود با جمع زاویه‌های  $\hat{MCA}$  و  $\hat{MAC}$ :



$$\hat{GMK} = \hat{MAC} + \hat{MCA} = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$$

در آخر به مثلث GMK توجه کنید. در این مثلث ضلع رو به زاویه  $30^\circ$  را داریم و ضلع مجاورش را می‌خواهیم؛ پس تانژانت می‌نویسیم:

$$\tan 30^\circ = \frac{KG}{KM} \quad \frac{\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ یا } \frac{1}{\sqrt{3}}}{KG = \frac{1}{12}a} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{12}a}{MK} \Rightarrow MK = \frac{\sqrt{3}}{12}a$$

**گام چهارم (محاسبه خواسته مسئله):** حالا که ارتفاع‌ها و قاعده‌های مثلث‌های GMK و ABC را بر حسب a داریم، می‌توانیم نسبت مساحت‌هایشان را حساب کنیم:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle GMK}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times BC}{\frac{1}{2}GK \times KM} = \frac{(\frac{1}{4}a)(a)}{(\frac{1}{12}a)(\frac{\sqrt{3}}{12}a)} = \frac{\frac{a^2}{4}}{\frac{\sqrt{3}a^2}{12 \times 12}} = \frac{12 \times 12}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12 \times 12 \sqrt{3}}{12} = 12\sqrt{3}$$

### تست و پاسخ 39

اندازه هر ضلع یک لوزی  $2\sqrt{10}$  و نسبت اندازه‌های دو قطر آن  $\frac{1}{3}$  است. مساحت چهارضلعی حاصل از به هم وصل کردن متوالی وسط‌های ضلع‌های این لوزی کدام است؟

24 (4)

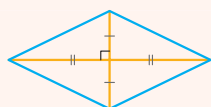
20 (3)

16 (2)

12 (1)

### پاسخ: گزینه 1

#### درس‌نامه



(1) مطابق شکل مقابل، قطرهای هر لوزی عمودمنصف همدیگرند.

(2) از به هم وصل کردن وسط ضلع‌های هر چهارضلعی دلخواه، یک متوازی‌الاضلاع درست می‌شود که مساحتش  $\frac{1}{4}$  مساحت چهارضلعی اولیه است.

(3) مساحت لوزی با قطرهای d و d' برابر است با:

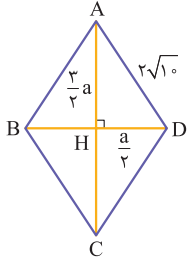
$$S = \frac{1}{2}dd'$$



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** گام اول (محاسبه طول قطرهای لوزی): اول شکل مسئله را می کشیم. به گفته سؤال نسبت اندازه‌های دو قطر لوزی  $\frac{1}{3}$  است، بنابراین می‌توانیم فرض کنیم  $AC = 3a$  و  $BD = a$ . در این صورت چون قطرهای لوزی همدیگر را نصف می‌کنند، می‌توانیم بگوییم  $AH = \frac{3}{4}a$  و  $HD = \frac{a}{4}$  است. حالا به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه  $AHD$ ، مقدار  $a$  را حساب می‌کنیم:



$$AH^2 + HD^2 = AD^2 \Rightarrow \left(\frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a\right)^2 = (2\sqrt{10})^2$$

$$\Rightarrow \frac{9a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = 40 \Rightarrow \frac{10a^2}{4} = 40 \Rightarrow 10a^2 = 160$$

$$\Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$\begin{cases} AC = 3a = 3 \times 4 = 12 \\ BD = a = 4 \end{cases}$$

بنابراین طول قطرهای لوزی برابر می‌شود با:

**گام دوم (محاسبه مساحت لوزی):** حالا که طول قطرهای لوزی را داریم می‌توانیم مساحت لوزی را به کمک مورد (۳) درس‌نامه حساب کنیم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$$

**گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):** طبق مورد (۲) درس‌نامه از به هم وصل کردن وسط ضلع‌های لوزی یک متوازی‌الاضلاع درست می‌شود که مساحتش  $\frac{1}{4}$  مساحت لوزی است، پس:

$$\text{مساحت چهارضلعی حاصل} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} (24) = 6$$

$$i + b = 10$$

## تست و پاسخ ۴۰

مجموع تعداد نقاط مرزی و نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای ۱۰ است. اختلاف کم‌ترین و بیشترین مقدار ممکن برای مساحت آن کدام است؟

۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۴ (۲)

۳/۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

## درس‌نامه

$$S = \frac{\text{تعداد نقطه‌های مرزی}}{2} + (-1) \times \text{تعداد نقطه‌های درونی}$$

(۱) مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

(۲) حواستان باشد که تعداد نقطه‌های مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای نمی‌تواند کم‌تر از ۳ باشد؛ یعنی  $b \geq 3$  است. اما برای تعداد نقطه‌های درونی شرط خاصی نداریم؛ فقط کافی است  $i \geq 0$  باشد.

**پاسخ تشریحی** گام اول (محاسبه مساحت بر حسب  $i$  و  $b$ ): به گفته سؤال  $i + b = 10$  است. حالا به کمک این رابطه یک بار  $S$  را بر حسب  $i$

و بار دیگر  $S$  را بر حسب  $b$  می‌نویسیم:

$$b + i = 10 \Rightarrow \begin{cases} b = 10 - i \xrightarrow{S = \frac{b+i-1}{2}} S = \frac{(10-i)}{2} + i - 1 \Rightarrow S = \frac{8+i}{2} = 4 + \frac{i}{2} \\ i = 10 - b \xrightarrow{S = \frac{b+i-1}{2}} S = \frac{b}{2} + (10-b) - 1 = 9 - \frac{b}{2} \end{cases}$$

**گام دوم (محاسبه حداقل مساحت):** از رابطه  $S = 4 + \frac{i}{2}$  نتیجه می‌گیریم که حداقل مساحت وقتی اتفاق می‌افتد که مقدار  $i$  حداقل باشد؛ از طرفی طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌دانیم حداقل  $i$  برابر صفر است، پس حداقل مساحت برابر می‌شود با:

$$S_{\min} = 4 + \frac{0}{2} = 4$$

**گام سوم (محاسبه حداکثر مساحت):** از رابطه  $S = 9 - \frac{b}{2}$  نتیجه می‌گیریم که حداکثر مساحت زمانی اتفاق می‌افتد که  $b$  حداقل باشد؛ از طرفی طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌دانیم مقدار  $b$  حداقل ۳ است، پس حداکثر مساحت برابر می‌شود با:

$$S_{\max} = 9 - \frac{3}{2} = 9 - 1.5 = 7.5$$

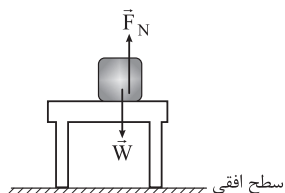
**گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال):** بنابراین اختلاف بیشترین و کم‌ترین مقدار مساحت برابر  $7.5 - 4 = 3.5$  است.



فیزیک (۳): صفحه‌های ۲۹ تا ۴۸

### تست و پاسخ (۴۱)

در شکل زیر، یک میز روی سطحی افقی قرار دارد و جسم روی میز ساکن است. اگر  $\vec{W}$  و  $\vec{F}_N$  به ترتیب نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم باشند، چند مورد از موارد زیر درست است؟



- الف) واکنش نیروی  $\vec{W}$ ، رو به بالا به میز وارد می‌شود.  
 ب) واکنش نیروی  $\vec{F}_N$ ، رو به پایین به سطح افقی وارد می‌شود.  
 پ) نیروهای  $\vec{W}$  و  $\vec{F}_N$  کنش و واکنش‌اند.  
 ت) برآیند واکنش نیروی  $\vec{F}_N$  و واکنش نیروی  $\vec{W}$  صفر است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

### پاسخ: گزینه ۱

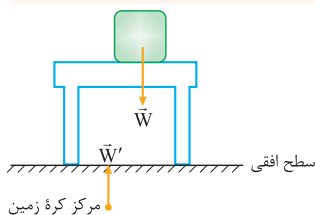
#### درس نامه

نیروهای کنش و واکنش دارای ویژگی‌های زیر هستند:

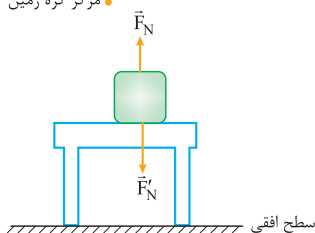
- (۱) هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند. (۲) به دو جسم مختلف وارد می‌شوند. (۳) جنس آن‌ها یکسان است (مثلاً هر دو الکتریکی هستند).

#### پاسخ تشریحی

$\vec{W}$  (نیروی وزن)، نیرویی که از طرف مرکز زمین به جسم وارد می‌شود و واکنش آن ( $\vec{W}'$ )، نیرویی است که از طرف جسم به مرکز کره زمین وارد می‌شود. در شکل روبه‌رو نیروهای  $\vec{W}$  و  $\vec{W}'$  مشخص شده‌اند. (نادرستی عبارت‌های «الف» و «پ»)



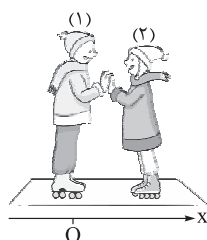
$\vec{F}_N$ ، نیروی عمودی است که از طرف تکیه‌گاه (میز) به جسم وارد می‌شود و واکنش آن ( $\vec{F}'_N$ )، نیرویی است که از طرف جسم به تکیه‌گاه (میز) وارد می‌شود. در شکل روبه‌رو نیروهای  $\vec{F}_N$  و  $\vec{F}'_N$  مشخص شده‌اند. (نادرستی عبارت «ب»)



توجه کنید، نیروهای کنش و واکنش به دو جسم مختلف وارد می‌شوند و به همین دلیل همدیگر را خنثی نمی‌کنند. (نادرستی عبارت «ت»)  
 در ضمن حق نداریم برآیند واکنش نیروی  $\vec{F}_N$  و واکنش نیروی  $\vec{W}$  را به دست آوریم، چون به دو جسم مختلف (به ترتیب به میز و زمین) وارد می‌شوند.

### تست و پاسخ (۴۲)

در شکل زیر دو شخص (۱) و (۲) که جرم آن‌ها به ترتیب  $75 \text{ kg}$  و  $50 \text{ kg}$  است، با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص (۱) با نیرویی به اندازه  $150 \text{ N}$  شخص (۲) را به طرف راست هل می‌دهد. در مدت هل دادن، شتابی که شخص (۱) می‌گیرد در SI کدام است؟



شخص (۲) هم نیرویی به همان اندازه، ولی در خلاف جهت به شخص (۱) وارد می‌کند.

(۱)  $2\vec{i}$

(۲)  $-2\vec{i}$

(۳)  $3\vec{i}$

(۴)  $-3\vec{i}$

### پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** مفاهیم فیزیک را به درستی یاد بگیرید که حتی می‌تواند این مفاهیم (که در این‌جا قانون سوم نیوتون هست)، به صورت

محاسباتی مورد هدف طراحان قرار بگیرد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**خودت حل کنی بهتره** اندازه و جهت نیروی خالص که به شخص (۱) وارد می‌شود را به دست آورید و در نهایت به کمک رابطه  $F_{net} = ma$ ، شتاب حرکت شخص (۱) را حساب کنید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو شخص به هم وارد می‌کنند، هم‌اندازه هستند. ( $F_{۲۱} = F_{۱۲}$ )

$$F_{۱۲} = F_{۲۱} = ۱۵۰ \text{ N}$$

گام دوم: نیرویی که شخص (۱) به شخص (۲) وارد می‌کند، به سمت راست است؛ بنابراین نیرویی که شخص (۲) به (۱) وارد می‌کند به سمت چپ است. در این صورت داریم:

$$\vec{F}_{۲۱} = -۱۵۰ \vec{i}$$

گام سوم: طبق قانون دوم نیوتون ( $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ )، برای شخص (۱) داریم:  $\vec{F}_{۲۱} = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow -۱۵۰ \vec{i} = ۷۵ \vec{a}_1 \Rightarrow \vec{a}_1 = (-۲ \text{ m/s}^2) \vec{i}$

## تست و پاسخ ۴۳

شخصی در حال هل دادن یک جعبه سنگین روی یک سطح افقی است. در کدام یک از وضعیت‌های زیر، اندازه نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند، با اندازه نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند، برابر است؟  
الف) جعبه ساکن باشد.

ب) جعبه روی سطح افقی با تندی ثابت در حال حرکت باشد.

پ) جعبه روی سطح افقی به صورت تندشونده در حال حرکت باشد.

۴) الف، ب و پ

۳) ب و پ

۲) الف و پ

۱) الف و ب

## پاسخ: گزینه ۴

**پاسخ تشریحی** طبق قانون سوم نیوتون، نیروهای کنش و واکنش، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند و این ویژگی هیچ ربطی به نوع حرکت ندارد.

## تست و پاسخ ۴۴

در شکل مقابل دو نردبان (۱) و (۲) به ترتیب به جرم  $m$  و  $۴m$  به دیوارهای قائم و بدون اصطکاکی تکیه داده شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند. اگر اندازه نیرویی که دیوارهای قائم به هر کدام از نردبان‌ها وارد می‌کنند یکسان و ۲ برابر وزن نردبان (۱) باشد، اندازه نیرویی که سطح افقی به نردبان (۱) وارد می‌کند، چند برابر اندازه نیرویی

است که این سطح به نردبان (۲) وارد می‌کند؟

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** با توجه به تعادلی که هر دو نردبان دارند، نیروهای عمودی سطح افقی و نیروی اصطکاک را به دست آورید و در نهایت، نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند را از رابطه  $R = \sqrt{F_N^2 + F_s^2}$  به دست آورید و سپس نسبت آن‌ها را محاسبه کنید.

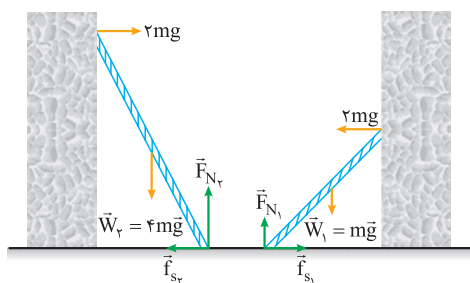
## درس نامه

• اگر برابند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد (جسم ساکن باشد یا با سرعت ثابت حرکت کند)، جسم در تعادل نیرویی قرار دارد، در این صورت برابند نیروهای وارد بر جسم در راستای افقی (محور X) و راستای قائم (محور Y)، صفر است؛ به عبارتی داریم:

$$F_{net_x} = 0, \quad F_{net_y} = 0$$

• به برابند دو نیروی عمود بر هم  $\vec{F}_N$  (نیروی عمودی سطح) و  $\vec{f}$  (اصطکاک)، نیروی سطح گفته می‌شود که اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$



**پاسخ تشریحی** گام اول: نیرویی که دیوارهای قائم به هر دو نردبان وارد می‌کنند، یکسان و برابر  $2mg$  است. حال نیروهای واردشده به هر دو نردبان را در شکل مشخص می‌کنیم.

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_{N1} - W_1 = 0 \Rightarrow F_{N1} = mg$$

گام دوم: نردبان (۱) در تعادل قرار دارد (شتاب صفر است)؛ بنابراین داریم:

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow f_{s1} - 2mg = 0 \Rightarrow f_{s1} = 2mg$$

نیرویی که سطح افقی به نردبان (۱) وارد می‌کند، برآیند دو نیروی عمود بر هم  $\vec{f}_{s1}$  و  $\vec{F}_{N1}$  است؛ در نتیجه  $R_1$  برابر است با:

$$R_1 = \sqrt{F_{N1}^2 + f_{s1}^2} = \sqrt{(mg)^2 + (2mg)^2} = \sqrt{5}mg$$

گام سوم: نردبان (۲) در حال تعادل قرار دارد (شتاب صفر است)؛ بنابراین داریم:

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_{N2} - W_2 = 0 \Rightarrow F_{N2} = 4mg$$

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow f_{s2} - 2mg = 0 \Rightarrow f_{s2} = 2mg$$

نیرویی که سطح افقی به نردبان (۲) وارد می‌کند، برآیند دو نیروی عمود بر هم  $\vec{f}_{s2}$  و  $\vec{F}_{N2}$  است؛ در نتیجه  $R_2$  برابر است با:

$$R_2 = \sqrt{F_{N2}^2 + f_{s2}^2} = \sqrt{(4mg)^2 + (2mg)^2} = \sqrt{20}mg$$

گام چهارم: نسبت نیروی  $R_1$  به نیروی  $R_2$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\sqrt{5}mg}{\sqrt{20}mg} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

### تست و پاسخ ۴۵

در شرایط خلأ، یک گوی به جرم  $200\text{ g}$  از ارتفاع  $3/2$  متری بالای یک سطح افقی رها شده و پس از برخورد به این سطح با سرعت  $4\text{ m/s}$  در راستای قائم رو به بالا می‌آید. اگر مدت تماس گوی با سطح افقی  $2/5\text{ s}$  باشد، اندازه نیروی متوسطی که سطح افقی به گوی وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$  و نیروی مقاومت هوا ناچیز است).

$$F_{\text{av},N} = ?$$

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

### پاسخ: گزینه ۴

**خوبت حل کنی بهتره** سرعت برخورد گلوله به زمین در مسیر سقوط را به کمک رابطه  $v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$  به دست آورید، سپس از رابطه  $F_{\text{av},\text{net}} = \frac{m\Delta v}{\Delta t}$  نیروی خالص متوسط واردشده بر جسم به دست می‌آید و در نهایت به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی خالصی که سطح به جسم وارد کرده را محاسبه کنید.

### درس نامه

• اگر جسم در شرایط خلأ رو به بالا یا پایین پرتاب شود، آن‌گاه جسم تحت تأثیر شتابی به اندازه  $g$  و رو به پایین قرار خواهد گرفت و روابط حرکت با شتاب ثابت به صورت زیر برقرار است:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

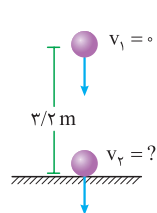
$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$$

$$v = -gt + v_0$$

در این روابط حرکت رو به بالا به عنوان جهت مثبت در نظر گرفته می‌شود.

• قانون دوم نیوتون برحسب تکانه به صورت  $F_{\text{av},\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$  بیان می‌شود که منظور از  $F_{\text{av},\text{net}}$  نیروی خالص متوسط واردشده بر جسم است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



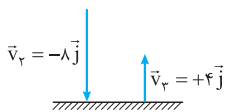
گام اول: به کمک رابطه  $v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$ ، سرعت برخورد گوی به سطح زمین را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$$

$$\Rightarrow v_2^2 - 0^2 = -2(10)(-3/2) = 64 \Rightarrow v_2 = -8 \text{ m/s}$$

گام دوم: به کمک رابطه  $F_{av,net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t}$ ، متوسط نیروی خالص وارد شده بر جسم را به دست می‌آوریم:

توجه کنید که برای محاسبه  $\Delta v$  باید نگاه برداری داشته باشیم.



$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = +4\vec{j} - (-8\vec{j}) = (12 \text{ m/s})\vec{j}$$

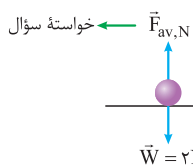
$$F_{av,net} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{0.2 \times 12}{0.2} = 12 \text{ N}$$

حال با خیال راحت،  $F_{av,net}$  را به دست می‌آوریم:

**حواستون باشه** اگر فکر کردید که کار ما این‌جا تمام شده است و **۳** جواب صحیح است، سخت در اشتباه هستید!

خواسته سؤال، نیروی متوسطی است که سطح به جسم وارد کرده است. ما تنها توانستیم نیروی خالص متوسط وارد بر جسم را به دست آوریم؛ پس با گام چهارم همراه ما باشید!

گام سوم: در شکل مقابل، نیروهای وارد بر جسم در لحظه برخورد به جسم (در مدت  $0.2 \text{ s}$ ) رسم شده است:



$$F_{av,net} = F_{av,N} - W$$

$$12 = F_{av,N} - 2$$

$$F_{av,N} = 14 \text{ N}$$

## تست و پاسخ ۴۶

دو گوی هم‌اندازه  $A$  و  $B$  را از سطح زمین با تندی یکسان، در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. با فرض این‌که جرم گوی  $A$  بیشتر از جرم گوی  $B$  و اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر دو گوی در حین حرکت ثابت و یکسان باشد، به ترتیب از راست به چپ، ارتفاع بیشینه کدام گوی بیشتر است و جهت حرکت کدام گوی زودتر تغییر می‌کند؟

اندازه شتاب از رابطه

$$a = g + \frac{f_D}{m}$$

به دست می‌آید.

B, B (۲)

A, B (۴)

A, A (۱)

B, A (۳)

**پاسخ: گزینه ۳**

**مشاوره** بحث نیروی مقاومت شاره، هم می‌تواند به صورت مفهومی و هم محاسباتی مورد هدف طراحان سؤالات کنکور قرار بگیرد.

**خودت حل کنی بهتره** اندازه شتاب وارد شده بر جسم در هنگام پرتاب کردن جسم رو به بالا به صورت  $a = g + \frac{f_D}{m}$  است. به کمک این رابطه شتاب دو جسم را مقایسه کنید و سپس به کمک روابط  $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta y$  و  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، ارتفاع اوج و زمان رسیدن به ارتفاع اوج را مقایسه کنید.

## درس نامه

شما را به یکی از چالشی‌ترین نیروهای فیزیک در حیطه کنکور دعوت می‌کنم، نیروی مقاومت شاره ( $\vec{f}_D$ ).

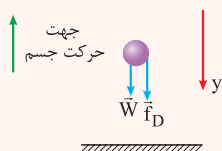
لطفاً از متمرکز بودن خود، قبل از مطالعه این درس‌نامه، اطمینان حاصل فرمایید!

