



ویژه  
کنکوری های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۰/۰۱

آزمون  
هفتم  
حضوری

دفترچه شماره ۱



سال تحصیلی  
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	حسابان و ریاضیات پایه
<p>هندسه دوازدهم هندسه (۳): فصل دوم: آشنایی با مقاطع مخروطی (تا ابتدای بیضی و سهمی) صفحه ۳۳ تا ۴۴</p> <p>هندسه یازدهم هندسه (۲): فصل اول: دایره صفحه ۹ تا ۳۲</p>	<p>ریاضیات گسسته فصل دوم: گراف و مدل سازی (تا ابتدای مسیر) صفحه ۳۱ تا ۳۸</p> <p>ریاضی دهم ریاضی (۱): فصل ششم: شمارش، بدون شمردن صفحه ۱۱۸ تا ۱۴۰</p>	<p>حسابان دوازدهم حسابان (۲): فصل دوم: مثلثات (درس ۲) + فصل سوم: حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت (درس ۱) صفحه ۳۵ تا ۵۸</p> <p>حسابان یازدهم حسابان (۱): فصل پنجم: حد و پیوستگی صفحه ۱۱۳ تا ۱۵۱</p>

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می توانید از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام رسان ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



حسابان (۲): صفحه‌های ۳۵ تا ۵۸

۱- معادله  $\sin^2 x + \cos^2 x \sin 3x = 1$  در بازه  $(0, 2\pi)$  چند جواب متمایز دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲- مجموع جواب‌های معادله  $\frac{1 - \cos 2x}{\tan x} = \frac{1}{2}$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5\pi}{2}$  (۲)  $\frac{7\pi}{2}$  (۳)  $2\pi$  (۴)  $3\pi$

۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$ ، جواب‌های معادله  $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin \frac{x}{2}} = 0$  در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$  باشند، مقدار  $\tan \alpha + \tan \beta$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $-\sqrt{3}$

۴- کوچک‌ترین جواب مثبت معادله  $\tan(x + \frac{\pi}{6}) \tan(2x - \frac{\pi}{12}) = 1$  کدام است؟

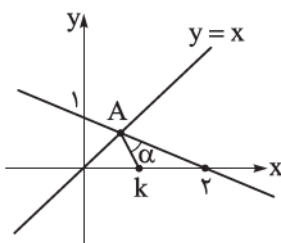
- (۱)  $\frac{5\pi}{18}$  (۲)  $\frac{5\pi}{36}$  (۳)  $\frac{5\pi}{12}$  (۴)  $\frac{5\pi}{24}$

۵- یک جواب کلی معادله  $2 \tan(x + \frac{\pi}{4}) \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 1$  کدام است؟

- (۱)  $2k\pi + \frac{5\pi}{12}$  (۲)  $2k\pi - \frac{5\pi}{12}$  (۳)  $2k\pi - \frac{7\pi}{12}$  (۴)  $2k\pi + \frac{7\pi}{12}$

۶- اگر  $\tan(2\alpha + \frac{\pi}{4}) = 7$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، حاصل  $\cos^2(\alpha - \frac{\pi}{4})$  کدام است؟

- (۱)  $0/6$  (۲)  $0/8$  (۳)  $0/3$  (۴)  $0/4$

۷- در شکل مقابل،  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$  است. مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{5}{3}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات



۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos \pi x}{|x^2 - x|}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - [2x]}{\sin \pi x}$  به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

(۱)  $-\frac{1}{\pi} + \infty$       (۲)  $-\frac{1}{\pi} - \infty$       (۳)  $\frac{1}{\pi} - \infty$       (۴)  $\frac{1}{\pi} + \infty$

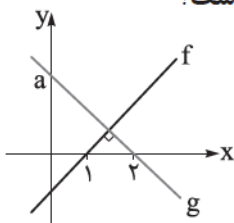
۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{\cos x}{1 + 2 \cos x} = +\infty$  باشد، مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

(۱)  $\frac{7\pi}{6}$       (۲)  $\frac{5\pi}{6}$       (۳)  $\frac{2\pi}{3}$       (۴)  $\frac{4\pi}{3}$

۱۰- اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{ax + b}{a \sin x - \cos 2x} = -\infty$  باشد، حداکثر مقدار  $[-2b]$  کدام است؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) -۱      (۴) -۲

۱۱- نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{f(x) + g(2x)} = +\infty$  باشد، حدود  $a$  کدام است؟



(۱)  $0 < a < \sqrt{2}$

(۲)  $0 < a < \frac{1}{2}$

(۳)  $a > \frac{1}{2}$

(۴)  $a > \sqrt{2}$

۱۲- نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{1+x^2 - \cos x}$  در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟



۱۳- نمودار تابع  $f(x) = \frac{x-1}{2x^2 + ax + 8}$  فقط یک مجانب قائم دارد. نمودار تابع  $f$  در مجاورت مجانب قائم خود کدام نمی‌تواند باشد؟

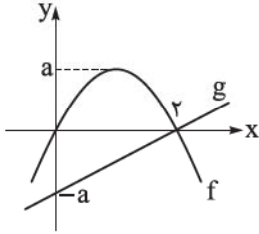




حسابان (۱): صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

۱۴- تابع  $f(x) = \frac{a[x]+1}{2x+[-x]}$  در  $x=2$  حد دارد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} [ax]$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) -۱      (۴) -۲



۱۵- نمودار سهمی  $f$  و خط  $g$  به صورت مقابل است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-g(x)}{x^2-4} = \frac{-5}{2}$  باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^3-8|}{\sin k\pi x}$  برابر  $\frac{-8}{\pi}$  است. مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱) -۳      (۲) ۳      (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴)  $-\frac{3}{2}$

۱۷- تابع  $f(x) = \left[ \log_{\frac{1}{2}} \left( 4 - \frac{x}{2} \right) \right]$  در بازه  $(4, \alpha)$  در یک نقطه ناپیوسته است. حداکثر  $\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{15}{2}$       (۲) ۶      (۳) ۷      (۴)  $\frac{13}{2}$

۱۸- تابع  $f(x) = \begin{cases} x - [x] & \text{زوج } [x] \\ a |\sin bx| & \text{فرد } [x] \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. حاصل  $ab$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{\pi}{4}$       (۲)  $\pi$       (۳)  $\frac{3\pi}{2}$       (۴)  $\frac{3\pi}{4}$

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰

۱۹- ضرب درجه رئوس گراف  $G$  برابر ۲۰ است. اندازه گراف  $\bar{G}$  کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۵۷      (۲) ۴۶      (۳) ۳۷      (۴) ۲۴

۲۰- در گراف  $G$  با رئوس  $a, b, c, d, e, f$ ، چند حالت داریم که  $p' + q = 6$  باشد؟ ( $p'$  تعداد رئوس غیرایزوله است.)

- (۱) ۴۵      (۲) ۶۵      (۳) ۸۵      (۴) ۱۱۰

محل انجام محاسبات



۲۱- با ارقام متمایز ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد طبیعی زوج می‌توان ساخت؟

- ۱۳۰ (۱)      ۱۲۰ (۲)      ۹۶ (۳)      ۴۸ (۴)

۲۲- در گراف  $G$  با مرتبه ۵، درجه ۴ رأس، دوه‌دو متفاوت هستند. با اضافه کردن  $n$  یال به گراف  $\bar{G}$ ، این گراف منتظم می‌شود. گراف  $K_n$  دارای چند یال است؟

- ۲۸ یا ۶۶ (۱)      ۱۵ یا ۲۸ (۲)      ۱۵ یا ۶۶ (۳)      ۶ یا ۱۵ (۴)

۲۳- در گرافی با اندازه ۱۹، فقط رأس‌هایی با درجه ۱، ۷ و ۲ داریم. اگر حاصل ضرب درجه رئوس این گراف برابر  $2^c \times 7^b \times 11^a$  باشد، حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

- ۵ (۱)      ۸ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۳ (۴)

۲۴- چند عدد سه‌رقمی داریم که در آن دهگان  $>$  صدگان و یکان  $\leq$  دهگان باشد؟

- ۱۶۵ (۱)      ۲۹۵ (۲)      ۳۳۰ (۳)      ۴۵۰ (۴)

۲۵- مرتبه و اندازه یک گراف به ترتیب ۱۳ و ۷۵ است. اگر  $\delta - \Delta$  حداقل باشد، این گراف چند رأس با درجه ۱۲ دارد؟

- ۷ (۱)      ۸ (۲)      ۹ (۳)      ۱۰ (۴)

۲۶- در گراف  $G$  داریم  $\sum_{u \in V(G)} |N_G[u]| = 22$  و  $\sum_{u \in V(G)} d_{\bar{G}}(u) = 14$ . اگر در گراف  $G$ ، مقدار  $\delta$  حداقل باشد، مقدار  $\Delta$  کدام است؟

- ۶ (۱)      ۵ (۲)      ۴ (۳)      ۳ (۴)

۲۷- با حروف کلمه **GOLZARI**، چند کلمه هفت‌حرفی می‌توان ساخت به طوری که حروف  $G$  و  $L$  کنار یکدیگر نباشند، ولی حروف عبارت **ARI** کنار هم قرار بگیرند؟

- ۵۷۶ (۱)      ۴۳۲ (۲)      ۲۱۶ (۳)      ۹۶ (۴)

۲۸- در یک گل‌فروشی ۶ نوع گل وجود دارد که از هر نوع گل ۳ شاخه با اندازه‌های متفاوت دیده می‌شود. به چند طریق می‌توان یک دسته گل با سه شاخه گل شامل سه نوع گل متفاوت از این گل‌فروشی خرید؟

- ۸۴ (۱)      ۲۱۰ (۲)      ۳۳۶ (۳)      ۵۴۰ (۴)

هندسه (۳): صفحه‌های ۳۳ تا ۴۶. هندسه (۲): صفحه‌های ۹ تا ۳۲

۲۹- نمودار معادله  $2x^2 + 2y^2 + x - 2y - 1 = 0$  دایره‌ای به مرکز  $(\alpha, \beta)$  و شعاع  $R$  است. حاصل  $\frac{R^2}{\alpha + \beta}$  کدام است؟

- (۱)  $3/25$  (۲)  $3/25$  (۳)  $-4/5$  (۴)  $4/5$

۳۰- دایره‌ای به مرکز  $(2, 1)$  بر خط به معادله  $3x + 4y = 0$  مماس است. کدام یک از نقاط زیر، روی این دایره قرار دارد؟

- (۱)  $(1, \sqrt{3} + 1)$  (۲)  $(-1, \sqrt{3} + 1)$   
(۳)  $(1, \sqrt{3} - 1)$  (۴)  $(-1, \sqrt{3} - 1)$

۳۱- مرکز دایره به معادله  $x^2 + y^2 + ax + by = c$  روی خط  $y + 1 = 2x$  قرار دارد. اگر این دایره از دو نقطه  $(3, 0)$  و  $(1, 2)$  بگذرد، حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

- (۱)  $-7$  (۲)  $7$  (۳)  $-11$  (۴)  $11$

۳۲- مثلث  $ABC$  به رئوس  $A(0, 0)$ ،  $B(2, 4)$  و  $C(4, -2)$  مفروض است. طول وتری که خط  $y = 2$  از دایره محیطی این مثلث جدا می‌کند، کدام است؟

- (۱)  $3$  (۲)  $5$  (۳)  $6$  (۴)  $8$

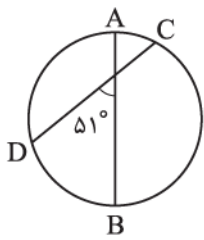
۳۳- نقاط برخورد دایره  $C: (x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$  با دایره  $C'$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم دستگاه مختصات و یکی از قطرهای دایره  $C'$  روی خط  $x + 2y - 12 = 0$  قرار دارد. شعاع دایره  $C'$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{6}$  (۲)  $3\sqrt{3}$  (۳)  $2\sqrt{5}$  (۴)  $3\sqrt{2}$

۳۴- مربع  $ABCD$  به ضلع  $8$  واحد، در دایره‌ای محاط شده است. چند نقطه روی محیط دایره و به فاصله  $\sqrt{2}$  واحد از  $AB$  وجود دارد؟

- (۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۳۵- مطابق شکل، اندازه کمان  $BD$  چهار برابر اندازه کمان  $AC$  است. تفاضل اندازه این دو کمان، چند درجه است؟



- (۱)  $61/1$  (۲)  $61/2$  (۳)  $61/3$  (۴)  $61/4$

۳۶- مثلث متساوی الساقینی به اضلاع ۷, ۱۲, ۱۲ واحد، مفروض است. طول وتری از دایره محیطی این مثلث که از وسط‌های دو ساق آن می‌گذرد، کدام است؟

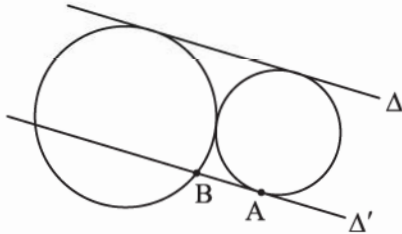
۱۲/۵ (۴)

۱۱ (۳)

۹/۵ (۲)

۸ (۱)

۳۷- مطابق شکل، دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۹ برهم مماس‌اند. خط  $\Delta$  بر دو دایره و خط  $\Delta'$  که با  $\Delta$  موازی است در  $A$  بر دایره کوچک‌تر مماس است. طول  $AB$  کدام است؟



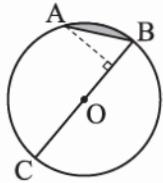
$2\sqrt{6}$  (۱)

$3\sqrt{6}$  (۲)

$2\sqrt{5}$  (۳)

$3\sqrt{5}$  (۴)

۳۸- مطابق شکل، وتر  $AB$  و قطر  $BC$  در دایره رسم شده‌اند و مساحت ناحیه رنگی برابر  $kR^2$  است. اگر فاصله  $A$  تا  $BC$ ، نصف شعاع دایره باشد، مقدار  $k$  به کدام عدد نزدیک‌تر است؟



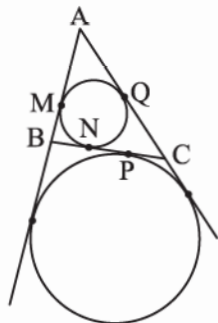
۰/۰۲ (۲)

۰/۰۱ (۱)

۰/۰۴ (۴)

۰/۰۳ (۳)

۳۹- در شکل زیر، دایره‌ها بر اضلاع مثلث  $ABC$  مماس‌اند. اگر  $BP = 2PC$ ، آن‌گاه نسبت  $\frac{NP}{BM}$  کدام است؟



۱ (۱)

۱/۲۵ (۲)

۱/۵ (۳)

۲ (۴)

۴۰- ذوزنقه به قاعده‌های ۴ و ۶ واحد، هم محاطی و هم محیطی است. مجموع طول قطرهای این ذوزنقه کدام است؟

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۱۴ (۱)

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامهٔ این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

هم‌چنین شما می‌توانید همین امشب کارنامهٔ اولیهٔ آزمونتان را در صفحهٔ شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحهٔ شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: [azmoon.kheilisabz.com](http://azmoon.kheilisabz.com) شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.



ویژه  
کنکوری های  
۱۴۰۳  
۱۴۰۲/۱۰/۰۱

آزمون  
هفتم  
حضور  
دفترچه شماره ۲

خیلی سبز  
آزمون  
تجربہ | ریاضی | انسانی  
سال تحصیلی  
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

شیمی	فیزیک
<p>شیمی دوازدهم شیمی (۳): فصل دوم: آسایش و رفاه در سایه شیمی (تا ابتدای پیوند با زندگی) صفحه ۳۷ تا ۵۹ شیمی دهم شیمی (۱): فصل سوم: آب، آهنگ زندگی (از ابتدای غلظت مولی (مولار) تا پایان فصل) صفحه ۹۸ تا ۱۲۲</p>	<p>فیزیک دوازدهم فیزیک (۳): فصل دوم: دینامیک و حرکت دایره‌ای صفحه ۲۹ تا ۶۰ فیزیک دهم فیزیک (۱): فصل چهارم: دما و گرما (از ابتدای تغییر حالت‌های ماده) + فصل پنجم: ترمودینامیک صفحه ۱۰۳ تا ۱۴۹</p>

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

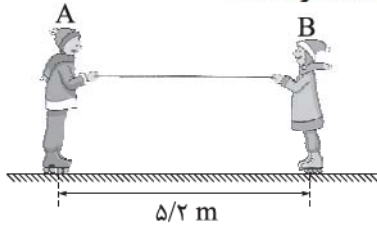
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz\_edu در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



فیزیک (۳): صفحه‌های ۲۹ تا ۶۰

۴۱- در شکل زیر، دو شخص A و B به جرم‌های  $m_A = 75 \text{ kg}$  و  $m_B = 50 \text{ kg}$  که با کفش‌های چرخ‌دار روی یک سطح افقی بدون اصطکاک ساکن هستند، توسط طنابی با نیروی ثابت، یکدیگر را به سمت خود می‌کشند. اگر در ابتدا فاصله دو شخص  $5/2 \text{ m}$  باشد، تا لحظه رسیدن آن‌ها به هم، اندازه جابه‌جایی شخص A چند متر است؟



۲/۰۸ (۱)

۳/۱۲ (۲)

۱/۶ (۳)

۳/۶ (۴)

۴۲- جسم ساکنی به جرم  $m$ ، تحت تأثیر نیروی خالص  $\vec{F}_1$ ، با شتاب  $\vec{a}$  و جسم ساکن دیگری به جرم  $2m$  تحت تأثیر نیروی خالص  $\vec{F}_2$  با شتاب  $2\vec{a}$  شروع به حرکت می‌کنند. اگر به جسم ساکنی به جرم  $3m$ ، نیروی خالص  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  وارد شود، شتاب آن برابر کدام خواهد بود؟

$\vec{a}$  (۱)       $-\vec{a}$  (۲)       $\frac{5}{3}\vec{a}$  (۳)       $-\frac{5}{3}\vec{a}$  (۴)

۴۳- جسمی درون یک آسانسور، روی یک ترازو قرار دارد. اگر مقداری که ترازو نشان می‌دهد، کم‌تر از وزن جسم باشد، کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟

الف) جهت حرکت آسانسور به سمت بالاست.      ب) جهت حرکت آسانسور به سمت پایین است.

پ) جهت شتاب آسانسور به سمت بالاست.      ت) جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.

الف و پ (۱)      ب و ت (۲)      پ (۳)      ت (۴)

۴۴- جسمی در هوا از یک بلندی رها می‌شود. از لحظه رها شدن جسم تا لحظه‌ای که جسم به تندی خود می‌رسد، اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم و اندازه شتاب آن به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟

۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.      ۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.      ۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۴۵- دو گوی هم‌اندازه A و B به جرم‌های  $m_A = m$  و  $m_B = 2m$  هم‌زمان، از ارتفاع معینی نسبت به سطح زمین رها می‌شوند. اگر اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر دو گوی ثابت و برابر  $f_D = 0/2 \text{ mg}$  باشد، مدت‌زمان رسیدن گلوله B به زمین چند برابر مدت‌زمان رسیدن گلوله A به زمین است؟

$\frac{4}{9}$  (۱)       $\frac{8}{9}$  (۲)       $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  (۳)       $\frac{2}{3}$  (۴)

محل انجام محاسبات

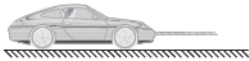




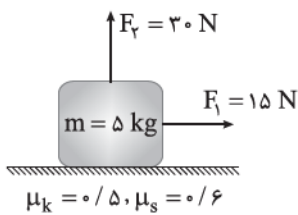
۴۶- از انتهای فنری به طول  $40\text{ cm}$  که به سقف آسانسوری ساکن، متصل است وزنه‌ای آویزان می‌کنیم و طول فنر به  $50\text{ cm}$  می‌رسد. اگر آسانسور با شتاب ثابتی به بزرگی  $4\text{ m/s}^2$  رو به بالا شروع به حرکت کند، طول فنر به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$ )

- ۳۶ (۱)      ۴۶ (۲)      ۵۴ (۳)      ۶۴ (۴)

۴۷- در شکل زیر، کامیونی توسط یک طناب، خودرویی به جرم  $800\text{ kg}$  را روی سطح افقی به سمت راست می‌کشد. اگر بزرگی نیروی اصطکاک و مقاومت هوا در مقابل حرکت خودرو به ترتیب  $180\text{ N}$  و  $820\text{ N}$  باشد و تندی خودرو پس از  $25\text{ m}$  جابه‌جایی از  $18\text{ km/h}$  به  $9\text{ km/h}$  برسد، اندازه نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$ )



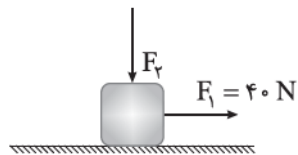
- ۷۰۰ (۱)      ۹۰۰ (۲)      ۲۸۸۸ (۴)      ۱۳۰۰ (۳)



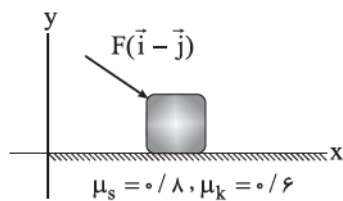
۴۸- در شکل مقابل، جسم تحت اثر نیروی افقی  $\vec{F}_1$  و نیروی قائم  $\vec{F}_2$ ، روی سطح افقی و در مبدأ زمان، شروع به حرکت می‌کند. اگر در لحظه  $t = 4\text{ s}$  نیروی  $\vec{F}_2$  حذف شود، از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جسم متوقف می‌شود، مسافت طی شده توسط آن چند متر است؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$ )

- ۵ / ۷۶ (۴)      ۱۱ / ۵۲ (۳)      ۱۲ (۲)      ۸ (۱)

۴۹- در شکل زیر، جسم  $2\text{ kg}$  کیلوگرمی تحت تأثیر نیروی افقی  $\vec{F}_1$  و نیروی قائم  $\vec{F}_2$  با شتاب ثابتی به بزرگی  $5\text{ m/s}^2$  روی سطح افقی، شروع به حرکت می‌کند. اگر اندازه نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، برابر با  $50\text{ N}$  باشد، ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح کدام است؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$ )



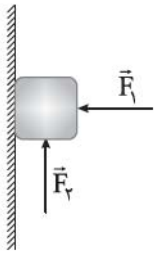
- ۰ / ۵ (۲)      ۰ / ۴ (۱)      ۰ / ۷۵ (۴)      ۰ / ۶ (۳)



۵۰- مطابق شکل مقابل، به جسمی به جرم  $m$  که روی سطح افقی ساکن است، نیروی  $F(\vec{i} - \vec{j})$  در  $\text{SI}$  را وارد می‌کنیم، به طوری که مقدار  $F$  در حال افزایش است. شتاب جسم بلافاصله پس از شروع حرکت، چند متر بر مربع ثانیه است؟ ( $\vec{g} = (-10\text{ N/kg})\vec{j}$ )

- ۱۰ (۴)      ۵ (۳)      ۲ / ۵ (۲)      ۱ / ۲۵ (۱)





۵۱- در شکل مقابل، جسمی توسط نیروی افقی ثابت  $\vec{F}_1$  به دیوار قائمی به ضریب اصطکاک ایستایی  $\frac{1}{3}$  تکیه داده شده است. در ابتدا اندازه نیروی قائم  $\vec{F}_2$  برابر  $4\text{ N}$  و جسم در آستانه حرکت است. اگر اندازه نیروی  $\vec{F}_2$  به تدریج افزایش یابد و به  $16\text{ N}$  برسد، جسم دوباره در آستانه حرکت قرار می گیرد. در این حالت، اندازه نیرویی که جسم به سطح وارد می کند، چند نیوتون است؟

- ۱)  $6\sqrt{5}$  (۱)      ۲)  $6\sqrt{10}$  (۲)      ۳)  $12\sqrt{5}$  (۳)      ۴)  $12\sqrt{10}$  (۴)

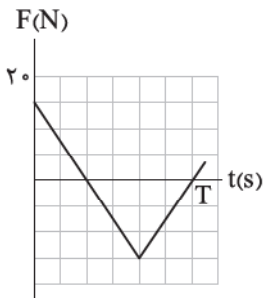
۵۲- از سطح زمین چند کیلومتر فاصله بگیریم تا اندازه شتاب گرانشی  $6/6\text{ N/kg}$  کاهش یابد؟ ( $g = 9/8\text{ N/kg}$  و شعاع کره زمین  $6400\text{ km}$  است.)

- ۱)  $1600$  (۱)      ۲)  $4800$  (۲)      ۳)  $11200$  (۳)      ۴)  $12800$  (۴)

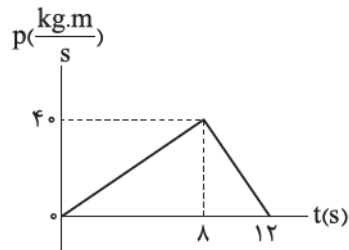
۵۳- در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، اندازه تکانه جسمی به جرم  $50$  کیلوگرم،  $25$  درصد افزایش می یابد. اگر در این بازه، کار کل انجام شده روی جسم  $36\text{ J}$  باشد، اندازه تکانه جسم در لحظه  $t_2$  چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

- ۱)  $40$  (۱)      ۲)  $50$  (۲)      ۳)  $80$  (۳)      ۴)  $100$  (۴)

۵۴- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی که در راستای محور  $x$  حرکت می کند، بر حسب زمان به شکل زیر است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در  $T$  ثانیه اول بر حسب نیوتون کدام است؟



- ۱)  $2/5\vec{i}$  (۱)  
۲)  $-2/5\vec{i}$  (۲)  
۳)  $7/5\vec{i}$  (۳)  
۴)  $-7/5\vec{i}$  (۴)



۵۵- جسم ساکنی تحت تأثیر دو نیروی هم راستای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  در مبدأ زمان شروع به حرکت کرده و در لحظه  $t = 8\text{ s}$  نیروی  $\vec{F}_1$  حذف می شود. اگر نمودار تکانه - زمان جسم به صورت مقابل باشد، اندازه نیروی  $\vec{F}_1$  بر حسب نیوتون کدام است؟

- ۱)  $5$  (۱)      ۲)  $10$  (۲)      ۳)  $15$  (۳)      ۴)  $20$  (۴)

محل انجام محاسبات

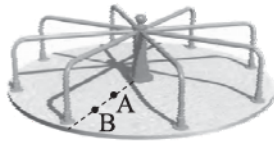
۵۶- دو ماهواره A و B روی مدارهای دایره‌ای شکل در حال حرکت به دور زمین هستند. اگر اندازه شتاب مرکز گرای ماهواره A، ۴ برابر اندازه شتاب مرکز گرای ماهواره B باشد، دوره تناوب گردش ماهواره B به دور زمین چند برابر دوره گردش ماهواره A به دور زمین است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۵۷- خودرویی در یک پیچ دایره‌ای مسطح و افقی به شعاع R، با تندی ثابت  $15 \text{ m/s}$  در حال حرکت است. اگر اندازه نیرویی که سطح افقی به خودرو وارد می‌کند، ۲۵ درصد بیشتر از وزن خودرو باشد، R برابر چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۹۰

۵۸- در شکل زیر، فاصله دو نقطه A و B از مرکز دیسک گردان به ترتیب ۱ m و ۲ m است. اگر دیسک با آهنگ ثابت  $30 \text{ rpm}$  حول مرکز خود دوران کند، به ترتیب از راست به چپ تندی نقطه A و اندازه شتاب نقطه B در SI کدام است؟ ( $\pi = 3$ )



(۱)  $18, 3$  (۲)  $18, 12$  (۳)  $4/5, 3$  (۴)  $4/5, 12$

۵۹- جسمی به جرم  $500 \text{ g}$  با تندی ثابت روی محیط دایره‌ای به شعاع  $8 \text{ m}$  در حال حرکت است. اگر اندازه شتاب جسم  $2 \text{ m/s}^2$  باشد، اندازه تغییر تکانه جسم در مدت  $3 \text{ s}$  چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ ( $\pi = 3$ )

(۱) ۲ (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳) ۴ (۴) صفر

۶۰- انرژی جنبشی ماهواره‌ای که در فاصله  $3600$  کیلومتری سطح زمین، روی مدار دایره‌ای شکل، با تندی ثابت حرکت می‌کند، برابر با  $20 \text{ MJ}$  است. در این حالت وزن ماهواره چند نیوتون است؟ (شعاع کره زمین  $6400 \text{ km}$  است.)

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

فیزیک (۱): صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۴۹

۶۱- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف) کمیت دماسنجی ترموکوپل، جریان الکتریکی است.

ب) تفسنج نوری، جزء دماسنج‌های معیار به شمار می‌رود.

پ) ترموکوپل به دلیل گستره دماسنجی کم‌تر، از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد.

ت) از دماسنج بیشینه - کمینه در مدارهای الکترونیکی وسایل گرمایشی و سرمایشی استفاده می‌شود.

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

محل انجام محاسبات



۶۲- اگر مقدار عددی دمای جسمی بر حسب درجه فارنهایت،  $\frac{1}{5}$  مقدار عددی دمای آن بر حسب درجه سلسیوس باشد، دمای این جسم چند کلوین است؟

- (۱) ۲۵۳ (۲) ۲۵۷ (۳) ۲۸۹ (۴) ۲۹۳

۶۳- دو کره مسی توپر A و B به شعاع‌های  $R_A = R$  و  $R_B = 2R$  گرمای یکسانی دریافت می‌کنند. تغییر حجم کره B چند برابر تغییر حجم کره A است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)  $\frac{1}{8}$

۶۴- درون یک مکعب فلزی، حفره‌ای کروی وجود دارد. وقتی دمای مکعب  $6^\circ\text{C}$  افزایش می‌یابد، مساحت آن  $36\%$  درصد تغییر می‌کند. اگر دمای مکعب  $8^\circ\text{C}$  افزایش یابد، حجم حفره درون آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱)  $54\%$  کاهش می‌یابد. (۲)  $54\%$  افزایش می‌یابد. (۳)  $72\%$  کاهش می‌یابد. (۴)  $72\%$  افزایش می‌یابد.

۶۵- اگر چگالی فلزی در دمای  $5^\circ\text{C}$  برابر با  $2/5 \text{ g/cm}^3$  باشد، در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس، چگالی فلز  $2/41 \text{ g/cm}^3$  است؟ (ضریب انبساط طولی فلز  $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$  است.)

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۴۵۰ (۴) ۵۰۰

۶۶- در دمای  $90^\circ\text{C}$ ،  $90\%$  درصد از حجم ظرفی با مایعی به ضریب انبساط حجمی  $\frac{1}{K} \times 10^{-3}$  پر شده است. اگر ضریب انبساط طولی ظرف  $\frac{1}{K} \times 10^{-4}$  باشد، دمای مجموعه حداقل چند درجه فارنهایت افزایش پیدا کند تا مایع از ظرف سرریز شود؟

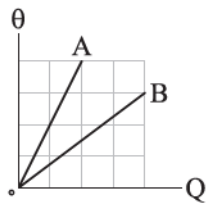
- (۱) ۱۰۵ (۲)  $187/5$  (۳) ۵۸ (۴)  $252/5$

۶۷- چند کیلوژول گرما لازم است تا  $2 \text{ kg}$  یخ  $23^\circ\text{F}$  به آب  $41^\circ\text{F}$  تبدیل شود؟

( $L_F = 336 \text{ J/g}$ ,  $c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}$ )

- (۱) ۱۱۱۳ (۲) ۷۳۵ (۳) ۸۴ (۴) ۴۲

۶۸- نمودار دمای دو جسم A و B بر حسب گرمای داده شده به آن‌ها مطابق شکل زیر است. اگر جرم جسم A، ۲ برابر جرم جسم B باشد، گرمای ویژه جسم A چند برابر گرمای ویژه جسم B است؟



- (۱)  $\frac{3}{16}$  (۲)  $\frac{16}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

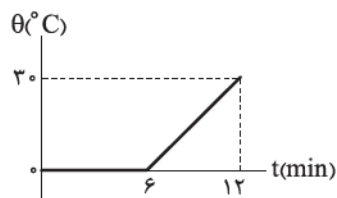
۶۹- درون یک ظرف مسی به جرم  $400\text{g}$ ،  $2\text{kg}$  از مایعی با گرمای ویژه  $800 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$  و نقطه جوش  $70^\circ\text{C}$  قرار دارد و دمای مجموعه  $20^\circ\text{C}$  است. اگر این مجموعه از یک گرمکن با توان ورودی  $2\text{kW}$  و بازده  $80\%$  درصد، گرما دریافت کند، پس از چند ثانیه  $1/2\text{kg}$  از مایع تبخیر می‌شود؟ (گرمای ویژه مس  $400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ ، گرمای نهان تبخیر مایع در نقطه جوش آن  $60 \frac{\text{J}}{\text{g}}$  و تبخیر سطحی مایع ناچیز است.)

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۷۰- اگر مقداری آب به جرم  $m$  و دمای  $20^\circ\text{C}$ ، گرمایی به اندازه  $Q$  از دست دهد،  $20\%$  درصد از جرم آن منجمد می‌شود. گرمایی که مقداری آب به جرم  $2m$  و دمای  $20^\circ\text{C}$  باید از دست دهد تا  $40\%$  درصد از جرم آن منجمد شود، چند برابر  $Q$  است؟

$$(L_F = 336 \text{ J/g}, c = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}})$$

- (۱)  $\frac{13}{9}$  (۲)  $\frac{26}{9}$  (۳)  $\frac{21}{13}$  (۴)  $\frac{42}{13}$



۷۱- مخلوطی از آب و یخ به جرم کل  $8\text{kg}$  با آهنگ ثابت، گرما دریافت می‌کند. اگر نمودار دمای این مجموعه بر حسب زمان به شکل مقابل باشد، جرم آب موجود در مخلوط اولیه چند کیلوگرم بوده است؟ ( $L_F = 336 \text{ J/g}$ ,  $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$ )

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

۷۲- درون ظرف عایقی  $5\text{kg}$  آب با دمای  $35^\circ\text{C}$  قرار دارد. اگر دو جسم  $A$  و  $B$  را به آب درون ظرف اضافه کنیم، تا رسیدن مجموعه به تعادل گرمایی، جسم  $A$ ،  $84\text{kJ}$  گرما از دست می‌دهد و جسم  $B$ ،  $126\text{kJ}$  گرما دریافت می‌کند. دمای تعادل مجموعه چند درجه سلسیوس است؟ (گرمای ویژه آب  $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}$  است.)

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۳ (۳) ۳۷ (۴) ۴۵

۷۳- درون گرماسنجی  $400\text{g}$  آب قرار دارد و دمای مجموعه  $60^\circ\text{C}$  است. اگر قطعه یخی به جرم  $1\text{kg}$  و دمای  $30^\circ\text{C}$  را به آب اضافه کنیم، پس از رسیدن به تعادل گرمایی،  $250\text{g}$  یخ، ذوب نشده باقی می‌ماند. ظرفیت گرمایی گرماسنج در SI کدام است؟

$$(c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}}, L_F = 3/36 \times 10^5 \text{ J/kg})$$

- (۱) ۷۷۰ (۲) ۱۰۵۰ (۳) ۳۱۵۰ (۴) ۳۵۷۰

محل انجام محاسبات



۷۴- درون ظرفی ۱۰۰g آب  $^{\circ}\text{C}$  قرار دارد. اگر ۷g از این آب دچار تبخیر سطحی شود، جرم آب موجود در ظرف به چند گرم می‌رسد؟ (گرمای نهان ذوب یخ  $330\text{ J/g}$  و گرمای نهان تبخیر آب در دمای  $^{\circ}\text{C}$  برابر با  $2310\text{ J/g}$  است.)

۴۴ (۱)
۴۹ (۲)
۵۶ (۳)
۹۴ (۴)

۷۵- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است.
- (۲) هر چه ضریب انبساط حجمی مایعی بیشتر باشد، آهنگ انتقال گرما به روش همرفت در آن بیشتر است.
- (۳) تابش گرمایی سطوح تیره و مات، از تابش گرمایی سطوح روشن و درخشان بیشتر است.
- (۴) در طی روز، چون زمین ساحل گرم‌تر از آب دریا است، نسیم از سوی ساحل به دریا می‌وزد.



شیمی دوازدهم: صفحه‌های ۳۷ تا ۵۹

۷۶- کدام مطلب نادرست است؟

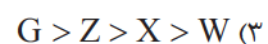
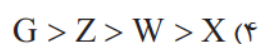
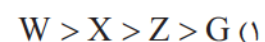
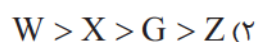
- (۱) در واکنش ترمیت ( $2\text{Al}(s) + \text{Fe}_2\text{O}_3(s) \rightarrow 2\text{Fe}(l) + \text{Al}_2\text{O}_3(s)$ )، فلز آلومینیم نقش کاهنده را ایفا می‌کند.
- (۲) همه فلزهایی که با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند، می‌توانند در واکنش با محلول مس (II) سولفات، الکترون از دست بدهند.
- (۳) در واکنش فلز روی با گاز اکسیژن، شعاع گونه اکسندگی افزایش می‌یابد.
- (۴) در یک واکنش اکسایش - کاهش، همواره تعداد اتم‌های گونه کاهنده و گونه اکسندگی با هم برابر است.

۷۷- با توجه به رفتارهای چهار فلز  $G, W, X$  و  $Z$  در گزاره‌های زیر، کدام گزینه ترتیب قدرت کاهندگی آن‌ها را به درستی نشان می‌دهد؟

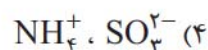
● با قراردادن فلز  $W$  در محلول‌های حاوی یون‌های  $X^{2+}$ ،  $Z^+$  و  $G^{2+}$  به طور جداگانه، دمای محلول افزایش می‌یابد.

● بر خلاف فلز  $X$ ، می‌توان از فلز  $Z$  برای نگهداری محلول هیدروکلریک اسید استفاده کرد.

● با قراردادن فلز  $Z$  در محلول دارای یون  $G^{2+}$ ، رسوب  $G$  بر تیغه  $Z$  مشاهده می‌شود.



۷۸- به ترتیب از راست به چپ، کدام یون در واکنش‌های شیمیایی، تنها می‌تواند نقش اکسندگی و کدام یون تنها می‌تواند نقش کاهندگی داشته باشد؟



۷۹- با توجه به جدول داده‌شده، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ$ (V)
$\text{A}^+(\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{A}(\text{s})$	+۱/۳۳
$\text{B}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{B}(\text{s})$	+۰/۸۷
$\text{C}^{3+}(\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{C}^{2+}(\text{aq})$	-۰/۱۲
$\text{D}^{3+}(\text{aq}) + 3\text{e}^- \rightarrow \text{D}(\text{s})$	-۱/۵۹

الف) سلول گالوانی متشکل از  $A$  و  $D$ ، به تقریب  $6/35$  برابر  $\text{emf}$  سلول گالوانی متشکل از  $A$  و  $B$  است.

ب) قدرت اکسندگی  $\text{C}^{2+}$  از قدرت اکسندگی  $\text{B}^{2+}$  کم‌تر است.

پ) گونه‌های  $\text{A}^+$  و  $\text{B}^{2+}$  می‌توانند با  $\text{C}^{2+}$  واکنش دهند.

ت) قوی‌ترین کاهنده،  $\text{D}^{3+}$  و قوی‌ترین اکسندگی،  $\text{A}^+$  است.

(۴) پ - ت

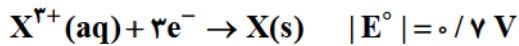
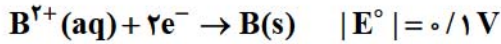
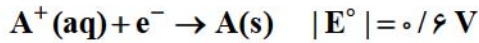
(۳) ب - ت

(۲) الف - ب

(۱) الف - پ

محل انجام محاسبات

۸۰- قدرمطلق پتانسیل کاهش برخی عناصرها در زیر آمده است. اگر سلول گالوانی حاصل از اتصال نیم سلول X به نیم سلول های A و B، به ترتیب بیشترین و کمترین ولتاژ را بین همه نیم سلول های ممکن تولید کند، ترتیب پتانسیل کاهش استاندارد، در کدام گزینه می تواند درست باشد؟ (قدرت اکسندگی  $B^{2+}$  کم تر از  $X^{3+}$  است.)

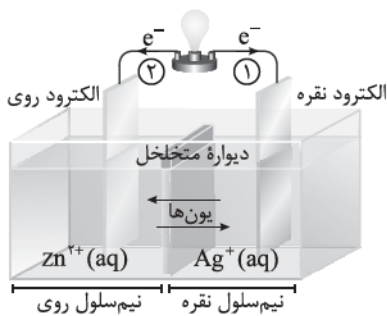


$$X > B > 0 > A \quad (2)$$

$$A > 0 > X > B \quad (1)$$

$$B > X > 0 > A \quad (4)$$

$$X > B > A > 0 \quad (3)$$



۸۱- با توجه به شکل مقابل که سلول گالوانی «روی - نقره» را نشان می دهد،

چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ( $Ag = 108, Zn = 65 : g.mol^{-1}$ )

• جهت جریان الکترون در مسیر (۱) درست است.

• در معادله موازنه شده واکنش آن، در مجموع دو الکترون مبادله می شود.

• اندازه شیب نمودار تغییرات غلظت یون روی، دو برابر یون نقره است.

• با مبادله  $9.03 \times 10^{22}$  الکترون در مدار بیرونی،  $16/2$  گرم به جرم کاتد افزوده می شود.

