@Tahlilazemoon @konkurbanks

سنجش
آزمون ۷ از ۱۴

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

نام:
نام خانوادگی:
شمارهٔ داوطلبی:

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
مرحلهٔ پنجم

صبح جمعه
۱۴۰۲/۱۰/۲۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی(دوازدهم)

تعداد سؤال: ۸۰ — مدت پاسخگویی: ۱۰۵ دقیقه

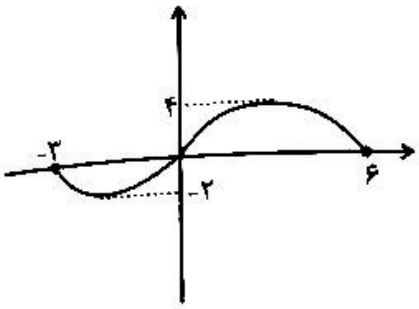
عنوان مواد امتحانی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۴۵ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

Protected with free PDF Password Remover from http://www.pdfpasswordremover.com

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۱- نمودار تابع $y=f(x+3)$ به‌صورت زیر است. دامنهٔ تابع $y=\sqrt{\frac{f(1-\frac{x}{3})}{x}}$ چند مورد صحیح را شامل می‌شود؟



۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۵

۲- نمودار تابع $f(x)=\frac{2x}{x-3}$ را نسبت به محور yها قرینه کرده، دو واحد به‌سمت چپ و K واحد به‌سمت پایین انتقال می‌دهیم. تابع نهایی را $g(x)$ می‌نامیم. به‌ازای کدام مقدار K، نمودار $g(x)$ نیمساز ناحیه سوم را در نقطه‌ای به‌طول ۳- قطع می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

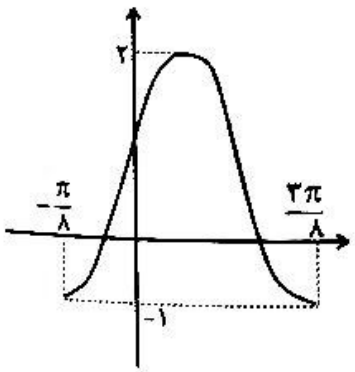
۳- نمودار تابع $f(x)=2+\sqrt{3-x}$ را دو واحد به راست و یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم. تابع $g(x)$ به‌دست می‌آید. مجموعه جواب نامعادلهٔ $g\big(g(x)\big)<g(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۴- باقی‌ماندهٔ تقسیم چند جمله‌ای $f(x)=x^5-4x^3+ax^2+b$ بر $(x-1)(x+2)$ برابر $3x-1$ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $xf(4+x)+f(x+1)$ بر $x+2$ کدام است؟

۱) ۲۲ ۲) ۲۰ ۳) ۱۹ ۴) ۱۸

۵- نمودار تابع $y=a\cos^2(\frac{\pi}{4}-bx)+c$ در یک دوره تناوب به‌صورت زیر است. $\frac{a}{b}$ کدام است؟



۱) $\frac{3}{2}$
۲) $-\frac{2}{3}$
۳) $-\frac{3}{2}$
۴) $\frac{2}{3}$

۶- اگر $\tan\alpha$ و $\tan(\alpha+\beta)$ ریشه‌های معادلهٔ $x(5-2x)=2$ باشند، مقدار $\tan(2\beta)$ کدام است؟ (α و β هر دو حاده‌اند.)

۱) $\frac{12}{7}$ ۲) $\frac{12}{5}$ ۳) $\frac{24}{5}$ ۴) $\frac{24}{7}$

۷- مجموع جواب‌های معادلهٔ $2\sin x\cot 2x-1=0$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{5\pi}{3}$ ۲) 3π ۳) 2π ۴) $\frac{4\pi}{3}$

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۸- معادلهٔ $\frac{1+\cos nx}{\sin nx} = \cot x$ در بازهٔ $(0,\pi)$ جواب ندارد. حداکثر مقدار طبیعی n کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

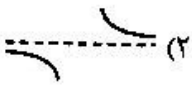
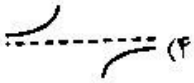
۹- نمودار تابع $f(x)=\frac{3+a[-x]}{1+ax+[-x^2]}$ در مجاورت $x=0$ به‌صورت است. حداکثر مقدار $[a]$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰- فرض کنید f تابعی خطی و $g(x)=f(x)+\sqrt{x^2+x}$ باشد. اگر $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{g(x)}{f(x)}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{g(x)}{f(x)}=\frac{2}{3}$ باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) -3 ۴) -2

۱۱- فرض کنید خطوط $x=2$ و $y=b$ مجانب‌های تابع $f(x)=\log_2\frac{ax+8}{4a-2x}$ باشند. نمودار تابع f در مجاورت مجانب افقی خود، چگونه است؟

۱)
۲) 
۳)
۴) 

۱۲- تابع $f(x)=\frac{2x}{x-1}$ مفروض است. اگر تابع $y=f\big(k-2f(x)\big)$ به‌ازای $k=\alpha$ فاقد مجانب قائم و به‌ازای $k=\beta$ فاقد مجانب افقی باشد، حاصل $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۴

۱۳- ماتریس $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{bmatrix}$ مفروض است. درایهٔ واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^4 کدام است؟

۱) -6 ۲) -5 ۳) -4 ۴) -3

۱۴- ماتریس A به‌گونه‌ای است که $A^{-1}+A=4I$. اگر $A^4=mA+nI$، آنگاه دوتایی مرتب (m,n) کدام است؟

۱) $(60,-17)$ ۲) $(56,-17)$ ۳) $(60,-15)$ ۴) $(56,-15)$

۱۵- به‌ازای چند مقدار حقیقی k، دستگاه $\begin{cases}k^2x+(k^2-k-1)y=k^2\\ kx-y=k\end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

۱۶- دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}|A| & -2\\ 2|A^2| & 3\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}2 & -3 & 4\\ 1 & 0 & 3\\ -3 & -1 & 1\end{bmatrix}$ داده شده‌اند. اگر A وارون‌پذیر باشد، آنگاه دترمینان ماتریس $(|A|B)$ برابر با کدام است؟

۱) -4 ۲) ۴ ۳) $-\frac{17}{4}$ ۴) $\frac{17}{4}$

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۱۷- دو ماتریس $A=\begin{bmatrix} x-2y & x+z+2 & 0 \\ 3x+z & \frac{x+2z}{3} & y+z-2 \\ 0 & y-2z-5 & y-x \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} 2 & x & y \\ z & x & -y \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ داده شده‌اند. اگر A یک ماتریس قطری باشد، آنگاه دترمینان ماتریس A^2B برابر کدام است؟

۱) -300 ۲) -100 ۳) 100 ۴) 300

۱۸- خط d و خط L، به‌ترتیب مولد و محور یک رویهٔ مخروطی‌اند. با کدام شرط، شکل پدیدآمده از برخورد صفحهٔ مفروض P با این رویه، دو خط متقاطع خواهد بود؟

۱) $L \parallel P$ ۲) $L \subseteq P$ ۳) $d \subseteq P$ ۴) $d \parallel P$

۱۹- اگر شعاع دایره‌ای به معادلهٔ $x^2+y^2-2x-4y+a=0$ برابر ۲ واحد باشد، در این صورت معادلهٔ $x^2+y^2-x+3y+3a=0$ نشان‌دهندهٔ مکان هندسی .....

۱) یک دایره است. ۲) تهی است. ۳) یک نقطه است. ۴) به a بستگی دارد.

۲۰- قدرمطلق تفاضل شعاع‌های دو دایره که از نقطهٔ $(-4,-2)$ می‌گذرند و بر هر دو محور مختصات مماس‌اند، کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

۲۱- نقاط $A(-2,3)$ و $B(2,-1)$ دو سر وتر مشترک دو دایره‌اند که فاصلهٔ مراکز آن‌ها برابر $5\sqrt{2}$ و مرکز دایرهٔ کوچک‌تر روی محور x هاست. اگر خط $y=x+1$ عمودمنصف پاره‌خط AB باشد و $x^2+y^2+ax+by+c=0$ معادلهٔ دایرهٔ بزرگ‌تر، مقدار $a+b+c$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) -19 ۲) -11 ۳) ۳ ۴) ۷

۲۲- اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، حداقل مقدار $(x+y+3)(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+2})$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۲۳- اگر a و b دو عدد صحیح ناصفر و متمایز باشند، به‌گونه‌ای که برای دو عدد صحیح و ناصفر m و n داشته باشیم $ma+nb=1$، آنگاه حاصل $\left[(a^2,ab),|a,b|\right]$ برابر کدام است؟

۱) a^2b^2 ۲) $|ab|$ ۳) $a^2|b|$ ۴) $|a|b^2$

۲۴- چند عدد طبیعی دو رقمی مانند n می‌توان یافت، به‌گونه‌ای که (پیمانهٔ ۱۱۷) $4^n \equiv 1$؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۲۵- عدد شش رقمی $\overline{8a5b36}$ بر ۲۲ بخش‌پذیر است. باقی‌ماندهٔ تقسیم این عدد بر ۹ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۶- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد طبیعی a بر ۷ برابر با ۳ است. اگر در تقسیم a بر عدد طبیعی b، خارج قسمت برابر ۴ و باقی‌مانده ۲۳ باشد، رقم یکان کوچک‌ترین مقدار a کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۲

۲۷- اگر عدد اول $d>2$، بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد طبیعی $9n+7$ و $14n-4$ باشد، آنگاه مجموع رقم‌های کوچک‌ترین عدد سه رقمی n، برابر کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۲۸- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟ (G یک گراف ساده است.)

الف) اگر a و b دو رأس متمایز در گراف G باشند، آنگاه $N_G(a) \neq N_G(b)$.

ب) گراف G از مرتبهٔ ۴ که دقیقاً ۳ رأس تنها داشته باشد، رسم‌پذیر نیست.

پ) اگر $\delta(G) = \Delta(G)$، آنگاه گراف G، منتظم است.

ت) گراف ۳- منتظم G از مرتبه ۵، ۱۰ یال دارد.

ث) اگر G گراف کامل از مرتبهٔ ۸ باشد، دارای ۳۶ یال است.

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۲۹- یک گراف، ۶ مسیر به طول صفر و ۵ مسیر به طول ۱ دارد. اگر این گراف مسیری به‌طول ۵ داشته باشد، چند مسیر به‌طول غیرصفر دارد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۶

۳۰- حاصل‌ضرب درجه‌های رأس‌های گراف سادهٔ G برابر با ۷۲ است. اگر G فاقد رأس درجهٔ ۱ و $\bar{G}$ همبند باشد، آنگاه G چند دور با طول فرد دارد؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

فیزیک

۳۱- متحرکی که بر مسیر مستقیم و در یک جهت در حرکت است، $\frac{۱}{۲}$ مسیرش را با سرعت ثابت $۳۰\frac{m}{s}$ و در ادامه حرکت $\frac{۱}{۶}$ مسیر را با سرعت ثابت $۱۰\frac{m}{s}$ و بقیه مسیر را با سرعت ثابت v حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این متحرک $۱۵\frac{m}{s}$ باشد، اندازهٔ سرعت v چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۸

۳۲- دو متحرک با تندی یکسان $۱۰\frac{m}{s}$ و شتاب یکسان $۲\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت کندشونده از دو نقطه به‌فاصله ۳۲m از یکدیگر، روی دو خط موازی به‌طرف هم حرکت می‌کنند. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، دو متحرک برای دومین‌بار از کنار هم می‌گذرند؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۸

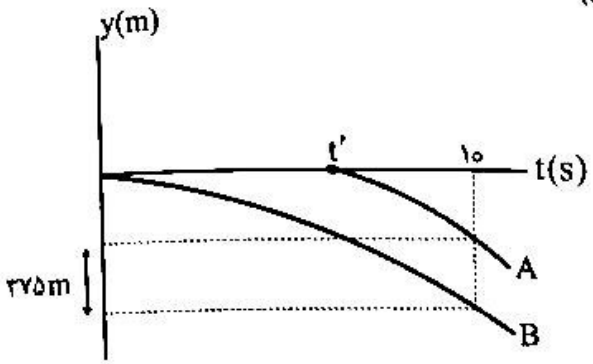
۳۳- متحرکی در مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از طی ۲۵ متر به‌سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. سپس ۵۰m با همین سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد و پس از آن در مدت ۲s با شتاب ثابت ترمز می‌کند و می‌ایستد. بزرگی شتاب متوسط متحرک بین لحظه‌های $t_۱ = ۳s$ تا لحظهٔ توقف چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

@Tahlilazemoon @konkurbanks

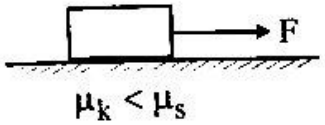
۳۴- نمودار مکان - زمان دو گلوله A و B که در شرایط خلأ و با فاصله زمانی t' از ارتفاع h نسبت به سطح زمین، از حال سکون رها می‌شوند، مطابق شکل زیر است. فاصله دو گلوله در لحظه $t = ۶s$ چند متر است؟

($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و نقطه رها شدن دو گلوله را مبدأ مکان فرض کنید.)



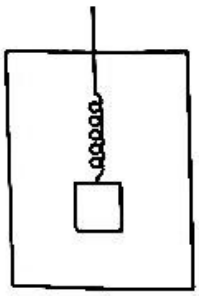
۱) ۱۲۵
۲) ۱۴۰
۳) ۱۶۵
۴) ۱۷۵

۳۵- در شکل زیر، نیروی افقی F را از صفر به‌تدریج افزایش می‌دهیم. زاویه نیروی وارده از سطح بر جسم با نیروی اصطکاک چگونه تغییر می‌کند؟



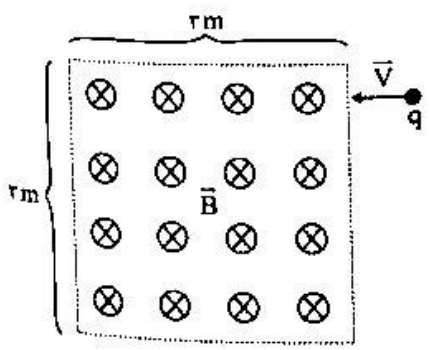
۱) پیوسته ثابت می‌ماند.
۲) به‌تدریج کاهش می‌یابد و سپس بر روی مقداری معین ثابت می‌ماند.
۳) ابتدا کاهش یافته و ناگهان زیاد شده و روی مقداری معین ثابت می‌ماند.
۴) ابتدا افزایش یافته و ناگهان کم شده و روی مقداری معین ثابت می‌ماند.

۳۶- مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم ۲kg را به فنری که به سقف اتاقک آسانسور متصل است، می‌آویزیم. در مدتی‌که آسانسور با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$ به‌طرف پایین شروع به حرکت می‌کند و سپس با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ متوقف می‌شود، تغییر طول فنر برابر ۶cm می‌شود. ثابت فنر چند $\frac{N}{cm}$ است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۶
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۳۷- مطابق شکل ذره‌ای به جرم ۴mg و بار الکتریکی $+۱۰\mu C$ را با سرعت $۱۰۰\frac{m}{s}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت و درون‌سو به‌شدت ۴۰T شلیک می‌کنیم. این ذره پس از مدت چند میلی‌ثانیه از میدان مغناطیسی خارج می‌شود؟ ($\pi = ۳$ و از نیروی گرانشی وارد بر ذره صرف‌نظر کنید.)



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۳۰
۴) ۶۰

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۳۸- در یک حرکت هماهنگ ساده فاصله بالاترین و پایین‌ترین وضعیت نوسانگر، d است. اگر این نوسانگر در هر ثانیه ۵ نوسان انجام دهد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از بالاترین نقطه مسیر به‌اندازه $\frac{d}{۴}$ پایین بیاید؟

۱) $\frac{۱}{۲۰}$ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) $\frac{۱}{۳۰}$

۳۹- جسمی روی محور x، در مسیری به طول $۲۰\,cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر جسم در مدت ۰/۵ دقیقه ۱۲۰ بار طول مسیر را طی کند، کدام عبارت‌های زیر برای حرکت این جسم می‌تواند درست باشد؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

الف) دوره حرکت $\frac{۱}{۴}$ ثانیه است.

ب) بیشترین شتاب نوسانگر $۰/۱۶\frac{m}{s^۲}$ است.

پ) تندی متوسط نوسانگر هنگامی‌که $۲۰\,cm$ را می‌پیماید برابر $۰/۴\frac{m}{s}$ است.

ت) بین دو لحظه که شتاب و تندی نوسانگر بیشینه شود، حداقل $\frac{۱}{۸}s$ طول می‌کشد.