زمانی که یک جسم در شاره (گاز یا مایع) حرکت می‌کند، با نیروی مقاومی در خلاف جهت حرکت مواجه خواهد شد که به آن نیروی مقاومت شاره ( $\vec{f}_D$ ) می‌گوییم.





در دو حالت مختلف، اندازه شتاب وارد بر جسم را در راستای قائم به دست می‌آوریم:



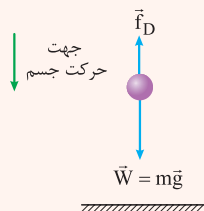
حالت اول: زمانی که جسم در راستای قائم و رو به بالا پرتاب می‌شود. در این حالت نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن رو به پایین به جسم وارد می‌شوند که در شکل مقابل نشان داده شده است.

$$(+)\downarrow F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg + f_D = ma$$

حال قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:

$$\Rightarrow g + \frac{f_D}{m} = a$$

اندازه شتاب از رابطه  $a = g + \frac{f_D}{m}$  به دست می‌آید و حرکت از نوع کندشونده است. در این حالت نیروی مقاومت هوا باعث شده است تندی جسم با شتاب بزرگ‌تری، کاهش یابد.



حالت دوم: اگر جسم در راستای قائم رو به پایین بیاید، نیروی وزن به عنوان عامل محرک باعث پایین آوردن جسم می‌شود، اما نیروی مقاومت هوا رو به بالا به عنوان عامل مقاوم عمل می‌کند. در شکل مقابل این نیروها نمایش داده شده است.

$$+\downarrow F_{\text{net}} = ma$$

نوبت نوشتن قانون دوم نیوتون است.

$$\Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow g - \frac{f_D}{m} = a$$

اندازه شتاب از رابطه  $a = g - \frac{f_D}{m}$  به دست می‌آید و حرکت از نوع تندشونده است. نیروی مقاومت هوا باعث شده است که تندی جسم با شتاب کم‌تری، افزایش یابد.

**پاسخ تشریحی** گام اول: طبق آن چه در درس‌نامه بررسی کردیم، زمانی که جسم را رو به بالا پرتاب می‌کنیم، اندازه شتاب رو به پایین از

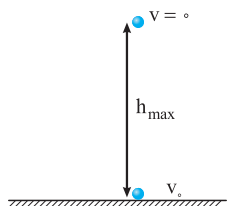
$$a = g + \frac{f_D}{m} \xrightarrow{m_A > m_B} a_A < a_B$$

رابطه  $a = g + \frac{f_D}{m}$  به دست می‌آید. شتاب دو گوی را مقایسه می‌کنیم:

گام دوم: به کمک رابطه  $v_f^2 - v_i^2 = -2a\Delta y$ ، بیشترین ارتفاع دو گوی را مقایسه می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = -2a\Delta y \xrightarrow{v_A = v_B} a_A \Delta y_A = a_B \Delta y_B$$

$$\Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{\Delta y_B}{\Delta y_A} = \frac{(h_{\text{max}})_B}{(h_{\text{max}})_A} \xrightarrow{a_A < a_B} (h_{\text{max}})_B < (h_{\text{max}})_A$$



گام سوم: به کمک رابطه  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، مدت زمانی را که طول می‌کشد تا هر گوی به نقطه اوج خود برسد را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{-v_0}{a} \xrightarrow{a_A < a_B} \Delta t_A > \Delta t_B$$

توجه کنید که در این جا  $a$  و  $v_0$  غیرهم‌علامت هستند.

بنابراین گلوله B، زودتر تغییر جهت می‌دهد.

### تست و پاسخ ۴۷

چتربازی در مبدأ زمان از یک بلندی رها شده و در لحظه  $t_1$  به تندی حدی خود می‌رسد. در ادامه، در لحظه  $t_2$  چتر خود را باز کرده

و در لحظه  $t_3$  به تندی حدی خود در حالتی که چترش باز است، می‌رسد و سپس در لحظه  $t_4$  به زمین می‌رسد. اگر تندی چترباز در

بازه‌های زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  و  $t_3$  تا  $t_4$  به ترتیب  $v_1$  و  $v_2$  و اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر آن در این دو بازه زمانی به ترتیب  $f_1$  و  $f_2$

باشد، کدام درست است؟

نیروی مقاومت هوا برابر وزن چترباز است.

$$f_2 < f_1, v_2 = v_1 \quad (2)$$

$$f_2 = f_1, v_2 = v_1 \quad (1)$$

$$f_2 < f_1, v_2 < v_1 \quad (4)$$

$$f_2 = f_1, v_2 < v_1 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳



## درس نامه

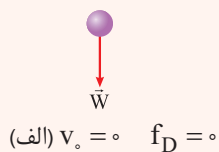
زمانی که یک جسم داخل شاره (گاز یا مایع) حرکت می‌کند، به دلیل برخورد مولکول‌های شاره با جسم، نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که آن را نیروی مقاومت شاره می‌نامیم و با  $\vec{f}_D$  نمایش می‌دهیم.

عوامل مؤثر در نیروی مقاومت شاره:

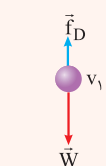
- (۱) **تندی جسم:** هر چه تندی جسم بیشتر باشد، مولکول‌های شاره مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد.
- (۲) **سطح مؤثر جسم:** هر چه سطح بیشتری با تعداد مولکول‌های شاره برخورد داشته باشند، شاره مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد.
- (۳) **چگالی:** هر چه چگالی شاره بیشتر باشد، تعداد مولکول‌های بیشتری با جسم برخورد دارند.

## تندی حدی

مطابق شکل مقابل فرض کنیم جسمی از ارتفاع بسیار زیاد رها می‌شود. در لحظه رهاشدن، تندی جسم صفر است؛ بنابراین نیروی مقاومت هوا هم صفر است و تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن است. (شکل الف)

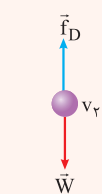


مدتی پس از رهاشدن، به دلیل وجود نیروی وزن که رو به پایین است، حرکت جسم شتابدار شده و باعث افزایش تندی جسم می‌شود و در نتیجه نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد. (شکل ب)



(ب)  $W > f_D$

روند افزایش تندی به همین صورت ادامه دارد و در این مدت نیروی مقاومت هوا نیز افزایش می‌یابد تا جایی که برابر با نیروی وزن می‌شود. از این جا به بعد نیروهای وارد بر جسم متوازن شده و شتاب حرکت صفر می‌شود؛ در نتیجه جسم با تندی ثابتی حرکت می‌کند که به آن «تندی حدی» می‌گویند. (شکل پ)



(پ)  $W = f_D$

## پاسخ تشریحی

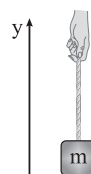
گام اول: در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  و بازه زمانی  $t_3$  تا  $t_4$ ، چون چتر باز با تندی حدی خود حرکت می‌کند (حرکت با سرعت ثابت)، در هر دو حالت نیروی مقاومت هوا ( $\vec{f}_D$ ) با نیروی وزن برابر است:

$$(f_D)_1 = mg, \quad (f_D)_2 = mg \Rightarrow (f_D)_1 = (f_D)_2$$

گام دوم: تندی جسم و بزرگی جسم (سطح برخورد جسم با شاره) از عوامل تأثیرگذار بر نیروی مقاومت شاره است. در هر دو حالت نیروهای مقاومت هوا یکسان است، اما در بازه زمانی  $t_3$  تا  $t_4$  که چتر باز، چتر خود را باز کرده است تأثیر بزرگی جسم بیشتر است و تندی جسم در این حالت کم‌تر است و در نتیجه  $v_2 < v_1$  است.

## تست و پاسخ ۴۸

جهت شتاب رو به پایین است.



در شکل روبه‌رو، شخصی توسط طنابی با جرم ناچیز، جسمی به جرم  $5 \text{ kg}$  را با شتاب ثابت  $\vec{a} = (-2 \text{ m/s}^2) \vec{j}$  به سمت

بالا جابه‌جا می‌کند. نیرویی که طناب به دست شخص وارد می‌کند، بر حسب نیوتون کدام است؟ ( $\vec{g} = (-10 \text{ N/kg}) \vec{j}$ )

نیروی کشش طناب در همه قسمت‌های طناب یکسان است.

منظور آن واکنش نیروی دست به طناب است.

حرکت کندشونده رو به بالا است.

(۲)  $-40 \vec{j}$

(۴)  $-60 \vec{j}$

(۱)  $40 \vec{j}$

(۳)  $60 \vec{j}$

پاسخ: گزینه ۲

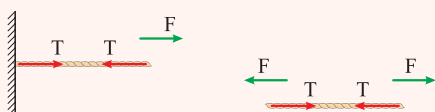


**مشاوره** این سؤال سنخ مناسبی برای آموزش قانون دوم و قانون سوم نیوتون است. آنگه نتوانستی بوش جواب بدی، هتماً برگرد و این قسمت رو خوب بفون، چون خیلی باها لازمش داری.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و طبق قانون دوم نیوتون بزرگی نیروی کشش طناب را به دست آورد و در نهایت با در نظر گرفتن جهت نیروی وارد بر دست شخص، گزینه صحیح را انتخاب کنی.

### درس نامه

● **نیروی کشش طناب (T):** نیرویی است که وقتی طنابی کشیده می شود، اجزای طناب در برابر پاره شدن مقاومت می کنند.



نیروی کشش طناب برای طنابی که از جرم آن صرف نظر می شود در تمام طول طناب یک مقدار و جهت آن همواره به سمت وسط طناب است.

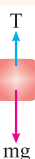
● استفاده از قانون دوم نیوتون در حرکت شتابدار:

گام اول: بردار تمام نیروهای وارد بر جسم را طوری رسم می کنیم که نقطه شروع بردارها جسم باشد.

گام دوم: نیروها را به دو مؤلفه عمود بر هم (راستای شتاب جسم و راستای عمود بر شتاب جسم) تجزیه می کنیم.

گام سوم: نیروهایی که در راستای شتاب هستند را به دو دسته نیروهای موافق (هم جهت با شتاب) و نیروهای مخالف تقسیم می کنیم و طبق رابطه مقابل پیش می رویم:

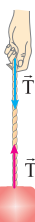
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{موافق}} - F_{\text{مخالف}} = ma$$



**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. (چون جهت شتاب رو به پایین است؛ بنابراین نیروی وزن بزرگتر از نیروی کشش طناب است.)

گام دوم: طبق قانون دوم نیوتون و جهت شتاب، بزرگی نیروی کشش طناب را به دست می آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{موافق}} - F_{\text{مخالف}} = ma \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow (5 \times 10) - T = 5 \times 2 \Rightarrow T = 40 \text{ N}$$



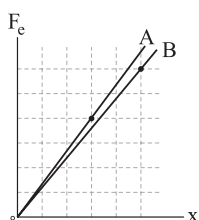
گام سوم: با توجه به این که نیروی کشش طناب در تمام طول آن ثابت بوده و جهت آن به سمت وسط طناب است، شکل را رسم می کنیم:

بنابراین نیروی طناب بر دست شخص برابر با  $40 \text{ N}$  و رو به پایین است ( $\vec{T}' = -40 \text{ (N)} \vec{j}$ ).

**تکنیک** اول این که نیرویی که طناب به دست شخص وارد می کند ( $\vec{T}'$ ) رو به پایین است. پس ۱ و ۳ مرخص اند. دوم این که چون شتاب حرکت رو به پایین است، نیروی رو به بالای وارد بر جسم (یعنی  $\vec{T}$ ) باید از نیروی رو به پایین (یعنی  $m\vec{g}$ ) کوچکتر باشد؛ پس ۲ درست است.

شیب این نمودار نشان دهنده ثابت فنر است.

در اتاق ساکن، بعد از ایجاد تعادل، اندازه نیروی کشسانی فنر برابر با وزن جسم است.



### تست و پاسخ ۴۹

نمودار اندازه نیروی کشسانی دو فنر A و B بر حسب تغییر طول آنها مطابق شکل زیر است.

فنر A را از سقف یک اتاق ساکن و فنر B را از سقف یک آسانسور آویزان کرده و به انتهای هر کدام وزنه‌ای به جرم m وصل می کنیم. اگر طول دو فنر به یک اندازه افزایش یابد، کدام می تواند

وضعیت حرکت آسانسور باشد؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

۱) با شتاب  $1 \text{ m/s}^2$  به طرف بالا شروع به حرکت کرده است.

۲) با شتاب  $1 \text{ m/s}^2$  به طرف پایین شروع به حرکت کرده است.

۳) با شتاب  $2 \text{ m/s}^2$  به طرف بالا شروع به حرکت کرده است.

۴) با شتاب  $2 \text{ m/s}^2$  به طرف پایین شروع به حرکت کرده است.

**پاسخ: گزینه ۲**



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

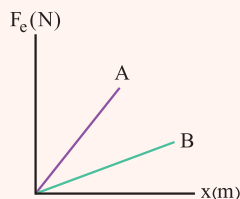


**مشاوره** این تست دانش آسانسور و نیروی کشسانی فنر رو به فوبی به پالش می‌کشه، تحلیلش رو از دست نده.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا از روی نمودار، ثابت فنرها را به دست آورید، سپس با توجه به تعادل جسم متصل به فنر A و مقایسه نیروی کشسانی دو فنر، بزرگی و جهت شتاب حرکت آسانسور را به دست آورید.

## درس نامه

شیب نمودار نیروی کشسانی فنر بر حسب تغییر طول فنر، نشان‌دهنده ثابت فنر است.



$$k_A > k_B$$

برای محاسبه نیروی کشسانی برای جسمی که از سقف آسانسور توسط فنر آویزان است، ۳ حالت داریم:

$$F_e = mg$$

(۱) آسانسور ساکن یا در حال حرکت با سرعت ثابت باشد:

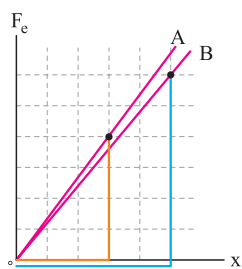
$$F_e = m(g + a)$$

(۲) جهت شتاب آسانسور رو به بالا باشد:

$$F_e = m(g - a)$$

(۳) جهت شتاب آسانسور رو به پایین باشد:

**پاسخ تشریحی گام اول:** با توجه به نمودار  $(F_e - x)$  فنرهای A و B، ثابت فنرهای A و B را به طور نسبی به دست می‌آوریم:



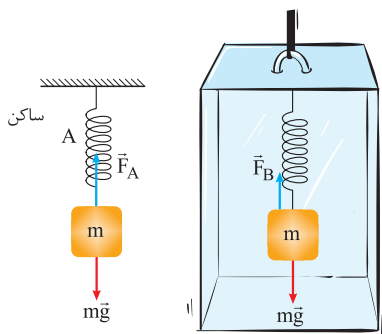
$$k_A = \frac{4}{3}, \quad k_B = \frac{6}{5}$$

(می‌دانیم شیب نمودار نیروی کشسانی فنر بر حسب تغییر طول فنر، نشان‌دهنده ثابت فنر است.)

**گام دوم:** با توجه به تغییر طول یکسان فنرها، نسبت نیروی کشسانی فنرها را به دست می‌آوریم:

$$F_e = kx \Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = \frac{k_B}{k_A} \times \frac{x_B}{x_A} \xrightarrow{x_A = x_B} \frac{F_B}{F_A} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{3}} \times 1 = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

**گام سوم:** با توجه به نسبت نیروی کشسانی فنرهای A و B شتاب آسانسور را به دست می‌آوریم:



جهت شتاب آسانسور رو به پایین است.

$$F_B = \frac{9}{10} F_A \xrightarrow{F_A = mg} F_B = \frac{9}{10} mg \Rightarrow (F_B < mg)$$

$$F_B = m(g - a) = \frac{9}{10} mg \Rightarrow 10 - a = 9 \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

بنابراین آسانسور باید با شتاب  $\vec{a} = -1 \text{ (m/s}^2\text{)} \vec{j}$  حرکت کند، یعنی با شتاب  $1 \text{ m/s}^2$  تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا حرکت کند.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

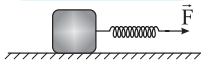
## تست و پاسخ ۵۰

یعنی تغییر طول آن،

$$x_1 = 37 - L_0$$

سانتی‌متر است.

یعنی نیروی خالص صفر است.



یعنی تغییر طول آن،  $x_2 = 33 - L_0$  سانتی‌متر است.

در شکل زیر، ثابت فنر  $400 \text{ N/m}$  و جرم جسم  $5 \text{ kg}$  و جسم در ابتدا ساکن است. اگر طول فنر به  $37 \text{ cm}$  برسد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، سپس در حالتی که طول فنر برابر با  $33 \text{ cm}$  است، جسم با سرعت ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد. اختلاف ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین سطح و جسم کدام است؟  
(یعنی همون آستانه لغزش)  $(g = 10 \text{ N/kg})$  فنر افقی و جرم آن ناچیز است.

۰/۱۶ (۲)

۰/۱۲ (۱)

۰/۳۲ (۴)

۰/۲۴ (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** توی اکثر آزمون‌های فیزیک کنکور، رد پای مقایسه اصطکاک ایستایی و جنبشی هست. با این که ظاهر سوال آشناس، ولی ایده پردیزی توی طراحیش هست.

**خودت حل کنی بهتره** طبق روابط  $f_k$  و  $f_{s,max}$ ، ضریب اصطکاک را بر حسب تغییر طول فنر در دو حالت به دست آورید و اختلاف آن‌ها را با داشتن اختلاف تغییر طول دو حالت محاسبه کنید.

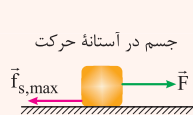
## درس نامه



● **نیروی اصطکاک ایستایی ( $f_s$ ):** نیروی اصطکاک است که در حال سکون، با به حرکت درآمدن جسم مخالفت می‌کند. مقدار این نیرو متغیر و وابسته به نیروی محرک جسم است.

$$f_s = F$$

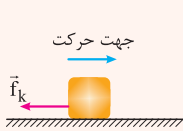
● **نیروی اصطکاک در آستانه حرکت ( $f_{s,max}$ ):** بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی است که جسم برای شروع حرکت با آن روبه‌رو می‌شود.



$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

↑ ضریب اصطکاک ایستایی  
↓ نیروی عمودی تکیه‌گاه

● **نیروی اصطکاک جنبشی ( $f_k$ ):** نیروی اصطکاک است که هنگام لغزش جسم، موازی با سطح و در خلاف جهت لغزش بر جسم اثر می‌کند.



$$f_k = \mu_k F_N$$

↑ ضریب اصطکاک جنبشی  
↓ نیروی عمودی تکیه‌گاه

**پاسخ تشریحی** با توجه به تغییر طول فنر در دو حالت ۱ و ۲ داریم:

$$F_{e_1} = f_{s,max} \Rightarrow kx_1 = \mu_s F_N \Rightarrow 400 \cdot x_1 = \mu_s \times 5 \times 10 \Rightarrow \mu_s = 8x_1$$

حالت ۱ (جسم در آستانه لغزش):

$$F_{e_2} = f_k \Rightarrow kx_2 = \mu_k F_N \Rightarrow 400 \cdot x_2 = \mu_k \times 5 \times 10 \Rightarrow \mu_k = 8x_2$$

حالت ۲ (جسم در حالت حرکت با سرعت ثابت):

حال اختلاف ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$\mu_s - \mu_k = 8x_1 - 8x_2 = 8(x_1 - x_2) = 8(0/37 - 0/33) = 8(0/04) = 0/32$$

# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



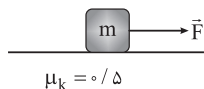
## تست و پاسخ ۵۱

در شکل زیر، نیروی افقی  $\vec{F}$  به جسم ساکن روی سطح افقی وارد شده، جسم شروع به حرکت می‌کند. بعد از آن که جسم به اندازه  $d$  جابه‌جا شد، نیروی  $\vec{F}$  حذف شده و سپس جسم با طی مسافت  $\frac{d}{4}$  متوقف می‌شود. اندازه نیروی  $\vec{F}$  چند برابر وزن جسم است؟

سرعت نهایی جسم صفر است.

جسم با شتاب ناشی از نیروی اصطکاک به صورت کندشونده حرکت می‌کند.

- ۴/۵ (۱)
- ۵/۴ (۲)
- ۸/۵ (۳)
- ۵/۸ (۴)



## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا نسبت مقدار شتاب در دو حالت را به دست آورید، سپس از روی نسبت نیروی  $F$  به  $f_k$ ، نسبت نیروی  $F$  به  $mg$  را حساب کنید.

### پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به حرکت جسم نسبت شتاب آن در دو حالت را به دست می‌آوریم:

حالت (۱):  $v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2a_1 d$

حالت (۲):  $v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2a_2 \times (\frac{d}{4})$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{v^2}{2d} \\ a_2 = -\frac{2v^2}{d} \end{cases} \Rightarrow \left| \frac{a_2}{a_1} \right| = 4$$

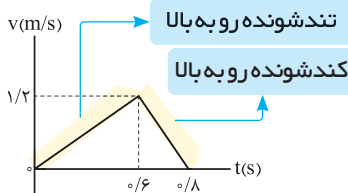
گام دوم: نسبت نیروی  $F$  به  $f_k$  را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{\text{جرم ثابت}} \frac{F_r}{F_l} = \frac{a_r}{a_l} = 4 \Rightarrow F_r = 4F_l \Rightarrow f_k = 4(F - f_k) \Rightarrow 5f_k = 4F \Rightarrow F = \frac{5}{4}f_k$$

گام سوم: نسبت نیروی  $F$  به وزن جسم را به دست می‌آوریم:  $F = \frac{5}{4}f_k \xrightarrow{\substack{f_k = \mu_k F_N \\ \mu_k = 0/5, F_N = mg}} F = \frac{5}{4} \times 0/5 \times mg = \frac{5}{8}mg$

## تست و پاسخ ۵۲

نمودار سرعت-زمان آسانسوری که در راستای قائم به سمت بالا حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر شخصی که داخل آسانسور ایستاده است، در لحظه  $t_1 = 0/2$  s چند برابر اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر او در لحظه  $t_2 = 0/7$  s است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



- ۳ (۱)
- ۱/۳ (۲)
- ۱/۲ (۴)
- ۲ (۳)

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** هر سال به سوال از ترکیب حرکت و دینامیک توی کنگور میاد و تا حالا این مدلی در ترکیب با آسانسور توی کنگور نیومده؛ پس می‌تونه به سوال احتمالی خوب باشه.