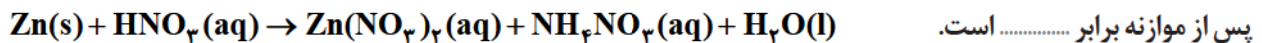
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۲- در معادله واکنش زیر، نسبت تغییر درجه اکسایش گونه اکسند به کاهنده برابر ..... و مجموع ضرایب مواد در معادله



$$22 - 4 \quad (2)$$

$$19 - 4 \quad (1)$$

$$22 - 2 \quad (4)$$

$$19 - 2 \quad (3)$$

۸۳- در سلول گالوانی «روی - مس»، پس از مصرف  $83/33$  درصد از جرم تیغه آندی، جرم تیغه کاتدی  $208$  گرم

افزایش می یابد. جرم اولیه تیغه آندی چند گرم بوده و در این فرایند، چند مول الکترون از مدار بیرونی سلول عبور کرده

است؟ ( $Zn = 65, Cu = 64 : g.mol^{-1}$ )

$$6/5 - 235/5 \quad (2)$$

$$3/25 - 235/5 \quad (1)$$

$$6/5 - 253/5 \quad (4)$$

$$3/25 - 253/5 \quad (3)$$

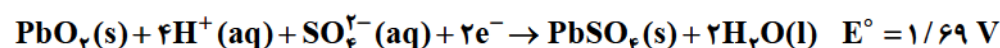
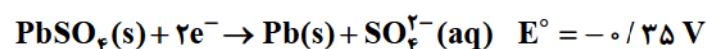


۸۴- در مورد حلبی و آهن گالوانیزه، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- هر دو، نمونه‌هایی از کاربرد حفاظت کاتدی را در صنعت نشان می‌دهند.
  - رطوبت به عنوان یکی از اجزای فرایند خوردگی در نیم‌واکنش اکسایش آن‌ها شرکت می‌کند.
  - اگر بر سطح حلبی خراشی ایجاد شود، فلز قلع به علت  $E^\circ$  کم‌تر، خورده شده و آهن نقش کاتد را ایفا می‌کند و در برابر خوردگی محافظت می‌شود.
  - در فرایند خوردگی آهن گالوانیزه، گاز اکسیژن، اکسند و فلز روی، به عنوان کاهنده عمل می‌کند.
- ۱ (۴)                      ۲ (۳)                      ۴ (۲)                      ۳ (۱)

۸۵- نیم‌واکنش‌های زیر مربوط به باتری سربی خودرواست.  $emf$  باتری سربی، چند ولت با  $emf$  باتری دگمه‌ای «روی-نقره» اختلاف دارد؟

$$E^\circ(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0.76 \text{ V} \quad E^\circ(\text{Ag}^+ / \text{Ag}) = +0.80 \text{ V}$$



- ۰ / ۵۶ (۴)                      ۰ / ۵۲ (۳)                      ۰ / ۴۸ (۲)                      ۰ / ۴۴ (۱)

۸۶- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) خوردگی آهن در محیط اسیدی، سریع‌تر رخ می‌دهد؛ زیرا فلز آهن در این محیط،  $E^\circ$  کمتری داشته و کاهنده قوی‌تری است.

ب) در ساختار زنگ آهن، یون‌های  $\text{Fe}^{2+}$  وجود دارند.

پ) شمار الکترون‌های مبادله‌شده در فرایند زنگ‌زدن آهن،  $1/5$  برابر شمار الکترون‌های مبادله‌شده در سلول سوختی متان-اکسیژن است.

ت) مجموع ضرایب گونه‌ها در واکنش کلی فرایند زنگ‌زدن آهن برابر ۱۷ است.

ث) آهن پرمصرف‌ترین فلز در جهان است و سالانه حدود ۲ درصد از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعات خورده‌شده مصرف می‌شود.

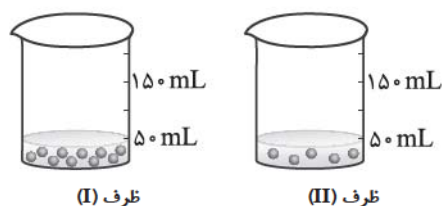
- ۱) الف - پ                      ۲) پ - ت  
 ۳) ب - ت - ث                      ۴) ب - ث

۸۷- در شرایط معین، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو سلول سوختی «هیدروژن-اکسیژن» و «پروپان-اکسیژن» با هم برابر است. چنان‌چه در سلول سوختی «پروپان-اکسیژن»  $13/2$  گرم پروپان مصرف شده باشد، حجم گاز هیدروژن مصرف‌شده در سلول سوختی «هیدروژن-اکسیژن» در شرایط STP چند لیتر است؟ ( $H = 1, C = 12 : \text{g.mol}^{-1}$ )

- ۳ / ۳۶ (۱)                      ۶ / ۷۲ (۲)  
 ۳۳ / ۶ (۳)                      ۶۷ / ۲ (۴)



۹۲- شکل‌های زیر دو محلول از یک نوع حل‌شونده را در آب نشان می‌دهند. با توجه به آن‌ها، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟ (هر ذره هم‌ارز  $0/001$  مول گلوکز است.) ( $O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$ )



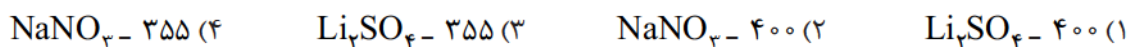
الف) غلظت مولی محلول (I) دو برابر غلظت مولی محلول (II) است و با افزودن  $50 \text{ mL}$  آب به محلول (I)، غلظت دو محلول یکسان می‌شود.  
 ب) اگر محتویات ظرف (I) را به ظرف (II) منتقل کنیم، غلظت مولار محلول به دست آمده، ۲ برابر غلظت مولار محلول اولیه ظرف (II) می‌شود.  
 پ) اگر چگالی محلول (II) برابر  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  باشد، درصد جرمی این محلول برابر  $1/8$  درصد است.

ت) اگر حل‌شونده ظرف (II) را با استیک اسید ( $\text{CH}_3\text{COOH}$ ) جایگزین کنیم، با فرض ثابت ماندن چگالی محلول، درصد جرمی آن  $\frac{1}{3}$  برابر می‌شود.

- (۱) الف - پ  
 (۲) الف - پ - ت  
 (۳) ب - ت  
 (۴) پ - ت

۹۳- پاسخ درست پرسش‌های «الف» و «ب» در کدام گزینه آمده است؟ ( $\text{Ca} = 40, \text{Cl} = 35/5: g.mol^{-1}$ )

الف) در محلول بسیار رقیق از کلسیم کلرید با غلظت  $5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ ، غلظت یون کلرید چند ppm است؟  
 ب) در  $100$  گرم آب صفر درجه سلسیوس، انحلال‌پذیری کدام نمک بیشتر است؟



۹۴- اگر جرم گلوکز موجود در خون یک فرد  $4/95$  گرم باشد، غلظت مولار گلوکز در خون این فرد چه قدر است و دستگاه گلوکومتر، قند خون این فرد را چه عددی نشان می‌دهد؟ (فرض کنید که این فرد در مجموع دارای  $5$  لیتر خون است.) ( $O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$ )

- (۱)  $99 - 5/5 \times 10^{-3}$   
 (۲)  $95 - 5/5 \times 10^{-3}$   
 (۳)  $99 - 9/5 \times 10^{-2}$   
 (۴)  $95 - 9/5 \times 10^{-2}$

۹۵- انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در دمای  $20^\circ \text{C}$  و فشار  $7 \text{ atm}$  برابر  $a$  گرم و انحلال‌پذیری گاز نیتروژن در همین شرایط برابر  $\frac{a}{3}$  گرم است. اگر  $3/5$  لیتر آب  $20^\circ \text{C}$  در فشار  $2 \text{ atm}$  به طور جداگانه از گازهای  $\text{O}_2$  و  $\text{N}_2$  سیر شده باشد، تفاوت جرم گازهای حل‌شده در این دو محلول بر حسب گرم کدام است؟

- (۱)  $2a$       (۲)  $4a$       (۳)  $5a$       (۴)  $10a$



۹۶- با توجه به جدول زیر که انحلال پذیری چهار ترکیب یونی را در دماهای  $10^{\circ}\text{C}$  و  $30^{\circ}\text{C}$  نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ (معادله انحلال پذیری همه ترکیبات را خطی در نظر بگیرید.)

Z	M	Y	X	ترکیب یونی	
۲۹	۳۴	۱۸	۸۰	$\theta = 10^{\circ}\text{C}$	$S \left( \frac{\text{g}}{100 \text{ gH}_2\text{O}} \right)$
۳۵	۳۲	۴۴	۹۶	$\theta = 30^{\circ}\text{C}$	

الف) انحلال  $156$  گرم ترکیب X در  $150$  گرم آب  $40^{\circ}\text{C}$  منجر به تشکیل یک محلول سیر شده می‌شود.

ب) تأثیر دما بر انحلال پذیری نمک X بیشتر از نمک Z است و در  $200$  گرم آب صفر درجه می‌توان حداکثر  $26$  گرم Z را حل کرد.

پ) سرد کردن  $360$  گرم محلول سیر شده نمک Y از دمای  $30^{\circ}\text{C}$  تا دمای  $10^{\circ}\text{C}$ ، منجر به رسوب کردن  $56$  گرم از این ترکیب می‌شود.

ت) ترکیب M می‌تواند سولفات نخستین فلز دسته S جدول تناوبی باشد.

(۱) الف - پ (۲) ب - پ (۳) ب - ت (۴) الف - ت

۹۷-  $5$  گرم نمک  $\text{MBr}_n$  را در  $250$  گرم آب خالص حل می‌کنیم تا محلولی با چگالی  $1.02 \text{ g.mL}^{-1}$  و غلظت  $0.1$  مولار تهیه شود. نسبت جرم مولی فلز M به تعداد اتم‌های Br در ترکیب (n) کدام است و به تقریب چند درصد جرمی این محلول را یون برمید تشکیل داده است؟ ( $\text{Br} = 80 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(۱)  $40 - 1/56$  (۲)  $40 - 1/65$

(۳)  $20 - 1/56$  (۴)  $20 - 1/65$

۹۸- چند مورد از مطالب زیر درباره آب، درست است؟

- نقطه جوش آن به طور غیرعادی بالاست و میزان قطبیت آن بیش از دو برابر قطبیت مولکول‌های  $\text{H}_2\text{S}$  است.
- در شرایط یکسان، نقطه جوش آن از همه ترکیب‌های دوتایی هیدروژن دار عنصرهای گروه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۷ بیشتر است.
- در حالت جامد، ساختاری سه بعدی دارد که اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش وجهی در آن قرار گرفته‌اند.
- فراوان ترین و رایج ترین حلال در طبیعت، صنعت و آزمایشگاه است، زیرا می‌تواند همه ترکیب‌های یونی و مولکولی را در خود حل کند.

• ساختار خمیده آب، در کنار نوع اتم‌های سازنده آن، نقش مهمی در تعیین خواص آب دارد.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲



## ۹۹- کدام مطلب نادرست است؟

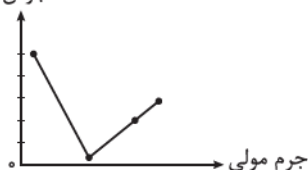
- (۱) رفتار همه مولکول‌های دواتمی با اتم‌های یکسان، در میدان الکتریکی مشابه یکدیگر است.
- (۲) در مقایسه نقطه جوش دو ماده مولکولی، حالت فیزیکی آن‌ها در دمای اتاق مهم‌تر از قطبیت و جرم مولی آن‌هاست.
- (۳) اگر یک مولکول دواتمی دارای گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر باشد، اتم‌های سازنده آن نمی‌توانند در یک گروه جدول تناوبی باشند.
- (۴) گشتاور دوقطبی مولکول‌ها می‌تواند تأثیر قابل توجهی در نقطه جوش مواد مولکولی داشته باشد.

۱۰۰- چند مورد از مطالب زیر درباره چهار عنصر نخست گروه ۱۷ جدول تناوبی، درست است؟

(I = ۱۲۷, Br = ۸۰, Cl = ۳۵/۵, F = ۱۹ : g.mol<sup>-1</sup>)

• نخستین عنصر این گروه، نقطه جوش بالاتری از ترکیب هیدروژن دار دومین عنصر این گروه دارد.

نقطه جوش (°C)



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۱- چه تعداد از مطالب زیر درباره نیروهای بین مولکولی مواد، درست است؟

- به برهم کنش‌های میان مولکول‌های سازنده یک ماده گفته می‌شود.
- تنها به میزان قطبیت بودن مولکول‌ها و جرم آن‌ها وابسته است.
- به دو دسته پیوندهای هیدروژنی و نیروهای وان دروالسی تقسیم می‌شوند.
- در شرایط یکسان، در حالت جامد، قوی‌تر از حالت مایع و آن هم به مراتب قوی‌تر از حالت گازی است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۲- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) از اتانول در تهیه مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی و از هگزان به عنوان رقیق‌کننده رنگ استفاده می‌شود.
- (۲) هیدروژن و کربن عناصر اصلی حلال‌های آلی هستند که به دلیل ناقطبی بودن به راحتی می‌توانند مواد ناقطبی را در خود حل کنند.
- (۳) هگزان یک ترکیب آلی از خانواده هیدروکربن‌ها با ۱۴ اتم هیدروژن است که مخلوط همگن آن با یُد به رنگ بنفش است.
- (۴) پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های HF از H<sub>2</sub>O قوی‌تر است، اما شمار پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های آب از HF بیشتر می‌باشد.

۱۰۳- اگر مخلوط ماده مولکولی A و آب و همچنین مخلوط ماده مولکولی B و حلال X ( $\mu \approx 0$ ) مخلوط‌هایی همگن باشند، کدام مطلب زیر به یقین درست است؟ (مواد A و B گاز نیستند.)

(۱) ماده A قطبی است و نقطه جوش بالاتری از ماده B دارد.

(۲) ماده B یک هیدروکربن است.

(۳) گشتاور دوقطبی ماده A از ماده B بیشتر است.

(۴) ماده A، جرم مولی یکسانی با آب دارد.

۱۰۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• اسمز یک فرایند فیزیکی است که طی آن بدون صرف انرژی، حلال به وسیله یک غشای نیمه‌تراوا از محلول رقیق به محلول غلیظ‌تر نفوذ می‌کند.

• قانون هنری، تأثیر فشار بر انحلال‌پذیری گازها در آب، در دمای معین را بررسی می‌کند و مربوط به گازهایی است که با حلال واکنش نمی‌دهند.

• قطر روزه‌های موجود در غشای نیمه‌تراوا و ضخامت آن در فرایند اسمز، می‌تواند روی مقدار و نوع ذره‌های عبور کرده از غشاء تأثیر بگذارد.

• رد پای آب نشان می‌دهد که هر فرد چه مقدار از آب شیرین قابل استفاده و در دسترس را مصرف می‌کند و چه مقدار از حجم منابع آب شیرین کم می‌شود.

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۱۰۵- انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید، در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  و فشار  $3\text{ atm}$  برابر  $0.02$  گرم در  $100$  گرم آب است. برای حل کردن کامل گاز NO تولیدشده از واکنش  $25/6$  گرم فلز مس با مقدار کافی  $\text{HNO}_3$  مطابق واکنش زیر، به چند کیلوگرم آب  $20^{\circ}\text{C}$  در فشار  $12\text{ atm}$  نیاز است؟

( $\text{Cu} = 64, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$ )

$\text{Cu(s)} + \text{HNO}_3(\text{aq}) \rightarrow \text{Cu}(\text{NO}_3)_2(\text{aq}) + \text{NO(g)} + \text{H}_2\text{O(l)}$  (معادله واکنش موازنه‌شده.)

۲۰ (۴)

۲/۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: [azmoon.kheilisabz.com](http://azmoon.kheilisabz.com) شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha\_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



حلقه  
سنجی







ویژه  
کنکوری های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۰/۰۱

دفترچه  
پاسخ  
آزمون هفتم  
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی  
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدرضا حسینی فرد - محمدطاهر شعاعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن میراسلامی
فیزیک	محمد باغبان - محسن توانا - علیرضا جباری - محمدرضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - محمدجواد سورچی - نوید شاهی - حمید فدائی فرد - علیرضا گونه - حامد نبی منصور
شیمی	اسلام آبروشن - حسین ایروانی - مهدی براتی - پیمان خواجوی مجد - یاسر راش

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محمدحسین رحیمی	کسری منتظری - ابوالفضل ناصری - بنیامین یعقوبی
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	محمدحسین رحیمی	مهدی خوش نویس - کسری منتظری - ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	فرزاد زمانی نژاد	محمدحسین رحیمی	امیرحسین ابومحبوب - مهدی خوش نویس - ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدجواد سورچی	علیرضا جباری	محمد احمدی یکی - مهدی بابائی - احسان محمدی - امیر محمودی انزابی
شیمی	یاسر عبداللهی	حسین ایروانی	سیدعلی حسین زاده	محمد مرادی - فاطمه صیقلی	سیدعلی حسین زاده - هومن زندی - حسین شکوه - مینا نظری

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان (۲): صفحه‌های ۳۵ تا ۵۸

## تست و پاسخ ۱

معادله  $\sin^2 x + \cos^2 x \sin^3 x = 1$  در بازه  $(0, 2\pi)$  چند جواب متمایز دارد؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** از معادله مثلثاتی حتماً یک سؤال در کنکور و در امتحان نهایی می‌آید. این سؤال معمولاً ترکیبی با اتحادهای مثلثاتی است.

**خودت حل کنی بهتره** از اتحاد  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  استفاده کنید.

**درس نامه** بررسی جواب‌های معادلات مثلثاتی در حالت‌های خاص

دسته جواب ( $k \in \mathbb{Z}$ )	جواب در دایره مثلثاتی	معادله
$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$		$\sin x = 1$
$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$		$\sin x = -1$
$x = k\pi$		$\sin x = 0$
$x = 2k\pi$		$\cos x = 1$
$x = (2k + 1)\pi$		$\cos x = -1$
$x = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$		$\cos x = 0$



**پاسخ تشریحی** گام اول: از اتحاد  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  استفاده کرده و در معادله به جای  $\sin^2 x$  جای گذاری می کنیم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x \sin 3x = 1 \Rightarrow 1 - \cos^2 x + \cos^2 x \sin 3x = 1 \Rightarrow \cos^2 x (\sin 3x - 1) = 0 \quad (*)$$

گام دوم: در معادله (\*) حالت ۲ می توانیم داشته باشیم:

$$1) \cos^2 x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{2} \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$2) \sin 3x - 1 = 0 \Rightarrow \sin 3x = 1 \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \\ k=2 \Rightarrow x = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

گام سوم: جواب های متمایز برای  $x$ ،  $\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\}$  است؛ پس در مجموع ۴ جواب متمایز برای  $x$  داریم.

## تست و پاسخ ۲

مجموع جواب های معادله  $\frac{1 - \cos 2x}{\tan x} = \frac{1}{2}$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

۳π (۴)

۲π (۳)

$\frac{7\pi}{2}$  (۲)

$\frac{5\pi}{2}$  (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** اگر در معادله مثلثاتی،  $\tan x$  داشتید در انتها حواستان به جواب هایی که در دامنه تانژانت نیستند، باشد.

**خوبت حل کنی بهتره**  $1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$

## درس نامه ●●

(۱) فرمول های دو برابر کمان

$$1) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$2) \begin{cases} \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \\ \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{فرمول های توان شکن (طلایی)}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

(۲) حل معادله مثلثاتی

برای حل معادلات مثلثاتی با استفاده از روابط مثلثاتی، به یکی از حالت های زیر رسیده و از فرمول دسته جواب ها استفاده می کنیم:

$$1) \sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k+1)\pi - \alpha \end{cases}$$

$$2) \cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$3) \begin{cases} \tan x = \tan \alpha \\ \cot x = \cot \alpha \end{cases} \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** گام اول: از فرمول  $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$  استفاده می‌کنیم تا در معادله، نسبت‌های مثلثاتی همگی بر حسب  $x$  شوند:

$$\frac{1 - \cos 2x}{\tan x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\sin^2 x}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\sin x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \quad (*)$$

گام دوم: حالا معادله (\*) را حل می‌کنیم:

$$\sin 2x = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \text{یا} \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ \text{یا} \\ x = \left(\frac{2k+1}{2}\right)\pi - \frac{\pi}{12} \end{cases}$$

به ازای مقادیر مختلف  $k$  مقادیر قابل قبول برای  $x$  را که در بازه  $(0, 2\pi)$  قرار می‌گیرند، به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12}, \frac{13\pi}{12} \\ \text{یا} \\ x = \frac{5\pi}{12}, \frac{17\pi}{12} \end{cases}$$

گام سوم: در معادله‌ای که در سؤال داده شده، نباید مخرج برابر صفر شود؛ پس ریشه‌های مخرج را پیدا می‌کنیم:  $\tan x = 0 \Rightarrow x = k\pi$  می‌بینیم که هیچ‌یک از مقادیری که برای  $x$  از گام دوم به دست آمده، مخرج کسر را صفر نمی‌کند؛ پس همه مقادیرهای  $x$  به دست آمده، قابل قبول هستند.

گام چهارم: مجموع جواب‌های معادله برابر می‌شود با: حاصل جمع  $= \frac{\pi}{12} + \frac{13\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} + \frac{17\pi}{12} = 3\pi$

## تست و پاسخ ۳

اگر  $\alpha$  و  $\beta$ ، جواب‌های معادله  $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin \frac{x}{2}} = 0$  در بازه  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  باشند، مقدار  $\tan \alpha + \tan \beta$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1) \quad -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2) \quad \sqrt{3} \quad (3) \quad -\sqrt{3} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin \frac{x}{2}} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\cos x} = -\frac{1}{\sin \frac{x}{2}} \xrightarrow{\text{معکوس می‌کنیم}} \cos x = -\sin \frac{x}{2} \quad (*)$$

گام دوم: از فرمول‌های مکمل‌های زاویه استفاده می‌کنیم و  $\sin \frac{x}{2}$  را تبدیل به کسینوس می‌کنیم:  $-\sin \frac{x}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right)$  گام سوم: معادله (\*) به صورت زیر می‌شود:

$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) \xrightarrow{\text{دو حالت داریم}} \begin{aligned} 1) x &= 2k\pi + \left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) \Rightarrow \frac{x}{2} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 4k\pi + \pi \\ 2) x &= 2k\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) \Rightarrow \frac{3x}{2} = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{4k}{3}\pi - \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

گام چهارم: مقدار  $k$  را طوری قرار می‌دهیم که جوابی که برای  $x$  به دست می‌آید، در بازه  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  قرار بگیرد:

$$1) k = 0 \Rightarrow x = \pi = \alpha \quad 2) k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} = \beta$$

هیچ‌کدام از جواب‌های  $x$  مخرج کسر را صفر نمی‌کنند و قابل قبول هستند.

گام پنجم: حاصل عبارت خواسته شده، برابر است با:  $\tan \alpha + \tan \beta = \tan \pi + \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0 - \sqrt{3} = -\sqrt{3}$

**نکته** یادتان باشد برای حل معادله  $\sin \theta = \cos \phi$ ، ابتدا سینوس را به صورت  $\sin \theta = \cos(\frac{\pi}{2} - \theta)$  می‌نویسیم تا نسبت‌ها هم‌نام شوند، سپس از دسته‌جواب‌های معادله کسینوسی استفاده می‌کنیم.





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

## تست و پاسخ ۴

کوچک ترین جواب مثبت معادله  $\tan(x + \frac{\pi}{6}) \tan(2x - \frac{\pi}{12}) = 1$  کدام است؟

$$\frac{5\pi}{24} \quad (۴)$$

$$\frac{5\pi}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{5\pi}{36} \quad (۲)$$

$$\frac{5\pi}{18} \quad (۱)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**درس نامه** •• به دست آوردن نسبت های هم خانواده  $\frac{3\pi}{2} \pm \theta$ ,  $\frac{\pi}{2} \pm \theta$

در کمان های  $\frac{\pi}{2} \pm \theta$  یا  $\frac{3\pi}{2} \pm \theta$ ، نسبت مقابل (یعنی مثلاً  $\sin$  به  $\cos$  تبدیل می شود و  $\tan$  به  $\cot$  و برعکس) را نوشته و با فرض حاده بودن  $\theta$ ، علامت نسبت اول را در آن ربع قرار می دهیم؛ مثلاً:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan(\frac{3\pi}{2} - \theta) = + \cot \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = - \sin \theta \end{array} \right.$$

ربع سوم  $\oplus$  تانژانت  
ربع دوم  $\ominus$  کسینوس

**پاسخ تشریحی** گام اول: می دانیم که  $\cot \alpha \cdot \tan \alpha = 1$  می شود؛ بنابراین رابطه  $\tan(\frac{(2k+1)\pi}{2} - \alpha) \cdot \tan \alpha = 1$  برقرار است.

پس در معادله داده شده، مجموع عبارت های داخل  $\tan$ ، ضرب فردی از  $\frac{\pi}{2}$  هستند، پس:

$$\tan(x + \frac{\pi}{6}) \tan(2x - \frac{\pi}{12}) = 1 \Rightarrow x + \frac{\pi}{6} + 2x - \frac{\pi}{12} = (2k+1) \frac{\pi}{2} \quad (*)$$

$$3x + \frac{\pi}{12} = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \Rightarrow x = \frac{k}{3}\pi + \frac{5\pi}{36} = \frac{(12k+5)\pi}{36}$$

گام دوم: رابطه (\*) را ساده می کنیم:

کوچک ترین جواب مثبت معادله (به ازای  $k=0$ )  $x = \frac{5\pi}{36}$  به دست می آید.

## تست و پاسخ ۵

یک جواب کلی معادله  $2 \tan(x + \frac{\pi}{4}) \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 1$  کدام است؟

$$2k\pi + \frac{7\pi}{12} \quad (۴)$$

$$2k\pi - \frac{7\pi}{12} \quad (۳)$$

$$2k\pi - \frac{5\pi}{12} \quad (۲)$$

$$2k\pi + \frac{5\pi}{12} \quad (۱)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** در حل انواع معادلات از جمله معادلات کسری، رادیکالی، مثلثاتی و لگاریتمی، نیم نگاه به روش تغییر متغیر داشته باشید.

**خودت حل کنی بهتره** از تغییر متغیر  $\alpha = x + \frac{\pi}{4}$  استفاده کنید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: عبارت  $x + \frac{\pi}{4}$  را برابر با  $\alpha$  در نظر می گیریم و معادله را بر حسب  $\alpha$  می نویسیم:

$$x + \frac{\pi}{4} = \alpha \Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = (\alpha - \frac{\pi}{4}) - \frac{\pi}{4} = \alpha - \frac{\pi}{2}$$

$$2 \tan \alpha \cdot \sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = 1 \Rightarrow 2 \tan \alpha \underbrace{(-\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha))}_{-\cos \alpha} = 1 \Rightarrow 2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (-\cos \alpha) = 1$$

$$\xrightarrow{\cos \alpha \neq 0} -2 \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{1}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6}) \quad (*)$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$۱) \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$$

گام دوم: معادله (\*) را حل می‌کنیم:

$$۲) \alpha = (2k+1)\pi - (-\frac{\pi}{6}) = 2k\pi + \frac{7\pi}{6}$$

$$۱) x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{5\pi}{12} \quad \text{گام سوم: حالا به جای } \alpha, \text{ مقدار } x + \frac{\pi}{4} \text{ را قرار می‌دهیم تا جواب‌های } x \text{ به دست بیایند:}$$

$$۲) x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{11\pi}{12}$$

پس ۲ درست است.

## تست و پاسخ ۶

اگر  $\tan(2\alpha + \frac{\pi}{4}) = 7$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، حاصل  $\cos^2(\alpha - \frac{\pi}{4})$  کدام است؟

۰ / ۴ (۴)

۰ / ۳ (۳)

۰ / ۸ (۲)

۰ / ۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه •• فرمول بسط و دو برابر کمان تانژانت

$$۱) \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$۲) \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$۳) \tan(\alpha + \alpha) = \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$۴) \tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha}$$

$$۵) \tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha}$$

نتایج:

پاسخ تشریحی گام اول: از فرمول (۴) درس‌نامه استفاده می‌کنیم و  $\tan(2\alpha + \frac{\pi}{4})$  را بسط می‌دهیم:

$$\tan(2\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{1 + \tan 2\alpha}{1 - \tan 2\alpha} = 7$$

گام دوم: معادله به دست آمده را با فرض این که  $\tan 2\alpha \neq 1$  (مخرج کسر مخالف صفر است)، طرفین وسطین می‌کنیم:

$$1 + \tan 2\alpha = 7 - 7 \tan 2\alpha \Rightarrow 8 \tan 2\alpha = 6 \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{3}{4} \quad (I)$$

گام سوم: باید مقدار  $\cos^2(\alpha - \frac{\pi}{4})$  را پیدا کنیم. از فرمول توان شکن استفاده می‌کنیم:

$$\cos(2(\alpha - \frac{\pi}{4})) = 2 \cos^2(\alpha - \frac{\pi}{4}) - 1 \Rightarrow \cos^2(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{1 + \cos(2\alpha - \frac{\pi}{2})}{2} = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2} \quad (II)$$

گام چهارم: از رابطه (I) باید مقدار  $\sin 2\alpha$  را به دست بیاوریم و در (II) قرار بدهیم. از اتحاد زیر استفاده می‌کنیم:

$$1 + \tan^2 2\alpha = \frac{1}{\cos^2 2\alpha} \Rightarrow 1 + (\frac{3}{4})^2 = \frac{1}{\cos^2 2\alpha} \Rightarrow \cos^2 2\alpha = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \sin^2 2\alpha = 1 - \cos^2 2\alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow |\sin 2\alpha| = \frac{3}{5}$$

گام پنجم: از طرفی انتهای کمان زاویه  $\alpha$ ، در ناحیه اول قرار دارد؛ پس:  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < 2\alpha < \pi \xrightarrow{\sin 2\alpha > 0} \sin 2\alpha = \frac{3}{5}$

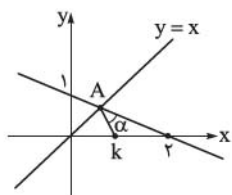
$$\cos^2(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2} = \frac{1 + \frac{3}{5}}{2} = \frac{8}{2 \times 5} = 0 / 8$$

با جای‌گذاری مقدار  $\sin 2\alpha$  در رابطه (II) داریم:



### تست و پاسخ ۷

در شکل مقابل،  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$  است. مقدار  $k$  کدام است؟



$$\frac{5}{3} \quad (2)$$

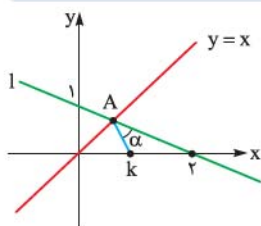
$$1 \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

### پاسخ: گزینه ۴

**خوبت حل کنی بهتره** ابتدا محل تلاقی دو خط (نقطه A) را پیدا کنید.



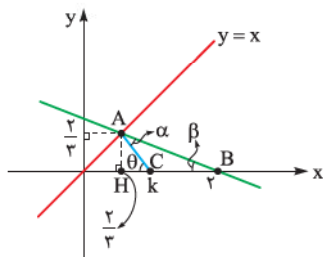
**پاسخ تشریحی** گام اول: برای پیدا کردن مختصات نقطه A، ابتدا معادله خط l را پیدا می‌کنیم.

$$l: \text{شیب خط} = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$$

گام دوم: خط l را با خط  $y = x$  قطع می‌دهیم تا محل تلاقی دو خط که نقطه A است، مشخص شود:

$$-\frac{1}{3}x + 1 = x \Rightarrow \frac{2}{3}x = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{2}, y = \frac{3}{2} \Rightarrow A\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

گام سوم: شکل زیر را داریم:



در مثلث ABC ایجاد شده، زاویه  $\theta$ ، زاویه خارجی مثلث است و  $\theta = \alpha + \beta$  می‌باشد. مقدار نسبت مثلثاتی تانژانت هر یک از زاویه‌های  $\alpha$ ،  $\theta$  و  $\beta$  را پیدا می‌کنیم:

$$\tan \theta = \frac{AH}{CH} = \frac{\frac{2}{3}}{k - \frac{2}{3}} = \frac{2}{3k - 2}$$

$$\tan \beta = \frac{AH}{BH} = \frac{\frac{2}{3}}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{3}$$

گام چهارم: با به دست آوردن تانژانت زاویه‌ها و ارتباط بین زاویه  $\theta$  با  $\alpha$  و  $\beta$ ، داریم:

$$\tan \theta = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \Rightarrow \frac{2}{3k - 2} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3k - 2 = 2 \Rightarrow k = \frac{4}{3}$$

### تست و پاسخ ۸

حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos \pi x}{x^2 - x}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - [2x]}{\sin \pi x}$  به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

$$\frac{1}{\pi} \text{ و } +\infty \quad (4)$$

$$\frac{1}{\pi} \text{ و } -\infty \quad (3)$$

$$-\frac{1}{\pi} \text{ و } -\infty \quad (2)$$

$$-\frac{1}{\pi} \text{ و } +\infty \quad (1)$$

### پاسخ: گزینه ۲



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**مشاوره** اگر در حل این سؤال به مشکل برخوردید، پیشنهاد می‌کنم تعدادی سؤال تشریحی هم از این قسمت حل کنید. در حدود مبهم  $\circ$  اگر فرمول‌های مشتق را بلدید، هوپیتال خیلی بهتر از راه عادی است. یادتان باشد در حدهایی که دارای جزء صحیح و قدر مطلق هستند، اول تکلیف این عبارتها را مشخص کنید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos \pi x}{|x^2 - x|}$  را به دست می‌آوریم. می‌دانیم که حاصل قدر مطلق همواره مثبت است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos \pi x}{|x^2 - x|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

گام دوم: حالا حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - [2x]}{\sin \pi x}$  را به دست می‌آوریم. اول تکلیف جزء صحیح را مشخص می‌کنیم:

$$x \rightarrow 1^- \Rightarrow x < 1 \Rightarrow 2x < 2 \Rightarrow [2x] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\sin \pi x}$$

پس داریم:

گام سوم: به ازای  $x \rightarrow 1^-$ ، حالت مبهم  $\frac{0}{0}$  ایجاد می‌شود. کافی است که از تغییر متغیر  $x-1 = t$  متغیر استفاده کنیم:

$$x \rightarrow 1^- \Rightarrow x-1 \rightarrow 0^- \Rightarrow t \rightarrow 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\sin \pi x} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{t}{\sin(\pi(t+1))} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{t}{-\sin \pi t} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{t}{-\pi t} = \frac{-1}{\pi}$$

هم‌ارزی  $\sin x \sim x$  در  $x \rightarrow 0$

**نکته** اگر مشتق بلد باشید، حد  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\sin \pi x}$  را می‌توان با قاعده هوپیتال به دست آورد. کافی است از صورت و مخرج مشتق بگیریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\sin \pi x} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\pi \cos \pi x} = \frac{1}{\pi}$$

## تست و پاسخ ۹

اگر  $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{\cos x}{1 + 2 \cos x} = +\infty$  باشد، مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{5\pi}{6} \quad (2)$$

$$\frac{7\pi}{6} \quad (1)$$

$$\frac{4\pi}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه  $\bullet\bullet$  حد بی‌نهایت

اگر در بررسی حد، حد صورت عدد غیر صفر و حد مخرج صفر شود ( $\circ$  حدی باشد، یعنی به  $\circ$  نزدیک شود)، حاصل حد بی‌نهایت می‌شود؛ یعنی  $\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}} = \pm\infty$ . برای به دست آوردن نوع بی‌نهایت باید علامت صفر مخرج را تعیین کنیم. در بررسی این حدود، یکی از حالت‌های زیر

به وجود می‌آید:

$$\frac{\oplus}{\ominus} = -\infty$$

$$\frac{\ominus}{\ominus} = +\infty$$

$$\frac{\ominus}{\oplus} = -\infty$$

$$\frac{\oplus}{\oplus} = +\infty$$

**نکته** برای تعیین علامت صفر مخرج از روش‌های زیر استفاده می‌کنیم:

(۱) عددگذاری در نزدیکی حد داده شده تعیین علامت مخرج

(۲) استفاده از دایره مثلثاتی در حدود مثلثاتی استفاده از نمودار



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**پاسخ تشریحی** گام اول: چون حاصل حد، بی‌نهایت شده، نتیجه می‌گیریم که مخرج کسر به ازای مقدار  $x = a$  صفر می‌شود:

$$1 + 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{با توجه به گزینه‌ها}} x = \frac{2\pi}{3} \text{ یا } \frac{4\pi}{3}$$

پس باید  $a$  یکی از مقادیر  $\frac{2\pi}{3}$  یا  $\frac{4\pi}{3}$  باشد.

گام دوم: حالا باید ببینیم که کدام یک از مقادیر به دست آمده در گام اول، قابل قبول است:

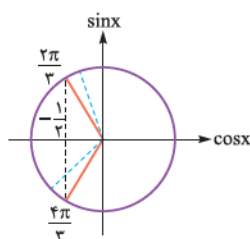
$$1) x = \frac{2\pi}{3} = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} \frac{\cos x}{1 + 2 \cos x} = \frac{-\frac{1}{2}}{1 + 2(-\frac{1}{2})^+} = \frac{-\frac{1}{2}}{1 + (-1)^+} = \frac{-\frac{1}{2}}{0^+} = -\infty$$

از دایره مثلثاتی

پس مقدار  $a = \frac{2\pi}{3}$  قابل قبول نیست.

$$2) x = \frac{4\pi}{3} = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}^-} \frac{\cos x}{1 + 2 \cos x} = \frac{-\frac{1}{2}}{1 + 2(-\frac{1}{2})^-} = \frac{-\frac{1}{2}}{1 + (-1)^-} = \frac{-\frac{1}{2}}{0^-} = +\infty$$

از دایره مثلثاتی



نتیجه می‌گیریم که  $a = \frac{4\pi}{3}$  است.

## تست و پاسخ ۱۰

اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} \frac{ax + b}{a \sin x - \cos 2x} = -\infty$  باشد، حداکثر مقدار  $[-3b]$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** این سؤال مشابه سؤال کنکور ۱۴۰۱ دی تجربی است. طرح این سؤال‌ها در کنکور ریاضی نیز زیاد اتفاق می‌افتد.

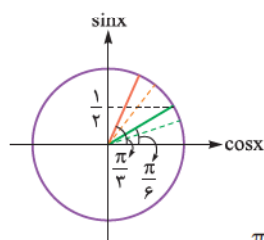
**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به این که حاصل حد برابر با  $-\infty$  شده، مخرج کسر به ازای  $x = \frac{\pi}{6}$  برابر با صفر است:

$$a \sin x - \cos 2x = 0 \xrightarrow{x = \frac{\pi}{6}} a \sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow a = \frac{\cos \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{6}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} \frac{x + b}{\sin x - \cos 2x} = -\infty$$

گام دوم: پس حد مقابل را داریم:

به ازای  $x = \frac{\pi}{6}^-$ ، علامت مخرج کسر را به کمک دایره مثلثاتی تعیین می‌کنیم:



$$x < \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} \sin x < \frac{1}{2} \\ \cos 2x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \sin x - \cos 2x < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} \frac{x + b}{\left(\frac{1}{2}\right)^- - \left(\frac{1}{2}\right)^+} = \frac{\frac{\pi}{6} + b}{0^-} = -\infty$$

$$\frac{\frac{\pi}{6} + b}{0^-} > 0 \Rightarrow b > -\frac{\pi}{6}$$

برای این که حاصل حد  $-\infty$  شود، باید صورت کسر مثبت باشد؛ یعنی:

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

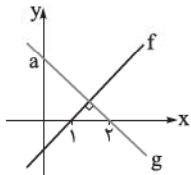


$$b > -\frac{\pi}{6} \Rightarrow -3b < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \max([-3b]) = 1$$

گام سوم: حاصل  $[-3b]$  را به دست می‌آوریم:

## تست و پاسخ ۱۱

نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{f(x) + g(2x)} = +\infty$  باشد، حدود  $a$  کدام است؟



$$0 < a < \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$0 < a < \sqrt{2} \quad (1)$$

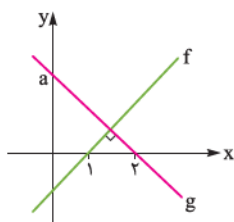
$$a > \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$a > \sqrt{2} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۳

گام اول: ابتدا سعی می‌کنیم معادله خطوط  $f$  و  $g$  را به دست بیاوریم.

پاسخ تشریحی



شیب خط  $g$  برابر با  $m = -\frac{a}{2}$  است.

از طرفی خط  $f$  بر خط  $g$  عمود است؛ پس شیب آن قرینه و معکوس شیب خط  $g$  است:

با توجه به این که نقطه  $(2, 0)$  روی تابع  $g$  و نقطه  $(1, 0)$  روی تابع  $f$  قرار دارد، معادله خطوط به صورت زیر می‌شود:

$$m' = \frac{-1}{m} = \frac{2}{a}$$

$$\begin{cases} g(x) = -\frac{a}{2}x + a \\ f(x) = \frac{2}{a}x - \frac{2}{a} \end{cases}$$

گام دوم: توابع  $f$  و  $g$  را در حد داده شده، جای گذاری می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{f(x) + g(2x)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\frac{2}{a}x - \frac{2}{a} - ax + a} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{(\frac{2}{a} - a)x - (\frac{2}{a} - a)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{(\frac{2}{a} - a)(x - 1)} = \frac{1}{(\frac{2}{a} - a)(1^- - 1)} = \frac{1}{(\frac{2}{a} - a)(0^-)} = +\infty$$

گام سوم: برای این که حاصل حد برابر با  $+\infty$  شود، باید  $\frac{2}{a} - a < 0$  شود:

$$\frac{2}{a} - a < 0 \Rightarrow \frac{2 - a^2}{a} < 0 \Rightarrow \begin{array}{l} \text{ریشه‌های صورت: } a = \pm\sqrt{2} \\ \text{ریشه‌مخرج: } a = 0 \end{array}$$

حالا تعیین علامت می‌کنیم:

$a$	$-\sqrt{2}$	$0$	$\sqrt{2}$	
$2 - a^2$	-	+	+	-
$a$	-	-	+	+
$\frac{2 - a^2}{a}$	+	-	+	-

$\Rightarrow -\sqrt{2} < a < 0, a > \sqrt{2}$

دقت کنید که با توجه به شکل داده شده، مقدار  $a$  مثبت است؛ پس  $a > \sqrt{2}$  قابل قبول است.



## تست و پاسخ ۱۲

نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{1+x^2 - \cos x}$  در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟



## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا معادله  $1+x^2 = \cos x$  را به کمک روش هندسی حل کنید تا مجانب قائم را پیدا کنید.

