



آزمون ۱۴۰۵ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان بنیاد آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۲/۹/۱۰

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
مرحله سوم

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

مدت پاسخگویی: ۱۰۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۸۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۴۵ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

۱- اگر $A = \frac{2+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}-2\sqrt{6}} + \frac{27-2\sqrt{2}}{11+\sqrt{18}}$ باشد، کدام عدد زیر یک عدد گویاست؟

- (۱) $A - \sqrt{3}$ (۲) $A - \sqrt{2}$ (۳) $A - \sqrt{6}$ (۴) $A - 2\sqrt{3}$

۲- اگر $a + \frac{1}{a} = 5$ باشد، حاصل $a^2 + \frac{1}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۱ (۳) ۲۳ (۴) ۲۰

۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi^-}{2}} \frac{\sqrt{1+\sin x}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

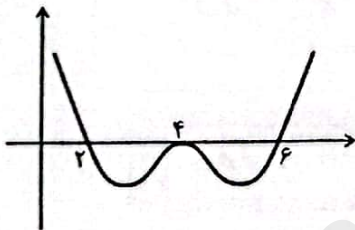
۴- با فرض $f(x) = 4x + a$ حاصل $\lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x) - 2f^{-1}(2x)}{x - b}$ در صورت وجود، چند برابر $\frac{a}{b}$ است؟ ($b \neq 0$)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۵- تابع $f(x) = [2\sqrt{x-1}]$ در بازه $(1, \alpha)$ در پنج نقطه ناپیوسته است. حداکثر مقدار α کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۷ (۳) ۲۶ (۴) ۳۷

۶- نمودار تابع f به صورت شکل زیر است. با فرض $g(x) = \frac{(-1)^{[x]}}{f(x) - f(x+4)}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ کدام است؟



از راست به چپ به ترتیب کدام است؟

- (۱) $+\infty, -\infty$
 (۲) $+\infty, +\infty$
 (۳) $-\infty, +\infty$
 (۴) $-\infty, -\infty$

۷- اگر f تابعی خطی و اکیداً نزولی و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(2x+1)-1}{f \circ f(x)+4} = -\frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x-1)-5}{\sqrt{x}-2}$ در صورت وجود

کدام است؟

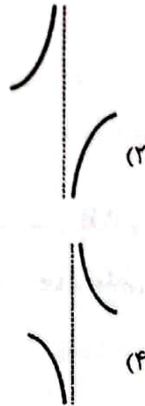
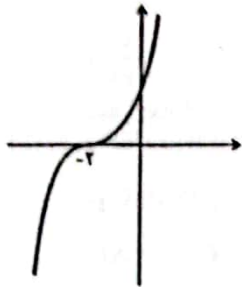
- (۱) -۱۶ (۲) -۸ (۳) -۴ (۴) -۲

۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+\sqrt{k}} - \sqrt{x-3})(\sqrt{kx} + \sqrt{kx+1})$ برابر ۱۸ است. مقدار k کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۹- تابع f (شکل زیر) فقط با انتقال از روی تابع $y = x^3$ به دست آمده است. نمودار تابع $y = \frac{1}{f^{-1}(x)} - \frac{1}{f(x-1)}$

در اطراف مجانب قائم خود چگونه است؟



۱۰- اگر $f(x) = \left[\frac{-3x+1}{x-1} \right]$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(f(x) + f\left(-\frac{1}{x}\right) \right)$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۹ (۳) -۸ (۴) -۷

۱۱- نمودار تابع $y = \frac{4x^2+1}{mx^2+2nx+4m}$ فقط دو مجانب موازی محورهای مختصات دارد به طوری که این دو مجانب

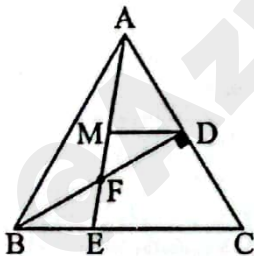
روی نیمساز ناحیه دوم متقاطع اند. حاصل $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) ۶

۱۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \cos \frac{\pi x}{2x-1} \right)$ برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) ۱ (۴) $-\frac{\pi}{4}$

۱۳- مطابق شکل در مثلث ABC ، $AB = 25$ و نیمساز \hat{B} و پاره خط AE در F برخورد کرده اند. اگر $\frac{BE}{EC} = \frac{1}{4}$ و M



وسط AE باشد، آنگاه اندازه DM کدام است؟

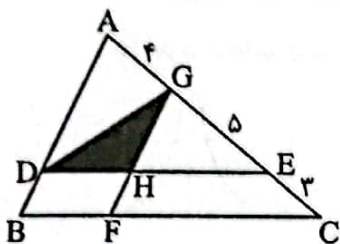
- (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۵

۱۴- در یک مثلث قائم الزاویه با رسم ارتفاع وارد بر وتر، دو قطعه با طول های 0.7 و $1/8$ بر روی آن ایجاد شده است.

اندازه بزرگ ترین ارتفاع این مثلث کدام است؟

- (۱) $0.3\sqrt{14}$ (۲) $0.5\sqrt{7}$ (۳) $1.5\sqrt{2}$ (۴) $0.3\sqrt{7}$

۱۵- در مثلث ABC، دو پاره خط DE و FG که به ترتیب با ضلع های BC و AB موازی اند، در نقطه H با هم برخورد کرده اند. با توجه به اندازه های داده شده، مساحت مثلث سایه خورده، چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



$\frac{5}{36}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

$\frac{5}{18}$ (۴)

$\frac{5}{24}$ (۳)

۱۶- دو نقطه D و E به ترتیب روی ضلع های AB و AC از مثلث ABC، به گونه ای قرار دارند که $BD = 2AD$ و $CE = 2AE$ ؛ در این صورت مساحت چهارضلعی BDEC چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

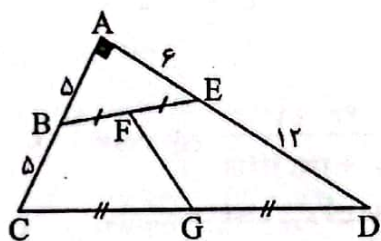
$\frac{8}{9}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۳ (۲)

۸ (۱)

۱۷- در شکل زیر $\angle A = 90^\circ$ و F و G وسط پاره خط های BE و CD هستند. با توجه به اندازه های داده شده، طول پاره خط FG چقدر است؟



۵ (۱)

۵/۵ (۲)

۶ (۳)

۶/۵ (۴)

۱۸- اگر $2A = \begin{bmatrix} |A|-2 & |A|+1 \\ -9 & |A|-8 \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس 2A کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۰ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ داشته باشیم و $A^2 = \alpha A + \beta A^{-1}$ ، آنگاه حاصل $\alpha + \beta$ برابر کدام است؟

-۵ (۴)

-۱ (۳)

۵ (۲)

۱ (۱)

۲۰- در دستگاه $\begin{cases} ax+by=3 \\ cx+dy=5 \end{cases}$ اگر دترمینان ضرایب برابر ۱۵ و $3c = 30 + 5a$ باشد، مقدار y کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

۲۱- مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی که بر دو خط d و d' مماس اند، خطوط عمود بر هم l و l' هستند. اگر S مکان هندسی نقاطی از صفحه شامل d و d' باشد که به فاصله ثابت $k > 0$ از همین دو خط اند، چند دایره بر S می گذرد؟

۴ حداکثر یک

یک (۳)

هیچ (۲)

بی شمار (۱)

۲۲- A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه هستند، به گونه‌ای که $A \cup B = B$ ، اگر $P(A \cup B') = \frac{11}{20}$ و

$P(A') = \frac{13}{15}$ ، آنگاه $P(B)$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۲۳- تاسی سالم را سه بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده سه تاس برابر ۱۵ باشد یا دقیقاً دوبار عدد ۶ ظاهر شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{108}$ (۲) $\frac{5}{72}$ (۳) $\frac{19}{216}$ (۴) $\frac{11}{108}$

۲۴- مجموعه $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{a, b, f\}$

$C = \{a, b, d, e\}$ و $D = \{a, b, e, d, f\}$ چهار پیشامد از S هستند. اگر $P(A) = \frac{1}{6}$ ، $P(B) = \frac{1}{3}$ و $P(C) = \frac{2}{7}$

باشد، آنگاه $P(D)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{23}{42}$ (۲) $\frac{25}{42}$ (۳) $\frac{27}{42}$ (۴) $\frac{29}{42}$

۲۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) $[12]_5 = [17]_5$ (ب) $[2]_3 \subseteq [22]_6$ (پ) $[12]_9 \subseteq [37]_{24}$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۶- باقی مانده تقسیم عدد $41^{14} - 9 \times 31^{13}$ بر عدد ۱۶، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) صفر

۲۷- اگر عدد $a + 3^{202}$ مضرب ۱۱ باشد، کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۷

۲۸- چند عدد شش رقمی $\overline{b8a47fb}$ یافت می‌شود، به گونه‌ای که بر ۳۶ بخش پذیر باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۹- اگر ۶ بهمن یک سال پنجشنبه باشد، سومین دوشنبه در ماه خرداد همان سال، چندمین روز این ماه بوده است؟

- (۱) ۱۵ خرداد (۲) ۱۶ خرداد (۳) ۱۷ خرداد (۴) ۲۱ خرداد

۳۰- اگر m عددی طبیعی باشد و دو عدد $m^2 + 4$ و $3m + 1$ نسبت به هم غیراول باشند، آنگاه برای چند مقدار

طبیعی و سه رقمی b، معادله هم‌نهشتی $(m^2 + 4)x \equiv b \pmod{3m+1}$ دارای جواب است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

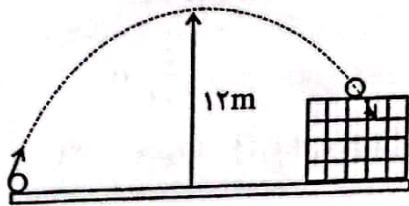
۳۱- جسمی به جرم 4kg را با نیروی ثابت 60N به اندازه h در راستای قائم بالا می‌بریم و به سرعت $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسانیم.

اگر نیروی مقاومت هوا $\frac{1}{4}$ وزن جسم باشد، انرژی پتانسیل گرانشی جسم چند ژول تغییر می‌کند؟

- ۱۵۰ (۱) ۲۰۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۳۰۰ (۴)

۳۲- مطابق شکل از مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی و در شرایط خلاء، گلوله‌ای به جرم 500g گرم به صورت مایل رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر تندی گلوله تا رسیدن به نقطه اوج 50% درصد کاهش یابد، انرژی مکانیکی گلوله در لحظه

برخورد با مانع چند ژول است؟ $(g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

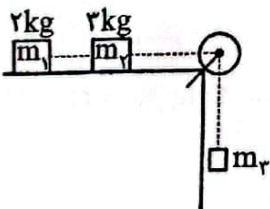


- ۸۰ (۱)
۱۰۰ (۲)
۱۲۰ (۳)
۲۴۰ (۴)

۳۳- در شکل زیر، وزنه m_3 از حال سکون رها می‌شود. اگر تا لحظه‌ای که وزنه m_3 به اندازه 50cm پایین می‌آید،

تندی دو وزنه m_1 و m_2 به $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد، جرم m_3 چند کیلوگرم بوده است. در این حرکت 20% درصد از انرژی

جنبشی جرم‌های m_1 و m_2 صرف غلبه بر اصطکاک بین این دو جرم با سطح می‌شود؟ $(g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



- ۲ (۱)
۴ (۲)
۵ (۳)
۶ (۴)

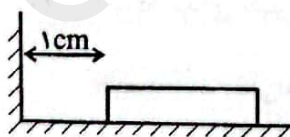
۳۴- دمای یک جسم برحسب درجه سلسیوس، از 10 برابر دمای آن برحسب درجه فارنهایت، 14 واحد کمتر است. این

دما برحسب کلونین کدام است؟

- ۲۵۵ (۱) ۲۷۳ (۲) ۲۸۳ (۳) ۳۰۳ (۴)

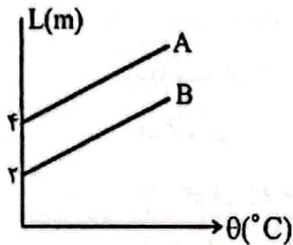
۳۵- مطابق شکل زیر میله‌ای به طول 1m و ضریب انبساط طولی $10^{-5}\frac{1}{\text{K}}$ روی سطحی قرار دارد. اگر دمای میله را

500°C افزایش دهیم، فاصله میله تا دیوار چند سانتی‌متر می‌شود؟



- ۰٫۲۵ (۱)
۰٫۵ (۲)
۰٫۷۵ (۳)
۱ (۴)

۳۶- شکل زیر، تغییرات طول دو میله A و B را بر حسب دما نشان می‌دهد. اگر دمای گره‌ای هم‌جنس با میله A را ۴۰ درجه سلسیوس افزایش دهیم، حجم آن ۰/۰۴ درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای مکعبی هم‌جنس با میله B را ۶۰ درجه سلسیوس افزایش دهیم، مساحت جانبی این مکعب چند درصد افزایش خواهد یافت؟



- ۰/۰۲ (۱)
- ۰/۰۴ (۲)
- ۰/۰۸ (۳)
- ۰/۱۲ (۴)

۳۷- ظرفی فلزی با حجم ۲lit را از مایعی به ضریب انبساط حجمی $\frac{1}{k} \times 10^{-4}$ کاملاً پر می‌کنیم. بر اثر افزایش دما تا

۵۰°C مقدار $18/5 \text{ cm}^3$ از مایع درون ظرف بیرون می‌ریزد. ضریب انبساط خطی فلز چند k^{-1} است؟

- $1/5 \times 10^{-5} \frac{1}{k}$ (۱)
- $1/5 \times 10^{-6} \frac{1}{k}$ (۲)
- $5 \times 10^{-6} \frac{1}{k}$ (۳)
- $5 \times 10^{-6} \frac{1}{k}$ (۴)

۳۸- یک کره فلزی به جرم m گرم با دمای ۷۶°C را داخل ۸m گرم آب با دمای ۱۰°C می‌اندازیم. اگر نسبت گرمای ویژه کره فلزی به گرمای ویژه آب $\frac{1}{4}$ باشد، دمای تعادل مجموعه چند درجه سلسیوس می‌شود؟