۱) ب ، ت ۲) پ ، ت ۳) الف ، ت ۴) الف ، ب

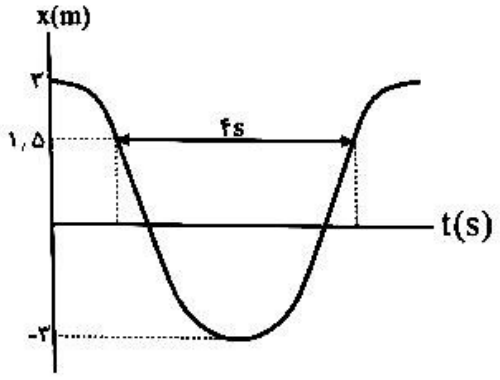
۴۰- معادلهٔ حرکت یک نوسانگر که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در SI به‌صورت $x = A\cos\left(\frac{۳}{۵}\pi\right)t$ است. اگر بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی $t_۱ = \frac{۵}{۹}s$ و $t_۲ = \frac{۵}{۳}s$ برابر $۵/۴\frac{cm}{s}$ باشد، A چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

۴۱- نوسانگر ساده‌ای روی پاره‌خطی افقی به طول $۱۰\,cm$ حول مبدأ مختصات نوسان کرده و در هر ۲ ثانیه، یک بار طول این پاره‌خط را طی می‌کند. بیشینه اندازه سرعت متوسط این نوسانگر هنگامی‌که به‌صورت کندشونده از مکان $x = ۳cm$ گذر کرده و به مکان $x = -۳cm$ می‌رود، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۹

۴۲- نمودار مکان - زمان حرکت یک نوسانگر که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در SI به‌صورت شکل زیر است. بیشینه سرعت این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟



۱) π

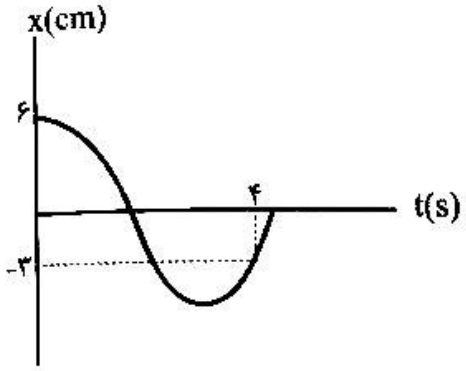
۲) $\frac{\pi^۲}{۳}$

۳) $\frac{\pi^۲}{۴}$

۴) $\frac{\pi}{۲}$

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۴۳- نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای که در راستای محور x نوسان می‌کند به‌شکل زیر است. معادله مکان - زمان این نوسانگر در (SI) کدام است؟



۱) $x = ۰/۰۶\cos\frac{۵\pi}{۱۶}$

۲) $x = ۰/۰۶\cos\frac{\pi}{۳}t$

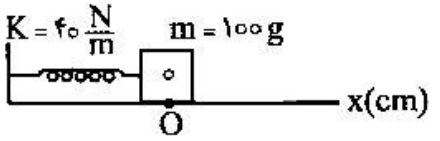
۳) $x = ۶\cos\frac{۵\pi}{۱۶}$

۴) $x = ۶\cos\frac{\pi}{۳}t$

۴۴- در یک حرکت هماهنگ ساده روی محور x، رابطه بین مکان و شتاب نوسانگر در SI به‌صورت $۲a + ۵۰x = ۰$ است. حداقل زمان لازم برای طی مسافتی به‌اندازه دامنه نوسان توسط این نوسانگر چند ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۶

۴۵- مطابق شکل زیر، جسم ℓ را به‌اندازهٔ ۵cm به‌سمت راست می‌کشیم و در لحظه $t = ۰$ آن را رها می‌کنیم تا حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه برای دومین‌بار از $x = -۲/۵cm$ عبور می‌کند؟ (اصطکاک ناچیز است و $\pi = ۳$)



۱) $\frac{۷}{۴۰}$ ۲) ۰/۲

۳) $\frac{۶}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱۱}{۴۰}$

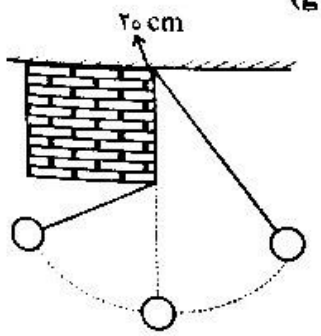
۴۶- وزنه‌ای به‌جرم ۲۰۰g به انتهای فنری با ثابت $۸۰\frac{N}{m}$ بسته شده است و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به نوسان درمی‌آید و بیشینه سرعت این سامانه جرم - فنر $۵\frac{m}{s}$ است. اگر کمترین طول فنر در هنگام نوسان ۱۰cm باشد، بیشترین طول فنر در هنگام نوسان چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۵ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۴۷- هنگامی‌که طول آونگ ساده‌ای را ۱۱cm افزایش می‌دهیم، دوره تناوب آن ۲۰ درصد تغییر می‌کند. تعداد نوسان‌های کامل این نوسانگر در مدت یک دقیقه چه اندازه تغییر می‌کند؟ $(g \simeq \pi^۲)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۴۸- مطابق شکل، مانعی در مسیر نوسان آونگی به‌طول ۳۶cm قرار دارد و آونگ به‌دلیل وجود این مانع نوسانی به‌شکل زیر دارد. دوره تناوب نوسان آونگ در SI، برحسب ثانیه کدام است؟ $(g = \pi^۲)$



۱) ۲

۲) ۱/۲

۳) ۱

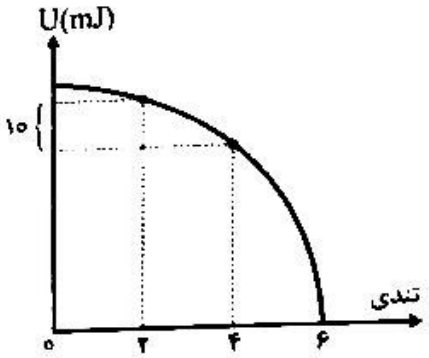
۴) ۰/۸

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۴۹- انرژی جنبشی نوسان هماهنگ ساده جرم - فنر هنگام عبور از وسط میز ۲J است. اگر فقط بسامد نوسانگر ۲ برابر شود در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر ۲J است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند ژول خواهد بود؟

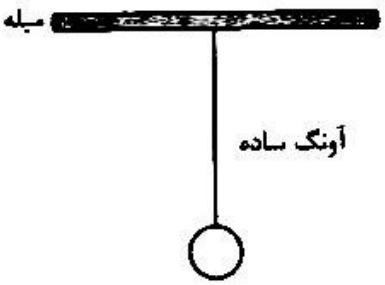
۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۵۰- نمودار انرژی پتاسیل یک نوسانگر هماهنگ ساده برحسب تندی آن مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که شتاب نوسانگر صفر می‌شود، انرژی جنبشی آن چند میلی‌ژول خواهد بود؟



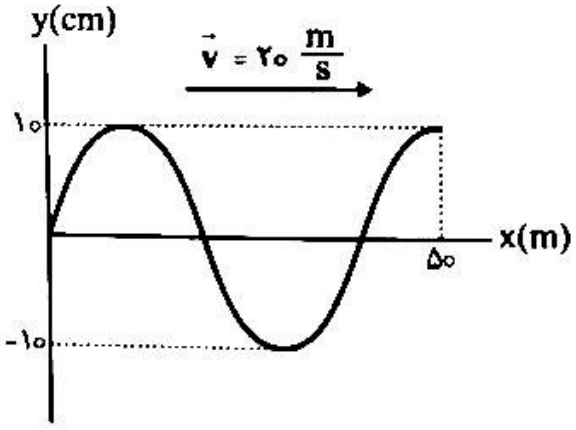
۱) ۱۵
۲) ۱۷/۵
۳) ۳۰
۴) ۲۵

۵۱- مطابق شکل، آونگ ساده‌ای به میله‌ای متصل است و می‌تواند به نوسان درآید. اگر میله با بسامد زاویه‌ای در گستره $5\frac{rad}{s}$ تا $6\frac{rad}{s}$ به‌طور افقی به نوسان درآید، طول آونگ چقدر و چگونه تغییر کند تا نوسان آن با دامنه بزرگ‌تری انجام شود؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$



۱) ۱۰cm و ۲۲/۳cm ، کاهش
۲) ۱۰cm و ۲۲/۳cm ، افزایش
۳) ۴۰cm و ۲۲/۷cm ، کاهش
۴) ۴۰cm و ۲۲/۷cm ، افزایش

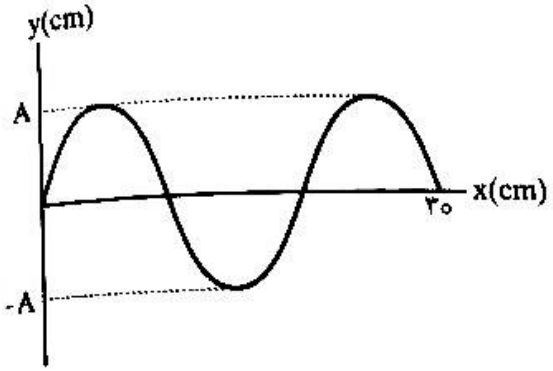
۵۲- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه‌ای نشان می‌دهد. تندی موج منتشر شده در موج چند برابر بیشینه تندی هر ذره از محیط انتشار است؟ $(\pi=3)$



۱) $\frac{100}{3}$
۲) $\frac{200}{3}$
۳) ۴۰۰
۴) $\frac{500}{3}$

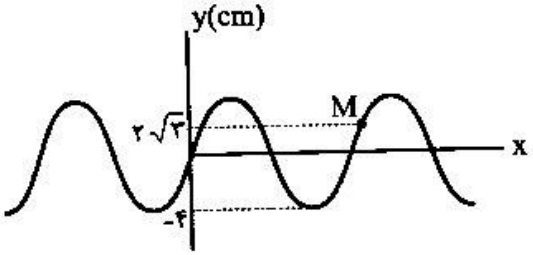
@Tahlilazemoon @konkurbanks

۵۳- شکل زیر، یک موج سینوسی که در یک طناب با چگالی خطی $۱/۸\frac{kg}{m}$ که با نیروی $۴۵N$ کشیده شده است را نشان می‌دهد. اگر نسبت تندی انتشار موج به بیشینه تندی ذرات طناب برابر ۰/۵ باشد، بیشینه شتاب ذرات طناب چند متر بر مجذور ثانیه است؟



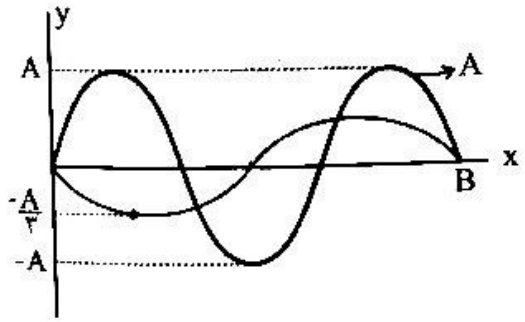
۱) ۵۰π
۲) ۵۰۰π
۳) ۲π
۴) ۱۰π

۵۴- شکل زیر، نقش یک موج عرضی رونده را در لحظهٔ $t=۰$ نشان می‌دهد. اگر موج به طرف راست منتشر شود، در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۱۲}s$ اندازهٔ شتاب ذره برای اولین‌بار بیشینه می‌شود. اگر همین نقش موج در لحظه $t=۰$ به‌طرف چپ منتشر شود تا لحظهٔ $t=\frac{۷}{۶}s$، تندی متوسط ذره تقریباً چند $\frac{m}{s}$ خواهد بود؟ $(\sqrt{۳}\approx ۱/۷)$



۱) ۰/۶۵
۲) ۰/۷۵
۳) ۰/۷۳
۴) ۰/۹۵

۵۵- شکل زیر، نقش دو موج A و B را که در یک طناب منتشر می‌شوند، در یک لحظه نشان می‌دهد. نسبت توان متوسط موج B به‌توان متوسط موج A کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۹}$
۲) $\frac{۹}{۴}$
۳) $\frac{۴}{۸۱}$
۴) $\frac{۸۱}{۴}$

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۵۶- با توجه به ساختار ترکیب داده‌شده کدام عبارت‌ها درست است؟ $(H=1, C=12 : g.mol^{-1})$

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-C(=O)-OH$$

الف) مجموع شمار اتم‌ها در بخش ناقطبی آن ۲ برابر مجموع شمار اتم‌ها در اوکتان است.

ب) شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار این ترکیب ۴ برابر مجموع شمار اتم‌ها در اوره است.

پ) درصد جرمی کربن در این ترکیب ۶ برابر درصد جرمی هیدروژن است.

ت) نیروی بین مولکولی غالب در این ترکیب نیروی وان‌درووالسی است و مخلوط آن با آب و صابون باعث ایجاد مخلوطی ناهمگن و پایدار می‌شود.

۱) الف ، ت ۲) ب ، پ ۳) ب ، پ ، ت ۴) الف ، پ ، ت

۵۷- شمار اتم‌های کربن در بخش ناقطبی یک پاک‌کننده صابونی (دارای کاتیون چند اتمی) برابر ۱۶ است. اگر ۸۶/۱ گرم از این پاک‌کننده در آبی که دارای منیزیم‌کلرید است وارد شود و ۵۰ درصد آن رسوب کند، غلظت یون Mg^{2+} در این نمونه آب چند ppm است؟ (حجم آب را ۲ لیتر و چگالی آب را $1 g.mL^{-1}$ فرض کنید.)

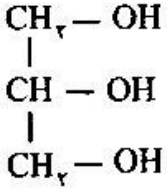
$(H=1, C=12, N=14, O=16, Na=23, Mg=24 : g.mol^{-1})$

۱) ۴۵۰ ۲) ۹۰۰ ۳) ۱۲۰۰ ۴) ۶۰۰

۵۸- با توجه به ساختارهای A و B، کدام مطلب درست است؟

A:

B:



۱) ترکیب A پاک‌کننده‌ای است که حتی در آب سخت هم با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد.

۲) ترکیب B محلول در آب است که از آبکافت روغن زیتون تولید می‌شود.

۳) در ترکیب A در مجموع ۲۵ اتم وجود دارد که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

۴) سدیم‌کلرید به مانند ترکیب B از مولکول‌های قطبی تشکیل شده است و مخلوط آن با آب همگن است.