**خودت حل کنی بهتره** ابتدا مقدار شتاب در هر بخش را به دست آورده و با توجه به جهت شتاب و مقدار آن نیروی عمودی کف آسانسور را در دو لحظه با هم مقایسه کنید.

### درس نامه

اندازه نیروی عمودی کف آسانسور بر جسم (عدد ترازو در کف آسانسور):

(۱) آسانسور ساکن یا در حال حرکت با سرعت ثابت باشد:

$$F_N = mg$$

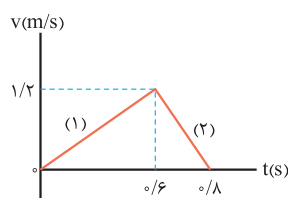
(۲) جهت شتاب آسانسور رو به بالا باشد (تندشونده رو به بالا یا کندشونده رو به پایین حرکت کند):

$$F_N = m(g + a)$$

(۳) جهت شتاب آسانسور رو به پایین باشد (تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا حرکت کند):

$$F_N = m(g - a)$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: مقدار و جهت شتاب را در بخش‌های (۱) و (۲) حرکت آسانسور به دست می‌آوریم:



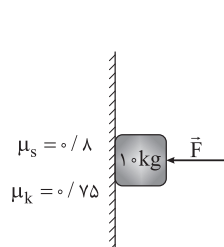
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1/2}{0.6} = 2 \text{ m/s}^2 & \Rightarrow \text{جهت شتاب رو به بالا} \\ a_2 = -\frac{1/2}{0.8} = -6 \text{ m/s}^2 & \Rightarrow \text{جهت شتاب رو به پایین} \end{cases}$$

گام دوم: نسبت اندازه نیروی  $F_N$  در  $t_1 = 0.2 \text{ s}$  به اندازه نیروی  $F_N$  در  $t_2 = 0.7 \text{ s}$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0.2 \text{ s} \Rightarrow F_{N_1} = m(g + a) \Rightarrow F_{N_1} = m(10 + 2) = 12m \\ t_2 = 0.7 \text{ s} \Rightarrow F_{N_2} = m(g - a) \Rightarrow F_{N_2} = m(10 - 6) = 4m \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{12m}{4m} = 3$$

### تست و پاسخ ۵۳

در شکل زیر، نیروی  $\vec{F}$  در راستای افق است. اگر اندازه نیرویی که جسم به دیوار قائم وارد می‌کند  $100 \text{ N}$  باشد، اندازه شتاب جسم چند متر



همون مقدار نیرویی که دیوار به جسم وارد می‌کنه.  
( $R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$ )

نیروی عمودی سطح، نیروی  $F$  را خنثی می‌کند و با آن هم اندازه است.

بر مربع ثانیه است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

- ۲ / ۵ (۱)
- ۴ (۲)
- ۲ (۳)
- صفر (۴)

### پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** با این سؤال می‌تونی نیروی اصطکاک، نیروی عمودی سطح، نیروی تکیه‌گاه و قانون دوم نیوتون رو با هم تحلیل کنی. در عین حال به پیزیایی رو فودت باید از دلش استنباط کنی.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا تعیین کنید که جسم ساکن می‌ماند یا حرکت می‌کند، سپس در صورت حرکت از روی نسبت  $f_k$  و  $F_N$  و داشتن بزرگی نیروی سطح بر جسم،  $f_k$  را به دست آورده و در نهایت شتاب جسم را به دست آورید.

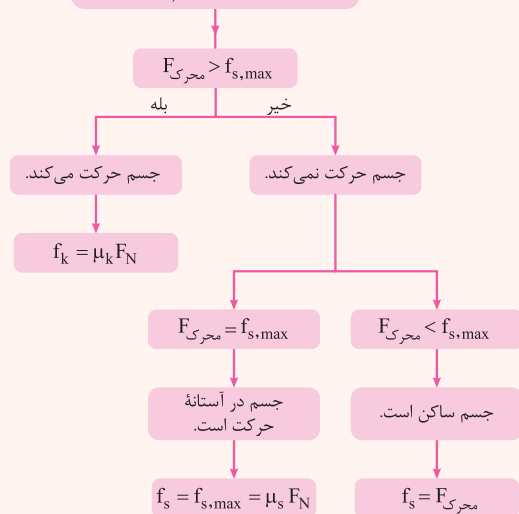
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه

(۱) در طرحواره شکل مقابل نحوه محاسبه نیروی اصطکاک نشان داده شده است.

محاسبه نیروی اصطکاک ایستایی پیشینه  
 $f_{s,max} = \mu_s F_N$

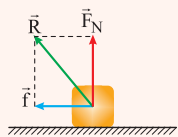


(۲) به هر جسم ساکن یا در حال حرکت، از طرف تکیه‌گاه (سطح) دو نیرو وارد می‌شود:

الف) نیروی عمودی سطح ( $\vec{F}_N$ ) ب) نیروی اصطکاک ( $\vec{f}$ )

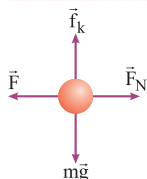
همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید، این دو نیرو به صورت عمود بر هم به جسم وارد می‌شوند؛ بنابراین بزرگی برابری این دو نیرو برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$



## پاسخ تشریحی

با توجه به وجود داشتن نیروی اصطکاک درمی‌یابیم نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند باید بزرگ‌تر از نیروی عمودی تکیه‌گاه باشد؛ در نتیجه می‌توان نوشت:



$$F_N = F$$

$$F_N < 100 \text{ N} \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.18 F_N < 18 \text{ N} \Rightarrow mg = 100 > f_{s,max} \Rightarrow \text{جسم رو به پایین حرکت می‌کند.}$$

حالا نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \Rightarrow 100 = \sqrt{F_N^2 + (0.18 F_N)^2} = F_N \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \frac{5}{4} F_N \Rightarrow F_N = 80 \text{ N} \Rightarrow f_k = 0.18 \times 80 = 14.4 \text{ N}$$

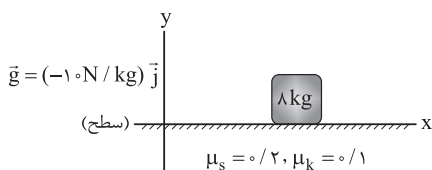
$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_k = ma \Rightarrow 100 - 14.4 = 10a \Rightarrow a = 8.56 \text{ m/s}^2$$

## تست و پاسخ ۵۴

در شکل مقابل، به جسم ساکن ۸ کیلوگرمی، هم‌زمان

سه نیروی  $\vec{F}_1 = (40 \text{ N}) \vec{i}$ ،  $\vec{F}_2 = (-30 \text{ N}) \vec{i}$  و  $\vec{F}_3 = (20 \text{ N}) \vec{j}$  وارد می‌شوند. نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند ( $\vec{F}$ )، در SI

کدام است؟ واکنش نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند.



علاوه بر این نیرو، نیروهای وزن، اصطکاک و عمودی سطح را نیز در نظر بگیرید.

$$\vec{F} = 12\vec{i} - 60\vec{j} \quad (۲)$$

$$\vec{F} = 10\vec{i} - 60\vec{j} \quad (۴)$$

$$\vec{F} = -12\vec{i} + 60\vec{j} \quad (۱)$$

$$\vec{F} = -10\vec{i} + 60\vec{j} \quad (۳)$$

## پاسخ: گزینه ۴





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

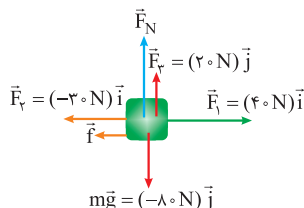
فیزیک

**مشاوره** توی این سوال  $\mu_k$  به هیچ دردی نمی‌فوره و اضافه‌س. هم‌پنین هواسه باشه اشتباهی  $\mu_s$  رو انتقاب نکنی، چون یه دام‌تستیه برای اونایی که نیروی سطح بر جسم رو به عنوان جواب انتقاب می‌کنن.

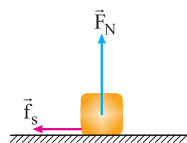
**خودت حل کنی بهتره** ابتدا اندازه نیروی  $\vec{F}_N$  را به دست آورید، سپس نیروی اصطکاک را به دست آورده و در نهایت با داشتن نیروی سطح بر جسم، نیروی سطح بر جسم را حساب کنید.

**نکته** اگر نیروی سطح بر جسم به صورت  $\vec{R} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j}$  باشد، طبق قانون سوم نیوتون نیروی جسم بر سطح به صورت  $\vec{R}' = -\alpha \vec{i} - \beta \vec{j}$  است.

**پاسخ تشریحی** گام اول: تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



**گام دوم:** نیروی  $F_N$  را به دست می‌آوریم و تعیین می‌کنیم که جسم شروع به حرکت می‌کند یا ساکن می‌ماند، سپس نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:



$$F_{\text{محری}} = F_1 - F_2 = 40 - 30 = 10 \text{ N}$$

$$F_N = mg - F_2 = 80 - 20 = 60 \text{ N} \Rightarrow f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = 0.2 \times 60 = 12 \text{ N} > F_{\text{محری}}$$

$$\Rightarrow f_s = F_{\text{محری}} = 10 \text{ N}, \text{ جسم ساکن}$$

گام سوم: طبق قانون سوم نیوتون با داشتن نیروی سطح بر جسم، نیروی جسم بر سطح را به دست می‌آوریم:

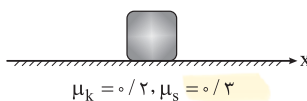
$$\vec{F}_{\text{جسم بر سطح}} = -\vec{F}_{\text{سطح بر جسم}} = -(-10 \vec{i} + 60 \vec{j}) = 10 \vec{i} - 60 \vec{j}$$

## تست و پاسخ ۵۵

چون خلاف جهت حرکت، حرکت اولش کندشونده‌س.

در شکل زیر، جسمی به جرم  $4 \text{ kg}$  روی سطح افقی پرتاب شده است. از لحظه‌ای که سرعت جسم به  $\vec{v} = (6 \text{ m/s}) \vec{i}$  می‌رسد، نیروی ثابت  $\vec{F} = (-16 \text{ N}) \vec{i}$  به جسم وارد می‌شود. از این لحظه تا  $5 \text{ s}$  پس از آن،

جابه‌جایی جسم بر حسب متر کدام است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



باید ببینی وقتی متوقف شد، می‌تونه دوباره حرکت کنه یا نه.

$$19 \vec{i} \quad (2)$$

$$-19 \vec{i} \quad (4)$$

$$13 \vec{i} \quad (1)$$

$$-13 \vec{i} \quad (3)$$

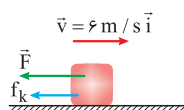
## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** توی این سوال هتماً هواسه باشه که با وارد شدن نیروی  $\vec{F}$  در مدت  $5 \text{ s}$ ، جسم تغییر جهت می‌ده و جهت شتاب عوض می‌شه. آله هواسه بیشتر تمرین کنی به نمودار  $v-t$  و  $a-t$  هم توی این  $5 \text{ s}$  رسم کن.

**خودت حل کنی بهتره** اول ببین با وارد شدن نیروی  $\vec{F}$  چه قدر طول می‌کشه تا جسم متوقف بشه. بعدش ببین آیا بعد از توقف، نیروی  $\vec{F}$  زورش می‌رسه که بر اصطکاک ایستایی پیشینه غلبه کنه و باعث حرکت جسم در خلاف جهت بشه. اگر زورش رسید شتاب جسم رو توی حالت دوم حساب کن و در نهایت جابه‌جایی جسم رو توی دو تا حالت به صورت برداری جمع کن.

**نکته** جهت نیروی اصطکاک جنبشی با توجه به جهت حرکت جسم مشخص می‌شود و به جهت شتاب جسم ربطی ندارد.

**پاسخ تشریحی** گام اول: نیروی خالص و شتاب، سپس جابه‌جایی را در هر بخش حرکت جسم به دست می‌آوریم:



بخش اول حرکت (حرکت کندشونده)  $t: (0 \rightarrow 1 \text{ s})$

$$F_{\text{net}} = F + f_k \Rightarrow F_{\text{net}} = 16 + (0.2 \times 40) = 24 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = (-24 \text{ N}) \vec{i}$$

$\mu_k \times F_N$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

## فیزیک

آزمون نهم حضوری

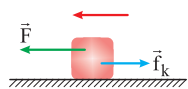
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-24}{4} = -6(m/s^2)\vec{i} \xrightarrow{\vec{v}_0 = 6(m/s)\vec{i}} \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{0-6}{-6} = 1s \quad (\text{پس از } 1s \text{ متوقف می شود.})$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}(-6)(1^2) + 6(1) = 3m$$

بخش دوم حرکت  $t: (1s \rightarrow 5s)$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.3 \times 40 = 12N$$

$F > f_{s,max} \Rightarrow$  حرکت در این قسمت تندشونده است و جسم به سمت چپ حرکت می کند.



$$F'_{net} = F - f_k = 16 - 8 = 8N \Rightarrow \vec{F}'_{net} = (-8N)\vec{i}$$

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}'_{net}}{m} = \frac{-8}{4} = -2(m/s^2)\vec{i}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a't^2 + v_0t \xrightarrow{t=5-1=4s} \Delta x_2 = \frac{1}{2}(-2)(4^2) + 0 \times (4) \Rightarrow \Delta x_2 = -16m$$

$$\Delta \vec{x} = \Delta \vec{x}_1 + \Delta \vec{x}_2 \Rightarrow \Delta \vec{x} = 3\vec{i} + (-16\vec{i}) = -13(m)\vec{i} \quad \text{گام دوم: جابه جایی را در کل حرکت به دست می آوریم:}$$

### تست و پاسخ ۵۶

$$8 \times 10^{-3} kg$$

اگر انرژی جنبشی گلوله‌ای به جرم ۸ g برابر با ۹۰ J باشد، اندازه تکانه آن در SI چند واحد است؟

$$\frac{kg \cdot m}{s}$$

$$144 (4)$$

$$12 (3)$$

$$1/44 (2)$$

$$1/2 (1)$$

### پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** با دیدن این سؤال فیلی تعجب نکن که چه قدر راحتی. توی کنکور هم از این مدل سؤال هست که با به جای گذاری ساده بشه به جواب رسید.

**خودت حل کنی بهتره** به کمک رابطه انرژی جنبشی با اندازه تکانه و جرم، با یک جای گذاری ساده مقدار تکانه را به دست آورید.

**درس نامه** جسمی به جرم  $m$  که با تندی  $v$  در حال حرکت است را در نظر بگیرید. در این صورت با استفاده از رابطه انرژی جنبشی ( $K = \frac{1}{2}mv^2$ ) و رابطه اندازه تکانه ( $p = mv$ )، به یک رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه می‌رسیم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\text{طرفین را در } m \text{ ضرب می‌کنیم.}} Km = \frac{1}{2}(mv)^2 \Rightarrow Km = \frac{p^2}{2} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

طبق رابطه انرژی جنبشی با تکانه می‌توان نوشت:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow 90 = \frac{p^2}{2 \times 8 \times 10^{-3}} \Rightarrow p^2 = 9 \times 16 \times 10^{-2} \Rightarrow p = 3 \times 4 \times 10^{-1} = 1/2 \frac{kg \cdot m}{s}$$

### تست و پاسخ ۵۷

$$v_1 = \frac{54}{3/6} m/s = 108 m/s$$

در یک آزمون تصادف، خودرویی به جرم  $1200 kg$  روی یک سطح افقی با تندی  $54 km/h$  به مانعی

جهت آن خلاف جهت  $v_1$  است.

برخورد کرده و با تندی  $9 km/h$  برمی‌گردد. اگر این برخورد  $0.2 s$  طول بکشد، در این مدت،

$$v_2 = \frac{9}{3/6} m/s = 18 m/s$$

به ترتیب، اندازه تغییر تکانه خودرو و اندازه نیروی خالص وارد بر آن در SI کدام است؟

$$1/5 \times 10^4, 2/1 \times 10^4 (2)$$

$$1/5 \times 10^5, 2/1 \times 10^4 (1)$$

$$2/5 \times 10^4, 1/5 \times 10^4 (4)$$

$$2/5 \times 10^5, 1/5 \times 10^4 (3)$$

### پاسخ: گزینه ۱

دوازدهم ریاضی



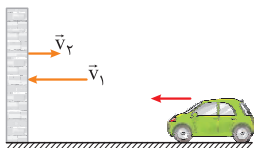
**مشاوره** هواستون به این باشه که وقتی برمی‌گرده، جهت حرکت تغییر می‌کنه و علامت سرعت عوض می‌شه. همیشه طراح گزینه ۴ رو برات می‌ذاره.

**خودت حل کنی بهتره** اول با داشتن جرم و تغییر سرعت، تکانه را به دست آورید. بعد به کمک رابطه قانون دوم نیوتون و تکانه، نیروی خالص را حساب کنید.

**درس نامه** •• تکانه و قانون دوم نیوتون: نیروی خالص متوسط برابر است با نسبت تغییرات تکانه به مدت زمان تغییرات. طبق رابطه زیر داریم:

$$\bar{F}_{\text{net}} = m\bar{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا اندازه تغییر تکانه خودرو را به دست می‌آوریم:



$$\begin{aligned} v_1 &= 54 \text{ km/h} = \frac{54}{3.6} \text{ m/s} = 15 \text{ m/s} \\ v_2 &= 9 \text{ km/h} = \frac{9}{3.6} \text{ m/s} = 2.5 \text{ m/s} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \Rightarrow \Delta \vec{v} &= \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \\ \Rightarrow |\Delta \vec{v}| &= |2.5 - (-15)| = 17.5 \text{ m/s} \\ \Delta p &= m\Delta v \Rightarrow \Delta p = 1200 \times 17.5 = 21000 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}} = 2.1 \times 10^4 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right.$$

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{2.1 \times 10^4}{0.2} = 1.05 \times 10^5 \text{ N}$$

گام دوم: اندازه نیروی خالص متوسط را به دست می‌آوریم:

جهت حرکت رو به پایین

تست و پاسخ ۵۸

شخصی به جرم  $60 \text{ kg}$  در یک آسانسور روی یک ترازو قرار دارد. آسانسور با شتاب ثابت به سمت پایین در حال حرکت است. اگر در مدت

$5 \text{ s}$  اندازه تکانه شخص  $600 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$  افزایش یابد، عددی که ترازو نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

همان نیروی عمودی سطحه ( $F_N$ )

۵۴۰ (۲)

۴۸۰ (۱)

حرکت تندشونده است، چون تکانه زیاد شده.

۷۲۰ (۴)

۶۶۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** من آگه به جای تو بودم این سوال رو مارک می‌کردم که بعداً برای جمع بندی بفرموش، چون توی همین به سوال می‌تونی تکانه، قانون دوم نیوتون و آسانسور رو بررسی کنی.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا به کمک تغییر تکانه، جرم و زمان، مقدار شتاب را به دست آورید، سپس با توجه به حرکت رو به پایین آسانسور، عدد ترازو را که همان نیروی عمودی سطح است به دست آورید.

درس نامه ••

**نکته** وقتی مقدار تکانه زیاد می‌شود، حرکت تندشونده و وقتی کم می‌شود، حرکت کندشونده است.

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{600}{5} = 120 \text{ N}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: نیروی خالص متوسط وارد بر شخص را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} \Rightarrow a = \frac{120}{60} = 2 \text{ m/s}^2$$

گام دوم: بزرگی شتاب آسانسور را به دست می‌آوریم:

گام سوم: عدد ترازو (نیروی عمودی کف آسانسور) را به دست می‌آوریم (چون رو به پایین تکانه در حال افزایش است، بنابراین جهت شتاب رو

$$F_N = m(g - a) \Rightarrow F_N = 60 \times (10 - 2) = 480 \text{ N}$$

به پایین است):



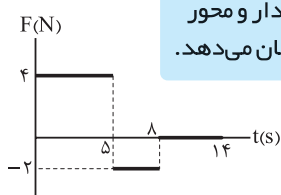


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

## فیزیک

### تست و پاسخ ۵۹

نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، بر حسب زمان به شکل زیر است. اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد بر این جسم در بازهٔ زمانی  $t_1 = 2\text{ s}$  تا  $t_2 = 10\text{ s}$  چند نیوتون است؟



سطح محدود بین نمودار و محور زمان، تغییر تکانه را نشان می‌دهد.

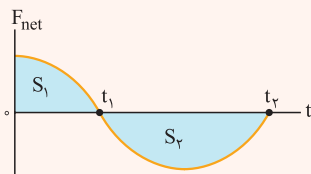
- ۰ / ۷۵ (۱)
- ۱ (۲)
- ۱ / ۴ (۳)
- ۳ / ۲۵ (۴)

### پاسخ: گزینهٔ ۱

**مشاوره** پدیداً مد شده که بررسی تغییرات رو توی کل بازهٔ داده شده نمی‌فوان و توی بخش مشغولی می‌پرسن. این سوال خیلی شبیه سلیقهٔ طراحی کنکوره، فواست بوش باشه.

**خودت حل کنی بهتره** از روی نمودار و سطح محصور، تغییر تکانه را به دست آورید، سپس نیروی خالص متوسط را با داشتن تغییر تکانه حساب کنید.

### درس نامه

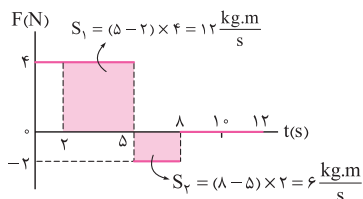


سطح محدود به نمودار نیرو - زمان و محور زمان، برابر اندازهٔ تغییرات تکانه است. در شکل مقابل تغییرات تکانه در بازه‌های زمانی مختلف نشان داده شده است.