- ۱۲ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۴۸ (۳)
- ۶۰ (۴)

۳۹- برای اندازه‌گیری گرمای ویژه یک آلیاژ، ۶۰۰g از آن را با دمای ۱۰۰°C در یک گرماسنج آلومینیومی به جرم ۲۰۰g قرار می‌دهیم. درون این گرماسنج ۵۰۰g آب در دمای اولیه ۲۰°C قرار دارد. اگر دمای نهایی مجموعه به ۲۵°C برسد، گرمای ویژه این آلیاژ چند $\frac{J}{\text{kgk}}$ است؟

$(C_{\text{آلومینیوم}} = 900 \frac{J}{\text{kgk}}, C_{\text{آب}} = 4/2 \frac{J}{\text{kgk}})$

- ۲۰/۲۷ (۱)
- ۲۰/۲۷ (۲)
- ۲۵/۳ (۳)
- ۲۵/۳ (۴)

۴۰- قطعه یخی به دمای ۲۰°C را درون مقداری آب با دمای ۷۰°C واقع در یک ظرف عایق می‌اندازیم. اگر تا لحظه ذوب کامل یخ، دمای آب ۵۴°F کاهش یابد، دمای تعادل نهایی مجموعه، چند درجه سلسیوس است؟

(یخ $L_f = 80^\circ\text{C}$ آب $= 160^\circ\text{C}$ یخ)

- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۳۰ (۴)

۴۱- چند گرم آب ۵۰°C را با ۲۰g یخ، ۲۰°C تماس دهیم تا دمای تعادل صفر درجه سلسیوس شود؟

$(C_{\text{آب}} = 2C_{\text{یخ}} = 2100 \frac{J}{\text{kg}^\circ\text{C}}, L_f = 336000 \frac{J}{\text{kg}})$

- ۱۲/۵ (۱)
- ۱۵۶/۵ (۲)
- ۳۹۰ (۳)
- ۴۵۰ (۴)

۴۲ - چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- الف) با افزایش ضریب انبساط حجمی شاره‌ها، چگالی شاره‌ها بر اثر افزایش دمای یکسان، بیشتر می‌شود و جریان‌های همرفتی به سهولت بیشتری ظاهر می‌شوند.
- ب) پدیده همرفت، بر اثر کاهش چگالی شاره با افزایش دما و همراه با جابه‌جایی بخشی از خود ماده، انجام می‌گیرد.
- پ) رسانش گرمایی در شیشه، به جهت داشتن الکترون‌های آزاد است که چون بسیار کوچک‌اند و به سرعت حرکت می‌کنند با برخورد با سایر الکترون‌ها سبب رسانش گرمایی می‌شوند.
- ت) جریان بادهای ساحلی و گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون مثال‌هایی از همرفت طبیعی است.
- ث) با حس لامسه سردی یا گرمی یک جسم را می‌توان احساس کرد که میزان سردی یا گرمی این جسم به آهنگ شارش گرما بین دستان ما و جسم بستگی دارد.

۴ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۴۳ - معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 8t + 12$ است. کدام یک از گزینه‌های زیر درست نیست؟

(۱) این متحرک در لحظه $t = 4s$ تغییر جهت داده است.

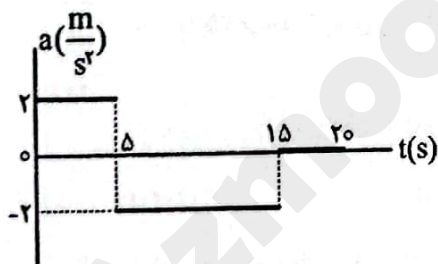
(۲) حرکت متحرک در لحظه $t = 1s$ کندشونده است.

(۳) حرکت متحرک در لحظه $t = 3s$ تندشونده و در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

(۴) متحرک در لحظه $t = 9s$ از مبدأ دور می‌شود و حرکت آن تندشونده است.

۴۴ - نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t_1 = 2s$

سرعت جسم $4 \frac{m}{s}$ در جهت منفی محور باشد، بین $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 18s$ ، بزرگی جابه‌جایی جسم چند متر است؟



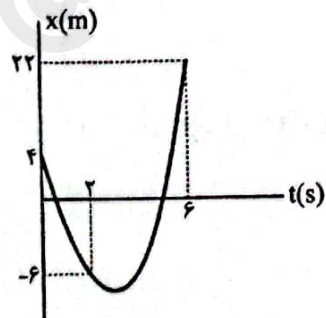
۵۷ (۱)

۸۳ (۲)

۱۳۱ (۳)

۱۳۷ (۴)

۴۵ - شکل، نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است را نشان می‌دهد. سرعت متوسط متحرک از لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد تا به مبدأ مکان برسد، چند متر بر ثانیه است؟



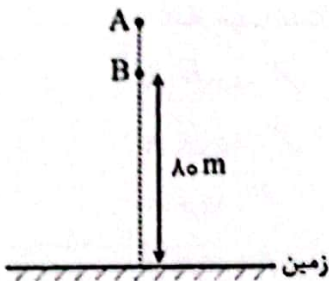
۱۶ (۱)

۸ (۲)

۴/۶ (۳)

۱ (۴)

۴۶- گلوله‌ای را در شرایط خلأ، از نقطه A واقع در ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌کنیم و همزمان با عبور از نقطه B، گلوله دیگری را مجاور این گلوله رها می‌کنیم. حداکثر فاصله این دو گلوله تا پیش از رسیدن گلوله اول به زمین



چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۲۰ (۱)
- ۴۰ (۲)
- ۴۵ (۳)
- ۶۰ (۴)

۴۷- سه نیروی $\vec{F}_1 = 10\text{N}$ ، $\vec{F}_2 = 15\text{N}$ و $\vec{F}_3 = 20\text{N}$ در راستای افقی به جسمی به جرم 2kg وارد می‌شود و جسم

با سرعت ثابت روی سطح افقی حرکت می‌کند. اگر در یک لحظه اندازه نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 ، $\frac{1}{5}$ برابر شود و جهت

نیروی \vec{F}_3 قرینه شود و بزرگی آن ۷۵ درصد کاهش یابد، بزرگی شتاب حرکت جسم در SI کدام است؟

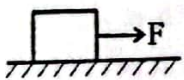
- $\frac{1}{2}$ (۱)
- $\frac{9}{2}$ (۲)
- ۴ (۳)
- ۲ (۴)

۴۸- چه تعداد عبارت‌های زیر درست است؟

الف) در برخورد یک پرنده به هواپیما، بزرگی نیرویی که هواپیما به پرنده وارد می‌کند بیشتر از بزرگی نیرویی است که پرنده بر هواپیما وارد می‌کند.

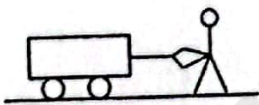
ب) نیرویی که یک دونده را به جلو می‌راند نیروی پاهای دونده بر زمین است.

پ) در شکل مقابل بر جسمی نیروی F به طرف راست وارد می‌شود و جسم ساکن است. جهت واکنش نیروی سطح بر جسم به صورت \searrow است.



ت) جسمی توسط طنابی از سقف آویزان و ساکن است. واکنش نیروهای وارد بر جسم، بر زمین و سقف وارد می‌شود.

ث) مطابق شکل اسکیت‌بازی به جرم m جعبه‌ای به جرم 10m را به طرف خود می‌کشد.



در مدتی که جعبه 10cm جابه‌جا می‌شود فاصله شخص با جعبه 110cm کم می‌شود.

(اصطکاک ناچیز است)

(اصطکاک ناچیز است)

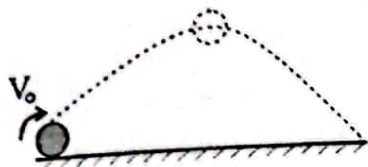
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۴۹- وزن جسم A در سطح مریخ چهار برابر وزن جسم B در سطح ماه است. اگر در سطح زمین وزن جسم A، 70 نیوتن بیشتر از وزن جسم B باشد، جرم جسم A و B به ترتیب چند کیلوگرم است؟

$$(g_{\text{مریخ}} = 3/6 \frac{N}{kg}, g_{\text{ماه}} = 1/6 \frac{N}{kg}, g_{\text{زمین}} = 10 \frac{N}{kg})$$

- ۱۲، ۱۰ (۱)
- ۱۲، ۱۶ (۲)
- ۹، ۱۰ (۳)
- ۹، ۱۶ (۴)

۵۰- مطابق شکل، توپی به جرم $600g$ را با تندی اولیه v_0 با زاویه α نسبت به افق پرتاب می‌کنیم. اگر در بالاترین نقطه از مسیر حرکت، نیروی مقاومت هوا $8N$ باشد، بزرگی شتاب توپ در این نقطه چند متر بر مربع ثانیه و در کدام جهت است؟



↗ ۱. $15\sqrt{2}$

↙ ۲. $15\sqrt{2}$

↗ ۳. $16/6$

↙ ۴. $16/6$

۵۱- شخصی به جرم $80kg$ روی یک ترازوی نیروسنج واقع در کف آسانسور ایستاده است. آسانسور با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ به مدت 3 ثانیه رو به بالا حرکت کرده و سپس با شتاب ثابتی متوقف می‌شود. اگر مدت زمان کل این حرکت

8 ثانیه باشد، اختلاف دو عدد نشان داده شده توسط ترازو در این حرکت چند نیوتن است؟ ($g = 9.8 \frac{m}{s^2}$)

۶۰ (۴)

۹۶ (۳)

۱۶۰ (۲)

۲۵۶ (۱)

۵۲- در شکل زیر، جسم در آستانه حرکت به طرف راست است. اگر نیروی افقی F_2 را حداکثر به اندازه 12 نیوتن افزایش دهیم،

جسم همچنان ساکن می‌ماند. ضریب اصطکاک ایستایی جسم با سطح افقی چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۰/۱۵ (۱)

۰/۳ (۲)

۰/۴۵ (۳)

۰/۶ (۴)



۵۳- جسمی به جرم $12kg$ روی کف آسانسوری که با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ در حال حرکت به سمت پایین است، قرار

دارد. اگر سرعت آسانسور در مدت زمان $4s$ به $2 \frac{m}{s}$ برسد و ناگهان کابل آسانسور پاره شود، با صرف نظر از

نیروهای مقاوم، نیروی عمودی سطح وارد بر جسم در لحظه قبل از پاره شدن کابل و پس از پاره شدن کابل به ترتیب چند نیوتن است؟

۱۲۰، ۱۲۰ (۴)

صفر، ۱۲۰ (۳)

۱۴۴، ۱۴۴ (۲)

صفر، ۱۴۴ (۱)

۵۴- نیروی F در راستای $\vec{A} + 8\vec{x}$ به جعبه‌ای به جرم 2kg وارد می‌شود. اگر ضریب اصطکاک ایستایی 0.5 باشد،

مقدار x چند نبوتن باشد تا جسم بتواند حرکت افقی کند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(\vec{A} برداری است که در راستای افق و \vec{A} برداری است که در راستا عمود است.)

(۱) حداقل 2N (۲) حداکثر 2.5N

(۳) حداقل 2N و حداکثر 2.5N (۴) حداقل 4N

۵۵- جسمی به جرم 500 گرم را به یک فنر با ثابت $1 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ و طول 30cm می‌بندیم و آن را از سقف یک آسانسور

می‌آویزیم و طول فنر به مقدار 36cm و ثابت می‌رسد. در این صورت حرکت آسانسور مطابق کدام عبارت‌های

زیر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

الف) آسانسور با شتاب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به طرف پایین حرکت می‌کند.

ب) آسانسور با شتاب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به طرف بالا و کندشونده حرکت می‌کند.

پ) آسانسور با شتاب $\frac{6}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به طرف پایین حرکت می‌کند.

ت) آسانسور با شتاب $\frac{6}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به طرف بالا و کندشونده حرکت می‌کند.

(۴) ت

(۳) ب

(۲) الف - ب

(۱) پ - ت

شیمی

۵۶- کدام مطلب درست است؟

(۱) فراوان‌ترین آنیون تک‌اتمی، کاتیون تک‌اتمی و آنیون چنداتمی در آب دریا (از نظر جرمی) به ترتیب مربوط به یون‌های کلرید، سدیم و سولفات است.

(۲) برای شناسایی یون‌های باریم موجود در آب آشامیدنی، می‌توان از محلول سدیم هیدروکسید استفاده کرد.

(۳) اغلب چشمه‌ها، قنات‌ها و رودخانه‌ها، آبی زلال و شفاف دارند که شیرین، گوارا و خالص است.

(۴) در واکنش محلول‌های سدیم فسفات و کلسیم کلرید با گذشت زمان، نسبت غلظت آنیون چنداتمی به آنیون تک‌اتمی، افزایش می‌یابد.

۵۷- در کدام گزینه نام ترکیب یونی درست است، اما نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی آنیون

نادرست نوشته شده است؟

(۲) آهن سولفات - ۳

(۱) آمونیوم نیترات - ۲

(۴) اسکاندیم فسفات - ۲

(۳) مس (II) کربنات - ۳

۵۸- یون بورات آنیون اکسیژن داری از اتم بور (B) است که شمار اتم‌های اکسیژن آن با شمار اتم‌های اکسیژن یون کربنات برابر است و بار الکتریکی آن با بار الکتریکی یون فسفات یکسان است. جرم مولی سدیم‌بورات کدام

است؟ ($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

۱۵۰ (۴)

۱۲۷ (۳)

۱۰۴ (۲)

۱۲۲ (۱)

۵۹- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- هوای پاک و سرم فیزیولوژی هر دو محلول‌هایی هستند که حلال در آن‌ها، به ترتیب نیتروژن و آب است.
- خواص یک محلول به ماهیت حلال و حل‌شونده، دما و غلظت محلول بستگی دارد.
- اگر ۵۰۰ گرم نمک را در مقداری آب حل کنیم، یک محلول غلیظ تهیه کرده‌ایم.
- آب دریای مرده (بحرالمت) محلول غلیظی است که انسان می‌تواند به راحتی روی آن شناور بماند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۶۰- چه تعداد از موارد زیر غلظت ppm یک محلول آبی را درست نشان می‌دهد؟ (هر لیتر محلول یک کیلوگرم جرم دارد)

$$\frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{کیلوگرم محلول}}$$

$$\frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6$$

$$\frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{لیتر محلول}}$$

$$\frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{تن محلول}}$$

چهار (۴)

سه (۳)

دو (۲)

یک (۱)

۶۱- به یک کیلوگرم محلول ۴۰۰ ppm سدیم‌هیدروکسید، چند کیلوگرم آب اضافه کنیم تا غلظت یون سدیم محلول

نهایی برابر ۴۶ ppm شود؟ ($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

۱ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۶۲- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- در هر ۲۰۰ گرم محلول سدیم کلرید ۰/۹ درصد جرمی، ۱۹۸/۲ گرم آب وجود دارد.
- هوا از جمله محلول‌هایی است که تعداد زیادی حل‌شونده دارد.
- نسبت شمار اتم‌های سازنده آمونیم فسفات به شمار اتم‌های سازنده لیتیم نیترات برابر ۴ است.
- درصد جرمی یک یون که غلظت آن در آب دریا برابر ۱۹۰۰۰ ppm است، برابر ۱/۹ درصد است.