۵۹- اگر درصد جرمی محلولی از اسید HA برابر ۲۰ و چگالی این محلول برابر $1/3 g.mL^{-1}$ باشد و در محلول این اسید ضعیف غلظت مولکول‌های یونیده نشده اسید ۱۹/۵ برابر غلظت یون‌های آب پوشیده باشد، pH محلول کدام است؟ از یونش اندک مولکول‌های آب صرف‌نظر شود. $(HA=130 g.mol^{-1})$

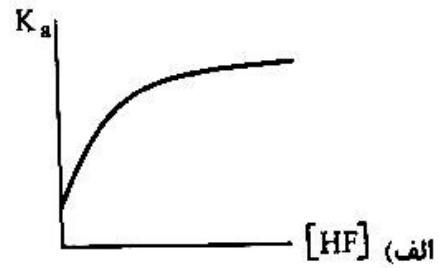
۱) ۲/۷ ۲) ۱/۷ ۳) ۲/۳ ۴) ۱/۳

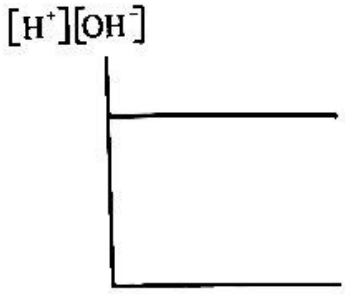
۶۰- اگر غلظت یون هیدرونیوم در یک نمونه عصاره گوجه‌فرنگی $4/9\times10^{-5}$ برابر غلظت یون هیدروکسید باشد، pH این محلول کدام است؟ $(\log 7 = 0/85)$

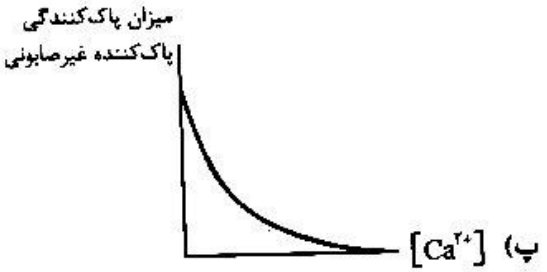
۱) ۴/۱۵ ۲) ۳/۸۵ ۳) ۳/۱۵ ۴) ۴/۸۵

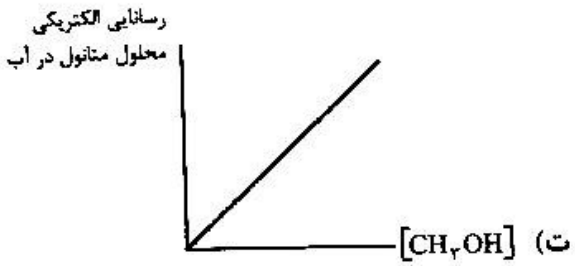
@Tahlilazemoon @konkurbanks

۶۱- چه تعداد از نمودارهای زیر درست است؟

الف) 

ب) 

پ) 

ت) 

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۶۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- N_2O_5 به مانند SO_3 و برخلاف Rb_2O یک اسید آرنیوس محسوب می‌شود.
- پارچه‌های نخی نسبت به پارچه‌های پلی‌استری چسبندگی کمتری با چربی‌ها دارند.
- اگر به حجم معینی از محلول HCl، ۰/۲ مولار، همان حجم آب اضافه شود، pH محلول ۰/۵ واحد افزایش می‌یابد.
- ۰/۲ مول سدیم هیدروکسید توسط ۰/۴ مول سولفوریک اسید خنثی می‌شود.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۶۳- چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

- شمار یون‌های حاصل از انحلال ۰/۱ مول سدیم‌اکسید و ۰/۱ مول منیزیم‌کلرید در مقدار کافی آب برابر است.
- سدیم‌هیدروژن‌کربنات یک ضد اسید است و به مانند نمک‌های فسفات برای بالا بردن خاصیت پاک‌کنندگی به شوینده‌ها اضافه می‌شود.
- اوره ترکیبی قطبی و محلول در آب است و برخلاف استیک اسید می‌تواند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.
- معادله یونش هیدروسیانیک اسید برخلاف معادله یونش نیترو اسید برگشت‌پذیر است.
- آمونیاک بازی با ثابت یونش کوچک و محلول آن در آب، الکترولیت ضعیف است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۶۴- اگر ۲۰۰mL محلول نیتریک اسید با pH = ۲ را با ۳۰۰mL محلول پتاسیم‌هیدروکسید با pH = ۱۲ مخلوط کنیم، pH محلول حاصل کدام است و با pH محلول چند گرم بر لیتر سدیم‌هیدروکسید برابر است؟ (از راست به چپ بخوانید) $(H=1, O=16, Na=23 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۱/۷ ، ۰/۰۸
۲) ۱۱/۳ ، ۰/۰۲
۳) ۱۱/۳ ، ۰/۰۸
۴) ۱۱/۷ ، ۰/۰۲

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۶۵- کدام گزینه درست است؟

۱) محلول HCl با $pH = ۳$ رسانایی الکتریکی بیشتری نسبت به محلول HF با $pH = ۳$ در شرایط یکسان دارد.

۲) از میان فورمیک اسید و استیک اسید، اسیدی که جرم مولی کمتری دارد، K_a بیشتری دارد.

۳) همهٔ نافلزها برخلاف فلزها فاقد رسانایی الکتریکی هستند.

۴) اتیلن گلیکول به‌دلیل داشتن دو گروه $(-OH)$ خاصیت بازی دارد.

۶۶- اگر ۸/۵۵ میلی‌گرم باریم‌هیدروکسید را در مقداری آب حل کنیم و حجم محلول را به ۲/۵ لیتر برسانیم، pH محلول کدام است؟ $(H = ۱ , O = ۱۶ , Ba = ۱۳۷ : g.mol^{-۱})$ $(\log ۲ = ۰/۳ , \log ۵ = ۰/۷)$

۱) ۱۱/۷ ۲) ۱۱/۳ ۳) ۱۲/۳ ۴) ۱۲/۶

۶۷- اگر در محلول اسید ضعیف HA، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۰۰۲ مولار و ثابت یونش برابر ۰/۰۰۱ باشد، غلظت اولیه اسید برحسب $mol.L^{-۱}$ کدام است؟

۱) ۰/۰۰۶ ۲) ۰/۰۰۴ ۳) ۰/۰۰۸ ۴) ۰/۰۱۲

۶۸- با توجه به معادله واکنش‌های زیر کدام گزینه درست است؟ (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شوند.)

واکنش (I): $Sn^{۲+}(aq) + Fe^{۳+}(aq) \rightarrow Sn^{۴+}(aq) + Fe^{۲+}(aq)$

واکنش (II): $Al(s) + Cu^{۲+}(aq) \rightarrow Al^{۳+}(aq) + Cu(s)$

۱) ضریب اکسنده در واکنش (I) با ضریب کاهنده در واکنش (II) برابر است.

۲) به‌ازای تولید ۳ مول مس در واکنش (II)، ۳ مول الکترون در این واکنش مبادله می‌شود.

۳) نیم‌واکنش اکسایش معادله (I) به‌صورت $Sn^{۲+}(aq) \rightarrow Sn^{۴+}(aq) + e^-$ است.

۴) اگر واکنش (I) به‌صورت طبیعی انجام شود، قدرت اکسندگی $Fe^{۳+}(aq)$ کمتر از $Sn^{۴+}(aq)$ است.

۶۹- موقعیت سه فلز A، D و E در جدول پتانسیل کاهشی بالاتر از SHE است. اگر در سلول گالوانی A – D با گذشت زمان جرم D کاهش یابد و نیترات فلز D را نتوان در ظرفی از جنس فلز E نگه‌داری کرد، چند مورد از مطالب زیر به یقین درست است؟

- فلز E با محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد.
- در سلول گالوانی A – D ، کاتیون‌ها توسط دیوارهٔ متخلخل به‌سمت نیم سلول A در حرکت هستند.
- واکنش $A(s) + E^{۲+}(aq) \rightarrow A^{۲+}(aq) + E(s)$ در یک سلول گالوانی انجام می‌شود.
- emf سلول گالوانی E - D بزرگ‌تر از emf سلول گالوانی A – D است.

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

۷۰- اگر در سلول گالوانی روی - نقره، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر قطب منفی و مثبت را ۱/۲۸ ولت نشان دهد. با عبور $۱۸/۰۶ \times ۱۰^{۲۳}$ الکترون از مدار بیرونی، جرم آند چند گرم کاهش می‌یابد؟

$(E^\circ(Zn^{۲+}/Zn) = -۰/۷۶V , E^\circ(Ag^+/Ag) = +۰/۸۴V , ۱molAg = ۱۰۷g , ۱molZn = ۶۵g)$

۱) ۹۷/۵ ۲) ۱۲۱/۸۷۵ ۳) ۷۸ ۴) ۹۵/۷

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۷۱- کدام موارد زیر درست است؟

الف) لیتیم به‌دلیل داشتن کمترین چگالی و بیشترین قدرت کاهندگی در میان عنصرها، در ساخت باتری‌های دگمه‌ای استفاده می‌شود.

ب) در سلول‌های سوختی، بخش عمده‌ای از انرژی سوخت اولیه به شکل گرما وارد محیط می‌شود و در فرآیند تولید انرژی الکتریکی وارد نمی‌شود.

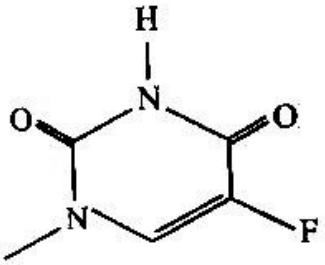
پ) آند و کاتد سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن دارای کاتالیزگرهایی هستند که باعث افزایش سرعت واکنش‌های اکسایش - کاهش می‌شوند.

ت) در قطب مثبت سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، نیم‌واکنش $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$ انجام می‌شود که E° این نیم‌واکنش با emf سلول برابر است.

۱) الف ، ب ۲) الف ، ت ۳) پ ، ت ۴) ب ، ت

۷۲- فلوروراسیل جزو داروهای ضد سرطان معده است. با توجه به فرمول ساختاری این مولکول، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن در آن ۳- است.
- عدد اکسایش یکی از اتم‌های کربن در آن با عدد اکسایش کربن در CH_2O برابر است.
- براساس متفاوت بودن عدد اکسایش، در این ترکیب ۵ نوع کربن وجود دارد.
- توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با آب را دارد و بخش‌های آب‌دوست آن بر آب‌گریز غلبه دارد.
- نسبت شمار کل اتم‌ها به مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر ۳ است.



۱) سه
۲) چهار
۳) دو
۴) یک

۷۳- سلول‌های گالوانی و الکترولیتی در کدام موارد زیر مشابهت دارند؟

الف) انجام نیم‌واکنش اکسایش در آند

ب) حرکت الکترون‌ها از آند به‌سمت کاتد

پ) داشتن دیوارهٔ متخلخل

ت) خودبه‌خودی بودن واکنش کلی

۱) الف ، پ ۲) ب ، پ ۳) پ ، ت ۴) الف ، ب

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۷۴- با عبور ۱۰ مول الکترون از مخلوطی به جرم ۴۹۷ گرم از نمک‌های سدیم‌کلرید مذاب و منیزیم‌کلرید مذاب، این نمک‌ها به‌طور کامل تجزیه می‌شوند. تفاوت جرم فلزهای تولیدشده در کاتد برحسب گرم کدام است؟

$(Na = ۲۳ ، Mg = ۲۴ ، Cl = ۳۵/۵ : g.mol^{-1})$

$۲NaCl(l) \rightarrow ۲Na(s) + Cl_۲(g)$

$MgCl_۲(l) \rightarrow Mg(s) + Cl_۲(g)$

۱) ۴۶ ۲) ۹۶ ۳) ۵۰ ۴) ۲۵

۷۵- در چه تعداد از فرآیندهای زیر نیم‌واکنش نوشته شده، درست است؟

- حلبی خراش دیده (نیم‌واکنش کاتدی) $Sn^{۲+}(aq) + ۲e^- \rightarrow Sn(s)$
- آهن سفید خراش دیده (نیم‌واکنش اکسایش) $Zn(s) \rightarrow Zn^{۲+}(aq) + ۲e^-$
- برقکافت آب (قطب مثبت) $۲H_۲O(l) \longrightarrow ۴H^+(aq) + O_۲(g) + ۴e^-$
- خوردگی آهن در $pH < ۷$ (نیم‌واکنش کاهش) $O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O(l)$

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

۷۶- درستی یا نادرستی مطالب زیر به‌ترتیب در کدام گزینه آورده شده است؟

الف) زنگ زدن آهن در هوای مرطوب، یک واکنش اکسایش - کاهش است که به‌طور طبیعی در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

ب) در فرآیند خوردگی آهن با گذشت زمان، و با انجام نیم‌واکنش کاهش pH محیط افزایش می‌یابد.

پ) از فلزی با $E^\circ = -۰/۱۴V$ می‌توان برای حفاظت کاتدی آهن $(E^\circ(Fe^{۲+}/Fe) = -۰/۴۱V)$ استفاده کرد.

ت) چون اسید موجود در مواد غذایی با فلز به‌کار رفته در حلبی واکنش نمی‌دهد، از این نوع ورقهٔ آهن می‌توان برای ساخت قوطی غذا استفاده کرد.

۱) نادرست - درست - نادرست - درست ۲) نادرست - درست - نادرست - نادرست
۳) درست - نادرست - درست - نادرست ۴) نادرست - نادرست - درست - درست

۷۷- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ فرآیند آبکاری درست است؟

- در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود.
- فلز پوشاننده در آن به قطب مثبت باتری متصل می‌شود.
- محلول الکترولیت در آن باید دارای کاتیون‌های فلز پوشاننده باشد.
- شیء مورد آبکاری نقش کاتد این سلول را ایفا می‌کند.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

@Tahlilazemoon @konkurbanks

۷۸- اگر در سلول هال برای تولید فلز آلومینیوم، $۹/۰۳\times۱۰^{۲۴}$ الکترون از مدار عبور کند، گاز کربن‌دی‌اکسید تولیدشده را با چند گرم آهک می‌توان به‌طور کامل حذف کرد؟ $(O = ۱۶ , Ca = ۴۰ \ g.mol^{-۱})$

۱) ۴۲۰ ۲) ۶۳۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۸۴۰

۷۹- پاسخ درست پرسش‌های (الف) و (ب) در کدام گزینه است؟

الف) در واکنش سوختن کامل اتیلن گلیکول، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن چند درجه افزایش می‌یابد؟

ب) عدد اکسایش اتم گوگرد در بخش آنیونی یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی جامد، چند است؟

۱) +۴ ، ۱۰ ۲) +۶ ، ۸ ۳) +۴ ، ۸ ۴) +۶ ، ۱۰

۸۰- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- آند و کاتد سلول فرآیند هال از یک جنس هستند و گاز خروجی از آند این سلول اکسیژن است.
- در آبکاری قاشق مسی با الکترولیت نقره نیترات، اگر از آند نقره‌ای استفاده شود، با گذشت زمان غلظت کاتیون الکترولیت ثابت می‌ماند.
- در سلول حاصل از تماس دو فلز در هوای مرطوب، فلزی که کاتیون آن اکسنده‌تر است، در برابر اکسایش محافظت می‌شود.
- یون نیترات مانند یون‌های فسفات و سولفات در واکنش‌های شیمیایی نمی‌توانند نقش کاهنده ایفا کنند.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

سنجش دوازدهم
آزمـــون ۷ از ۱۴

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

ویژهٔ پایهٔ دوازدهم

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم ــ مرحلهٔ پنجم
(۱۴۰۲/۱۰/۲۲)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامهٔ آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

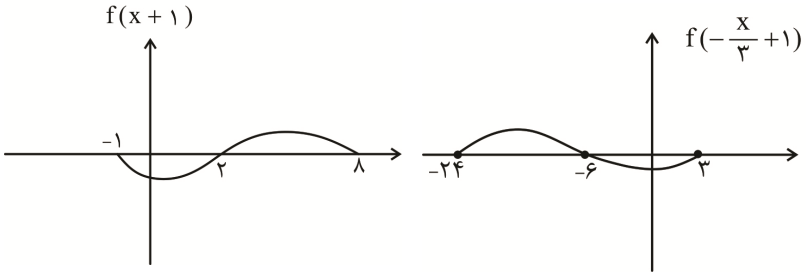
به منظور فراهم نمودن زمینهٔ ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

کانال‌های ارتباطی:
@sanjesheducationgroup
@sanjeshserv

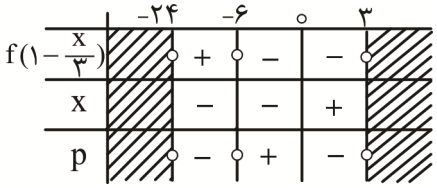
ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

نمودار تابع $f(۱-\frac{x}{۳})$ را رسم می‌کنیم:



عبارت زیر رادیکال را تعیین علامت می‌کنیم:



$$D=[-۶,۰)\cup\{-۲,۴,۳\}$$

دامنهٔ تابع شامل ۸ عدد صحیح است.

۲. گزینه ۲ درست است.

$y=\frac{-۲x}{-x-۳}=\frac{۲x}{x+۳}$: قرینه نسبت به محور yها

$y=\frac{۲(x+۲)}{x+۲+۳}-k=\frac{۲x+۴}{x+۵}-k\Rightarrow g(-۳)=-۳\Rightarrow\frac{-۲}{۲}-k=-۳\Rightarrow k=۲$: ۲ واحد چپ و k واحد پایین

۳. گزینه ۲ درست است.

$g(x)=۲+\sqrt{۳-(x-۲)}+۱\Rightarrow g(x)=\sqrt{۵-x}+۳$: ۲ واحد راست و یک واحد بالا

تابع g نزولی است؛ پس:

$$\not{g}\left(g(x)\right)<\not{g}(x)\Rightarrow g(x)>x\Rightarrow\sqrt{۵-x}+۳>x\Rightarrow\sqrt{۵-x}>x-۳\Rightarrow ۵-x>x^{۲}-۶x+۹$$

$$\Rightarrow x^{۲}-۵x+۴<۰\Rightarrow x<۴$$

از طرفی شرایط دامنه به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases}x\in D_g\Rightarrow x\le ۵\\ g(x)\in D_g\Rightarrow\sqrt{۵-x}+۳\le ۵\Rightarrow\sqrt{۵-x}\le ۲\Rightarrow ۵-x\le ۴\Rightarrow x\ge ۱\end{cases}$$

نتیجه نهایی آن است که $۱\le x<۴$ است که شامل سه عدد صحیح است.

۴. گزینه ۱ درست است.

$$f(x)=(x-۱)(x+۲)g(x)+۳x-۱$$

$$\begin{cases}f(۱)=۲\\ f(-۲)=-۷\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+b-۳=۲\\ ۴a+b=-۷\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-۴\\ b=۹\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}f(x)=x^{۵}-۴x^{۳}-۴x^{۲}+۹\\ g(x)=xf(۴+x)+f(x+۱)\end{cases}$$

$$g(-۲)=-۲f(۲)+f(-۱)=-۲(-۷)+(۸)=۲۲$$

۵. گزینه ۱ درست است.