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \text{تغییرات تکانه در بازه } (t_1 \text{ تا } 0) \\ -S_2 &= \text{تغییرات تکانه در بازه } (t_2 \text{ تا } t_1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta p = S_1 - S_2$$

### پاسخ تشریحی

**گام اول:** ابتدا تغییر تکانه را که همان مساحت محصور نمودار نیرو - زمان با محور زمان است، به دست می‌آوریم:



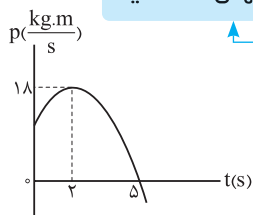
$$\Delta p = S_1 - S_2 = 12 - 10 = 2 \text{ kg.m/s}$$

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{2}{10-2} = \frac{2}{8} = 0.25 \text{ N}$$

گام دوم: نیروی خالص متوسط را به دست می‌آوریم:

### تست و پاسخ ۶۰

به تقارن سهمی دقت کنید.



مطابق شکل، نمودار تکانه - زمان جسمی که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، به صورت بخشی از یک سهمی است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جهت حرکت آن تغییر می‌کند، در SI کدام است؟

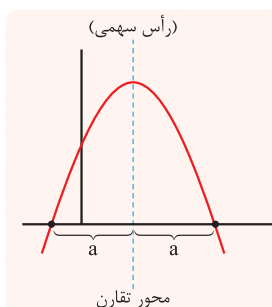
لحظه‌ای که نمودار  $p = t$  محور  $t$  را قطع می‌کند. ( $t = 5\text{ s}$ )

- ۱ / ۶ (۱)
- ۱ / ۶ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲ (۴)

### پاسخ: گزینهٔ ۳

**مشاوره** آگه فواص نمودار سهمی رو فوب بلد باشی، توی این سوال خیلی بهوت کمک می‌کنه. این پاس که می‌گن یه فیزیکدان باید ریاضیش فوب باشه.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا با توجه به خواص سهمی و تقارن آن معادلهٔ سهمی را به دست آورید، سپس با جای گذاری، تکانهٔ لحظات مورد نظر، تغییر آن را حساب کنید تا نیروی خالص متوسط به دست آید.

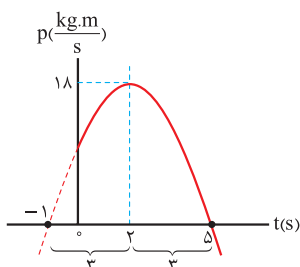


## درس نامه •• تقارن نمودار سهمی

سهمی یک محور تقارن دارد که از رأس آن می‌گذرد. اگر از این محور تقارن به یک اندازه به طرف چپ یا راست برویم، مقدار یکسانی روی محور عمودی به دست می‌آید؛ مثلاً در شکل مقابل، فاصله دو ریشه سهمی از محور تقارن، یکسان است.

## پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا با توجه به نمودار سهمی، معادله آن را به دست می‌آوریم (رأس سهمی روی محور تقارن، در  $t = 2s$  است):



$$p = A(t+1)(t-5) \xrightarrow[p=18 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}]{t=2s} 18 = A(2+1)(2-5)$$

$$\Rightarrow A = -2 \Rightarrow p = -2(t+1)(t-5)$$

گام دوم: نیروی خالص متوسط از  $t_1 = 0$  تا لحظه تغییر جهت حرکت ( $t_2 = 5s$ ) را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = 0 \Rightarrow p_1 = -2(1)(-5) = 10 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \Rightarrow F_{\text{net,av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{net,av}} = \frac{0-10}{5} = -2\text{N} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net,av}} = -2(\text{N}) \vec{i}$$

$$t_2 = 5s \Rightarrow p_2 = 0$$

فیزیک (۱): صفحه‌های ۵۳ تا ۱۰۳

## تست و پاسخ ۶۱

جسمی به جرم  $5 \text{ kg}$  روی سطح افقی به ضریب اصطکاک ایستایی  $0.5$  و ضریب اصطکاک جنبشی  $0.4$  ابتدا در حال سکون قرار دارد. در مبدأ زمان، به جسم نیروی ثابت و افقی  $F = 30 \text{ N}$  وارد می‌شود. کار انجام شده توسط این نیرو در  $4$  ثانیه اول چند ژول است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

۱۶۰ (۱)      ۳۲۰ (۲)      ۴۸۰ (۳)      صفر (۴)

## پاسخ: گزینه ۲

## درس نامه ••

وقتی به جسمی که بر روی سطح قرار دارد، نیروی محرکی وارد می‌شود، دو حالت ممکن است برای جسم رخ بدهد: جسم یا ساکن می‌ماند یا حرکت می‌کند. برای این که بدانیم کدام یک از این حالت‌ها برای جسم رخ می‌دهد، باید بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ( $f_{s,\text{max}}$ ) را به دست آوریم. بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ( $f_{s,\text{max}}$ ) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$$

نیروی عمودی    ضریب اصطکاک  
سطح (N)    ایستایی

اگر نیروی محرک بیشتر از  $f_{s,\text{max}}$  باشد ( $F_{\text{محرک}} > f_{s,\text{max}}$ )، جسم حرکت می‌کند و اگر نیروی محرک کوچک‌تر یا مساوی  $f_{s,\text{max}}$  باشد ( $F_{\text{محرک}} \leq f_{s,\text{max}}$ )، جسم ساکن می‌ماند.

جسمی را در نظر بگیرید که بر روی سطحی در حال حرکت است، نیروی اصطکاک که سطح بر این جسم وارد می‌کند، از نوع جنبشی است. نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم از طرف سطح، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k F_N$$

نیروی عمودی    ضریب اصطکاک  
سطح (N)    جنبشی

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



● قانون دوم نیوتون: وقتی نیروی خالص بر جسم وارد می‌شود، جسم تحت تأثیر این نیرو شتاب می‌گیرد. این شتاب نسبت مستقیم با نیروی خالص وارد بر جسم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$$

● معادله مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور X حرکت می‌کند، به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

شتاب (m/s<sup>2</sup>)      سرعت اولیه (m/s<sup>2</sup>)  
 ↑                    ↑  
 جابه‌جایی (m)      مکان اولیه (m)      زمان (s)      مکان (m)

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ( $f_{s, \max}$ ) را به دست می‌آوریم تا ببینیم جسم حرکت می‌کند یا نه.

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N}} f_{s, \max} = 0.5 \times 50 = 25 \text{ N}$$

چون نیروی محرک ( $F = 30 \text{ N}$ ) بزرگ‌تر از  $f_{s, \max} = 25 \text{ N}$  است، پس جسم حرکت می‌کند. جسم حرکت می‌کند.  $F > f_{s, \max} \Rightarrow$  گام دوم: چون جسم حرکت می‌کند؛ پس نیروی اصطکاک کی که سطح بر جسم وارد می‌کند، از نوع جنبشی است و با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:

$$F - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} F - \mu_k F_N = ma \xrightarrow{F = 30 \text{ N}, \mu_k = 0.4, F_N = 50 \text{ N}, m = 5 \text{ kg}} 30 - 0.4 \times 50 = 5a$$

$$\Rightarrow 5a = 10 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

گام سوم: حالا برای این که ببینیم جسم در 4 ثانیه اول به اندازه چند متر جابه‌جا می‌شود، از معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = 0 \text{ m/s}, a = 2 \text{ m/s}^2, t = 4 \text{ s}} \Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 = 16 \text{ m}$$

گام چهارم: در آخر کار نیروی  $\vec{F}$  در این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$W_F = Fd \cos \theta \xrightarrow{F = 30 \text{ N}, \cos \theta = 1, d = 16 \text{ m}} W_F = 30 \times 16 \times 1 = 480 \text{ J}$$

## تست و پاسخ ۶۲

جسمی به جرم 2 kg از نقطه A به نقطه B و سپس از نقطه B به نقطه C منتقل می‌شود. کار نیروی وزن روی جسم در مسیر AB برابر 20 J و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم در مسیر BC برابر با 10 J- است. اگر ارتفاع دو نقطه A و C نسبت به سطح مبدأ به ترتیب  $h_1$  و  $h_2$  باشد،  $h_2 - h_1$  کدام است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

-۵/۵ (۴)

۰/۵ (۳)

-۱/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

## درس نامه

(۱) انرژی پتانسیل گرانشی: اگر جسمی با جرم m در ارتفاع h نسبت به سطح زمین قرار بگیرد، آن گاه انرژی پتانسیل گرانشی آن نسبت به سطح زمین از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = m g h$$

ارتفاع (m)      جرم (kg)  
 ↑                    ↑  
 شتاب گرانشی      انرژی پتانسیل  
 (m/s<sup>2</sup>)              (J)

$$W_{mg} = -\Delta U$$

(۲) کار نیروی وزن، برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است.



**پاسخ تشریحی** گام اول: کار نیروی وزن برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است؛ پس تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم در مسیر AB برابر است با:

$$W_{mg} = -\Delta U \xrightarrow{W_{mg}=20\text{ J}} \Delta U_{AB} = -20\text{ J}$$

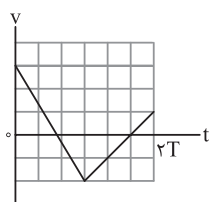
گام دوم: حالا با توجه به تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم در مسیرهای AB و BC، می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow \begin{cases} \Delta U_{AB} = -20\text{ J} \Rightarrow mg(h_B - h_A) = -20 \xrightarrow{g=10\text{ m/s}^2} h_B - h_A = -1\text{ m} \\ \Delta U_{BC} = -10\text{ J} \Rightarrow mg(h_C - h_B) = -10 \xrightarrow{g=10\text{ m/s}^2} h_C - h_B = -1\text{ m} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{دستگاه می‌نویسیم}} \begin{cases} h_B - h_A = -1 \\ h_C - h_B = -1 \end{cases} \Rightarrow h_C - h_A = -2\text{ m}$$

### تست و پاسخ ۶۳

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. کار کل انجام شده روی جسم در T ثانیه اول چند برابر کار کل انجام شده روی آن در T ثانیه دوم است؟



$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{13} \quad (4)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\frac{13}{5} \quad (3)$$

### پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار و با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{W_{t(T \text{ ثانیه اول})}}{W_{t(T \text{ ثانیه دوم})}} = \frac{\frac{1}{2} m [(-2v)^2 - (3v)^2]}{\frac{1}{2} m [v^2 - (-2v)^2]} = \frac{4v^2 - 9v^2}{v^2 - 4v^2} = \frac{-5v^2}{-3v^2} = \frac{5}{3}$$

### تست و پاسخ ۶۴

از ارتفاع ۲۰ متری از سطح زمین گلوله‌ای با تندی ۳۰ m/s پرتاب می‌شود. در فاصله چندمتری از سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله نسبت به انرژی جنبشی اولیه آن ۳۰ درصد افزایش می‌یابد؟ (g = ۱۰ N/kg و نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)

$$13/5 \quad (4)$$

$$12/5 \quad (3)$$

$$7/5 \quad (2)$$

$$6/5 \quad (1)$$

### پاسخ: گزینه ۱

#### درس نامه

به مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم، انرژی مکانیکی می‌گوییم.

$$\begin{array}{c} \text{انرژی} \\ \text{جنبشی (J)} \\ \uparrow \\ E = K + U \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{انرژی} \quad \text{انرژی} \\ \text{مکانیکی (J)} \quad \text{پتانسیل (J)} \end{array}$$

اگر از نیروهای اتلافی (مثل نیروی مقاومت هوا، نیروی اصطکاک و ...) صرف نظر کنیم، انرژی مکانیکی جسم پایسته می‌ماند.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** نیروی مقاومت هوا ناچیز فرض شده است، پس با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، می‌توانیم بنویسیم (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در سطح زمین در نظر می‌گیریم):

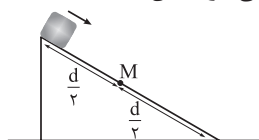
$$E_1 = E_2 \xrightarrow{E=K+U} K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{K_2 = K_1 + \frac{3}{10}K_1 = \frac{13}{10}K_1} K_1 + U_1 = \frac{13}{10}K_1 + U_2 \Rightarrow -\frac{3}{10}K_1 = U_2 - U_1$$

$$\xrightarrow{K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2} \xrightarrow{U_2 - U_1 = mg(h_2 - h_1)} -\frac{3}{10} \times \frac{1}{2} m v_1^2 = mg(h_2 - h_1) \xrightarrow{g=10 \text{ N/kg}, v_1=20 \text{ m/s}, h_1=20 \text{ m}} -\frac{3}{10} \times \frac{1}{2} \times 900 = 10(h_2 - 20)$$

$$\Rightarrow -135 = h_2 - 20 \Rightarrow h_2 = 6/5 \text{ m}$$

## تست و پاسخ ۶۵

در شکل زیر، جسمی از بالای سطح شیبدار، با تندی  $2 \text{ m/s}$  به سمت پایین پرتاب می‌شود. اگر تندی جسم در پایین سطح شیبدار به  $4 \text{ m/s}$  برسد، تندی آن هنگام عبور از وسط سطح شیبدار (نقطه  $M$ ) چند متر بر ثانیه است؟ (اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم در طی حرکت آن ثابت است.)



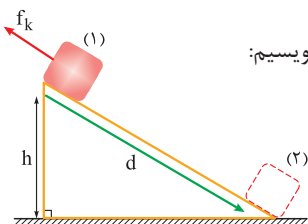
$$\sqrt{5} \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$

$$\sqrt{10} \quad (4) \quad 2\sqrt{3} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۴

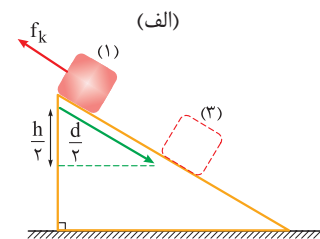
## پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به شکل «الف» و با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow f_k d \cos 18^\circ + mgh = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{\cos 18^\circ = -1, v_1 = 2 \text{ m/s}, v_2 = 4 \text{ m/s}} -f_k d + mgh = \frac{1}{2}m(16 - 4) \Rightarrow -f_k d = 6m - mgh \quad (1)$$



(ب)

$$W'_t = \Delta K' \Rightarrow W'_{f_k} + W'_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow f_k \frac{d}{2} \cos 18^\circ + mg \frac{h}{2} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{\cos 18^\circ = -1, v_1 = 2 \text{ m/s}} -f_k \frac{d}{2} + mg \frac{h}{2} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - 4) \xrightarrow{(\times 2)} -f_k d = m(v_2^2 - 4) - mgh \quad (2)$$

گام سوم: در آخر سمت راست دو رابطه (۱) و (۲) را برابر با یکدیگر قرار می‌دهیم.

$$6m - mgh = m(v_2^2 - 4) - mgh \Rightarrow 6m = m(v_2^2 - 4) \Rightarrow v_2^2 = 10 \Rightarrow v_2 = \sqrt{10} \text{ m/s}$$

**تکنیک** نیروی خالص وارد بر جسم و در نتیجه شتاب حرکت ثابت است؛ پس به کمک رابطه مستقل از زمان، سریع‌تر به پاسخ می‌رسیم:

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{V_2^2 - V_1^2} = \frac{2a \frac{d}{2}}{2a \text{ rad}} \Rightarrow \frac{V_2^2 - 2^2}{4^2 - 2^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_2^2 = 10 \Rightarrow V_2 = \sqrt{10} \text{ m/s}$$

## تست و پاسخ ۶۶

توان ورودی پمپ آبی  $4 \text{ kW}$  است. این پمپ در هر ساعت  $18 \times 10^3 \text{ L}$  آب را با تندی ثابت از عمق  $22$  متری سطح زمین به ارتفاع  $28$  متری بالای سطح زمین منتقل می‌کند؛ بازده این پمپ چند درصد است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$  و چگالی آب  $1 \text{ g/cm}^3$  است.)

$$80 \quad (4) \quad 62/5 \quad (3) \quad 37/5 \quad (2) \quad 20 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۳



## درس نامه

توان: توان کمیته نرده‌ای است و به صورت آهنگ انجام کار بیان می‌شود.

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

توان متوسط  
W یا J/s

کار (J)

مدت زمان  
انجام کار (s)

$$R_a = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}$$

بازده

بازده: نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی سامانه را بازده می‌نامیم.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

جرم (kg)

چگالی (kg/m<sup>3</sup>)

حجم (m<sup>3</sup>)

چگالی: نسبت جرم به حجم ماده را چگالی آن ماده می‌گویند و رابطه آن به صورت زیر است:

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار انجام شده توسط پمپ را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = \Delta K \xrightarrow{W_{mg} = -mgh} W_{\text{پمپ}} - mgh = 0 \xrightarrow{m = \rho V} W_{\text{پمپ}} = \rho Vgh$$

$$\rho = 1 \times 10^3 \text{ g/L}, V = 18 \times 10^3 \text{ L} \rightarrow W_{\text{پمپ}} = \frac{1 \times 10^3 \times 18 \times 10^3}{1000} \times 10 \times 50 = 9 \times 10^6 \text{ J}$$

تبدیل به kg

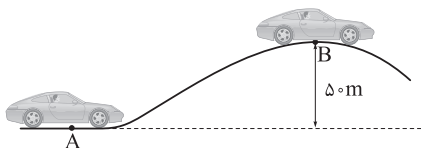
$$P_{\text{پمپ}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{9 \times 10^6 \text{ J}}{3600 \text{ s}} = 2500 \text{ W}$$

گام دوم: حالا توان پمپ را محاسبه می‌کنیم.

گام سوم: در آخر بازده پمپ را به دست می‌آوریم و تمام!

$$R_a = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{P_{\text{پمپ}} = 2500 \text{ W}}{P_{\text{ورودی}} = 4 \times 10^3 \text{ W}} \rightarrow R_a = \frac{2500}{4 \times 10^3} = 0.625 \xrightarrow{\text{برحسب درصد}} R_a = 0.625 \times 100 = 62.5\%$$

## تست و پاسخ ۶۷



در شکل مقابل، خودرویی به جرم ۷۵۰ kg از نقطه A با تندی ۱۸ km/h عبور کرده و پس از یک دقیقه با تندی ۵۴ km/h از بالای تپه (نقطه B) می‌گذرد. در این حرکت، توان متوسط خودرو حداقل چند اسب بخار است؟ (g = ۱۰ N/kg و ۱ hp = ۷۵۰ W)

۲۰۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار انجام شده توسط موتور خودرو را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{W_{mg} = -mgh, v_1 = 18 \times \frac{10}{36} = 5 \text{ m/s}}{m = 750 \text{ kg}, v_2 = 54 \times \frac{10}{36} = 15 \text{ m/s}, h = 50 \text{ m}} \rightarrow -750 \times 10 \times 50 + W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2} \times 750 \times (15^2 - 5^2) \Rightarrow -375000 + W_{\text{موتور}} = 75000$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 450000 \text{ J}$$



دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha\_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزماینتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



حلقه  
سنجی





## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: حالا توان متوسط موتور را با استفاده از رابطه  $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$  محاسبه می‌کنیم:

$$P_{av \text{ موتور}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{W_{\text{موتور}} = 45000 \text{ J}}{\Delta t = 60 \text{ s}} \rightarrow P_{av \text{ موتور}} = \frac{45000}{60} = 7500 \text{ W}$$

گام سوم: توان متوسط خودرو در این حرکت، حداقل  $7500 \text{ W}$  است. چرا حداقل؟ چون اگر نیروهای اتلافی (مثل نیروی مقاومت هوا، نیروی اصطکاک و ...) حضور داشته باشند، موتور خودرو باید کار بیشتری انجام دهد. این مقدار توان را برحسب اسب بخار (hp) به دست می‌آوریم:

$$P_{av \text{ موتور}} = 7500 \text{ W} \times \frac{1 \text{ hp}}{750 \text{ W}} = 10 \text{ hp}$$

## تست و پاسخ ۶۸

بازده یک نیروگاه سوخت فسیلی ۴۰ درصد و بازده خطوط انتقال توان الکتریکی از این نیروگاه به یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ وات، ۹۰ درصد و بازده این لامپ رشته‌ای ۵ درصد است. برای این‌که لامپ به مدت ۱۸۰ ساعت روشن بماند، در نیروگاه چند کیلوگرم سوخت مصرف می‌شود؟ (انرژی نهفته در هر گرم سوخت،  $45 \text{ kJ}$  است.)

۸ (۴)

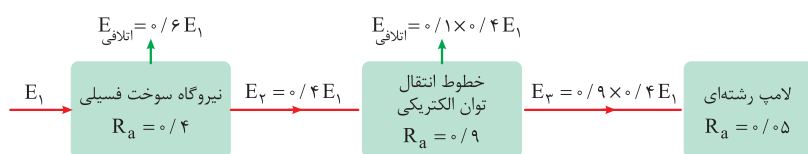
۰ / ۸ (۳)

۴ (۲)

۰ / ۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

گام اول: ابتدا یک طرح‌واره مناسب رسم می‌کنیم تا ببینیم بی به بی شد!