۳ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۶۳- اگر در محلولی از سدیم‌هیدروکسید و آب به ازای ۵ مول آب، ۴ مول NaOH وجود داشته باشد، درصد جرمی سدیم‌هیدروکسید و غلظت مولار این محلول به ترتیب کدام است؟ (چگالی محلول ۱/۲۵ گرم بر میلی‌لیتر است)

($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

۱۰ - ۸۰ (۲)

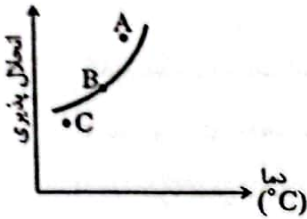
۲۰ - ۸۰ (۱)

۲۰ - ۶۴ (۴)

۱۰ - ۶۴ (۳)

۶۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- در محلول‌های سیر شده جرم حل‌شونده، نشان‌دهنده انحلال‌پذیری آن است.
- باریم سولفات و نقره کلرید مانند کلسیم فسفات در آب نامحلول هستند.
- در شکل زیر، نقاط A، B و C به ترتیب مربوط به محلول‌های سیر شده، سیر نشده و فراسیر شده در دماهای معین هستند.



- انحلال‌پذیری لیتیم سولفات برخلاف پتاسیم کلرید با افزایش دما، کاهش می‌یابد.
- انحلال‌پذیری نمک‌ها در آب افزون به نوع نمک و دمای آب به مقدار حل‌شونده موجود در آب و pH آب هم بستگی دارد.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۶۹- با توجه به جدول زیر، اگر در اثر انحلال ۰/۶ مول سدیم نیترات در ۵۰ گرم آب مقطر یک محلول سیر شده، تهیه شود، دمای آب استفاده شده بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟ ($\text{Na} = 23, \text{N} = 14, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

دمای (°C)			
۳۰	۲۰	۱۰	۰
۹۶	۸۸	۸۰	۷۲

(۱) ۳۵/۷ (۲) ۳۷/۵ (۳) ۵۳/۷ (۴) ۵۷/۳

۷۰- کدام مطلب درست است؟

- (۱) فرمول مولکولی اوره $\text{Co}(\text{NH}_2)_2$ است که انحلال‌پذیری بالایی در آب دارد.
 - (۲) وازلین مانند روغن زیتون دارای بخش‌های قطبی و ناقطبی است.
 - (۳) در صابون‌ها بخش آنیونی، قسمت آب‌دوست است.
 - (۴) ذرات پخش‌شونده در شیر، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند.
- ۷۱- برای جلوگیری از تشکیل رسوب و ایجاد لکه روی لباس به هنگام استفاده از یک صابون در آب سخت، استفاده از نمک‌های کدام آنیون مناسب‌تر است؟

(۱) سولفات (۲) فسفات (۳) کلرید (۴) نیترات

۷۲- کدام موارد درست است؟

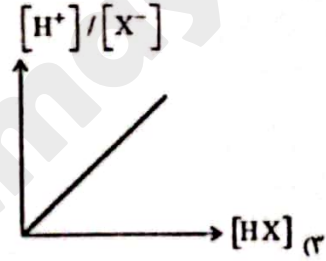
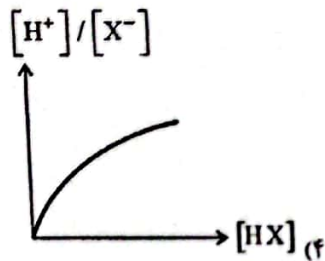
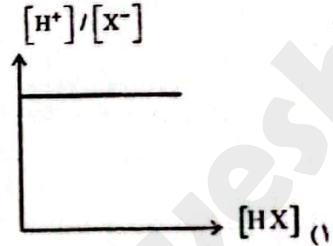
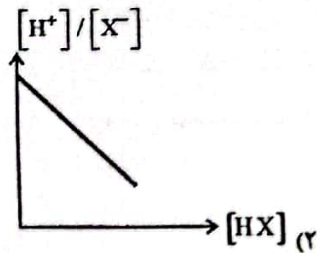
- الف) مطابق مدل آرنیوس مولکول‌های CH_3OH به دلیل داشتن گروه OH ، در آب خاصیت بازی دارند.
- ب) شمار یون‌های هیدروکسید در اثر انحلال یک مول لیتیم اکسید و باریم اکسید در آب برابر است.
- پ) در دمای اتاق، دی‌نیتروژن پنتاکسید، گازی است که در اثر حل کردن آن در آب، غلظت یون H^+ افزایش می‌یابد.
- ت) رنگ کاغذ pH در حضور محلول‌های سدیم هیدروکسید و آمونیاک مشابه یکدیگر است.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) ب - ت (۴) پ - ت

۷۳- غلظت یون هیدرونیوم در محلولی از اسید ضعیف HX برابر 10^{-4} مول بر لیتر است. اگر درصد یونش این اسید برابر 5×10^{-2} باشد، در ۲۰۰ میلی از این محلول، چند گرم HX وجود دارد؟ (جرم مولی HX برابر ۵۰ گرم بر مول است). ($\log 2 = 0.3$)

- ۴ (۱) ۲ (۲) ۰/۰۴ (۲) ۲ (۳) ۰/۰۲ (۴)

۷۴- برای اسید ضعیف HX، کدام گزینه، نسبت غلظت H^+ به X^- را بر حسب غلظت HX به درستی نشان می‌دهد؟



۷۵- محلول آبی چه تعداد از مواد زیر می‌توانند کاغذ pH را به رنگ سرخ در آورند و در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آن‌ها به طور آشکاری از محلول آبی سدیم نیترات کمتر است؟

- | | | |
|--------|-------------------|------------------------|
| NaOH * | HF * | HCOOH * |
| HCl * | NH ₃ * | CH ₃ COOH * |
| سه (۴) | چهار (۳) | یک (۲) |
| | | دو (۱) |

۷۶- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- الف) با افزودن مقداری آب خالص به محلول یک باز در دمای ثابت، pH محلول کاهش می‌یابد.
 ب) هیدروکسید دومین و سومین عناصر گروه اول جدول تناوبی جزو بازهای قوی و مواد خورنده به شمار می‌آیند.
 پ) هر چه K_b بزرگ‌تر باشد، آن باز قوی‌تر، یونش آن در آب بیشتر و pH آن به یقین بزرگ‌تر است.
 ت) اگر pH محلول ۲ مولار باز BOH در دمای $25^\circ C$ در گستره ۷ تا ۱۴ قرار گیرد، BOH به یقین از NaOH ضعیف‌تر است.

- الف - ب (۱) الف - ب - ت (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴)

۷۷- ۴۵ گرم باز ضعیف BOH را در مقداری آب حل می‌کنیم، سپس حجم محلول را به ۲/۵ لیتر می‌رسانیم، pH این محلول در دمای $25^\circ C$ کدام است؟ (جرم مولی BOH برابر ۲۶۰ گرم بر مول و ثابت یونش این باز برابر 2×10^{-5} است.)

- ۱۲ (۴) ۱۱ (۳) ۱۱/۳ (۲) ۱۰/۷ (۱)

۷۸- کدام موارد درست است؟

- (الف) در واکنش میان سدیم هیدروکسید و نیتریک اسید، با گذشت زمان غلظت یون نیترات، ثابت می ماند.
 (ب) $0/5$ مول سدیم هیدروکسید می تواند $0/25$ مول سولفوریک اسید را به طور کامل خنثی کند.
 (پ) واکنش میان اتانویک اسید و متانول که منجر به تشکیل متیل متانوات و آب می شود، یک واکنش خنثی شدن است.
 (ت) اسید لازم برای گوارش غذا، کلریک اسید است که از دیواره معده انسان ترشح می شود.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) ب - ت (۴) پ - ت

۷۹- از چه تعداد مواد زیر می توان به عنوان ضداسید معده استفاده کرد؟

- * جوش شیرین (۱) * منیزیم هیدروکسید (۲) * آلومینیوم هیدروکسید (۳) * محلول آمونیاک (۴)

۸۰- حاصل ضرب $[H^+].[OH^-]$ برای آب خالص در دمای $85^\circ C$ برابر 4×10^{-14} است. با توجه به این موضوع کدام

گزینه درباره آب خالص $85^\circ C$ نادرست است؟

- (۱) غلظت H_3O^+ با غلظت OH^- برابر است.
 (۲) غلظت H_3O^+ برابر $2 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$ است.
 (۳) pH آن $6/7$ است.
 (۴) آب خالص $85^\circ C$ اندکی اسیدی است.



@sanjsheducationgroup



@sanjshserv

کانال های ارتباطی:

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



آزمون‌ها آزماینتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزماینتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



حلقه
سنجی





آزمون ۵ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – مرحله سوم (۱۴۰۲/۰۹/۱۰)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستانها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستانها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمونهای آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمونها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاههای ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

 @sanjesheducationgroup

 @sanjeshserv

کانالهای ارتباطی:

ویژه پایانه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

صورت و مخرج کسر را به کمک اتحادها ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{2(1+\sqrt{3})}{\sqrt{3}-\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}} + \frac{3^2-(\sqrt{2})^2}{11+\sqrt{18}} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{\sqrt{3}-(\sqrt{3}-\sqrt{2})} + \frac{(3-\sqrt{2})(9+2+3\sqrt{2})}{11+\sqrt{18}}$$

$$= \frac{2(1+\sqrt{3})}{\sqrt{2}} + \frac{(3-\sqrt{2})(11+\sqrt{18})}{11+\sqrt{18}} = \sqrt{2}(1+\sqrt{3}) + 3 - \sqrt{2} = \sqrt{6} + 3 \Rightarrow A - \sqrt{6} = 3$$

۲. گزینه ۳ درست است.

$$a + \frac{2}{a} = 5 \Rightarrow \frac{a^2+2}{a} = 5 \Rightarrow a^2 = 5a - 2$$

$$a^2 + \frac{10}{a} = 5a - 2 + \frac{10}{a} = \frac{5a^2 - 2a + 10}{a} = \frac{5(5a - 2) - 2a + 10}{a} = \frac{23a}{a} = 23$$

۳. گزینه ۴ درست است.

از اتحاد $1 + \sin x = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2$ استفاده می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\sqrt{\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2}}{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{1} = -\sqrt{2}$$

۴. گزینه ۴ درست است.

وارون تابع f را می‌یابیم:

$$y = 4x + a \rightarrow x = \frac{y-a}{4} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x - \frac{a}{4}$$

حال حاصل حد را بررسی می‌کنیم:

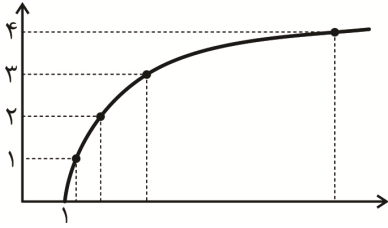
$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{(4x+a) - 2\left(\frac{2x}{4} - \frac{a}{4}\right)}{x-b} = \lim_{x \rightarrow b} \frac{3x + \frac{3}{2}a}{x-b}$$

حاصل حد زمانی وجود دارد که صورت کسر به‌ازای $x=b$ برابر صفر شود.

$$3b + \frac{3}{2}a = 0 \Rightarrow a = -2b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow b} \frac{3x + \frac{3}{2}(-2b)}{x-b} = \lim_{x \rightarrow b} \frac{3x - 3b}{x-b} = 3$$

حاصل حد برابر ۳ و $\frac{a}{b} = -2$ است پس حاصل حد، $-\frac{3}{2}$ برابر $\frac{a}{b}$ است.

۵. گزینه ۱ درست است.



هرگاه عبارت $2\sqrt{x} - 1$ برابر عدد صحیح باشد، تابع f ناپیوسته است. بیشترین مقدار α زمانی است که $2\sqrt{\alpha} - 1 = 6$ باشد پس $\sqrt{\alpha} - 1 = 3$ و در نتیجه $\alpha = 10$ است.

۶. گزینه ۴ درست است.

با توجه به علامت f در دو طرف $x = 2$ و $x = 6$ حاصل حدها را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \frac{(-1)^2}{f(2^+) - f(6^+)} = \frac{1}{0^- - (0^+)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \frac{(-1)^1}{f(2^-) - f(6^-)} = \frac{-1}{0^+ - 0^-} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

۷. گزینه ۱ درست است.

فرض کنید $f(x) = ax + b$ و $a < 0$ باشد.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(2x+1) - 1}{f(x) + 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a(2x+1) + b - 1}{a(ax+b) + b + 4} = \frac{2a}{a^2} = \frac{2}{a} = \frac{-1}{2} \Rightarrow a = -4$$

حاصل حد خواسته شده زمانی وجود دارد که صورت کسر برابر صفر باشد.

$$f(x-1) - 5 = 0 \xrightarrow{x=4} f(3) = 5 \Rightarrow -12 + b = 5 \Rightarrow b = 17$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{a(x-1) + b - 5}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-4x + 16}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-4(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} = -16$$

۸. گزینه ۳ درست است.