از اتحاد $\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$ استفاده می‌کنیم:

$$y=\frac{a}{2}\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-2bx\right)\right)+c$$

$$y=\frac{a}{2}+c+\frac{a}{2}\sin(2bx)$$

در $x=0$ تابع صعودی است؛ پس می‌توان a و b را مثبت فرض کرد.

$$\begin{cases}\frac{a}{2}+c+|\frac{a}{2}|=2\\ \frac{a}{2}+c-1|\frac{a}{2}|=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+c=2\\ c=-1\end{cases}\Rightarrow a=3$$

$$T=\frac{2\pi}{2b}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow b=2\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$$

۶. گزینه ۴ درست است.

$$2x^2-5x+2=0\Rightarrow x=2,\frac{1}{2}$$

$$\tan\beta=\tan(\alpha+\beta-\alpha)=\frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha}{1+\tan\alpha.\tan(\alpha+\beta)}=\frac{2-\frac{1}{2}}{1+1}=\frac{3}{4}$$

$$\tan 2\beta=\frac{2\tan\beta}{1-\tan^2\beta}=\frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{9}{16}}=\frac{24}{7}$$

۷. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{1}{\cot 2x}=2\sin x\Rightarrow 2\sin x=\tan 2x\Rightarrow 2\sin x=\frac{\sin 2x}{\cos 2x}=\frac{2\sin x\cos x}{\cos 2x}$$

$$\Rightarrow 2\sin x\cos 2x=2\sin x\cos x$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sin x=0\Rightarrow x=\pi\\ \cos 2x=\cos x\Rightarrow 2x=\pm x+2k\pi\Rightarrow\begin{cases}x=2k\pi & \text{غ ق ق}\\ x=\frac{2k\pi}{3}\end{cases}\end{cases}$$

پس فقط $x=\frac{2\pi}{3}$ و $x=\frac{4\pi}{3}$ قابل قبول است که جمع آن‌ها برابر 2π است.

۸. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{2\cos^2\frac{nx}{2}}{2\sin\frac{nx}{2}\cos\frac{nx}{2}}=\cot x\Rightarrow\cot\frac{nx}{2}=\cot x\Rightarrow\frac{nx}{2}=x+k\pi\Rightarrow x=\frac{2k\pi}{n-2}$$

کوچک‌ترین جواب برابر $\frac{2\pi}{n-2}$ است که باید خارج بازه باشد.

$$\frac{2\pi}{n-2}\geq\pi\Rightarrow n-2\leq 2\Rightarrow n\leq 4$$

به‌ازای $n=5$ جواب معادله $x=\frac{2\pi}{3}$ در معادله صدق می‌کند.

۹. گزینه ۲ درست است.

$$\lim_{x\to ۰^+} f(x)=\frac{۳-a}{a\times ۰^+}=+\infty \Rightarrow \frac{۳-a}{a}>۰ \Rightarrow ۰<a<۳$$

$$\lim_{x\to ۰^-} f(x)=\frac{۳}{a\times ۰^-}=-\infty \Rightarrow a>۰$$

پس $۰<a<۳$ و $۰\le [a]\le ۲$ است.

۱۰. گزینه ۳ درست است.

$$f(x)=ax+b$$

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{g(x)}{f(x)}=+\infty \Rightarrow f(۱)=۰ \Rightarrow a+b=۰$$

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{g(x)}{f(x)}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \lim_{x\to -\infty}\frac{ax+b+\sqrt{x^۲+۲x}}{ax+b}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \lim_{x\to -\infty}\frac{ax-x}{ax}=\frac{a-۱}{a}=\frac{۲}{۳}$$

پس $a=۳$ و $b=-۳$ است. $f(۰)=b=-۳$

۱۱. گزینه ۴ درست است.

$$\lim_{x\to \infty} f(x)=\log_۲(\frac{a}{-۲})=b \Rightarrow -\frac{a}{۲}=۲^b \Rightarrow a=-۲^{b+۱}$$

a عددی است منفی پس $x=۲$ نمی‌تواند ریشهٔ مخرج کسر $\frac{ax+۸}{۴a-۲x}$ باشد پس باید ریشهٔ صورت کسر باشد.

$$ax+۸=۰\xrightarrow{x=۲}a=-۴ \Rightarrow f(x)=\log_۲\frac{-۴x+۸}{-۸-۲x}=\log_۲\frac{۲x-۴}{x+۴}$$

تابع $y=\frac{۲x-۴}{x+۴}$ در دو طرف ریشهٔ مخرج صعودی است، پس نمودار f در اطراف مجانب افقی صعودی است که فقط گزینه ۴ به این صورت است.

۱۲. گزینه ۲ درست است.

$$\lim_{x\to \infty} f(x)=۲$$

$$\lim_{x\to \infty} f\big(k-۲f(x)\big)=f(k-۴)$$

برای آنکه مجانب افقی نداشته باشد باید $k-۴=۱$ باشد که حد وجود نداشته باشد؛ پس $k=\beta=۵$ است.

برای وجود مجانب قائم باید $k-۲f(x)=۱$ باشد معادلهٔ $f(x)=۲$ جواب ندارد؛ پس: $k-۴=۱ \Rightarrow k=\alpha=۵$

پس $\alpha+\beta=۱۰$ است.

۱۳. گزینه ۴ درست است.

اگر بخواهیم ماتریس‌ها را در هم ضرب کنیم بسیار زمان‌بر است. پس بهتر است، $A^۴$ را ماتریس D بنامیم و به شیوهٔ زیر عمل کنیم:

$$D=A\times A\times A\times A \Rightarrow d_{۲۳}=[A\text{ سطر دوم }]\times A\times A\times[A\text{ ستون سوم }]$$

$$\Rightarrow d_{۲۳}=\underbrace{[-۱\ ۰\ ۱]\begin{bmatrix}۰ & ۱ & -۱\\ -۱ & ۰ & ۱\\ ۱ & -۱ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۰ & ۱ & -۱\\ -۱ & ۰ & ۱\\ ۱ & -۱ & ۰\end{bmatrix}}_{\downarrow}\underbrace{\begin{bmatrix}-۱\\ ۱\\ ۰\end{bmatrix}}_{\downarrow}$$

$$[۱\ \ -۲\ \ ۱]\quad\times\quad\begin{bmatrix}۱\\ ۱\\ -۲\end{bmatrix}=۱\times ۱-۲\times ۱+۱\times(-۲)=-۳$$

۱۴. گزینه ۴ درست است.

با ضرب A در دو طرف معادلهٔ داده‌شده، خواهیم داشت:

$$A^{-1}+A=4I\Rightarrow A\times A^{-1}+A\times A=4A\times I\Rightarrow I+A^2=4A\Rightarrow A^2=4A-I\ (*)$$

$$A^4=(A^2)^2\overset{(*)}{\Rightarrow}A^4=(4A-I)^2=16A^2-8A+I\overset{(*)}{=}16(4A-I)-8A+I$$

$$=64A-16I-8A+I=56A-15I$$

۱۵. گزینه ۳ درست است.

برای اینکه دستگاه، بی‌شمار جواب داشته باشد، باید دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر باشد. پس:

$$\begin{vmatrix}k^2 & k^2-k-1\\ k & -1\end{vmatrix}=0\Rightarrow -k^2-(k^3-k^2-k)=0\Rightarrow k^3-k=0\Rightarrow k(k-1)(k+1)=0$$

$$\Rightarrow k=0\ \text{یا}\ 1\ \text{یا}\ -1$$

حال باید از شرط $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ در دستگاه $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ بهره بگیریم. توجه کنید که به‌ازای $k=\pm1$ داریم:

$$k=\pm1\Rightarrow\frac{k^2}{k}=\frac{k^2-k-1}{-1}=\frac{k^2}{k}\Rightarrow\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\pm1 \qquad \frac{c}{c'}=\frac{k^2}{k}=k\ \text{؛ پس:}$$

به‌ازای $k=0$ دستگاه تبدیل به $\begin{cases}-y=0\\ -y=0\end{cases}$ می‌شود. پس به‌ازای $k=0$ دستگاه بی‌شمار جواب دارد؛ زیرا با شرط $y=0$، x هر عدد حقیقی می‌تواند باشد. درنتیجه به‌ازای هر سه مقدار -1 یا 1 یا $k=0$ دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

۱۶. گزینه ۱ درست است.

$$A=\begin{bmatrix}|A| & -2\\ 2|A^2| & 3\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=3\times|A|-(-2\times2|A^2|)=4|A^2|+3|A|$$

از آن‌جا که $|A^2|=|A|^2$، پس برابری بالا به‌صورت زیر درخواهد آمد:

$$|A|=4|A|^2+3|A|\Rightarrow 4|A|^2+2|A|=0\Rightarrow 2|A|(2|A|+1)=0$$

$$\xrightarrow{A\ \text{وارون‌پذیر و}\ |A|\neq0} 2|A|+1=0\Rightarrow|A|=-\frac{1}{2}(*)$$

حال با بسط نسبت به سطر دوم ماتریس B (که درایهٔ صفر دارد و بسط نسبت به آن، ساده‌تر است) داریم:

$$|B|=\begin{vmatrix}2 & -3 & 4\\ 1 & 0 & 3\\ -3 & -1 & 1\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}-3 & 4\\ -1 & 1\end{vmatrix}+0-3\begin{vmatrix}2 & -3\\ -3 & -1\end{vmatrix}=-(-3+4)-3(-2-9)=-1+33=32$$

با توجه به اینکه می‌دانیم $|kB_{3\times3}|=k^3|B|$، خواهیم داشت:

$$||A|B|=|A|^3\times|B|=(-\frac{1}{2})^3\times32=-4$$

۱۷. گزینه ۱ درست است.

چون A قطری است، پس همهٔ درایه‌های بیرون قطر اصلی آن صفر هستند و درنتیجه باید داشته باشیم:

$$\begin{cases}x+z+2=0\\ 3x+z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+z=-2\\ z=-3x\end{cases}\xrightarrow{\text{حل دستگاه}}\begin{cases}x=1\\ z=-3\end{cases}$$

$$y+z+4=0\xrightarrow{z=-3}y-3+4=0\Rightarrow y=-1$$

و طبیعی است که برای $y=-۱$ و $z=-۳$ مقدار درایهٔ سطر سوم و ستون دوم A، یعنی $y-۲z-۵$، نیز برابر صفر می‌شود. پس:

$$A=\begin{bmatrix} x-۲y & ۰ & ۰ \\ ۰ & \frac{x+۲z}{۳} & ۰ \\ ۰ & ۰ & y-x \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -\frac{۵}{۳} & ۰ \\ ۰ & ۰ & -۲ \end{bmatrix}$$

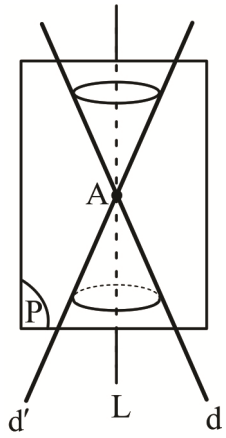
و بنابر مطلب صفحهٔ ۳۰ کتاب هندسهٔ ۳، دترمینان هر ماتریس قطری برابر حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی آن است، از این‌رو:

$$|A|=\begin{vmatrix} ۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -\frac{۵}{۳} & ۰ \\ ۰ & ۰ & -۲ \end{vmatrix}=۳\times\frac{-۵}{۳}\times-۲=۱۰\Rightarrow|A^۲|=|A|^۲=۱۰۰$$

$$|B|=\begin{vmatrix} ۲ & x & y \\ z & x & -y \\ ۱ & ۰ & -۱ \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} ۲ & ۱ & -۱ \\ -۳ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ & -۱ \end{vmatrix}\overset{\text{بسط نسبت به سطر سوم}}{=\!=\!=}\begin{vmatrix} ۱ & -۱ \\ ۱ & ۱ \end{vmatrix}-\begin{vmatrix} ۲ & ۱ \\ -۳ & ۱ \end{vmatrix}=\big(۱-(-۱)\big)-\big(۲-(-۳\times۱)\big)$$

$$=۲-۵=-۳\Rightarrow|A^۲B|=|A^۲||B|=۱۰۰\times-۳=-۳۰۰$$

۱۸. گزینه ۲ درست است.



بنابر تعریف رویهٔ مخروطی و مطالب صفحه‌های ۳۴ و ۳۵ کتاب هندسهٔ ۳ و نیز تمرین ۵ در صفحهٔ ۳۹، اگر صفحهٔ P شامل محور یک رویهٔ مخروطی باشد، شکل پدیدآمده از برخورد P و رویه، دو خط متقاطع d و d' (خط‌های پررنگ) هستند که در شکل روبه‌رو رسم شده‌اند و در رأس رویه، یعنی نقطهٔ A با هم برخورد می‌کنند.

۱۹. گزینه ۲ درست است.

روش اول: فرض کنیم R شعاع و O مرکز دایره باشد. بنابر فرمول $R=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}$ در معادلهٔ هر دایره به فرم $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$، در اینجا و از معادلهٔ اول در صورت سؤال داریم:

$$R=۲=\frac{۱}{۲}\sqrt{(-۲)^۲+(-۴)^۲-۴a}\Rightarrow۴=\sqrt{۲۰-۴a}\Rightarrow۱۶=۲۰-۴a\Rightarrow a=۱$$

پس معادلهٔ دوم در صورت سؤال، به فرم $x^۲+y^۲-x+۳y+۳=۰$ در می‌آید. دوباره و با به‌کارگیری عدد زیر رادیکال $\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}$، خواهیم داشت:

$$\sqrt{(-۱)^۲+۳^۲-۴\times۳}=\sqrt{۱۰-۱۲}=\sqrt{-۲}$$

از آنجا که عدد منفی برای زیر رادیکال، تعریف نشده است؛ پس معادلهٔ دوم، مکان هندسی تهی است.

روش دوم: با مربع‌سازی عمل می‌کنیم. داریم:

$$x^۲+y^۲-۲x-۴y+a=۰\Rightarrow(x-۱)^۲-۱+(y-۲)^۲-۴+a=۰$$

$$\Rightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=\underbrace{5-a}_{=R^2}\Rightarrow 5-a=4\Rightarrow a=1$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری در معادلهٔ دوم}} x^2+y^2-x+3y+3=0\Rightarrow (x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}+(y+\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}+3=0$$

$$\Rightarrow (x-\frac{1}{2})^2+(y+\frac{3}{2})^2=\frac{10}{4}-3=\frac{10-12}{4}<0$$

که ناممکن است، زیرا مجموع مربع دو عدد، هیچگاه منفی نمی‌شود. پس مکان هندسی تهی است.

۲۰. گزینه ۱ درست است.

در دایره‌ای که به هر دو محور مختصات مماس است، طول و عرض مرکز و شعاع دایره با هم برابرند. چون نقطهٔ داده‌شده در ربع سوم است، پس با فرض اینکه O مرکز و R شعاع دایره باشد، داریم:

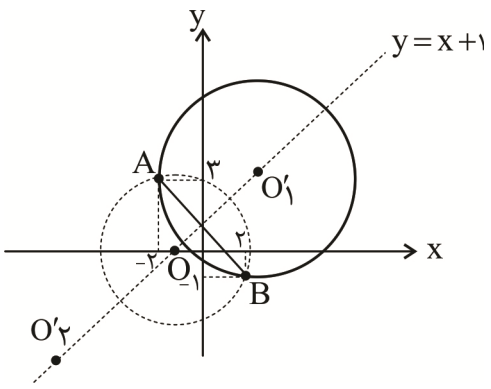
$$R, O(-R,-R)\Rightarrow \begin{cases} O(-R,-R) \\ A(-2,-4) \end{cases} ; |OA|^2=R^2\Rightarrow (R-2)^2+(R-4)^2=R^2$$

(R: شعاع دایره)

$$\Rightarrow R^2-12R+20=0\Rightarrow (R-10)(R-2)=0\Rightarrow \begin{cases} R=2 \\ R=10 \end{cases}\Rightarrow |R_1-R_2|=8$$

۲۱. گزینه ۳ درست است.