## درس نامه

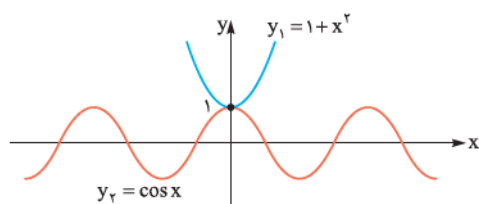
(۱) اگر حاصل حد در نزدیکی نقطه  $a$  بی نهایت شود، نمودار تابع به صورت‌های زیر ممکن است باشد:

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$

(۲) اگر در بررسی حد به صورت مبهم  $\frac{0}{0}$  رسیدیم، باید از روش‌های رفع ابهام صفر صفر استفاده کنیم. ممکن است بعد از رفع ابهام حاصل حد یک عدد حقیقی شود یا این که بی نهایت شود.

**پاسخ تشریحی** گام اول: مخرج کسر تابع  $f$  را مساوی با صفر قرار می‌دهیم تا مجانب قائم را پیدا کنیم، پس  $1+x^2 = \cos x$

است. نمودار دو تابع  $y_1 = 1+x^2$  و  $y_2 = \cos x$  را در یک شکل رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل، به ازای  $x=0$ ،  $y_1 = y_2$  و در نتیجه تابع  $f(x) = \frac{1}{1+x^2 - \cos x}$  در این نقطه مجانب قائم دارد.

گام دوم: با توجه به نمودارهای رسم شده، همواره  $1+x^2 \geq \cos x$  است و در نتیجه  $1+x^2 - \cos x \geq 0$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$



پس نمودار تابع  $f$ ، در مجاورت مجانب قائم خود به صورت مقابل است:

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱۳

نمودار تابع  $f(x) = \frac{x-1}{2x^2+ax+8}$  فقط یک مجانب قائم دارد. نمودار تابع  $f$  در مجاورت مجانب قائم خود کدام نمی تواند باشد؟



## پاسخ: گزینه ۲

گام اول: تابع  $f(x) = \frac{x-1}{2x^2+ax+8}$  یک مجانب قائم دارد. دو حالت می توانیم داشته باشیم:

(۱) مخرج ریشه مضاعف داشته باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 64 = 0 \Rightarrow a = \pm 8$$

جای گذاری می کنیم:  $a = 8: f(x) = \frac{x-1}{2x^2+8x+8} = \frac{x-1}{2(x+2)^2}$  (I)

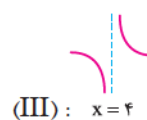
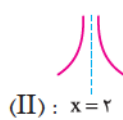
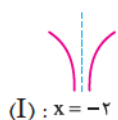
$a = -8: f(x) = \frac{x-1}{2x^2-8x+8} = \frac{x-1}{2(x-2)^2}$  (II)

(۲) مخرج دو ریشه متفاوت داشته باشد، به طوری که یک ریشه برابر با  $x=1$  (برابر با ریشه صورت) باشد:

$$x=1 \Rightarrow 2+a+8=0 \Rightarrow a=-10 \Rightarrow f(x) = \frac{x-1}{2x^2-10x+8} = \frac{x-1}{2(x^2-5x+4)}$$

$$= \frac{x-1}{2(x-1)(x-4)} = \frac{1}{2(x-4)}, x \neq 1$$
 (III)

گام دوم: نمودار توابع به دست آمده برای  $f(x)$  را حول مجانب قائم خود رسم می کنیم:



پس نمودار تابع  $f$  در مجاورت مجانب قائم خود، نمی تواند به صورت ۲ باشد.

حسابان (۱): صفحه های ۱۱۳ تا ۱۵۱

## تست و پاسخ ۱۴

تابع  $f(x) = \frac{a[x]+1}{2x+[-x]}$  در  $x=2$  حد دارد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3^-} [ax]$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) -۱      (۴) -۲

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** روی به دست آوردن حد تابع های بر اکت دار کار کنید. در بیشتر سوال های حد، بر اکت هم لابه لای داستان وجود دارد. از طرفی از حد و پیوستگی سال یازدهم در کنکور معمولاً یک سوال می آید که باید مجهولات را با توجه به پیوستگی تابع در نقطه ای خاص، تعیین نمود.





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام اول: به ازای  $x = 2^+$  و  $x = 2^-$ ، حد تابع  $f$  را به دست می‌آوریم:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a[x]+1}{2x+[-x]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2a+1}{2x+(-3)} = \frac{2a+1}{4-3} = 2a+1$$

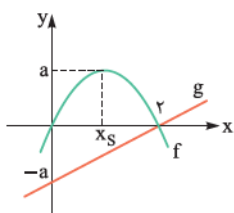
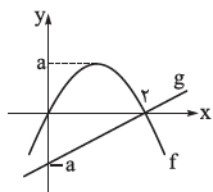
$$2) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a[x]+1}{2x+[-x]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a+1}{2x+(-2)} = \frac{a+1}{4-2} = \frac{a+1}{2}$$

گام دوم: چون تابع  $f$  در  $x = 2$  حد دارد، باید حاصل دو حد به دست آمده با هم برابر باشند:

$$2a+1 = \frac{a+1}{2} \Rightarrow 4a+2 = a+1 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

گام سوم: با به دست آمدن مقدار  $a$ ، حالا حاصل حد خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [ax] = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[-\frac{1}{3}x\right] = \left[-\frac{1}{3} \times 2^-\right] = [(-1)^+] = -1$$



$$x_s = \frac{2+0}{2} = 1$$

در مورد تابع  $f$ ، صفرهای تابع، صفر و ۲ هستند؛ پس طول رأس سهمی برابر است با:

$$f(x) = k(x-0)(x-2) = kx(x-2) \xrightarrow{(1,a) \in f} a = k(-1) \Rightarrow k = -a \Rightarrow f(x) = -ax(x-2) \quad \text{داریم:}$$

$$m_g = \frac{a}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{a}{2}x - a = \frac{a}{2}(x-2) \quad \text{گام دوم: برای خط } g \text{ داریم:}$$

گام سوم: ضابطه‌های  $f$  و  $g$  را در حد داده شده جای گذاری می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-g(x)}{x^2-4} = \frac{-5}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-ax(x-2) - \frac{a}{2}(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(-ax - \frac{a}{2})}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-ax - \frac{a}{2}}{x+2} = \frac{-2a - \frac{a}{2}}{4} = \frac{-5a}{4} \Rightarrow \frac{-5a}{4} = -\frac{5}{2} \Rightarrow a = 4$$

تست و پاسخ ۱۶

حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2-8|}{\sin k\pi x}$  برابر  $\frac{-8}{\pi}$  است. مقدار  $k$  کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$x \rightarrow 2^- \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x^3 < 8 \Rightarrow x^3 - 8 < 0$$

گام اول: ابتدا تکلیف قدرمطلق را مشخص می‌کنیم:

$$\text{پس حد به صورت } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^3 - 8)}{\sin k\pi x} \text{ می‌شود.}$$

گام دوم: به ازای  $x = 2$ ، هم صورت و هم مخرج کسر صفر می‌شود. عامل صفرکننده را سعی می‌کنیم از صورت و مخرج حذف کنیم. برای این کار، از تغییر متغیر  $x - 2 = t$  استفاده می‌کنیم:

$$x \rightarrow 2^- \Rightarrow x - 2 \rightarrow 0^- \Rightarrow t \rightarrow 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^3 - 8)}{\sin k\pi x} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{-((t+2)^3 - 8)}{\sin(k\pi(t+2))} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\overbrace{-((t+2-2)((t+2)^2 + 2(t+2) + 4))}^{\text{اتحاد چاقی و لاغر}}}{\sin(2k\pi + k\pi t)}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{-t((t+2)^2 + 2t + 8)}{\sin k\pi t} \stackrel{\text{هم‌ارزی}}{=} \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{-t((t+2)^2 + 2t + 8)}{k\pi t} = \frac{-12}{k\pi} = \frac{-8}{\pi} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

**نکته** برای به دست آوردن حاصل حد، می‌توانستید از قاعده هوییتال هم استفاده کنید. با مشتق گرفتن از صورت و مخرج داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{8 - x^3}{\sin k\pi x} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x^2}{k\pi \cos k\pi x} = \frac{-12}{k\pi} = \frac{-8}{\pi} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

## تست و پاسخ ۱۷

تابع  $f(x) = \left\lfloor \log_4 \left( 4 - \frac{x}{4} \right) \right\rfloor$  در بازه  $(4, \alpha)$  در یک نقطه ناپیوسته است. حداکثر  $\alpha$  کدام است؟

$$\frac{13}{2} (4)$$

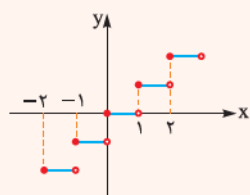
$$7 (3)$$

$$6 (2)$$

$$\frac{15}{2} (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** این‌که بر اکت در چه نقاطی پیوسته و در چه نقاطی ناپیوسته است، بارها و بارها در کنکور آمده است.



**درس‌نامه** •• بررسی پیوستگی تابع‌های براکتی

نمودار تابع  $y = [x]$  به صورت مقابل است:

این تابع در نقاط صحیح (صحیح  $x$ ) ناپیوسته و در نقاط دیگر پیوسته است.

**نکات** ۱) تابع‌های  $y = [ax + b]$  در نقاطی که داخل براکت عددی صحیح شود، ناپیوسته و در سایر نقاط پیوسته است.

برای پیدا کردن نقاطی که  $ax + b$  صحیح می‌شود،  $ax + b = k$  (که  $k \in \mathbb{Z}$ ) قرار می‌دهیم:

$$ax + b = k \Rightarrow x = \frac{k - b}{a} \Rightarrow \text{به جای } k \text{ اعداد صحیح قرار می‌دهیم.}$$

۲) تابع‌های  $y = \lfloor \sqrt{ax + b} \rfloor$  در نقاطی که داخل براکت عددی صحیح شود، ناپیوسته و در سایر نقاط پیوسته است.

۳) در حالت کلی اگر  $f$  اکیداً یکنوا باشد، تابع  $y = [f(x)]$  در نقاطی که داخل براکت  $(f(x))$  صحیح شود، ناپیوسته هستند.

۴) تابع‌های  $y = [ax^2]$  (که  $a > 0$ ) و  $y = [\sin x]$  و  $y = [\cos x]$  در نقاطی که داخل براکت صحیح شود، ناپیوسته هستند، اما اگر

این نقطه یک نقطه  $\min$  تابع درون براکت باشد، تابع آن در آن نقطه پیوسته است.

مثلاً درست است که درون براکت در تابع  $y = [x^2]$  به ازای  $x = 0$  صحیح می‌شود ولی چون این نقطه یک نقطه  $\min$  تابع  $y = x^2$  است،

تابع  $y = [x^2]$  در آن نقطه پیوسته می‌شود یا تابع  $y = [\sin x]$  در  $x = \frac{3\pi}{2}$  پیوسته است، چون تابع  $y = \sin x$  در این نقطه  $\min$  دارد.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**پاسخ تشریحی** گام اول: حدود عبارت داخل جزء صحیح را پیدا می‌کنیم:

$$4 < x < \alpha \Rightarrow 2 < \frac{x}{2} < \frac{\alpha}{2} \Rightarrow -\frac{\alpha}{2} < -\frac{x}{2} < -2 \Rightarrow 4 - \frac{\alpha}{2} < 4 - \frac{x}{2} < 2$$

$$\xrightarrow{\log_{\frac{1}{2}}(\cdot)} \log_{\frac{1}{2}} 2 < \log_{\frac{1}{2}} \left(4 - \frac{x}{2}\right) < \log_{\frac{1}{2}} \left(4 - \frac{\alpha}{2}\right) \Rightarrow -1 < \log_{\frac{1}{2}} \left(4 - \frac{x}{2}\right) < \log_{\frac{1}{2}} \left(4 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

**نکته** دقت کنید که چون لگاریتم در مبنای  $\frac{1}{2}$  می‌گیریم و  $\frac{1}{2} < 1$ ، جهت نامعادله عوض می‌شود.

گام دوم: تابع‌های جزء صحیح در نقاطی که عبارت داخل جزء صحیح، عددی صحیح است، ناپیوسته است. (به شرط آن که آن نقطه  $\min$  تابع نباشد) با توجه به این که تابع  $f(x)$  در یک نقطه ناپیوسته است و حدود  $\log_{\frac{1}{2}} \left(4 - \frac{x}{2}\right)$  بین  $-1$  و  $\log_{\frac{1}{2}} \left(4 - \frac{\alpha}{2}\right)$  است، این بازه باید شامل عدد صفر باشد تا در این نقطه ناپیوسته شود؛ پس حداکثر مقدار برای انتهای بازه  $1$  است، یعنی:

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(4 - \frac{\alpha}{2}\right) = 1 \Rightarrow 4 - \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow \alpha = 7$$

## تست و پاسخ ۱۸

تابع  $f(x) = \begin{cases} x - [x] & \text{زوج } [x] \\ a |\sin bx| & \text{فرد } [x] \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. حاصل  $ab$  کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{3\pi}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3\pi}{2} \quad (3)$$

$$\pi \quad (2)$$

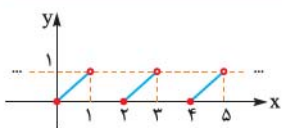
$$\frac{\pi}{4} \quad (1)$$

**پاسخ: گزینه ۳**

**مشاوره** از پیوستگی حتماً یک سؤال در کنکور می‌آید که با بررسی تیپ‌های سال‌های قبل به راحتی قابل حل است.

### درس‌نامه

شرط پیوستگی تابع  $f$  در  $x = a$  این است که  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  باشد.



**پاسخ تشریحی** گام اول: نمودار تابع  $y_1 = x - [x]$  را به ازای  $[x]$ ‌های زوج رسم می‌کنیم. این تابع

متناوب (با دوره تناوب  $T_1 = 2$ ) است:

گام دوم: در مورد  $y_2 = a |\sin bx|$  نیز یک تابع متناوب با دوره تناوب  $T_2 = \frac{\pi}{|b|}$  است. برای این که  $f(x)$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، باید  $y_2$  در بازه‌هایی که نمودار تابع  $y_1$  تعریف نشده، قرار گیرد پس  $T_2 < 1$  می‌شود و از طرفی از نقاط  $(1,1)$  و  $(2,0)$  عبور می‌کند:

$$\begin{aligned} 1) 1 &= a |\sin b| \\ 2) 0 &= a |\sin 2b| \end{aligned} \xrightarrow{a \neq 0} \sin 2b = 0 \Rightarrow 2b = k\pi \Rightarrow b = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

**نکته** البته دقت کنید که در تابع  $a |\sin bx|$ ، چون باید  $[x]$  فرد باشد، نقطه  $(2,0)$  توخالی است.

گام سوم: رابطه  $b = \frac{k\pi}{2}$  را در (۱) قرار می‌دهیم:  $1 = a \left| \sin \frac{k\pi}{2} \right|$   $\xrightarrow{k \text{ نمی‌تواند مضرب ۲ باشد}}$   $a = 1$

گام چهارم: نتیجه می‌گیریم که  $ab = \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) و  $k$  مخالف مضرب ۲ است؛ از طرفی  $T_2 = \frac{\pi}{|b|} < 1$  را داشتیم، پس  $|b| > \pi$  و در نتیجه  $|k| > 2$  و مخالف مضرب ۲ است. با توجه به گزینه‌ها  $ab = \frac{3\pi}{2}$  می‌تواند باشد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰

## تست و پاسخ ۱۹

ضرب درجه رئوس گراف  $G$  برابر  $20$  است. اندازه گراف  $\bar{G}$  کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

۲۴ (۴)

۳۷ (۳)

۴۶ (۲)

۵۷ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه ... (۱) اندازه گراف کامل  $P$  رأسی برابر است با:

$$q(k_p) = \frac{P(P-1)}{2}$$

(۲) مجموع اندازه هر گراف و اندازه مکمل آن، برابر اندازه گراف کامل می‌شود:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{P(P-1)}{2}$$

**پاسخ تشریحی** تنها راه، امتحان کردن مثال‌های متفاوت است، برای مثال اگر نمودار گراف مانند شکل زیر باشد، یک رأس درجه ۵، یک رأس درجه ۴ و ۹ رأس درجه ۱ داریم که حاصل ضرب درجه رئوس گراف  $20$  می‌شود. حالا در این گراف داریم:



$$\begin{cases} p = 11, q(k_{11}) = \frac{11 \times 10}{2} = 55 \\ q = 9 \Rightarrow q(\bar{G}) = 55 - 9 = 46 \end{cases}$$

اگر نمودار گراف به شکل زیر باشد، یک رأس درجه ۵، دو رأس درجه ۲ و ۹ رأس درجه ۱ داریم که حاصل ضرب درجه رئوس آن  $20$  می‌شود. حالا باز داریم:



$$\begin{cases} p = 12, q(k_{12}) = \frac{12 \times 11}{2} = 66 \\ q = 9 \Rightarrow q(\bar{G}) = 66 - 9 = 57 \end{cases}$$

و اگر نمودار گراف به شکل زیر باشد، یک رأس درجه ۵، ۲ رأس درجه ۲ و ۷ رأس درجه ۱ داریم که باز هم حاصل ضرب درجه رئوس  $20$  می‌شود.



$$\begin{cases} p = 10, q(k_{10}) = \frac{10 \times 9}{2} = 45 \\ q = 8 \Rightarrow q(\bar{G}) = 45 - 8 = 37 \end{cases}$$

اما اندازه گراف  $\bar{G}$  نمی‌تواند ۲۴ شود.

## تست و پاسخ ۲۰

در گراف  $G$  با رئوس  $a, b, c, d, e, f$  چند حالت داریم که  $p' + q = 6$  باشد؟ ( $p'$  تعداد رئوس غیرایزوله است.)

۱۱۰ (۴)

۸۵ (۳)

۶۵ (۲)

۴۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** از رابطه  $p' + q = 6$ ، نتیجه می‌شود که تعداد رئوس ایزوله با تعداد یال‌ها مساوی است. حالا با حالت‌بندی جواب

به دست می‌آید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: تعداد رئوس ایزوله در این گراف را با  $p''$  نمایش می‌دهیم. واضح است که مجموع تعداد رئوس ایزوله و غیرایزوله

$$p' + p'' = 6 \Rightarrow p' = 6 - p''$$

برابر تعداد کل رئوس یعنی ۶ می‌شود، پس:

گام دوم: حالا با جای‌گذاری  $p' = 6 - p''$  در  $p' + q = 6$  داریم:

$$6 - p'' + q = 6 \Rightarrow q = p''$$

تعداد رئوس ایزوله با تعداد یال‌ها برابر است.

گام سوم: حالا سؤال را با حالت‌بندی حل می‌کنیم:

حالت ۱: تعداد رأس‌های ایزوله و تعداد یال‌ها صفر باشد که غیرممکن است، چون وقتی هیچ یالی نداریم، همه رأس‌ها ایزوله می‌شوند.

حالت ۲: تعداد رأس‌های ایزوله و تعداد یال‌ها ۱ باشد که باز هم غیرممکن است، چون با یک یال، ۴ رأس ایزوله خواهیم داشت.





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

حالت ۳: تعداد رأس‌های ایزوله و تعداد یال‌ها ۲ تا باشد که در گراف زیر این‌گونه است: (منظور از اسم، یک حرف از حروف  $e, d, c, b, a$  و  $f$  است.)

انتخاب ۲ اسم از ۶ اسم برای این

••• دو رأس به  $\binom{6}{2} = 15$  حالت

انتخاب ۲ اسم از ۴ اسم باقی‌مانده

••• به  $\binom{4}{2} = 6$  حالت (I)

انتخاب ۲ اسم از ۲ اسم باقی‌مانده

••• به  $\binom{2}{2} = 1$  حالت (II)

$$\Rightarrow \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{2!} = 45$$

چون ۲ حالت I و II مشابه‌اند.

حالت ۴: تعداد رأس‌های ایزوله و تعداد یال‌ها ۳ تا باشد، مثل گراف زیر:

انتخاب ۳ اسم از ۶ اسم

••••• به  $\binom{6}{3} = 20$  حالت

انتخاب ۳ اسم از ۳ اسم

••••• باقی‌مانده به  $\binom{3}{3} = 1$  حالت

$$\Rightarrow \binom{6}{3} \binom{3}{3} = 20$$

به طور مشابه حالت‌های ۴ یال و ۴ رأس ایزوله، ۵ یال و ۵ رأس ایزوله و ۶ یال و ۶ رأس ایزوله هم غیرممکن‌اند؛ پس جواب  $45 + 20 = 65$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۲۱

با ارقام متمایز ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد طبیعی زوج می‌توان ساخت؟

۴۸ (۴)

۹۶ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۳۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** شمارش بدون شمردن، جزء پای ثابت‌های کنکورهای سراسری است که به راحتی می‌توانید به سوالات آن پاسخ دهید.

**خودت حل کنی بهتره** کافیه تعداد اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ رقمی رو به دست بیاری و با هم جمع کنی.

## پاسخ تشریحی

تعداد اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ رقمی را شمرده و با هم جمع می‌کنیم:

$$\text{رقمی ۱: } \frac{2}{2} = 2$$

$$\text{رقمی ۲: } \frac{4}{2} \times \frac{2}{2} = 8$$

$$\text{رقمی ۳: } \frac{4}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{2} = 24$$

$$\text{رقمی ۴: } \frac{4}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} = 48$$

$$\text{رقمی ۵: } \frac{4}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = 48$$

بنابراین جواب برابر  $2 + 8 + 24 + 48 + 48 = 130$  می‌شود.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۲۲

در گراف  $G$  با مرتبه ۵، درجه ۴ رأس، دوهبدو متفاوت هستند. با اضافه کردن  $n$  یال به گراف  $\bar{G}$ ، این گراف منتظم می‌شود. گراف  $k_n$  دارای چند یال است؟

۱۵ یا ۲۸ (۲)

۲۸ یا ۶۶ (۱)

۶ یا ۱۵ (۴)

۱۵ یا ۶۶ (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

## درس نامه ..

(۱) اندازه گراف کامل  $n$  رأسی (همان  $k_n$ ) برابر  $\frac{n(n-1)}{2}$  است.

(۲)  $\bar{G}$  مکمل گراف  $G$  است که برای به دست آوردن آن، باید یال‌های گراف  $G$  را حذف کنیم و به جای آن‌ها، یال‌هایی که در گراف  $G$  رسم نشده‌اند را رسم کنیم، برای مثال:



(۳) در هر گراف منتظم درجه همه رئوس با هم برابر است و گراف فرد منتظم مرتبه فرد نداریم.

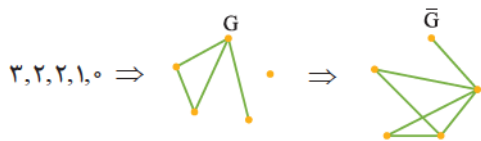
(۴) گراف ساده‌ای از مرتبه  $p$  وجود ندارد که هم رأسی با درجه  $p-1$  (رأس فول) داشته باشد و هم رأسی با درجه صفر (رأس ایزوله)؛ یعنی هر گراف ساده، یا رأس از درجه  $p-1$  دارد و یا رأس از درجه صفر و یا هیچ کدام را ندارد.

**پاسخ تشریحی** گام اول: مرتبه گراف  $G$ ، ۵ است، پس درجه رئوس آن می‌تواند ۰، ۱، ۲، ۳ یا ۴ باشند.

گام دوم: این گراف نمی‌تواند هم رأس از درجه صفر و هم رأس از درجه ۴ داشته باشد. حالا با توجه به این که درجه ۴ رأس دوهبدو متفاوت است، یا درجه رئوس ۰، ۱، ۲، ۳ هستند یا ۰، ۱، ۲، ۳، ۴.

گام سوم: این گراف ۵ رأس دارد، حالا اگر مقادیر درجه رئوس ۰، ۱، ۲، ۳ باشند، خود درجه رئوس به یکی از حالات زیرند: (از یک درجه باید ۲ تا داشته باشیم).

گراف تشکیل نمی‌دهد چون ۳ رأس درجه فرد دارد.  $\Rightarrow ۰, ۱, ۲, ۲, ۳$



حالا باید به  $\bar{G}$ ، ۴ یال اضافه کنیم تا منتظم شود، یعنی  $n=4$  و گراف  $k_n = k_4$  دارای  $\frac{4 \times 3}{2} = 6$  یال می‌شود.

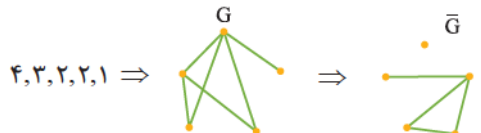
گراف تشکیل نمی‌دهد چون ۳ رأس درجه فرد دارد.  $\Rightarrow ۰, ۱, ۱, ۱, ۳$

گراف تشکیل نمی‌دهد.  $\Rightarrow ۰, ۱, ۱, ۳, ۳$

گام چهارم: اگر مقادیر درجه رئوس ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ باشند، خود درجه رئوس به یکی از حالات زیرند:

گراف تشکیل نمی‌دهد.  $\Rightarrow ۱, ۲, ۳, ۳, ۴$

گراف تشکیل نمی‌دهد چون ۳ رأس درجه فرد دارد.  $\Rightarrow ۱, ۲, ۳, ۳, ۴$



$\Rightarrow ۱, ۲, ۳, ۳, ۴$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

باید به  $\bar{G}$ ، ۶ یال اضافه کنیم تا منتظم شود، یعنی  $n = 6$  و گراف  $k_n = k_6$  دارای  $\frac{6 \times 5}{2} = 15$  یال می‌شود.

گراف تشکیل نمی‌دهد چون ۳ رأس درجه فرد دارد.  $\Rightarrow 4, 3, 2, 1, 1$

## تست و پاسخ ۲۳

در گرافی با اندازه ۱۹، فقط رأس‌هایی با درجه ۱۱، ۷ و ۲ داریم. اگر حاصل ضرب درجه رأس این گراف برابر  $11^a \times 7^b \times 2^c$  باشد، حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

- (۱) ۵  
(۲) ۸  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۳

## پاسخ: گزینه ۳

**خوبت حل کنی بهتره** حاصل ضرب درجه رأس گراف،  $11^a \times 7^b \times 2^c$  است. پس  $a$  رأس درجه ۱۱،  $b$  رأس درجه ۷ و  $c$  رأس درجه ۲ داریم؛ از طرفی اندازه گراف ۱۹ است و با حالت‌بندی معادله  $11a + 7b + 2c = 38$ ، جواب به دست می‌آید.

**درس نامه** (۱) مجموع درجه رأس هر گراف، دو برابر تعداد یال‌ها می‌شود.

(۲) در هر گراف ساده،  $\Delta \leq p - 1$  است.

**پاسخ تشریحی** گام اول: در این گراف فقط رأس‌هایی با درجه ۲، ۷ و ۱۱ داریم که حاصل ضرب درجه رأس  $11^a \times 7^b \times 2^c$  است؛ پس متوجه می‌شویم  $a$  رأس درجه ۱۱،  $b$  رأس درجه ۷ و  $c$  رأس درجه ۲ داریم.

گام دوم: مجموع درجه رأس گراف، دو برابر تعداد یال‌ها است:

$$11a + 7b + 2c = 2 \times 19 = 38$$

گام سوم: گفتیم  $\Delta \leq p - 1$  است، در این گراف  $\Delta = 11$  و  $p = a + b + c$  می‌شود، پس:

$$11 \leq a + b + c - 1 \Rightarrow 12 \leq a + b + c$$

گام چهارم: تنها جواب معادله  $11a + 7b + 2c = 38$  با شرط  $12 \leq a + b + c$  به صورت  $a = 1$ ،  $b = 1$  و  $c = 10$  است که  $a + b + c = 12$  می‌شود، ببینید:

$$\text{روی } a \text{ حالت‌بندی می‌کنیم.} \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \Rightarrow \begin{cases} 7b + 2c = 27 \\ a + b + c \geq 12 \Rightarrow b + c \geq 11 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow \text{ق ق } b = 1, c = 10 \\ a = 2 \Rightarrow \begin{cases} 7b + 2c = 16 \\ a + b + c \geq 12 \Rightarrow b + c \geq 10 \\ 2 \end{cases} \xrightarrow{b < 0} \text{جواب ق ق نیست.} \\ a = 3 \Rightarrow \begin{cases} 7b + 2c = 5 \\ a + b + c \geq 12 \Rightarrow b + c \geq 9 \\ 3 \end{cases} \xrightarrow{b < 0} \text{غ ق ق} \\ a = 4 \Rightarrow 11a > 38 \Rightarrow \text{غ ق ق به بالا} \end{array} \right.$$

## تست و پاسخ ۲۴

چند عدد سررقمی داریم که در آن دهگان > صدگان و یکان  $\leq$  دهگان باشد؟

- (۱) ۱۶۵  
(۲) ۲۹۵  
(۳) ۳۳۰  
(۴) ۴۵۰

## پاسخ: گزینه ۳

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی روش اول: بر حسب مقادیر دهگان حالت بندی می کنیم:

$$\Rightarrow \frac{9}{1} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = 90 \text{ دهگان } 0 \text{ باشد}$$

$$\begin{array}{c} 2 \\ \vdots \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{9}{1} = 72 \text{ دهگان } 1 \text{ باشد}$$

$$\begin{array}{c} 3 \\ \vdots \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \vdots \\ 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{2} = 56 \text{ دهگان } 2 \text{ باشد}$$

$$\begin{array}{c} 4 \\ \vdots \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \\ \vdots \\ 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{7}{3} = 42 \text{ دهگان } 3 \text{ باشد}$$

$$\begin{array}{c} 5 \\ \vdots \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} 4 \\ \vdots \\ 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{2}{8} = 2 \text{ دهگان } 8 \text{ باشد}$$

$$\begin{array}{c} 9 \\ \vdots \\ 9 \end{array}$$

$$90 + 72 + 56 + 42 + 30 + 20 + 12 + 6 + 2 = 330$$

بنابراین جواب برابر است با:

روش دوم: سه حالت برای مقادیر یکان، دهگان و صدگان می توانیم داشته باشیم:

حالت اول: ارقام یکان، دهگان و صدگان متمایز باشند که در این صورت ۳ رقم از ۱۰ رقم را به  $\binom{10}{3} = 120$  حالت انتخاب می کنیم و رقم کوچکتر را به دهگان و دو رقم دیگر را به یکان و صدگان می دهیم؛ بنابراین  $120 \times 2 = 240$  حالت داریم. (مثلاً اگر ۳ رقم انتخاب شده ۳، ۴ و ۷ باشند، دو عدد ۷۳۴ و ۴۳۷ قابل قبول است.)

حالت دوم: رقم یکان و صدگان با هم برابر باشند ولی با دهگان برابر نباشند، که در این صورت ۲ رقم از ۱۰ رقم را به  $\binom{10}{2} = 45$  حالت انتخاب می کنیم و رقم کوچکتر را به دهگان و رقم دیگر را به یکان و صدگان می دهیم، برای مثال اگر دو رقم انتخاب شده ۳ و ۷ باشند، عدد حاصل ۷۳۷ می شود.

حالت سوم: رقم یکان و دهگان با هم برابر باشند ولی با صدگان برابر نباشند، که در این صورت هم ۲ رقم از ۱۰ رقم را به  $\binom{10}{2} = 45$  حالت انتخاب می کنیم و رقم کوچکتر را به یکان و دهگان و رقم بزرگتر را به صدگان می دهیم، برای مثال اگر دو رقم انتخاب شده ۳ و ۷ باشند، عدد حاصل ۷۳۳ می شود.

بنابراین جواب برابر  $240 + 45 + 45 = 330$  است.

## تست و پاسخ ۲۵

مرتبه و اندازه یک گراف به ترتیب ۱۳ و ۷۵ است. اگر  $\delta - \Delta$  حداقل باشد، این گراف چند رأس با درجه ۱۲ دارد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



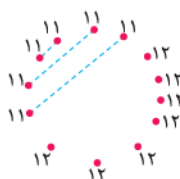
**خودت حل کنی بهتره** تعداد یال‌های گراف زیاد است، پس از گراف کامل برای حل سؤال استفاده کنید.

**درس نامه** ●● مورد ۱: تعداد یال‌های گراف کامل  $p$  رأسی برابر  $\frac{p(p-1)}{2}$  است.  
مورد ۲: در گراف کامل  $p$  رأسی، درجه هر رأس  $p-1$  است.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا اندازه گراف کامل ۱۳ رأسی را به دست می‌آوریم:

$$q(k_{13}) = \frac{13 \times 12}{2} = 78$$

گام دوم: گراف گفته شده در صورت سؤال ۷۵ یال دارد، پس اگر از گراف کامل ۱۳ رأسی، ۳ یال حذف کنیم، به گراف مد نظر می‌رسیم.  
گام سوم: برای این که  $\delta - \Delta$  حداقل باشد، ۳ یال جدا از هم (یعنی ۳ تا یالی که توی هیچ رأسی مشترک نیستند) را از  $k_{13}$  حذف می‌کنیم که به شکل روبه‌رو می‌رسیم: (در شکل روبه‌رو یال‌های حذف شده را با نقطه‌چین نمایش داده‌ایم).  
با توجه به شکل، ۷ رأس با درجه ۱۲ داریم.



## تست و پاسخ ۲۶

در گراف  $G$  داریم  $\sum_{u \in V(G)} |N_G[u]| = 22$  و  $\sum_{u \in V(G)} d_G(u) = 14$ . اگر در گراف  $G$ ، مقدار  $\delta$  حداقل باشد، مقدار  $\Delta$  کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**درس نامه** ●● در هر گراف ساده داریم: مورد ۱: مجموع درجه رئوس هر گراف دو برابر اندازه گراف است:

$$\sum_{u \in V(G)} d_G(u) = 2q$$

مورد ۲: مجموع تعداد اعضای همسایگی باز رئوس، برابر مجموع درجه رئوس گراف یعنی دو برابر تعداد یال‌ها می‌شود:

$$\sum_{u \in V(G)} |N_G(u)| = 2q$$

مورد ۳: مجموع تعداد اعضای همسایگی بسته رئوس، برابر مجموع درجه رئوس گراف به علاوه مرتبه گراف می‌شود: (چون تعداد اعضای

همسایگی بسته هر رأس، یه دونه از درجه اون رأس بیشتره!)

$$\sum_{u \in V(G)} |N_G[u]| = 2q + p$$

مورد ۴: مجموع اندازه یک گراف  $p$  رأسی و اندازه مکمل آن، برابر اندازه گراف کامل  $p$  رأسی می‌شود: ( $q'$  اندازه مکمل گراف است).

$$q(G) + q'(G) = q(k_p) = \frac{p(p-1)}{2}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به مورد ۳ درس‌نامه داریم:

$$\sum_{u \in V(G)} |N_G[u]| = 22 \Rightarrow 2q + p = 22$$

گام دوم: با توجه به مورد ۱ درس‌نامه داریم: ( $q'$  اندازه مکمل گراف است).

$$\sum_{u \in V(G)} d_G(u) = 14 \Rightarrow 2q' = 14$$

گام سوم: حالا دو رابطه  $2q + p = 22$  و  $2q' = 14$  را با هم جمع می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2q + p = 22 \\ 2q' = 14 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 2q + 2q' + p = 36 \Rightarrow 2(q + q') + p = 36$$

$$\Rightarrow p(p-1) + p = 36 \Rightarrow p^2 - p + p = 36 \Rightarrow p^2 = 36 \Rightarrow p = 6$$

$$2q + p = 22 \xrightarrow{p=6} 2q + 6 = 22 \Rightarrow 2q = 16 \Rightarrow q = 8$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: یک گراف ۶ رأسی با ۸ یال داریم که برای این که  $\delta$  حداقل شود، یکی از رأس‌ها را ایزوله در نظر می‌گیریم. حالا باید ۸ یال را درون ۵ رأس قرار دهیم که این کار را به هر صورتی که انجام دهیم،  $\Delta = 4$  می‌شود، برای مثال:



## تست و پاسخ ۲۷

با حروف کلمه GOLZARI، چند کلمه هفت حرفی می‌توان ساخت به طوری که حروف G و L کنار یکدیگر نباشند، ولی حروف عبارت ARI کنار هم قرار بگیرند؟

۹۶ (۴)

۲۱۶ (۳)

۴۳۲ (۲)

۵۷۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** کافی است تعداد جایگشت‌هایی که حروف عبارت ARI کنار هم هستند را منهای تعداد جایگشت‌هایی کنید که هم حروف عبارت ARI کنار هم قرار دارند هم حروف G و L.

**درس نامه** •• مورد ۱: تعداد جایگشت‌های  $n$  شیء، حرف یا ..... متمایز برابر  $n!$  است.

مورد ۲: اگر تعداد جایگشت‌های  $n$  شیء را بخواهیم به شرطی که  $k$  شیء از آن‌ها در کنار هم هستند، آن  $k$  شیء را درون یک بسته قرار می‌دهیم.  
مورد ۳: اگر تعداد جایگشت‌های  $n$  شیء را بخواهیم به شرطی که دو شیء خاص کنار هم نباشند، از اصل متمم استفاده می‌کنیم، یعنی تعداد کل جایگشت‌ها را منهای تعداد جایگشت‌هایی می‌کنیم که آن دو شیء کنار یکدیگرند.

## پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا تعداد جایگشت‌هایی را می‌شماریم که حروف عبارت ARI کنار هم باشند:

$$\text{ARI} \cdot \text{G} \cdot \text{O} \cdot \text{L} \cdot \text{Z} \Rightarrow \underbrace{5!}_{\text{جایگشت ۵ بسته}} \times \underbrace{3!}_{\text{جایگشت ۳ حرف I, R, A}} = 720$$

گام دوم: حالا تعداد جایگشت‌هایی را می‌شماریم که هم حروف عبارت ARI کنار هم هستند و هم دو حرف G و L:

$$\text{ARI} \cdot \text{GL} \cdot \text{O} \cdot \text{Z} \Rightarrow \underbrace{4!}_{\text{جایگشت ۴ بسته}} \times \underbrace{3!}_{\text{جایگشت ۳ حرف I, R, A}} \times \underbrace{2!}_{\text{جایگشت L و G}} = 288$$

$$720 - 288 = 432$$

گام سوم: حالات نامطلوب را حذف می‌کنیم:

## تست و پاسخ ۲۸

در یک گل‌فروشی ۶ نوع گل وجود دارد که از هر نوع گل ۳ شاخه با اندازه‌های متفاوت دیده می‌شود. به چند طریق می‌توان یک دسته گل با سه شاخه گل شامل سه نوع گل متفاوت از این گل‌فروشی خرید؟

۵۴۰ (۴)

۳۳۶ (۳)

۲۱۰ (۲)

۸۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا باید ۳ نوع گل از ۶ نوع گل انتخاب کنید و سپس تعداد حالات به دست آمده را در تعداد حالاتی که هر نوع گل می‌تواند باشد ضرب کنید.

## پاسخ تشریحی

گام اول: دسته‌گلی شامل سه نوع گل متفاوت می‌خواهیم، پس ابتدا به  $\binom{6}{3} = 20$  حالت، می‌توانیم انتخاب کنیم کدام سه نوع گل از ۶ نوع گل انتخاب شوند.

گام دوم: حالا هر نوع گل انتخاب شده، خود ۳ حالت دارد، چون از هر نوع گل ۳ شاخه با اندازه‌های متفاوت داریم؛ پس جواب برابر است با:

$$\binom{6}{3} \times 3 \times 3 \times 3 = 540$$

کدام شاخه از نوع سوم انتخاب شده      کدام شاخه از نوع دوم انتخاب شده      کدام شاخه از نوع اول انتخاب شده





هندسه (۳): صفحه‌های ۳۳ تا ۴۶، هندسه (۲): صفحه‌های ۹ تا ۳۲

### تست و پاسخ ۲۹

نمودار معادله  $2x^2 + 2y^2 + x - 2y - 1 = 0$  دایره‌ای به مرکز  $(\alpha, \beta)$  و شعاع  $R$  است. حاصل  $\frac{R^2}{\alpha + \beta}$  کدام است؟

- (۱)  $-3/25$  (۲)  $3/25$   
(۳)  $-4/5$  (۴)  $4/5$

### پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** این سؤال، پایه‌ای‌ترین سؤال از مبحث «استانداردسازی معادله گسترده (ضمنی) دایره» است و اگر موفق به حل آن نشده‌اید، لازم است این مبحث را از ابتدا به طور دقیق مطالعه کنید.

**خوبت حل کنی بهتره** ابتدا معادله را بر ۲ تقسیم و سپس از فرمول مرکز و طول شعاع معادله گسترده دایره استفاده کنید.

**درس نامه** الف) می‌دانیم معادله استاندارد دایره به مرکز  $O(\alpha, \beta)$  و شعاع  $R$ ، به صورت  $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$  است. حال اگر در این معادله، پرانتزها را به توان دو رسانده و عبارت را ساده کنیم، به معادله‌ای به شکل  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  می‌رسیم که آن را معادله گسترده (ضمنی) دایره گوئیم.

ب) اگر نقطه  $O$  مرکز و  $R$  طول شعاع دایره به معادله گسترده  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  باشند، آن‌گاه:

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right), R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: طرفین معادله را بر ۲ تقسیم می‌کنیم تا معادله گسترده دایره به دست آید:

$$2x^2 + 2y^2 + x - 2y - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + \frac{1}{2}x - y - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -1, c = -\frac{1}{2}$$

گام دوم: به کمک قسمت (ب) درس‌نامه، مرکز و شعاع دایره را می‌یابیم:

$$O\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right), R = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{13}{16}} \Rightarrow \frac{R^2}{\alpha + \beta} = \frac{\frac{13}{16}}{-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{13}{16}}{\frac{1}{4}} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

### تست و پاسخ ۳۰

دایره‌ای به مرکز  $(2, 1)$  بر خط به معادله  $3x + 4y = 0$  مماس است. کدامیک از نقاط زیر، روی این دایره قرار دارد؟

- (۱)  $(1, \sqrt{3} + 1)$  (۲)  $(-1, \sqrt{3} + 1)$   
(۳)  $(1, \sqrt{3} - 1)$  (۴)  $(-1, \sqrt{3} - 1)$

### پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** این سؤال از سوالات اصلی مبحث «وضعیت خط و دایره» است که مشابه آن در کتاب درسی و کنکورهای گذشته هم وجود دارد.