پرانتر اول را در مزدوج خود ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x + \sqrt{k} - x + 3)(\sqrt{kx} + \sqrt{kx+1})}{\sqrt{x + \sqrt{k} + \sqrt{x-3}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{k} + 3)(\sqrt{kx} + \sqrt{kx+1})}{\sqrt{x} + \sqrt{x}}$$

$$= (\sqrt{k} + 3)(\sqrt{k}) = 18 \Rightarrow k + 3\sqrt{k} = 18 \Rightarrow (\sqrt{k} - 3)(\sqrt{k} + 6) = 0 \Rightarrow \sqrt{k} = -6 \text{ غ ق } \sqrt{k} - 3 = 0 \Rightarrow k = 9$$

۹. گزینه ۲ درست است.

ضابطه تابع f به صورت $f(x) = (x+2)^3$ و وارون آن به صورت $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} - 2$ است. بازای $x = 8$ مخرج هر دو کسر برابر صفر است.

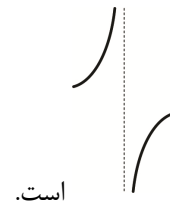
$$g(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)} - \frac{1}{f(x-10)} = \frac{1}{\sqrt[3]{x} - 2} - \frac{1}{(x-8)^3} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + 4 + 2\sqrt[3]{x}}{x-8} - \frac{1}{(x-8)^3}$$

$$= \frac{(x-8)^2(\sqrt[3]{x^2} + 4 + 2\sqrt[3]{x}) - 1}{(x-8)^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \lambda^+} g(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow \lambda^-} g(x) = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$



است.

پس نمودار به صورت

۱۰. گزینه ۱ درست است.

ابتدا دقت کنید که:

$$\frac{-3x+1}{x-1} = -3 + \frac{-2}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left[-3 + \frac{-2}{x-1} \right] = [-3 + (2)^-] = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(-\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-3 + \frac{-2}{x-1} \right] = [-3 + 0^-] = -4$$

حاصل جمع دو حد بالا برابر -6 است.

۱۱. گزینه ۴ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{4}{m} \Rightarrow y = \frac{4}{m} \text{ مجانب افقی}$$

مخرج باید ریشه مضاعف داشته باشد. چون نقطه برخورد مجانب‌ها در ناحیه دوم است، پس اولاً $\frac{4}{m}$ مثبت است.

ثانیاً $x = -\frac{4}{m}$ ریشه مضاعف مخرج است.

$$1) m > 0$$

$$2) mx^2 + 2nx + 4m = m\left(x + \frac{4}{m}\right)^2 = mx^2 + 8x + \frac{16}{m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n = 8 \Rightarrow n = 4 \\ 4m = \frac{16}{m} \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = 2 \end{cases} \Rightarrow m + n = 6$$

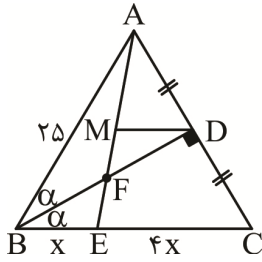
۱۲. گزینه ۴ درست است.

فرض کنید $x = \frac{1}{t}$ باشد به طوری که $t \rightarrow 0^+$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \times \cos \frac{\pi x}{2x-1} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{t} \cos \frac{\frac{\pi}{t}}{\frac{2}{t}-1} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{t} \cos \frac{\pi}{2-t}$$

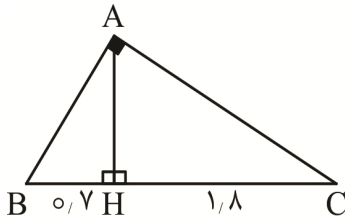
$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{t} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2-t}\right) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{t} \sin \frac{-\pi t}{4-2t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{-1}{t} \frac{\pi t}{4-2t} \times \frac{\sin \frac{\pi t}{4-2t}}{\frac{\pi t}{4-2t}} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{-\pi}{4-2t} \times 1 = \frac{-\pi}{4}$$

۱۳. گزینه ۲ درست است.



با توجه به اینکه BD نیمساز \hat{B} و BD بر AC عمود است، پس BD عمودمنصف AC و مثلث ABC متساوی الساقین است، یعنی $AB = BC = 25$ ؛ از طرفی $\frac{BE}{EC} = \frac{1}{4}$ پس بنابراین نام گذاری های روی شکل: $BC = 5x \Leftrightarrow x = 5$
 D و M وسط های AC و AE هستند پس MD نصف EC است، یعنی: $MD = 2x = 10$.

۱۴. گزینه ۳ درست است.

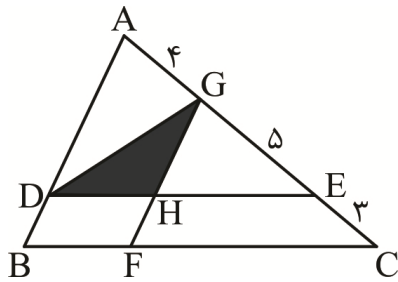


بزرگ ترین ارتفاع هر مثلث قائم الزاویه همان ضلع قائمه بزرگ تر است. از طرفی بنا بر رابطه های طولی در مثلث قائم الزاویه: $AC^2 = CH \cdot BC$ ، پس داریم:

$$AC^2 = 18(7+18) = \frac{18}{10} \times \frac{25}{10} \Rightarrow AC = \frac{3 \times 5\sqrt{2}}{10} = \frac{3}{2}\sqrt{2} = 1,5\sqrt{2}$$

۱۵. گزینه ۲ درست است.

بنابر متن صفحه ۳۲ کتاب هندسه ۱، نسبت مساحت های دو مثلث با رأس مشترک که قاعده های آنها روی یک خط قرار دارد، برابر با نسبت قاعده ها است. از سوی دیگر نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر با توان دوم نسبت تشابه است. پس در اینجا خواهیم داشت:



$$\frac{S_{\triangle DHG}}{S_{\triangle GHE}} = \frac{DH}{HE} = \frac{AG}{GE} = \frac{4}{5} \quad (1)$$

$$\triangle GHE \sim \triangle GFC \Rightarrow \frac{S_{\triangle GHE}}{S_{\triangle GFC}} = \left(\frac{GE}{GC}\right)^2 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64} \quad (2)$$

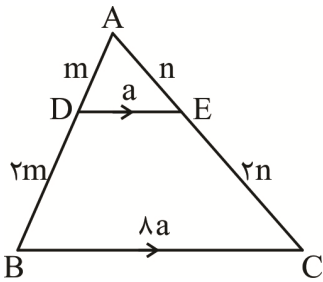
$$\triangle GFC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle GFC}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{GC}{AC}\right)^2 = \left(\frac{8}{12}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad (3)$$

اکنون با ضرب سه رابطه (۱)، (۲) و (۳) در یکدیگر داریم:

$$\frac{S_{\triangle DHG}}{S_{\triangle GHE}} \times \frac{S_{\triangle GHE}}{S_{\triangle GFC}} \times \frac{S_{\triangle GFC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle DHG}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4}{5} \times \frac{25}{64} \times \frac{4}{9} = \frac{5}{36}$$

۱۶. گزینه ۴ درست است.

با توجه به عکس قضیه تالس داریم:



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE \parallel BC$$

پس دو مثلث ADE و ABC به نسبت $\frac{1}{3}$ متشابه اند. در نتیجه نسبت مساحت آنها $\frac{1}{9}$ است.

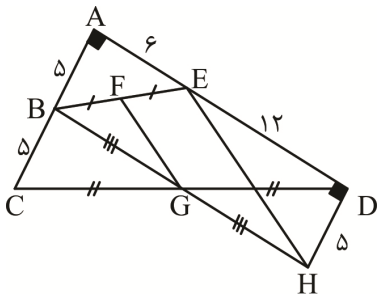
حال می توان نوشت:

$$S_{\triangle ADE} = a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 9a \Rightarrow S_{BDEC} = 9a - a = 8a$$

$$\frac{S_{BDEC}}{S_{ABC}} = \frac{8a}{9a} = \frac{8}{9}$$

بنابراین:

۱۷. گزینه ۴ درست است.



پاره خط BG را از طرف G و به اندازه خودش امتداد می‌دهیم. $(BG = GH)$ با توجه به عکس قضیه تالس داریم:

$$\frac{BF}{FE} = \frac{BG}{GH} = 1 \Rightarrow FG \parallel EH$$

با توجه به تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{FG}{EH} = \frac{BF}{BE} = \frac{1}{2} \Rightarrow FG = \frac{EH}{2}$$

از طرف دیگر چهارضلعی با رأس‌های B, C, H, D یک متوازی‌الاضلاع است زیرا قطرهای آن یکدیگر را نصف کرده‌اند. پس نتیجه می‌گیریم: $DH = BC = 5$ و داریم:

$$\left. \begin{array}{l} DH \parallel AC \\ \angle A = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle ADH = 90^\circ$$

حال با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث EDH داریم:

$$EH^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow EH = 13 \Rightarrow FG = \frac{EH}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$$

۱۸. گزینه ۳ درست است.

با توجه به فرض داریم:

$$|3A| = \begin{vmatrix} |A| - 2 & |A| + 1 \\ -9 & |A| - 8 \end{vmatrix}$$

چون A ماتریس 2×2 است، پس بنابر تمرین ۹ صفحه ۳۱ کتاب هندسه ۳: $|3A| = 9|A|$ است. حال اگر فرض کنیم $|A| = t$ ، آنگاه:

$$9t = \begin{vmatrix} t-2 & t+1 \\ -9 & t-8 \end{vmatrix} = (t-2)(t-8) + 9(t+1) = t^2 - 10t + 16 + 9t + 9$$

$$\Rightarrow t^2 - 10t + 25 = 0 \Rightarrow t = 5$$

$$|2A| = 4|A| = 4t = 20$$

در نتیجه:

۱۹. گزینه ۱ درست است.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 2 \times -3 - (4 \times -1) = -2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ 2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \alpha A + \beta A^{-1} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3\alpha & -\alpha \\ 4\alpha & 2\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta & -\frac{\beta}{2} \\ 2\beta & \frac{3\beta}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3\alpha - \beta & -\alpha - \frac{\beta}{2} \\ 4\alpha + 2\beta & 2\alpha + \frac{3\beta}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -3\alpha - \beta = 5 \\ -\alpha - \frac{\beta}{2} = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{برابری درایه‌های نظیر}} \begin{cases} -3\alpha - \beta = 5 \\ 4\alpha + 2\beta = -4 \end{cases} \xrightarrow{\div 2} \begin{cases} -3\alpha - \beta = 5 \\ 2\alpha + \beta = -2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\beta = -2 - 2\alpha} \quad (*)$$

با جای‌گذاری β بر حسب α از کادر بالا در معادله نخست، خواهیم داشت:

$$-3\alpha - (-2 - 2\alpha) = 5 \Rightarrow -\alpha + 2 = 5 \Rightarrow \alpha = -3 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در } (*)} \beta = -2 + 6 = 4$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 4 - 3 = 1$$

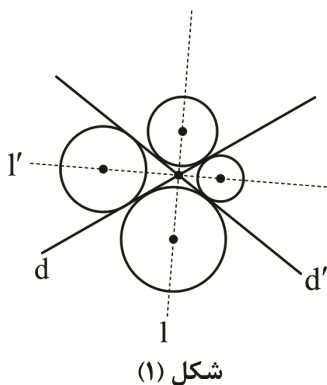
توجه کنید که مقدارهای α و β که به دست آمده‌اند، در همه چهار معادله درون آکولاد صدق می‌کنند.

۲۰. گزینه ۱ درست است.

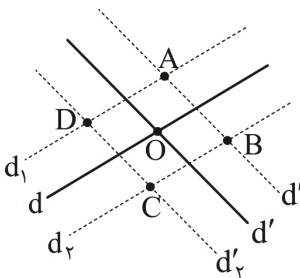
$$\begin{cases} ax + by = 3 \\ cx + dy = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{15} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 3d - 5b \\ -3c + 5a \end{bmatrix} \Rightarrow y = \frac{1}{15} \overbrace{(-3c + 5a)}^{-30} = -2$$

۲۱. گزینه ۴ درست است.

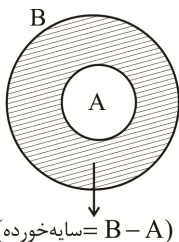


چون مکان هندسی نقاطی که بر دو خط d و d' مماس هستند، دو خط عمودند، پس خط‌های d و d' باید متقاطع باشند (خط‌چین‌ها مکان هندسی یاد شده‌اند که همیشه نیمسازهای زوایای میان d و d' هستند و برای نمونه، در اینجا ۴ تا از دایره‌های مماس رسم شده‌اند). از سوی دیگر می‌دانیم که مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خطی مفروض به یک فاصله باشند، عبارت است از دو خط موازی و هم فاصله در دو طرف خط یادشده. پس اگر خط‌های موازی به فاصله ثابت $k > 0$ را از هر دو خط d و d' رسم کنیم (خط‌چین‌ها در شکل ۲) در چهار نقطه A, B, C, D با هم برخورد می‌کنند. چهارضلعی $ABCD$ در حالت کلی یک لوزی است و دایره‌ای از رأس‌های آن نمی‌گذرد، اما در حالتی که d و d' نیز عمود بر هم باشند، آنگاه لوزی $ABCD$ یک مربع می‌شود که دقیقاً یک دایره از رأس‌هایش می‌گذرد. از این رو حداکثر یک دایره با ویژگی مورد نظر یافت می‌شود.



۲۲. گزینه ۳ درست است.

چون $A \cup B = B$ پس $A \subseteq B$. از سوی دیگر می‌توانیم بنویسیم $B = (B - A) \cup A$ ، پس به کمک اصول احتمال خواهیم داشت:



$$P(A \cup B') = P(A' \cap B') = 1 - P(B \cap A') = 1 - P(B - A) = \frac{11}{20}$$

$$\Rightarrow P(B - A) = 1 - \frac{11}{20} = \frac{9}{20} \quad (1)$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{13}{15} = \frac{2}{15} \quad (2)$$

$$\stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} P(B) = P((B-A) \cup P(A)) = P(B-A) + P(A) = \frac{9}{20} + \frac{2}{15} = \frac{27+8}{60} = \frac{7}{12}$$

۲۳. گزینه ۴ درست است.