گام دوم: انرژی لازم برای روشن ماندن لامپ رشته‌ای به مدت ۱۸۰ ساعت را به دست می‌آوریم:

$$E_{\text{لامپ}} = P_{\text{لامپ}} \Delta t = \frac{P_{\text{لامپ}} = 100 \text{ W}}{\Delta t = 180 \times 3600 \text{ s}} \rightarrow E_3 = 100 \times 180 \times 3600 = 18 \times 36 \times 10^5 \text{ J}$$

گام سوم: حالا با توجه به طرح‌واره‌ای که در گام اول رسم کردیم، می‌توانیم بنویسیم:

$$E_3 = 0/9 \times 0/4 E_1 \xrightarrow{E_3 = 18 \times 36 \times 10^5 \text{ J}} 18 \times 36 \times 10^5 = 0/9 \times 0/4 E_1 \Rightarrow E_1 = 18 \times 10^7 \text{ J}$$

گام چهارم: تا الان فهمیدیم که انرژی ورودی به نیروگاه سوخت فسیلی باید  $18 \times 10^7 \text{ J}$  باشد تا یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ وات به مدت ۱۸۰ ساعت روشن بماند. مقدار جرم سوخت مورد نیاز برای تأمین این انرژی را با یک تناسب ساده محاسبه می‌کنیم:

جرم (g)	انرژی (J)
۱	$45 \times 10^3$
m	$18 \times 10^7$

$$m = \frac{18 \times 10^7 \times 1}{45 \times 10^3} = 4 \times 10^3 \text{ g یا } m = 4 \text{ kg}$$

حواستون باشه بازده لامپ رشته‌ای در حل این تست، کاربردی نداشت، چون ما توان ورودی به لامپ را برای روشن ماندن آن در نظر می‌گیریم.

## تست و پاسخ ۶۹

طول میله فلزی A در دمای  $0^\circ \text{C}$  به اندازه  $30 \text{ cm}$  و در دمای  $50^\circ \text{C}$  به اندازه  $29/94 \text{ cm}$  از طول

میله فلزی B بلندتر است. طول میله فلزی B در دمای صفر درجه سلسیوس چند سانتی‌متر است؟

(ضرب انبساط طولی دو میله A و B در SI به ترتیب  $1/2 \times 10^{-5}$  و  $2 \times 10^{-5}$  است.)

۱۹۵ (۴)

۱۴۵ (۳)

۲۲۵ (۲)

۱۷۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

تغییرات طول میله B به اندازه  $0/06 \text{ cm}$  بیشتر از تغییرات طول میله A است.



**خودت حل کنی بهتره** تغییرات طول میله B و میله A را پس از تغییر دمای  $5^\circ\text{C}$  به دست آورید، سپس به کمک اختلاف طول اولیه آنها، طول اولیه میله B به دست می آید.

### درس نامه

اگر دمای میله‌ای به طول اولیه  $L_1$  را به اندازه  $\Delta\theta$  تغییر دهیم، در این صورت طول میله تغییر می کند و به  $L_2$  می رسد که رابطه‌های زیر برقرار است:

$$L_2 = L_1(1 + \alpha\Delta\theta)$$

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta$$

$\alpha$ ، ضریب انبساط طولی است و به جنس میله وابسته است و یکای آن در SI، برابر با  $\frac{1}{\text{K}}$  است.

**پاسخ تشریحی** گام اول: اطلاعات اولیه مسئله را به زبان ریاضی می نویسیم:

$$L_{0A} - L_{0B} = 30 \text{ cm} \quad (1)$$

$$L_A - L_B = 29/94 \text{ cm} \quad (2)$$

گام دوم: عبارت (2) را از عبارت (1) کم می کنیم (طول‌ها بر حسب سانتی متر نوشته شده‌اند).

$$L_{0A} - L_{0B} - L_A + L_B = 30 - 29/94 \Rightarrow (L_B - L_{0B}) + (L_{0A} - L_A) = 0/06$$

$$\Rightarrow \frac{(L_B - L_{0B})}{\Delta L_B} - \frac{(L_A - L_{0A})}{\Delta L_A} = 0/06 \Rightarrow L_{0B}\alpha_B\Delta\theta_B - L_{0A}\alpha_A\Delta\theta_A = 6 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow L_{0B}(2 \times 10^{-5}) \times 50 - L_{0A}(1/2 \times 10^{-5}) \times 50 = 6 \times 10^{-2} \Rightarrow 10^{-3}L_{0B} - 6 \times 10^{-4}L_{0A} = 6 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 10L_{0B} - 6L_{0A} = 600 \quad (3)$$

طرفین معادله را در عدد  $10^{+4}$  ضرب می کنیم:

گام سوم: به کمک رابطه (1) و رابطه (3) و تشکیل دستگاه معادلات، طول اولیه میله B (در دمای صفر درجه سلسیوس) را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} L_{0A} - L_{0B} = 30 \\ -6L_{0A} + 10L_{0B} = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6L_{0A} - 6L_{0B} = 180 \\ -6L_{0A} + 10L_{0B} = 600 \end{cases}$$

$$\frac{4L_{0B} = 780}{4L_{0B} = 780}$$

$$\Rightarrow L_{0B} = \frac{780}{4} = 195 \text{ cm}$$

### تست و پاسخ ۷۰

ضریب انبساط طولی فلزی  $2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  است. اگر دمای قطعه‌ای از این فلز  $54^\circ\text{F}$  افزایش یابد، چگالی آن چند درصد و چگونه تغییر می کند؟

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100$$

$$\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

(۲) افزایش می یابد.  $0/18\%$

(۴) افزایش می یابد.  $0/06\%$

(۱) کاهش می یابد.  $0/18\%$

(۳) کاهش می یابد.  $0/06\%$

### پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** به کمک رابطه  $\frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100 = -3\alpha\Delta\theta \times 100$ ، درصد تغییرات چگالی را به دست آورید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه ..

- بین تغییرات دما برحسب درجه فارنهایت و درجه سلسیوس رابطه  $\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta$  برقرار است.
- روابط درصد تغییرات طول، سطح، حجم و چگالی بر اثر تغییرات دما برای یک جسم جامد در جدول زیر خلاصه شده است.

درصد تغییرات طول	$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta \theta \times 100$
درصد تغییرات سطح	$\frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = (2\alpha \Delta \theta) \times 100$
درصد تغییرات حجم	$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = (3\alpha \Delta \theta) \times 100$
درصد تغییرات چگالی	$\frac{\Delta \rho}{\rho_1} \times 100 = -(3\alpha \Delta \theta) \times 100$

**پاسخ تشریحی گام اول:** مطابق آن چه در درس نامه گفته شد، درصد تغییرات چگالی در اثر تغییر دما با تقریب بسیار خوبی از رابطه  $-3\alpha \Delta \theta \times 100$

به دست می آید؛ بنابراین در اثر افزایش دما، چگالی کاهش می یابد. (رد ۲ و ۴)

**گام دوم:** با توجه به این که یکای ضریب انبساط طولی،  $\frac{1}{K}$  است، تغییرات دما باید برحسب کلونین یا درجه سلسیوس باشد (هواستون به کلمه تغییرات باشد!!) و طبق رابطه  $\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta$ ، تغییرات دما برحسب سلسیوس را به دست می آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 54 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{5 \times 54}{9} = 30^\circ \text{C}$$

**گام سوم:** درصد تغییرات چگالی را به دست می آوریم.

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = -3\alpha \Delta \theta \times 100 = -3 \times 2 \times 10^{-5} \times 30 \times 100 = -0.18\%$$

**هواستون باشه** اگر به جای ضریب انبساط حجمی ( $3\alpha$ )، از ضریب انبساط طولی ( $\alpha$ ) استفاده می کردیم، ۲ به عنوان دام آموزشی منتظر ما بود.

## تست و پاسخ ۷۱

مقداری بنزین در مخزنی استوانه‌ای به ارتفاع  $10/5 \text{ m}$  ریخته شده است. در دمای  $-8^\circ \text{C}$  فاصله بین سطح بنزین تا سقف مخزن  $50 \text{ cm}$  است. اگر از انبساط ظرف در اثر افزایش دما چشم‌پوشی شود، در دمای چند درجه سلسیوس بنزین از مخزن سرریز می شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین  $\frac{1}{K} = 10^{-3}$  است.)

حجم ثانویه بنزین برابر با حجم کل مخزن می شود.

$$\theta_2 = ? \quad \begin{matrix} 42 (2) \\ 50 (4) \end{matrix}$$

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** به کمک رابطه  $\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta$  دمای ثانویه را به دست آورید.

## درس نامه ..

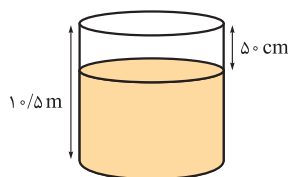
اگر حجم اولیه یک جسم  $V_1$  باشد، در اثر تغییر دما به اندازه  $\Delta \theta$ ، حجم آن به  $V_2$  خواهد رسید و رابطه‌های زیر برقرار است:

$$V_2 = V_1 (1 + 3\alpha \Delta \theta) = V_1 (1 + \beta \Delta \theta)$$

$$\Delta V = V_1 (3\alpha) \Delta \theta = V_1 \beta \Delta \theta$$

$$\beta_{\text{جامد}} = 3\alpha$$

$\beta$  ضریب انبساط حجمی جامد یا مایع است. در مورد جامدها با تقریب مناسبی داریم:



**پاسخ تشریحی** گام اول: شکل مقابل، مخزن استوانه‌ای شامل بنزین، در دمای  $-8^{\circ}\text{C}$  را نشان می‌دهد. اگر سطح مقطع استوانه را  $A$  فرض کنیم، در این صورت حجم بنزین در این دما (یعنی  $-8^{\circ}\text{C}$ ) برابر با  $V = 10A$  است.

گام دوم: برای این‌که بنزین از مخزن لبریز شود، باید حجم آن به  $V = 10/5 A$  برسد.

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow 10/5 A - 10A = 10A(10^{-3}) \Delta \theta \Rightarrow 0/5 A = 10^{-2} A \Delta \theta$$

$$\Delta \theta = \frac{0/5}{10^{-2}} = 50^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 50 = \theta_2 - (-8) \Rightarrow \theta_2 = 42^{\circ}\text{C}$$

گام سوم: دمای ثانویه ( $\theta_2$ ) را به دست می‌آوریم:

**خواستون باشه** خواسته سؤال، دما در حالت دوم ( $\theta_2$ ) است، نه تغییرات دما ( $\Delta \theta$ )! پس مراقب باشید به اشتباه (۴) را انتخاب نکنید.

## تست و پاسخ ۷۲

اگر دمای آب به تدریج از  $35^{\circ}\text{F}$  به  $45^{\circ}\text{F}$  برسد، چگالی آن چگونه تغییر می‌کند؟

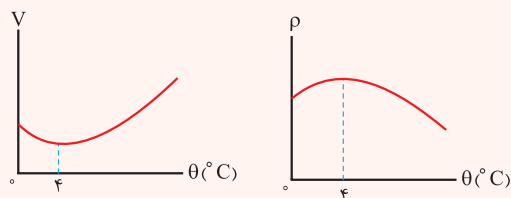
- (۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
- (۲) به طور پیوسته افزایش می‌یابد.
- (۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
- (۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** شکل‌های کتاب درسی را جدی بگیرید. این سؤال برگرفته شده از شکل کتاب درسی است.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا دماها را به کمک رابطه  $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ ، از درجه فارنهایت به درجه سلسیوس تبدیل کنید، سپس با استفاده از نمودار چگالی برحسب دمای آب، رفتار آب را مورد تحلیل قرار دهید.

## درس نامه



رفتار آب در محدوده دمایی صفر تا  $4^{\circ}\text{C}$  درجه سلسیوس غیرعادی است. انتظار می‌رود با افزایش دما، حجم آب افزایش و چگالی آن کاهش یابد. در صورتی که در این محدوده ( $0^{\circ}\text{C}$  تا  $4^{\circ}\text{C}$ ) رفتار آب کاملاً برعکس است. در نمودارهای مقابل این رفتار به نمایش درآمده است.

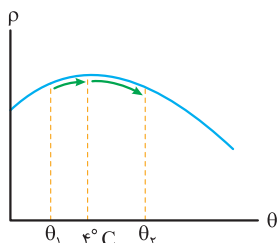
**نتیجه** کم‌ترین حجم و بیشترین چگالی آب در دمای  $4^{\circ}\text{C}$  اتفاق می‌افتد.

**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک رابطه  $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ ، دماها را برحسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم.

$$F_1 = 35^{\circ}\text{F} \Rightarrow 35 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \Rightarrow 3 = \frac{9}{5}\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} = 1/3^{\circ}\text{C}$$

$$F_2 = 45^{\circ}\text{F} \Rightarrow 45 = \frac{9}{5}\theta_2 + 32 \Rightarrow 13 = \frac{9}{5}\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{65}{9} \approx 7/2^{\circ}\text{C}$$

گام دوم: نمودار چگالی برحسب دما (درجه سلسیوس) به صورت شکل مقابل است:



همان‌طور که در شکل داده‌شده مشاهده می‌کنید، چگالی آب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۷۳

ظرفی به گنجایش  $2 \text{ L}$  و ظرفیت گرمایی  $1200 \text{ J/K}$  بر از مایعی به چگالی  $0.8 \text{ g/cm}^3$  و گرمای ویژه  $500 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$  است. اگر این مجموعه با آهنک ثابت  $50 \text{ kJ/min}$  گرما دریافت کند، پس از چند ثانیه دمای آن  $3^\circ\text{C}$  افزایش می‌یابد؟ (تغییر حالت رخ نمی‌دهد.)

هم دمای مایع و هم ظرف به اندازه  $3^\circ\text{C}$  افزایش یابد.

$$\frac{Q}{\Delta t} = 50 \text{ kJ/min}$$

۸۰۰ (۲)

۷۲۰ (۱)

۸۰ (۴)

۷۲ (۳)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** قبل از حل سؤالات به گزینه‌ها توجه کنید. در این سؤال گزینه‌هایی با ارقام یکسان می‌بینیم؛ مثلاً در ۱ و ۳ ارقام ۷ و ۲ مشترک هستند و در ۲ و ۴ ارقام ۸ مشترک است؛ بنابراین توجه به تبدیل واحدها به شدت مهم و حیاتی است و باید با دقت بالا انجام شود.

**خودت حل کنی بهتره** به کمک رابطه  $Q = m_1 c_1 \Delta\theta + C \Delta\theta$  گرمای لازم برای بالا بردن دمای مجموعه را به دست آورید و در نهایت به کمک رابطه  $P = \frac{Q}{\Delta t}$  مدت زمان لازم را محاسبه کنید.

## درس نامه

زمانی که تبادل گرما با یک جسم صرفاً باعث تغییرات دما شود (حالت جسم تغییر نکند)، رابطه گرما به دو صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = C\Delta\theta$$

$c$ ، گرمای ویژه جسم است که به جنس جسم بستگی دارد و یکای آن در SI برحسب  $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$  یا  $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$  است.

$C$ ، ظرفیت گرمایی جسم است که از حاصل ضرب جرم جسم در گرمای ویژه به دست می‌آید. ظرفیت گرمایی علاوه بر جنس، به جرم جسم هم بستگی دارد و یکای آن در SI برحسب  $\text{J/K}$  یا  $\text{J}/^\circ\text{C}$  است.

به مقدار انرژی در واحد زمان، توان گفته می‌شود. اگر این انرژی از نوع گرما باشد، در آن صورت به آن توان گرمایی می‌گوییم و از رابطه  $P = \frac{Q}{\Delta t}$  به دست می‌آید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: گرمای لازم برای افزایش دمای  $3^\circ\text{C}$ ، ظرف و مایع را به دست می‌آوریم.

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{ظرف}} + Q_{\text{مایع}} = C\Delta\theta + m_{\text{مایع}} c_{\text{مایع}} \Delta\theta$$

$$Q_{\text{کل}} = 1200 \times 3 + (\rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}}) \times 500 \times 3 \quad \left[ \rho_{\text{مایع}} = 0.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, V = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \right]$$

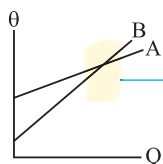
$$Q_{\text{کل}} = 36000 + (0.8 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-3}) \times 500 \times 3 = 36000 + 24000 = 60000 \text{ J} = 60 \text{ kJ}$$

گام دوم: به کمک رابطه توان گرمایی  $(P = \frac{Q}{\Delta t})$  و مقدار آن که برابر با  $50 \text{ kJ/min}$  است، مدت زمانی که مجموعه  $60 \text{ kJ}$  گرما دریافت کرده را به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow 50 = \frac{60}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1.2 \text{ min} = 72 \text{ s}$$

## تست و پاسخ ۷۴

نمودار دمای دو جسم  $A$  و  $B$  برحسب گرمای دریافتی آن‌ها به شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟



شیب خط، معادل عکس ظرفیت گرمایی است.

(الف) گرمای ویژه جسم  $A$  بیشتر از گرمای ویژه جسم  $B$  است.

(ب) گرمای ویژه جسم  $A$  کم‌تر از گرمای ویژه جسم  $B$  است.

(پ) ظرفیت گرمایی جسم  $A$  بیشتر از ظرفیت گرمایی جسم  $B$  است.

(ت) ظرفیت گرمایی جسم  $A$  کم‌تر از ظرفیت گرمایی جسم  $B$  است.

(۴) فقط ت

(۳) فقط پ

(۲) ب و ت

(۱) الف و پ

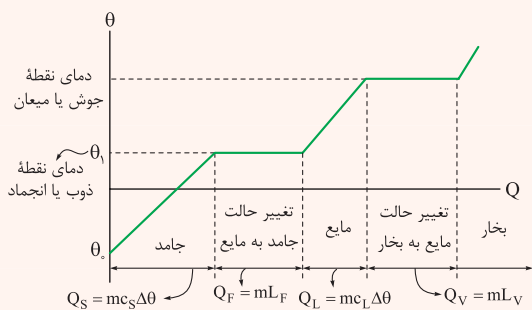
## پاسخ: گزینه ۳





**مشاوره** این سؤال برگرفته از نمودارهای کتاب درسی است و یکی از پارامترهای مهم در نمودارها، شیب نمودار است. توصیه می‌شود که بر نمودارهای کتاب درسی مسلط باشید؛ زیرا می‌تواند به این سبک سؤال، مطرح شود.

### درس نامه



جسم با گرفتن گرما ممکن است یا دمایش تغییر کند یا تغییر فاز دهد و حالتش تغییر کند. در این درس‌نامه می‌خواهیم نمودار دما برحسب گرمای یک جسم جامد را تا زمانی که به بخار تبدیل می‌شود مورد تحلیل قرار دهیم که در شکل روبه‌رو به تصویر درآمده است.

در قسمت‌هایی که تغییر دما داریم، رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  برقرار است؛ بنابراین داریم:

$$Q = mc(\theta_r - \theta_1) \Rightarrow \frac{Q}{mc} = \theta_r - \theta_1 \Rightarrow \theta_r = \frac{Q}{mc} + \theta_1$$

با توجه به این رابطه، متوجه خواهیم شد که شیب خط نمودار در این قسمت بیانگر  $\frac{1}{mc}$  یا همان  $\frac{1}{C}$  است. (عکس ظرفیت گرمایی)

**پاسخ تشریحی** همان‌طور که در درس‌نامه بررسی کردیم، در نمودار دما - گرما ( $\theta - Q$ ) در قسمت‌هایی که با افزایش گرما، دما هم زیاد می‌شود (تغییر حالت نداریم)، شیب نمودار، عکس ظرفیت گرمایی است،  $\frac{1}{C}$ . (هواستون باشه نلغفتم گرمای ویژه‌ها!!)

بنابراین نتیجه می‌گیریم:  $B \text{ شیب خط} > A \text{ شیب خط} \Rightarrow \frac{1}{C_B} > \frac{1}{C_A} \Rightarrow C_B < C_A$

از آن‌جا که درباره جرم جسم‌ها اطلاعات نداریم، پس نمی‌توانیم درباره گرمای ویژه آن‌ها (منظورمون همون  $C$  کوچیکه هست!!) نظر دهیم.

$$C_B < C_A \Rightarrow m_B c_B < m_A c_A \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} < \frac{c_A}{c_B}$$

$$\xrightarrow{m_B > m_A} \frac{m_B}{m_A} > 1 \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} > 1 \Rightarrow c_A > c_B$$

اگر طراح سؤال به ما می‌گفت، جرم  $B$  بیشتر از  $A$  هست، چه می‌شد؟

آن‌گاه می‌توانستیم نتیجه بگیریم، گرمای ویژه  $A$  بیشتر از گرمای ویژه  $B$  است.

$$Q = m_A c_A \times 30$$

### تست و پاسخ ۷۵

دمای جسم  $A$  با دریافت گرمایی به اندازه  $Q$ ،  $30^\circ C$  و دمای جسم  $B$  با دریافت گرمایی به اندازه  $2Q$ ،  $40^\circ C$  افزایش می‌یابد. اگر مجموعه دو جسم  $A$  و  $B$ ، گرمایی به اندازه  $3Q$  دریافت کنند، دمای آن‌ها چند درجه سلسیوس تغییر می‌کند؟ (تغییر حالت رخ نمی‌دهد.)

$$18 \quad (1) \quad 24 \quad (2) \quad 36 \quad (3) \quad 48 \quad (4) \quad 2Q = m_B c_B \times 40 \quad 3Q = m_A c_A \Delta\theta + m_B c_B \Delta\theta$$

### پاسخ: گزینه ۳

**خود حل کنی بهتره** رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  را جداگانه برای جسم‌های  $A$  و  $B$  بنویسید و رابطه‌ای برحسب  $Q$  برای هر دو جسم به دست آورید؛ سپس رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  را برای مجموعه دو جسم  $A$  و  $B$  به کار ببرید تا در نهایت به کمک روابط قبلی بتوانید مقدار مجهول  $\Delta\theta$  را در این حالت به دست آورید.

**درس نامه** زمانی که تبادل گرما با یک جسم صرفاً باعث تغییرات دما شود (حالت جسم تغییر نکند)، رابطه گرما به دو صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = C\Delta\theta$$

$C$ ، گرمای ویژه جسم است که به جنس جسم بستگی دارد و یکای آن در SI برحسب  $\frac{J}{kg \cdot K}$  یا  $\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$  است.