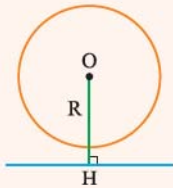
**خوبت حل کنی بهتره** ابتدا شرط «مماس بودن خط بر دایره» را اعمال کنید تا شعاع دایره را بیابید. سپس معادله دایره را بنویسید تا معلوم شود کدامیک از نقاط داده‌شده، روی این دایره قرار دارد.



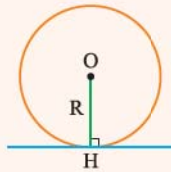
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



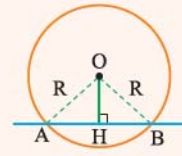
درس نامه ●● (۱) یک خط و یک دایره، نسبت به هم سه وضعیت دارند:



خط دایره را قطع نمی‌کند.  
(OH > R)

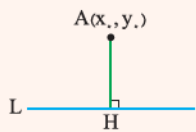


خط بر دایره مماس است.  
(OH = R)



خط و دایره، متقاطع‌اند.  
(OH < R)

(۲) فاصله نقطه  $A(x_0, y_0)$  از خط  $L: ax + by + c = 0$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: چون خط به معادله  $3x + 4y = 0$  بر دایره مماس است، فاصله مرکز دایره تا این خط، برابر شعاع دایره است؛ بنابراین:

$$R = OH = \frac{|3(2) + 4(1) + 0|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

گام دوم: با داشتن مرکز و شعاع دایره، معادله آن را می‌نویسیم:

$$O(2, 1), R = 2 \Rightarrow \text{معادله دایره: } (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2^2 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

از بین گزینه‌ها، فقط نقطه  $(1, \sqrt{3} + 1)$  روی این دایره قرار دارد، زیرا مختصات آن، در معادله دایره صدق می‌کند:

$$(1 - 2)^2 + ((\sqrt{3} + 1) - 1)^2 = 4$$

## تست و پاسخ (۳۱)

مرکز دایره به معادله  $x^2 + y^2 + ax + by = c$  روی خط  $y + 1 = 2x$  قرار دارد. اگر این دایره از دو نقطه  $(1, 2)$  و  $(3, 0)$  بگذرد، حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

۷ (۲)	-۷ (۱)
۱۱ (۴)	-۱۱ (۳)

## پاسخ: گزینه (۴)

مشاوره مشابه این سؤال هم در کتاب درسی و هم در کنکورهای گذشته مطرح شده و سؤال بسیار مهمی است.

خوبت حل کنی بهتره شرط قراردادن یک نقطه روی یک خط و شرط قراردادن یک نقطه روی یک دایره را بررسی کنید.

درس نامه ●● (۱) نقطه  $A(x_0, y_0)$  روی خط  $L: ax + by + c = 0$  قرار دارد، هرگاه مختصات آن، در معادله خط صدق کند یعنی  $ax_0 + by_0 + c = 0$ .

(۲) نقطه  $A$  روی دایره  $C(O, R)$  قرار دارد، هرگاه  $OA = R$  (فاصله  $A$  تا مرکز دایره، برابر با شعاع دایره باشد) یا مختصات آن در معادله دایره صدق کند.

## پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: مرکز دایره را  $O(\alpha, \beta)$  فرض می‌کنیم. چون نقطه  $O$  روی خط  $y + 1 = 2x$  قرار دارد، مختصات آن در معادله این خط صدق می‌کند، در نتیجه  $\beta + 1 = 2\alpha$ ؛ پس  $\beta = 2\alpha - 1$  و مختصات  $O$  را می‌توان  $(\alpha, 2\alpha - 1)$  فرض کرد.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: چون نقاط  $A(3,0)$  و  $B(1,2)$  روی دایره قرار دارند،  $OA = OB = R$  و داریم:

$$OA = OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha-3)^2 + (2\alpha-1)^2} = \sqrt{(\alpha-1)^2 + (2\alpha-3)^2} \Rightarrow \sqrt{5\alpha^2 - 10\alpha + 10} = \sqrt{5\alpha^2 - 14\alpha + 10}$$

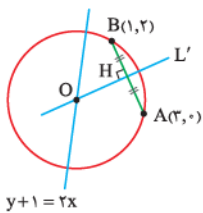
$$\begin{aligned} &\text{به توان ۲ می‌رسانیم.} \rightarrow 5\alpha^2 - 10\alpha + 10 = 5\alpha^2 - 14\alpha + 10 \Rightarrow 4\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(0, -1) \\ R = OA = \sqrt{(3-0)^2 + (0-(-1))^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \end{cases} \end{aligned}$$

گام سوم: با داشتن مرکز و شعاع دایره، معادله آن را می‌نویسیم:

$$\Rightarrow (x-0)^2 + (y-(-1))^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow x^2 + (y+1)^2 = 10 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2y = 9 \xrightarrow{x^2+y^2+ax+by=c} a=0, b=2, c=9$$

روش دوم:

گام اول: می‌دانیم عمودمنصف هر وتر از دایره، از مرکز دایره می‌گذرد، پس مرکز دایره، محل برخورد خط عمودمنصف  $AB$  با خط  $L: y+1=2x$  است.



$$H \Rightarrow H = \frac{A+B}{2} = (2, 1)$$

$$m_{AB} = \frac{2-0}{1-3} = -1 \xrightarrow{L' \perp AB} m_{L'} = -\frac{1}{m_{AB}} = 1$$

$$\xrightarrow{H(2,1) \in L'} L': y-1=1(x-2) \Rightarrow L': y=x-1$$

$$\begin{cases} y+1=2x \\ y=x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow O(0, -1)$$

گام دوم: برای یافتن مرکز دایره، خطوط  $L$  و  $L'$  را در دستگاه قرار می‌دهیم:

گام سوم: فاصله مرکز دایره تا هر یک از نقاط  $A$  و  $B$ ، برابر شعاع دایره است؛ بنابراین:

$$R = OA = \sqrt{(3-0)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{10} \Rightarrow x^2 + (y+1)^2 = 10 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2y = 9 \Rightarrow a=0, b=2, c=9 \Rightarrow a+b+c=11$$

## تست و پاسخ ۳۲

مثلث  $ABC$  به رئوس  $A(0,0)$ ،  $B(2,4)$  و  $C(4,-2)$  مفروض است. طول وتر  $y$  که خط  $y=2$  از دایره محیطی این مثلث جدا می‌کند، کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

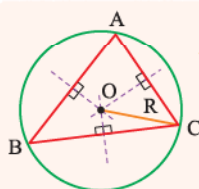
۵ (۲)

۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

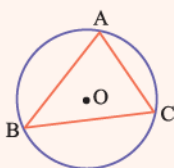
**مشاوره** این سؤال، ترکیبی از مباحث «وضعیت نقطه و دایره» و «وضعیت خط و دایره» است که مشابه آن در کتاب درسی و کنکورهای گذشته هم وجود دارد، به همین دلیل سؤال مهمی است.

**خوبت حل کنی بهتره** در سؤالاتی که با «دایره محیطی مثلث» سر و کار داریم، بهتر است ابتدا نوع مثلث را مشخص کنیم، زیرا اگر مثلث قائم‌الزاویه باشد، وتر آن، قطری از دایره محیطی است و در نتیجه، مرکز دایره وسط وتر خواهد بود؛ پس ابتدا نوع مثلث را مشخص کنید.

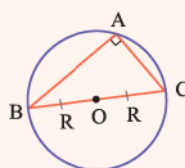


**درس‌نامه ۰۰۱** می‌دانیم عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، هم‌رسانند و محل هم‌رسانی آن‌ها، به فاصله یکسان از رئوس مثلث قرار دارد. حال اگر محل هم‌رسانی عمودمنصف‌ها را نقطه  $O$  و فاصله آن تا یک رأس را  $R$  فرض کنیم، دایره  $C(O, R)$  از سه رأس مثلث می‌گذرد که آن را دایره محیطی مثلث گوئیم.

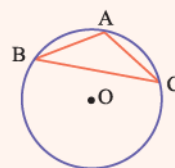
(۲) محل هم‌رسانی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث (مرکز دایره محیطی آن) می‌تواند درون، بیرون یا روی مثلث باشد.



$$(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C} < 90^\circ)$$



$$(\hat{A} = 90^\circ)$$



$$(\hat{A} > 90^\circ)$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

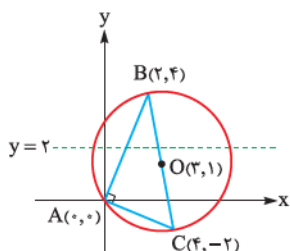


پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: طول اضلاع مثلث را می‌یابیم تا بفهمیم که قائم‌الزاویه است یا خیر:

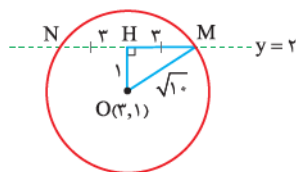
$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{(2-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{20} \\ AC &= \sqrt{(4-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{20} \\ BC &= \sqrt{(4-2)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{40} \end{aligned} \right\} \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

پس این مثلث، قائم‌الزاویه و BC وتر آن است؛ در نتیجه مرکز دایره، وسط BC است و داریم:



$$O = \frac{B+C}{2} = \left( \frac{2+4}{2}, \frac{4-2}{2} \right) = (3, 1)$$

$$R = OB = \sqrt{(2-3)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$$

گام دوم: وتر حاصل از برخورد خط  $y=2$  و دایره را MN نامیده و از O بر آن عمود می‌کشیم. می‌دانیم قطر عمود بر وتر، وتر را نصف می‌کند. حال داریم:

$$OH = |2 - 1| = 1$$

$$\triangle OHM \Rightarrow HM^2 + 1^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow HM^2 = 9 \Rightarrow HM = 3 \Rightarrow MN = 2(3) = 6$$

روش دوم:

گام اول: معادله گسترده (ضمنی) دایره را  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  فرض می‌کنیم. چون نقاط A، B، و C روی این دایره قرار دارند، مختصات آن‌ها در معادله دایره صدق می‌کند و داریم:

$$\left. \begin{aligned} A(0,0) \in \text{دایره} &\Rightarrow 0+0+0+0+c=0 \\ B(2,4) \in \text{دایره} &\Rightarrow 4+16+2a+4b+c=0 \\ C(4,-2) \in \text{دایره} &\Rightarrow 16+4+4a-2b+c=0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 2a+4b=-20 \\ 4a-2b=-20 \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-6 \\ b=-2 \\ c=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{دایره: } x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$$

گام دوم: مقدار  $y=2$  را در معادله دایره قرار می‌دهیم تا محل برخورد خط  $y=2$  و دایره را بیابیم:

$$x^2 + 4 - 6x - 4 = 0 \Rightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 6$$

$$N = (0, 2), M = (6, 2) \Rightarrow MN = |6 - 0| = 6$$

توجه برخلاف روش اول، از این روش می‌توان برای یافتن معادله دایره محیطی هر مثلثی که مختصات رأس‌های آن را داریم، استفاده کرد.

## تست و پاسخ ۳۳

نقاط برخورد دایره  $C: (x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$  با دایره  $C'$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم دستگاه مختصات و یکی از قطرهای دایره  $C'$  روی خط  $0 = 12 - 2y + x$  قرار دارد. شعاع دایره  $C'$  کدام است؟

$$3\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{5} \quad (3)$$

$$3\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{6} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۳

مشاوره روش یافتن وتر مشترک دو دایره متقاطع، در کتاب درسی مطرح نشده است، اما چون چند بار در کنکور مطرح شده، لازم است آن را بلد باشیم.

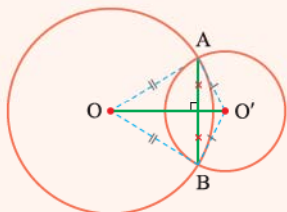




**خودت حل کنی بهتره** وضعیت خط‌المركزین دو دایره و وترمشترک آن‌ها را بررسی کنید، یا معادله وترمشترک آن‌ها را بیابید.

**درس‌نامه** ۱) وتری از دو دایره متقاطع که نقاط برخورد آن‌ها را به هم وصل می‌کند، «وترمشترک» دو دایره گوئیم.

۲) خط‌المركزین دو دایره متقاطع، عمودمنصف وترمشترک آن‌هاست.



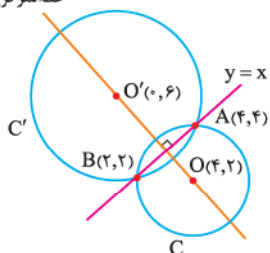
۳) برای یافتن معادله وترمشترک دو دایره متقاطع، کافی است معادله‌های آن‌ها را از هم کم کنیم یا مساوی هم قرار دهیم.

۴) دو خط  $L: ax + by + c = 0$  و  $L': a'x + b'y + c' = 0$  بر هم منطبق‌اند، هرگاه  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ .

**پاسخ تشریحی** روش اول:

گام اول: وترمشترک دو دایره را  $AB$  فرض می‌کنیم. مرکز دایره  $C$  نقطه  $O(4, 2)$  است. مرکز دایره  $C'$  را  $O'$  می‌نامیم.

چون  $AB$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم است، شیب آن ۱ است و چون خط‌المركزین بر  $AB$  عمود است، شیب آن  $-1$  است. حال معادله خط‌المركزین را با داشتن شیب و یک نقطه، می‌نویسیم:



$$\text{خط‌المركزین: } y - 2 = -1(x - 4)$$

$$\Rightarrow \text{خط‌المركزین: } x + y = 6$$

گام دوم: چون خط  $x + 2y - 12 = 0$  شامل قطری از دایره است، شامل  $O'$  هم می‌باشد؛ پس  $O'$  محل برخورد این خط با خط‌المركزین است که آن را می‌یابیم:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x + 2y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow O' = (0, 6)$$

گام سوم: محل برخورد وترمشترک و دایره  $C$  را می‌یابیم:

$$\begin{cases} y = x \\ (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow (x - 4)^2 + (x - 2)^2 = 4 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 4 \xrightarrow{y=x} A = (4, 4), B = (2, 2)$$

گام چهارم: فاصله  $O'$  تا  $A$  را می‌یابیم تا شعاع دایره  $C'$  معلوم شود:

$$R' = |O'A| = \sqrt{(4-0)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

روش دوم:

گام اول: معادله گسترده دایره  $C$  به صورت  $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$  است.

معادله گسترده دایره  $C'$  را  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  فرض می‌کنیم. حال معادله دو دایره را از هم کم می‌کنیم تا معادله وترمشترک آن‌ها به دست آید:

$$(x^2 + y^2 + ax + by + c) - (x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16) = 0 \Rightarrow (a + 8)x + (b + 4)y + (c - 16) = 0$$

گام دوم: چون وترمشترک بر نیمساز ربع اول و سوم (خط  $x - y = 0$ ) منطبق است، نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{a+8}{1} = \frac{b+4}{-1}, c-16=0 \Rightarrow (b=-a-12), (c=16) \Rightarrow C': x^2 + y^2 + ax + (-a-12)y + 16 = 0 \Rightarrow O'(-\frac{a}{2}, \frac{a+12}{2})$$

گام سوم: چون خط  $x + 2y - 12 = 0$  شامل قطری از دایره است،  $O'$  روی این خط قرار دارد و در نتیجه:

$$-\frac{a}{2} + 2(\frac{a+12}{2}) - 12 = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow C': x^2 + y^2 - 12y + 16 = 0 \Rightarrow R' = \sqrt{0+36-16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۳۴

مربع ABCD به ضلع ۸ واحد، در دایره‌ای محاط شده است. چند نقطه روی محیط دایره و به فاصله  $\sqrt{2}$  واحد از AB وجود دارد؟  
 (۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

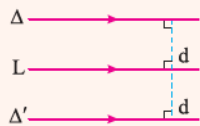
### پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** یک سوال ترکیبی از مکان هندسی (هندسه ۳) و دایره (هندسه ۲).

**خودت حل کنی بهتره** نقطه مورد نظر باید دو ویژگی داشته باشد:

(۱) روی دایره باشد.

(۲) از AB به فاصله  $\sqrt{2}$  واحد باشد. (به مکان هندسی نقطه‌ای فکر کنید که از یک خط ثابت، به فاصله‌ای ثابت است.)



**درس نامه** ●● (۱) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط L به فاصله ثابت d قرار دارند ( $d > 0$ )، دو

خط به موازات L و در طرفین آن است ( $\Delta, \Delta'$ ).

(۲) در هر دایره، قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند.

(۳) طول قطر مربع،  $\sqrt{2}$  برابر ضلع آن است.

آزمون هفتم حضوری

دوازدهم ریاضی

**پاسخ تشریحی** گام اول: مکان هندسی نقاطی که از AB به فاصله  $\sqrt{2}$  واحدند، دو خط  $\Delta$  و  $\Delta'$  به موازات آن و به فاصله  $\sqrt{2}$  واحد از آن

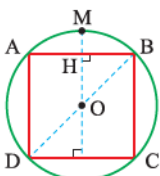
می‌باشند؛ پس نقطه (یا نقاط) مورد نظر، محل برخورد این خطوط با دایره‌اند.

گام دوم: شعاع دایره و فاصله مرکز دایره تا AB را می‌یابیم. با توجه به این که قطر مربع، قطر دایره هم

می‌باشد (چرا؟)، داریم:

$$OB = OM = 4\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{4}BD = \frac{1}{4}(8\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$

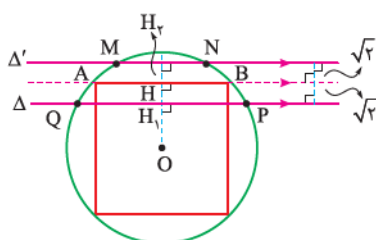
$$OH = \frac{1}{4}(\text{ضلع مربع}) = 4$$



گام سوم: خطوط  $\Delta$  و  $\Delta'$  را به موازات AB و به فاصله  $\sqrt{2}$  واحد از آن، رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:

$$OH_1 = OH - \sqrt{2} = 4 - \sqrt{2}$$

$$OH_2 = OH + \sqrt{2} = 4 + \sqrt{2}$$



چون شعاع دایره  $4\sqrt{2}$  واحد است و  $OH_1$  و  $OH_2$  از  $4\sqrt{2}$  کوچک‌ترند، هر دو خط  $\Delta$  و  $\Delta'$  با دایره متقاطع‌اند؛ در نتیجه چهار نقطه روی

دایره و به فاصله  $\sqrt{2}$  واحد از AB وجود دارند (نقاط M، N، P، Q).

## تست و پاسخ ۳۵

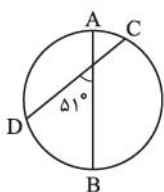
مطابق شکل، اندازه کمان BD چهار برابر اندازه کمان AC است. تفاضل اندازه این دو کمان، چند درجه است؟

۶۱/۲ (۲)

۶۱/۱ (۱)

۶۱/۴ (۴)

۶۱/۳ (۳)



### پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** یک سوال نسبتاً آسان که مشابه آن در کتاب درسی و کنکورهای گذشته هم مطرح شده است.

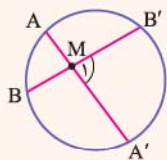




# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**خودت حل کنی بهتره** اندازه کمان‌های AC و BD را بر حسب یک مجهول نوشته و از فرمول زاویه بین دو وتر استفاده کنید.

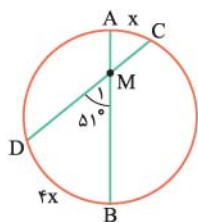


**درس نامه** ●● اندازه زاویه‌ای که از برخورد دو وتر، درون دایره ایجاد می‌شود، برابر است با نصف مجموع اندازه کمان‌هایی که به اضلاع آن زاویه محدود می‌شوند.

$$\widehat{M}_1 = \frac{1}{2}(\widehat{AB} + \widehat{A'B'})$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: چون  $\widehat{BD} = 4\widehat{AC}$ ، فرض می‌کنیم  $\widehat{AC} = x$  و  $\widehat{BD} = 4x$ .

گام دوم: طبق فرمول زاویه بین دو وتر، داریم:



$$\widehat{M}_1 = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{BD}) \Rightarrow 51^\circ = \frac{1}{2}(x + 4x) \Rightarrow 51^\circ = \frac{5}{2}x \Rightarrow x = \frac{102^\circ}{5} (*)$$

$$\widehat{BD} - \widehat{AC} = 4x - x = 3x \stackrel{(*)}{=} 3\left(\frac{102^\circ}{5}\right) = \frac{306^\circ}{5} = 61\frac{2}{5}^\circ$$

گام سوم: تفاضل اندازه دو کمان را می‌یابیم:

## تست و پاسخ ۳۶

مثلث متساوی الساقینی به اضلاع ۷، ۱۲، ۱۲ واحد، مفروض است. طول وتری از دایره محیطی این مثلث که از وسط‌های دو ساق آن می‌گذرد، کدام است؟

۱۲/۵ (۴)

۱۱ (۳)

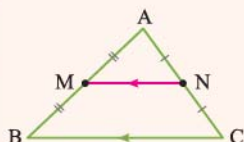
۹/۵ (۲)

۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** یک سؤال ترکیبی از هندسه ۱ (قضیه تالس) و هندسه ۲ (دایره)

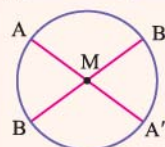
**خودت حل کنی بهتره** ابتدا به پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل می‌کند و سپس به روابط طولی در دایره فکر کنید.



**درس نامه** ●● ۱) پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل می‌کند، موازی و نصف ضلع سوم است

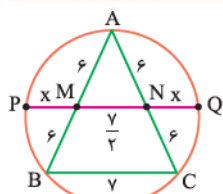
$$(MN \parallel BC), (MN = \frac{1}{2}BC)$$

که آن را «میان خط» مثلث گوئیم.



۲) اگر دو وتر از دایره‌ای، در نقطه‌ای درون دایره یکدیگر را قطع کنند، حاصل ضرب دو قطعه آن‌ها با هم برابر است.

$$MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$$



**پاسخ تشریحی** گام اول: مطابق شکل، MN میان خط مثلث ABC است؛ پس  $MN = \frac{1}{2}BC = \frac{y}{2}$ .

گام دوم: پاره‌خط‌های PM و NQ هم‌اندازه‌اند (چرا؟)، پس طول آن‌ها را X فرض می‌کنیم. وترهای PQ و AB در نقطه M متقاطع‌اند، در نتیجه طبق روابط طولی در دایره، داریم:

$$MP \cdot MQ = MA \cdot MB \Rightarrow x\left(\frac{y}{2} + x\right) = (6)(6) \Rightarrow x\left(\frac{y+2x}{2}\right) = 36 \Rightarrow 2x^2 + yx - 72 = 0 \Rightarrow (2x-9)(x+8) = 0 \xrightarrow{x>0} x = \frac{9}{2} (*)$$

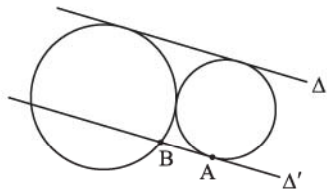
$$PQ = 2x + \frac{y}{2} \stackrel{(*)}{=} 2\left(\frac{9}{2}\right) + \frac{y}{2} = 9 + \frac{y}{2} = 9 + \frac{3}{5} = 12\frac{3}{5}$$

# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۳۷

مطابق شکل، دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۹ برهم مماس‌اند، خط  $\Delta$  بر دو دایره و خط  $\Delta'$  که با  $\Delta$  موازی است در  $A$  بر دایره کوچک‌تر مماس است. طول  $AB$  کدام است؟



۳√۶ (۲)

۲√۶ (۱)

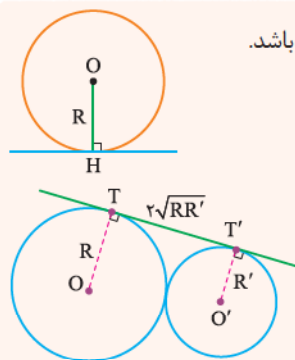
۳√۵ (۴)

۲√۵ (۳)

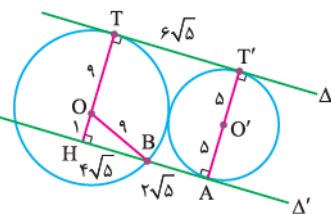
### پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** شرط مماس بودن خط بر دایره، طول مماس مشترک دو دایره و نحوه یافتن طول وتر از دایره با معلومات شعاع و فاصله مرکز از وتر را بررسی کنید.

**درس‌نامه** ۱) یک خط بر یک دایره مماس است، هرگاه فاصله آن از مرکز دایره، برابر با شعاع دایره باشد.



۲) طول مماس مشترک دو دایره مماس خارج به شعاع‌های  $R$  و  $R'$  برابر است با  $2\sqrt{RR'}$ .



**پاسخ تشریحی** گام اول: از مرکزهای دایره‌ها بر  $\Delta$  و  $\Delta'$  عمود می‌کنیم. چون  $\Delta \parallel \Delta'$ ، چهارضلعی  $TT'AH$  مستطیل است؛ پس:

$$TH = T'A = 10 \Rightarrow \frac{TO}{9} + OH = 10 \Rightarrow OH = 1$$

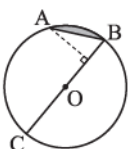
$$\Delta_{OHB}: \text{فیتاغورس} \Rightarrow HB^2 + 1^2 = 9^2 \Rightarrow HB^2 = 80 \Rightarrow HB = 4\sqrt{5} \quad (*)$$

گام دوم:  $TT'$  مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج است؛ بنابراین:

$$TT' = 2\sqrt{9 \times 5} = 6\sqrt{5} \xrightarrow{\text{مستطیل است } TT'AH} HA = TT' = 6\sqrt{5} \Rightarrow HB + BA = 6\sqrt{5} \xrightarrow{(*)} 4\sqrt{5} + BA = 6\sqrt{5} \Rightarrow BA = 2\sqrt{5}$$

## تست و پاسخ ۳۸

مطابق شکل، وتر  $AB$  و قطر  $BC$  در دایره رسم شده‌اند و مساحت ناحیه رنگی برابر  $kR^2$  است. اگر فاصله  $A$  تا  $BC$ ، نصف شعاع دایره باشد، مقدار  $k$  به کدام عدد نزدیک‌تر است؟



۰/۰۲ (۲)

۰/۰۱ (۱)

۰/۰۴ (۴)

۰/۰۳ (۳)

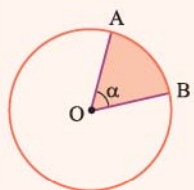
### پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** این سؤال ترکیبی از مبحث «ویژگی‌های مثلث قائم‌الزاویه»، هندسه ۱، «مساحت قطعه دایره»، و «زاویه محاطی» هندسه ۲ است.

**خودت حل کنی بهتره** از  $A$  به  $O$  وصل کنید.

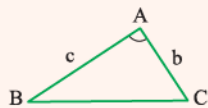


## درس نامه



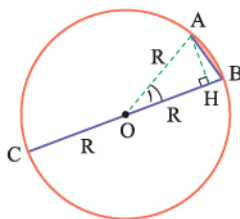
$$S = \frac{\alpha}{360^\circ} (\pi R^2)$$

۱) مساحت قطاع  $\alpha$  درجه دایره  $C(O, R)$  از رابطه زیر به دست می‌آید.



$$S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

۲) مساحت مثلث ABC با معلومات AB، AC و زاویه A، از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\sin \hat{O}_1 = \frac{AH}{OA} \xrightarrow{\frac{AH = \frac{1}{2}R}{OA=R}} \sin \hat{O}_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{O}_1 = 30^\circ$$

پاسخ تشریحی گام اول: A را به O وصل می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه OAH، داریم:

$$\hat{O}_1 = \widehat{AB} = 30^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 \text{ مرکزی است.}$$

پس:

گام دوم: مساحت ناحیه رنگی را به دست آورده و برابر  $kR^2$  قرار می‌دهیم:

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{قطاع OAB}} - S_{\Delta OAB} = \left(\frac{30^\circ}{360^\circ}\right)(\pi R^2) - \frac{1}{2}(R)(R)(\sin 30^\circ)$$

$$= \frac{\pi R^2}{12} - \frac{R^2}{4} = \frac{\pi R^2 - 3R^2}{12} = \left(\frac{\pi - 3}{12}\right)R^2 \xrightarrow{S_{\text{رنگی}} = kR^2} k = \frac{\pi - 3}{12} \xrightarrow{\pi \approx 3.14} k = \frac{0.14}{12} = 0.011\bar{6}$$

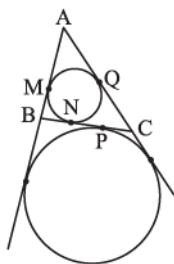
پس مقدار k به 0.01 نزدیک‌تر است.

دوازدهم ریاضی

آزمون هفتم حضوری

## تست و پاسخ ۳۹

در شکل زیر، دایره‌ها بر اضلاع مثلث ABC مماس‌اند. اگر  $BP = 2PC$ ، آن‌گاه نسبت  $\frac{NP}{BM}$  کدام است؟



۱) ۱

۲) 1/25

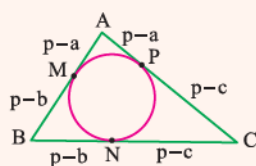
۳) 1/5

۴) 2

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** یک سؤال بسیار مهم و اساسی از مبحث «دایره‌های محاطی مثلث» که مشابه آن در کتاب درسی و کنکورهای گذشته هم وجود دارد.

**خودت حل کنی بهتره** طول قطعاتی که دایره‌های محاطی مثلث روی اضلاع آن می‌سازند را بررسی کنید.

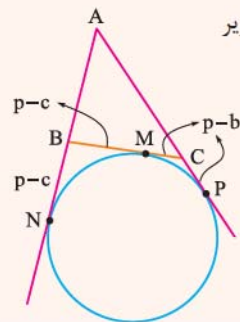


**درس نامه** ۱) طول قطعاتی که دایره محاطی داخلی مثلث ABC روی اضلاع آن می‌سازد، از روابط زیر به دست می‌آیند که در آن‌ها p نصف محیط مثلث است:

$$AM = AP = p - a \quad BM = BN = p - b \quad CN = CP = p - c$$

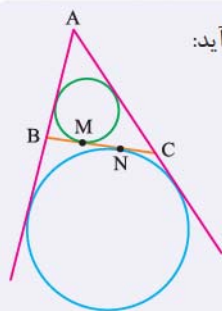


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



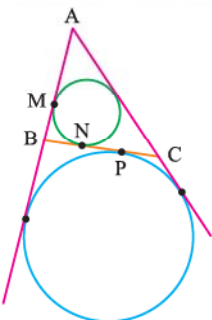
۲ طول قطعاتی که دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع BC از مثلث ABC، روی این ضلع می‌سازد، از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$AP = AN = p - c \quad BM = BN = p - c \quad CM = CP = p - b$$



نتیجه در مثلث ABC فاصلهٔ نقاط تماس دایره‌های محاطی با ضلع BC از یکدیگر، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$MN = |b - c|$$



گام اول: فرض کنیم  $b > c$ . طبق مطالب درس‌نامه،  $NP = b - c$ ،  $PC = p - b$  و  $BP = p - c$  و  $BM = p - b$  و طبق فرض داریم:

$$BP = 2PC \Rightarrow p - c = 2(p - b) \Rightarrow p - c = 2p - 2b \Rightarrow p = 2b - c \quad (*)$$

$$\frac{NP}{BM} = \frac{b - c}{p - b} \stackrel{(*)}{=} \frac{b - c}{(2b - c) - b} = \frac{b - c}{b - c} = 1$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ (\*)، حاصل  $\frac{NP}{BM}$  را می‌یابیم:

## تست و پاسخ ۴۰

دوزنقه به قاعده‌های ۴ و ۶ واحد، هم محاطی و هم محیطی است. مجموع طول قطرهای این دوزنقه کدام است؟

- ۱۴ (۱)      ۱۶ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۰ (۴)

## پاسخ: گزینهٔ ۱

**مشاوره** یک سؤال مهم از مبحث چندضلعی‌های محاطی و محیطی، که مشابه آن در کتاب درسی و کنکورهای گذشته هم وجود دارد.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا شرط محاطی بودن یک چهارضلعی و ویژگی‌های دوزنقه را در نظر بگیرد تا نوع دوزنقه مشخص شود. سپس شرط محیطی بودن چهارضلعی را بررسی کنید.

**درس‌نامه** در دوزنقه، زاویه‌های مجاور به هر ساق، مکمل‌اند.

(۲) یک چهارضلعی، محاطی است اگر و تنها اگر زاویه‌های روبه‌روی آن، مکمل باشند.

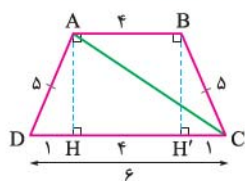
نتیجه: یک دوزنقه، محاطی است اگر و تنها اگر متساوی‌الساقین باشد.

(۳) یک چهارضلعی، محیطی است اگر و تنها اگر مجموع اضلاع مقابل آن، یکسان باشد.





پاسخ تشریحی گام اول: چون دوزنقه، محاطی است، متساوی الساقین است؛ پس  $AD = BC$  و چون دوزنقه، محیطی است، داریم:



$$AD + \frac{BC}{AD} = AB + DC \Rightarrow 2AD = 10 \Rightarrow AD = 5$$

گام دوم: ارتفاع‌های دوزنقه را رسم می‌کنیم. چون دوزنقه متساوی الساقین است، مثلث‌های  $AHD$  و  $BH'C$  هم‌نهشت‌اند، بنابراین:

$$DH = H'C = \frac{6-4}{2} = 1$$

$$\triangle AHD: \text{ فیثاغورس} \Rightarrow AH^2 + 1^2 = 5^2 \Rightarrow AH = \sqrt{24}$$

$$\triangle AHC: \text{ فیثاغورس} \Rightarrow AC^2 = AH^2 + HC^2 = 24 + 25 = 49 \Rightarrow AC = 7$$

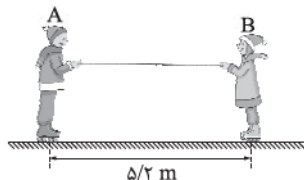
چون این دوزنقه، متساوی الساقین است، قطرهای آن برابرند؛ پس  $BD = AC = 7$  و  $AC + BD = 14$ .



فیزیک (۳): صفحه‌های ۲۹ تا ۶۰

## تست و پاسخ ۴۱

در شکل زیر، دو شخص A و B به جرم‌های  $m_A = 75 \text{ kg}$  و  $m_B = 50 \text{ kg}$  که با کش‌های چرخ‌دار روی یک سطح افقی بدون اصطکاک ساکن هستند، توسط طنابی با نیروی ثابت، یکدیگر را به سمت خود می‌کشند. اگر در ابتدا فاصله دو شخص  $5/2 \text{ m}$  باشد، تا لحظه رسیدن آن‌ها به هم، اندازه جابه‌جایی شخص A چند متر است؟



۳/۱۲ (۲)

۲/۰۸ (۱)

۳/۶ (۴)

۱/۶ (۳)

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** این تست، مشابه کنکور تجربی خارج سال ۹۸ است که به صورت ترکیبی، بین حرکت‌شناسی و دینامیک مطرح شده است.

**خودت حل کنی بهتره** با استفاده از قانون دوم نیوتون، نسبت شتاب‌های دو شخص را به دست آورید، سپس با محاسبه نسبت جابه‌جایی آن‌ها، جابه‌جایی شخص A را تعیین کنید.

**درس نامه** ●● قانون دوم نیوتون: هرگاه نیروهای وارد بر جسمی متوازن نباشند، یعنی بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو، شتاب می‌گیرد. این شتاب، با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است، اما با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} \rightarrow \text{نیروی خالص (N)} \leftarrow \text{شتاب (m/s}^2\text{)}$$

قانون سوم نیوتون: هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول نیرویی هم‌اندازه، هم‌راستا ولی در خلاف جهت وارد می‌کند.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \quad F_{12} = F_{21}$$

$$\vec{F}_{12} = \text{نیروی که جسم اول به دوم وارد می‌کند. (کنش یا عمل)}$$

$$\vec{F}_{21} = \text{نیروی که جسم دوم به اول وارد می‌کند. (واکنش یا عکس‌العمل)}$$

معادله جابه‌جایی - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \rightarrow \text{زمان (s)} \leftarrow \text{جابه‌جایی (m)}$$

سرعت اولیه (m/s) شتاب (m/s<sup>2</sup>)

**پاسخ تشریحی** گام اول: طبق قانون سوم نیوتون، نیروهایی که این دو شخص بر هم وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در جهت مخالف یکدیگرند، از این‌جا نسبت شتاب‌های آن دو را پیدا می‌کنیم: (سوی مثبت محور افقی به طرف راست است).

$$F_{BA} = F_{AB} \Rightarrow m_A a_A = m_B |a_B| \rightarrow 75 a_A = 50 |a_B| \Rightarrow \frac{a_A}{|a_B|} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3}$$

گام دوم: با توجه به این‌که شتاب‌های دو شخص ثابت هستند، با استفاده از معادله جابه‌جایی - زمان، نسبت اندازه جابه‌جایی آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0} \Delta x = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\frac{\Delta x_A}{|\Delta x_B|} = \frac{\frac{1}{2} a_A t^2}{\frac{1}{2} |a_B| t^2} \xrightarrow{\frac{a_A}{|a_B|} = \frac{2}{3}} \frac{\Delta x_A}{|\Delta x_B|} = \frac{2}{3}$$

گام سوم: جابه‌جایی شخص A را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_A + |\Delta x_B| &= 5/2 \\ |\Delta x_B| &= \frac{2}{3} \Delta x_A \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_A + \frac{2}{3} \Delta x_A = 5/2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} \Delta x_A = 5/2 \Rightarrow \Delta x_A = 2/0.8 \text{ m}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

## تست و پاسخ ۴۲

جسم ساکنی به جرم  $m$ ، تحت تأثیر نیروی خالص  $\vec{F}_1$ ، با شتاب  $\vec{a}$  و جسم ساکن دیگری به جرم  $2m$  تحت تأثیر نیروی خالص  $\vec{F}_2$  با شتاب  $-2\vec{a}$  شروع به حرکت می‌کنند. اگر به جسم ساکنی به جرم  $3m$ ، نیروی خالص  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  وارد شود، شتاب آن برابر کدام خواهد بود؟

$$\vec{a} \quad (1) \quad -\vec{a} \quad (2) \quad \frac{5}{3}\vec{a} \quad (3) \quad -\frac{5}{3}\vec{a} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** قانون دوم نیوتون را جداگانه برای جسم‌های ۱ و ۲ بنویسید، سپس همین قانون را با نیروی خالص  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  در مورد جسم سوم به کار ببرید تا شتاب آن به دست آید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: قانون دوم نیوتون را برای هر یک از جسم‌های ۱ و ۲ به شکل برداری می‌نویسیم و نیروی خالص (برایند) آن‌ها را

به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_1 &= m\vec{a} \\ \vec{F}_2 &= 2m(-2\vec{a}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a} - 4m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_3 = -3m\vec{a}$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم سوم می‌نویسیم و شتاب آن را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_3 &= m_3\vec{a}_3 \\ \vec{F}_3 &= -3m\vec{a} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{m_3=3m} 3m\vec{a}_3 = -3m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}_3 = -\vec{a}$$

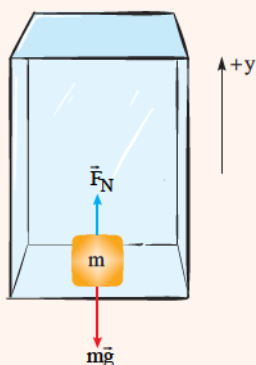
## تست و پاسخ ۴۳

جسمی درون یک آسانسور، روی یک ترازو قرار دارد. اگر مقداری که ترازو نشان می‌دهد، کمتر از وزن جسم باشد، کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟

- (الف) جهت حرکت آسانسور به سمت بالاست. (ب) جهت حرکت آسانسور به سمت پایین است.  
 (پ) جهت شتاب آسانسور به سمت بالاست. (ت) جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.  
 (۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) پ (۴) ت

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** کافی است قانون دوم نیوتون را برای این جسم بنویسید و علامت شتاب حرکت را تعیین کنید.



**درس نامه** ●● اگر جسمی درون آسانسور روی یک ترازو قرار گیرد، نیرویی که از طرف ترازو رو به بالا بر جسم وارد می‌شود، همان نیروی عمودی تکیه‌گاه ( $\vec{F}_N$ ) است. نیروی وزن نیز رو به پایین بر جسم اثر می‌کند. اگر جهت مثبت محور  $y$  را رو به بالا در نظر بگیریم، قانون دوم نیوتون برای این جسم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow$$

شتاب گرانش ( $m/s^2$ )

$$F_N = m(g + a)$$

نیروی عمودی تکیه‌گاه (N) ← شتاب آسانسور ( $m/s^2$ ) جرم (kg)

**پاسخ تشریحی** با توجه به متن سؤال،  $F_N < mg$  است؛ بنابراین با استفاده از درس‌نامه می‌توان گفت  $a < 0$  است، یعنی جهت شتاب آسانسور رو به پایین است. باید توجه داشت که جهت حرکت آسانسور، به تنهایی تعیین‌کننده جهت شتاب آن نیست و به نوع حرکت (کندشونده یا تندشونده بودن) بستگی دارد؛ پس «الف» و «ب» در همان ابتدا رد می‌شوند.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



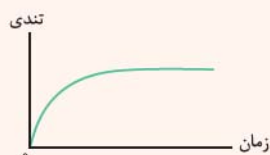
## تست و پاسخ ۴۴

جسمی در هوا از یک بلندی رها می‌شود. از لحظه رها شدن جسم تا لحظه‌ای که جسم به تندی حدی خود می‌رسد، اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم و اندازه شتاب آن به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟

- (۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد. (۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.  
(۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد. (۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

## پاسخ: گزینه ۳

**درس نامه** •• وقتی جسمی درون یک شاره قرار دارد و نسبت به آن حرکت می‌کند، از طرف شاره نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که آن را با  $\vec{f}_D$  نشان می‌دهند و نیروی مقاومت شاره می‌نامند. هر چه تندی جسم در شاره بیشتر باشد، نیروی مقاومت شاره بیشتر خواهد بود.