در پرتاب سه تاس $n(S) = 6^3$ و برآمدهایی که مجموع آن‌ها برابر ۱۵ می‌شود، به صورت زیر است:

$$6+6+3 \rightarrow \text{حالت } 3$$

$$6+5+4 \rightarrow \text{حالت } 3!$$

$$5+5+5 \rightarrow \text{حالت } 1$$

همچنین اگر بخواهیم دقیقاً دو بار عدد ۶ ظاهر شود، تعداد حالت‌ها برابر $\binom{3}{2} \times \binom{5}{1}$ است. حال اگر پیشامد اینکه مجموع برآمدهای سه تاس برابر ۱۵ شود را A و پیشامد اینکه دقیقاً دو بار عدد ۶ ظاهر شود را B در نظر بگیریم، داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = (3 + 3! + 1) + \binom{3}{2} \times 5 - 3 = 22$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(s)} = \frac{22}{6^3} = \frac{22}{216} = \frac{11}{108}$$

۲۴. گزینه ۲ درست است.

با توجه به داده‌های سؤال، داریم:

$$P(A) = \frac{1}{6} \Rightarrow P(a) + P(b) = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{1}{3} \Rightarrow \underbrace{P(a) + P(b)}_{\frac{1}{6}} + P(f) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(f) = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(C) = \frac{3}{7} \Rightarrow \underbrace{P(a) + P(b)}_{\frac{1}{6}} + P(d) + P(e) = \frac{3}{7} \Rightarrow P(d) + P(e) = \frac{11}{42}$$

$$P(D) = \underbrace{P(a) + P(b)}_{\frac{1}{6}} + \underbrace{P(e) + P(d)}_{\frac{11}{42}} + \underbrace{P(f)}_{\frac{1}{6}} = \frac{25}{42}$$

۲۵. گزینه ۳ درست است.

می‌دانیم $[r]_m = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = mk + r\}$ که در آن m عددی طبیعی است و $0 \leq r < m$ و از سوی دیگر

$$m \mid x - y \Leftrightarrow [x]_m = [y]_m$$

$$\text{الف) } [17]_5 = [12]_5 \Leftrightarrow 17 \equiv 12 \pmod{5} \Leftrightarrow 5 \mid 17 - 12 \Leftrightarrow 5 \mid 5 \quad \checkmark$$

$$\text{ب) } \forall x \in [23]_6; x \equiv 23 \pmod{6} \xrightarrow{-3} x \equiv 20 \pmod{6} \xrightarrow{-4} x \equiv 16 \pmod{6} \xrightarrow{-4} x \equiv 12 \pmod{6} \Rightarrow x \in [12]_6 \quad \checkmark$$

$$\text{پ) } \forall x \in [37]_{24}; x \equiv 37 \pmod{24} \Rightarrow x \not\equiv 37 \pmod{24} \quad (\text{زیرا، } 24 \nmid 37 - 37)$$

در نتیجه تنها گزاره‌های «الف» و «ب» درست هستند.

۲۶. گزینه ۱ درست است.

بنابر ویژگی‌های هم‌نهستی، می‌توان طرفین هم‌نهستی را به توان رساند یا در عددی ضرب کرد. می‌دانیم: $31 \equiv -1 \pmod{16}$ ، پس $31^{13} \equiv (-1)^{13} \equiv -1 \pmod{16}$ و در نتیجه: $(*) \quad 31^{13} \times 9 \equiv -9 \pmod{16}$ ؛ از سوی دیگر $41 \equiv 9 \pmod{16}$ ، پس $41^2 \equiv 9^2 \equiv 1 \pmod{16}$ که نتیجه می‌دهد:

$$(41^2)^7 \equiv 1^7 \pmod{16} \Rightarrow 41^{14} \equiv 1 \pmod{16} \quad (**)$$

حال اگر رابطه $(**)$ را از $(*)$ کم کنیم، داریم:

$$31^{13} \times 9 - 41^{14} \equiv -9 - 1 \equiv 6 \pmod{16} \Rightarrow \text{باقی مانده} = 6$$

۲۷. گزینه ۱ درست است.

روش اول:

$$\begin{aligned} 3^3 &\equiv 5 \pmod{11} \xrightarrow{\times 3} 3^4 \equiv 15 \pmod{11} \Rightarrow 3^4 \equiv 4 \pmod{11} \xrightarrow{\times 3} 3^5 \equiv 12 \pmod{11} \\ &\Rightarrow 3^5 \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow (3^5)^4 \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow 3^{20} \equiv 1 \pmod{11} \xrightarrow{\times 3^3} 3^{23} \equiv 3^2 \equiv 9 \pmod{11} \Rightarrow 3^{203} \equiv 9 \pmod{11} \end{aligned}$$

از طرفی طبق فرض داریم $3^{203} + a \equiv 0 \pmod{11}$ در نتیجه:

$$9 + a \equiv 0 \pmod{11} \xrightarrow[\text{عدد طبیعی}]{\text{کوچک‌ترین } a} a = 2$$

روش دوم (روش فرما): اگر p عددی اول و $(a, p) = 1$ ، آنگاه $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ ؛ در نتیجه:

$$3^{11-1} \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow 3^{10} \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow 3^{200} \equiv 1 \pmod{11} \xrightarrow{\times 3^3} 3^{203} \equiv 3^2 \equiv 9 \pmod{11}$$

از طرفی طبق فرض داریم: $3^{203} + a \equiv 0 \pmod{11}$ ؛ لذا:

$$9 + a \equiv 0 \pmod{11} \xrightarrow[\text{عدد طبیعی}]{\text{کوچک‌ترین } a} a = 2$$

۲۸. گزینه ۳ درست است.

عددی بر ۳۶ بخش پذیر است که هم بر ۴ و هم بر ۹ بخش پذیر باشد. می‌دانیم که عددی بر ۹ بخش پذیر است که مجموع رقم‌هایش بر ۹ بخش پذیر باشد و عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد. به کمک این مطالب خواهیم داشت (توجه کنید که $0 \leq a, b \leq 9$):

$$\begin{cases} 4b \equiv 0 \pmod{9} \\ b + 8 + a + 7 + 4 + b \equiv 0 \pmod{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \text{ یا } 4 \text{ یا } 8 \\ a + 2b + 1 \equiv 0 \pmod{9} \end{cases}$$

اما دقت کنید که $b = 0$ پذیرفتنی نیست، زیرا در این صورت عدد $\overline{b\lambda a\gamma 4b}$ شش رقمی نخواهد بود. پس دو حالت داریم:

$$۱) \quad b = 4 \Rightarrow a + 2 \times 4 + 1 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a + 9 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a = 0 \text{ یا } 9$$

$$۲) \quad b = 8 \Rightarrow a + 2 \times 8 + 1 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a + 17 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a = 1$$

از این رو سه عدد شش رقمی مورد نظر یافت می‌شود.

۲۹. گزینه ۲ درست است.

در ابتدا تعداد روزهایی را که از اول خرداد تا ۶ بهمن قرار دارد، به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{30}_{\text{خرداد}} + \underbrace{31}_{2 \times 31} + \underbrace{30}_{4 \times 30} + \underbrace{6}_{6} = 30 + 93 + 120 + 6 = 249$$

حال با توجه به اینکه $۲۴۹ \equiv ۴ \pmod{۷}$ پس به کمک جدول متناظر با روزهای هفته (به دلیل برگشت به روزهای عقب سال، در جهت وارون عددگذاری شده)، نخست اول خرداد را می‌یابیم که می‌شود روز یکشنبه.

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
۵	۴	۳	۲	۱	۰	۶

یا می‌توانیم این‌گونه هم استدلال کنیم که ۶ بهمن، چهار روز جلوتر از اول خرداد در هفته قرار دارد. پس چهار روز از ۶ بهمن که پنج‌شنبه است به عقب برگردیم، اول خرداد (همان‌گونه که جدول هم نشان می‌دهد) یکشنبه خواهد بود. پس:

اولین دوشنبه خرداد = ۲ خرداد دومین دوشنبه خرداد = ۹ خرداد سومین دوشنبه خرداد = ۱۶ خرداد

۳۰. گزینه ۴ درست است.

فرض کنیم $d = (m^2 + 4, 3m + 1)$ ، در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d \mid m^2 + 4 \\ d \mid 3m + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 9(m^2 + 4) = 9m^2 + 36 \\ d \mid (3m + 1)(3m - 1) = 9m^2 - 1 \end{cases}$$

d تفاضل دو عدد را می‌شمارد $\xrightarrow{d \mid 9m^2 + 36 - (9m^2 - 1) = 37} \xrightarrow{d \neq 1} d = 37$

از سوی دیگر، معادله هم‌نهستی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, m) \mid b$ پس باید داشته باشیم:

$$37 \mid b \Rightarrow b = 37k \quad (k \in \mathbb{N})$$

$\xrightarrow{b \text{ سه رقمی است.}} 1000 \leq 37k \leq 999 \Rightarrow 3 \leq k \leq 27 \Rightarrow$ تعداد k ها $= 27 - 3 + 1 = 25$

فیزیک

۳۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول: از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم و تغییر ارتفاع h را حساب می‌کنیم.

$$W_t = K_2 - K_1 \rightarrow \underbrace{W_F}_{\text{کار نیروی F}} + \underbrace{W_{mg}}_{\text{کار نیروی هوا}} + \underbrace{W_f}_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

$$60h + (-40h - \frac{40}{4}h) = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2$$

$$h = \frac{50}{10} = 5m$$

$$W_{mg} = -40 \times 5 = -200$$

گام دوم: کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم:

گام سوم: با استفاده از رابطه $\Delta u_g = -W_{\text{وزن}}$ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta u_g = -(-200) = 200J$$

(فصل ۳ - صفحات ۶۱، ۶۵، ۷۸، ۷۹)

۳۲. گزینه ۱ درست است.

در نبرد نیروهای مقاوم، انرژی مکانیکی یعنی مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم ثابت می‌ماند و لذا می‌توانیم انرژی مکانیکی را در هر نقطه دلخواه مسیر محاسبه کنیم. اندازه سرعت گلوله در نقطه اوج طبق فرض، $\frac{1}{2}$ برابر لحظه پرتاب بوده و

این یعنی انرژی جنبشی، $\frac{1}{4}$ برابر لحظه پرتاب است.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{4}E$$

$\frac{1}{4}$ ← برابر
 $\frac{1}{2}$ ← ثابت

پس در نقطه اوج، $\frac{3}{4}$ انرژی مکانیکی به صورت انرژی پتانسیل ظاهر می‌شود:

$$U = \frac{3}{4}E = mgh = 0.5 \times 10 \times 12 = 60 \text{ J} \Rightarrow E = 80 \text{ J}$$

(فصل ۳ - صفحات ۶۸، ۶۹، ۸۰، ۸۱)

۳۳. گزینه ۲ درست است.

$$m_3 gh - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \times \frac{2}{10} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)v^2$$

$$m_3(10 \times 0.5) - \frac{1}{10}(\Delta)(2)^2 = \frac{1}{2}(\Delta + m_3)(2)^2$$

$$5m_3 - 2 = 10 + 2m_3$$

$$3m_3 = 12 \rightarrow m_3 = 4 \text{ kg}$$

(فصل ۳ - صفحات ۶۸، ۶۹، ۸۰، ۸۱)

۳۴. گزینه ۱ درست است.

گام اول: با استفاده از رابطه بین درجه سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$\theta = 10F - 14 \xrightarrow{F = \frac{9}{5}\theta + 32} \theta = 10\left(\frac{9}{5}\theta + 32\right) - 14 \Rightarrow \theta = 18\theta + 320 - 14$$

$$\Rightarrow -17\theta = 306 \Rightarrow \theta = -18^\circ \text{C}$$

گام دوم: حال با استفاده از رابطه بین درجه سلسیوس و کلونین داریم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta = -18^\circ \text{C}} T = -18 + 273 = 255 \text{ K}$$

(فصل ۴ - صفحات ۸۴، ۸۵)

۳۵. گزینه ۳ درست است.

از رابطه انبساط طولی یعنی $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ استفاده می‌کنیم و تغییر طول میله را حساب می‌کنیم:

$$\Delta L = 10^{-5} \times 1 \times 500 = 5 \times 10^{-3} \text{ m} \rightarrow \Delta L = 5 \times 10^{-3} \times 10^2 = 0.5 \text{ cm}$$

چون انبساط میله از دو طرف به‌طور یکنواخت انجام می‌شود فاصله میله به اندازه نصف 0.5 cm یعنی 0.25 از دیوار

کم می‌شود و برابر $0.75 \text{ cm} = 1 - 0.25$ خواهد شد.

(فصل ۴ - صفحات ۸۸، ۸۹)

۳۶. گزینه ۳ درست است.

با توجه به رابطه $L_2 = L_1 + L_1 \alpha \Delta \theta$ ، شیب نمودار برابر $L_1 \alpha$ بوده و لذا چون طول اولیه B، $\frac{1}{2}$ برابر A است، لازمه

موازی بودن دو نمودار آن است که ضریب انبساط طولی B، ۲ برابر ضریب انبساط طولی A باشد. ($\alpha_B = 2\alpha_A$) اینک در روابط درصد افزایش حجم و مساحت جایگذاری می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} ۰/۰۴ = ۳\alpha_A \times ۴۰ \times ۱۰۰ \\ ۲(۲\alpha_A) \times ۶۰ \times ۱۰۰ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{۰/۰۴}{?} = \frac{۳ \times ۴۰}{۴ \times ۶۰}$$

$$\Rightarrow ? = ۰/۰۸ = \text{درصد افزایش مساحت}$$

(فصل ۴ - صفحات ۹۱، ۹۲)

۳۷. گزینه ۳ درست است.

با نوشتن رابطه انبساط ظاهری $\Delta V = V_1(\beta_{\text{ظرف}} - \beta_{\text{مایع}})\Delta T$ می توان ضریب انبساط حجمی ظرف را به دست آورد و سپس ضریب انبساط خطی را محاسبه کرد.

لازم به توضیح است که می توان در رابطه فوق به جای β ظرف از $\beta = ۳\alpha$ (استفاده کرد و مستقیماً α را محاسبه کرد.

$$\Delta V = V_1(\beta_{\text{ظرف}} - \beta_{\text{مایع}})\Delta T$$

$$۱۸/۵ = ۲ \times ۱۰^{-۳} (۲ \times ۱۰^{-۴} - ۳\alpha)(۵۰)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \times ۱۰^{-۵} \frac{1}{k} = ۵ \times ۱۰^{-۶} \frac{1}{k}$$

(فصل ۴ - صفحات ۹۳، ۹۴)

۳۸. گزینه ۱ درست است.