$C$ ، ظرفیت گرمایی جسم است که از حاصل ضرب جرم جسم در گرمای ویژه به دست می‌آید. ظرفیت گرمایی علاوه بر جنس به جرم جسم هم بستگی دارد و یکای آن در SI برحسب  $J/K$  یا  $J/^\circ C$  است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  را جداگانه برای جسم‌های A و B می‌نویسیم.

$$Q_A = m_A c_A \Delta\theta_A \Rightarrow Q = m_A c_A \times 30 \quad (1) \quad Q_B = m_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow 2Q = m_B c_B \times 40 \quad (2)$$

گام دوم: رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  را برای مجموعه دو جسم A و B که دمای  $3Q$  را دریافت می‌کنند، می‌نویسیم:

$$Q_{\text{مجموعه}} = m_A c_A \Delta\theta_{\text{مجموعه}} + m_B c_B \Delta\theta_{\text{مجموعه}}$$

$$\Rightarrow 3Q = m_A c_A \Delta\theta + m_B c_B \Delta\theta$$

$$Q = m_A c_A \times 30 \Rightarrow m_A c_A = \frac{Q}{30}$$

گام سوم: به کمک رابطه‌های (1) و (2) در گام اول داریم:

$$2Q = m_B c_B \times 40 \Rightarrow m_B c_B = \frac{2Q}{40} = \frac{Q}{20}$$

$$3Q = \frac{Q}{30} \Delta\theta + \frac{Q}{20} \Delta\theta \Rightarrow 3 = \frac{\Delta\theta}{30} + \frac{\Delta\theta}{20}$$

حال به جای  $m_A c_A$  و  $m_B c_B$  معادل آن‌ها را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$3 = \frac{\Delta\theta}{60} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{180}{5} = 36^\circ \text{C}$$

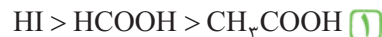




## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی با توجه به نکته بالا، مقایسه انجام شده در (۱) و (۲) نادرست بوده و شکل درست آن‌ها به صورت زیر است:

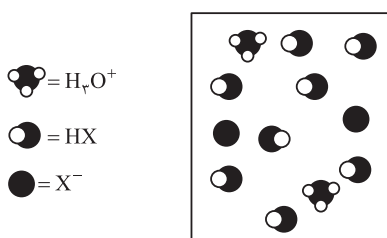


در (۲) نام درست  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ، سولفوریک اسید است.

(۳) درست است زیرا مطابق خود را بیازمایید صفحه ۲۴ کتاب درسی، ثابت یونش کربنیک اسید  $4/5 \times 10^{-7}$  می‌باشد که اگر آن را با ثابت یونش‌های جدول کتاب درسی مقایسه کنیم، درمی‌یابیم که مقایسه قدرت اسیدی به صورت  $\text{HCN} < \text{H}_2\text{CO}_3 < \text{HNO}_3$  کاملاً درست است و نام اسید قوی‌تر نیز نیتریک اسید می‌باشد.

## تست و پاسخ ۷۸

با توجه به شکل زیر که قسمتی از محلول اسید  $\text{HX}$  را نشان می‌دهد، درجه یونش اسید کدام است و در  $100$  میلی‌لیتر از محلول  $0/01$  مولار این اسید، غلظت مولی یون هیدروکسید، چند برابر غلظت مولی یون هیدرونیوم است؟ (دما را  $25^\circ\text{C}$  در نظر بگیرید.)



$$2/5 \times 10^{-9} - 0/2 \quad (۱)$$

$$3/6 \times 10^{-9} - 0/2 \quad (۲)$$

$$2/5 \times 10^{-9} - 0/25 \quad (۳)$$

$$3/6 \times 10^{-9} - 0/25 \quad (۴)$$

## پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با توجه به شکل، از  $10$  مولکول اولیه  $\text{HX}$ ، تنها  $2$  مولکول یونیده شده و به یون‌های  $\text{H}_3\text{O}^+$  و  $\text{X}^-$  تبدیل شده است.

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار مولکول‌های اولیه}} = \frac{2}{10} = 0/2$$

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا از روی غلظت اولیه و درجه یونش اسید، غلظت یون هیدرونیوم را به دست آورده و سپس به کمک رابطه بین غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید، غلظت یون هیدروکسید را حساب می‌کنیم.

$$[\text{H}^+] = M\alpha = 0/01 \times 0/2 = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = \frac{5 \times 10^{-12}}{2 \times 10^{-3}} = 2/5 \times 10^{-9}$$

## تست و پاسخ ۷۹

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- اسیدها و بازها با ثابت یونش کوچک، الکترولیت ضعیف به شمار می‌روند.
- واکنش‌هایی که می‌توانند در هر دو جهت رفت و برگشت انجام شوند، به یقین تعادلی هستند.
- در محلول  $0/1$  مولار نیترواسید، غلظت یون هیدرونیوم برابر  $0/1 \text{ mol.L}^{-1}$  است.
- بر اثر ورود منیزیم کافی به محلول‌های  $\text{HF}$  و  $\text{HCl}$  با  $\text{pH}$  و حجم یکسان، حجم گاز تولیدشده در محلول  $\text{HCl}$ ، بیشتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی فقط عبارت اول درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

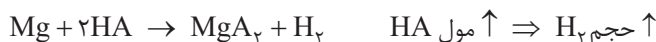
عبارت دوم: همه واکنش‌های برگشت‌پذیر، تعادلی نیستند. اگر شرایط به گونه‌ای باشد که سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر شود، واکنش، تعادلی خواهد بود.

عبارت سوم: از آن‌جا که نیترواسید ( $\text{HNO}_3$ ) اسید ضعیفی است، نمی‌توان گفت که غلظت  $\text{H}^+$  در آن با غلظت اولیه اسید برابر است.

$$[\text{H}^+] = M\alpha \xrightarrow{\frac{M=0/1}{\alpha < 1}} [\text{H}^+] < 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

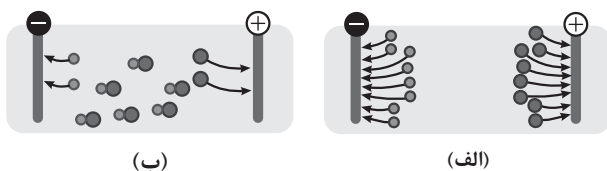


عبارت چهارم: می‌دانیم که HF اسید ضعیف‌تری نسبت به HCl است؛ بنابراین اگر بخواهیم pH محلول‌های این دو اسید با هم برابر باشد، باید غلظت محلول HF بیشتر باشد؛ در نتیجه در حجم یکسان، تعداد مول HF در محلول بیشتر از تعداد مول HCl است و حجم گاز تولیدشده در واکنش منیزیم با HF بیشتر می‌باشد.



### تست و پاسخ ۸۰

با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به دو محلول الکترولیت (HA و HX) است، کدام مطلب نادرست است؟ (هر ذره را معادل ۰/۰۱ مول و حجم هر دو محلول را ۲۰۰ mL در نظر بگیرید.)



(۱) شدت روشنایی لامپ در مدار الکتریکی شکل «الف» بیشتر است.

(۲) درجه یونش اسید در شکل «الف»، چهار برابر درجه یونش اسید در شکل «ب» است.

(۳) pH محلول «ب» دو برابر pH محلول «الف» است.

(۴) A و X هر دو می‌توانند متعلق به گروه ۱۷ جدول دوره‌ای باشند.

### پاسخ: گزینه ۳

شکل «الف»، مربوط به یک اسید قوی و شکل «ب»، مربوط به یک اسید ضعیف است.

هر ذره برابر ۰/۰۱ مول و حجم محلول برابر ۲۰۰ mL = ۰/۲ L است؛ پس:

$$\text{شکل «الف»} \Rightarrow [\text{H}^+] = [\text{A}^-] = [\text{HA}]_{\text{اولیه}} = \frac{8 \times 0.01 \text{ mol}}{0.2 \text{ L}} = 0.4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{شکل «ب»} \Rightarrow [\text{H}^+] = [\text{X}^-] = \frac{2 \times 0.01}{0.2} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) غلظت یون‌های موجود در محلول «الف» بیشتر از محلول «ب» است؛ بنابراین رسانایی الکتریکی آن نیز بیشتر است.

۲) درجه یونش اسید «الف» که اسیدی قوی می‌باشد برابر یک است، اما درجه یونش اسید «ب» را باید محاسبه کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{الف}} &= 1 \\ \alpha_{\text{ب}} &= \frac{\text{تعداد مولکول‌های یونیده شده}}{\text{تعداد کل مولکول‌های اولیه}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\alpha_{\text{الف}}}{\alpha_{\text{ب}}} = \frac{1}{0.25} = 4$$

۳) با استفاده از فرمول  $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$  خواهیم داشت:

$$[\text{H}^+]_{\text{الف}} = 0.4 \Rightarrow \text{pH}_{\text{الف}} = -\log(4 \times 10^{-1}) = 1 - \log 4 = 1 - 2 \log 2 = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$[\text{H}^+]_{\text{ب}} = 0.1 \Rightarrow \text{pH}_{\text{ب}} = -\log 10^{-1} = 1$$

$$\frac{\text{pH}_{\text{ب}}}{\text{pH}_{\text{الف}}} = \frac{1}{0.4} = 2.5$$

۴) در بین هیدروژن هالیدها، فرایند یونش HCl، HBr و HI در آب به صورت کامل ولی یونش HF در آب به صورت جزئی انجام می‌شود؛

بنابراین HCl، HBr و HI می‌توانند اسید شکل «الف» و HF می‌تواند اسید شکل «ب» باشد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۸۱

مقدار ثابت یونش یک اسید ضعیف تک پروتون دار برابر  $4 \times 10^{-3}$  است. اگر در محلولی از این اسید، غلظت یون هیدرونیوم  $0.001$  مول بر لیتر باشد، در  $500$  میلی لیتر از محلول اسید، چند میلی گرم از این اسید حل شده است؟ (جرم مولی اسید را  $60 \text{ g.mol}^{-1}$  در نظر بگیرید.)

۳۷/۵ (۴)

۳۵ (۳)

۳۲/۵ (۲)

۷/۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به فرمول ثابت یونش، غلظت اولیه محلول را به دست می آوریم:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \frac{(10^{-3})^2}{M - 10^{-3}} \Rightarrow 4M - 4 \times 10^{-3} = 10^{-3} \Rightarrow M = \frac{5 \times 10^{-3}}{4} \text{ mol.L}^{-1}$$

گام دوم: جرم اسید را در  $500$  میلی لیتر محلول، حساب می کنیم:

$$500 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol اسید}}{4} \times \frac{60 \text{ g اسید}}{1 \text{ mol اسید}} \times \frac{10^3 \text{ mg اسید}}{1 \text{ g اسید}}$$

$$= \frac{500 \times 5 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^3}{1000 \times 4} = \frac{750000}{2} = 37500 \text{ mg اسید} = 37.5 \text{ mg اسید}$$

## تست و پاسخ ۸۲

pH محلول  $315 \text{ ppm}$  نیتریک اسید با چگالی  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  کدام است؟ ( $H = 1, N = 14, O = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

HNO<sub>3</sub>

۳/۷ (۴)

۳/۳ (۳)

۲/۷ (۲)

۲/۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

نکته فرمول های تبدیل مستقیم انواع غلظت ها به هم، مطابق زیر است: (a: درصد جرمی و d: چگالی محلول بر حسب  $\text{g.mL}^{-1}$ )

$$\begin{array}{ccc} \text{ppm} & \xrightarrow{a = \text{ppm} \times 10^{-4}} & \boxed{\text{درصد جرمی (a)}} \\ \text{انحلال پذیری (S)} & \xrightarrow{a = \frac{100S}{100+S}} & \end{array} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{غلظت مولی} = \frac{10ad}{\text{جرم مولی}}} \\ \xrightarrow{S = \frac{100a}{100-a}} \end{array}$$

$$a = \text{ppm} \times 10^{-4} \Rightarrow a = 315 \times 10^{-4}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا درصد جرمی محلول را حساب می کنیم:

گام دوم: غلظت مولی محلول را به دست می آوریم:

$$\text{جرم مولی اسید (HNO}_3\text{)} = 63 \text{ g.mol}^{-1} \quad \text{غلظت مولی} = \frac{10ad}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 315 \times 10^{-4} \times 1}{63} = 5 \times 10^{-3}$$

$$\text{pH} = -\log[H^+] = -\log 5 \times 10^{-3} = 3 - \log 5 = 3 - 0.7 = 2.3$$

گام سوم: pH محلول را محاسبه می کنیم:

## تست و پاسخ ۸۳

اگر به  $125$  میلی لیتر محلول باز ضعیف BOH ( $\alpha = 0.05$ ) با غلظت  $0.08$  مولار،  $375$  میلی لیتر آب مقطر افزوده شود، pH محلول به تقریب چند واحد تغییر می کند؟ (دما ثابت است.)

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۱۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی روش اول: گام اول: ابتدا غلظت یون هیدروکسید موجود در محلول را حساب می‌کنیم:

$$[\text{OH}^-]_1 = M_1 \alpha_1 = 0.08 \times 0.05 = 4 \times 10^{-3}$$

گام دوم: سپس برای محاسبه pH، ابتدا باید غلظت یون هیدرونیوم را به دست آوریم، پس:

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+]_1 = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-3}} = \frac{1}{4} \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH}_1 = -\log[\text{H}^+]_1 = -\log\left(\frac{1}{4} \times 10^{-11}\right) = 11 + \log 4 = 11 + 2 \log 2 = 11/6$$

گام سوم: اگر ۳۷۵ میلی‌لیتر آب مقطر به محلول افزوده شود، حجم محلول ۵۰۰ mL شده و به ۴ برابر حجم اولیه می‌رسد و طبق فرمول (مول حل‌شونده = مولار) غلظت باز BOH، یک‌چهارم برابر می‌شود.

از طرفی چون دما ثابت است، ثابت یونش اسید نیز تغییر نمی‌کند.

$$K_1 = K_2 \Rightarrow M_1 \alpha_1 = M_2 \alpha_2 \xrightarrow{M_1 = 4M_2} 4 \times (0.05)^2 = 1 \times \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = 2 \times 0.05 = 0.1$$

گام چهارم: اکنون باید با استفاده از درجه یونش محلول جدید، pH آن را محاسبه کنیم:

$$[\text{OH}^-]_2 = M_2 \alpha_2 \xrightarrow{M_2 = \frac{1}{4} M_1 = 0.02} 0.02 \times 0.1 = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+]_2 = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH}_2 = -\log[\text{H}^+]_2 = -\log 5 \times 10^{-12} = 12 - \log 5 = 11/3$$

گام پنجم: مقدار pH محلول از ۱۱/۶ به ۱۱/۳ رسیده و ۰/۳ واحد کاهش یافته است.

$$|\Delta \text{pH}| = |\text{pH}_2 - \text{pH}_1| = |11/3 - 11/6| = 0.5$$

روش دوم:

**نکته** اگر حجم یک محلول را با اضافه کردن آب، n مرتبه رقیق کنیم: (حجم محلول را با افزودن آب n برابر کنیم)

(الف) در صورتی که اسید و باز، قوی باشند، pH آن‌ها به اندازه  $\log n$  تغییر می‌کند.

(ب) اگر اسید و باز، ضعیف باشند، pH آن‌ها به اندازه  $\frac{1}{n} \log n$  تغییر می‌کند؛ هم‌چنین باید بدانید که pH اسیدها با رقیق شدن افزایش و pH بازها کاهش می‌یابد (در واقع در دمای  $25^\circ \text{C}$  به ۷ نزدیک می‌شوند).

$$\Delta \text{pH} = \frac{1}{n} \log n = \frac{1}{4} \log \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{4} \log 4 = \log 2 = 0.3$$

## تست و پاسخ ۸۴

کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) یون‌های حاصل از یونش دو ماده مختلف، می‌توانند با یکدیگر واکنش داده و مولکول خنثی تولید کنند.

(ب) لوله‌بازکن‌ها، محلول‌هایی غلیظ از بازهای قوی هستند که فرآورده‌هایی محلول در آب یا گازی تولید می‌کنند.

(پ) فرآورده محلول حاصل از واکنش پاکسازی اسیدهای چرب از لوله‌ها با یک محلول بازی قوی، خود نوعی پاک‌کننده است.

(ت) همه داروهای ضداسید، به صورت سوسپانسیون مصرف می‌شوند.

RCOOH ←

(۴) الف - پ

(۳) پ - ت

(۲) ب - ت

(۱) الف - ب

پاسخ: گزینه ۴









گام چهارم: حالا وقتشه که دقیقاً همین مراحل را برای لیتیم هیدروکسید بنویسیم؛ یعنی اول M را به دست آورده و بعد غلظت یون هیدرونیوم را محاسبه کنیم و در آخر pH را به دست آوریم:

$$M_{\text{LiOH}} = [\text{OH}^-] = \frac{1/62}{0/25} = 0/27 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-][\text{H}^+] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{27 \times 10^{-2}} = \frac{1}{27} \times 10^{-12}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log\left(\frac{1}{27} \times 10^{-12}\right) = 12 - \log \frac{1}{27} \xrightarrow{\log \frac{1}{27} = -\log 27} 12 + \log 27 = 12 + 3 \log 3 = 12 + 1/44 = 13/44$$

گام پنجم: اختلاف pH دو محلول برابر  $12/52 - 0/92 = 13/44$  است.

**توجه** می توانستیم فقط غلظت هیدرونیوم هر دو محلول را محاسبه کنیم و برای پاسخ پایانی، تنها یک بار pH و محاسبات آن را بنویسیم. به صورت زیر:

$$|\Delta \text{pH}| = -\log \frac{1}{27} \times 10^{-12} - (-\log 12 \times 10^{-2}) = \log 12 \times 27 \times 10^{+10} = 10 + \log 3 \times 4 \times 3^3 = 10 + \underbrace{\log 3}_{1/92} + \underbrace{2 \log 2}_{0/6} = 12/52$$

**دام تستی** آگه هواستون نبود و ضریب ۲ رو در معادله واکنش  $\text{N}_2\text{O}_5$  حساب نمی کردید، pH محلول (۱) برابر ۱/۲۲ می شد و اختلاف pH دو محلول برابر ۱۲/۲۲ که توی گزینه ها هم بود! پس در نوشتن معادله واکنش اکسیدهای فلزی و نافلزی با آب، باید کلی دقت کنید.

## تست و پاسخ ۸۶

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- الکتروشیمی، شاخه‌ای از شیمی است که نقش بسزایی در تأمین انرژی و بهبود خواص مواد دارد.
- باتری یکی از فراورده‌های مهم صنعتی است که در صورت لزوم با انجام واکنش‌های شیمیایی، الکتریسیته تولید می‌کند.
- دو رکن اساسی تحقق فناوری‌های مرتبط به الکتروشیمی، دستیابی به مواد مناسب و تأمین انرژی است.
- تولید مواد، از جمله قلمروهای الکتروشیمی است که می‌توان برقکافت را جزء این قلمرو در نظر گرفت.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**پاسخ تشریحی** همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

الکتروشیمی



(پ) اندازه‌گیری و کنترل کیفی (اطمینان از کیفیت فراورده)



(ب) تولید مواد (مانند برقکافت و آبکاری)



(الف) تأمین انرژی (باتری‌ها، سلول سوختی و سوخت آن‌ها)

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۸۷

کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) اگر در واکنشی بار الکتریکی یک گونه مثبت تر شود، آن گونه اکسایش یافته است.
- ۲) در نیم‌واکنش اکسایش، الکترون در سمت گونه با بار مثبت بیشتر، نوشته می‌شود.
- ۳) اغلب در واکنش فلزها با نافلزها، فلز یک یا چند الکترون خود را به نافلز می‌دهد؛ از این رو در این گونه واکنش‌ها، فلز، کاهنده و نافلز، اکسنده است.
- ۴) در موازنه نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش، کافی است فقط بارهای الکتریکی در دو طرف معادله با هم برابر باشند.

## پاسخ: گزینه ۴

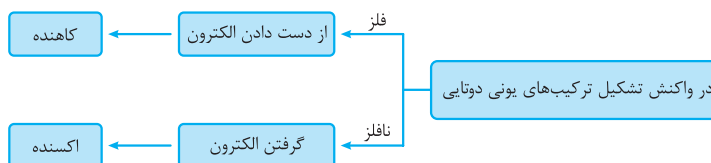
پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

(m < n)



در این نیم‌واکنش،  $A^m$  اکسایش یافته و بار الکتریکی آن مثبت‌تر می‌شود (درستی ۱) و همچنین الکترون در سمت راست معادله و در کنار  $A^n$  نوشته می‌شود (درستی ۲).

۳) درسته!



۴) در موازنه نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش، علاوه بر بار الکتریکی، باید تعداد اتم‌های دو طرف معادله نیز با هم برابر شوند.

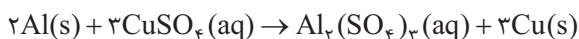
## تست و پاسخ ۸۸

در واکنش فلز آلومینیم با محلول مس (II) سولفات، پس از خورده شدن ۷۲ درصد از تیغه آلومینیمی، جرم تیغه به ۱۴/۲ گرم می‌رسد. با فرض این که همه فلز مس تولید شده، روی تیغه رسوب کرده باشد، جرم اولیه تیغه چند گرم بوده و در این فرایند چند مول الکترون بین کاهنده و اکسنده مبادله شده است؟ ( $Al = ۲۷, Cu = ۶۴ : g.mol^{-1}$ )

- ۰/۱۵ - ۴ (۴)      ۰/۴ - ۴ (۳)      ۰/۱۵ - ۵ (۲)      ۰/۴ - ۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا معادله واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:



گام دوم: جرم اولیه تیغه آلومینیمی را X در نظر می‌گیریم.