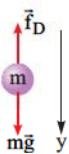


تندی حدی: وقتی جسمی درون شاره‌ای سقوط می‌کند، در صورتی که نیروهای وارد بر آن متوازن شوند، با تندی ثابتی به نام تندی حدی به طرف پایین حرکت می‌کند. نمودار تندی یک جسم بر حسب زمان که در هوا سقوط می‌کند تا به تندی حدی خود برسد، به صورت مقابل است:

**پاسخ تشریحی گام اول:** از لحظه رها شدن جسم تا لحظه‌ای که به تندی حدی خود می‌رسد، تندی جسم بیشتر می‌شود و نیروی مقاومت

وارد بر جسم افزایش می‌یابد. (رد ۲) و (۴)

گام دوم: با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$mg - f_D = ma$$

با افزایش نیروی  $\vec{f}_D$  و ثابت بودن نیروی وزن، شتاب حرکت به تدریج کاهش می‌یابد و در نهایت به صفر می‌رسد. (رد ۱)  
کاهش شیب خط مماس بر نمودار تندی - زمان نیز این موضوع را تأیید می‌کند.

## تست و پاسخ ۴۵

دو گوی هم‌اندازه  $A$  و  $B$  به جرم‌های  $m_A = m$  و  $m_B = 2m$  هم‌زمان، از ارتفاع معینی نسبت به سطح زمین رها می‌شوند. اگر اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر دو گوی ثابت و برابر  $f_D = 0.2mg$  باشد، مدت‌زمان رسیدن گلوله  $B$  به زمین چند برابر مدت‌زمان رسیدن گلوله  $A$  به زمین است؟

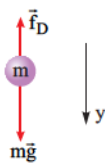
$$\frac{4}{3} \quad (۴) \quad \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (۳) \quad \frac{8}{9} \quad (۲) \quad \frac{4}{9} \quad (۱)$$

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** این تست، مشابه یکی از مثال‌های فصل ۲ کتاب درسی فیزیک (۳) است. مثال‌ها و تمرین‌های کتاب را به دقت مطالعه کنید.

**خودت حل کنی بهتره** قانون دوم نیوتون را برای هریک از دو جسم به طور جداگانه بنویسید و شتاب آن‌ها را به دست آورید، سپس با استفاده از معادله جابه‌جایی - زمان، مدت‌زمان رسیدن گلوله‌ها به زمین را با هم مقایسه کنید.

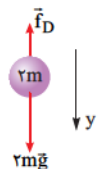
**پاسخ تشریحی گام اول:** قانون دوم نیوتون را برای هر یک از دو جسم  $A$  و  $B$  می‌نویسیم:



$$(F_{net})_A = ma_A \Rightarrow mg - f_D = ma_A$$

$$\xrightarrow{f_D = 0.2mg} mg - 0.2mg = ma_A$$

$$\Rightarrow 0.8mg = ma_A \Rightarrow a_A = 0.8g$$



$$(F_{net})_B = 2ma_B \Rightarrow 2mg - f_D = 2ma_B \xrightarrow{f_D = 0.2mg} 2mg - 0.2mg = 2ma_B$$

$$\Rightarrow 1.8mg = 2ma_B \Rightarrow a_B = 0.9g$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: جابه‌جایی هر دو گلوله، یکسان است؛ پس با استفاده از معادله جابه‌جایی - زمان می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_A &= \Delta x_B \\ \Delta x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \end{aligned} \right\} \xrightarrow{v_0=0} \frac{1}{2}a_A t_A^2 = \frac{1}{2}a_B t_B^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{t_B}{t_A}\right)^2 = \frac{a_A}{a_B} \xrightarrow{\frac{a_A=0.8g}{a_B=0.9g}} \left(\frac{t_B}{t_A}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{t_B}{t_A} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

## تست و پاسخ ۴۶

از انتهای فنری به طول ۴۰ cm که به سقف آسانسوری ساکن، متصل است وزنه‌ای آویزان می‌کنیم و طول فنر به ۵۰ cm می‌رسد. اگر آسانسور با شتاب ثابتی به بزرگی  $4 \text{ m/s}^2$  رو به بالا شروع به حرکت کند، طول فنر به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

۶۴ (۴)

۵۴ (۳)

۴۶ (۲)

۳۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** این سؤال، شبیه تست کنکور سراسری تجربی سال ۱۴۰۰ است.

**خوبت حل کنی بهتره** قانون دوم نیوتون را برای وزنه آویخته به فنر درون آسانسور بنویسید و با توجه به رابطه نیروی کشسانی فنر، تغییر طول فنر و هم‌چنین طول جدید فنر را حساب کنید.

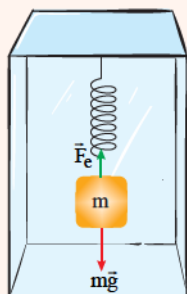
## درس نامه

(۱) رابطه نیروی کشسانی فنر:

ضریب ثابت فنر (N/m)

$$F_e = kx \leftarrow \text{اندازه نیروی کشسانی فنر (N)}$$

تغییر طول فنر (m)



(۲) اگر یک سر فنر قائمی به سقف آسانسور متصل شده و به سر دیگر آن وزنه‌ای به جرم  $m$  بیاویزیم و آسانسور با شتاب ثابت  $a$  در راستای قائم حرکت کند، با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = m(g + a) \xrightarrow{F_e = kx} kx = m(g + a)$$

$$kx_1 = mg$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: در حالت اول که آسانسور ساکن است،  $a = 0$  بوده و داریم:

$$kx_2 = m(g + a)$$

در حالت دوم که آسانسور رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، داریم:

$$\frac{kx_1}{kx_2} = \frac{mg}{m(g+a)} \xrightarrow{\substack{x_1=50-40=10\text{cm} \\ g=10\text{m/s}^2, a=4\text{m/s}^2}} \frac{10}{x_2} = \frac{10}{14}$$

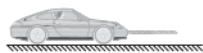
گام دوم: روابط به دست آمده در گام اول را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\Rightarrow x_2 = 14 \text{ cm}$$

$$x_2 = l_2 - l_0 \xrightarrow{\substack{l_0=40\text{cm} \\ x_2=14\text{cm}}} 14 = l_2 - 40 \Rightarrow l_2 = 54 \text{ cm}$$

## تست و پاسخ ۴۷

در شکل زیر، کامیونی توسط یک طناب، خودرویی به جرم  $800 \text{ kg}$  را روی سطح افقی به سمت راست می‌کشد. اگر بزرگی نیروی اصطکاک و مقاومت هوا در مقابل حرکت خودرو به ترتیب  $820 \text{ N}$  و  $180 \text{ N}$  باشد و تندی خودرو پس از  $25 \text{ m}$  جابه‌جایی از  $18 \text{ km/h}$  به  $9 \text{ km/h}$  برسد، اندازه نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



۲۸۸۸ (۴)

۱۳۰۰ (۳)

۹۰۰ (۲)

۷۰۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**مشاوره** حلقه‌رابط بین دو مبحث حرکت شناسی و دینامیک، کمیت شتاب است؛ پس در چنین تست‌هایی که مشابه یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل ۲ در کتاب فیزیک (۳) است، ابتدا شتاب حرکت را به دست آورید.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا با رابطه سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان)، شتاب حرکت را حساب کنید، سپس با نوشتن قانون دوم نیوتون، نیروی کشش طناب را به دست آورید.

**درس نامه** ●●● رابطه مستقل از زمان (رابطه سرعت - جابه‌جایی) در حرکت با شتاب ثابت

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \rightarrow (m) \text{ جابه‌جایی}$$

شتاب  $(m/s^2)$

سرعت اولیه  $(m/s)$

سرعت نهایی  $(m/s)$

**پاسخ تشریحی** گام اول: با استفاده از رابطه مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

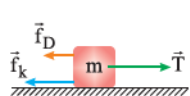
$$v_0 = 18 \text{ km/h} = \frac{18}{3.6} = 5 \text{ m/s}$$

$$v = 9 \text{ km/h} = \frac{9}{3.6} = 2.5 \text{ m/s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \xrightarrow{\Delta x = 25 \text{ m}} (2.5)^2 - (5)^2 = 2a \times 25 \Rightarrow \xrightarrow{+2/5} 2/5 - 10 = 2a \times 10 \Rightarrow a = \frac{-7/5}{20} \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow a = -\frac{3}{8} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای خودرو می‌نویسیم:

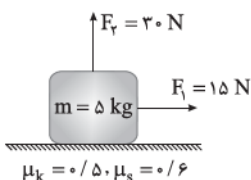


$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - f_k - f_D = ma \xrightarrow{f_k = 820 \text{ N}, f_D = 180 \text{ N}, m = 800 \text{ kg}, a = -\frac{3}{8} \text{ m/s}^2}$$

$$T - 820 - 180 = 800 \times \left(-\frac{3}{8}\right) \Rightarrow T - 1000 = -300 \Rightarrow T = 700 \text{ N}$$

## تست و پاسخ ۴۸

در شکل مقابل، جسم تحت اثر نیروی افقی  $\vec{F}_1$  و نیروی قائم  $\vec{F}_2$ ، روی سطح افقی و در مبدأ زمان، شروع به حرکت می‌کند. اگر در لحظه  $t = 4 \text{ s}$  نیروی  $\vec{F}_2$  حذف شود، از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جسم متوقف می‌شود، مسافت طی شده توسط آن چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



۵ / ۷۶ (۴)

۱۱ / ۵۲ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** نیروی اصطکاک و شتاب حرکت را در هر دو حالت حرکت تندشونده و کندشونده به دست آورید، سپس با استفاده از معادلات حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی هر مرحله را به دست آورید و با هم جمع کنید.

## درس نامه

(۱) نیروی اصطکاک، وقتی می‌خواهیم جسمی را روی سطحی به حرکت درآوریم، چه جسم حرکت کند و چه ساکن بماند، با مقاومتی روبه‌رو می‌شویم که به آن نیروی اصطکاک می‌گوییم.

(۲) رابطه نیروی اصطکاک در آستانه حرکت:

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s \times F_N$$

ضریب اصطکاک ایستایی

اندازه نیروی اصطکاک در آستانه حرکت (N)

اندازه نیروی عمودی سطح (N)



۳) رابطه نیروی اصطکاک لغزشی (جنبشی):

ضریب اصطکاک لغزشی (جنبشی)

$$f_k = \mu_k \times F_N$$

اندازه نیروی عمودی سطح (N) ← اندازه نیروی اصطکاک لغزشی (جنبشی) (N)

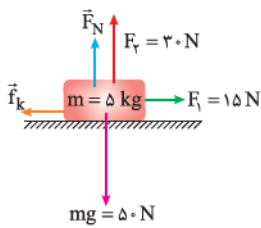
۴) معادله سرعت در حرکت با شتاب ثابت:

$$v = a t + v_0$$

شتاب (m/s<sup>2</sup>) ← سرعت اولیه (m/s) → سرعت (m/s) ← زمان (s)

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا حرکت جسم تندشونده است.

در راستای قائم، داریم:



$$(F_{net})_y = 0$$

$$\Rightarrow F_N + F_y - mg = 0 \Rightarrow F_N = 50 - 30 \Rightarrow F_N = 20 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k \times F_N \xrightarrow{\mu_k = 0/5, F_N = 20 \text{ N}} f_k = 0/5 \times 20 = 10 \text{ N}$$

اکنون قانون دوم نیوتون را در راستای افقی برای مرحله تندشونده می نویسیم و شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma \xrightarrow{F_1 = 15 \text{ N}, f_k = 10 \text{ N}} 15 - 10 = 5a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

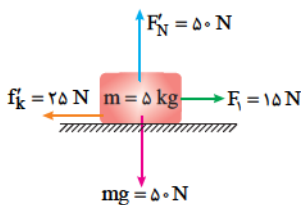
گام دوم: جابه جایی و سرعت جسم را در پایان مرحله اول حرکت پیدا می کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = 0, a = 1 \text{ m/s}^2, t = 4 \text{ s}} \Delta x = \frac{1}{2} \times 1 \times 4^2 = 8 \text{ m}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a = 1 \text{ m/s}^2, t = 4 \text{ s}, v_0 = 0} v = 1 \times 4 + 0 = 4 \text{ m/s}$$

گام سوم: در مرحله دوم حرکت که نیروی  $F_y$  حذف می شود، نیروی اصطکاک و نوع حرکت نسبت به

حالت اول تغییر می کند.



$$(F'_{net})_y = 0 \Rightarrow F'_N = mg = 50 \text{ N}$$

در راستای قائم، داریم:

$$f'_k = \mu_k \times F'_N \xrightarrow{\mu_k = 0/5, F'_N = mg = 50 \text{ N}} f'_k = 0/5 \times 50 = 25 \text{ N}$$

حرکت در حالت دوم، کندشونده است. شتاب این حالت را نیز به دست می آوریم:

$$(F'_{net})_x = ma' \Rightarrow F_1 - f'_k = ma' \xrightarrow{m = 5 \text{ kg}, F_1 = 15 \text{ N}, f'_k = 25 \text{ N}} 15 - 25 = 5a' \Rightarrow a' = -2 \text{ m/s}^2$$

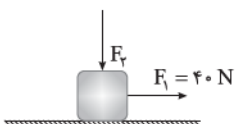
گام چهارم: جابه جایی مرحله دوم حرکت و جابه جایی کل را حساب می کنیم:

$$v'^2 - v^2 = 2a'\Delta x' \xrightarrow{v' = 0, v = 4 \text{ m/s}, a' = -2 \text{ m/s}^2} 0 - 4^2 = 2(-2)\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 4 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x + \Delta x' = 8 + 4 = 12 \text{ m}$$

## تست و پاسخ ۴۹

در شکل زیر، جسم ۲ کیلوگرمی تحت تأثیر نیروی افقی  $F_1$  و نیروی قائم  $F_2$  با شتاب ثابتی به بزرگی  $5 \text{ m/s}^2$  روی سطح افقی، شروع به حرکت می کند. اگر اندازه نیرویی که جسم به سطح وارد می کند، برابر با  $50 \text{ N}$  باشد، ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح کدام است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



۰/۵ (۲)

۰/۴ (۱)

۰/۷۵ (۴)

۰/۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۴



دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha\_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



آزمون‌ها آزمایشتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



حلقه  
سنجی





## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



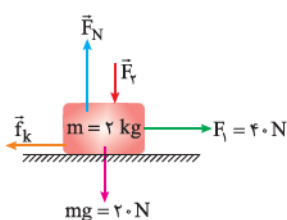
**خودت حل کنی بهتره** ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک را حساب کنید. سپس با معلوم بودن نیروی سطح، نیروی عمودی سطح را به دست آورید. در پایان نیز با به کار بردن رابطه نیروی اصطکاک، ضریب اصطکاک را پیدا کنید.

**درس نامه** ••• نیروی سطح: وقتی جسمی روی یک سطح دارای اصطکاک حرکت می کند، از طرف سطح تماس، دو نیروی  $\vec{F}_N$  (نیروی عمودی سطح) و  $\vec{f}_k$  (نیروی اصطکاک جنبشی) بر جسم اثر می کنند. این دو نیرو بر هم عمود هستند و براینند آن ها نیروی سطح بر جسم نام دارد که آن را با  $\vec{R}$  نشان می دهیم.

نیروی سطح (N)  

$$\vec{R} = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \rightarrow \text{نیروی عمودی سطح (N)}$$
 نیروی اصطکاک جنبشی (N)

**پاسخ تشریحی** گام اول: قانون دوم نیوتون در راستای افقی را می نویسیم و اندازه نیروی اصطکاک را حساب می کنیم:



$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma \xrightarrow{m=2\text{kg}, a=5\text{m/s}^2} 40 - f_k = 2 \times 5 \Rightarrow f_k = 30\text{N}$$

گام دوم: رابطه نیروی سطح را می نویسیم و نیروی عمودی سطح را به دست می آوریم:

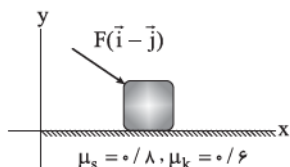
$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \xrightarrow{\frac{f_k=30\text{N}}{R=50\text{N}}} 50 = \sqrt{30^2 + F_N^2} \Rightarrow F_N = 40\text{N}$$

گام سوم: با به کار بردن رابطه نیروی اصطکاک جنبشی، ضریب اصطکاک را پیدا می کنیم:

$$f_k = \mu_k \times F_N \xrightarrow{\frac{f_k=30\text{N}}{F_N=40\text{N}}} 30 = \mu_k \times 40 \Rightarrow \mu_k = 0.75$$

## تست و پاسخ ۵۰

مطابق شکل مقابل، به جسمی به جرم  $m$  که روی سطح افقی ساکن است، نیروی  $F(\vec{i} - \vec{j})$  در SI وارد می کنیم، به طوری که مقدار  $F$  در حال افزایش است. شتاب جسم بلافاصله پس از شروع حرکت، چند متر بر مربع ثانیه است؟ ( $\vec{g} = (-10\text{N/kg})\vec{j}$ )



۱۰ (۴)

۵ (۳)

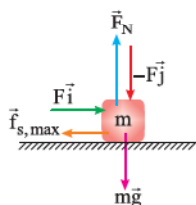
۲/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا با استفاده از رابطه نیروی اصطکاک، نیروی  $\vec{F}$  را بر حسب جرم  $m$  به دست آورید، سپس با به کار بردن قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را حساب کنید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: رابطه نیروی اصطکاک در آستانه حرکت را می نویسیم:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F = f_{s,max}$$

$$f_{s,max} = \mu_s \times F_N \xrightarrow{f_{s,max}=F, \mu_s=0.8} \frac{f_{s,max}=F, \mu_s=0.8}{F_N=F+mg, g=10\text{N/kg}}$$

$$F = 0.8(F + 10m) \Rightarrow F = 0.8F + 8m \Rightarrow 0.2F = 8m \Rightarrow F = 40m$$

گام دوم: بلافاصله پس از شروع حرکت جسم، به جای نیروی اصطکاک ایستایی  $f_{s,max}$ ، نیروی اصطکاک جنبشی  $f_k$  را خواهیم داشت؛ پس قانون دوم نیوتون به صورت زیر نوشته می شود:

$$(F'_{net})_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k \times F_N = ma \xrightarrow{\mu_k=0.6, F=40m} \frac{\mu_k=0.6, F=40m}{F_N=F+10m=40m+10m=50m} 40m - 0.6 \times 50m = ma \Rightarrow 10m = ma$$

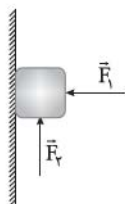
$$\Rightarrow a = 10\text{m/s}^2$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

## تست و پاسخ (۵۱)



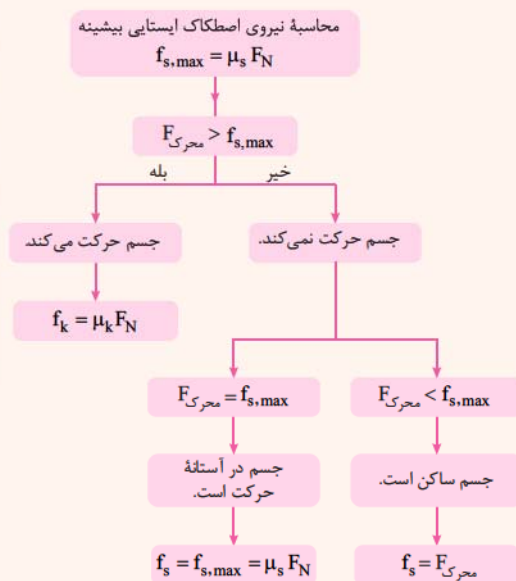
در شکل مقابل، جسمی توسط نیروی افقی ثابت  $\vec{F}_1$  به دیوار قائمی به ضریب اصطکاک ایستایی  $\frac{1}{3}$  تکیه داده شده است. در ابتدا اندازه نیروی قائم  $\vec{F}_2$  برابر  $4\text{ N}$  و جسم در آستانه حرکت است. اگر اندازه نیروی  $\vec{F}_2$  به تدریج افزایش یابد و به  $16\text{ N}$  برسد، جسم دوباره در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. در این حالت، اندازه نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، چند نیوتون است؟

- (۱)  $6\sqrt{5}$       (۲)  $6\sqrt{10}$       (۳)  $12\sqrt{5}$       (۴)  $12\sqrt{10}$

## پاسخ: گزینه ۲

### درس نامه

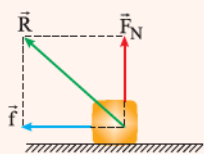
(۱) در طرح‌واره شکل زیر، الگوریتم نحوه محاسبه نیروی اصطکاک نشان داده شده است.



(۲) هر جسم ساکن یا در حال حرکت، از طرف تکیه‌گاه (سطح) دو نیرو را می‌تواند دریافت می‌کند:

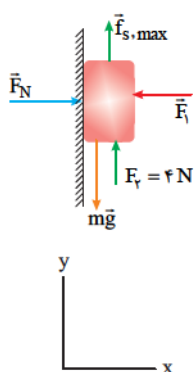
- (۱) نیروی عمودی سطح ( $\vec{F}_N$ )      (۲) نیروی اصطکاک ( $\vec{f}$ )

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید، این دو نیرو به صورت عمود بر هم به جسم وارد می‌شوند؛ بنابراین بزرگی برابری این دو نیرو برابر است با:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: در حالت اول، جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار دارد، اما در حالت دوم که اندازه نیروی  $\vec{F}_2$  بدون تغییر جهت افزایش یافته است، جسم در آستانه حرکت رو به بالا است.



گام دوم: در شکل مقابل، نیروهای وارد بر جسم در حالت اول که اندازه نیروی  $\vec{F}_2$  برابر با  $4\text{ N}$  و جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار دارد را بررسی می‌کنیم. در این حالت نیروی اصطکاک از نوع ایستایی، بیشینه و جهتش رو به بالا است.

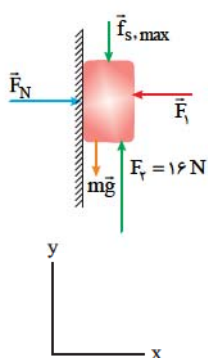
$$(F_{\text{net}})_x = 0 \Rightarrow F_N - F_1 = 0 \Rightarrow F_N = F_1$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s F_1 = \frac{1}{3} F_1$$

$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_2 + f_{s,\text{max}} - mg = 0$$

$$\Rightarrow 4 + \frac{1}{3} F_1 - mg = 0 \Rightarrow 12 + F_1 - 3mg = 0 \Rightarrow 3mg - F_1 = 12$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: در شکل مقابل، نیروهای وارد بر جسم در حالت دوم که اندازه نیروی  $\vec{F}_1$  برابر  $16\text{ N}$  و جسم در آستانه حرکت رو به بالا قرار دارد را بررسی می‌کنیم. در این حالت نیروی اصطکاک از نوع ایستایی، بیشینه و رو به پایین است.

$$(F'_{\text{net}})_x = 0 \Rightarrow F_N - F_1 = 0 \Rightarrow F_N = F_1$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s F_1 = \frac{1}{3} F_1$$

$$(F'_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_2 - mg - f_{s,\text{max}} = 0$$

$$\Rightarrow 16 - mg - \frac{1}{3} F_1 = 0 \Rightarrow 3mg + F_1 = 48$$

گام چهارم: به کمک رابطه‌های به دست آمده در گام‌های دوم و سوم، نیروی وزن و نیروی  $F_1$  را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} 3mg - F_1 &= 12 \\ 3mg + F_1 &= 48 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6mg = 60 \Rightarrow mg = 10\text{ N}$$

$$3mg - F_1 = 12 \Rightarrow 3(10) - F_1 = 12 \Rightarrow F_1 = 18\text{ N}$$

گام پنجم: نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، از رابطه  $R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$  به دست می‌آید که در حالت دوم  $F_N = F_1$  و  $f = f_{s,\text{max}} = \frac{1}{3} F_1$  است؛ بنابراین داریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,\text{max}}^2} \xrightarrow{F_N = F_1 = 18\text{ N}, f_{s,\text{max}} = \frac{1}{3} F_1 = 6\text{ N}} R = \sqrt{18^2 + 6^2} = 6\sqrt{10}\text{ N}$$

**توجه** طبق قانون سوم نیوتون، اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، با اندازه نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، برابر است.

## تست و پاسخ ۵۲

از سطح زمین چند کیلومتر فاصله بگیریم تا اندازه شتاب گرانشی  $6/6\text{ N/kg}$  کاهش یابد؟ ( $g = 9/8\text{ N/kg}$  و شعاع کره زمین  $6400\text{ km}$  است).

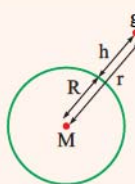
۱۲۸۰۰ (۴)

۱۱۲۰۰ (۳)

۴۸۰۰ (۲)

۱۶۰۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲



**درس نامه** ●● اندازه شتاب گرانشی در ارتفاع  $h$  از سطح یک سیاره به جرم  $M$  و شعاع  $R$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$g_h = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: اندازه شتاب گرانشی در ارتفاع  $h$  از سطح زمین ( $g_h$ )، به اندازه  $6/6\text{ N/kg}$  نسبت به اندازه شتاب گرانشی در سطح زمین ( $g$ ) کاهش یافته است؛ بنابراین  $g_h$  برابر است با:

$$g_h = g - 6/6 = 9/8 - 6/6 = 3/2\text{ N/kg}$$

گام دوم: رابطه کلی بین ( $g_h$ ) و  $g$  به صورت زیر برقرار است. از این جا  $h$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{g_h}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{3/2}{9/8} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{32}{98} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{16}{49} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{4}{7} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow 4R_e + 4h = 7R_e \Rightarrow 4h = 3R_e$$

$$\Rightarrow h = \frac{3}{4} R_e = \frac{3}{4} \times (6400) = 4800\text{ km}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

## تست و پاسخ ۵۳

در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، اندازه تکانه جسمی به جرم  $50$  کیلوگرم،  $25$  درصد افزایش می‌یابد. اگر در این بازه، کار کل انجام شده روی جسم  $36$  J باشد، اندازه تکانه جسم در لحظه  $t_2$  چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

۱۰۰ (۴)

۸۰ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**پاسخ تشریحی:** گام اول: اگر تکانه جسم در لحظه  $t_1$  را  $p_1$  و در لحظه  $t_2$  را  $p_2$  در نظر بگیریم، از آن جا که تکانه  $25$  درصد افزایش یافته است، داریم:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{25}{100} = \frac{125}{100} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{mv_2}{mv_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow v_2 = \frac{5}{4}v_1$$

گام دوم: طبق قضیه کار - انرژی جنبشی ( $W_t = \Delta K$ )، تغییرات انرژی جنبشی در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  برابر با کار کل انجام شده در این بازه زمانی است؛ بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 36 = \frac{1}{2} \times 50 \times (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \frac{36}{25} = v_2^2 - v_1^2 \xrightarrow{v_2 = \frac{5}{4}v_1} \frac{36}{25} = \left(\frac{5}{4}v_1\right)^2 - v_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{36}{25} = \frac{25}{16}v_1^2 - v_1^2 \Rightarrow \frac{36}{25} = \frac{9}{16}v_1^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{6}{5} = \frac{3}{4}v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{24}{15} \text{ m/s}$$

گام سوم: طبق رابطه  $v_2 = \frac{5}{4}v_1$  و  $p_2 = mv_2$ ، تکانه جسم را در لحظه  $t_2$  به دست می‌آوریم:

$$v_2 = \frac{5}{4}v_1 = \frac{5}{4} \times \frac{24}{15} = 2 \text{ m/s}$$

$$p_2 = mv_2 = 50 \times 2 = 100 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

## تست و پاسخ ۵۴

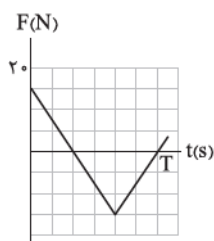
نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، بر حسب زمان به شکل زیر است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در  $T$  ثانیه اول بر حسب نیوتون کدام است؟

۲ / ۵  $\vec{i}$  (۱)

-۲ / ۵  $\vec{i}$  (۲)

۷ / ۵  $\vec{i}$  (۳)

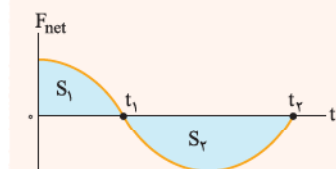
-۷ / ۵  $\vec{i}$  (۴)



## پاسخ: گزینه ۲

**درس نامه** ••• سطح محدود به نمودار نیروی خالص - زمان و محور زمان، برابر با اندازه تغییر

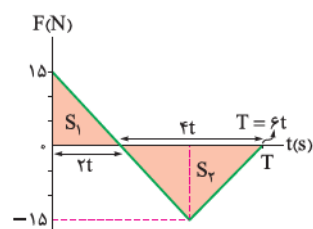
تکانه است. در شکل روبه‌رو تغییر تکانه در بازه‌های زمانی مختلف نشان داده شده است.



$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \text{تغییر تکانه در بازه زمانی صفر تا } t_1 \\ S_2 &= \text{تغییر تکانه در بازه زمانی } t_1 \text{ تا } t_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta p = S_1 - S_2$$

**پاسخ تشریحی:** گام اول: هر واحد در مقیاس مختصات قائم برابر با  $5$  N است و هر واحد در مقیاس مختصات افقی را  $t$  در نظر می‌گیریم.

گام دوم: مساحت محدود بین نمودار و محور زمان را تا لحظه  $T$  به دست می‌آوریم که معادل تغییر تکانه ( $\Delta p$ ) است.



$$\Delta p = +S_1 - S_2 \Rightarrow \Delta p = \frac{15 \times 2t}{2} - \frac{15 \times 4t}{2} \Rightarrow \Delta p = 15t - 30t = -15t$$



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

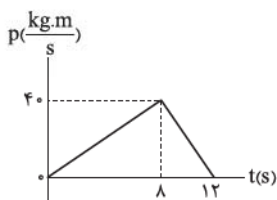


گام سوم: به کمک رابطه  $F_{av,net} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم را به دست می‌آوریم.

$$F_{av,net} = \frac{-15t}{T-0} = \frac{-15t}{6t} = -2/5 N \Rightarrow \vec{F}_{av,net} = -(2/5 N) \vec{i}$$

## تست و پاسخ ۵۵

جسم ساکنی تحت تأثیر دو نیروی هم‌راستای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  در مبدأ زمان شروع به حرکت کرده و در لحظه  $t = 8s$  نیروی  $\vec{F}_1$  حذف می‌شود. اگر نمودار تکانه - زمان جسم به صورت مقابل باشد، اندازه نیروی  $\vec{F}_1$  بر حسب نیوتون کدام است؟



۱۰ (۲)

۵ (۱)

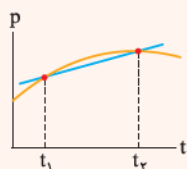
۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

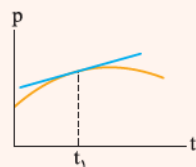
## پاسخ: گزینه ۳

## درس نامه

● شیب خط واصل بین دو نقطه در نمودار تکانه - زمان، برابر اندازه نیروی خالص متوسط وارد شده بر جسم در بازه زمانی ای است که در شکل مقابل، بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  رسم شده است.



● شیب خط مماس بر نمودار تکانه - زمان در هر لحظه، برابر اندازه نیروی خالص در آن لحظه است؛ مثلاً در شکل مقابل، اندازه شیب خط مماس رسم‌شده در لحظه  $t_1$  بیانگر نیروی خالص لحظه‌ای در لحظه  $t_1$  است.



گام اول: شیب خط واصل در نمودار تکانه - زمان، بیانگر نیروی خالص متوسط وارد بر جسم است. نیروی خالص متوسط را در بازه‌های زمانی صفر تا ۸s و ۸s تا ۱۲s به دست می‌آوریم:

$$F_{av(-8s)} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_8 - p_0}{8 - 0} = \frac{40 - 0}{8} = \frac{40}{8} = 5 N$$

$$F_{av(8s-12s)} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{12} - p_8}{12 - 8} = \frac{0 - 40}{4} = \frac{-40}{4} = -10 N$$

گام دوم: نیروی خالص در بازه زمانی صفر تا ۸s ناشی از برابری نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  و در بازه زمانی ۸s تا ۱۲s، تنها تحت تأثیر نیروی  $\vec{F}_2$  است؛ بنابراین داریم:

$$F_1 + F_2 = 5 \xrightarrow{F_2 = -10 N} F_1 - 10 = 5 \Rightarrow F_1 = 15 N$$

## تست و پاسخ ۵۶

دو ماهواره A و B روی مدارهای دایره‌ای شکل در حال حرکت به دور زمین هستند. اگر اندازه شتاب مرکزگرای ماهواره A، ۴ برابر اندازه شتاب مرکزگرای ماهواره B باشد، دوره تناوب گردش ماهواره B به دور زمین چند برابر دوره گردش ماهواره A به دور زمین است؟

 $2\sqrt{2}$  (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)

۲ (۲)

 $\frac{1}{4}$  (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●● (۱) در حرکت دایره‌ای یکنواخت، تندی ثابت است، اما سرعت ثابت نیست؛ چراکه جهت حرکت دائماً در حال تغییر است؛ بنابراین حرکت شتابدار است. از آن‌جا که اندازه سرعت (تندی) تغییر نمی‌کند؛ پس بردار شتاب در این حالت عمود بر بردار جابه‌جایی و به سمت مرکز دایره است. اندازه شتاب مرکزگرا از روابط زیر به دست می‌آید:

(۲) دوره تناوب گردش ماهواره از رابطه  $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_e}$  به دست می‌آید، به عبارتی مربع دوره تناوب ماهواره با مکعب شعاع گردش ماهواره رابطه مستقیم دارد.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow a_c = \frac{(\frac{2\pi r}{T})^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow a_c = \frac{(\frac{2\pi r}{T}) \times v}{r} = \frac{2\pi v}{T}$$



۳) شتاب مرکزگرای وارد بر ماهواره، با مربع شعاع گردش ماهواره به دور زمین، رابطه وارون دارد.

$$a_c = \frac{GM_e}{r^2}$$

جرم کره زمین (kg) →  $GM_e$  ← ثابت گرانش عمومی  $\left(\frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right)$

شتاب مرکزگرا  $(m/s^2)$  ←  $a_c$  ← شعاع گردش (m)

پاسخ تشریحی گام اول: طبق رابطه  $a_c = \frac{GM_e}{r^2}$ ، شتاب مرکزگرای ماهواره، با مربع شعاع گردش ماهواره (فاصله ماهواره تا مرکز کره زمین) نسبت عکس دارد.

$$\frac{(a_c)_A}{(a_c)_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = 4 \rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2 \Rightarrow r_B = 2r_A$$

$$T^2 \propto r^3 \Rightarrow \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \left(\frac{2r_A}{r_A}\right)^3 = 8$$

گام دوم: با توجه به نکته ۲ درس نامه داریم:

$$\Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

### تست و پاسخ ۵۷

خودرویی در یک پیچ دایره‌ای مسطح و افقی به شعاع  $R$ ، با تندی ثابت  $15 \text{ m/s}$  در حال حرکت است. اگر اندازه نیرویی که سطح افقی به خودرو وارد می‌کند، ۲۵ درصد بیشتر از وزن خودرو باشد،  $R$  برابر چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

۹۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

#### درس نامه

نیروی مرکزگرا: در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیروی خالص وارد بر جسم به سمت مرکز دایره است و با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \quad \frac{a = a_c = \frac{v^2}{r}}{F_{\text{net}} = F_c} \rightarrow F_c = m \frac{v^2}{r}$$

نیروی مرکزگرا می‌تواند چه نیروهایی باشد؟

نیروی اصطکاک ایستایی ← در حرکت اتومبیل در پیچ جاده یا جسم بر روی یک دیسک گردان

نیروی کشش نخ ← جسمی که حول یک نقطه توسط طنابی می‌چرخد.

نیروی الکتریکی ← جاذبه هسته بر الکترون (چرخش الکترون دور هسته)

نیروی عمودی سطح ← حرکت دورانی استوانه قائم

نیروی گرانشی ← حرکت ماهواره به دور زمین

پاسخ تشریحی گام اول: نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند ( $R$ )، ۲۵ درصد بیشتر از نیروی وزن است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{R}{mg} = 1 + \frac{25}{100} = \frac{125}{100} \Rightarrow R = \frac{5}{4}mg$$

گام دوم: نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند، برآیند دو نیروی عمود بر هم نیروی اصطکاک ایستایی ( $f_s$ ) و نیروی عمودی سطح ( $F_N$ ) است.

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \xrightarrow{R = \frac{5}{4}mg} \left(\frac{5}{4}mg\right)^2 = F_N^2 + f_s^2$$

نیروی عمودی سطح به دلیل تعادل در راستای قائم، با نیروی وزن برابر است.

$$\left(\frac{5}{4}mg\right)^2 = (mg)^2 + f_s^2 \Rightarrow f_s^2 = \frac{9}{16}(mg)^2 \Rightarrow f_s = \frac{3}{4}mg$$

گام سوم: نیروی اصطکاک ( $f_s$ )، تأمین‌کننده نیروی مرکزگرا ( $F_c$ ) است؛ بنابراین داریم:

$$F_c = f_s \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{3}{4}mg \Rightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{3}{4}g \Rightarrow r = \frac{4}{3} \frac{v^2}{g} = \frac{4}{3} \times \frac{15 \times 15}{10} = 30 \text{ m}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۵۸

در شکل زیر، فاصله دو نقطه A و B از مرکز دیسک گردان به ترتیب ۱m و ۲m است. اگر دیسک با آهنگ ثابت ۳۰rpm حول مرکز خود دوران کند، به ترتیب از راست به چپ تندی نقطه A و اندازه شتاب نقطه B در SI کدام است؟ ( $\pi = ۳$ )



۱۸، ۱۲ (۲)

۱۸، ۳ (۱)

۴/۵، ۱۲ (۴)

۴/۵، ۳ (۳)

## پاسخ: گزینه ۱

## درس نامه •• حرکت دایره‌ای یکنواخت

حرکتی است با تندی ثابت که در یک مسیر دایره‌ای انجام می‌شود.

## دوره حرکت دایره‌ای

مدت‌زمان پیمودن یک دور کامل مسیر دایره‌ای را دوره حرکت می‌گوییم.

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow \text{شعاع دایره برحسب (m)} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow \text{تندی ثابت حرکت دایره‌ای برحسب (m/s)} \rightarrow \text{دوره برحسب (s)}$$

$$\Rightarrow v = r \left( \frac{2\pi}{T} \right)$$

$$T = \frac{t}{n} \rightarrow \text{مدت‌زمان طی کردن n دور برحسب (s)} \rightarrow T = \frac{t}{n} \rightarrow \text{تعداد دور برحسب (s)}$$

از طرفی:

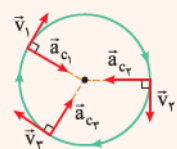
$$T = \frac{60}{\text{rpm}} \rightarrow \text{برحسب (دور در دقیقه)} \rightarrow T = \frac{60}{\text{rpm}} \rightarrow \text{دوره برحسب ثانیه}$$

برای به دست آوردن دوره تناوب از روی rpm داریم:

## شتاب مرکزگرا

بزرگی این شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت، ثابت و جهت آن متغیر بوده و همواره به سمت مرکز دایره و عمود بر بردار سرعت لحظه‌ای متحرک است:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \rightarrow v = r \left( \frac{2\pi}{T} \right) \rightarrow a_c = r \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2$$



در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بردار سرعت، مماس بر مسیر و بردار شتاب، عمود بر بردار سرعت و به سمت مرکز دایره است.

**پاسخ تشریحی** گام اول: دوره تناوب دیسک گردان را برحسب ثانیه به دست می‌آوریم. این که دیسک با آهنگ ثابت ۳۰rpm حول مرکز خود دوران می‌کند، به این معناست که در هر دقیقه، ۳۰ دور کامل می‌زند.

$$T = \frac{1 \text{ min}}{30 \text{ دور}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 2 \text{ s}$$

گام دوم: به کمک رابطه  $T = \frac{2\pi r}{v}$  تندی نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{2\pi r_A}{v_A} \Rightarrow 2 = \frac{2 \times 3 \times 1}{v_A} \Rightarrow v_A = 3 \text{ m/s}$$

گام سوم: به کمک رابطه  $a_c = \frac{v^2}{r}$ ، اندازه شتاب مرکزگرای نقطه B را به دست می‌آوریم:

$$(a_c)_B = \frac{v_B^2}{r_B} \rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow (a_c)_B = \frac{\left( \frac{2\pi r_B}{T} \right)^2}{r_B} \Rightarrow (a_c)_B = \frac{4\pi^2 r_B}{T^2} = \frac{4 \times 9 \times 2}{4} = 18 \text{ m/s}^2$$

## تست و پاسخ ۵۹

جسمی به جرم ۵۰۰g با تندی ثابت روی محیط دایره‌ای به شعاع ۸m در حال حرکت است. اگر اندازه شتاب جسم  $2 \text{ m/s}^2$  باشد، اندازه تغییر تکانه جسم در مدت ۳s چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ ( $\pi = ۳$ )

صفر (۴)

۴ (۳)

$2\sqrt{2}$  (۲)

۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک رابطه  $a_c = \frac{v^2}{r}$ ، تندی متحرک در حرکت دایره‌ای را به دست می‌آوریم:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow 2 = \frac{v^2}{8} \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$





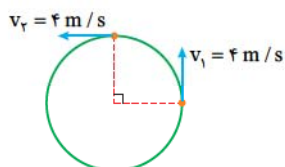
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

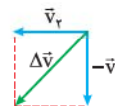
$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3 \times 8}{4} = 12 \text{ s}$$

گام دوم: دوره تناوب حرکت دایره‌ای متحرک را به دست می‌آوریم:

گام سوم: دوره تناوب متحرک ۱۲ s است، یعنی متحرک در هر ۱۲ ثانیه یک دور کامل محیط دایره را می‌پیماید؛ پس در مدت زمان ۳ s،  $\frac{1}{4}$  محیط دایره را طی می‌کند. شکل زیر، حرکت متحرک بر روی مسیر دایره‌ای را در  $\frac{1}{4}$  دوره نشان می‌دهد.