مطابق با طرح واژه شکل مقابل داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = m \\ \theta_1 = ۷۶^\circ\text{C} \end{array} \right. \text{ کره فلزی} \quad \left\{ \begin{array}{l} m_2 = \lambda m \\ \theta_1 = ۱۰^\circ\text{C} \end{array} \right. \text{ آب}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow c_2 = 4c_1$$

کره فلز $\xrightarrow{Q_1} \theta_e$ کره فلزی

آب $\xleftarrow{Q_2} ۱۰^\circ\text{C}$ آب

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 + m_2 c_2 \Delta\theta_2 = 0$$

$$m_1 c_1 (\theta_e - ۷۶) + \lambda m c_2 (\theta_e - ۱۰) = 0 \xrightarrow{c_2 = 4c_1} m c_1 (\theta_e - ۷۶) + \lambda m \times 4c_1 (\theta_e - ۱۰) = 0$$

$$\Rightarrow m c_1 \theta_e - ۷۶ m c_1 + ۳۲ m c_1 \theta_e - ۳۲۰ m c_1 = 0 \Rightarrow ۳۳ m c_1 \theta_e - ۳۹۶ m c_1 = 0$$

$$m c_1 (۳۳\theta_e - ۳۹۶) = 0 \Rightarrow ۳۳\theta_e - ۳۹۶ = 0 \Rightarrow \theta_e = ۱۲^\circ\text{C}$$

(فصل ۴ - صفحات ۹۷، ۹۸)

۳۹. گزینه ۴ درست است.

هنگامی که چند جسم با دمای مختلف در تبادل گرمایی با یکدیگر قرار دارند و به دمای نهایی یا دمای تعادل می رسند، می توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

با توجه به اینکه در این سؤال تعادل دمایی بدون تغییر حالت است و فقط تغییر دما داریم، می توان نوشت:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + m_3 c_3 \theta_3}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3}$$

$$۲۵ = \frac{۰/۶c_1 \times ۱۰۰ + ۰/۲ \times ۹۰۰ \times ۲۰ + ۰/۵ \times ۴۲۰۰ \times ۲۰}{۰/۶c_1 + ۰/۲ \times ۹۰۰ + ۰/۵ \times ۴۲۰۰}$$

$$۵۷۰۰۰ = ۴۵c_1 + ۴۵۶۰۰$$

$$c_1 = ۲۵۳/۳ \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

(فصل ۴ - صفحات ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲)

۴۰. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta F = 1/8 \Delta \theta = 54 \Rightarrow \Delta \theta = 3^\circ \text{ C}$$

این یعنی گرمای حاصل از 3° C کاهش دمای آب قادر است یخ را به دمای صفر درجه سلسیوس رسانده و تمام یخ را ذوب کند. به کمک این نکته، نسبت جرم آب به یخ را تعیین می‌کنیم:

$$m_1 c \times 20 + m_1 I_F = m_2 \times c \times 30$$

$$10 m_1 + 80 m_1 = 30 m_2 \Rightarrow \boxed{m_2 = 3 m_1}$$

اینک کافی است دمای تعادل m_1 گرم آب $^\circ \text{ C}$ را با m_2 گرم آب $^\circ \text{ C}$ تعیین کنیم:

$$m_1 c (\theta_t - 0) + m_2 c (\theta_t - 40) = 0$$

$$\theta_t + 3\theta_t - 120 = 0$$

$$4\theta_t - 120 = 0 \Rightarrow \theta_t = 30^\circ \text{ C}$$

(فصل ۴ - صفحات ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲)

۴۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول: چون در صورت سؤال به مقدار آب یا یخ موجود در حالت تعادل اشاره نکرده است دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: اگر همه یخ به آب $^\circ \text{ C}$ تبدیل شود داریم:

$$5^\circ \text{ آب} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ \text{ C آب} \text{ و } 0^\circ \text{ C آب} \xleftarrow{Q_1} 0^\circ \text{ C یخ} \xleftarrow{Q_2} -20^\circ \text{ C یخ}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \rightarrow m \times 4200 \times (0 - 5) + 200 \times 2100 \times (0 - (-20)) + 200 \times 336000 \rightarrow m = 360 \text{ g}$$

گام دوم؛ حالت دوم: اگر همه آب به یخ صفر درجه تبدیل شود داریم:

$$5^\circ \text{ آب} \xrightarrow{Q'_1} 0^\circ \text{ C آب} \xrightarrow{Q'_2} 0^\circ \text{ C یخ} \text{ و } 0^\circ \text{ C یخ} \xleftarrow{Q'_3} -20^\circ \text{ C یخ}$$

$$Q'_1 + Q'_2 + Q'_3 = 0 \rightarrow m' \times 4200 \times (0 - 5) + (-m' \times 336000) + 200 \times 2100 \times (0 - (-20)) = 0$$

$$m'(-4200 \times 5 - 336000) = -200 \times 2100 \times 20$$

$$130 m' = 20000 \rightarrow m' = \frac{2000}{13} = 153 \text{ g}$$

گام سوم: پس نتیجه می‌گیریم اگر جرم آب در محدوده $153 \leq m \leq 360$ گرم باشد، دمای مجموعه برابر $^\circ \text{ C}$ است و فقط گزینه ۲ می‌تواند درست باشد.

۴۲. گزینه ۱ درست است.

دو مورد «ب» و «ث» درست هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

الف) چگالی شاره‌ها بر اثر افزایش دما، بر اساس رابطه $\rho = \rho_0 (1 - \beta \Delta T)$ کاهش می‌یابد. بنابراین این عبارت نادرست است.

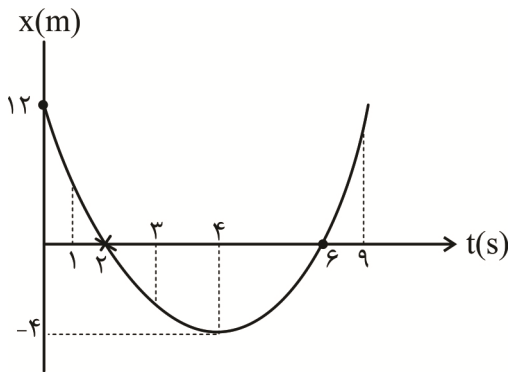
پ) رسانش گرمایی در اجسامی مانند شیشه، چوب و ... به دلیل ارتعاش اتم‌ها و گسترش این ارتعاش در طول آن‌ها است و به جهت نبود الکترون‌های آزاد، این اجسام رساناهای گرمایی خوبی نیستند. این عبارت هم نادرست است.

ت) این عبارت نیز نادرست است. زیرا دستگاه گردش خون مثال عینی از انتقال گرما به روش همرفت واداشته است که قلب همچون تلمبه‌ای باعث همرفت واداشته خون می‌شود.

(فصل ۴ - صفحات ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳)

۴۳. گزینه ۳ درست است.

ابتدا نمودار $x-t$ این متحرک را رسم می‌کنیم:



$$x = t^2 - 8t + 12 \Rightarrow x = (t-2)(t-6)$$

می‌دانیم شتاب حرکت متحرک مثبت است:

$$\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

بررسی گزینه‌ها:

(۱) متحرک در لحظه $t = 4s$ متوقف و تغییر جهت داده است. (درست)

(۲) در لحظه $t = 1s$ ، چون $a > 0$ و $v < 0$ است پس حرکت متحرک

کندشونده است. (درست)

(۳) در لحظه $t = 3s$ چون $a > 0$ و $v < 0$ حرکت متحرک کندشونده و در حال دور شدن از مبدأ است. (نادرست)

(۴) در لحظه $t = 9s$ ، حرکت متحرک به دلیل $a > 0$ و $v > 0$ تندشونده و در حال دور شدن از مبدأ است. (درست)

(فصل ۱- صفحات ۱۷، ۱۸)

۴۴. گزینه ۴ درست است.

گام اول: حرکت جسم در سه مرحله انجام شده است و برای مرحله اول در

بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ از رابطه $v_2 = at + v_1$ سرعت متحرک در

$$\text{لحظه } t = 5s \text{ را حساب می‌کنیم: } v_2 = 2 \times (5 - 2) + (-4) = 2 \frac{m}{s}$$

چون شتاب ثابت است جابه‌جایی جسم را از رابطه $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times t$

$$\text{حساب می‌کنیم: } \Delta x_1 = \frac{2 + (-4)}{2} \times 3 = -3m$$

گام دوم: در بازه $t_2 = 5s$ تا $t_3 = 15s$ ، شتاب جسم $-2 \frac{m}{s^2}$ است؛ سرعت اولیه این بازه $2 \frac{m}{s}$ و سرعت جسم را در

$$\text{لحظه } t = 15s \text{ حساب می‌کنیم: } v_3 = -2 \times (15 - 5) + 2 = -18 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_2 = \frac{2 + (-18)}{2} \times 10 = -80m$$

گام سوم: از رابطه $\Delta x = vt$ برای بازه $t_3 = 15s$ تا $t_4 = 18s$ استفاده می‌کنیم و جابه‌جایی متحرک را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_3 = -18 \times (18 - 15) = -54m$$

$$\Delta x = -3 + (-80) + (-54) = -137m$$

گام چهارم: اکنون جابه‌جایی کل را حساب می‌کنیم:

(فصل ۱- صفحات ۲۰، ۲۱)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

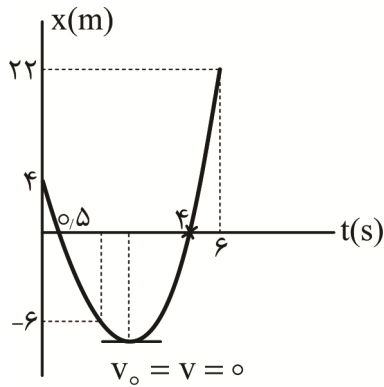
گام اول: با استفاده از معادله مکان-زمان، سرعت اولیه و شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow \begin{cases} -6 = \frac{1}{2}a(2)^2 + v_0(2) + 4 \\ 22 = \frac{1}{2}a(6)^2 + v_0(6) + 4 \end{cases} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}, v_0 = -9 \frac{m}{s}$$

گام دوم: معادله حرکت را می‌نویسیم و لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[\substack{a=4\frac{m}{s^2} \\ v_0=-9\frac{m}{s}}]{s} x = 2t^2 - 9t + 4$$

$$2t^2 - 9t + 4 = 0 \Rightarrow t_1 = 0.5s, t_2 = 4s$$



زمان‌هایی که متحرک به مبدأ مکان می‌رسد.

گام سوم: متحرک با شتاب ثابت در حرکت است و برای تعیین سرعت متوسط می‌توان از

$$v_0 = v \text{ اکسترمم} = 0 \text{ استفاده کرد. در بازه زمانی خواسته شده } \bar{v} = \frac{v + v_0}{2}$$

است و باید سرعت در لحظه رسیدن متحرک به مبدأ مکان را حساب کنیم. از رابطه $v = at + v_0$ استفاده می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t \xrightarrow{t=4s} v = 16 \frac{m}{s}$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} = 8 \frac{m}{s}$$

(فصل ۱ - صفحات ۱۸ تا ۲۱)

۴۶. گزینه ۴ درست است.

جابه‌جایی گلوله اول تا رسیدن به نقطه B برابر ۴۵m و تا رسیدن به زمین ۱۲۵m است.

$$|\Delta y| = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} 45 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 3s \\ 125 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t_0 = 5s \end{cases}$$

متحرک دوم تنها به مدت ۲ ثانیه حرکت می‌کند.

$$|\Delta y| = \frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2 = 20m$$

پس در مدتی که متحرک اول، ۸۰ متر از نقطه B پایین‌تر می‌رود، متحرک دوم تنها ۲۰ متر سقوط کرده و تا این لحظه فاصله دو متحرک به ۶۰ متر می‌رسد.

(فصل ۱ - صفحات ۲۲، ۲۳)

۴۷. گزینه ۲ درست است.

ابتدا متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند پس $a = 0$ است. بنابراین:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

در یک لحظه اندازه نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 برابر $\frac{1}{5}$ برابر و نیروی \vec{F}_3 قرینه و اندازه آن ۷۵ درصد کاهش می‌یابد یعنی \vec{F}_3 با برابری

\vec{F}_1 و \vec{F}_2 (که برابر $-\vec{F}_3 = 20N$) است هم‌جهت می‌شود و در نتیجه:

$$F'_3 = F_3 - \frac{75}{100}F_3 = \frac{25}{100}F_3 = \frac{1}{4}F_3 = \frac{1}{4} \times 20 = 5N$$

همچنین اندازه نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 برابر $\frac{1}{4}$ می‌شود پس:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 = \frac{1}{4}\vec{F}_1 + \frac{1}{4}\vec{F}_2 + 5$$

$$= \frac{1}{2}(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + \Delta \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = \frac{1}{2}(20) + \Delta = 9\text{N}$$

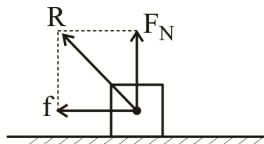
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 9 = 2a \Rightarrow a = \frac{9}{2}$$

(فصل ۲- صفحات ۳۲، ۳۳، ۳۴)

۴۸. گزینه ۲ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست است؛ زیرا نیروهایی که پرنده و هواپیما بر هم وارد می‌کنند؛ کنش و واکنش یکدیگرند و هم‌اندازه‌اند.



ب) نادرست است؛ زیرا دونده با پاهای خود بر سطح زمین نیرو وارد می‌کند و سطح زمین بر

دونده به طرف جلو واکنش این نیرو را وارد می‌کند و دونده به جلو حرکت می‌کند.

پ) درست است؛ مطابق شکل R نیروی سطح بر جسم است و واکنش این نیرو از جسم بر سطح

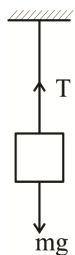
و به صورت \searrow است.

ت) نادرست است؛ مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده‌ایم و واکنش نیروی زمین بر

جسم، بر زمین وارد می‌شود اما واکنش نیروی طناب بر جسم، بر طناب وارد می‌شود.