نقطهٔ برخورد خط $y=x+1$ با محور xها، یعنی $O(-1,0)$ مرکز دایرهٔ کوچک‌تر (دایرهٔ خط‌چین) است. پس اگر O' را مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر بنامیم، با توجه به شرط $OO'=5\sqrt{2}$ داریم:



$$\begin{cases} O'(x,x+1) \\ O(-1,0) \end{cases}$$ چون O' روی خط $y=x+1$ قرار دارد: $\Rightarrow OO'=\sqrt{(x+1)^2+(x+1)^2}$

$$\Rightarrow OO'=|x+1|\sqrt{2}=5\sqrt{2}\Rightarrow |x+1|=5\Rightarrow x=\begin{cases} 4 \\ -6 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مرکزهای ممکن برای دایرهٔ بزرگ‌تر}} \begin{cases} O'_1(4,5) \\ O'_2(-6,-5) \end{cases} \xrightarrow{\text{شعاع‌های ممکن برای دایرهٔ بزرگ‌تر}} \begin{cases} R_1=O'_1A=\sqrt{(4+2)^2+(5-3)^2}=\sqrt{40} \\ R_2=O'_2A=\sqrt{(-6+2)^2+(-5-3)^2}=\sqrt{80} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{معادله‌های دایرهٔ بزرگ‌تر}: \begin{cases} (x-4)^2+(y-5)^2=40 \\ (x+6)^2+(y+5)^2=80 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{محاسبه و ساده کردن}} \begin{cases} x^2+y^2-8x-10y+1=0 \\ x^2+y^2+12x+10y-19=0 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} a+b+c=-8-10+1=-17 \\ a+b+c=12+10-19=3 \end{cases}$$

۲۲. گزینه ۱ درست است.

همان‌طور که در کتاب درسی آمده است، می‌توان با اثبات بازگشتی نشان داد که اگر a و b دو عدد هم‌علامت غیرصفر باشند، آنگاه:

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq ۲$$

ابتدا این رابطه را اثبات می‌کنیم:

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq ۲ \Rightarrow \frac{a^۲+b^۲}{ab}\geq ۲ \overset{\underset{ab>۰}{\times ab}}{\Rightarrow} a^۲+b^۲\geq ۲ab$$

$$\Leftrightarrow a^۲+b^۲-۲ab\geq ۰ \Leftrightarrow (a-b)^۲\geq ۰$$ (رابطهٔ بدیهی)؛

حال در سؤال خودمان اگر برای سهولت محاسبات، تغییر متغیرهای $x+۱=A$ و $y+۲=B$ را انجام دهیم، آنگاه:

$$(x+y+۳)(\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{y+۲})=(A+B)(\frac{۱}{A}+\frac{۱}{B})=\frac{A}{A}+\frac{A}{B}+\frac{B}{A}+\frac{B}{B}=۲+\frac{A}{B}+\frac{B}{A}$$

A و B مثبت هستند، پس هم‌علامت هستند. بنابراین مطابق آنچه بالاتر ثابت کردیم داریم:

$$\frac{A}{B}+\frac{B}{A}\geq ۲ \Leftrightarrow \frac{A}{B}+\frac{B}{A}+۲\geq ۴$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.

گیریم $d=(a,b)$ باشد؛ دراین‌صورت بنابر ویژگی‌های بخش‌پذیری در صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب ریاضیات گسسته داریم:

$$\begin{cases} d\mid a \\ d\mid b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d\mid ma \\ d\mid na \end{cases} \Rightarrow d\mid (ma+nb)=۱ \overset{d\in\mathbb{N}}{\Rightarrow} d=۱$$

پس $(a,b)=۱$، که یعنی دو عدد a و b نسبت به هم اول‌اند (با همین استدلال می‌توان گفت که دو عدد m و n نیز نسبت به‌هم اول‌اند). حال بنابر مطالب پایانی صفحهٔ ۱۳ کتاب ریاضیات گسسته می‌توان نوشت:

$$\Big[(a^۲,ab),[a,b]\Big]=\Big[a\underbrace{(a,b)}_{=۱},|ab|\Big]=\Big[a,|ab|\Big]\underset{\text{بنابر تعریف (ک.م.م)}}{\downarrow}=|ab|$$

۲۴. گزینه ۴ درست است.

نخست توجه کنید که اگر $a\overset{m}{\equiv}b$ و $a\overset{n}{\equiv}b$، آنگاه $a\overset{[m,n]}{\equiv\equiv}b$. در اینجا کافی است بنابر اینکه $۱۱۷=۹\times ۱۳$، پیمانه‌ها را ۹ و ۱۳ در نظر بگیریم. داریم:

$$\begin{cases} ۴^۳\overset{۹}{\equiv}۱ \\ ۴^۲\overset{۱۳}{\equiv}۳\overset{\times ۴}{\Rightarrow}۴^۳\overset{۱۳}{\equiv}۱۲\overset{۱۳}{\equiv}-۱ \overset{\text{به توان }۲}{\Rightarrow} ۴^۶\overset{۱۳}{\equiv}۱ \quad (*) \end{cases}$$

پس با توجه به اینکه طرفین یک رابطهٔ هم‌نهشتی را می‌توان به توان رسانید، در سطر اول محاسبه‌های بالا نیز می‌توانیم بنویسیم $۴^۶\overset{۹}{\equiv}۱$، که به کمک این رابطه و رابطهٔ $(*)$ و مطلب آمده در آغاز پاسخ، خواهیم داشت:

$$(۴^۶)^m\overset{۱۳\times ۹}{\equiv}۱\Rightarrow ۴^{۶m}\overset{۱۱۷}{\equiv}۱ \quad (m\in\mathbb{N})$$

یعنی در صورت سؤال، n باید به‌صورت $۶m$ (مضرب‌های ۶) باشد و درنتیجه:

$$۱۰\leq ۶m\leq ۹۹\Rightarrow ۲\leq m\leq ۱۶\Rightarrow \text{تعداد } m \text{ ها}=(۱۶-۲)+۱=۱۵$$

توجه: آن دسته از دانش‌آموزان که عادت به بهره‌گیری از روش فرما دارند، دقت کنند که اگر در اینجا به روش فرما پیش بروند، به مضرب‌های ۱۲ (گزینهٔ ۲) می‌رسند که خطاست!

۲۵. گزینه ۳ درست است.

عدد ۶ رقمی داده‌شده به جهت اینکه رقم یکان زوج دارد، بر ۲ بخش‌پذیر است. حال برای اینکه این عدد بر ۲۲ نیز بخش‌پذیر باشد، باید بر ۱۱ بخش‌پذیر باشد، پس باید داشته باشیم:

$$\overline{۸a۵b۳۶}\overset{۱۱}{\equiv}۰ \Rightarrow ۶-۳+b-۵+a-۸\overset{۱۱}{\equiv}۰\Rightarrow a+b\overset{۱۱}{\equiv}۱۰\Rightarrow a+b=۱۰ \quad (*)$$

$$\overline{۸a۵b۳۶} \overset{۹}{\equiv} ۸+a+۵+b+۳+۶ \overset{۹}{\equiv} a+b+۴ \overset{(*)}{\underset{۹}{\equiv}} ۱۰+۴ \equiv ۵$$

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم این عدد بر ۹ برابر ۵ است.

۲۶. گزینه ۳ درست است.

بنابر داده‌های سؤال: $a = ۷k+۳$؛ از طرفی $a = b\times ۴ + ۲۳$ است. بنابر شرط باقی‌مانده در الگوریتم تقسیم داریم:

$$r < b \Rightarrow ۲۳ < b \Rightarrow ۲۴ \le b$$

حال داریم:

$$a = ۷k+۳ \Rightarrow a \overset{۷}{\equiv} ۳$$

بنابراین:

$$۴b+۲۳ \overset{۷}{\equiv} ۳ \Rightarrow ۴b \overset{۷}{\equiv} -۲۰ \Rightarrow b \overset{۷}{\equiv} -۵ \overset{۷}{\equiv} ۲ \Rightarrow b = ۷q+۲$$

از طرفی چون $b \ge ۲۴$، بنابراین کوچک‌ترین مقدار طبیعی b، زمانی است که $q = ۴$، که در این صورت: $b = ۳۰$. بنابراین:

$a_{min} = ۳۰\times ۴ + ۲۳ = ۱۴۳ \Rightarrow$ رقم یکان کوچک‌ترین مقدار $a = ۳$

۲۷. گزینه ۲ درست است.

گیریم $d = (۹n+۷, ۱۴n-۴)$، پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d \mid ۱۴n-۴ \\ d \mid ۹n+۷ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid ۹(۱۴n-۴) = ۱۲۶n-۳۶ \\ d \mid ۱۴(۹n+۷) = ۱۲۶n+۹۸ \end{cases} \xrightarrow{\text{d تفاضل را می‌شمارد}} d \mid ۱۲۶n+۹۸-(۱۲۶n-۳۶) \Rightarrow d \mid ۱۳۴$$

از آنجا که $۶۷\times ۲ = ۱۳۴$ و $d > ۲$، پس باید $d = ۶۷$ باشد. درنتیجه $۶۷ \mid ۹n+۷$ و $۶۷ \mid ۱۴n-۴$. بنابر تعریف معادلهٔ هم‌نهشتی می‌توانیم بنویسیم:

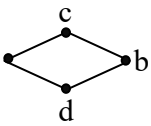
$$۹n \overset{۶۷}{\equiv} -۷ \quad \text{و} \quad -۷ \overset{۶۷}{\equiv} ۶۰ \Rightarrow ۹n \overset{۶۷}{\equiv} ۶۰$$

$$\xrightarrow[\text{دو طرف، تقسیم بر ۳}]{(۳,۶۷)=۱} ۳n \overset{۶۷}{\equiv} ۲۰ \overset{۶۷}{\equiv} ۲۰+۶۷ = ۸۷ \xrightarrow[\text{دو طرف، تقسیم بر ۳}]{(۳,۶۷)=۱} n \overset{۶۷}{\equiv} ۲۹ \Rightarrow n = ۶۷k+۲۹ (k \in \mathbb{N})$$

$\Rightarrow$ کوچک‌ترین مقدار $n = ۶۷\times ۲ + ۲۹ = ۱۶۳ \Rightarrow$ مجموع رقم‌های $۱۶۳ = ۱+۶+۳ = ۱۰$

۲۸. گزینه ۴ درست است.

بررسی گزاره‌ها:

الف) نادرست است؛ زیرا در گراف 

دو رأس a و b متمایزند ولی $N_G(a) = N_G(b) = \{b, c\}$.

ب) درست است؛ زیرا اگر سه رأس از گراف سادهٔ G از مرتبهٔ ۴، تنها باشند باید رأس چهارم نیز تنها باشد (گراف تهی در روبه‌رو) و در گراف‌های ساده، هیچ رأسی طوقه ندارد.

پ) درست است؛ زیرا درجهٔ همهٔ رأس‌ها به‌صورت $\Delta(G) = \delta(G) = r$ درمی‌آید.

ت) نادرست است؛ زیرا گراف فرد - منتظم از مرتبهٔ فرد وجود ندارد.

ث) نادرست است؛ زیرا گراف کامل $K_۸$ دارای $\frac{۸\times ۷}{۲} = ۲۸$ یال است.

درنتیجه تنها گزاره‌های «ب» و «پ» درست هستند.

۲۹. گزینه ۱ درست است.

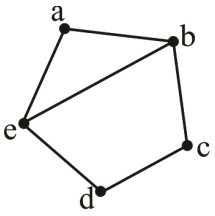
در یک گراف، تعداد مسیرهای به طول صفر با تعداد رأس‌ها و تعداد مسیرهای به طول ۱ با تعداد یال‌ها برابر است. پس در گراف داده‌شده $p = ۶$ و $q = ۵$. از طرفی چون گراف مسیری به طول ۵ دارد، پس گراف ما، همان گراف $P_۶$ است.

تعداد مسیرهای به طول غیرصفر، تعداد کل مسیرها بین رئوس متمایز گراف است. چون در گراف P_n بین هر دو رأس، یک و تنها یک مسیر وجود دارد، پس تعداد کل مسیرها بین رئوس متمایز برابر است با $\binom{n}{۲}$؛ بنابراین:

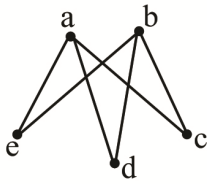
$P_۶$ تعداد مسیرهای به طول غیرصفر در گراف $= \binom{۶}{۲} = ۱۵$

۳۰. گزینه ۲ درست است.

چون G رأس با درجهٔ ۱ ندارد، درجه‌های رأس‌هایش به‌صورت $۳,۳,۲,۲,۲$ هستند؛ یعنی G از مرتبهٔ ۵ است. گرافی با درجه‌های رئوس یادشده را به دو صورت می‌توان رسم کرد:

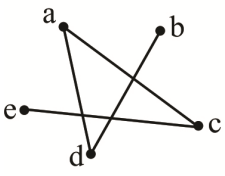


$(G_۱)$

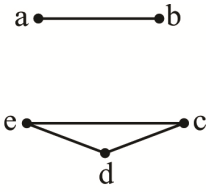


$(G_۲)$

در این صورت داریم:



$(\overline{G}_۱)$



$(\overline{G}_۲)$

همان‌گونه که روشن است، $\overline{G}_۱$ همبند است و همان مکمل گراف مورد نظر ماست همان‌گونه که پیداست، در گراف $G_۱$ سه دور $\underbrace{abcdea}_{\text{با طول ۵}}$، $\underbrace{ebcde}_{\text{با طول ۴}}$ و $\underbrace{abea}_{\text{با طول ۳}}$ وجود دارند که دو دور، با طول فرد هستند.

فیزیک

۳۱. گزینه ۱ درست است.

گام اول: کل زمان حرکت را ΔT در نظر می‌گیریم. جابه‌جایی متحرک در هر قسمت برابر است با:

$$\Delta x_۱ = v_۱\Delta t_۱ \Rightarrow \frac{\Delta x}{۲} = ۳۰\Delta t_۱ \Rightarrow \Delta t_۱ = \frac{\Delta x}{۶۰}$$

$$\Delta x_۲ = v_۲\Delta t_۲ \Rightarrow \frac{\Delta x}{۶} = ۱۰\Delta t_۲ \Rightarrow \Delta t_۲ = \frac{\Delta x}{۶۰}$$

$$\Delta x_۳ = v\Delta t_۳ \Rightarrow \frac{\Delta x}{۳} = v\Delta t_۳ \Rightarrow \Delta t_۳ = \frac{\Delta x}{۳v}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $\overline{v} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \ldots}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \ldots}$ می‌توانیم v را به‌دست آوریم.

$$۱۵ = \frac{\cancel{\Delta x}}{\frac{\Delta x}{۶۰} + \frac{\Delta x}{۶۰} + \frac{\Delta x}{۳v}} \Rightarrow ۱۵ = \frac{۱}{\frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{۳v}} \Rightarrow v = ۱۰\frac{m}{s}$$

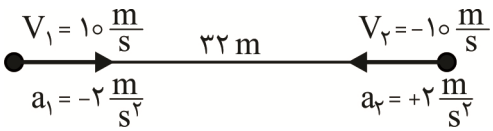
$$\frac{\Delta x}{\cancel{\Delta x}(\frac{\cancel{۱}}{\cancel{۶۰}} + \frac{\cancel{۱}}{\cancel{۶۰}} + \frac{۱}{۳v})}$$

$$\frac{۲}{۲۰} \text{ یا } \frac{۱}{۳۰}$$

(دوازدهم - فصل ۱، صفحات ۱۲ و ۱۳)

۳۲. گزینه ۴ درست است.

حرکت دو متحرک کندشونده بوده و لذا قطعاً دچار تغییر جهت می‌شوند و مطابق فرض، یک‌بار قبل از تغییر جهت و یک‌بار بعد از آن، از کنار یکدیگر می‌گذرند. مکان اولی را مبدأ مختصات فرض کنید:



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -t^2 + 10t \\ x_2 = +t^2 - 10t + 32 \end{cases}$$

در لحظات تلاقی: $x_1 = x_2 \Rightarrow -t^2 + 10t = +t^2 - 10t + 32$

$$\Rightarrow 2t^2 - 20t + 32 = 0 \Rightarrow t^2 - 10t + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-8) = 0 \Rightarrow t = \begin{cases} 2s \\ 8s \end{cases}$$

که دومین لحظه تلاقی مورد نظر است. (فصل ۱، صفحات ۱۵، ۱۶، ۱۷)

۳۳. گزینه ۲ درست است.

گام اول: حرکت شامل سه مرحله است. در مرحله اول با شتاب ثابت انجام می‌شود از معادله مستقل از زمان شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0 = 0} 10^2 = 2 \times a \times 25 \rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

در این مرحله سرعت متحرک را در لحظه $t = 3s$ حساب می‌کنیم تا بعداً بتوانیم شتاب متوسط را به‌دست آوریم:

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 2 \times 3 = 6\frac{m}{s}$$

گام دوم: مرحله دوم حرکت متحرک با سرعت ثابت انجام شده است. از معادلهٔ $\Delta x = vt$، مدت‌زمان این حرکت را حساب می‌کنیم:

$$50 = 10t \rightarrow t = 5s$$

گام سوم: مرحله سوم حرکت کندشونده با شتاب ثابت است و پس از $2s$ به‌سرعت صفر رسیده است.