$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1) \Rightarrow |\Delta \vec{v}| = v\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$



$$\Delta p = m\Delta v = 0.5(4\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

گام چهارم: حال اندازه تغییر تکانه جسم را به دست می‌آوریم:

**حواستون باشه** سرعت کمیتی برداری است و اختلاف سرعت را باید به صورت برداری، محاسبه کنیم. اگر اختلاف تندی آن‌ها را به دست آوریم، به عنوان دام آموزشی منتظر ماست.

## تست و پاسخ ۶۰

انرژی جنبشی ماهواره‌ای که در فاصله ۳۶۰۰ کیلومتری سطح زمین، روی مدار دایره‌ای شکل، با تندی ثابت حرکت می‌کند، برابر با ۲۰ MJ است. در این حالت وزن ماهواره چند نیوتون است؟ (شعاع کره زمین ۶۴۰۰ km است.)

۴۰ (۴)

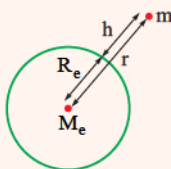
۲۰ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**درس نامه** شکل زیر حرکت یک ماهواره با تندی ثابت را در ارتفاع h از سطح زمین نمایش می‌دهد. در این حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیروی گرانشی (وزن) تأمین‌کننده نیروی مرکزگرا است.



$$F_c = \text{نیروی وزن ماهواره} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = mg_h$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: در حرکت دایره‌ای با تندی ثابت ماهواره به دور زمین، نیروی وزن تأمین‌کننده نیروی مرکزگرا است. به عبارت دیگر نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره، همان وزن ماهواره در آن مکان است.

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = mg_h$$

منظور از  $g_h$ ، شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین است و شعاع حرکت دایره‌ای ماهواره نسبت به مرکز زمین است.

گام دوم: به کمک رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، مقدار  $mv^2$  را به دست می‌آوریم:  $K = \frac{1}{2}mv^2 = 4 \times 10^7 \text{ J} \Rightarrow mv^2 = 8 \times 10^7 \text{ J}$

$$r = R_e + h = 6400 + 3600 = 10000 \text{ km} = 10^7 \text{ m}$$

$$\frac{mv^2}{r} = mg_h \Rightarrow mg_h = \frac{8 \times 10^7}{10^7} = 8 \text{ N}$$

فیزیک (۱): صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۴۹

## تست و پاسخ ۶۱

چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) کمیت دماسنجی ترموکوپل، جریان الکتریکی است.

(ب) تفسنج نوری، جزء دماسنج‌های معیار به شمار می‌رود.

(پ) ترموکوپل به دلیل گسترده دماسنجی کم‌تر، از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد.

(ت) از دماسنج بیشینه - کمینه در مدارهای الکترونیکی وسایل گرمایشی و سرمایشی استفاده می‌شود.

۴ صفر

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

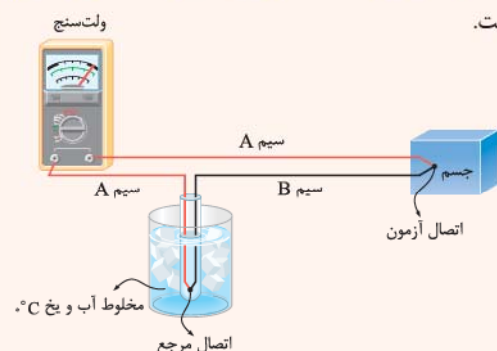
## پاسخ: گزینه ۳



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**درس نامه** ●● شکل زیر، یک دماسنج ترموکوپل را نشان می‌دهد. ترموکوپل یک مدار الکتریکی است که در اثر تغییر دما، عدد ولت‌سنج



آن تغییر می‌کند؛ بنابراین کمیت دماسنجی ترموکوپل، اختلاف پتانسیل (ولتاژ) است.

به دلیل اختلاف دما بین اتصال آزمون و اتصال مرجع، بین این دو اتصال اختلاف پتانسیل ایجاد می‌شود. حالا با مرتبط کردن عدد ولت‌سنج با این اختلاف دما، می‌توانیم دمای هر جسمی را اندازه بگیریم.

محدوده دماسنجی ترموکوپل‌ها به جنس سیم‌های A و B بستگی دارد و می‌تواند دماهای خیلی بالا را اندازه‌گیری کند. ترموکوپل‌ها به دلیل جرم کوچک سیم‌ها در محل اتصال، سرعت اندازه‌گیری بالایی دارند. مزیت دیگر این دماسنج، قابل استفاده بودن در مدارهای الکترونیکی است.

دماسنج ترموکوپل قبلاً جزء دماسنج‌های معیار بوده است، اما به دلیل دقت کمی که نسبت به دماسنج‌های معیار جدید دارد، دیگر دماسنج معیار محسوب نمی‌شود.

**پاسخ تشریحی** تک تک عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

(الف) نادرست، کمیت دماسنجی ترموکوپل، ولتاژ است.

(ب) درست، تفسنج (پیرومتر) جزء دماسنج‌های معیار است.

(پ) نادرست، دماسنج ترموکوپل به دلیل دقت کمی که نسبت به دماسنج‌های معیار جدید دارد، از دماسنج‌های معیار حذف شده است.

(ت) نادرست، از دماسنج ترموکوپل در مدارهای الکترونیکی و وسایل گرمایشی و سرمایشی استفاده می‌شود.

## تست و پاسخ ۶۲

اگر مقدار عددی دمای جسمی برحسب درجه فارنهایت،  $\frac{1}{5}$  مقدار عددی دمای آن برحسب درجه سلسیوس باشد، دمای این جسم چند کلوین است؟

۲۹۳ (۴)

۲۸۹ (۳)

۲۵۷ (۲)

۲۵۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

دما برحسب کلوین (K)

$$T = \theta + 273$$

دما برحسب درجه سلسیوس (°C)

**درس نامه** ●● (۱) رابطه بین دما برحسب کلوین و درجه سلسیوس به صورت مقابل است:

(۲) یکی از یکاهای رایج دما، فارنهایت است. رابطه بین دما برحسب درجه فارنهایت و درجه سلسیوس به صورت زیر است:

دما برحسب درجه فارنهایت (°F)

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32$$

دما برحسب درجه سلسیوس (°C)

**پاسخ تشریحی** گام اول: مقدار عددی دمای جسم برحسب درجه فارنهایت (F)،  $\frac{1}{5}$  مقدار عددی آن برحسب درجه سلسیوس (θ) است،

به عبارتی داریم:

$$F = \frac{1}{5}\theta \xrightarrow{F = \frac{9}{5}\theta + 32} \frac{9}{5}\theta + 32 = \frac{1}{5}\theta$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5}\theta - \frac{1}{5}\theta = -32 \Rightarrow \frac{8}{5}\theta = -32 \Rightarrow \theta = \frac{-32 \times 5}{8} = -20^\circ\text{C}$$

گام دوم: به کمک رابطه  $T = \theta + 273$ ، دما برحسب کلوین را به دست می‌آوریم.

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta = -20^\circ\text{C}} T = -20 + 273 = 253\text{K}$$



### تست و پاسخ ۶۳

دو کره مسی توپر A و B به شعاع‌های  $R_A = R$  و  $R_B = 2R$  گرمای یکسانی دریافت می‌کنند. تغییر حجم کره B چند برابر تغییر حجم کره A است؟

- ۱) ۱      ۲) ۴      ۳) ۸      ۴)  $\frac{1}{8}$

### پاسخ: گزینه ۱

**درس نامه ۰۰۰ (۱)** گرما نوعی انرژی است که به دلیل اختلاف دما، بین دو جسم مبادله می‌شود. این تبادل گرما از جسم گرم‌تر به جسم سردتر صورت می‌گیرد و تا زمانی ادامه دارد که دمای دو جسم برابر شوند. برای محاسبه گرما هنگامی که فقط تغییر دما داریم، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = C\Delta\theta$$

ظرفیت گرمایی ↑  
↓ گرمای ویژه

$$\Delta V = V_1(\alpha)\Delta\theta$$

$$\Delta V = V_1\beta\Delta\theta$$

(۲) رابطه انبساط حجمی جامدها بر اثر تغییر دما به صورت روبه‌رو است:

برای مایعات ضریب انبساط حجمی با  $\beta$  نمایش داده می‌شود:

**پاسخ تشریحی** گام اول: هر دو کره گرمای یکسان دریافت می‌کنند، به کمک رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  داریم:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$m_A \Delta\theta_A = m_B \Delta\theta_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho_A V_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B \Delta\theta_B$$

جنس دو کره یکسان است؛ بنابراین  $c_A = c_B$  است.

$$\xrightarrow{\rho_A = \rho_B} V_A \Delta\theta_A = V_B \Delta\theta_B \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta\theta_A = \frac{4}{3}\pi (2R)^3 \Delta\theta_B \Rightarrow \Delta\theta_A = 8\Delta\theta_B$$

گام دوم: نسبت تغییر حجم کره B به تغییر حجم کره A را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V_B}{\Delta V_A} = \frac{(V_0)_B (\alpha_B) (\Delta\theta_B)}{(V_0)_A (\alpha_A) (\Delta\theta_A)} \xrightarrow{\alpha_B = \alpha_A, \Delta\theta_A = 8\Delta\theta_B} \frac{\Delta V_B}{\Delta V_A} = \frac{\frac{4}{3}\pi (2R)^3 \times \Delta\theta_B}{\frac{4}{3}\pi (R)^3 \times 8\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta V_B}{\Delta V_A} = 1$$

### تست و پاسخ ۶۴

درون یک مکعب فلزی، حفره‌ای کروی وجود دارد. وقتی دمای مکعب  $6^\circ\text{C}$  افزایش می‌یابد، مساحت آن  $36\%$  درصد تغییر می‌کند. اگر دمای مکعب  $8^\circ\text{C}$  افزایش یابد، حجم حفره درون آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- ۱)  $54\%$ ، کاهش می‌یابد.      ۲)  $54\%$ ، افزایش می‌یابد.      ۳)  $72\%$ ، کاهش می‌یابد.      ۴)  $72\%$ ، افزایش می‌یابد.

### پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** گام اول: درصد تغییرات مساحت در اثر انبساط گرمایی از رابطه  $2\alpha\Delta\theta \times 100$  به دست می‌آید. به کمک این رابطه، ضریب انبساط خطی فلز را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \alpha = \frac{36 \times 10^{-2}}{12 \times 10^3} = 3 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

گام دوم: حفره درون مکعب، متناسب با مکعب تغییر حجم می‌دهد؛ پس برای محاسبه درصد تغییرات حجم کره توخالی طبق رابطه  $3\alpha\Delta\theta' \times 100$  از ضریب انبساط خطی فلز استفاده می‌کنیم.

$$\text{درصد تغییرات حجم حفره فلزی} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 3\alpha\Delta\theta' \times 100 = 3 \times 3 \times 10^{-5} \times 80 \times 100 = 72\%$$

حجم حفره درون مکعب  $72\%$  درصد افزایش می‌یابد.

**تکنیک** با افزایش دما، همه ابعاد داخلی و خارجی یک فلز افزایش می‌یابند. (رد ۱ و ۳)

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۶۵

اگر چگالی فلزی در دمای  $50^{\circ}\text{C}$  برابر با  $2/5 \text{ g/cm}^3$  باشد، در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس، چگالی فلز  $2/41 \text{ g/cm}^3$  است؟ (ضریب انبساط طولی فلز  $\frac{1}{K} = 8 \times 10^{-5}$  است.)

۵۰۰ (۴)

۴۵۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**درس نامه** ●● رابطه تقریبی تغییر چگالی با تغییر دما، برای جامدها با دقت بسیار خوب و برای مایع‌ها با دقت کم‌تری به کار می‌رود:

$$\text{تغییر دما } (\text{C}^{\circ}) \rightarrow \Delta\rho = -\rho_1(\alpha)\Delta\theta \leftarrow \text{تغییر چگالی } (\text{g/cm}^3)$$

$$\text{ضریب انبساط طولی } \left(\frac{1}{\text{C}^{\circ}}\right) \quad \text{چگالی اولیه } (\text{g/cm}^3)$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک رابطه تقریبی  $\Delta\rho = -\rho_1(\alpha)\Delta\theta$ ، تغییرات دما را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = 2/41 - 2/5 = -0/09 \text{ g/cm}^3$$

$$\Delta\rho = -\rho_1(\alpha)\Delta\theta \Rightarrow -0/09 = -2/5 \times (3 \times 10^{-5}) \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{-9 \times 10^{-2}}{-2/5 \times 24 \times 10^{-5}} = \frac{9 \times 10^{-2} \times 10^{+5}}{2/5 \times 24} = \frac{3 \times 10^3}{2/5 \times 8} = \frac{3 \times 10^3}{20} = 150^{\circ}\text{C}$$

گام دوم: دمای جسم در حالت دوم (زمانی که چگالی جسم به  $2/41 \text{ g/cm}^3$  رسیده است) را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 150 = \theta_2 - 50 \Rightarrow \theta_2 = 200^{\circ}\text{C}$$

**دام تستی** خواسته سؤال، دمای جسم در حالت ثانویه است و اگر به این نکته توجه نکنیم، تغییرات دما یعنی ۱ را اشتباهاً به عنوان گزینه درست انتخاب کنیم.

## تست و پاسخ ۶۶

در دمای  $90^{\circ}\text{C}$ ، درصد از حجم ظرفی با مایعی به ضریب انبساط حجمی  $\frac{1}{K} = 1/4 \times 10^{-3}$  پر شده است. اگر ضریب انبساط طولی ظرف  $\frac{1}{K} = 10^{-4}$  باشد، دمای مجموعه حداقل چند درجه فارنهایت افزایش پیدا کند تا مایع از ظرف سرریز شود؟

۲۵۲/۵ (۴)

۵۸ (۳)

۱۸۷/۵ (۲)

۱۰۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** گام اول: تغییرات حجم ظرف را به کمک رابطه  $\Delta V = V_1 \alpha \Delta\theta$  به دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = (V_1)_{\text{ظرف}} (3 \times 10^{-4}) \Delta\theta$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = (V_1)_{\text{مایع}} (1/4 \times 10^{-3}) \Delta\theta \quad \text{گام دوم: تغییرات حجم مایع را به کمک رابطه } \Delta V = V_1 \beta \Delta\theta \text{ را به دست می‌آوریم:}$$

$$(V_1)_{\text{مایع}} = 0/9 (V_1)_{\text{ظرف}} \quad \text{۹۰ درصد از حجم ظرف از مایع پر شده است، به عبارتی:}$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = 0/9 (V_1)_{\text{ظرف}} \times (1/4 \times 10^{-3}) \Delta\theta$$

گام سوم: برای آن که مایع از ظرف سرریز شود، باید تغییر حجم مایع بیشتر از فضای خالی ظرف ( $0/1 V_1$ ) باشد.

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} \geq 0/1 (V_1)_{\text{ظرف}}$$

$$\Rightarrow 0/9 \times 1/4 \times 10^{-3} (V_1)_{\text{ظرف}} \Delta\theta - 3 \times 10^{-4} (V_1)_{\text{ظرف}} \Delta\theta \geq 0/1 (V_1)_{\text{ظرف}}$$

$$\Rightarrow 12/6 \times 10^{-4} \Delta\theta - 3 \times 10^{-4} \Delta\theta \geq 0/1 \Rightarrow \Delta\theta \geq \frac{0/1}{9/6 \times 10^{-4}} \Rightarrow \Delta\theta_{\min} = \frac{10^4}{96}^{\circ}\text{C}$$



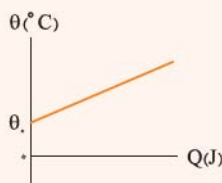




## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



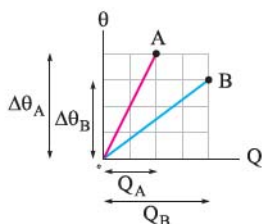
**درس نامه** نمودار دما بر حسب گرمای داده شده به یک جسم مطابق شکل زیر است:



عرض از مبدأ نمودار (دمای اولیه جسم)

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} \Rightarrow \theta - \theta_0 = \frac{Q}{mc} \Rightarrow \theta = \frac{1}{mc}Q + \theta_0$$

شیب نمودار  $Q - \theta$  یا همان عکس ظرفیت گرمایی  $(\frac{1}{mc})$  است.



**گام اول:** با توجه به نمودار دما بر حسب گرمایی که در شکل مقابل می بینیم، شیب

هر دو نمودار که همان  $\frac{1}{mc}$  یا  $\frac{1}{C}$  دو جسم A و B است را به دست می آوریم:

$$(A) \text{ شیب} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \frac{1}{C_A} = 2 \Rightarrow C_A = \frac{1}{2}$$

$$(B) \text{ شیب} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{C_B} = \frac{3}{4} \Rightarrow C_B = \frac{4}{3}$$

گام دوم: با داشتن ظرفیت گرمایی دو جسم A و B و نسبت جرم دو جسم، نسبت گرمای ویژه جسم A به گرمای ویژه جسم B را به دست می آوریم:

$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \frac{m_A c_A}{m_B c_B} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{2m_B \times c_A}{m_B \times c_B} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{3}{16}$$

## تست و پاسخ ۶۹

درون یک ظرف مسی به جرم  $400 \text{ g}$ ،  $2 \text{ kg}$  از مایعی با گرمای ویژه  $800 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$  و نقطه جوش  $70^\circ \text{C}$  قرار دارد و دمای مجموعه  $20^\circ \text{C}$  است.

اگر این مجموعه از یک گرمکن با توان ورودی  $2 \text{ kW}$  و بازده  $80\%$  درصد، گرما دریافت کند، پس از چند ثانیه  $1/2 \text{ kg}$  از مایع تبخیر می شود؟

(گرمای ویژه مس  $400 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ ، گرمای نهان تبخیر مایع در نقطه جوش آن  $60 \text{ J/g}$  و تبخیر سطحی مایع ناچیز است.)

۲۰۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** یکی از مواردی که قابلیت ترکیب با قبلی از مطالب فیزیک رو داره بازدهه. فکر نکن فقط توی فصل کار و انرژی باهاش درگیری.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا مقدار کل گرمایی را که باید به مجموعه بدهیم تا در نهایت  $1/2$  کیلوگرم از مایع تبخیر شود را به دست

آورید، سپس توان خروجی گرمکن را حساب کنید. در آخر با داشتن گرمای کل و توان خروجی گرمکن، زمان لازم را به دست آورید.

**درس نامه** اگر دو یا چند جسم با دماهای متفاوت در تماس با هم قرار گیرند، آن قدر با هم گرما مبادله می کنند تا نهایتاً هم دما شوند

و به تعادل گرمایی برسند. دمای یکسان نهایی همه آن اجسام را دمای تعادل می نامیم.

طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله شده بین اجسام تا رسیدن به تعادل گرمایی برابر با صفر است؛ بنابراین می توانیم بگوییم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$$

$$\text{داده شده} - Q_{\text{داده شده}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{گرفته شده}} = -Q_{\text{داده شده}}$$

روابط مربوط به گرمای تبخیر و میعان به صورت مقابل است:

$$\begin{cases} Q_{\text{تبخیر}} = +mL_V & \text{گرماگیر} \\ Q_{\text{میعان}} = -mL_V & \text{گرماده} \end{cases} \quad L_V: \text{گرمای نهان تبخیر}$$

**نکته** گرمایی که توسط یک گرمکن با توان ثابت به جسم داده می شود، از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Q = \frac{\text{بازده گرمکن بر حسب درصد}}{100} \times P_{\text{اسمی (ورودی)}} \times \Delta t$$



پاسخ تشریحی گام اول: گرمای لازم برای این که در نهایت  $1/2 \text{ kg}$  از مایع تبخیر شود را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} Q_1: \text{گرمایی که لازمه تا دمای ظرف رو به } 70^\circ\text{C} \text{ برسونه} \\ Q_2: \text{گرمایی که لازمه تا دمای مایع رو به } 70^\circ\text{C} \text{ برسونه} \\ Q_3: \text{گرمایی که لازمه تا } 1/2 \text{ kg مایع تبخیر بشه} \end{cases}$$

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_t = (m_1 c_1 \Delta\theta) + (m_2 c_2 \Delta\theta) + (m_3 L_v)$$

$$\Rightarrow Q_t = (0/4 \times 400 \times 50) + (2 \times 800 \times 50) + (1/2 \times 60 \times 10^3) = 8000 + 80000 + 72000 = 160000 \text{ J}$$

گام دوم: با داشتن توان ورودی و بازده گرمکن، توان خروجی گرمکن را به دست می آوریم:

$$R_a = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{2000} \times 100 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 1600 \text{ W}$$

گام سوم: با داشتن گرمای دریافتی کل و توان خروجی، مدت زمان دریافت گرما را به دست می آوریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow 1600 = \frac{160000}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 100 \text{ s}$$

### تست و پاسخ ۷۰

اگر مقداری آب به جرم  $m$  و دمای  $20^\circ\text{C}$ ، گرمایی به اندازه  $Q$  از دست دهد،  $20\%$  درصد از جرم آن منجمد می شود. گرمایی که مقداری آب به جرم  $2m$  و دمای  $20^\circ\text{C}$  باید از دست دهد تا  $40\%$  درصد از جرم آن منجمد شود، چند برابر  $Q$  است؟ ( $L_F = 336 \text{ J/g}$ ,  $c = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$ )

$$\frac{42}{13} \quad (4)$$

$$\frac{21}{13} \quad (3)$$

$$\frac{26}{9} \quad (2)$$

$$\frac{13}{9} \quad (1)$$

### پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول گرمای هر حالت رو بر حسب  $m$  به دست بیار. بعدش نسبت گرماها رو حساب کن.

پاسخ تشریحی گام اول:  $Q$  (گرمای حالت اول) را بر حسب  $m$  به دست می آوریم: (توجه کنید که  $80 = \frac{336}{4/2}$  است، یعنی  $L_F = 80 \text{ c}$  است.)

$$\begin{cases} Q_1: \text{گرمایی که آب از دست می دهد تا به نقطه انجماد برسد} \\ Q_2: \text{گرمایی که } 20\% \text{ درصد از جرم آب در نقطه انجماد از دست می دهد تا منجمد شود} \end{cases}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q = (mc\Delta\theta) + (-\frac{20}{100} mL_F)$$

$$\xrightarrow{L_F=80c} Q = (m \times c \times (0 - 20)) + (-0/2m \times 80c) = -36 mc$$

گام دوم:  $Q'$  (گرمای حالت دوم) را بر حسب  $m$  به دست می آوریم:

$$\begin{cases} Q'_1: \text{گرمایی که آب از دست می دهد تا به نقطه انجماد برسد} \\ Q'_2: \text{گرمایی که } 40\% \text{ درصد از جرم آب در نقطه انجماد از دست می دهد تا منجمد شود} \end{cases}$$

$$Q' = Q'_1 + Q'_2 \Rightarrow Q' = (2mc\Delta\theta) + (-\frac{40}{100} \times 2m \times L_F)$$

$$\xrightarrow{L_F=80c} Q' = (2m \times c \times (0 - 20)) + (-0/8m \times 80c) = -104 mc$$

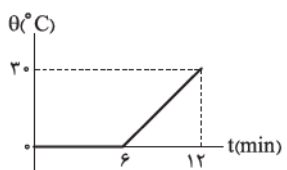
$$\frac{Q'}{Q} = \frac{-104 mc}{-36 mc} = \frac{104}{36} = \frac{26}{9}$$

گام سوم: نسبت  $\frac{Q'}{Q}$  را به دست می آوریم:

### تست و پاسخ ۷۱

مخلوطی از آب و یخ به جرم کل  $8 \text{ kg}$  با آهنک ثابت، گرما دریافت می کند. اگر نمودار دمای این مجموعه بر حسب زمان به شکل مقابل باشد، جرم آب موجود در مخلوط اولیه چند کیلوگرم بوده است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}, L_F = 336 \text{ J/g})$$



$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

### پاسخ: گزینه ۲

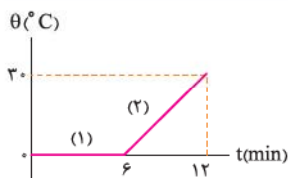
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**مشاوره** هواسا باشد از لفظه  $t = 6 \text{ min}$  به بعد،  $8 \text{ kg}$  آب داریم، اما در  $6 \text{ min}$  ابتدایی مفلوطی از آب و یخ داریم.

**نکته** هنگامی که با وجود مبادله گرما، دمای یک جسم تغییر نکند، به این معناست که گرمای مبادله شده، صرف تغییر حالت جسم می شود.

**پاسخ تشریحی** با توجه به نمودار شکل روبه رو داریم:



گرمایی که مقداری یخ در نقطه ذوب دریافت کرده تا ذوب شود:  $Q_1$   
 گرمایی که  $8 \text{ kg}$  آب صفر درجه سلسیوس دریافت کرده تا دمای آن به  $30^\circ \text{C}$  برسد:  $Q_2$

$$Q = P \cdot t \xrightarrow[t_1=t_2=6 \text{ min}]{P_{\text{ثابت}}} Q_1 = Q_2$$

حالا جرم آب اولیه ( $m_0$ ) را به دست می آوریم:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_{\text{یخ}} L_F = mc \Delta \theta \Rightarrow (8 - m_0) \times 336 = 8 \times 4 / 2 \times 30 \Rightarrow m_0 = 5 \text{ kg}$$

## تست و پاسخ ۷۲

درون ظرف عایقی  $5 \text{ kg}$  آب با دمای  $25^\circ \text{C}$  قرار دارد. اگر دو جسم  $A$  و  $B$  را به آب درون ظرف اضافه کنیم، تا رسیدن مجموعه به تعادل گرمایی، جسم  $A$ ،  $84 \text{ kJ}$  گرما از دست می دهد و جسم  $B$ ،  $126 \text{ kJ}$  گرما دریافت می کند. دمای تعادل مجموعه چند درجه سلسیوس است؟ (گرمای ویژه آب  $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$   $4200$  است.)

۴۵ (۴)

۳۷ (۳)

۳۳ (۲)

۲۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا به کمک قانون پایستگی انرژی، گرمای مبادله شده آب رو به دست آورید. سپس دمای تعادل را حساب کنید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: گرمای مبادله شده آب را به دست می آوریم. طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$Q_A + Q_B + Q_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow (-84) + (126) + Q_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{آب}} = -42 \text{ kJ}$$

بنابراین آب  $42 \text{ kJ}$  گرما از دست می دهد.

گام دوم: حالا با داشتن گرمایی که آب از دست می دهد، دمای تعادل مجموعه را به دست می آوریم:

$$Q = mc \Delta \theta \Rightarrow -42 = 5 \times 4 / 2 \times (\theta_e - 25)$$

$$\Rightarrow \theta_e - 25 = -2 \Rightarrow \theta_e = 23^\circ \text{C}$$

## تست و پاسخ ۷۳

درون گرماسنجی  $400 \text{ g}$  آب قرار دارد و دمای مجموعه  $60^\circ \text{C}$  است. اگر قطعه یخی به جرم  $1 \text{ kg}$  و دمای  $3^\circ \text{C}$  را به آب اضافه کنیم، پس از رسیدن به تعادل گرمایی،  $250 \text{ g}$  یخ، ذوب نشده باقی می ماند. ظرفیت گرمایی گرماسنج در SI کدام است؟

$$(c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}, L_F = 3 / 36 \times 10^5 \text{ J / kg})$$

۳۵۷۰ (۴)

۳۱۵۰ (۳)

۱۰۵۰ (۲)

۷۷۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** این سوال از نظر محاسباتی یک سوال وقت گیره، توی آزمون هواسا به این جور سوالا باشه که حتی آگه بلدهم باشی، می تونه زمان چند سوال رو قربانی کنه.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا با استفاده از قانون پایستگی انرژی، گرمای مبادله شده گرماسنج را به دست آورید، سپس ظرفیت گرمایی

گرماسنج را حساب کنید.





**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به این که دمای تعادل، صفر درجه سلسیوس است، گرمای مبادله شده گرماسنج را به دست می آوریم:

گرمایی که یخ می گیرد تا به نقطه ذوب برسد:  $Q_1$

گرمایی که  $75^\circ\text{C}$  یخ صفر درجه سلسیوس می گیرد تا ذوب شود:  $Q_2$

گرمایی که آب  $60^\circ\text{C}$  از دست می دهد تا به دمای  $0^\circ\text{C}$  برسد:  $Q_3$

گرمایی که گرماسنج  $60^\circ\text{C}$  از دست می دهد تا به دمای  $0^\circ\text{C}$  برسد:  $Q_4$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 \Rightarrow (m_1 c_1 \Delta\theta_1) + (m_2 L_F) + (m_3 c_3 \Delta\theta_3) + Q_4 = 0$$

$$\Rightarrow (1 \times 2100 \times (0 - (-30))) + (0 / 75 \times 336000) + (0 / 4 \times 4200 \times (0 - 60)) + Q_4 = 0 \Rightarrow Q_4 = -214200 \text{ J}$$

گام دوم: با داشتن  $Q_4$ ، ظرفیت گرمایی گرماسنج را به دست می آوریم:

$$Q_4 = C \text{ گرماسنج} \cdot \Delta\theta \Rightarrow -214200 = C \text{ گرماسنج} \times (0 - 60) \Rightarrow C \text{ گرماسنج} = \frac{-214200}{-60} = 3570 \text{ J} / ^\circ\text{C} = 3570 \text{ J} / \text{K}$$

### تست و پاسخ ۷۴

درون ظرفی  $100 \text{ g}$  آب  $0^\circ\text{C}$  قرار دارد. اگر  $7 \text{ g}$  از این آب دچار تبخیر سطحی شود، جرم آب موجود در ظرف به چند گرم می رسد؟ (گرمای نهان ذوب یخ  $330 \text{ J/g}$  و گرمای نهان تبخیر آب در دمای  $0^\circ\text{C}$  برابر با  $2310 \text{ J/g}$  است.)

۹۴ (۴)

۵۶ (۳)

۴۹ (۲)

۴۴ (۱)

### پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** این سؤال از تمرین کتاب درسی الگو برداری شده و تا حالا توی کنکور نیومده؛ پس هواست بوش باشه.

**خودت حل کنی بهتره** طبق قانون پایستگی انرژی، مقدار گرمای دریافتی برای تبخیر را با مقدار گرمای داده شده در فرایند انجماد با هم برابر قرار دهید و جرم آب منجمد شده را به دست آورید؛ در نهایت هم، جرم آب منجمد شده و تبخیر شده را از جرم آب کل، کم کنید.

**درس نامه** گرمای مورد نیاز یک فرایند گرماگیر مثل ذوب، تبخیر، تصعید یا افزایش دما و در یک فرایند گرماده مثل انجماد، میعان، چگالش با کاهش دما تأمین می شود.

**پاسخ تشریحی** با توجه به این که دمای آب صفر درجه سلسیوس است، در اثر تبخیر سطحی آب که فرآیندی گرماگیر است، باید بخشی از آب منجمد شود که فرآیندی گرماده بوده و گرمای فرایند گرماگیر را تأمین کند.

$$Q_{\text{تبخیر}} + Q_{\text{انجماد}} = 0 \Rightarrow (m_{\text{تبخیر}} L_V) + (-m_{\text{انجماد}} L_F) = 0$$

$$\Rightarrow (7 \times 2310) + (-m_{\text{انجماد}} \times 330) = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{انجماد}} = \frac{7 \times 2310}{330} = 49 \text{ g}$$

حالا جرم آب باقی مانده در ظرف را حساب می کنیم:  $m_{\text{باقی مانده}} = 100 - 7 - 49 = 44 \text{ g}$

### تست و پاسخ ۷۵

کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) در رساناهای فلزی، سهم الکترون های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم ها است.
- (۲) هر چه ضریب انبساط حجمی مایعی بیشتر باشد، آهنگ انتقال گرما به روش همرفت در آن بیشتر است.
- (۳) تابش گرمایی سطوح تیره و مات، از تابش گرمایی سطوح روشن و درخشان بیشتر است.
- (۴) در طی روز، چون زمین ساحل گرم تر از آب دریا است، نسیم از سوی ساحل به دریا می وزد.

### پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** متن کتاب در قسمت های دماسنجی و انتقال گرما از فصل دما و گرما رو خوب بخون، چون خیلی مهمه.





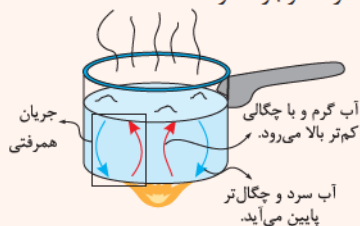
## درس نامه •• روش‌های انتقال گرما

۱) رسانش گرمایی: با گرم شدن قسمتی از یک جسم، جنبش ذرات در آن ناحیه بیشتر می‌شود و به وسیله ذرات ماده، این انرژی به قسمت‌های دیگر منتقل می‌شوند تا در نهایت همه بخش‌های جسم گرم شوند.

**حواستون باشه** در این روش، ذرات نقش منتقل کننده انرژی را دارند و خود ذرات منتقل نمی‌شوند.

در رسانش گرمایی ارتعاش اتم‌ها و الکترون‌ها و حرکت سریع الکترون‌های آزاد، نقش اساسی دارند. در رساناهای فلزی که دارای الکترون آزاد هستند، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرمایی بیشتر است.

۲) همرفت: در این روش، گرما همراه با جابه‌جایی ماده منتقل می‌شود و این ذرات ماده هستند که وظیفه انتقال گرما را دارند؛ بنابراین همرفت فقط در مایع‌ها و گازها رخ می‌دهد، زیرا مولکول‌های جامد حرکت انتقالی ندارند. دو نوع همرفت وجود دارد:



الف) همرفت طبیعی: با گرم شدن قسمتی از شاره، حجم شاره در آن قسمت زیاد شده و چگالی آن قسمت کم می‌شود؛ بنابراین شاره در آن قسمت به سمت بالا حرکت می‌کند و شاره با دمای کمتر که چگالی‌اش بیشتر است به سمت پایین حرکت می‌کند. شکل مقابل، جریان همرفتی را نشان می‌دهد.

ب) همرفت واداشته: در این حالت، به کمک یک تلمبه، شاره را وادار به چرخش و انتقال گرما می‌کنیم؛ به عنوان مثال دستگاه گردش خون در بدن که توسط یک تلمبه طبیعی (قلب) صورت می‌گیرد، نمونه‌ای از همرفت واداشته است.

۳) تابش گرمایی: در این روش، دیگر نیاز به محیط مادی نیست و انتقال گرما در خلأ نیز انجام می‌شود.

هر جسمی که دمایش بالاتر از صفر مطلق باشد، از خود امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کند که به آن تابش گرمایی گفته می‌شود. امواج الکترومغناطیسی با تندی نور منتشر می‌شوند و به همین دلیل، تابش گرمایی سریع‌ترین روش انتقال گرماست؛ به عنوان مثال، گرمای خورشید از طریق نور به زمین می‌رسد، در صورتی که میان زمین و خورشید خلأ است.

تابش گرمایی به عوامل زیر بستگی دارد:

۱) دما: هر چه دمای جسم بیشتر باشد، آهنگ تابش بیشتر است.

۲) مساحت: هر چه مساحت سطح بیشتر باشد، آهنگ تابش بیشتر است.

۳) میزان صیقلی بودن: سطوح ناصاف، تابش بیشتری دارند.

۴) رنگ سطح جسم: سطوح تیره و مات، تابش بیشتری دارند.

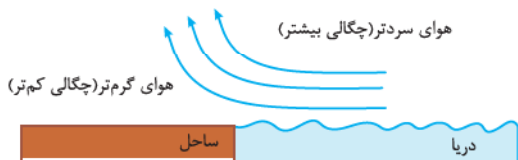
## پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) طبق متن کتاب درسی، این جمله درست است.

۲) انتقال گرما به روش همرفت در اثر جابه‌جایی بخشی از ماده به خاطر اختلاف چگالی است. از طرفی هر چه ضریب انبساط حجمی مایعی بیشتر باشد، تغییر حجم و تغییر چگالی بیشتری بر اثر تغییر دما دارد، در نتیجه انتقال گرما به روش همرفت در آن سریع‌تر اتفاق می‌افتد؛ بنابراین این جمله، درست است.

۳) طبق متن کتاب درسی، این جمله درست است.

۴) با توجه به شکل مقابل، در طی روز، چون زمین ساحل گرم‌تر از آب دریا است، چگالی هوای بالای زمین کم‌تر از چگالی هوای بالای دریا بوده و هوای بالای زمین ساحل بالا رفته و هوای بالای دریا جای آن را می‌گیرد، بنابراین نسیم از دریا به سمت ساحل می‌وزد؛ در نتیجه این جمله نادرست است.





شیمی دوازدهم: صفحه‌های ۳۷ تا ۵۹

## تست و پاسخ ۷۶

کدام مطلب نادرست است؟

گونه‌ای که الکترون از دست می‌دهد.

(۱) در واکنش ترمیت  $(2Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow 2Fe(l) + Al_2O_3(s))$ ، فلز آلومینیم نقش کاهنده را ایفا می‌کند.

(۲) همه فلزهایی که با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند، می‌توانند در واکنش با محلول مس (II) سولفات، الکترون از دست بدهند.

$E^\circ < 0$

(۳) در واکنش فلز روی با گاز اکسیژن، شعاع گونه اکسندگی افزایش می‌یابد.

(۴) در یک واکنش اکسایش - کاهش، همواره تعداد اتم‌های گونه کاهنده و گونه اکسندگی با هم برابر است.

گونه‌ای که الکترون می‌گیرد.

## پاسخ: گزینه ۴

## درس نامه ●● کاهنده و اکسندگی

در یک واکنش اکسایش - کاهش، کاهنده گونه‌ای است که عدد اکسایش آن افزایش می‌یابد و اکسندگی گونه‌ای است که عدد اکسایش آن کاهش می‌یابد.

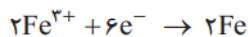
کاهنده  $\left\{ \begin{array}{l} \text{اکسید می‌شود.} \\ \text{عدد اکسایش آن افزایش می‌یابد.} \end{array} \right.$

اکسندگی  $\left\{ \begin{array}{l} \text{کاهش می‌یابد.} \\ \text{عدد اکسایش آن کاهش می‌یابد.} \end{array} \right.$

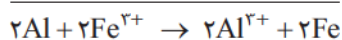
## پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:



(۱) با توجه به نیم‌واکنش‌های زیر، Al الکترون از دست داده و اکسایش یافته، بنابراین گونه کاهنده

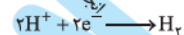
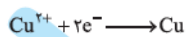


محسوب می‌شود.

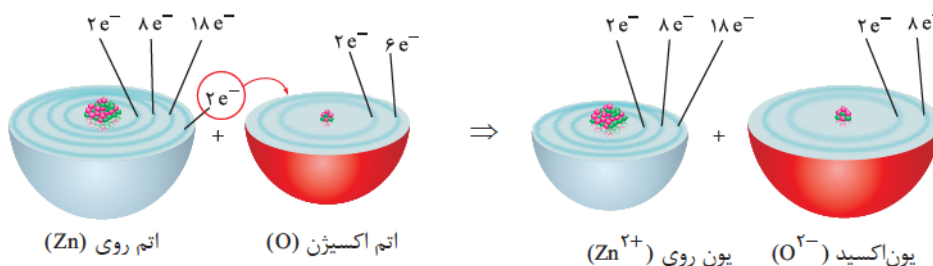
(۲) فلزهایی با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند که قدرت کاهندگی بیشتری از هیدروژن دارند؛ یعنی  $E^\circ$  آن‌ها منفی بوده و درسری الکتروشیمیایی، پایین‌تر از هیدروژن قرار دارند. از طرفی فلزهایی مانند مس و طلا که قدرت کاهندگی کم‌تری از هیدروژن دارند و  $E^\circ$ 

آن‌ها مثبت است، در سری الکتروشیمیایی، بالای هیدروژن قرار می‌گیرند.

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ$ (V)
$Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$	+۰ / ۳۴
$2H^+(aq) + 2e^- \rightarrow H_2(g)$	۰ / ۰۰
$M^{n+}(aq) + ne^- \rightarrow M(s)$	<۰ / ۰۰



در سری الکتروشیمیایی، گونه سمت راست نیم‌واکنش پایین‌تر می‌تواند با گونه سمت چپ نیم‌واکنش بالاتر

واکنش دهد. با توجه به این که  $E^\circ$  نیم‌واکنش‌های  $Cu^{2+} / Cu$  بزرگ‌تر از نیم‌واکنش  $M^{n+} / M$  است، $Cu^{2+}$  می‌تواند فلز M را اکسید کرده و با آن واکنش دهد.(۳) در واکنش فلز روی با گاز اکسیژن  $(2Zn + O_2 \rightarrow 2ZnO)$ ، اکسیژن الکترون می‌گیرد و اکسندگی است. شعاع  $O^{2-}$  از O بزرگ‌تر است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۴) نه کی گفته؟! برای مثال در واکنش اکسایش - کاهش زیر، تعداد اتم‌های گونه کاهنده (Al) برابر ۲ و شمار اتم‌های گونه اکسند (Cu<sup>2+</sup>) برابر ۳ است.



**نکته** هر یک از واکنش‌های اکسایش - کاهش، باید هم از نظر تعداد اتم‌ها (جرم) و هم از نظر بار الکتریکی، موازنه باشند:

تعداد اتم هر عنصر در سمت راست = تعداد اتم هر عنصر در سمت چپ: موازنه جرم

مجموع بارهای الکتریکی مثبت و منفی در سمت راست معادله = مجموع بارهای الکتریکی مثبت و منفی در سمت چپ معادله: موازنه بار

یاد تون باشه! در یک واکنش اکسایش - کاهش موازنه شده، لزوماً تعداد اتم‌های گونه کاهنده و گونه اکسند با هم برابر نیستند.