ث) درست است؛ نیروهای شخص بر جعبه و جعبه بر شخص هم‌اندازه‌اند و چون اصطکاک ناچیز

است داریم:



$$m_1 a_1 = m_2 a_2 \rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{10\text{m}}{m} = 10$$

از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{a_1}{a_2} \xrightarrow{\Delta x_2 = 10\text{cm}} = \frac{\Delta x_1}{10} = 10 \rightarrow \Delta x_1 = 100\text{cm}$$

چون جعبه ۱۰ cm و شخص ۱۰۰ cm به طرف هم حرکت می‌کنند، فاصله آن‌ها ۱۱۰ cm کم می‌شود.

۴۹. گزینه ۴ درست است.

وزن جسم A، در سطح مریخ چهار برابر وزن جسم B در ماه است؛ پس:

$$(W_A)_{\text{مریخ}} = 4(W_B)_{\text{ماه}} \Rightarrow m_A g_{\text{مریخ}} = 4m_B g_{\text{ماه}}$$

$$\Rightarrow m_A \times 3/6 = 4 \times m_B \times 1/6 \Rightarrow m_B = \frac{9}{16} m_A \quad (I)$$

درس سطح زمین، وزن جسم A، ۷۰ نیوتن بیشتر از وزن جسم B است؛ پس:

$$(W_A)_{\text{زمین}} - (W_B)_{\text{زمین}} = 70 \Rightarrow m_A g_{\text{زمین}} - m_B g_{\text{زمین}} = 70$$

$$\Rightarrow 10 m_A - 10 m_B = 70 \Rightarrow m_A - m_B = 7 \xrightarrow{(I)} m_A - \frac{9}{16} m_A = 7$$

$$\Rightarrow \frac{7}{16} m_A = 7 \Rightarrow m_A = 16\text{kg}$$

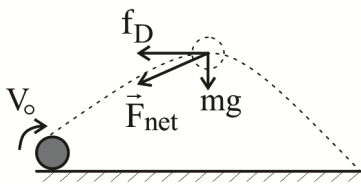
$$m_B = \frac{9}{16} m_A = \frac{9}{16} \times 16 = 9\text{kg}$$

۵۰. گزینه ۴ درست است.

گام اول: در بالاترین نقطه از مسیر حرکت سرعت جسم افقی است و نیروی مقاومت هوا (f_D) خلاف جهت حرکت توپ و به

سمت چپ است. در نتیجه f_D بر وزن جسم (mg) عمود است.

برای محاسبه نیروی خالص وارد بر توپ در بالاترین نقطه از مسیر حرکت چنین می‌توان نوشت:



$$F_{net} = \sqrt{f_D^2 + (mg)^2}$$

$$F_{net} = \sqrt{(8)^2 + (0.6 \times 10)^2}$$

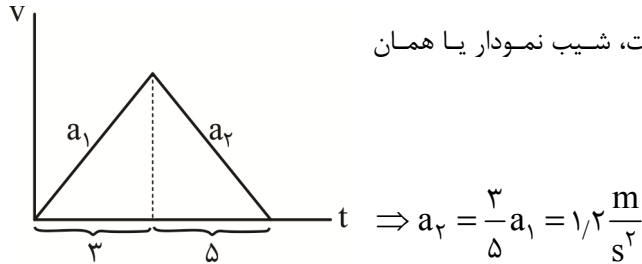
$$F_{net} = ma \xrightarrow{F_{net}=10, m=0.6} a = \frac{100}{6} = 16.6 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: جهت شتاب با جهت نیروی خالص وارد بر جسم (F_{net}) برابر است. بنابراین جهت شتاب به صورت (\swarrow) است. **گزینه ۱ درست است.**

نمودار سرعت - زمان این آسانسور به صورت زیر است. از آنجا که یک تغییر سرعت معین

در قسمت دوم حرکت، $\frac{5}{3}$ برابر قسمت اول طول کشیده است، شیب نمودار یا همان

اندازه شتاب در قسمت دوم، $\frac{3}{5}$ قسمت اول است.



$$\Rightarrow a_2 = \frac{3}{5} a_1 = 1.2 \frac{m}{s^2}$$

در قسمت دوم حرکت با حرکتی کندشونده رو به بالا مواجه هستیم که این یعنی در قسمت دوم حرکت، جهت شتاب رو به پایین است.

در قسمت اول: $N_1 - mg = ma_1 \Rightarrow N_1 = mg + ma_1$

در قسمت دوم: $mg - N_2 = ma_2 \Rightarrow N_2 = mg - ma_2$

تفاضل روابط: $N_1 - N_2 = ma_1 + ma_2$

$\Delta N = 80(2 + 1.2) = 256 N$

توجه کنید پاسخ به مقدار g وابسته نیست.

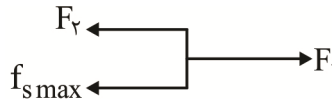
گزینه ۲ درست است.

از حالت اول، جسم در آستانه حرکت به طرف راست بوده و نیروی اصطکاک سکونی بیشینه به طرف چپ به جسم اثر می‌کند.

در حالت دوم جسم در آستانه حرکت به طرف چپ بوده و نیروی اصطکاک سکونی بیشینه به طرف راست به جسم اثر می‌کند.

در حالت اول:

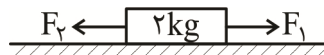
$F_1 = F_2 + f_{smax} \Rightarrow F_2 = F_1 - f_{smax}$



در حالت دوم:

$F_2' = F_1 + f_{smax}$

تفاضل روابط: $F_2' - F_2 = 2f_{smax} = 12 N$



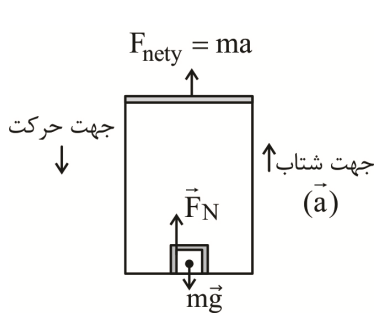
(بررسی راستای قائم: $F_N = mg = 20 N$)

$\Rightarrow 2\mu_s F_N = 12 \Rightarrow 2\mu_s \times 20 = 12 \Rightarrow \mu_s = 0.3$

گزینه ۱ درست است.

گام اول: جهت حرکت آسانسور به سمت پایین و حرکت کندشونده است. بنابراین شتاب به سمت بالا (جهت بالا را نسبت در

نظر می‌گیریم.) است. با استفاده از رابطه $v = at + v_0$ شتاب حرکت آسانسور در مدت $5s$ را محاسبه می‌کنیم.



$$v = at + v_0 \rightarrow -2 = a(4) - 10 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$v_0 = -10 \frac{m}{s}$
 $v = 2 \frac{N}{s}, t = 4s$

گام دوم: با استفاده از قانون دوم نیوتن نیروی عمودی سطح را به دست می آوریم:

$$F_N - mg = ma$$

$$F_N = m(g + a) = 12(10 + 2) = 144N$$

مرحله دوم حرکت:

$$mg - F_N = ma$$

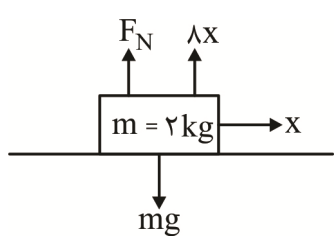
$$F_N = m(g - a) \xrightarrow{a=g} F_N = 0$$

در اصطلاح در این حالت می گویند جسم در حالت بی وزنی است.

۵۴. گزینه ۳ درست است.

برای این که جسم بتواند حرکت افقی کند، باید $F > f_{s,max}$ باشد، پس ابتدا نیروی عمودی

تکیه گاه را می یابیم:



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N - mg + \lambda x = 0 \Rightarrow F_N = mg - \lambda x$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s (mg - \lambda x)$$

برای اینکه جسم حرکت افقی کند، باید $x > f_{s,max}$ باشد؛ پس:

$$x > f_{s,max} \Rightarrow x > \mu_s (mg - \lambda x) \Rightarrow \frac{x}{mg - \lambda x} > \mu_s \Rightarrow \frac{mg - \lambda x}{x} < \frac{1}{\mu_s}$$

$$\frac{\mu_s = 0.5}{m = 2kg} \rightarrow \frac{20 - \lambda x}{x} < \frac{1}{0.5} \Rightarrow \frac{20}{x} - \frac{\lambda x}{x} < \frac{1}{0.5} \Rightarrow \frac{20}{x} - \lambda < 2 \Rightarrow \frac{20}{x} < 10 \Rightarrow x > 2N$$

همچنین باید نیروی λx کمتر از mg باشد چون حرکت افقی تبدیل به عمودی نشود؛ پس:

$$\lambda x < mg \Rightarrow \lambda x < 20 \Rightarrow x < 2.5N$$

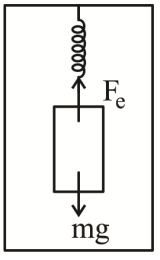
$$2N < x < 2.5N$$

پس:

۵۵. گزینه ۳ درست است.

بر جسم دو نیرو وارد می شود یکی نیروی فنر (F_e) و دیگری نیروی وزن.

نیروی فنر را از رابطه $F_e = kx$ حساب می کنیم:



$$F_e = 1 \left(\frac{N}{cm} \right) \times (34 - 30) = 4N$$

نیروی وزن جسم برابر $W = 0.5 \times 10 = 5N$ است. چون نیروی وزن بیشتر از نیروی فنر است می توان نتیجه گرفت شتاب جسم و آسانسور به پایین است در این صورت حرکت آسانسور به طرف بالا و کندشونده خواهد بود و مقدار شتاب را با استفاده از قانون دوم نیوتن حساب می کنیم:

$$F_{net} = ma \rightarrow mg - kx = ma \rightarrow 5 - 4 = 0.5a$$

$$a = 2 \frac{m}{s^2}$$

دقت کنید که در عبارت «الف» فقط به مقدار شتاب و جهت حرکت اشاره شده است و اینکه حرکت تندشونده یا کندشونده باشد مشخص شده است پس الزاماً نمی تواند درست باشد.

شیمی

۵۶. گزینه ۱ درست است.

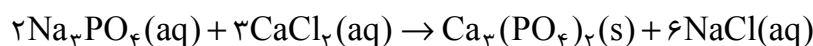
جدول صفحه ۸۷ کتاب درسی مقدار این یون‌ها را نوشته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) نادرست است؛ برای شناسایی یون باریم باید از سدیم سولفات استفاده کرد زیرا Ba^{2+} و SO_4^{2-} با یکدیگر رسوب سفیدرنگ باریم سولفات ($BaSO_4$) تولید می‌کنند.

۳) نادرست است؛ زیرا آب چشمه و قنات خالص نیست.

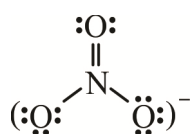
۴) نادرست است.



با گذشت زمان غلظت یون PO_4^{3-} کم می‌شود چون رسوب می‌کند اما غلظت یون Cl^- ثابت مانده است. (فصل ۳ - ص ۸۵، ۸۶)

۵۷. گزینه ۱ درست است.

یون نیترات (NO_3^-) دارای ۴ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) نادرست است؛ زیرا نام $FeSO_4$ ، آهن (II) سولفات است.

۳) نادرست است؛ زیرا این نسبت در یون کربنات ۲ است.

۴) نادرست است؛ زیرا این نسبت در یون فسفات ۳ است.

یون	نیترات (NO_3^-)	کربنات (CO_3^{2-})	سولفات (SO_4^{2-})	فسفات (PO_4^{3-})
جفت الکترون‌های پیوندی	۴	۴	۴	۴
جفت الکترون‌های ناپیوندی	۸	۸	۱۲	۱۲

(فصل ۳ - صفحات ۸۷، ۸۸)

۵۸. گزینه ۳ درست است.

یون کربنات ۳ اتم اکسیژن دارد و بار الکتریکی یون فسفات ۳- است. پس فرمول شیمیایی یون بورات به صورت BO_3^{3-} است و فرمول شیمیایی سدیم بورات، Na_3BO_3 است.

$$= 127 \text{ g.mol}^{-1} = (23 \times 3) + 10 + (16 \times 3)$$

(فصل ۳ - صفحات ۸۹، ۹۲)

۵۹. گزینه ۲ درست است.

عبارت اول: درست است. حلال جزئی از محلول است که نسبت به حل‌شونده مول بیشتری دارد. بیشترین شمار ذرات در هوای پاک و خشک مربوط به گاز نیتروژن و بیشترین شمار ذرات در سرم، مولکول‌های آب است.

عبارت دوم: درست است. با تغییر ماهیت حلال و حل‌شونده، ویژگی‌های محلول تغییر می‌کند و با تغییر غلظت و دما هم ویژگی‌های محلول عوض می‌شود.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا محلول غلیظ؛ محلولی است که مقدار حل‌شونده آن نسبت به حلال زیاد است. اینجا مقدار حلال گفته نشده است. پس این گزینه الزاماً درست نیست.

عبارت چهارم درست است. هر چه مقدار نمک موجود در آب دریا بیشتر باشد چگالی آن بیشتر است. (فصل ۱ - ص ۹۷)

۶۰. گزینه ۴ درست است.

هر ۴ کمیت هم‌ارز یکدیگر هستند و ppm یک محلول را نشان می‌دهند. (فصل ۳ - ص ۹۸)

۶۱. گزینه ۱ درست است.

$$400 \text{ ppm} = \frac{\text{gNaOH}}{1000 \text{ g}} \times 10^6 \Rightarrow \text{gNaOH} = 0.4 \text{ g}$$

$$0.4 \text{ gNaOH} \times \frac{1 \text{ molNaOH}}{40 \text{ gNaOH}} \times \frac{1 \text{ molNa}^+}{1 \text{ molNaOH}} \times \frac{23 \text{ gNa}^+}{1 \text{ molNa}^+} = 0.23 \text{ gNa}^+$$

$$46 \text{ ppm} = \frac{0.23 \text{ gNa}^+}{x} \times 10^6$$

$$\text{جرم کل محلول جدید} = 5 \text{ kg}$$

$$5 - 1 = 4 \text{ kg}$$

(فصل ۳ - ص ۹۷)

۶۲. گزینه ۳ درست است.

هر ۴ عبارت درست است.