بنابراین:

$$\text{جرم آلومینیم خورده شده} = x \times \frac{۷۲}{۱۰۰} = ۰/۷۲xgAl$$

گام سوم: جرم مس رسوب کرده روی تیغه را از روی جرم آلومینیم خورده شده به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم مس رسوب کرده بر تیغه} = ۰/۷۲xgAl \times \frac{۱ \text{ mol Al}}{۲۷ \text{ g Al}} \times \frac{۳ \text{ mol Cu}}{۳ \text{ mol Al}} \times \frac{۶۴ \text{ g Cu}}{۱ \text{ mol Cu}} = ۲/۵۶xgCu$$



گام چهارم: جرم اولیه تیغه را مطابق محاسبات زیر به دست می آوریم:

جرم مس رسوب کرده روی تیغه - جرم آلومینیم مصرف شده - جرم اولیه تیغه = جرم نهایی تیغه

$$\Rightarrow 14/2 = x - 0/72x + 2/56x \Rightarrow 14/2 = 2/84x \Rightarrow x = 5g$$

در این واکنش،  $0/72x$  گرم یعنی  $0/72 \times 5$  گرم آلومینیم مصرف شده است؛ از طرفی هر مول Al با تبدیل شدن به  $Al^{3+}$ ، ۳ مول الکترون از دست می دهد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$0/72 \times 5g Al \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27g Al} \times \frac{3 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Al}} = \frac{0/72 \times 5 \times 3}{27} = 0/08 \times 5 = 0/4 \text{ mole}^-$$

### تست و پاسخ ۸۹

با توجه به شکل زیر که واکنش فلز دو ظرفیتی M با هیدروکلریک اسید را نشان می دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• گونه های A و B به ترتیب یون های  $Cl^-$  و  $M^{2+}$  هستند.

• با انجام واکنش، شعاع فلز و pH محلول کاهش می یابد.

• یون هیدرونیوم در این واکنش، نقش اکسنده را ایفا کرده و به گونه X تبدیل می شود.

• در بازه زمانی معین، مقدار تغییر غلظت یون  $M^{2+}$ ، دو برابر یون  $H^+$  است.

• با انجام واکنش، غلظت مولی یون کلرید در محلول به تقریب ثابت باقی می ماند.

۴ (۱)

۳ (۲)

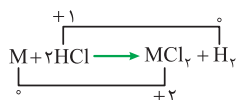
۲ (۳)

۱ (۴)

### پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت های سوم و پنجم درست هستند.

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



بررسی عبارت ها:

عبارت های اول و پنجم: یون های کلرید، یون های تماشچی بوده و در واکنش، بدون هیچ تغییری باقی می ماندند (فقط فلز M داره تغییر میکند و هیدرونیوم) بنابراین با توجه به شکل ها، گونه B (که هیچ تغییری نکرده)، یون  $Cl^-$  بوده و گونه A همان  $M^{2+}$  است.

یه پور ریگه هم می شد فهمید! گونه A با سر منفی مولکول های آب یعنی اتم اکسیژن آب پوشی شده است؛ پس یک گونه با بار مثبت بوده و همان  $M^{2+}$  است. گونه B با سر مثبت مولکول های آب یعنی اتم های هیدروژن، آب پوشیده شده است؛ پس یک گونه با بار منفی بوده و همان  $Cl^-$  است.

عبارت های دوم و سوم: در این واکنش، فلز M نقش کاهنده را دارد و با از دست دادن الکترون، شعاع آن کاهش می یابد (شعاع یک کاتیون کم تر از شعاع اتم خنثی است). یون هیدرونیوم نیز نقش اکسنده را ایفا می کند و با گرفتن الکترون، به گاز دو اتمی هیدروژن (گونه X) تبدیل می شود (درستی عبارت سوم)؛ به همین خاطر با مصرف یون های هیدرونیوم، غلظت آن در محلول کاهش یافته و pH محلول افزایش می یابد (نادرستی عبارت دوم).

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت چهارم: با حذف یون  $Cl^-$ ، معادله واکنش به این صورت نوشته می‌شود:



تغییرات غلظت مواد در بازه زمانی معین، متناسب با ضریب آن‌ها در معادله واکنش است. همان‌طور که می‌بینید ضریب  $H^+$  دو برابر  $M^{2+}$  است؛ در نتیجه مقدار تغییر غلظت آن نیز دو برابر می‌باشد.

## تست و پاسخ ۹۰

تیغه‌هایی از جنس فلزهای A، B، C و D را به طور جداگانه در محلول مس (II) سولفات وارد می‌کنیم. با توجه به جدول زیر، کدام مطلب درست است؟ (دمای اولیه محلول را  $20^\circ C$  و گرمای ویژه آن را  $4 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$  در نظر بگیرید.)

D	C	B	A	فلز
۲۲	۲۰	۲۷	۲۴	دمای نهایی محلول ( $^\circ C$ )

- قدرت کاهندگی فلز B بیشتر از فلز A و قدرت اکسندگی فلز C بیشتر از فلز D است.
- اگر فلز A، آهن باشد، فلزهای D و B به ترتیب می‌توانند روی و منیزیم باشند.
- اگر جرم محلول  $200$  گرم باشد، مقدار گرمای مبادله‌شده در اثر ورود A به محلول، معادل  $3/2$  kJ است.
- C می‌تواند سومین فلز دوره سوم جدول دوره‌ای باشد.

## پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: مقدار گرمای آزادشده در اثر ورود فلز A به محلول  $CuSO_4$  برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 200 \times 4 \times (24 - 20) = 3200 J = 3/2 kJ$$

**نکته** افزایش دمای محلول در اثر قراردادن یک فلز در محلول آبی یک نمک، نشان‌دهنده انجام واکنش شیمیایی خودبه‌خودی است. هر چه دمای نهایی محلول بیشتر باشد، میزان گرمای آزادشده و سرعت واکنش بیشتر خواهد بود و می‌توان نتیجه گرفت که آن فلز تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون دارد و اگر دما تغییر نکند، یعنی واکنش انجام نشده و قدرت کاهندگی فلز واردشده از فلز سازنده نمک موجود در محلول کم‌تر است.

هر چه دمای نهایی محلول بیشتر

- میزان گرمای آزادشده بیشتر
- سرعت واکنش بیشتر
- تمایل فلز به از دست‌دادن الکترون بیشتر
- قدرت کاهندگی فلز بیشتر

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) فلز C قدرت کاهندگی کم‌تری نسبت به فلز D دارد؛ پس یون  $C^{m+}$  قدرت اکسندگی بیشتری نسبت به  $D^{n+}$  دارد. (هرگز نمی‌توان قدرت اکسندگی فلزات را در حالت خنثی مقایسه کرد، چون فلزات یون منفی نمی‌سازند).

**توجه** مقایسه قدرت اکسندگی فلزات در حالت خنثی ممنوع!

۲) با توجه به دمای نهایی محلول‌ها، مقایسه قدرت کاهندگی فلزها به صورت زیر است:

$$B > A > D > C \text{ : قدرت کاهندگی}$$

اگر A آهن باشد، B می‌تواند منیزیم باشد، اما با توجه به قدرت کاهندگی بیشتر روی نسبت به آهن، D نمی‌تواند روی باشد.

۴) با ورود تیغه C به محلول مس (II) سولفات، دمای محلول تغییری نکرده است، یعنی فلز C قدرت کاهندگی کم‌تری نسبت به فلز مس دارد. سومین فلز دوره سوم جدول تناوبی، آلومینیم است که قدرت کاهندگی آن بیشتر از فلز مس می‌باشد.



شیمی دهم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۸

## تست و پاسخ ۹۱

کدام موارد زیر، درست است؟

- (الف) جرم کل آب‌های روی کره زمین، در حدود ۳۰ برابر جرم کل نمک‌ها در آب اقیانوس‌ها و دریاها است.  
 (ب) در حدود ۹۷/۲ درصد از آب‌های موجود در سطح زمین، شور هستند و حدود ۷۷ درصد آب‌های شیرین، در حال حاضر یخ زده‌اند.  
 (پ) با توجه به این‌که بیش از ۹۰ درصد سطح زمین را آب پوشانده است، زمین در فضا به رنگ آبی دیده می‌شود.  
 (ت) زیست‌کره شامل جانداران روی کره زمین است و در واکنش‌های آن، مولکول‌های کوچک، نقش اساسی ایفا می‌کنند.
- (۱) الف - پ      (۲) الف - ب      (۳) ب - پ      (۴) ب - ت

## پاسخ: گزینه ۲

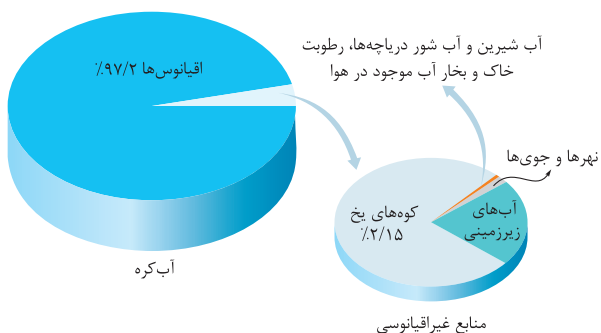
پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) جرم کل آب‌های روی زمین، در حدود  $1/5 \times 10^{18}$  تن برآورد شده است؛ همچنین  $5 \times 10^{16}$  تن نمک نیز در آب اقیانوس‌ها و دریاها وجود دارد؛ بنابراین:

$$\frac{\text{جرم کل آب‌های روی کره زمین}}{\text{جرم کل نمک‌ها در آب اقیانوس‌ها و دریاها}} = \frac{1/5 \times 10^{18}}{5 \times 10^{16}} = 30$$

(ب) با توجه به نمودار زیر، ۹۷/۲ درصد از آب‌های موجود در سطح زمین، مربوط به اقیانوس‌هاست که آب آن‌ها مزه‌ای شور دارد و از ۲/۸ درصد آب‌های باقی‌مانده که شیرین هستند، ۲/۱۵٪ به صورت یخ زده‌اند.



$$\frac{\text{کوه‌های یخ}}{\text{آب‌های شیرین}} \times 100 = \frac{2/15}{2/8} \times 100 \approx 77$$

(پ) نزدیک به ۷۵ درصد سطح زمین را آب پوشانده است و نه بیش از ۹۰ درصد!  
 (ت) در واکنش‌های زیست‌کره، درشت‌مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.





## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

## تکنیک

عبارت‌های «پ» و «ت» این سؤال به طور تابلویی غلط! بنابراین ۱، ۳ و ۴ خیلی سریع حذف می‌شوند و سر جلسه، اصلاً نیازی به بررسی عبارت‌های «الف» و «ب» که عبارت‌های سختی محسوب می‌شوند، نیست!

## تست و پاسخ ۹۲

با توجه به جدول داده‌شده که نماد شیمیایی و مقدار برخی یون‌های حل‌شده در آب دریا را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

Ca <sup>2+</sup>	K <sup>+</sup>	CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	Mg <sup>2+</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	Br <sup>-</sup>	Na <sup>+</sup>	نماد یون
۴۰۰	۳۸۰	۱۴۰	۱۳۵۰	۲۶۵۵	۶۵	۱۰۵۰۰	میلی‌گرم یون در یک کیلوگرم آب دریا

- عنصر سازنده فراوان‌ترین کاتیون در آب دریا، به دوره دوم جدول تناوبی تعلق دارد. **یون سدیم (Na<sup>+</sup>)**
- نام ترکیب یونی حاصل از واکنش فراوان‌ترین کاتیون گروه دوم جدول و فراوان‌ترین آنیون چندانمی، منیزیم سولفات است. **Mg<sup>2+</sup>** و **سولفات (SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>)**
- کلسیم کلرید، پتاسیم کلرید و سدیم نیترات، چند ترکیب شیمیایی دوتایی هستند که انحلال آن‌ها باعث ورود یون‌های کلرید یا سدیم در آب دریا می‌شود. **NaNO<sub>3</sub>**، **KCl** و **CaCl<sub>2</sub>**
- در مراکز تأمین آب آشامیدنی، یکی از یون‌های این جدول، به مقدار بسیار کم و مناسب به آب اضافه می‌شود تا سبب حفظ سلامت دندان‌ها شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: سدیم (فراوان‌ترین کاتیون در آب دریا)، در دوره سوم جدول تناوبی قرار دارد.  
عبارت دوم: ترکیب شیمیایی حاصل از واکنش Mg<sup>2+</sup> (فراوان‌ترین کاتیون گروه دوم در آب دریا) و SO<sub>4</sub><sup>2-</sup> (فراوان‌ترین آنیون چندانمی در آب دریا)، منیزیم سولفات نام دارد.

عبارت سوم: سدیم نیترات (NaNO<sub>3</sub>) از سه عنصر Na، N و O تشکیل شده و ترکیب یونی سه‌تایی است، نه دوتایی!  
عبارت چهارم: در مراکز تأمین آب آشامیدنی، برای حفظ سلامت دندان‌ها، یون فلوئورید (F<sup>-</sup>) به آب افزوده می‌شود که در این جدول وجود ندارد.

## تست و پاسخ ۹۳

چه تعداد از مطالب زیر درباره آب دریاها درست است؟

- چگالی بیشتری از آب مقطر دارند.
- مخلوط همگنی از انواع یون‌ها و مولکول‌ها در آب هستند.
- فراوان‌ترین یون موجود در آن، یون کلرید است.
- برخلاف آب اغلب چشمه‌ها و رودخانه‌ها، آشامیدنی نیستند.
- در اغلب آن‌ها، مقدار نمک‌های حل‌شده، کم‌تر از ۲۷ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

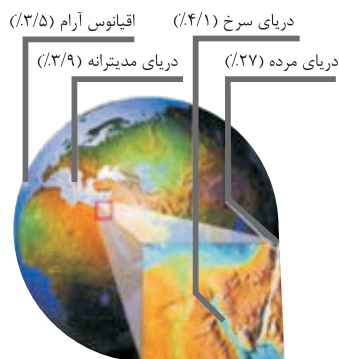
پاسخ تشریحی همه عبارت‌های داده‌شده درست هستند.





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

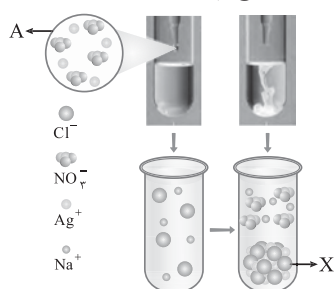
شیمی



مقدار نمک‌های حل‌شده در آب دریاها گوناگون

## تست و پاسخ ۹۴

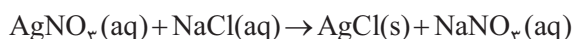
با توجه به شکل داده‌شده، کدام مطلب نادرست است؟ ( $Ag = 108, Cl = 35.5, Na = 23, O = 16: g.mol^{-1}$ )



- نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در آن یون محلول A برابر ۳ است.
- به ازای مصرف ۵/۰ مول ترکیب سه‌تایی، ۷۵/۷۱ گرم ترکیب دوتایی تولید می‌شود.
- X، رسوب سفیدرنگی است که یک ترکیب یونی دوتایی با آنیون و کاتیون تک‌اتمی محسوب می‌شود.
- این آزمایش برای شناسایی یون نقره یا شناسایی یون کلرید موجود در محلول‌های آبی مناسب است.

## پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با توجه به شکل، معادله واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌ها:

- در محلول A، نقره نیترات ( $AgNO_3$ ) وجود دارد که ساختار لوویس آنیون آن به صورت زیر است:
 
$$\left[ \begin{array}{c} :O: \\ || \\ :O: - N - :O: \\ | \\ :O: \end{array} \right]^-$$

$$\frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}} = \frac{4}{2} = 2$$
- ترکیب سه‌تایی موجود در واکنش دهنده‌ها،  $AgNO_3$  و ترکیب دوتایی موجود در فرآورده‌ها،  $AgCl$  است:
- نقره کلرید ( $AgCl$ ) همان ترکیب X است که رسوبی سفیدرنگ بوده و از دو عنصر تشکیل شده؛ بنابراین ترکیب یونی دوتایی محسوب می‌شود؛ هم‌چنین یون‌های نقره ( $Ag^+$ ) و کلرید ( $Cl^-$ ) در آن هر دو تک‌اتمی هستند.
- درسته؛ زیرا دو یون نقره و کلرید با هم رسوب تشکیل داده و به این روش می‌توانند شناسایی شوند.

## تست و پاسخ ۹۵

کدام موارد زیر درست است؟

- (الف) سرم فیزیولوژی، ضدبخ و گلاب، مخلوط‌هایی همگن از چند ماده آلی در آب هستند.
- (ب) خواص محلول‌ها تنها به خواص حل‌شونده و مقدار آن در مقدار معینی حلال یا محلول بستگی دارد.
- (پ) در واکنش بین محلول‌های سدیم فسفات و کلسیم کلرید، به مرور نسبت شمار مول‌های آنیون تک‌اتمی به شمار مول‌های آنیون چنداتمی محلول در آب، افزایش می‌یابد.
- (ت) شمار یون‌هایی که از انحلال هر واحد پتاسیم سولفات و آهن (II) نیترات در آب تولید می‌شود، با هم برابر است.
- (۱) الف - پ
- (۲) ب - ت
- (۳) پ - ت
- (۴) ب - پ

## پاسخ: گزینه ۳

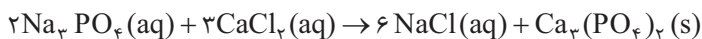
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

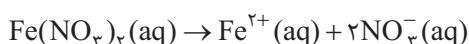
بررسی عبارت‌ها:

(الف) ضدیخ و گلاب از مواد آلی تشکیل شده‌اند اما سرم فیزیولوژی، محلول نمک (ترکیب یونی) در آب است.  
(ب) خواص محلول‌ها، هم به خواص حلال و هم به خواص حل‌شونده و مقدار هر یک از آن‌ها بستگی دارد.  
(پ) معادله واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



شمار مول‌های  $\text{Cl}^-$  ثابت است اما با تشکیل رسوب  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ ، شمار مول‌های یون فسفات، در حال کاهش بوده و در نتیجه نسبت مول  $\text{Cl}^-$  به  $\text{PO}_4^{3-}$  به مرور افزایش می‌یابد.

(ت) با توجه به معادلات زیر، از تفکیک یونی هر واحد پتاسیم سولفات و آهن (II) نیترات در آب، ۳ یون تولید می‌شود.



## تست و پاسخ ۹۶

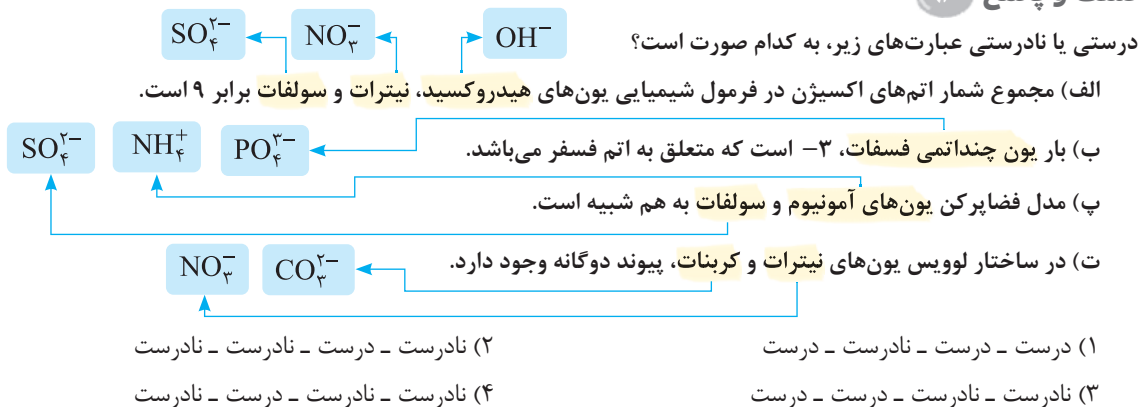
درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر، به کدام صورت است؟

(الف) مجموع شمار اتم‌های اکسیژن در فرمول شیمیایی یون‌های هیدروکسید، نیترات و سولفات برابر ۹ است.

(ب) بار یون چنداتمی فسفات، ۳- است که متعلق به اتم فسفر می‌باشد.

(پ) مدل فضاپرکن یون‌های آمونیوم و سولفات به هم شبیه است.

(ت) در ساختار لوویس یون‌های نیترات و کربنات، پیوند دوگانه وجود دارد.



(۱) درست - نادرست - درست - نادرست

(۲) نادرست - نادرست - درست - نادرست

(۳) نادرست - نادرست - درست - نادرست

(۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

## پاسخ: گزینه ۳

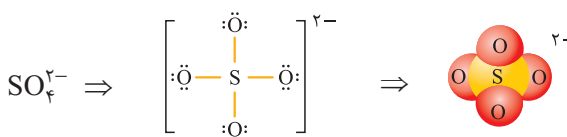
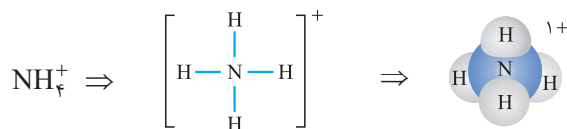
**پاسخ تشریحی** عبارت‌های اول و دوم، نادرست و عبارت‌های سوم و چهارم، درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

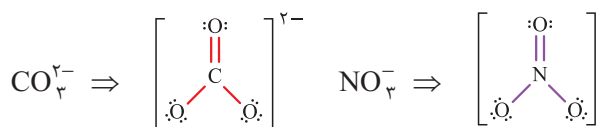
(الف) مجموع شمار اتم‌های اکسیژن در  $\text{OH}^-$ ،  $\text{NO}_3^-$  و  $\text{SO}_4^{2-}$  برابر  $1 + 3 + 4 = 8$  است.

(ب) در یون‌های چنداتمی، بار الکتریکی به اتم خاصی تعلق ندارد، بلکه متعلق به کل یون است.

(پ) با توجه به شباهت در ساختار لوویس این یون‌ها، انتظار می‌رود مدل فضاپرکن آن‌ها نیز مشابه باشد.



(ت) در ساختار لوویس هر دو یون، پیوند دوگانه وجود دارد.