## تست و پاسخ ۷۷

با توجه به رفتارهای چهار فلز G, W, X و Z در گزاره‌های زیر، کدام گزینه ترتیب قدرت کاهندگی آن‌ها را به درستی نشان می‌دهد؟

• با قراردادن فلز W در محلول‌های حاوی یون‌های  $Z^{2+}$ ،  $X^{2+}$  و  $G^{2+}$  به طور جداگانه، دمای محلول افزایش می‌یابد.

• بر خلاف فلز X، می‌توان از فلز Z برای نگهداری محلول هیدروکلریک اسید استفاده کرد. قدرت اکسایش پیدا کردن (قدرت از دست دادن الکترون)

• با قراردادن فلز Z در محلول دارای یون  $G^{2+}$ ، رسوب G بر تیغه Z مشاهده می‌شود. فلز Z با اسید واکنش نمی‌دهد (اکسید نمی‌شود).



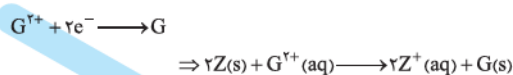
## پاسخ: گزینه ۱

**پاسخ تشریحی** ابتدا به بررسی گزاره‌ها می‌پردازیم:

گزاره اول: افزایش دما، نشانه انجام خودبه‌خودی واکنش شیمیایی است و فلز W (فلزی با قدرت کاهندگی بیشتر) می‌تواند با کاتیون فلزهای X, Z و G (فلزهایی با قدرت کاهندگی کمتر) به طور جداگانه واکنش دهد و باعث افزایش دمای مخلوط واکنش شود؛ بنابراین از گزاره اول نتیجه می‌گیریم که فلز W بیشترین قدرت کاهندگی را دارد.

گزاره دوم: فلز Z برخلاف فلز X با محلول هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهد؛ بنابراین قدرت کاهندگی Z از X کم‌تر است.

گزاره سوم: در اثر قراردادن فلز Z در محلول دارای یون‌های  $G^{2+}$ ، یک



واکنش اکسایش - کاهش انجام شده و کاتیون  $Z^{+}$  و فلز G تولید می‌شود که به صورت رسوب بر روی تیغه Z می‌نشیند؛ پس قدرت کاهندگی فلز Z از فلز G بیشتر است.

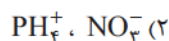
با توجه به نتیجه‌گیری‌های انجام شده، خواهیم داشت:

مقایسه قدرت کاهندگی فلزات:  $W > X > Z > G$

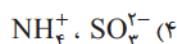
## تست و پاسخ ۷۸

به ترتیب از راست به چپ، کدام یون در واکنش‌های شیمیایی، تنها می‌تواند نقش اکسندگی و کدام یون تنها می‌تواند نقش کاهندگی داشته باشد؟

یعنی در پایین‌ترین عدد اکسایش خود است.



یعنی در بالاترین عدد اکسایش خود است.



## پاسخ: گزینه ۲

**درس‌نامه** •• وقتی عنصری در یک گونه، در بالاترین عدد اکسایش خود باشد، دیگر نمی‌تواند اکسید شود؛ یعنی فقط می‌تواند کاهش

یابد و نقش اکسندگی داشته باشد و برعکس! اگر عنصری دارای پایین‌ترین عدد اکسایش خود باشد، دیگر نمی‌تواند کاهش یابد؛ یعنی تنها

می‌تواند اکسید شود و فقط کاهنده است. در غیر این دو صورت می‌تواند اکسندگی یا کاهندگی داشته باشد.





بہتر است دامنه تغییرات عدد اکسایش برخی عناصر را بلد باشین؛

شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
پایین ترین عدد اکسایش	۰	۰	۰	-۴	-۳	-۲	-۱
بالاترین عدد اکسایش	+۱	+۲	+۳	+۴	+۵	+۶	+۷

به طور کلی در همه فلزها، پایین ترین عدد اکسایش برابر با صفر است (در حالت آزاد). برای عنصرهای گروه ۱۴ تا ۱۷ (به جز اکسیژن و فلوئور) پایین ترین و بالاترین عدد اکسایش از رابطه‌های مقابل به دست می‌آید:  
 $-۱۸ - \text{شماره گروه} = \text{پایین ترین عدد اکسایش}$   
 یکان شماره گروه = بالاترین عدد اکسایش

در مورد دامنه تغییرات عدد اکسایش، استثناهایی هم به چشم می‌خورد:

(الف) دامنه عدد اکسایش اکسیژن از -۲ تا +۲ است.

(ب) عدد اکسایش فلوئور تنها می‌تواند اعداد صفر (در  $F_2$ ) و -۱ (در بقیه گونه‌ها) باشد.

(پ) عدد اکسایش هیدروژن می‌تواند صفر، -۱ و +۱ باشد.

● برخی از فلزهای واسطه، عددهای اکسایش متنوعی دارند. بالاترین عدد اکسایش برخی از فلزهای واسطه در جدول زیر آورده شده است:

فلز واسطه	وانادیم (۲۳V)	کروم (۲۴Cr)	منگنز (۲۵Mn)	آهن (۲۶Fe)	مس (۲۹Cu)
بالاترین عدد اکسایش	+۵	+۶	+۷	+۳	+۲

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱

هم اکسند و هم کاهنده  $Br = +۵$   $BrO_3^-: Br + 3(-2) = -1 \Rightarrow Br = +۵$

فقط کاهنده  $S = -۲$   $S^{2-} \rightarrow S = -۲$

۲

فقط اکسند  $N = +۵$   $NO_3^-: N + 3(-2) = -1 \Rightarrow N = +۵$

فقط کاهنده  $P = -۳$   $PH_4^+: P + 4(+1) = 1 \Rightarrow P = -۳$

۳

فقط کاهنده  $N = -۳$   $NH_4^+: N + 4(+1) = +1 \Rightarrow N = -۳$

فقط اکسند  $N = +۵$   $NO_3^-: N + 3(-2) = -1 \Rightarrow N = +۵$

۴

هم اکسند و هم کاهنده  $S = +۴$   $SO_4^{2-}: S + 3(-2) = -2 \Rightarrow S = +۴$

فقط کاهنده  $N = -۳$   $NH_4^+: N + 4(+1) = +1 \Rightarrow N = -۳$

## تست و پاسخ ۷۹

با توجه به جدول داده شده، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف)  $emf$  سلول گالوانی متشکل از A و D، به تقریب ۶/۳۵ برابر  $emf$  سلول گالوانی متشکل از A و B است.

(ب) قدرت اکسندگی  $C^{2+}$  از قدرت اکسندگی  $B^{2+}$  کم تر است.

(پ) گونه‌های  $A^+$  و  $B^{2+}$  می‌توانند با  $C^{2+}$  واکنش دهند.

(ت) قوی ترین کاهنده،  $D^{3+}$  و قوی ترین اکسند،  $A^+$  است.

نیم واکنش کاهش	$E^\circ (V)$
$A^+(aq) + e^- \rightarrow A(s)$	+۱ / ۳۳
$B^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow B(s)$	+۰ / ۸۷
$C^{3+}(aq) + e^- \rightarrow C^{2+}(aq)$	-۰ / ۱۲
$D^{3+}(aq) + 3e^- \rightarrow D(s)$	-۱ / ۵۹

پ - ت (۴)

ب - ت (۳)

الف - ب (۲)

الف - پ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

درس نامه •• مقایسه قدرت کاهندگی و اکسندگی با  $E^\circ$ 

پتانسیل‌های استاندارد نیم‌سلول‌ها، به صورت کاهش گزارش می‌شود، یعنی پتانسیل استاندارد نیم‌سلول، میزان تمایل به گرفتن الکترون و کاهش یافتن (قدرت اکسندگی) را نشان می‌دهد؛ پس هر چه  $E^\circ$  یک نیم‌واکنش بزرگ‌تر باشد، تمایل انجام نیم‌واکنش در جهت رفت بیشتر است، به عبارت دیگر گونه سمت چپ نیم‌واکنش، تمایل بیشتری به گرفتن الکترون دارد؛ در نتیجه اکسندگی قوی‌تری است. از آنجا که سری الکتروشیمیایی به ترتیب کاهش  $E^\circ$  مرتب شده است، می‌توان گفت در جدول  $E^\circ$ ، از پایین به بالا، قدرت اکسندگی گونه‌های سمت چپ نیم‌واکنش‌ها، افزایش می‌یابد.

هرچه  $E^\circ$  بزرگ‌تر ← قدرت اکسندگی (تمایل به گرفتن الکترون) گونه سمت چپ نیم‌واکنش بیشتر

هرچه مقدار  $E^\circ$  یک نیم‌واکنش کوچک‌تر باشد، تمایل انجام نیم‌واکنش در جهت رفت کم‌تر بوده و به *باش!* تمایل انجام آن در جهت برگشت بیشتره! بنابراین گونه سمت راست نیم‌واکنش، تمایل بیشتری برای از دست دادن الکترون خواهد داشت؛ در نتیجه کاهندگی قوی‌تری است. در جدول  $E^\circ$  از بالا به پایین، قدرت کاهندگی گونه‌های سمت راست نیم‌واکنش‌ها افزایش می‌یابد.

هرچه  $E^\circ$  کوچک‌تر ← قدرت کاهندگی (تمایل به از دست دادن الکترون) گونه سمت راست نیم‌واکنش بیشتر

پاسخ تشریحی موارد «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) برای محاسبه ولتاژ یک سلول گالوانی، ابتدا آند و کاتد را تعیین کرده، سپس  $E^\circ$  آند را از  $E^\circ$  کاتد کم می‌کنیم:  $E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = \text{سلول } E^\circ_{\text{emf}}$   
در سلول گالوانی  $A - D$ ، با توجه به این که  $E^\circ$  مربوط به نیم‌سلول  $D$ ، کوچک‌تر (منفی‌تر) است. الکتروود  $D$ ، آند و الکتروود  $A$ ، کاتد می‌باشد:

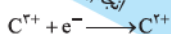
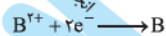
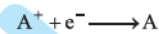
$$\text{emf} = 1/33 - (-1/59) = 2/92 \text{ V}$$

$$\text{emf} = 1/33 - 0/87 = 0/46 \text{ V} \Rightarrow \frac{2/92}{0/46} = 6/35$$

برای سلول گالوانی  $B - A$  هم داریم:

ب) پتانسیل‌های الکتروودی استاندارد، همواره به صورت پتانسیل کاهش گزارش می‌شوند: گونه کاهنده  $\rightarrow \text{ne}^- + \text{گونه اکسندگی}$   
پس برای مقایسه قدرت اکسندگی نمونه‌ها، باید گونه‌های سمت چپ نیم‌واکنش‌های کاهش را مقایسه کنید. هر چه  $E^\circ$ ، مثبت‌تر باشد، گونه سمت چپ بهتر کاهش می‌یابد و اکسندگی قوی‌تری است؛ بنابراین با توجه به جدول داده‌شده در سؤال، فقط می‌توان گفت قدرت اکسندگی  $B^{2+}$  از  $C^{3+}$  بیشتر است!

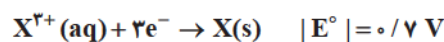
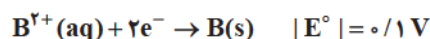
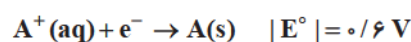
پ) درسته! در سری الکتروشیمیایی، گونه سمت راست پایین‌تر می‌تواند با گونه سمت چپ بالاتر واکنش دهد:



ت) با توجه به سری الکتروشیمیایی داده‌شده در صورت سؤال،  $A^+$  بیشترین  $E^\circ$  را داشته، بنابراین قوی‌ترین اکسندگی است؛ اما قوی‌ترین کاهنده (گونه‌ای که با از دست دادن الکترون اکسایش یابد)  $D$  می‌باشد، نه  $D^{3+}$ .

## تست و پاسخ ۸۰

قدر مطلق پتانسیل کاهش برخی عناصرها در زیر آمده است. اگر سلول گالوانی حاصل از اتصال نیم‌سلول  $X$  به نیم‌سلول‌های  $A$  و  $B$ ، به ترتیب بیشترین و کم‌ترین ولتاژ را بین همه نیم‌سلول‌های ممکن تولید کند، ترتیب پتانسیل کاهش استاندارد، در کدام گزینه می‌تواند درست باشد؟



←  $E^\circ$  نیم‌سلول  $B$  کم‌تر از  $X$  است.

$$B > X > 0 > A \quad (۴)$$

$$X > B > A > 0 \quad (۳)$$

$$X > B > 0 > A \quad (۲)$$

$$A > 0 > X > B \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲



**پاسخ تشریحی** با توجه به صورت سؤال که قدرت اکسندگی  $B^{2+}$  را کم تر از  $X^{3+}$  فرض کرده، می توان دریافت که  $E^\circ$  نیم سلول B کم تر از

X است؛ پس دو حالت پیش می آید:

$$E^\circ(X^{3+}/X) = 0/7V, E^\circ(B^{2+}/B) = 0/1V \quad \checkmark \text{ X بالاتر از B قرار دارد.}$$

$$E^\circ(X^{3+}/X) = 0/7V, E^\circ(B^{2+}/B) = -0/1V \quad \checkmark \text{ X بالاتر از B قرار دارد.}$$

نتیجه: پتانسیل کاهش استاندارد B، می تواند  $0/1V$  یا  $-0/1V$  باشد و پتانسیل کاهش استاندارد X برابر  $0/7$  ولت بوده و از پتانسیل کاهش B بزرگ تر است. تا این جا **۲** پُر!

بریم سراغ تعیین تکلیف A سلول گالوانی A - X بیشترین ولتاژ و سلول B - X باید کم ترین ولتاژ ممکن را در بین نیم سلول های ممکن تولید کند. برای نیم سلول A دو حالت داریم:

$$\text{الف) } E^\circ(A^+/A) = 0/6V$$

در این حالت پتانسیل سلول A - X برابر  $0/1V$  ( $0/1 - 0/6 = 0/5$ ) خواهد بود و پتانسیل سلول B - X (در هر دو ولتاژ  $0/1$  یا  $-0/1$ ) ولت برای نیم سلول B) می تواند برابر  $0/6V$  یا  $0/8V$  باشد که با اطلاعات سؤال همخوانی ندارد! زیرا سلول A - X کم ترین ولتاژ و سلول B - X بیشترین ولتاژ را خواهد داشت! پس **۱** و **۳** هم پُر!

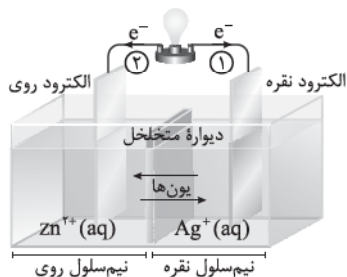
$$\text{ب) } E^\circ(A^+/A) = -0/6V$$

در این حالت پتانسیل سلول A - X برابر  $1/3V$  بوده و در هر حال از پتانسیل سلول B - X بیشتر است؛ پس حالت «ب» درسته! و پتانسیل کاهش استاندارد A برابر  $0/6$  ولت (کم تر از X و B) می باشد.

(ولت)  $X > B(0/1) > A$  یا  $X > B(-0/1) > A$  ترتیب پتانسیل کاهش (ولت)

## تست و پاسخ ۸۱

با توجه به شکل مقابل که سلول گالوانی «روی - نقره» را نشان می دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ( $Ag = 108, Zn = 65 : g.mol^{-1}$ )



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- جهت جریان الکترون در مسیر (۱) درست است.
- در معادله موازنه شده واکنش آن، در مجموع دو الکترون مبادله می شود.
- اندازه شیب نمودار تغییرات غلظت یون روی، دو برابر یون نقره است.
- با مبادله  $9/03 \times 10^{22}$  الکترون در مدار بیرونی،  $16/2$  گرم به جرم کاتد افزوده می شود.

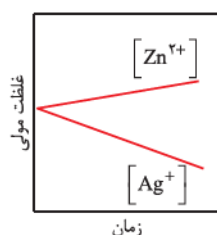
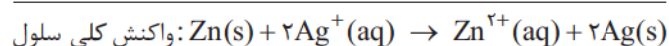
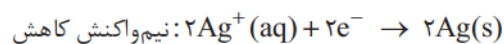
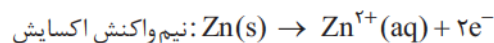
## پاسخ: گزینه ۳

عبارت های اول، دوم و چهارم درست اند.

**پاسخ تشریحی** بررسی عبارت ها:

عبارت اول: در سلول مورد نظر، الکتروود روی، آند و الکتروود نقره، کاتد است. می دانید که جهت حرکت الکترون ها در مدار بیرونی از آند به سمت کاتد می باشد؛ یعنی در این جا از الکتروود روی به سمت الکتروود نقره (مسیر ۱).

عبارت دوم: درسته! به نیم واکنش های زیر توجه کنید:



عبارت سوم: در سلول گالوانی «روی - نقره»، با گذشت زمان، یون های  $Zn^{2+}$  تولید و یون های  $Ag^+$  مصرف می شوند؛ یعنی غلظت یون های  $Zn^{2+}$  افزایش و غلظت  $Ag^+$  کاهش می یابد، اما با توجه به این که در معادله واکنش، ضرب نقره دو برابر ضرب روی است، مقدار تغییر غلظت یون  $Ag^+$  در یک بازه زمانی معین (شیب تغییر غلظت  $Ag^+$ ) دو برابر مقدار تغییر غلظت  $Zn^{2+}$  است:

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



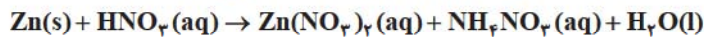
$$2 \text{ mole}^- \sim 2 \text{ mol Ag}$$

عبارت چهارم: بیاید حساب کنیم:

$$9/03 \times 10^{22} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 16/2 \text{ g Ag}$$

## تست و پاسخ ۸۲

در معادله واکنش زیر، نسبت تغییر درجه اکسایش گونه اکسید شده به کاهشنده برابر ..... و مجموع ضرایب مواد در معادله پس از موازنه برابر ..... است.



۲۲ - ۲ (۴)

۱۹ - ۲ (۳)

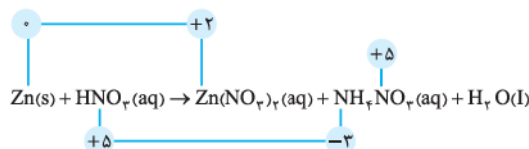
۲۲ - ۴ (۲)

۱۹ - ۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

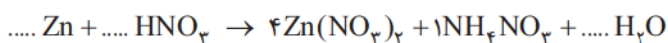
**نکته** برای موازنه واکنش‌های اکسایش - کاهش، ابتدا تغییر عدد اکسایش اتم‌ها را حساب می‌کنیم، سپس مقدار تغییر عدد اکسایش گونه کاهشنده را ضریب گونه اکسید شده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونه اکسید شده را ضریب گونه کاهشنده قرار می‌دهیم و در آخر با توجه به ضرایبی که معلوم هستند، ضرایب بقیه گونه‌ها را تعیین می‌کنیم. یاد تون باشه در صورت ساده شدن عددهای مربوط به تغییر عدد اکسایش گونه‌های کاهشنده و اکسیدنده، آن‌ها را ساده می‌کنیم؛ مثلاً اگر این اعداد ۴ و ۲ بودند، به جای آن‌ها از اعداد ۲ و ۱ استفاده می‌کنیم.

## پاسخ تشریحی

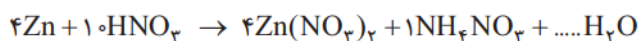


گام اول: در سمت راست، دو نوع عدد اکسایش برای نیتروژن داریم؛ پس موازنه را از این سمت شروع می‌کنیم.

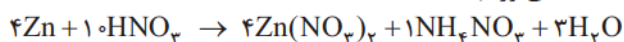
گام دوم: تغییر عدد اکسایش روی (کاهشنده) برابر ۲ (۲ - ۰ = ۲) و تغییر عدد اکسایش نیتروژن (اکسید شده) برابر ۸ (۵ - (-۳) = ۸) است. دو عدد ۲ و ۸ با هم‌رنگه ساره شده و تبدیل به ۴ می‌شن؛ پس عدد ۱ را ضریب  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  و عدد ۴ را ضریب  $\text{Zn(NO}_3)_2$  قرار می‌دهیم:



گام سوم: با توجه به مشخص بودن شمار اتم‌های Zn و N در سمت راست معادله، ضریب  $\text{HNO}_3$  و Zn به ترتیب باید برابر ۱۰ و ۴ باشد.



گام چهارم: حال با توجه به ضرایب به دست آمده، ضریب  $\text{H}_2\text{O}$  را نیز به دست می‌آوریم:



نسبت تغییر درجه اکسایش گونه اکسید شده (اتم N) با گونه کاهشنده (اتم Zn) برابر  $\frac{1}{4} = 4$  بوده و مجموع ضرایب مواد در معادله برابر ۲۲ است.

## تست و پاسخ ۸۳

در سلول گالوانی «روی - مس»، پس از مصرف ۸۳ / ۳۳ درصد از جرم تیغه آندی، جرم تیغه کاتدی ۲۰۸ گرم افزایش می‌یابد. جرم اولیه تیغه آندی چند گرم بوده و در این فرایند، چند مول الکترون از مدار بیرونی سلول عبور کرده است؟ ( $\text{Zn} = 65, \text{Cu} = 64; \text{g.mol}^{-1}$ )

۶ / ۵ - ۲۵۳ / ۵ (۴)

۳ / ۲۵ - ۲۵۳ / ۵ (۳)

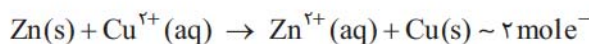
۶ / ۵ - ۲۳۵ / ۵ (۲)

۳ / ۲۵ - ۲۳۵ / ۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

## پاسخ تشریحی

در سلول گالوانی «روی - مس»، الکتروود روی، آند و الکتروود مس، کاتد است. واکنش انجام شده در این سلول به صورت زیر است:



قسمت اول: جرم تیغه آندی (روی) را برابر a گرم در نظر می‌گیریم. در اثر مصرف ۸۳ / ۳۳ درصد از تیغه a گرمی روی، جرم تیغه کاتدی (مس)

$$208 \text{ گرم افزایش می‌یابد. } \left( \frac{83/33}{100} = \frac{250}{300} \right)$$

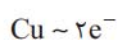
$$\frac{\text{جرم مصرف شده} \times \text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{a}{1 \times 65} \times \frac{250}{300} = \frac{208}{1 \times 64} \Rightarrow a = \frac{13}{65} \times \frac{3}{4} \times 13 = 253/5 \text{ g}$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی



قسمت دوم: به ازای تولید یک مول Cu در این واکنش، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود:

$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{Cu}} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{e^-} \Rightarrow \frac{64}{2} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = 64 \text{ mole}^-$$

## تست و پاسخ ۸۴

آهن + لایه نازکی از فلز روی

در مورد حلبی و آهن گالوانیزه، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

آهن + لایه نازکی از فلز قلع

- هر دو، نمونه‌هایی از کاربرد حفاظت کاتدی را در صنعت نشان می‌دهند.
- رطوبت به عنوان یکی از اجزای فرایند خوردگی در نیم‌واکنش اکسایش آن‌ها شرکت می‌کند.
- اگر بر سطح حلبی خراشی ایجاد شود، فلز قلع به علت  $E^\circ$  کم‌تر، خورده شده و آهن نقش کاتد را ایفا می‌کند و در برابر خوردگی محافظت می‌شود.

• در فرایند خوردگی آهن گالوانیزه، گاز اکسیژن، اکسند و فلز روی، به عنوان کاهنده عمل می‌کند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

### درس نامه •• حلبی و آهن گالوانیزه

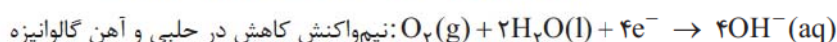
نوع آهن	آهن گالوانیزه (آهن سفید) (آهن + لایه نازکی از فلز روی)	حلبی (آهن + لایه نازکی از فلز قلع)
نوع حفاظت آهن	فیزیکی + کاتدی	فقط فیزیکی
آند	روی	آهن
نیم‌واکنش اکسایش	$\text{Zn(s)} \rightarrow \text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + 2e^-$	$\text{Fe(s)} \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + 2e^-$
کاتد	آهن	قلع
نیم‌واکنش کاهش	$\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O(l)} + 2e^- \rightarrow 2\text{OH}^-(\text{aq})$	$\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O(l)} + 4e^- \rightarrow 4\text{OH}^-(\text{aq})$
گونه کاهنده	Zn	Fe
گونه اکسند	$\text{O}_2$	$\text{O}_2$
رسوب تشکیل شده در پایان واکنش	روی هیدروکسید $(\text{Zn(OH)}_2)$	آهن (III) هیدروکسید $(\text{Fe(OH)}_3)$
کاربرد	تانکر آب و کانال کولر	ظروف بسته‌بندی مواد غذایی

پاسخ تشریحی فقط مورد چهارم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در حفاظت کاتدی، برای جلوگیری از زنگ‌زدن آهن، می‌توان آن را در تماس با یک فلز فعال‌تر (کاهنده‌تر) که  $E^\circ$  کوچک‌تری نسبت به آهن دارد، قرار داد که در صورت فراهم شدن شرایط مناسب، به جای آهن، خورده شود. در آهن گالوانیزه، فلز روی به علت داشتن  $E^\circ$  کوچک‌تر نسبت به آهن، با حفاظت کاتدی از آهن مراقبت می‌کند، ولی در حلبی، فلز قلع با وجود حفاظت فیزیکی از آهن، به علت داشتن  $E^\circ$  بزرگ‌تر نسبت به آن، نمی‌تواند نقش حافظ کاتدی را ایفا کند.

عبارت دوم: در هر دو نمونه، رطوبت به عنوان یکی از واکنش‌دهنده‌های فرایند خوردگی در نیم‌واکنش کاهش (نه اکسایش!) شرکت می‌کند.



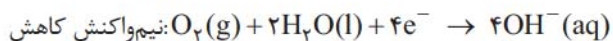
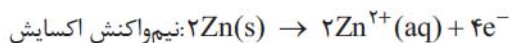


## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



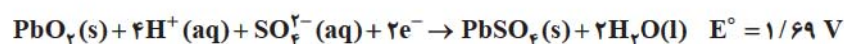
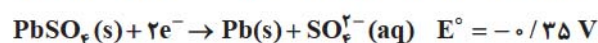
عبارت سوم: اگر بر سطح آهن حلی خراشی ایجاد شود، فلز آهن که  $E^\circ$  کوچک تری دارد، اکسید شده و خورده می شود و قلع در نقش کاند نسبت به خوردگی محافظت می شود.

عبارت چهارم: در فرایند خوردگی آهن گالوانیزه، گونه کاهنده، Zn و گونه اکسنده  $O_2$  است. *هواستون باشه* در این فرایند، فلز آهن (کاتد) تنها نقش رسانای الکترونی را دارد و خودش کاهش نمی یابد.



## تست و پاسخ ۸۵

نیم واکنش های زیر مربوط به باتری سربی خودرو است. emf باتری سربی، چند ولت با emf باتری دگمه ای «روی - نقره» اختلاف دارد؟



۰ / ۵۶ (۴)

۰ / ۵۲ (۳)

۰ / ۴۸ (۲)

۰ / ۴۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

**نکته** ولتاژ یا emf باتری ها و سلول های گالوانی از رابطه زیر به دست می آید:

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{بیشتر}) - E^\circ(\text{کمتر})$$

$$emf(\text{باتری سربی}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = 1.69 - (-0.35) = 2.04V$$

$$emf(\text{باتری دگمه ای}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = 0.80 - (-0.76) = 1.56V$$

اختلاف emf باتری سربی، با باتری «روی - نقره» برابر  $2.04 - 1.56 = 0.48$  ولت است.

## تست و پاسخ ۸۶

کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) خوردگی آهن در محیط اسیدی، سریع تر رخ می دهد؛ زیرا فلز آهن در این محیط،  $E^\circ$  کمتری داشته و کاهنده قوی تری است.

ب) در ساختار زنگ آهن، یون های  $Fe^{2+}$  وجود دارند.  $Fe(OH)_3$

پ) شمار الکترون های مبادله شده در فرایند زنگ زدن آهن،  $1/5$  برابر شمار الکترون های مبادله شده در سلول سوختی متان - اکسیژن است.

ت) مجموع ضرایب گونه ها در واکنش کلی فرایند زنگ زدن آهن برابر ۱۷ است.

ث) آهن پرمصرف ترین فلز در جهان است و سالانه حدود ۲ درصد از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعات خورده شده مصرف می شود.

۴ - ب - ث

۳ - ب - ت - ث

۲ - پ - ت

۱ - الف - پ

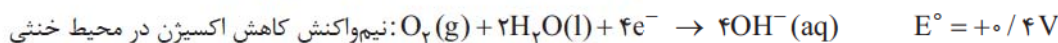
## پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

عبارت های «پ» و «ت» درست اند.

بررسی عبارت ها:

الف) خوردگی آهن در محیط اسیدی به میزان بیشتری رخ می دهد، زیرا  $E^\circ$  مربوط به نیم واکنش کاهش اکسیژن در محیط اسیدی بیشتر از  $E^\circ$  نیم واکنش آن در محیط خنثی است؛ یعنی  $O_2$  در محیط اسیدی اکسنده قوی تری است و راحت تر الکترون می گیرد.



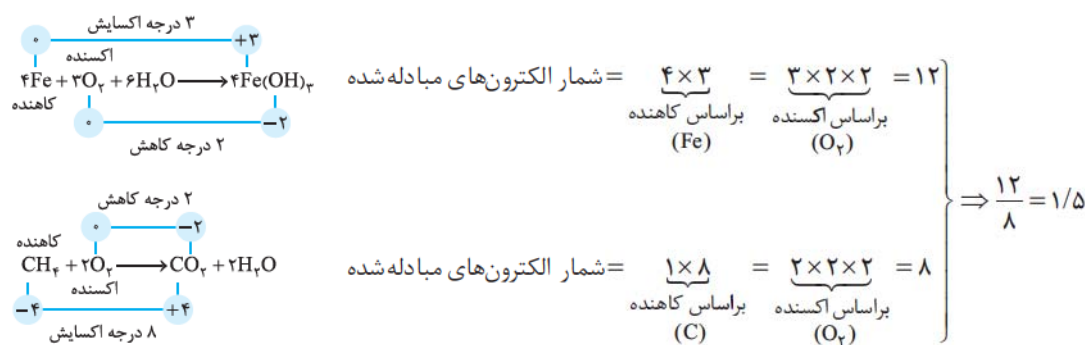
ب) زنگ آهن حاوی یون  $Fe^{3+}$  است، نه  $Fe^{2+}$ !



(پ)

**نکته** برای تعیین شمار الکترون‌های مبادله‌شده در یک واکنش اکسایش کاهنده، می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:  
تغییر عدد اکسایش اکسنده  $\times$  ضریب اکسنده  $\times$  شمار اتم‌ها در اکسنده = شمار الکترون‌های مبادله‌شده بر اساس معادله موازنه شده  
تغییر عدد اکسایش کاهنده  $\times$  ضریب کاهنده  $\times$  شمار اتم‌ها در کاهنده =

بیابیم:



(ت)  $17 = \text{مجموع ضرایب} \Rightarrow 4\text{Fe}(\text{s}) + 2\text{O}_7(\text{g}) + 6\text{H}_7\text{O}(\text{l}) \rightarrow 4\text{Fe}(\text{OH})_7(\text{s})$  : واکنش کلی زنگ‌زدن آهن  
(ث) سالانه حدود ۲۰ درصد (نه ۲ درصد) از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعه‌های خورده‌شده مصرف می‌شود.

### تست و پاسخ ۸۷

در شرایط معین، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن» و «پروپان - اکسیژن» با هم برابر است. چنانچه در سلول سوختی «پروپان - اکسیژن»  $13/2$  گرم پروپان مصرف شده باشد، حجم گاز هیدروژن مصرف‌شده در سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن» در شرایط STP چند لیتر است؟ ( $H = 1, C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۶۷ / ۲ (۴)

۳۳ / ۶ (۳)

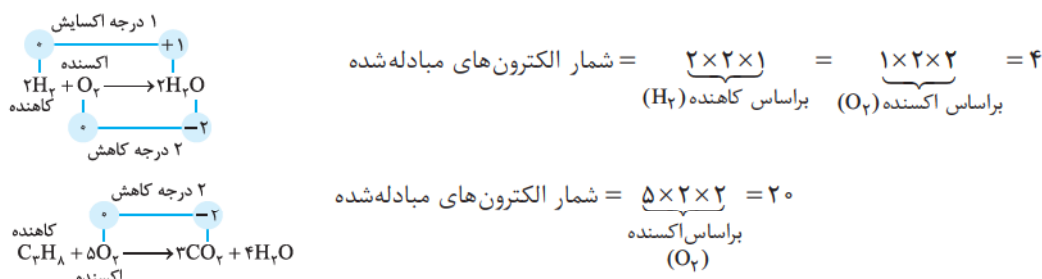
۶ / ۷۲ (۲)

۳ / ۳۶ (۱)

### پاسخ: گزینه ۴

#### پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا واکنش کلی سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن» و «پروپان - اکسیژن» را نوشته و شمار الکترون‌های مبادله‌شده در هر واکنش را به دست می‌آوریم:



یا می‌توان گفت مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در  $\text{C}_7\text{H}_8$  برابر  $-8$  و در طرف دوم معادله برابر  $12 = 3 \times 4$  است.  $(12 - (-8) = 20)$   
گام دوم: شمار الکترون‌های مبادله‌شده در اثر مصرف  $13/2$  گرم پروپان را به دست می‌آوریم:

$$13/2 \text{ g C}_7\text{H}_8 \times \frac{1 \text{ mol C}_7\text{H}_8}{44 \text{ g C}_7\text{H}_8} \times \frac{20 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol C}_7\text{H}_8} = 6 \text{ mole}^-$$

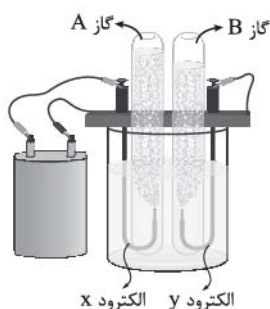
گام سوم: شمار الکترون‌های مبادله‌شده در سلول «هیدروژن - اکسیژن» با سلول «پروپان - اکسیژن» برابر است؛ بنابراین از مول الکترون به حجم گاز هیدروژن مصرف‌شده می‌رسیم:

$$6 \text{ mole}^- \times \frac{2 \text{ mol H}_7}{4 \text{ mole}^-} \times \frac{22/4 \text{ L H}_7}{1 \text{ mol H}_7} = 67/2 \text{ L H}_7$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۸۸



۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

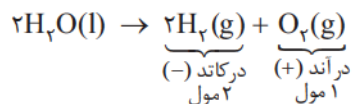
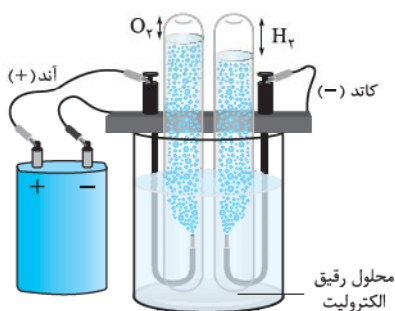
- با توجه به فرایند برقکافت آب (شکل روبه‌رو)، چند مورد از مطالب زیر درست است؟
- گازهای A و B به ترتیب اکسیژن و هیدروژن بوده و الکترودهای X و Y به ترتیب کاتد و آند هستند.
  - نیم‌واکنش اکسایش در این سلول، وارونه نیم‌واکنش کاهش در سلول سوختی هیدروژن است.
  - با تولید یک مول گاز اکسیژن، ۴ مول الکترون مبادله می‌شود و در این سلول، آب هر دو نقش اکسنده و کاهنده را ایفا می‌کند.
  - این فرایند، تجزیه آب به عنصرهای سازنده خود را نشان می‌دهد و در نهایت با تولید انرژی الکتریکی همراه است.

## پاسخ: گزینه ۴

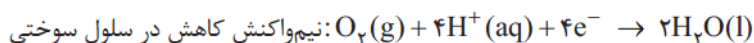
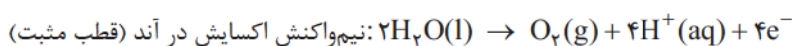
موارد دوم و سوم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در برقکافت آب، گاز هیدروژن در کاتد (قطب منفی) و گاز اکسیژن در آند (قطب مثبت) تولید می‌شود. با توجه به ضرایب استوکیومتری در واکنش کلی، حجم گاز هیدروژن تولیدشده در کاتد، دو برابر حجم گاز اکسیژن تولیدشده در آند است؛ پس با توجه به شکل زیر، X، الکتروده آند (قطب +) و Y الکتروده کاتد (قطب -) است.



عبارت دوم: نیم‌واکنش اکسایش در فرایند برقکافت آب و نیم‌واکنش کاهش در سلول سوختی، معکوس یکدیگرند؛ یعنی:



**نکته** بد نیست چندتا نیم‌واکنش که شبیه هم هستند و ممکنه اونارو با هم قاتی پاتی کنین! به با تو جدول زیر ببینید:

توضیح	نیم‌واکنش
<ul style="list-style-type: none"> <li>• نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن</li> <li>• نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط اسیدی</li> </ul>	$\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$
نیم‌واکنش اکسایش آب	$2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^-$ (برعکس بالایی)
نیم‌واکنش کاهش آب	$2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2(\text{g}) + 2\text{OH}^-(\text{aq})$
نیم‌واکنش اکسایش هیدروژن در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن	$2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^-$
نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط خنثی (نیم‌واکنش کاهش در زنگ‌زدن آهن، خراشیده‌شدن آهن گالوانیزه و حلبی)	$\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 4\text{e}^- \rightarrow 4\text{OH}^-(\text{aq})$

عبارت سوم: با توجه به نیم‌واکنش‌ها درست است.





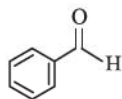
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت چهارم: برقکافت آب فرایندی است که در آن، جریان برق از آب عبور داده می‌شود (انرژی الکتریکی مصرف می‌شود) و طی آن، آب به عنصرهای سازنده‌اش ( $H_2$  و  $O_2$ ) تجزیه می‌شود.

## تست و پاسخ ۸۹

عدد اکسایش چه تعداد از اتم‌های کربن در ساختار زیر، کوچک‌تر از صفر است؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

### درس نامه

برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها، در مواد مولکولی یا یون‌های چنداتی، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شمار الکترون‌های نسبت داده شده به اتم} - \text{شمار الکترون‌های ظرفیت اتم} = \text{عدد اکسایش اتم}$$

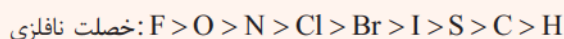
همان‌طور که می‌دانید شمار الکترون‌های ظرفیت برای عنصرهای گروه ۱ و ۲ همان شماره گروه و برای عنصرهای ۱۳ به بعد، برابر با یکان شماره گروه است.

شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
اتم	$1H$	$4Be$	$13Al, 5B$	$50Sn, 32Ge, 14Si, 6C$	$15P, 7N$	$34Se, 16S, 8O$	$53I, 35Br, 17Cl, 9F$
شمار الکترون‌های ظرفیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده شده به هر اتم، پس از رسم ساختار لوویس گونه مورد نظر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

- به ازای هر جفت الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.
- به ازای هر جفت الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.
- همه الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

**توجه** در محاسبه عدد اکسایش اتم‌ها، بهتر است مقایسه خصلت نافلزی چند عنصر زیر را بدانید:



**پاسخ تشریحی** عدد اکسایش هر یک از اتم‌های کربن موجود در ساختار داده شده را محاسبه می‌کنیم:

همان‌طور که می‌بینید ۵ اتم کربن در آن، عدد اکسایش منفی دارند.

## تست و پاسخ ۹۰

مخلوطی از نمک‌های سدیم کلرید و منیزیم کلرید را ذوب کرده و سپس برقکافت می‌کنیم. در صورتی که پس از برقکافت کامل دو ماده، ۳۶ گرم منیزیم و ۶۷/۲ لیتر گاز کلر در شرایط STP به دست آمده باشد، به تقریب چند درصد جرمی مخلوط اولیه را سدیم کلرید تشکیل داده است؟ ( $Na = 23, Mg = 24, Cl = 35.5 : g.mol^{-1}$ )

۴۳ (۴)

۴۷ (۳)

۵۵ (۲)

۳۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**خوبت حل کنی بهتره** ابتدا از جرم منیزیم به حجم گاز کلر مربوط به  $MgCl_2$  و همچنین جرم آن رسیده و بعد آن را از حجم کل کم می‌کنیم و به حجم گاز کلر حاصل از  $NaCl$  می‌رسیم، سپس جرم  $NaCl$  را محاسبه کرده و در نهایت درصد جرمی آن را محاسبه می‌کنیم.



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: معادله واکنش‌های انجام شده را می‌نویسیم:  $MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$  برکفایت منیزیم کلرید مذاب

گام دوم: از جرم منیزیم تولیدشده، به جرم منیزیم کلرید مصرف شده می‌رسیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{36}{1 \times 24} = \frac{x}{1 \times 95} \Rightarrow x = 142.5 \text{ g } MgCl_2$$

حجم گاز  $Cl_2$  تولیدشده از برکفایت  $MgCl_2$  را نیز به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{36}{1 \times 24} = \frac{x'}{1 \times 22.4} \Rightarrow x' = 33.6 \text{ L } Cl_2$$

گام سوم: از  $67/2$  لیتر گاز کلر به دست آمده،  $33/6$  لیتر مربوط به برکفایت منیزیم کلرید است؛ یعنی در اثر برکفایت سدیم کلرید مذاب نیز

$33/6$  لیتر گاز کلر به دست آمده است. از حجم  $Cl_2$  به جرم  $NaCl$  می‌رسیم:

$$\frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{33.6}{1 \times 22.4} = \frac{x''}{2 \times 58.5} \Rightarrow x'' = 175.5 \text{ g } NaCl$$

گام چهارم: جرم هر یک از نمک‌های سدیم کلرید و منیزیم کلرید را به دست آوردیم؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{درصد جرمی } NaCl = \frac{\text{جرم } NaCl}{\text{جرم } NaCl + \text{جرم } MgCl_2} \times 100 = \frac{175.5}{175.5 + 142.5} \times 100 = \frac{175.5}{318} \times 100 \approx 55\%$$

**تکنیک** از آن جا که صورت از نصف مخرج بزرگ‌تر است، در نتیجه جواب هم بیشتر از  $50$  است و نیازی به محاسبه دقیق نیست.

شیمی دهم: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

## تست و پاسخ ۹۱

چه تعداد از موارد زیر، برای بیان غلظت ماده  $x$  ( $M \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  = جرم مولی) در دمای  $25^\circ \text{C}$ ، به یقین درست است؟

- یک مولار: در یک لیتر محلول،  $M$  گرم ماده  $x$  وجود دارد.
- $1 \text{ ppm}$ : در یک کیلوگرم محلول، یک میلی‌گرم ماده  $x$  وجود دارد.
- انحلال‌پذیری  $a$ : در  $100$  گرم آب  $25^\circ \text{C}$ ، حداکثر  $a$  گرم ماده  $x$  حل می‌شود.
- یک درصد جرمی: در  $99$  گرم آب، یک گرم ماده  $x$  حل شده است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

درس‌نامه... روابط غلظت‌ها

رابطه	غلظت
$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$	قسمت در میلیون (ppm)
$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$	درصد جرمی
$\text{غلظت مولار} = \frac{\text{شمار مول‌های حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (لیتر)}}$	غلظت مولار
$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم آب}} \times 100$	انحلال‌پذیری



همه عبارت‌ها درست‌اند.