گام چهارم: از رابطهٔ شتاب متوسط یعنی $a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$، برای بازهٔ $t_1 = 3s$ تا لحظهٔ توقف، استفاده می‌کنیم. قبل از آن لحظه توقف را می‌یابیم. مدت‌زمان کل حرکت برابر $2 + 5 + 5 = 12s$ است و از لحظه $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 12s$ می‌توان نوشت:

$$v_2 = 0 \ , \ v_1 = 6\frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{0 - 6}{12 - 3} \rightarrow a_{av} = -\frac{2}{3}\frac{m}{s^2}$$

(فصل ۱، صفحات ۱۵ تا ۲۰)

۳۴. گزینه ۴ درست است.

برای گلوله B:

$$h_B = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=10s} h_B = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 500m$$

برای گلوله A:

$$h' = h - 375 = 500 - 375 = 125m$$

$$h' = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 125 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = 5s$$

پس t' را به‌دست می‌آوریم:

$$t' = 10 - 5 = 5s$$

پس گلوله A، $5s$ دیرتر از گلوله B رها می‌شود. درنتیجه $1s$ در حرکت است.

فاصله دو گلوله در لحظه $t = ۶s$:

$$\Delta y_A = \frac{۱}{۲}gt^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۱^۲ = ۵m$$

$$\Delta y_B = \frac{۱}{۲}gt^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۶^۲ = ۱۸۰m$$

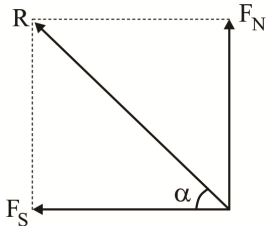
حال فاصله دو گلوله A و B در لحظهٔ $t = ۶s$:

$$\Delta h = |\Delta y_B - \Delta y_A| = |۱۸۰ - ۵| = ۱۷۵m$$

(فصل ۱، صفحات ۲۳ ، ۲۴)

۳۵. گزینه ۳ درست است.

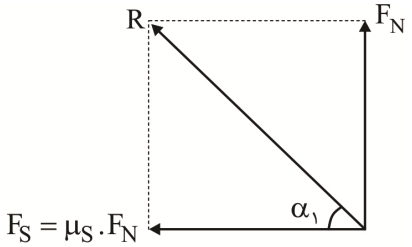
از لحظهٔ نخست تا لحظهٔ رسیدن جسم به آستانه حرکت، نیروی اصطکاک سکونی به‌تدریج افزایش یافته و زاویه نیروی سطح با نیروی اصطکاک کاهش می‌یابد:



$$\left.\begin{array}{l} F_N: \text{ثابت} \\ F_S: \text{افزایش} \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha: \text{کاهش}$$

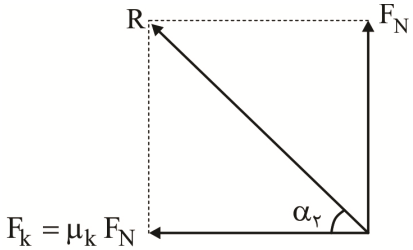
حداقل زاویه هنگامی رقم می‌خورد که جسم در آستانه حرکت باشد. بلافاصله بعد از این لحظه جسم به حرکت درآمده و اصطکاک جنبشی که مقدار آن کوچک‌تر است به جسم وارد می‌شود که موجب می‌گردد زاویه نیروی سطح با نیروی اصطکاک افزایش یافته و روی مقداری معیّن ثابت بماند. روابط زیر تنها برای توضیح بیشتر تقدیم شما می‌گردد:

در آستانه حرکت:



$$\tan\alpha_۱ = \frac{F_N}{\mu_s . F_N} \Rightarrow \tan\alpha_۱ = \frac{۱}{\mu_s}$$

در خلال حرکت:

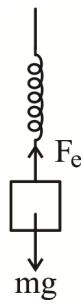


$$\tan\alpha_۲ = \frac{F_N}{\mu_K . F_N} \Rightarrow \tan\alpha_۲ = \frac{۱}{\mu_K}$$

با مقایسه $\tan\alpha$ در دو حالت واضح است که چون $\mu_S > \mu_K$ می‌باشد، $\alpha_۲ > \alpha_۱$ بوده و با به حرکت درآمدن جسم، زاویه نیروی سطح با نیروی اصطکاک افزایش یافته و بر روی مقداری معین ثابت می‌ماند. (فصل ۲، مسائل ترکیبی نیروهای خاص)

۳۶. گزینه ۴ درست است.

گام اول: در حالت اول شتاب آسانسور به طرف پایین است و با توجه به نیروهای وارد بر جسم از قانون دوم نیوتن و رابطه نیروی کشسانی فنر می‌توان نوشت:



$$mg - F_e = ma \xrightarrow{F_e = K(L - L_۰)}$$

$$K(L - L_۰) = mg - ma \qquad (۱)$$

در حالت دوم حرکت جسم به طرف پایین و کندشونده است. پس شتاب جسم رو به بالا است و می‌توان نوشت:

$$F'_e - mg = ma'$$

$$K(L' - L_۰) = mg + ma' \qquad (۲)$$

گام دوم: اگر طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) را از یکدیگر کم کنیم می‌توان نوشت:

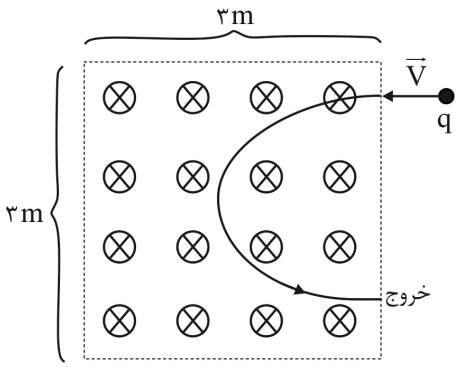
$$K(L'-L_\circ)-K(L-L_\circ)=mg+ma'-mg+ma$$

$$K(L'-L)=m(a'+a)\xrightarrow[a'=۲,\,a=۱\frac{m}{s^۲}]{L'-L=۶cm}K(۶cm)=۲(kg)\times ۳\frac{m}{s^۲}$$

$$K=\frac{۶N}{۶cm}\rightarrow K=۱\frac{N}{cm}$$

(فصل ۲، مسائل ترکیبی نیروهای خاص)

۳۷. گزینه ۳ درست است.



نیروی مغناطیسی وارد بر ذره برای آن در حکم نیروی جانب مرکز بوده و ذره پس از طی یک مسیر نیم‌دایره‌ای، از معرض میدان خارج می‌شود. ابتدا شعاع این مسیر دایره‌ای را تعیین می‌کنیم:

$$F_B=m\frac{v^۲}{r}\Rightarrow q.\cancel{v}.B=m\frac{v^{\cancel{۲}}}{r}$$

$$\Rightarrow r=\frac{m.v}{q.B}=\frac{۴\times ۱۰^{-۶}\times ۱۰^۲}{۱۰^{-۵}\times ۴۰}=۱m$$

مسافت طی‌شده توسط ذره نصف محیط دایره است.

$$v=\frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\Delta t}=\frac{\pi.R}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{\pi.R}{v}=\frac{۳\times ۱}{۱۰۰}=۰/۰۳s=۳۰ms$$

(فصل ۲، صفحات ۴۹ تا ۵۲)

۳۸. گزینه ۴ درست است.

$$T=\frac{۱}{۵}=۰/۲s \qquad \omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۰/۲}=۱۰\pi\ \frac{rad}{s}$$

$$x=\frac{d}{۲}-\frac{d}{۴}=\frac{d}{۴}$$

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow[A=\frac{d}{۲}]{x=\frac{d}{۴}}\frac{d}{۴}=\frac{d}{۲}\cos ۱۰\pi t$$

$$\cos ۱۰\pi t=\frac{۱}{۲}=\cos\frac{\pi}{۳}$$

$$۱۰\pi t=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t=\frac{۱}{۳۰}s$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ تا ۶۴)

۳۹. گزینه ۱ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) با توجه به اینکه متحرک در مدت ۰/۵ دقیقه ۱۲۰ بار طول مسیر را می‌پیماید می‌توان نتیجه گرفت که در مدت ۰/۵ دقیقه $\frac{۱۲۰}{۲}=۶۰$ نوسان کامل انجام می‌دهد. پس از رابطه $T=\frac{t}{n}$ دورهٔ نوسان را حساب می‌کنیم:

$$T=\frac{۳۰s}{۶۰}=\frac{۱}{۲}s$$

پس «الف» نادرست است.

ب) همچنین بسامد زاویه‌ای نوسان را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \frac{rad}{s}$$

بیشینه شتاب متحرک را حساب می‌کنیم:

$$a_m = A\omega^2 \xrightarrow{A=10cm} a_m = 0/1 \times (4\pi)^2 = 0/16 \frac{m}{s^2}$$

پس «ب» درست است.

پ) از رابطه $S_{av} = \frac{l}{t}$ به‌ازای $l = 0/2m$ و $t = \frac{T}{2} = \frac{1s}{4}$ داریم:

$$S_{av} = \frac{0/2}{\frac{1}{4}} = 0/8 \frac{m}{s}$$

پس «پ» نادرست است.

ت) مدت‌زمان $\frac{T}{4}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T}{4} = \frac{\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{8}s$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲، ۶۳ و ۶۷)

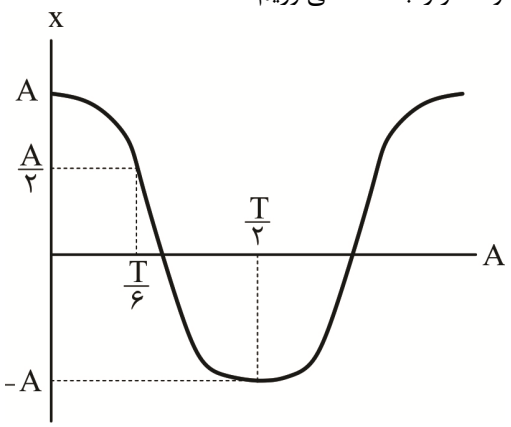
۴۰. گزینه ۴ درست است.

گام اول: ابتدا دوره تناوب نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{3}{5}\pi} \frac{3}{5}\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{10}{3}s$$

$$\frac{5}{9}s \le t < \frac{5}{3}s \Rightarrow \frac{T}{6} \le t < \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} - \frac{T}{6} = \frac{T}{3} = \frac{\frac{10}{3}}{3} = \frac{10}{9}s$$

گام دوم: با استفاده از نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده، جابه‌جایی نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:



$$|\Delta x| = |-A - \frac{A}{2}| = \frac{3}{2}A(cm)$$

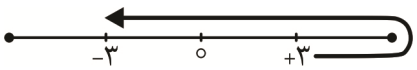
گام سوم: با استفاده از فرمول سرعت متوسط داریم:

$$|V_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow 5/4 = \frac{\frac{3}{2}A}{\frac{10}{9}} \Rightarrow A = 4cm$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ تا ۶۴)

۴۱. گزینه ۲ درست است.

از فرض مسأله مشخص است که ابتدا ذره به نقطه بازگشت نزدیک شده و در ادامه به قرینه مکان اولیه می‌رود. با کمی دقت مشخص می‌شود که ذره به‌اندازه نصف نوسان کامل را طی کرده و طبعاً این حرکت به‌اندازه نصف دوره تناوب یعنی ۲ ثانیه طول می‌کشد:



$$\overline{V}_{max} = \frac{\Delta x}{\Delta t_{min}} \Rightarrow \overline{V}_{max} = \frac{6cm}{2s} = 3\frac{cm}{s}$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ و ۶۳)

۴۲. گزینه ۱ درست است.

گام اول: ابتدا دوره نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = 4s \Rightarrow \frac{2T}{3} = 4 \Rightarrow T = 6s$$

www.sanjeshserv.ir
@sanjesheducationgroup
@sanjeshserv
کانال‌های ارتباطی:

گام دوم: بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۶} = \frac{\pi}{۳}\ \frac{rad}{s}$$

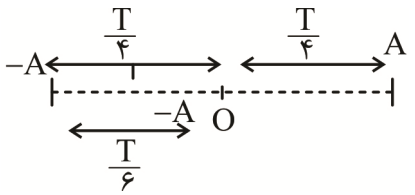
گام سوم: با توجه به رابطه بیشینه سرعت نوسانگر داریم:

$$V_{max} = A\omega \Rightarrow V_{max} = ۳ \times \frac{\pi}{۳} = \pi(\frac{m}{s})$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲، ۶۳، ۶۴ و ۶۷)

۴۳. گزینه ۲ درست است.

گام اول: دوره نوسان را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{T}{۴} + \frac{T}{۴} + \frac{T}{۶} = ۴ \Rightarrow T = ۶s$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $x = A\cos\omega t$ معادله نوسانگر را می‌توان نوشت:

$$x = A\cos\omega t \qquad \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۶} = \frac{\pi}{۳}\frac{rad}{s} \qquad x = ۰/۰۶\cos\frac{\pi}{۳}t$$

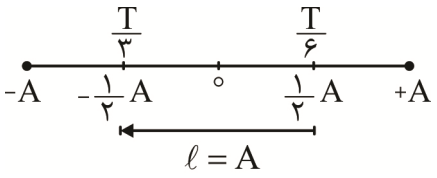
(فصل ۳، صفحات ۶۲، ۶۳، ۶۴)

۴۴. گزینه ۱ درست است.

ثابت می‌شود بین شتاب و مکان یک نوسانگر رابطه زیر وجود دارد:

$$\left.\begin{array}{l} a = -\omega^۲ x \\ ۲a + ۵۰x = ۰ \Rightarrow a = -۲۵x \end{array}\right\} \Rightarrow \omega^۲ = ۲۵ \Rightarrow \omega = ۵ \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\omega} \cong \frac{۲\times۳}{۵} = ۱/۲s$$

برای تحقق حداقل زمان، می‌بایست حول مبدأ که در آن سرعت نوسانگر بیشینه است حرکت کنیم. پس کافی است از مکان $x = \frac{۱}{۲}A$ به $x = -\frac{۱}{۲}A$ منتقل شویم.



$$\Rightarrow \Delta T = \frac{T}{۳} - \frac{T}{۶} = \frac{T}{۶} \Rightarrow \Delta T = \frac{۱/۲}{۶} = ۰/۲s$$

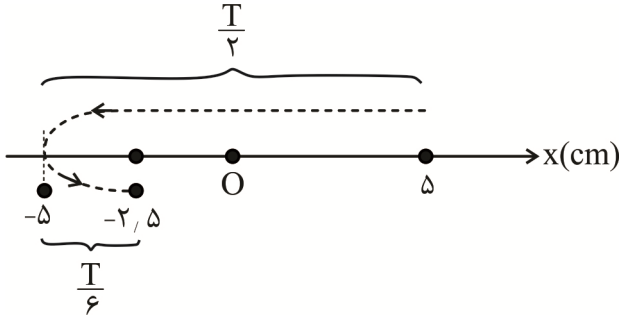
(فصل ۳، صفحات ۶۲، ۶۳ و ۶۴)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

گام اول: با استفاده از دورهٔ جرم و فنر یعنی $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$، داریم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{۰/۱}{۴۰}} = \frac{۲\pi}{۲۰} = \frac{\pi}{۱۰} \simeq \frac{۳}{۱۰}s$$

گام دوم: با توجه به الگوهای زمانی خاص و مطابق شکل زیر مدت‌زمان موردنظر را حساب می‌کنیم:



$$\Delta t = \frac{T}{۲} + \frac{T}{۶} = \frac{۴T}{۶} = \frac{۲}{۳}T$$

$$\Delta t = \frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۱۰} = ۰/۲s$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ تا ۶۵)

۴۶. گزینه ۳ درست است.