عبارت اول:

$$0.9 = \frac{x}{200 \text{ g}} \times 100 \times x = 1.8 \text{ g} \quad \text{جرم حل شونده}$$

$$\text{جرم آب} = 200 - 1.8 = 198.2 \text{ g}$$

عبارت دوم: هوا شامل نیتروژن، اکسیژن، کربن دی اکسید و ... است، که نیتروژن حلال و سایر گازها حل شونده هستند.

عبارت سوم:

$$20 = \text{شمار اتمها} \Rightarrow (\text{NH}_4)_3\text{PO}_4 \text{ آمونیوم فسفات}$$

$$5 = \text{شمار اتمها} \Rightarrow \text{LiNO}_3 \text{ لیتیم نترات}$$

عبارت چهارم:

$$\text{درصد جرمی محلول} = \text{ppm} \times 10^{-4} = 19000 \times 10^{-4} = 1.9\%$$

(فصل ۳ - ص ۹۰)

۶۳. گزینه ۴ درست است.

$$\text{جرم حل شونده (NaOH)} = 4 \times 40 = 160 \text{ g}$$

$$\text{جرم حلال (آب)} = 5 \times 18 = 90 \text{ g}$$

$$\text{جرم محلول} = 160 + 90 = 250 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی NaOH} = \frac{\text{gNaOH}}{\text{محلول g}} \times 100 = \frac{160}{250} \times 100 = 64\%$$

$$M = \frac{10 \text{ mol}}{M} = \frac{10 \times 64 \times 1.25}{40} = 20 \text{ mol.L}^{-1}$$

(فصل ۳ - ص ۹۵)

۶۴. گزینه ۲ درست است.

ابتدا حساب می کنیم ۸ گرم CuO به چند گرم H_2SO_4 نیاز دارد. ($\text{CuO} = 80 \text{ g mol}^{-1}$)

$$8 \text{ gCuO} \times \frac{1 \text{ molCuO}}{80 \text{ gCuO}} \times \frac{1 \text{ molH}_2\text{SO}_4}{1 \text{ molCuO}} \times \frac{98 \text{ gH}_2\text{SO}_4}{1 \text{ molH}_2\text{SO}_4} = 9.8 \text{ gH}_2\text{SO}_4$$

سپس جرم محلول H_2SO_4 را حساب می کنیم:

$$20 = \frac{9.8 \text{ H}_2\text{SO}_4}{x} \times 100 \Rightarrow x = 49 \text{ g محلول}$$

اکنون می‌توان جرم آب اولیه موجود در محلول H_2SO_4 را به دست آورد:

$$\text{جرم آب} = 49 - 9/8 = 39/2 g H_2O$$

در مرحله آخر جرم آب تولید شده در واکنش را حساب می‌کنیم و با جرم آب اولیه جمع می‌کنیم:

$$8g CuO \times \frac{1 \text{ mol } CuO}{80 \text{ g } CuO} \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CuO} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 1/8 g H_2O$$

$$\text{جرم آب موجود در ظرف} = 39/2 + 1/8 = 41g$$

(فصل ۳ - ص ۹۶)

۶۵. گزینه ۴ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست است؛ زیرا استخراج منیزیم از آب دریا یکی از روش‌های تهیه منیزیم است.

(۲) نادرست است؛ زیرا نیمی از سدیم کلرید استخراج شده در صنعت برای تهیه $NaOH$ ، فلز سدیم، گاز کلر، گاز هیدروژن و ... است.

(۳) نادرست است؛ زیرا تهیه فلز منیزیم از آب دریا یک فرآیند شیمیایی است.

(۴) درست است؛ زیرا تبلور یک فرآیند فیزیکی است. (فصل ۳ - ص ۹۸)

۶۶. گزینه ۱ درست است.

(الف) نادرست است؛ زیرا متداول‌ترین روش بیان غلظت در شیمی، غلظت مولار است.

(ب) درست است؛ اگر حجم محلول ثابت باشد با افزودن حل‌شونده، غلظت محلول افزایش می‌یابد.

(پ) نادرست است:

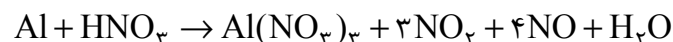
$$250 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ mL}} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.05 \text{ mol}$$

(ت) نادرست است؛ اگر مول‌های حل‌شونده‌ها یکسان و حجم محلول‌ها برابر باشد، غلظت مولار محلول‌ها برابر می‌شود.

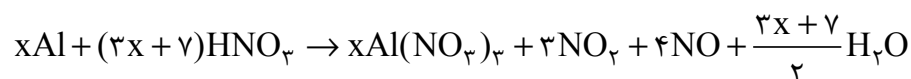
(فصل ۳ - ص ۹۸، ۹۹)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

نخست معادله واکنش را به روش X موازنه کنید. چون نسبت حجمی NO_2 به NO برابر ۳ به ۴ است پس ضریب این گازها به ترتیب ۳ و ۴ است:



اکنون ضریب Al را x در نظر بگیرید و ضریب بقیه مواد را نسبت به x حساب کنید و با مساوی قرار دادن اکسیژن دو طرف، مقدار x را به دست آورید:



$$\text{تعداد اکسیژن دو طرف} = 9x + 21 = 9x + 6 + 4 = \frac{3x + 7}{2} \rightarrow x = 5$$



$$67.5 \text{ g } Al \times \frac{1 \text{ mol } Al}{27 \text{ g } Al} \times \frac{22 \text{ mol } HNO_3}{5 \text{ mol } Al} \times \frac{1 \text{ Lit } HNO_3}{27.5 \text{ mol } HNO_3} = 4/4 \text{ Lit } HNO_3 \quad (\text{فصل ۳ - ص ۱۰۰})$$

۶۸. گزینه ۳ درست است.

عبارت اول نادرست است. الزاماً این جمله درست نیست، چون جرم حلال داده نشده است.

عبارت دوم درست است. نمک‌های $AgCl, BaSO_4, Ca_3(PO_4)_2$ انحلال‌پذیری کمتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب دارند، پس نامحلول هستند.

عبارت سوم نادرست است. نقاط بالای نمودار، محلول فرا سیرشده، روی نمودار، محلول سیرشده و زیر نمودار، محلول سیرنشده را نشان می‌دهند.

عبارت چهارم درست است. با توجه به ص ۱۰۰ کتاب درسی، نمودار انحلال‌پذیری Li_2SO_4 نزولی است؛ یعنی با افزایش دما

انحلال پذیری کاهش می‌یابد.

عبارت پنجم درست است. نوع نمک و دمای آب تغییر کند، انحلال پذیری نمک عوض می‌شود.

هرچه مادهٔ بیشتری در آب حل شده باشد، نمک کمتری در آب حل می‌شود و آب‌های اسیدی می‌توانند نمک NaHCO_3 بیشتری را در خود حل کنند. پس انحلال پذیری به pH آب هم بستگی دارد. (فصل ۳- ص ۱۰۰، ۱۰۱)

۶۹. گزینه ۲ درست است.

ابتدا معادلهٔ انحلال پذیری نمک را به دست آورید:

$$S = a\theta + S_0 \quad a = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} \quad \theta = 0 \quad S = S_0 = 72$$

$$a = \frac{80 - 72}{10 - 0} = 0,8 \quad s = 0,8\theta + 72$$

$$\text{جرم } \text{NaNO}_3 \text{ حل شده} = 0,6 \times 85 = 51 \text{ g}$$

اگر در ۵۰ g آب ۵۱ g سدیم نیترات حل شود، در ۱۰۰ g آب ۱۰۲ g نمک حل می‌شود.

$$102 = 0,8\theta + 72 \quad \theta = \frac{30}{0,8} = 37,5^\circ \text{C}$$

(فصل ۳- ص ۱۰۲)

۷۰. گزینه ۴ درست است.

شیر یک کلویید است و در کلوییدها ذرات پخش شونده توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نادرست است؛ زیرا فرمول مولکولی اوره $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ است. نماد Co یعنی کبالت و CO یعنی کربن و اکسیژن (ص ۶)

(۲) نادرست است؛ زیرا وازلین $(\text{C}_{25}\text{H}_{52})$ یک مولکول ناقطبی است و بخش قطبی ندارد. (ص ۸)

(۳) نادرست است؛ زیرا بخش آنیونی صابون (RCOO^-) خودش یک قسمت آب دوست (COO^-) دارد و یک قسمت آب‌گریز (R). (ص ۹)

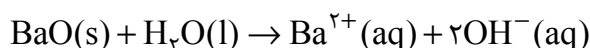
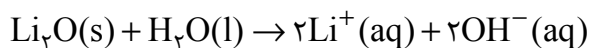
۷۱. گزینه ۲ درست است.

نمک‌های فسفات با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت واکنش می‌دهند و آن‌ها را رسوب می‌دهند. (فصل ۱- ص ۱۲)

۷۲. گزینه ۳ درست است.

الف) نادرست است؛ زیرا متانول (CH_3OH) یک الکل است و به صورت مولکولی در آب حل می‌شود و اصلاً یون هیدروکسید (OH^-) در آب تولید نمی‌کند.

ب) درست است.



پ) نادرست است؛ زیرا N_2O_5 در دمای اتاق گاز نیست، جامد است.

ت) درست است؛ محلول‌های آبی سدیم هیدروکسید و آمونیاک، باز هستند و رنگ کاغذ pH در محیط‌های بازی، آبی است. (فصل ۱- ص ۱۶)

۷۳. گزینه ۱ درست است.

ابتدا درصد یونش را به درجه یونش تبدیل کنید و در رابطه $[\text{H}^+] = M \cdot \alpha$ قرار دهید:

$$M = \frac{1 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-4/3}} = 0,2 \times 10^{0/3} = 0,2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$0,2 \text{ Lit} \times \frac{0,4 \text{ mol}}{1 \text{ Lit}} \times \frac{50 \text{ gHX}}{1 \text{ molHX}} = 4 \text{ gHX}$$

(فصل ۱ - ص ۱۸)

۷۴. گزینه ۱ درست است.

با توجه به معادله یونش اسید ضعیف $\text{HX} \rightleftharpoons \text{H}^+(\text{aq}) + \text{X}^-(\text{aq})$ و عبارت ثابت یونش اسید

$(K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{X}^-]}{[\text{HX}]})$ چون مقدار K_a ثابت است، با تغییر غلظت HX ، غلظت یون‌های H^+ و X^- به یک نسبت

تغییر می‌کند، در نتیجه نسبت آن‌ها یعنی $\frac{[\text{H}^+]}{[\text{X}^-]}$ ثابت می‌ماند. (فصل ۱ - ص ۲۲)

۷۵. گزینه ۴ درست است.

ماده‌ای که رنگ کاغذ pH را سرخ کند یعنی اسید است و چون رسانایی آن کمتر از محلول NaCl است پس باید اسید ضعیف باشد یعنی HCOOH ، HF و CH_3COOH . (فصل ۱ - ص ۲۳)

۷۶. گزینه ۲ درست است.

الف) درست است با رقیق کردن اسیدها، pH آن‌ها افزایش و با رقیق کردن بازها، pH آن‌ها کاهش می‌یابد.

ب) درست است. NaOH و KOH باز قوی هستند و بازها موادی خورنده محسوب می‌شوند.

پ) نادرست است؛ زیرا فقط با داشتن K_b یا قدرت یک باز نمی‌توان به یقین درباره pH آن نظر داد. فقط در غلظت یکسان بین دو باز می‌توان گفت هر چه K_b بزرگ‌تر، pH باز بزرگ‌تر است.

ت) درست است؛ pH محلول ۱ مولار NaOH برابر ۱۴ است، اما pH محلول ۲ مولار BOH بین ۷ تا ۱۴ است، پس حتماً میزان یونش BOH کمتر بوده است. (فصل ۱ - ص ۲۷)

۷۷. گزینه ۳ درست است.

$$45 \text{ gBOH} \times \frac{1 \text{ molBOH}}{360 \text{ gBOH}} = 0,125 \text{ mol}$$

$$M(\text{BOH}) = \frac{0,125 \text{ mol}}{2,5 \text{ Lit}} = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$$

با تقریب خوبی می‌توان غلظت یون هیدروکسید را از این رابطه به دست آورد:

$$[\text{OH}^-] = \sqrt{K_b M} = \sqrt{2 \times 10^{-5} \times 0,05} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{10^{-3}} = 10^{-11}$$

$$\text{pH} = -\log(10^{-11}) = 11$$

(فصل ۱ - ص ۲۹)

۷۸. گزینه ۱ درست است.

الف) درست است. در این واکنش خنثی شدن، تنها غلظت یون‌های H^+ و OH^- کاهش می‌یابد. زیرا سدیم‌نیترات تولیدشده در آب حل می‌شود پس غلظت NO_3^- ثابت می‌ماند.

ب) درست است. NaOH یک باز قوی یک‌ظرفیتی و H_2SO_4 یک اسید قوی دوظرفیتی است. پس ۱ مول H_2SO_4 می‌تواند ۲ مول NaOH را خنثی کند.

پ) نادرست است؛ زیرا واکنش خنثی شدن واکنش میان اسید و باز است که نمک و آب تولید می‌کند.

ت) نادرست است؛ زیرا اسید معده انسان هیدروکلریک‌اسید (HCl) است نه کلریک‌اسید (HClO_3). (فصل ۱ - ص ۳۰)

۷۹. گزینه ۳ درست است.

آمونیاک یک باز ضعیف است و با اسید معده واکنش می‌دهد ولی به شدت سمی و تحریک‌کننده دستگاه تنفسی است و نمی‌توان از آن به‌عنوان ضد اسید معده استفاده کرد. (فصل ۱ - ص ۳۲)

۸۰. گزینه ۴ درست است.

چون آب خالص است: $[H^+] = [OH^-]$ و چون گفته حاصل ضرب 4×10^{-14} است $[H^+].[OH^-] = 4 \times 10^{-14}$

پس می‌توان گفت: $[OH^-] = 2 \times 10^{-7}$ ، $[H^+] = 2 \times 10^{-7}$ و pH آب برابر ۶٫۷ است:

$$pH = -\log(2 \times 10^{-7}) \Rightarrow pH = 7 - \log 2 = 7 - 0,3 = 6,7$$

اما نمی‌توان گفت محیط اسیدی است، چون آب خالص همواره خنثی است و این تغییر pH به دلیل تغییر دما بوده نه حل کردن یک ماده اسیدی در آب. (فصل ۱ - ص ۲۷)

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



حلقه
سنجی