**پاسخ تشریحی** بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: تعداد مول‌های ماده حل‌شونده در یک لیتر محلول را غلظت مولی و یا غلظت مولار می‌نامند:

$$\text{غلظت مولی (M)} = \frac{\text{تعداد مول‌های ماده حل‌شونده (n)}}{\text{حجم محلول برحسب لیتر (V)}}$$

وقتی می‌گوییم غلظت ماده X برابر یک مولار است؛ یعنی در یک لیتر محلول، یک مول ماده X (معادل با M گرم از آن) وجود دارد.

عبارت دوم: یکی از روش‌های بیان غلظت، قسمت در میلیون یا ppm است:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

در صورت و مخرج این رابطه باید از یک نوع یکای اندازه‌گیری جرم (مانند میلی‌گرم، گرم یا کیلوگرم) استفاده کرد. در ضمن می‌توان برای جرم حل‌شونده از یکای میلی‌گرم و برای محلول از یکای کیلوگرم استفاده کرد و رابطه ppm را به صورت زیر هم نوشت:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{جرم محلول (kg)}}$$

بنابراین وقتی می‌گوییم غلظت ماده X برابر ۱ ppm است، یعنی در  $10^6$  گرم محلول، ۱ گرم حل‌شونده و یا در ۱ کیلوگرم محلول، ۱ میلی‌گرم حل‌شونده وجود دارد.

عبارت سوم: انحلال‌پذیری، بیشترین مقدار یک ماده برحسب گرم است که در دمای معین در ۱۰۰ گرم حلال (نه محلول) حل می‌شود.

انحلال‌پذیری a در دمای  $25^\circ\text{C}$ ، یعنی a گرم از ماده X در ۱۰۰ گرم آب  $25^\circ\text{C}$  حل شده است.

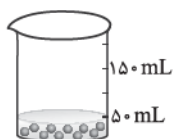
عبارت چهارم: درصد جرمی برابر با جرم ماده حل‌شونده برحسب گرم، در ۱۰۰ گرم محلول است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حلال} + \text{جرم حل‌شونده}} \times 100 = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

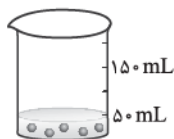
منظور از محلول ۱ درصد جرمی ماده X، این است که در هر ۱۰۰ گرم از محلول آن، ۱ گرم X (حل‌شونده) و ۹۹ گرم آب (حلال) وجود دارد.

## تست و پاسخ ۹۲

شکل‌های زیر دو محلول از یک نوع حل‌شونده را در آب نشان می‌دهند. با توجه به آن‌ها، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟ (هر ذره هم‌ارز ۰/۰۰۱ مول گلوکز است.) ( $\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$ )



ظرف (I)



ظرف (II)

الف) غلظت مولی محلول (I) دو برابر غلظت مولی محلول (II) است و با افزودن ۵۰ mL آب به محلول (I)، غلظت دو محلول یکسان می‌شود.

ب) اگر محتویات ظرف (I) را به ظرف (II) منتقل کنیم، غلظت مولار محلول به‌دست‌آمده، ۲ برابر غلظت مولار محلول اولیه ظرف (II) می‌شود.

پ) اگر چگالی محلول (II) برابر  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  باشد، درصد جرمی این محلول برابر ۱/۸ درصد است.

ت) اگر حل‌شونده ظرف (II) را با استیک اسید ( $\text{CH}_3\text{COOH}$ ) جایگزین کنیم، با فرض ثابت ماندن چگالی محلول، درصد جرمی آن  $\frac{1}{3}$  برابر می‌شود.

۲ الف - پ - ت

۱ الف - پ

۴ پ - ت

۳ پ - ت

## پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف»، «پ» و «ت» درست‌اند.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) غلظت مولی محلول (I) و (II) را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی طرف (I)} = \frac{10 \times 10^{-3} \text{ mol}}{50 \times 10^{-3} \text{ L}} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{غلظت مولی طرف (II)} = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol}}{50 \times 10^{-3} \text{ L}} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

با افزودن ۵۰ mL آب به محلول (I)، حجم محلول ۲ برابر شده و غلظت محلول با توجه به رابطه  $\left(\frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \text{غلظت}\right)$  نصف و برابر با  $0.1 \text{ mol.L}^{-1}$  می‌شود.

ب) اگر محتویات ظرف (I) را به ظرف (II) منتقل کنیم، در ظرف (II) در مجموع  $0.15 \text{ mol}$  ذره گلوکز  $(0.15 \times 0.001 = 0.015)$  و  $100 \text{ mL}$  محلول  $(50 + 50 = 100)$  خواهیم داشت. غلظت محلول در این حالت برابر است با:

$$\text{غلظت مولی (M)} = \frac{\text{تعداد مول‌های ماده حل‌شونده (n)}}{\text{حجم محلول برحسب لیتر (V)}} \Rightarrow M = \frac{0.15 \text{ mol}}{100 \times 10^{-3} \text{ L}} = 0.15 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow \frac{0.15}{0.1} \neq 2 \quad \text{(پ)}$$

**نکته** اگر درصد جرمی محلول برابر «a» و چگالی محلول برحسب  $\text{g.mL}^{-1}$  برابر «d» باشد، غلظت مولی (M) این محلول برحسب  $(\text{mol.L}^{-1})$

$$M = \frac{10 \cdot a \cdot d}{\text{جرم مولی حل‌شونده}} \quad \text{برابر است با:}$$

با توجه به رابطه بالا، برای پیدا کردن درصد جرمی این محلول، خواهیم داشت:

$$M = \frac{10 \cdot a \cdot d}{\text{جرم مولی حل‌شونده}} \Rightarrow 0.1 = \frac{10 \times a \times 1}{180} \Rightarrow a = 1.8\%$$

ت) در اثر جایگزین کردن حل‌شونده ظرف (II) یعنی گلوکز با استیک اسید، نوع ماده حل‌شونده تغییر می‌کند، اما شمار مول حل‌شونده، حجم محلول و در نتیجه، غلظت مولی محلول ثابت باقی می‌ماند؛ یعنی  $M_1 = M_2$ .

$$M_1 = M_2 \Rightarrow \frac{10 \cdot a_1 \cdot d_1}{\text{جرم مولی گلوکز}} = \frac{10 \cdot a_2 \cdot d_2}{\text{جرم مولی } C_2H_4O_2} \xrightarrow{d_1=d_2} \frac{1\% \times a_1}{180} = \frac{1\% \times a_2}{60} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{3}$$

## تست و پاسخ ۹۳

پاسخ درست پرسش‌های «الف» و «ب» در کدام گزینه آمده است؟  $(Ca = 40, Cl = 35.5 : \text{g.mol}^{-1})$

الف) در محلول بسیار رقیق از کلسیم کلرید با غلظت  $5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ ، غلظت یون کلرید چند ppm است؟

ب) در ۱۰۰ گرم آب صفر درجه سلسیوس، انحلال‌پذیری کدام نمک بیشتر است؟



## پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی الف)

نکته روابط مختلف ppm:

فرمول‌های ppm

- (۱)  $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$  (برای همه محلول‌ها)
- (۲)  $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{جرم محلول (kg)}}$  (برای همه محلول‌ها)
- (۳)  $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{جرم حلال (kg)}}$  (برای محلول‌های بسیار رقیق)
- (۴)  $\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{جرم محلول (L)}}$  (برای محلول‌های بسیار رقیق که حلال آن‌ها آب است.)





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

در نمک کلسیم کلرید ( $\text{CaCl}_2$ ) به ازای ۱ مول  $\text{CaCl}_2$ ، ۲ مول  $\text{Cl}^-$  وجود دارد؛ یعنی غلظت مولی  $\text{Cl}^-$ ، ۲ برابر غلظت مولی کلسیم کلرید است، پس در ۱ لیتر محلول،  $10^{-2} = 2 \times 5 \times 10^{-3}$  مول  $\text{Cl}^-$  وجود دارد.

روش اول:

$$10^{-2} \text{ mol Cl}^- \times \frac{35.5 \text{ g Cl}^-}{1 \text{ mol Cl}^-} \times \frac{10^3 \text{ mg Cl}^-}{1 \text{ g Cl}^-} = 355 \text{ mg Cl}^-$$

غلظت یون کلرید را برحسب ppm به دست می‌آوریم. چون محلول رقیق است، خواهیم داشت:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (mg)}}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow \text{ppm} = \frac{355}{1} = 355$$

روش دوم:

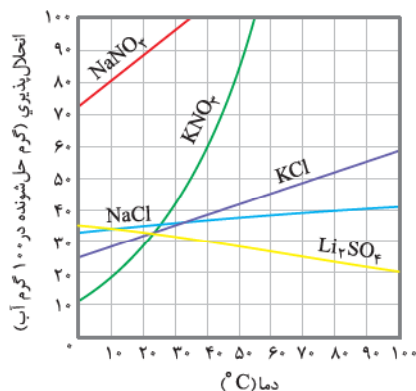
چگالی محلول بسیار رقیق، تقریباً برابر با آب یعنی  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  است:

$$M = \frac{10 \text{ ad}}{\text{جرم مولی حل‌شونده}} \Rightarrow 10^{-2} = \frac{10 \times a \times 1}{35.5} \Rightarrow a = 355 \times 10^{-4}$$

با توجه به روابط درصد جرمی و ppm، می‌توان فهمید که اگر مقدار درصد جرمی یک حل‌شونده در محلول را به ما دادند، کافی است آن را در

$10^4$  ضرب کنیم تا غلظت آن برحسب ppm به دست آید:

$$\text{ppm} = a \times 10^4 \xrightarrow{a=355 \times 10^{-4}} \text{ppm} = 355$$



(ب) براساس نمودار «انحلال پذیری - دما» نمک‌ها، در دمای صفر درجهٔ سلسیوس، انحلال پذیری  $\text{NaNO}_3$  بیشتر از  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  است.

دوازدهم ریاضی

آزمون هفتم حضوری

## تست و پاسخ ۹۴

اگر جرم گلوکز موجود در خون یک فرد  $4/95$  گرم باشد، غلظت مولار گلوکز در خون این فرد چه قدر است و دستگاه گلوکومتر، قند خون این فرد را چه عددی نشان می‌دهد؟ (فرض کنید که این فرد در مجموع دارای ۵ لیتر خون است). ( $\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )

$$95 - 9/5 \times 10^{-2} \text{ (۴)} \quad 99 - 9/5 \times 10^{-2} \text{ (۳)} \quad 95 - 5/5 \times 10^{-3} \text{ (۲)} \quad 99 - 5/5 \times 10^{-3} \text{ (۱)}$$

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا از جرم گلوکز به مول آن برس و بعد مول را بر حجم خون تقسیم کن تا غلظت مولار به دست آید و برای

بخش دوم سؤال هم میلی‌گرم گلوکز را در دسی‌لیتر خون حساب کن!

**پاسخ تشریحی** ابتدا غلظت مولار گلوکز در خون فرد را (برحسب  $\text{mol/L}$ ) پیدا می‌کنیم:

$$4/95 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{1 \text{ mol}}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 2/75 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$(M) \text{ غلظت مولی} = \frac{\text{تعداد مول‌های مادهٔ حل‌شونده (n)}}{\text{حجم محلول برحسب لیتر (v)}} \Rightarrow M = \frac{2/75 \times 10^{-2} \text{ mol}}{5 \text{ L}} = 5/5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

دستگاه گلوکومتر، میلی‌گرم‌های گلوکز را در دسی‌لیتر (dL) از خون نشان می‌دهد.

$$\text{عدد دستگاه گلوکومتر} = \frac{\text{میلی‌گرم گلوکز}}{\text{دسی‌لیتر خون}} = \frac{4/95 \times 10^3 \text{ mg}}{5 \times 10 \text{ dL}} = 99 \text{ mg.dL}^{-1}$$



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۹۵

انحلال پذیری گاز اکسیژن در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  و فشار  $7\text{ atm}$  برابر  $a$  گرم و انحلال پذیری گاز نیتروژن در همین شرایط برابر  $\frac{a}{4}$  گرم است. اگر  $3/5$  لیتر آب  $20^{\circ}\text{C}$  در فشار  $2\text{ atm}$  به طور جداگانه از گازهای  $\text{O}_2$  و  $\text{N}_2$  سیر شده باشد، تفاوت جرم گازهای حل شده در این دو محلول بر حسب گرم کدام است؟

۱۰a (۴)

۵a (۳)

۴a (۲)

۲a (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**نکته** انحلال پذیری گازها با فشار رابطه مستقیم دارد؛ یعنی در دمای ثابت، با افزایش فشار، انحلال پذیری گازها افزایش می یابد. این بیان به قانون «هنری» معروف است.



نمودار انحلال پذیری گازها بر حسب فشار به صورت خطی با شیب ثابت است؛ پس می توان گفت با  $n$  برابر شدن فشار، انحلال پذیری گاز هم  $n$  برابر می شود. معادله انحلال پذیری گازها بر حسب فشار را می توان به صورت روبه رو نشان داد:

## پاسخ تشریحی

گام اول: انحلال پذیری گاز  $\text{O}_2$  و  $\text{N}_2$  در فشار  $2\text{ atm}$  را به دست می آوریم. با  $n$  برابر شدن فشار، انحلال پذیری گاز هم  $n$  برابر می شود. در این سؤال، فشار گاز از  $7\text{ atm}$  به  $2\text{ atm}$  رسیده است؛ پس انحلال پذیری گاز نیز  $\frac{2}{7}$  برابر خواهد شد:

$$2\text{ atm در فشار } \text{O}_2 = a\text{ g} \times \frac{2}{7} = \frac{2a}{7}\text{ g}$$

$$2\text{ atm در فشار } \text{N}_2 = \frac{a}{4}\text{ g} \times \frac{2}{7} = \frac{a}{14}\text{ g}$$

تفاوت انحلال پذیری گاز اکسیژن و نیتروژن در فشار  $2\text{ atm}$  برابر  $\frac{a}{4}$  گرم در  $100$  گرم آب در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  است.

گام دوم: تفاوت انحلال پذیری این دو گاز به ازای  $3/5$  لیتر (۳۵۰۰ گرم) آب، در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  را به دست می آوریم:

تفاوت انحلال پذیری گرم آب

$$\left[ \begin{array}{l} 100 \longrightarrow \frac{a}{4} \\ 3500 \longrightarrow x \end{array} \right] \Rightarrow x = \frac{3500 \times \frac{a}{4}}{100 \times 1} = \frac{35}{4}a = 8.75a$$

## تست و پاسخ ۹۶

با توجه به جدول زیر که انحلال پذیری چهار ترکیب یونی را در دماهای  $10^{\circ}\text{C}$  و  $30^{\circ}\text{C}$  نشان می دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ (معادله انحلال پذیری همه ترکیبات را خطی در نظر بگیرید.)

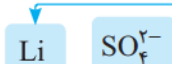
Z	M	Y	X	ترکیب یونی
۲۹	۳۴	۱۸	۸۰	$\theta = 10^{\circ}\text{C}$
۳۵	۳۲	۴۴	۹۶	$\theta = 30^{\circ}\text{C}$

الف) انحلال  $156$  گرم ترکیب X در  $150$  گرم آب  $40^{\circ}\text{C}$  منجر به تشکیل یک محلول سیر شده می شود.

ب) تأثیر دما بر انحلال پذیری نمک X بیشتر از نمک Z است و در  $200$  گرم آب صفر درجه می توان حداکثر  $26$  گرم Z را حل کرد.

پ) سرد کردن  $360$  گرم محلول سیر شده نمک Y از دمای  $30^{\circ}\text{C}$  تا دمای  $10^{\circ}\text{C}$ ، منجر به رسوب کردن  $56$  گرم از این ترکیب می شود.

ت) ترکیب M می تواند سولفات نخستین فلز دسته S جدول تناوبی باشد.



(۴) الف - ت

(۳) ب - ت

(۲) ب - پ

(۱) الف - پ

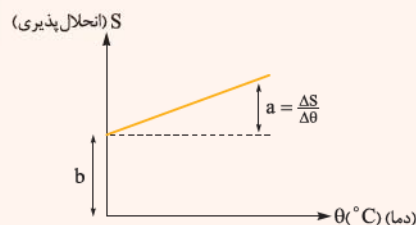
## پاسخ: گزینه ۴



عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

## پاسخ تشریحی

**درس نامه** ●● برای ترکیباتی که نمودار انحلال پذیری آن‌ها برحسب دما به صورت یک خط راست با شیب ثابت است، می‌توان معادله انحلال پذیری آن‌ها را به صورت زیر نشان داد:



معادله کلی خط راست  $y = ax + b$

معادله انحلال پذیری برحسب دما:  $S = a\theta + b$

شیب خط

عرض از مبدأ انحلال پذیری

$$a = \frac{\Delta S}{\Delta \theta} = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}$$

البته اگر دو نقطه از این خط (نمودار انحلال پذیری - دما) را داشته باشیم، می‌توانیم از معادله زیر هم استفاده کنیم:

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1)$$

نقطه دوم:  $(\theta_2, S_2)$  ، نقطه اول:  $(\theta_1, S_1)$

بررسی عبارت‌ها:

الف) ابتدا معادله انحلال پذیری ترکیب یونی X را به دست می‌آوریم:

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 80 = \frac{96 - 80}{30 - 10} (\theta - 10) \Rightarrow S = 0.8\theta + 72$$

سپس انحلال پذیری ترکیب X در دمای  $40^\circ\text{C}$  را به دست می‌آوریم:

$$S = 0.8(40) + 72 = 104\text{ g}$$

**توجه** نیازی به نوشتن معادله انحلال پذیری هم نیست. با توجه به جدول به ازای  $20^\circ\text{C}$  افزایش دما، انحلال پذیری نمک X، 16 گرم (96 - 80 = 16) افزایش یافته است؛ بنابراین به ازای  $10^\circ\text{C}$  افزایش دما، انحلال پذیری آن 8 گرم افزایش می‌یابد؛ در نتیجه انحلال پذیری آن در دمای  $40^\circ\text{C}$  برابر با  $96 + 8 = 104$  است.

اکنون باید ببینیم برای تشکیل یک محلول سیرشده از نمک X در  $150$  گرم آب  $40^\circ\text{C}$ ، چند گرم حل‌شونده (X) نیاز است.

انحلال پذیری گرم آب

$$\begin{array}{l} 100 \longrightarrow 104 \\ 150 \longrightarrow x \end{array} \Rightarrow x = \frac{150 \times 104}{100} = 156\text{ g}$$

ب) معادله انحلال پذیری نمک Z را به دست می‌آوریم:

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 29 = \frac{35 - 29}{30 - 10} (\theta - 10) \Rightarrow S = 0.6\theta + 26$$

معادله انحلال پذیری نمک X به صورت  $S = 0.8\theta + 72$  و معادله انحلال پذیری نمک Z به صورت  $S = 0.6\theta + 26$  است. از آن‌جا که شیب معادله انحلال پذیری X ( $0.8$ ) بیشتر از Z ( $0.6$ ) است، تأثیر دما بر انحلال پذیری آن بیشتر است.

$$S = 0.6(0) + 26 = 26\text{ g}$$

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا باید انحلال پذیری نمک Z در دمای  $0^\circ\text{C}$  را پیدا کنیم:

یعنی انحلال پذیری نمک Z در دمای صفر درجه، برابر 26 گرم در 100 گرم آب است، پس در 200 گرم آب صفر درجه، می‌توان 52 گرم (2 × 26 = 52) از نمک Z را حل کرد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

(پ)

$$\begin{cases} 30^{\circ}\text{C}: \text{جرم محلول سیرشده} = 100 + 44 = 144 \\ 10^{\circ}\text{C}: \text{جرم محلول سیرشده} = 100 + 18 = 118 \end{cases} \Rightarrow 144 - 118 = 26 \text{ g رسوب}$$

تا این جا فهمیدیم اگر ۱۴۴ گرم محلول سیرشدهٔ نمک Y در دمای  $30^{\circ}\text{C}$  را تا  $10^{\circ}\text{C}$  سرد کنیم، ۲۶ گرم رسوب حاصل می‌شود؛ بنابراین مقدار رسوب حاصل (نمک خارج شده از محلول) به ازای ۳۶۰ گرم محلول سیرشده برابر است با:

$$360 \text{ g محلول سیرشده} \times \frac{26 \text{ g رسوب}}{144 \text{ g محلول سیرشده}} = 65 \text{ g رسوب}$$

(ت) منظور از سولفات اولین فلز دستهٔ S جدول تناوبی،  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  است. نمودار انحلال پذیری لیتیم سولفات برحسب دما نزولی است؛ یعنی با افزایش دما، انحلال پذیری آن کاهش می‌یابد. با نگاهی به انحلال پذیری ترکیب M برحسب دما، می‌بینیم که انحلال پذیری ترکیب یونی M نیز نزولی است (از ۳۴ گرم در دمای  $10^{\circ}\text{C}$ ، به ۳۲ گرم در دمای  $30^{\circ}\text{C}$ )؛ پس M می‌تواند  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  باشد.

## تست و پاسخ ۹۷

۵ گرم نمک  $\text{MBr}_n$  را در ۲۵۰ گرم آب خالص حل می‌کنیم تا محلولی با چگالی  $1/02 \text{ g.mL}^{-1}$  و غلظت  $0/1$  مولار تهیه شود. نسبت جرم مولی فلز M به تعداد اتم‌های Br در ترکیب (n) کدام است و به تقریب چند درصد جرمی این محلول را یون برمی‌دارد تشکیل داده است؟ ( $\text{Br} = 80 \text{ g.mol}^{-1}$ )

$$\begin{array}{ll} 1/56 - 40 (1) & 1/65 - 40 (2) \\ 1/56 - 20 (3) & 1/65 - 20 (4) \end{array}$$

## پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بخش اول:

گام اول: ابتدا باید حجم محلول را به دست آوریم:

$$(\text{g.mL}^{-1}) = \frac{\text{جرم (g)}}{\text{حجم (mL)}} \Rightarrow 1/02 = \frac{250 + 5}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{حجم} = \frac{255}{1/02} = 250 \text{ mL} = 0/25 \text{ L}$$

گام دوم: حالا شمار مول نمک  $\text{MBr}_n$  را پیدا کرده و سپس جرم مولی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مول} = (\text{mol.L}^{-1}) \times \text{حجم (L)} \Rightarrow \text{مول } \text{MBr}_n = 0/1 \text{ mol.L}^{-1} \times 0/25 \text{ L} = 2/5 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$(\text{mol}) = \frac{\text{جرم (g)}}{\text{جرم مولی (g.mol}^{-1})} \Rightarrow 2/5 \times 10^{-2} = \frac{5 \text{ g}}{x} \Rightarrow x = 200 \text{ g.mol}^{-1}$$

گام سوم: برای این که جرم مولی نمک  $\text{MBr}_n$  برابر ۲۰۰ گرم بر مول باشد، دو تا حالت داریم:

$$200 = M + 80n \Rightarrow \begin{cases} \text{تو گزینه‌ها نیست.} \Rightarrow \frac{M}{n} = 120 \times \Rightarrow \text{حالت (۱): } n=1, M=120 \\ \frac{M}{n} = 200 \checkmark \Rightarrow \text{حالت (۲): } n=2, M=40 \end{cases}$$

دقت کنید که n نمی‌تواند اعداد ۳ به بالاتر باشد، زیرا حاصل  $80n$  بیشتر از ۲۰۰ خواهد شد.بخش دوم: گام اول: ابتدا جرم یون برمی‌داریم ( $\text{Br}^-$ ) موجود در محلول را می‌یابیم:

$$2/5 \times 10^{-2} \text{ mol } \text{MBr}_2 \times \frac{2 \text{ mol } \text{Br}^-}{1 \text{ mol } \text{MBr}_2} \times \frac{80 \text{ g } \text{Br}^-}{1 \text{ mol } \text{Br}^-} = 4 \text{ g } \text{Br}^-$$





گام دوم: درصد جرمی یون برمید را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی } \text{Br}^- = \frac{\text{جرم } \text{Br}^-}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{4}{255} \times 100 \approx 1.56\%$$

## تست و پاسخ ۹۸

چند مورد از مطالب زیر درباره آب، درست است؟

- نقطه جوش آن به طور غیرعادی بالاست و میزان قطبیت آن بیش از دو برابر قطبیت مولکولهای  $\text{H}_2\text{S}$  است.
- در شرایط یکسان، نقطه جوش آن از همه ترکیبهای دوتایی هیدروژن دار عنصرهای گروههای ۱۴، ۱۵ و ۱۷ بیشتر است.
- در حالت جامد، ساختاری سدبندی دارد که اتمهای اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌وجهی در آن قرار گرفته‌اند.
- فراوان‌ترین و رایج‌ترین حلال در طبیعت، صنعت و آزمایشگاه است، زیرا می‌تواند همه ترکیبهای یونی و مولکولی را در خود حل کند.
- ساختار خمیده آب، در کنار نوع اتمهای سازنده آن، نقش مهمی در تعیین خواص آب دارد.

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های دوم و پنجم درست‌اند.

**پاسخ تشریحی** بررسی موارد نادرست:

عبارت اول: بخش اول درسته، اما بخش دوم نه! گشتاور دوقطبی مولکولهای  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{H}_2\text{S}$  به ترتیب برابر با  $1/85\text{D}$  و  $0.97\text{D}$  است؛ بنابراین میزان قطبیت آب کمتر از دو برابر قطبیت مولکولهای  $\text{H}_2\text{S}$  است:

$$0.97 < 2 \times (1/85) \quad (\text{D گشتاور دوقطبی (D)})$$

عبارت سوم: در ساختار یخ، حلقه‌های شش‌ضلعی وجود دارد نه شش‌وجهی!

عبارت چهارم: آب فراوان‌ترین و رایج‌ترین حلال در طبیعت، صنعت و آزمایشگاه است، زیرا می‌تواند بسیاری (نه همه!) از ترکیبهای یونی و مواد مولکولی را در خود حل کند.

## تست و پاسخ ۹۹

کدام مطلب نادرست است؟

مولکول  $\text{X}_2$

- (۱) رفتار همه مولکولهای دواتمی با اتمهای یکسان، در میدان الکتریکی مشابه یکدیگر است.
- (۲) در مقایسه نقطه جوش دو ماده مولکولی، حالت فیزیکی آنها در دمای اتاق مهم‌تر از قطبیت و جرم مولی آنهاست.
- (۳) اگر یک مولکول دواتمی دارای گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر باشد، اتمهای سازنده آن نمی‌توانند در یک گروه جدول تناوبی باشند.
- (۴) گشتاور دوقطبی مولکول‌ها می‌تواند تأثیر قابل توجهی در نقطه جوش مواد مولکولی داشته باشد.

## پاسخ: گزینه ۳

**پاسخ تشریحی** بررسی گزینه‌ها:

- (۱) همه مولکولهای دواتمی با اتمهای یکسان (اصطلاحاً هم‌هسته!) مثل  $\text{F}_2$ ،  $\text{O}_2$  و ... ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.
- (۲) کاملاً درسته! به طور کلی نقطه جوش مواد با حالت فیزیکی جامد، بیشتر از مواد مایع و نقطه جوش مواد مایع نیز بیشتر از گازهاست و این موضوع سواى قطبیت و جرم مولی ترکیب‌هاست.
- (۳) نادرسته! مثلاً مولکول IF یا CIF با وجود این‌که دارای گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر هستند، اما اتمهای سازنده‌شان در یک گروه جدول تناوبی قرار دارند.
- (۴) مثلاً با وجود این‌که جرم مولی  $\text{H}_2\text{O}$  کمتر از  $\text{H}_2\text{S}$  است؛ به دلیل گشتاور دوقطبی بالای مولکولهای آب، حالت فیزیکی آب برخلاف  $\text{H}_2\text{S}$  مایع بوده و نقطه جوش بالاتری نیز دارد.



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



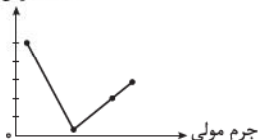
## تست و پاسخ ۱۰۰

I, Br, Cl, F

چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ چهار عنصر نخست گروه ۱۷ جدول تناوبی، درست است؟

 $(I = ۱۲۷, Br = ۸۰, Cl = ۳۵/۵, F = ۱۹ : g.mol^{-1})$ F<sub>۲</sub>

نقطهٔ جوش (°C)



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- نخستین عنصر این گروه، نقطهٔ جوش بالاتری از ترکیب هیدروژن دار دومین عنصر این گروه دارد.
- در دما و فشار اتاق، ۵۰ درصد از این عناصر به حالت گاز هستند.
- نمودار نقطهٔ جوش ترکیب‌های هیدروژن دار آن‌ها به صورت روبه‌رو است.
- گشتاور دوقطبی مولکول‌های دواتمی آن‌ها (X<sub>۲</sub>) بیشتر از ترکیب‌های هیدروژن دار آن‌ها (HX) است.

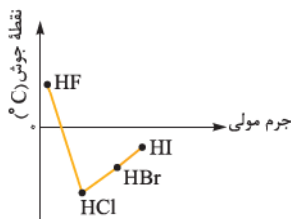
HCl

## پاسخ: گزینهٔ ۱

فقط عبارت دوم درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- ترکیب هیدروژن دار دومین عنصر گروه ۱۷ همان HCl است. دو ترکیب HCl و F<sub>۲</sub> دارای جرم مولی نزدیک به یکدیگرند، اما HCl برخلاف F<sub>۲</sub> یک مولکول قطبی است و نقطهٔ جوش بالاتری دارد.
- از بین چهار عنصر نخست گروه ۱۷، F<sub>۲</sub> و Cl<sub>۲</sub> به حالت گاز، Br<sub>۲</sub> به حالت مایع و I<sub>۲</sub> جامد می‌باشد.
- نمودار نقطهٔ جوش ترکیب‌های هیدروژن دار گروه ۱۷ به صورت روبه‌رو است:



مواستون باشه نقطهٔ جوش ترکیب‌های هیدروژن دار این گروه (به جز HF) کم‌تر از صفر درجه است.

- گشتاور دوقطبی مولکول‌های دواتمی آن‌ها (F<sub>۲</sub>, Cl<sub>۲</sub>, Br<sub>۲</sub> و I<sub>۲</sub>) برابر صفر است و این مولکول‌ها ناقطبی‌اند، در حالی که مولکول‌های HF، HCl، HBr و HI قطبی بوده و دارای گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر هستند.

## تست و پاسخ ۱۰۱

چه تعداد از مطالب زیر دربارهٔ نیروهای بین مولکولی مواد، درست است؟

- به برهم‌کنش‌های میان مولکول‌های سازندهٔ یک ماده گفته می‌شود.
- تنها به میزان قطبی بودن مولکول‌ها و جرم آن‌ها وابسته است.
- به دو دستهٔ پیوندهای هیدروژنی و نیروهای وان دروالسی تقسیم می‌شوند.
- در شرایط یکسان، در حالت جامد، قوی‌تر از حالت مایع و آن هم به مراتب قوی‌تر از حالت گازی است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینهٔ ۲

به جز عبارت دوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت نادرست:

- عبارت دوم: نیروهای بین مولکولی به طور عمده به میزان قطبی بودن مولکول‌ها و جرم آن‌ها بستگی دارد، اما نه فقط این دو تا عامل! عوامل دیگری مانند شکل هندسی مولکول‌ها و سطح تماس بین آن‌ها نیز بر نیروهای بین مولکولی تأثیر می‌گذارند.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

## تست و پاسخ ۱۰۲

کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) از اتانول در تهیه مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی و از هگزان به عنوان رقیق کننده رنگ استفاده می‌شود.
- (۲) هیدروژن و کربن عناصر اصلی حلال‌های آلی هستند که به دلیل ناقطبی بودن به راحتی می‌توانند مواد ناقطبی را در خود حل کنند.
- (۳) هگزان یک ترکیب آلی از خانواده هیدروکربن‌ها با ۱۴ اتم هیدروژن است که مخلوط همگن آن با ید به رنگ بنفش است.  $C_6H_{14}$
- (۴) پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های HF از  $H_2O$  قوی‌تر است، اما شمار پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های آب از HF بیشتر می‌باشد.

## پاسخ: گزینه ۲

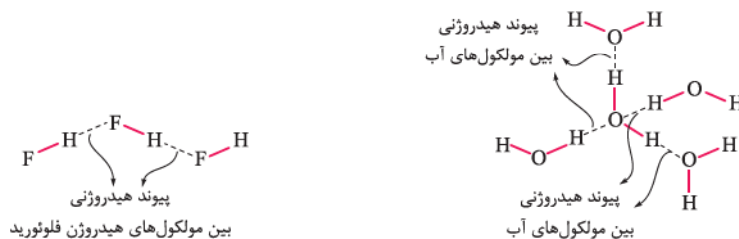
پاسخ تشریحی

همه حلال‌های آلی ناقطبی نیستند، مثلاً استون ( $C_3H_6O$ ) یک حلال آلی قطبی است.

نکته در جدول زیر، ویژگی‌های ۳ حلال آلی آورده شده است:

نام حلال	فرمول شیمیایی	$\mu(D)$ (گشتاور دوقطبی)	کاربرد
اتانول	$C_2H_5O$	$> 0$	تهیه مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی
استون	$C_3H_6O$	$> 0$	حلال برخی از چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها
هگزان	$C_6H_{14}$	$\approx 0$	حلال مواد ناقطبی و رقیق کننده رنگ (تینر)

کاملاً درست؛ هر مولکول HF، حداکثر ۲ پیوند هیدروژنی و هر مولکول آب، حداکثر ۴ پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.



## تست و پاسخ ۱۰۳

اگر مخلوط ماده مولکولی A و آب و همچنین مخلوط ماده مولکولی B و حلال X ( $\mu \approx 0$ ) مخلوط‌هایی همگن باشند، کدام مطلب زیر به یقین درست است؟ (مواد A و B گاز نیستند.)

- (۱) ماده A قطبی است و نقطه جوش بالاتری از ماده B دارد.
- (۲) ماده B یک هیدروکربن است.
- (۳) گشتاور دوقطبی ماده A از ماده B بیشتر است.
- (۴) ماده A، جرم مولی یکسانی با آب دارد.

## پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

ابتدا ببینیم از هر داده چه نتیجه‌ای می‌گیریم:

- ماده A در آب حل می‌شود؛ بنابراین ماده A مانند آب، مولکولی قطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن بزرگ‌تر از صفر است.
- گشتاور حلال X، حدود صفر است. با توجه به این که ماده B در این حلال حل می‌شود، نتیجه می‌گیریم که ماده B نیز یک ماده ناقطبی می‌باشد. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که گشتاور دوقطبی ماده A از B بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) لزوماً نقطه جوش هر ماده قطبی از ماده ناقطبی بیشتر نیست؛ مثلاً متانول ( $CH_3OH$ ) در دمای اتاق مایع است و نقطه جوش پایین‌تری نسبت به ید جامد ( $I_2$ ) دارد!

۲) ماده B ناقطبی است و علاوه بر هیدروکربن‌ها می‌تواند مواد ناقطبی دیگر مانند  $I_2$ ،  $CCl_4$  و ... باشد.

۴) به ربطی داره؟! با این که جرم مولی گلوکز، ۱۸۰ برابر جرم مولی آب است، به راحتی در آن حل شده و مخلوطی همگن تشکیل می‌دهد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱۰۴

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- اسمز یک فرایند فیزیکی است که طی آن بدون صرف انرژی، حلال به وسیله یک غشای نیمه تراوا از محلول رقیق به محلول غلیظتر نفوذ می‌کند.
- قانون هنری، تأثیر فشار بر انحلال پذیری گازها در آب، در دمای معین را بررسی می‌کند و مربوط به گازهایی است که با حلال واکنش نمی‌دهند.
- قطر روزه‌های موجود در غشای نیمه تراوا و ضخامت آن در فرایند اسمز، می‌تواند روی مقدار و نوع ذره‌های عبور کرده از غشاء تأثیر بگذارد.
- رد پای آب نشان می‌دهد که هر فرد چه مقدار از آب شیرین قابل استفاده و در دسترس را مصرف می‌کند و چه مقدار از حجم منابع آب شیرین کم می‌شود.

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

همه عبارتها درست‌اند.

**پاسخ تشریحی** عبارت اول: به انتشار (حرکت) مولکول‌های آب از درون یک غشای نیمه‌تراوا از سمت محلول رقیق‌تر به سمت محلول غلیظ‌تر و یا از سمت حلال خالص به سمت محلول را اسمز (گذرندگی) می‌گویند که بدون صرف انرژی انجام می‌شود.

## نکته مقایسه اسمز و اسمز معکوس

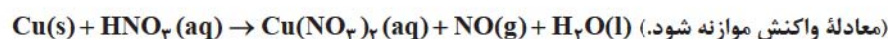
ویژگی	فرایند	اسمز	اسمز معکوس
جهت خالص انتقال مولکول‌های حلال (آب)	از محلول رقیق‌تر به محلول غلیظ‌تر (یا از حلال خالص به محلول)	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر (یا از محلول به حلال خالص)	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر (یا از محلول به حلال خالص)
تغییر غلظت محلول‌ها با گذشت زمان	محلل رقیق	غلیظ‌تر می‌شود.	رقیق‌تر می‌شود.
	محلل غلیظ	رقیق‌تر می‌شود.	غلیظ‌تر می‌شود.
تغییر حجم و ارتفاع محلول‌ها با گذشت زمان	محلل رقیق	کاهش می‌یابد.	افزایش می‌یابد.
	محلل غلیظ	افزایش می‌یابد.	کاهش می‌یابد.
نوع فرایند	خودبه‌خودی	غیر خودبه‌خودی (اعمال فشار)	

عبارت دوم: قانون هنری اثر فشار بر انحلال‌پذیری گازها را بررسی می‌کند و درباره گازهایی مانند  $CO_2$ ،  $SO_2$  و  $SO_3$  که می‌توانند با آب واکنش دهند، کارایی ندارد.

عبارت سوم: غشای نیمه‌تراوا غشایی است که فقط اجازه عبور برخی از مولکول‌ها (در این جا آب) و بعضی از یون‌ها را می‌دهد. طبیعتاً در اثر تغییر قطر روزه‌های غشاء و نیز ضخامت آن، موادی که اجازه عبور دارند، دستخوش تغییر خواهند شد.  
عبارت چهارم: **درسته!** اینم **برونین** که تقریباً همه آب‌های مصرفی در صنایع گوناگون، از منابع آب شیرین تأمین می‌شود.

## تست و پاسخ ۱۰۵

انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید، در دمای  $20^\circ C$  و فشار  $3 \text{ atm}$  برابر  $0.2$  گرم در  $100$  گرم آب است. برای حل کردن کامل گاز  $NO$  تولیدشده از واکنش  $25/6$  گرم فلز مس با مقدار کافی  $HNO_3$  مطابق واکنش زیر، به چند کیلوگرم آب  $20^\circ C$  در فشار  $12 \text{ atm}$  نیاز است؟  
( $Cu = 64$ ,  $O = 16$ ,  $N = 14$ :  $\text{g.mol}^{-1}$ )



۲۰ (۴)

۲/۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

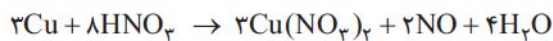


## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا از طریق محاسبات استوکیومتری، مقدار گاز NO را به دست بیار، سپس از طریق قانون هنری، انحلال پذیری آن را در فشار ۱۲ atm محاسبه کن و در نهایت با یک تناسب ساده، مقدار آب مورد نیاز را به دست بیار.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



گام دوم: جرم گاز NO تولید شده در اثر واکنش ۲۵/۶ گرم فلز مس با مقدار کافی HNO<sub>3</sub> را می‌یابیم:

$$25/6 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{2 \text{ mol NO}}{3 \text{ mol Cu}} \times \frac{30 \text{ g NO}}{1 \text{ mol NO}} = 8 \text{ g NO}$$

گام سوم: انحلال پذیری گاز NO در فشار ۱۲ atm را به دست می‌آوریم. فشار ۴ برابر ( $\frac{12}{3} = 4$ ) شده است؛ پس مطابق قانون هنری، انحلال پذیری گاز NO نیز ۴ برابر خواهد شد:

در دمای ۲۰°C و فشار ۱۲ atm، ۰/۰۸ گرم نیتروژن مونوکسید در ۱۰۰ گرم آب حل شده و یک محلول سیر شده ایجاد می‌کند. الان باید ببینیم برای انحلال ۸ گرم NO در این شرایط، چند کیلوگرم آب نیاز است:

$$8 \text{ g NO} \times \frac{100 \text{ g آب}}{0.08 \text{ g NO}} \times \frac{1 \text{ kg آب}}{1000 \text{ g آب}} = 10 \text{ kg آب}$$



دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha\_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون‌ها آزماینتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزماینتی  
T.me/Azmoonha\_Azmayeshi



حلقه  
سنجی