گام اول: ابتدا بسامد زاویه‌ای سامانه جرم فنر را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{۸۰}{۲۰۰ \times ۱۰^{-۳}}} = ۲۰ \frac{rad}{s}$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ بیشینه سرعت داریم:

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow ۵ = A \times ۲۰ \Rightarrow A = ۰/۲۵m = ۲۵cm$$

گام سوم: در نهایت داریم:

$$\begin{matrix} x_{min} = ۱۰cm \\ A = ۲۵cm \end{matrix} \Rightarrow A = \frac{x_{max} - x_{min}}{۲} \Rightarrow ۲۵ = \frac{x_{max} - ۱۰}{۲} \Rightarrow x_{max} = ۶۰cm$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ تا ۶۵)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

طبق رابطه $T = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$، با افزایش طول آونگ، دوره تناوب آن افزایش یافته و طبق فرض ۲۰٪ زیاد می‌شود:

$$T_۲ = T_۱ + \frac{۲۰}{۱۰۰}T_۱ = \frac{۶}{۵}T_۱$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \begin{cases} \rightarrow \text{برابر } \frac{۳۶}{۲۵} \\ \leftarrow \text{برابر } \frac{۶}{۵} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \ell_۲ = \frac{۳۶}{۲۵}\ell_۱ = \ell_۱ + ۱۱cm \Rightarrow \frac{۱۱}{۲۵}\ell_۱ = ۱۱ \Rightarrow \ell_۱ = ۲۵cm$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \xrightarrow{g \cong \pi^۲} T = ۲\sqrt{\ell}$$

$$\ell_۱ = ۲۵cm \Rightarrow T_۱ = ۲\sqrt{\frac{۲۵}{۱۰۰}} = ۱s$$

$$\ell_۲ = ۳۶cm \Rightarrow T_۲ = ۲\sqrt{\frac{۳۶}{۱۰۰}} = ۱/۲s$$

تعداد نوسان‌های کامل در مدت یک دقیقه $= N = \frac{۶۰}{T}$:

$$N_۱ = \frac{۶۰}{T_۱} = \frac{۶۰}{۱} = ۶۰ \text{ نوسان}$$

$$N_۲ = \frac{۶۰}{T_۲} = \frac{۶۰}{۱/۲} = ۵۰ \text{ نوسان}$$

تفاوت تعداد نوسان‌ها $= N_۱ - N_۲ = ۱۰$ نوسان

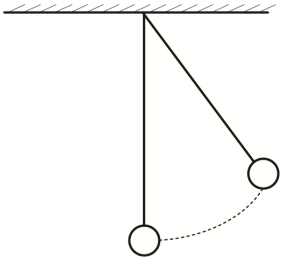
(فصل ۳، صفحات ۶۶، ۶۷)

۴۸. گزینه ۳ درست است.

گام اول: دوره تناوب آونگ را درصورتی‌که مانعی در مسیر آونگ نبوده، محاسبه می‌کنیم.

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

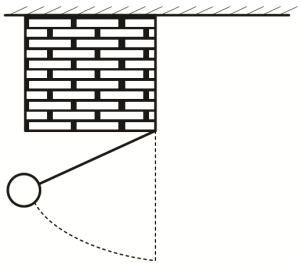
$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{۰/۳۶}{\pi^۲}} = ۲(۰/۶) = ۱/۲s$$



گام دوم: با توجه به‌شکل، حرکت آونگ تا رسیدن به دیواره، $\frac{۱}{۴}$ نوسان است و مدت‌زمان این نوسان برابر است با:

$$t = \frac{T}{۴} = \frac{۱/۲}{۴} = ۰/۳s$$

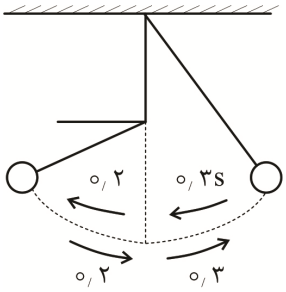
گام سوم: پس از درگیر شدن با مانع (دیوار) فقط قسمت پایین آونگ قادر به نوسان است و طول آونگ تغییر می‌کند. در این حالت دوره آونگ برابر می‌شود با:



$$T' = ۲\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} \quad , \; L' = ۳۶ - ۲۰ = ۱۶cm$$

$$T' = ۲\pi\sqrt{\frac{۰/۱۶}{\pi^۲}} \Rightarrow T' = ۰/۸s$$

حرکت این آونگ تا از راستای قائم انتهای مسیر نیز $\frac{۱}{۴}$ نوسان است و مدت‌زمان این نوسان را می‌توان چنین به‌دست‌آورد.



$$t' = \frac{T'}{۴} = \frac{۰/۸}{۴} = ۰/۲s$$

گام ۴: مدت‌زمان یک نوسان کامل آونگ را حساب می‌کنیم.

$$T = ۲t + ۲t' \longrightarrow T = ۲\times۰/۳ + ۲\times۰/۲ = ۱s$$

(فصل ۳، صفحات ۶۴ تا ۶۷)

۴۹. گزینه ۴ درست است.

گام اول: با توجه به اینکه انرژی مکانیکی نوسانگر برابر بیشترین انرژی جنبشی یا بیشترین انرژی پتانسیل آن است و در وسط مسیر انرژی جنبشی بیشینه است داریم:

$$E_۱ = K_{max_۱} = ۲J$$

گام دوم: می‌دانیم انرژی مکانیکی نوسانگر متناسب با مجذور بسامد آن است، پس انرژی مکانیکی نوسانگر در حالت دوم برابر است با:

$$\frac{E_۲}{E_۱} = \left(\frac{f_۲}{f_۲}\right)^۲ \times \left(\frac{A_۲}{A_۱}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_۲}{۲} = \left(\frac{۲}{۱}\right)^۲ \times ۱ \Rightarrow E_۲ = ۸J$$

گام سوم: از رابطه $E = K + U$ انرژی پتانسیل نوسانگر را در حالت دوم و به‌ازای $K = ۲J$ حساب می‌کنیم:

$$۸ = ۲ + U_۲ \rightarrow U_۲ = ۶J$$

(فصل ۳، صفحات ۶۵ تا ۶۷)

۵۰. گزینه ۳ درست است.

به‌عنوان یک روش سریع و زیبا، با معلوم بودن نسبت سرعت در هر نقطه به سرعت بیشینه، نسبت انرژی جنبشی به انرژی کل و در ادامه نسبت انرژی پتانسیل به انرژی کل مشخص می‌شود. توجه کنید انرژی جنبشی با مجذور سرعت متناسب است.

$$v_۱ = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow \frac{v}{v_{max}} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \begin{cases} K = \frac{۱}{۹}E \\ U_۱ = \frac{۸}{۹}E \end{cases}$$

$$v_۲ = ۴\frac{m}{s} \Rightarrow \frac{v}{v_{max}} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \begin{cases} K = \frac{۴}{۹}E \\ U_۲ = \frac{۵}{۹}E \end{cases}$$

با توجه به نمودار : $U_۱ - U_۲ = ۱۰\,mJ \Rightarrow \frac{۸}{۹}E - \frac{۵}{۹}E = ۱۰\,mJ \Rightarrow \frac{۳}{۹}E = ۱۰\,mJ \Rightarrow E = ۳۰\,mJ$

$\frac{۳}{۹}$ ↘ ، ↓ $۳۰\,mJ$

(فصل ۳، صفحات ۶۶، ۶۷)

۵۱. گزینه ۱ درست است.

گام اول: با استفاده از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$، گستره طول آونگی را که با بسامد زاویه‌ای $۵\frac{rad}{s}$ تا $۶\frac{rad}{s}$ دچار تشدید می‌شوند، حساب می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \xrightarrow[g=۱۰]{\omega_۱=۵} ۵ = \sqrt{\frac{۱۰}{L_۱}} \Rightarrow L_۱ = ۰/۴m = ۴۰\,cm$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \xrightarrow[g=۱۰]{\omega_۲=۶} ۶ = \sqrt{\frac{۱۰}{L_۲}} \Rightarrow L_۲ = ۲۷/۷cm$$

گام دوم: برای اینکه آونگ با دامنه بزرگ‌تری نوسان کند بایستی طول آونگ برابر L یا $L_۲$ باشد. بنابراین از طول آونگ بایستی کاسته شود.

$۵۰ - ۴۰ = ۱۰\,cm$ یا $۵۰ - ۲۷/۷ = ۲۲/۳cm$

(فصل ۳، ص ۶۸)

۵۲. گزینه ۲ درست است.

گام اول: با توجه به نمودار نقش موج، طول موج و بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{۴} = ۵۰ \Rightarrow \frac{۵\lambda}{۴} = ۵۰ \Rightarrow \lambda = ۴۰\,m$$

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{۴۰}{۲۰} = ۲s$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۲} = \pi(\frac{rad}{s})$$

حال تندی بیشینه هر ذره را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow v_{max} = ۱۰ \times ۱۰^{-۲} \times ۳ = ۳ \times ۱۰^{-۱}\,\frac{m}{s}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{v_{\text{موج}}}{v_{max}} = \frac{۲۰}{۳\times۱۰^{-۱}} = \frac{۲۰۰}{۳}\frac{m}{s}$$

(فصل ۳، صفحات ۷۰ و ۷۱)

۵۳. گزینه ۲ درست است.

گام اول: ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{۲} = ۳۰ \Rightarrow \frac{۳\lambda}{۲} = ۳۰ \Rightarrow \lambda = ۲۰\,cm$$

گام دوم: حال تندی انتشار موج و بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{۴۵}{۱/۸}} = ۵\frac{m}{s}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{۲۰\times۱۰^{-۲}}{۵} = ۰/۰۴s$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{۰/۰۴} = ۵۰\pi\frac{rad}{s}$$

گام سوم: با توجه به‌صورت مسئله داریم:

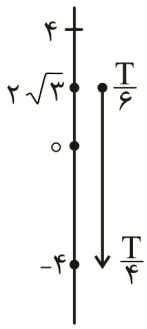
$$\frac{\text{تندی انتشار موج } v}{\text{ذرات } v_{max}} = ۰/۵ \Rightarrow \frac{v}{A\omega} = ۰/۵ \Rightarrow \frac{۵}{A\times۵۰\pi} = ۰/۵ \Rightarrow A = \frac{۱}{۵\pi}(m)$$

گام چهارم: بیشنیه شتاب ذرات را داریم:

$$a_{max} = A\omega^{۲} \Rightarrow a_{max} = \frac{۱}{۵\pi}\times(۵۰\pi)^{۲} = ۵۰۰\pi\frac{m}{s^{۲}}$$

(فصل ۳، صفحات ۷۰ تا ۷۳)

۵۴. گزینه ۳ درست است.



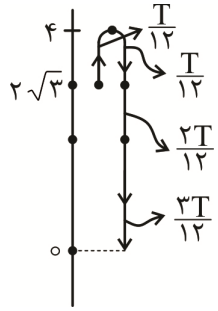
گام اول: در حالت اول موج به طرف راست حرکت می‌کند، پس ذرهٔ M در حال پایین آمدن است و تا لحظه‌ای که به مکان $x = -۴cm$ می‌رسد برای اولین‌بار شتاب ذره بیشینه می‌شود. با توجه به الگوی زمانی خاص دورهٔ موج مشخص می‌کنیم:

$$\frac{y_M}{A} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow y_M = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$$

$$\Delta t = \frac{T}{۶} + \frac{T}{۴} \rightarrow \frac{۱}{۱۲} - ۰ = \frac{۲T + ۳T}{۱۲} \rightarrow ۵T = ۱ \rightarrow T = \frac{۱}{۵} = ۰/۲s$$

گام دوم: در حالت دوم موج به طرف چپ حرکت می‌کند در لحظه $t = ۰$ ذره M در حرکت به‌طرف بالاست و با توجه به $T = ۰/۲s$، بازهٔ زمانی $\Delta t = \frac{۷}{۶۰} - ۰ = \frac{۷}{۶۰}s$ را در نظر می‌گیریم و نسبت $\frac{\Delta t}{T}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۷}{۶۰}}{۰/۲} = \frac{۷}{۱۲} \rightarrow \Delta t = \frac{۷}{۱۲}T \rightarrow t = \frac{۷}{۱۲}T$$



گام سوم: اکنون با استفاده از الگوهای زمانی خاص مکان ذره را در لحظهٔ $t = \frac{۷}{۱۲}T$ مشخص می‌کنیم. با توجه به‌شکل مقابل می‌توان دریافت در لحظه $t = \frac{۷}{۱۲}T = \frac{۷}{۶۰}s$، ذرهٔ M در مکان $y = -۴cm$ است.

گام چهارم: اکنون مسافت طی‌شده و سپس تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$۴ - ۲\sqrt{۳} = ۴ - ۲\times۱/۷ = ۰/۶cm$$

$$\ell = ۰/۶ + ۴ + ۴ = ۸/۶cm$$

$$S_{av}=\frac{۸/۶\times۱۰^{-۲}\,m}{\frac{۷}{۶۰}}=\frac{۵۱۶}{۷}\times۱۰^{-۲}=۰/۷۳$$

(فصل ۳، صفحات ۷۰ تا ۷۳)

۵۵. گزینه ۳ درست است.

گام اول: با توجه به نقش دو موج، نسبت طول موج و دامنه دو موج را تعیین می‌کنیم.

$$\frac{۳\lambda_A}{۲}=\lambda_B\Rightarrow\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{۳}{۲}$$

$$\frac{A_A}{A_B}=\frac{A}{\frac{۱}{۳}A}=۳\Rightarrow A_B=\frac{۱}{۳}A_A$$

گام دوم: سرعت انتشار دو موج یکسان و برابر است. (هر دو موج در یک طناب منتشر می‌شوند.)

پس می‌توانیم بنویسیم: $v_A=v_B\xrightarrow{f=\frac{v}{\lambda}}\frac{f_B}{f_A}=\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{۲}{۳}$

گام سوم: مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) با مربع دامنه $(A^۲)$ و مربع بسامد $(f^۲)$ موج متناسب است. بنابراین:

$$\frac{\overline{P}_B}{\overline{P}_A}=(\frac{A_B}{A_A})^۲\times(\frac{f_B}{f_A})^۲$$

$$\frac{\overline{P}_B}{\overline{P}_A}=\left(\frac{۱}{۳}\right)^۲\times\left(\frac{۲}{۳}\right)^۲=\frac{۴}{۸۱}$$

(فصل ۳، صفحات ۷۰ تا ۷۳)

شیمی

۵۶. گزینه ۴ درست است.

عبارت‌های «الف» ، «پ» و «ت» درست است.

الف: بخش ناقطبی آن دارای ۵۲ اتم (۱۷ اتم کربن و ۳۵ اتم هیدروژن) است که شمار اتم‌های آن دو برابر شمار اتم‌ها در $C_۸H_{۱۸}$ است.

ب: فرمول مولکولی اوره $CO(NH_۲)_۲$ است که در مجموع دارای هشت اتم است. تعداد اتم هیدروژن اسید چرب داده شده ۳۶ است.

پ: نسبت درصد جرمی کربن در این ترکیب ۶ برابر درصد جرمی هیدروژن است.

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}}=\frac{۱۲\times۱۸}{۳۶}=۶$$

ت: در اسیدهای چرب نیروی بین مولکولی غالب از نوع وان‌درووالس است. مخلوط چربی‌ها با آب و صابون منجر به تولید کلویید می‌شود که ناهمگن و پایدار است.

۵۷. گزینه ۲ درست است.

فرمول شیمیایی این پاک‌کننده به‌صورت $C_{۱۶}H_{۳۳}COONH_۴$ است. معادله واکنش این ماده با منیزیم‌کلرید به‌صورت زیر است:

$$۲C_{۱۶}H_{۳۳}COONH_۴+MgCl_۲\longrightarrow(C_{۱۶}H_{۳۳}COO)_۲Mg+۲NH_۴Cl$$

جرم صابون رسوب کرده برابر است با: $۸۶/۱g\times\frac{۵۰}{۱۰۰}=۴۳/۰۵g$

حال جرم $Mg^{۲+}$ موجود در آب را محاسبه می‌کنیم:

$$۴۳/۰۵g\ \text{صابون}\times\frac{۱mol\ \text{صابون}}{۲۸۷g\ \text{صابون}}\times\frac{۱molMg^{۲+}}{۲mol\ \text{صابون}}\times\frac{۲۴gMg^{۲+}}{۱molMg^{۲+}}=۱/۸gMg^{۲+}$$

حال می‌توان غلظت Mg^{2+} را محاسبه کرد:

$$\text{غلظت ppm} = \frac{1/8g}{2000} \times 10^6 = 900$$

۵۸. گزینه ۲ درست است.

ترکیب B الکلی قطبی با سه گروه هیدروکسیل است. این ترکیب از آبکافت استرهای سنگین سه عاملی تولید می‌شود. (روغن زیتون استری سنگین است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ترکیب A پاک‌کننده غیرصابونی است. پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند و فقط برهم کنش فیزیکی دارند.

۳) فرمول شیمیایی ترکیب A به‌صورت $C_{18}H_{29}SO_3Na$ است که اتم‌های هیدروژن آن از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

۴) سدیم‌کلرید ترکیبی یونی است و از مولکول مجزا و مستقل تشکیل نشده است.