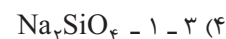
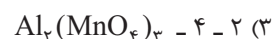
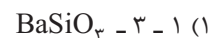




## تست و پاسخ ۹۷

با توجه به جدول زیر، کدام گزینه، عبارت «فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از آنیون ترکیب ردیف ..... با کاتیون ترکیب ردیف ..... به صورت ..... است.» را به درستی کامل نمی‌کند؟

ردیف	فرمول شیمیایی
۱	$\text{Na}_3\text{SiO}_3$
۲	$\text{CaMnO}_4$
۳	$\text{Ba}_3\text{SiO}_4$
۴	$\text{Al}_3\text{Se}_3$

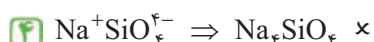
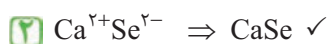
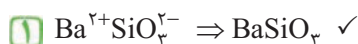


## پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب هر ردیف، کاتیون و آنیون سازنده آن را مشخص می‌کنیم:

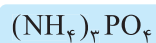
ردیف	فرمول شیمیایی	کاتیون	آنیون
۱	$\text{Na}_3\text{SiO}_3$	$\text{Na}^+$	$\text{SiO}_3^{2-}$
۲	$\text{CaMnO}_4$	$\text{Ca}^{2+}$	$\text{MnO}_4^{2-}$
۳	$\text{Ba}_3\text{SiO}_4$	$\text{Ba}^{2+}$	$\text{SiO}_4^{4-}$
۴	$\text{Al}_3\text{Se}_3$	$\text{Al}^{3+}$	$\text{Se}^{2-}$

حال هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



## تست و پاسخ ۹۸

اگر شمار اتم‌های هیدروژن موجود در نمونه‌ای از آمونیوم فسفات با شمار کاتیون‌ها در ۵۰ گرم سدیم فسفید برابر باشد، در نمونه آمونیوم



فسفات چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟ ( $\text{Na} = 23, \text{P} = 31; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

$$۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۴} \quad (۴)$$

$$۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \quad (۳)$$

$$۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۲} \quad (۲)$$

$$۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳} \quad (۱)$$

## پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی روش اول: گام اول: هر مول سدیم فسفید ( $\text{Na}_3\text{P}$ ) شامل ۳ مول کاتیون ( $\text{Na}^+$ ) است؛ پس شمار مول‌های  $\text{Na}^+$  در

۵۰ گرم سدیم فسفید برابر است با:

$$\text{Na}_3\text{P} \text{ جرم مولی} = 3(23) + 31 = 100 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$50 \text{ g Na}_3\text{P} \times \frac{1 \text{ mol Na}_3\text{P}}{100 \text{ g Na}_3\text{P}} \times \frac{3 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol Na}_3\text{P}} = 1.5 \text{ mol Na}^+$$

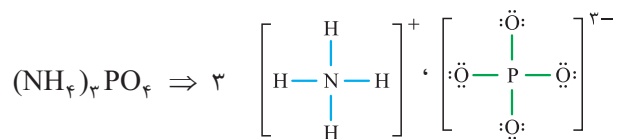
بنابراین در نمونه موجود از آمونیوم فسفات هم باید ۱/۵ مول اتم هیدروژن وجود داشته باشد.

توجه برای راحتی در محاسبات، به جای شمار کاتیون‌ها و شمار اتم‌های هیدروژن، مول آن‌ها را برابر قرار دهید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: هر مول آمونیوم فسفات  $(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$  شامل ۱۲ مول اتم هیدروژن است. از طرفی مطابق ساختارهای لوویس رسم شده، شمار پیوندهای اشتراکی آن را به دست می آوریم.



تعداد پیوند اشتراکی در هر واحد آمونیوم فسفات

گام سوم: حالا باید از ۱/۵ مول اتم هیدروژن در آمونیوم فسفات به تعداد پیوندهای اشتراکی در آن برسیم.

$$1/5 \text{ mol H} \times \frac{1 \text{ mol } (\text{NH}_4)_3\text{PO}_4}{12 \text{ mol H}} \times \frac{16 \text{ mol پیوند اشتراکی}}{1 \text{ mol } (\text{NH}_4)_3\text{PO}_4} \times \frac{6/02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol پیوند اشتراکی}} = 1/204 \times 10^{24}$$

روش دوم: با استفاده از کسر تناسب می توانیم بنویسیم:



$$\frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{50}{1 \times 100} = \frac{x \text{ mol}}{3} \Rightarrow x = 1/5 \text{ mol}$$



$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد پیوند}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1/5}{12} = \frac{x \text{ پیوند}}{16 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow x = 1/204 \times 10^{24}$$

## تست و پاسخ ۹۹

چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟ ( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Cl} = 35/5, \text{Ca} = 40: \text{g.mol}^{-1}$ )

- غلظت یک محلول بر حسب ppm را می توان از تقسیم جرم حل شونده بر حسب میلی گرم به جرم محلول بر حسب کیلوگرم به دست آورد.
- با افزودن آب به محلول یک نمک، درصد جرمی حلال افزایش می یابد، اما درصد جرمی حل شونده تغییری نمی کند.
- غلظت محلول ۲۰ ppm یک نمک در آب، ۰/۰۲ درصد جرمی است.



• در محلول ۲۵ درصد جرمی کلسیم کلرید در آب، به ازای هر مول حل شونده، ۱۸/۵ مول آب وجود دارد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت های دوم و سوم نادرست هستند.

بررسی عبارت ها:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (mg)}}{\text{جرم محلول (kg)}} = \frac{\text{جرم حل شونده (g)} \times 10^3}{\text{جرم محلول (g)} \times 10^{-3}} = \frac{\text{جرم حل شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6$$

عبارت اول: رابطه اصلی ppm

عبارت دوم: با اضافه کردن حلال، جرم محلول افزایش می یابد و طبق رابطه  $(\times 100) = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}}$  درصد جرمی حل شونده با ثابت ماندن جرم حل شونده، درصد جرمی آن کاهش می یابد.

عبارت سوم:

$$(a) \text{ درصد جرمی} = \text{ppm} \times 10^{-4} \Rightarrow a = 20 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3} = 0/002$$

عبارت چهارم: با توجه به تعریف درصد جرمی، در محلول ۲۵ درصد جرمی  $\text{CaCl}_2$  به ازای ۱۰۰ گرم محلول، ۲۵ گرم  $\text{CaCl}_2$  و ۷۵ گرم آب  $(100 - 25 = 75)$  وجود دارد:

$$\text{mol H}_2\text{O} ? = 1 \text{ mol CaCl}_2 \times \frac{111 \text{ g CaCl}_2}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{75 \text{ g H}_2\text{O}}{25 \text{ g CaCl}_2} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} = \frac{111 \times 75}{18 \times 25} = \frac{111}{6} = 18/5 \text{ mol H}_2\text{O}$$



## تست و پاسخ ۱۰۰

دانش آموزی ۰/۵ گرم مس (II) سولفات را در ۹۹/۵ گرم آب حل کرده و سپس ۵ گرم از محلول به دست آمده را برداشته و به آن ۹۹۵ گرم آب اضافه می کند؛ کدام مطلب درست است؟ ( $H = 1, O = 16, S = 32, Cu = 64 : g \cdot mol^{-1}$ )

(۱) محلول اولیه، سبزرنگ است و در آن به تقریب ۵/۵ مول آب وجود دارد.

(۲) طی این فرایند، غلظت محلول برحسب ppm، ۴۷۷۵ واحد کاهش یافته است.

(۳) درصد جرمی محلول نهایی، برابر ۰/۰۲۵ است.

(۴) در ۶۴۰ گرم از محلول نهایی، ۰/۱ میلی مول حل شونده وجود دارد.

## پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی بررسی گزینه ها:

(۱) محلول مس (II) سولفات، آبی رنگ است و نه سبزرنگ! برای قسمت دوم گزینه هم داریم:

$$\text{mol } H_2O = \frac{99/5}{18} \approx 5/5$$

(۲) غلظت اولیه و نهایی محلول را برحسب ppm حساب می کنیم. در ۱۰۰ گرم محلول اولیه، ۰/۵ گرم حل شونده وجود دارد؛ پس در ۵ گرم

از این محلول، مقدار حل شونده برابر است با:

$$\text{حل شونده } g = \frac{0/5 \text{ g حل شونده}}{100 \text{ g محلول}} \times 5 \text{ g محلول} = 2/5 \times 10^{-2} \text{ g}$$

$$\text{جرم محلول اولیه} = 0/5 + 99/5 = 100 \text{ g}$$

$$\text{جرم محلول نهایی} = 5 + 995 = 1000 \text{ g}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \begin{cases} \text{ppm محلول اولیه} = \frac{0/5}{100} \times 10^6 = 5000 \\ \text{ppm محلول نهایی} = \frac{2/5 \times 10^{-2}}{1000} \times 10^6 = 25 \end{cases} \Rightarrow 5000 - 25 = 4975$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{2/5 \times 10^{-2}}{1000} \times 100 = 2/5 \times 10^{-3} \Rightarrow 0/0025$$

روش اول:

$$\text{درصد جرمی} = \text{ppm} \times 10^{-4} = 25 \times 10^{-4} = 0/0025$$

روش دوم:

(۴) در ۱۰۰۰ گرم از محلول نهایی،  $2/5 \times 10^{-2}$  گرم مس (II) سولفات وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$640 \text{ g محلول} \times \frac{2/5 \times 10^{-2} \text{ g CuSO}_4}{1000 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol CuSO}_4}{160 \text{ g CuSO}_4} \times \frac{1000 \text{ mmol CuSO}_4}{1 \text{ mol CuSO}_4} = \frac{640 \times 2/5 \times 10^{-2}}{160} = 0/1 \text{ mmol CuSO}_4$$

## تست و پاسخ ۱۰۱

در ۲۵۰ گرم از محلول نیتراتی از آهن، ۰/۳۶ گرم نمک وجود دارد. اگر غلظت یون نیترات در این محلول برابر ۹۹۲ ppm باشد، نام نمک



مورد نظر کدام است و در هر گرم از این محلول، چه تعداد یون آهن وجود دارد؟ ( $Fe = 56, O = 16, N = 14 : g \cdot mol^{-1}$ )

$$(۲) \text{ آهن (III) نیترات، } 1/204 \times 10^{21}$$

$$(۱) \text{ آهن (II) نیترات، } 1/204 \times 10^{21}$$

$$(۴) \text{ آهن (III) نیترات، } 4/816 \times 10^{18}$$

$$(۳) \text{ آهن (II) نیترات، } 4/816 \times 10^{18}$$

## پاسخ: گزینه ۳



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**خودت حل کنی بهتره** با توجه به این که فرمول یون نیترات به صورت  $\text{NO}_3^-$  و آهن دارای کاتیون های  $\text{Fe}^{2+}$  و  $\text{Fe}^{3+}$  است، فرمول نمک را به صورت  $\text{Fe}(\text{NO}_3)_n$  در نظر بگیر و با توجه به رابطه بین جرم نمک و جرم یون نیترات،  $n$  رو به دست بیار!

**پاسخ تشریحی** روش اول: گام اول: ابتدا با استفاده از فرمول ppm، جرم یون نیترات موجود در محلول را به دست می آوریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم نیترات}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 992 = \frac{\text{جرم نیترات}}{250} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم نیترات} = 248 \times 10^{-3} \text{ g NO}_3^-$$

گام دوم: حالا باید از جرم نیترات به جرم نمک موجود در محلول  $\text{Fe}(\text{NO}_3)_n$  برسیم:

$$248 \times 10^{-3} \text{ g NO}_3^- \times \frac{1 \text{ mol NO}_3^-}{62 \text{ g NO}_3^-} \times \frac{1 \text{ mol Fe}(\text{NO}_3)_n}{n \text{ mol NO}_3^-} \times \frac{(56 + 62n) \text{ Fe}(\text{NO}_3)_n}{1 \text{ mol Fe}(\text{NO}_3)_n} = \frac{90}{36} \text{ g Fe}(\text{NO}_3)_n$$

$$\Rightarrow 56 + 62n = 90n \Rightarrow 56 = 28n \Rightarrow n = 2 \Rightarrow \text{Fe}(\text{NO}_3)_2 \Rightarrow \text{آهن (II) نیترات}$$

گام سوم: برای حل قسمت دوم سؤال، با استفاده از کسر تبدیل مناسب می نویسیم:

$$1 \text{ g محلول} \times \frac{0.36 \text{ g Fe}(\text{NO}_3)_2}{250 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}(\text{NO}_3)_2}{180 \text{ Fe}(\text{NO}_3)_2} \times \frac{1 \text{ mol Fe}^{2+}}{1 \text{ mol Fe}(\text{NO}_3)_2} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ Fe}^{2+}}{1 \text{ mol Fe}^{2+}}$$

$$= 8 \times 10^{-6} \times 6.02 \times 10^{23} = 4.816 \times 10^{18} \text{ Fe}^{2+}$$

روش دوم: با استفاده از کسر تناسب می توانیم بنویسیم:

$$\text{Fe}(\text{NO}_3)_n \sim n \text{ NO}_3^-$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم محلول} \times \text{ppm} \times 10^{-6}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0.36}{56 + 62n} = \frac{250 \times 992 \times 10^{-6}}{n \times 62}$$

$$\Rightarrow \frac{0.36}{56 + 62n} = \frac{4}{1000n} \Rightarrow \frac{36}{56 + 62n} = \frac{4}{10n} \Rightarrow 56 + 62n = 90n \Rightarrow 28n = 56 \Rightarrow n = 2$$

$$\text{Fe}(\text{NO}_3)_2 \sim 2 \text{ NO}_3^- \sim \text{Fe}^{2+}$$

$$\frac{\text{جرم محلول} \times \text{ppm} \times 10^{-6}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{ضریب} \times N_A} \Rightarrow \frac{1 \times 992 \times 10^{-6}}{2 \times 62} = \frac{\text{Fe}^{2+}}{6.02 \times 10^{23}}$$

$$\Rightarrow \text{Fe}^{2+} = 8 \times 10^{-6} \times 6.02 \times 10^{23} = 4.816 \times 10^{18}$$

## تست و پاسخ ۱۰۲

چند میلی لیتر کربن تتراکلرید خالص به ۵۰ گرم محلول ۲ درصد جرمی ید ( $\text{I}_2$ ) در کربن تتراکلرید اضافه شود تا غلظت ید در محلول به ۸۰۰ ppm برسد؟ (چگالی کربن تتراکلرید را  $1.6 \text{ g.mL}^{-1}$  در نظر بگیرید.)

۱۲۵۰ (۴)

۱۲۰۰ (۳)

۷۵۰ (۲)

۷۸۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** گام اول: نخست باید جرم ید موجود در محلول را محاسبه کنیم.

$$1 \text{ g جرم ید} = \frac{\text{جرم ید}}{50} \times 100 \Rightarrow 2 = \frac{\text{جرم ید}}{50} \times 100 \Rightarrow \text{جرم ید} = 1 \text{ g}$$





گام دوم: با اضافه کردن کربن تتراکلرید به محلول، جرم ید تغییری نمی‌کند، اما جرم محلول افزایش می‌یابد. اگر جرم کربن تتراکلرید اضافه شده را  $x$  در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

جرم محلول اولیه  
 $\uparrow$   
 جرم محلول جدید =  $50 + x$   
 $\downarrow$   
 جرم  $CCl_4$  اضافه شده

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم ید}}{\text{جرم محلول جدید}} \times 10^6 \Rightarrow 800 = \frac{1}{50 + x} \times 10^6 \Rightarrow 400 + 8x = 10000 \Rightarrow 8x = 9600 \Rightarrow x = 1200 \text{ g}$$

گام سوم: با استفاده از چگالی، حجم  $CCl_4$  اضافه شده را به دست می‌آوریم:

$$1200 \text{ g } CCl_4 \times \frac{1 \text{ mL } CCl_4}{1.6 \text{ g } CCl_4} = 750 \text{ mL } CCl_4$$

### تست و پاسخ ۱۰۳

در ۲۰ کیلوگرم محلول سدیم هیدروکسید با غلظت ۸۰۰ ppm، چند مول  $NaOH$  وجود دارد و این محلول در واکنش با مقدار کافی آلومینیم، چند لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP تولید می‌کند؟ ( $Na = 23, O = 16, H = 1; \text{g.mol}^{-1}$ )



$$13/44 - 0/4(4)$$

$$13/44 - 0/2(3)$$

$$17/92 - 0/4(2)$$

$$17/92 - 0/2(1)$$

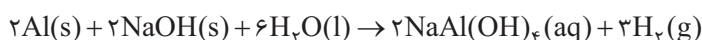
### پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:  $NaOH$  با استفاده از فرمول ppm، جرم  $NaOH$  موجود در محلول را محاسبه می‌کنیم و سپس با استفاده از کسر تبدیل به مول می‌رسیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم } NaOH}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 800 = \frac{\text{جرم } NaOH}{20 \times 10^3} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم } NaOH = 16 \text{ g}$$

$$16 \text{ g } NaOH \times \frac{1 \text{ mol } NaOH}{40 \text{ g } NaOH} = 0/4 \text{ mol } NaOH$$

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم، سپس لیتر گاز هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:



روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$0/4 \text{ mol } NaOH \times \frac{3 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } NaOH} \times \frac{22/4 \text{ L } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 13/44 \text{ L } H_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:



$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{H}_2} \Rightarrow \frac{0/4}{NaOH} = \frac{x}{3 \times 22/4} \Rightarrow x = 13/44 \text{ L } H_2$$

### تست و پاسخ ۱۰۴

کدام مورد درباره فلز منیزیم، نادرست است؟

- (۱) در تهیه آلیاژها و شربت معده کاربرد دارد.
- (۲) یکی از منابع تهیه آن، آب دریاست که به شکل  $Mg^{2+}(aq)$  در آن وجود دارد.
- (۳) تهیه آن از آب دریا، دارای مراحل فیزیکی و شیمیایی است.
- (۴) برای تهیه آن می‌توان جریان برق را از محلول منیزیم کلرید عبور داد.

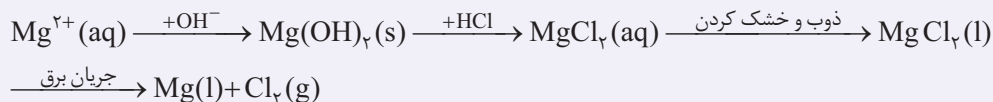
### پاسخ: گزینه ۴

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** در فرایند استخراج منیزیم از آب دریا، با استفاده از واکنش شیمیایی  $Mg^{2+}(aq)$  را به  $Mg(OH)_2(s)$  و سپس به  $MgCl_2(aq)$  تبدیل می‌کنند و در ادامه با تبخیر آب موجود در محلول منیزیم کلرید (که یک فرایند فیزیکی است)، آن را به منیزیم کلرید مذاب تبدیل می‌کنند (درستی ۳) و در پایان با عبور جریان برق، منیزیم کلرید مذاب را به عناصر سازنده آن تجزیه می‌کنند (نادرستی ۴).

**نکته** مراحل تهیه منیزیم از آب دریا به صورت زیر است:



## تست و پاسخ ۱۰۵

در ۴۰۰ میلی‌لیتر از محلول سدیم سولفات، تفاوت جرم یون‌های سدیم و سولفات برابر ۴ گرم است. اگر به این محلول ۲۰۰ گرم آب اضافه کنیم، درصد جرمی یون سولفات در محلول نهایی کدام مقدار خواهد بود؟ (چگالی محلول سدیم سولفات را  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  در نظر بگیرید.)

( $S = 32, Na = 23, O = 16; \text{g.mol}^{-1}$ )

$$3/84 \text{ (۴)}$$

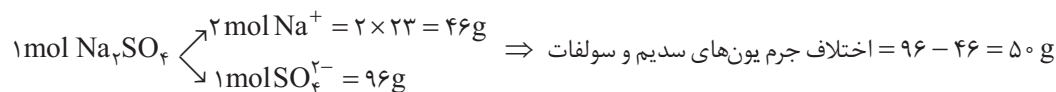
$$2/56 \text{ (۳)}$$

$$1/92 \text{ (۲)}$$

$$1/28 \text{ (۱)}$$

## پاسخ: گزینه ۱

**پاسخ تشریحی** روش اول: گام اول: در هر مول از سدیم سولفات، دو مول یون سدیم (معادل ۴۶ g) و یک مول یون سولفات (معادل ۹۶ g) وجود دارد؛ بنابراین به ازای ۱ مول از سدیم سولفات داریم:



گام دوم: حال از روی ۴ گرم اختلاف جرم یون‌های موجود در محلول، مقدار سولفات را به دست می‌آوریم:

$$4 \text{ g} \times \frac{96 \text{ g SO}_4^{2-}}{50 \text{ g اختلاف جرم}} = 0.08 \times 96 = 7.68 \text{ g SO}_4^{2-}$$

$$96 \times 0.08 = 7.68 \text{ g}$$

بنابراین، جرم سولفات برابر است با:

گام سوم: با اضافه کردن آب به محلول، جرم یون سولفات تغییری نمی‌کند، اما جرم محلول افزایش می‌یابد. چگالی محلول برابر  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  است، پس جرم محلول اولیه همان ۴۰۰ گرم بوده است. جرم محلول نهایی را محاسبه کرده، سپس درصد جرمی خواسته شده را به دست می‌آوریم:

جرم محلول اولیه

$$\text{جرم محلول نهایی} = 400 + 200 = 600 \text{ g}$$

جرم آب اضافه شده

$$\text{درصد جرمی SO}_4^{2-} = \frac{\text{جرم SO}_4^{2-}}{\text{جرم محلول نهایی}} \times 100 \Rightarrow \frac{7.68}{600} \times 100 = \frac{600}{600} + \frac{168}{600} = 1/28 \%$$

روش دوم: با استفاده از کسر تناسب داریم:



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{تفاوت جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{1 \times 96} = \frac{4}{(1 \times 96) - (2 \times 23)} \Rightarrow x = 7.68 \text{ g SO}_4^{2-}$$

$$\text{درصد جرمی SO}_4^{2-} = \frac{7.68}{400 + 200} \times 100 = 1/28 \%$$

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha\_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



آزمون‌ها آزماینتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزماینتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



حلقه  
سنجی