۵۹. گزینه ۴ درست است.

ابتدا مولار اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$M = \frac{10ad}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 2 \times 1/3}{130} = 2 mol.L^{-1}$$

برای تعیین غلظت هیدرونیوم می‌توان نوشت:

$$\underset{2-x}{HA} \rightleftharpoons \underset{x}{H^+} + \underset{x}{A^-}$$

$$2 - x = 19/5(2x) \Rightarrow 2 - x = 39x \Rightarrow x = 0/05$$

برای تعیین pH داریم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 5 \times 10^{-2} = 1/3$$

۶۰. گزینه ۱ درست است.

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 49 \times 10^4 [OH^-]^2 = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{1}{7} \times 10^{-9} \ mol.L^{-1}$$

$$[H^+] = 49 \times 10^4 \times \frac{1}{7} \times 10^{-9} = 7 \times 10^{-5} \ mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 7 \times 10^{-5} = -(0/85 - 5) = 4/15$$

۶۱. گزینه ۱ درست است.

نمودار «الف» نادرست است؛ زیرا K_a اسیدها، فقط تابع دماست و با تغییر غلظت تغییر نمی‌کند.

نمودار «ب» درست است؛ زیرا $[H^+][OH^-]$ فقط تابع دماست.

نمودار «پ» نادرست است؛ زیرا پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب سخت خاصیت پاک‌کنندگی خود را از دست نمی‌دهند.

نمودار «ت» نادرست است؛ زیرا محلول متانول در آب غیرالکترولیت است و رسانایی الکتریکی ندارد.

۶۲. گزینه ۲ درست است.

عبارت‌های اول و دوم درست است.

- با افزودن آب به محلول HCl و دو برابر کردن حجم محلول، pH آن ۰/۳ واحد افزایش می‌یابد.

- ۰/۲ مول سدیم هیدروکسید با ۰/۱ مول سولفوریک اسید طبق معادله زیر واکنش می‌دهد.

$$2NaOH + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$$

۶۳. گزینه ۳ درست است.

فقط عبارت‌های دوم و پنجم درست هستند.

عبارت اول: نادرست است. از انحلال یک مول سدیم‌اکسید ۴ مول یون و از انحلال یک مول منیزیم‌کلرید ۳ مول یون وارد آب می‌شود.

$$Na_2O(s) + H_2O(l) \longrightarrow 2Na^+(aq) + 2OH^-(aq)$$

$$MgCl_2(s) \xrightarrow{\text{در آب}} Mg^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq)$$

عبارت سوم نادرست است. $CO(NH_2)_2$ (اوره) مانند CH_3COOH (استیک اسید) قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با

@sanjesheducationgroup
@sanjeshserv
کانال‌های ارتباطی:
www.sanjeshserv.ir

مولکول‌های آب را دارد.

عبارت چهارم نادرست است. معادله یونش HCN مانند معادله یونش HNO_2 برگشت‌پذیر است. زیرا هر دو اسید، ضعیف هستند.

۶۴. گزینه ۳ درست است.

ابتدا مول اسید و باز را با استفاده از pH های داده‌شده به‌دست می‌آوریم:

$$pH = ۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱} \overset{V=۲۰۰mL}{\Rightarrow} ۲\times۱۰^{-۳}\ molH^+$$

$$pH = ۱۲ \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱} \overset{V=۳۰۰mL}{\Rightarrow} ۳\times۱۰^{-۳}\ molOH^-$$

محلول نهایی خاصیت بازی دارد و مولار آن به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$[OH^-] = \frac{(۳\times۱۰^{-۳}) - (۲\times۱۰^{-۳})}{۰/۵L} = ۲\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}$$

پس pH محلول نهایی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$[OH^-] = ۲\times۱۰^{-۳} \Rightarrow [H^+] = ۵\times۱۰^{-۱۲} \Rightarrow pH = -\log ۵\times۱۰^{-۱۲} = ۱۱/۳$$

برای آنکه pH محلول NaOH برابر ۱۱/۳ شد و باید غلظت مولار آن ۲×۱۰^{-۳} باشد.

$$۲\times۱۰^{-۳}\ \frac{mol}{L} \times \frac{۴۰g}{۱mol} = ۰/۰۸g.L^{-۱}$$

۶۵. گزینه ۲ درست است.

قدرت اسیدی فورمیک اسید $(HCOOH)$ از استیک اسید (CH_3COOH) بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱ نادرست است. محلول‌های HF و HCl با $pH = ۳$ رسانایی الکتریکی برابری دارند زیرا غلظت یون‌ها در دو محلول یکسان است.

گزینه ۳ نادرست است. گرافیت رسانای الکترونی است.

گزینه ۴ نادرست است. اتیلن گلیکول ماده‌های غیرالکترولیت است و خاصیت بازی ندارد.

۶۶. گزینه ۴ درست است.

$$۸/۵۵g\ Ba(OH)_2 \times \frac{۱mol\ Ba(OH)_2}{۱۷۱g\ Ba(OH)_2} = ۰/۰۵\ mol\ Ba(OH)_2$$

$$M = \frac{۰/۰۵mol}{۲/۵L} = ۰/۰۲mol.L^{-۱}$$

$$[OH^-] = ۰/۰۲\times۲ = ۰/۰۴mol.L^{-۱} \Rightarrow [H^+] = ۲۵\times۱۰^{-۱۴}\ mol.L^{-۱}$$

$$pH = -\log[H^+] = ۱۴ - ۱/۴ = ۱۲/۶$$

۶۷. گزینه ۱ درست است.

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow ۱۰^{-۳} = \frac{۲\times۱۰^{-۳}\times۲\times۱۰^{-۳}}{[HA]} \Rightarrow [HA] = ۰/۰۰۴mol.L^{-۱}$$

غلظت HA پس از یونش ۰/۰۰۴ مولار است، پس غلظت اولیه آن برابر است با:

$$[HA]_{\text{اولیه}} = ۰/۰۰۴ + ۰/۰۰۲ = ۰/۰۰۶\ mol.L^{-۱}$$

۶۸. گزینه ۱ درست است.

ابتدا معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شوند.

$$(I)\underbrace{Sn^{2+}(aq)}_{\text{کاهنده}}+\underbrace{2Fe^{3+}(aq)}_{\text{اکسنده}}\rightarrow Sn^{4+}(aq)+2Fe^{2+}(aq)$$

$$(II)\underbrace{2Al(s)}_{\text{کاهنده}}+\underbrace{3Cu^{2+}}_{\text{اکسنده}}\rightarrow 2Al^{3+}(aq)+3Cu(s)$$

گزینه ۱ درست است. اکسنده واکنش (I) یون Fe^{3+} است که ضریب آن ۲ است و کاهندهٔ واکنش (II) فلز Al است که ضریب آن هم ۲ است.

گزینه ۲ نادرست است. به‌ازای تولید ۳ مول فلز Cu در واکنش (II)، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود. هر مول Al سه مول الکترون می‌دهد. پس ۲ مول Al، ۶ مول الکترون از دست می‌دهد.

گزینه ۳ نادرست است. نیم‌واکنش اکسایش (I) به‌صورت $Sn^{2+}(aq)\rightarrow Sn^{4+}(aq)+2e^-$ است.

گزینهٔ ۴ نادرست است. اگر واکنش به‌صورت طبیعی انجام شود اکسندهٔ واکنش‌دهنده قوی‌تر از اکسندهٔ فرآورده است.

قدرت اکسندگی : $Fe^{3+}>Sn^{4+}$

۶۹. گزینه ۴ درست است.

با توجه به توضیحات موقعیت این سه فلز در جدول E°ها چنین است:

A
D
E
SHE

عبارت اول نادرست است؛ زیرا فلزات بالای SHE دارای E° مثبت هستند با محلول اسیدها واکنش نمی‌دهند.

عبارت دوم درست است. در سلول $A-D$، فلز A نقش کاتد را ایفا می‌کند. در دیواره متخلخل کاتیون‌ها به‌سمت نیم سلول کاتدی حرکت می‌کنند.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا قدرت کاهندگی A کمتر از E است پس فلز A نمی‌تواند به کاتیون E^{2+} الکترون بدهد.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا E° فلز A، D، E را نمی‌دانیم پس به یقین نمی‌توانیم emf سلول‌های $D-E$ و $A-D$ را مقایسه کنیم.

۷۰. گزینه ۲ درست است.

ابتدا emf سلول روی - نقره را حساب کنید:

$$emf=E^\circ_{Ag}-E^\circ_{Zn}=0/84-(-0/76)=1/6\,V$$

$$\text{بازدهٔ درصدی سلول}=\frac{1/28\,V}{1/6\,V}\times 100=\%80$$

$$\text{مول الکترون}=\frac{18/06\times10^{23}}{6/02\times10^{23}}=3\,mol\,e^-$$

$$3\,mol\,e^-\times\frac{1\,mol\,Zn}{2\,mol\,e^-}\times\frac{65g\,Zn}{1\,mol\,Zn}=97/5g\,Zn$$

بازدهٔ واکنش $\%80$ است، پس باید واکنش‌دهنده بیشتری مصرف شود.

$$97/5\times\frac{100}{80}=121/875g$$

جرم آند (Zn) به‌اندازهٔ ۱۲۱/۸۷۵ گرم کاهش می‌یابد.

۷۱. گزینه ۳ درست است.

گزینهٔ ۳ درست است.

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا لیتیم کمترین چگالی را در میان فلزها دارد.

عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا در سلول سوختی بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

عبارت «پ» درست است. در سلول سوختی، آند و کاتد کاتالیزگرهایی دارند که باعث افزایش سرعت نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش می‌شوند.

عبارت «ت» درست است. نیم‌واکنش‌های انجام شده در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن چنین است:

نیم‌واکنش اکسایش : $H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^- \quad E^\circ = 0$

نیم‌واکنش کاهش : $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(g) \quad E^\circ = 1/23$

واکنش کلی : $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)$

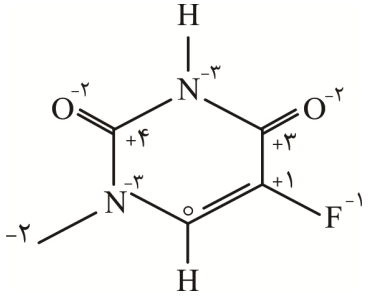
$E^\circ = 1/23 - 0 = 1/23V$

۷۲. گزینه ۲ درست است.

عبارت اول درست است. عدد اکسایش هر اتم نیتروژن برابر ۳- است.

عبارت دوم درست است. عدد اکسایش کربن در CH_2O برابر صفر است.

عبارت سوم درست است. در این ترکیب اتم‌های کربن دارای ۵ نوع عدد اکسایش (صفر، ۲-، ۱+، ۳+ و ۴+) هستند.



عبارت چهارم درست است. اتم H متصل به N توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با آب را دارد.

عبارت پنجم نادرست است؛ زیرا فرمول این ترکیب $C_5H_5N_2O_2F$ است که در مجموع ۱۵ اتم دارد. مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن (صفر، ۲-، ۱+، ۳+ و ۴+) برابر ۶ است.

۷۳. گزینه ۴ درست است.

عبارت «الف» درست است. همواره نیم‌واکنش اکسایش در آند انجام می‌شود.

عبارت «ب» درست است. جهت حرکت الکترون‌ها در سلول‌های گالوانی و الکترولیتی همواره از آند به سمت کاتد است.

عبارت «پ» نادرست است. سلول گالوانی دیوارهٔ متخلخل دارد اما سلول الکترولیتی تنها یک الکترولیت دارد و نیازی به دیواره ندارد.

عبارت «ت» نادرست است. واکنش کلی در سلول گالوانی خودبه‌خودی است اما واکنش کلی در سلول الکترولیتی غیر خودبه‌خودی است.

۷۴. گزینه ۳ درست است.

مول $NaCl$ را n_1 و مول $MgCl_2$ را n_2 در نظر می‌گیریم و با توجه به جرم مولی $NaCl\,(58/5g)$ و $MgCl_2\,(95g)$ می‌توان نوشت:

$58/5n_1 + 95n_2 = 497$

در ضمن هر مول $NaCl$، یک مول الکترون و هر مول $MgCl_2$، دو مول الکترون می‌گیرند تا تجزیه شوند، پس می‌توان نوشت:

$n_1 + 2n_2 = 10$

می‌توان این دستگاه را حل کرد:

$$\begin{cases} 58/5n_1 + 95n_2 = 497 \\ n_1 + 2n_2 = 10 \Rightarrow n_1 = 2 \ , \ n_2 = 4\,mol \end{cases}$$

پس ۲ مول Na و ۴ مول Mg تولید می‌شود.

Na مول ۲ $= 2 \times 23 = 46g$

Mg مول ۴ $= 4 \times 24 = 96g$

تفاوت جرم فلزهای تولیدشده در کاتد $96 - 46 = 50$ گرم است.

۷۵. گزینه ۲ درست است.

مطلب اول نادرست است؛ زیرا در حلبی خراش دیده، مولکول‌های اکسیژن محلول در آب الکترون می‌گیرند و کاهش می‌یابند:

$$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$$

$(Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-)$ مطلب دوم درست است. در آهن سفید خراش دیده، اتم‌های روی اکسید می‌شوند.

مطلب سوم درست است. در برقکافت آب نیم‌واکنش $2H_2O(l) \longrightarrow 4H^+(aq) + O_2(g) + 4e^-$ در قطب مثبت (آند) انجام می‌شود.

مطلب چهارم درست است. در فرآیند خوردگی آهن در محیط خنثی $(pH = 7)$ مولکول‌های اکسیژن کاهش می‌یابند:

$$O_2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4OH^-$$

اما در محیط اسیدی مولکول‌های O_2 در حضور H^+، کاهش می‌یابند.

$$O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \longrightarrow 2H_2O(l)$$

۷۶. گزینه ۱ درست است.

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا زنگ زدن آهن خودبه‌خودی است پس یک سلول گالوانی محسوب می‌شود.

عبارت «ب» درست است. نیم‌واکنش کاهش در خوردگی آهن به‌صورت زیر انجام می‌شود و یون هیدروکسید تولید می‌کند.

$$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$$

عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا برای حفاظت کاتدی آهن باید فلزی با E° کوچک‌تر از E° آهن (کوچک‌تر از $-0/41V$) به آن متصل کرد.

عبارت «ت» درست است. فلز به‌کار رفته در حلبی، قلع (Sn) است که با اسید موجود در مواد غذایی واکنش نمی‌دهد.

۷۷. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول درست است. آبکاری در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

عبارت دوم درست است. فلز پوشاننده باید اکسید شود. از این رو به قطب مثبت باتری «آند» متصل می‌شود تا نیم‌واکنش اکسایش در آن انجام شود.

عبارت سوم درست است. برای آبکاری با فلز M باید الکترولیت دارای کاتیون‌های فلز M (مثلاً M^{2+}) باشد.

عبارت چهارم درست است. جسمی را که می‌خواهیم آبکاری کنیم. نقش کاتد سلول را ایفا می‌کند زیرا نیم‌واکنش کاهش، بر سطح آن انجام می‌شود.

۷۸. گزینه ۳ درست است.

واکنش انجام شده در سلول هال چنین است:

$$2Al_2O_3 + 3C \longrightarrow 4Al + 3CO_2$$

در این واکنش به‌ازای ۱۲ مول الکترون، ۳ مول گاز CO_2 تولید می‌شود:

$$9/03\times10^{24} \times \frac{1\,mol\,e^-}{6/02\times10^{23}} \times \frac{3\,mol\,CO_2}{12\,mol\,e^-} \times \frac{1\,mol\,CaO}{1\,mol\,CO_2} \times \frac{56\,g\,CaO}{1\,mol\,CaO} = 210\,g\,CaO$$

(معادله حذف CO_2 به‌صورت $CaO(s) + CO_2(g) \rightarrow CaCO_3(s)$ است.)

۷۹. گزینه ۱ درست است.

الف) فرمول اتیلن گلیکول $C_2H_6O_2$ است که مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر -2 است.

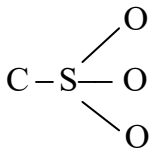
$$(x + 6 - 4 = 0\ ,\ x = -2)$$

$$\underset{\downarrow}{C_2H_6O_2} \longrightarrow \underset{\downarrow}{2CO_2}$$

$$-2 \qquad 2(+4) = 8$$

پس در مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن ۱۰ درجه افزایش یافته است.

ب) ساختار لوویس گروه SO_4^- در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی چنین است:



پس الکترون‌های نسبت داده‌شده به آن، برابر ۲ است که باعث می‌شود عدد اکسایش آن $+۴ = ۲ - ۶$ شود.

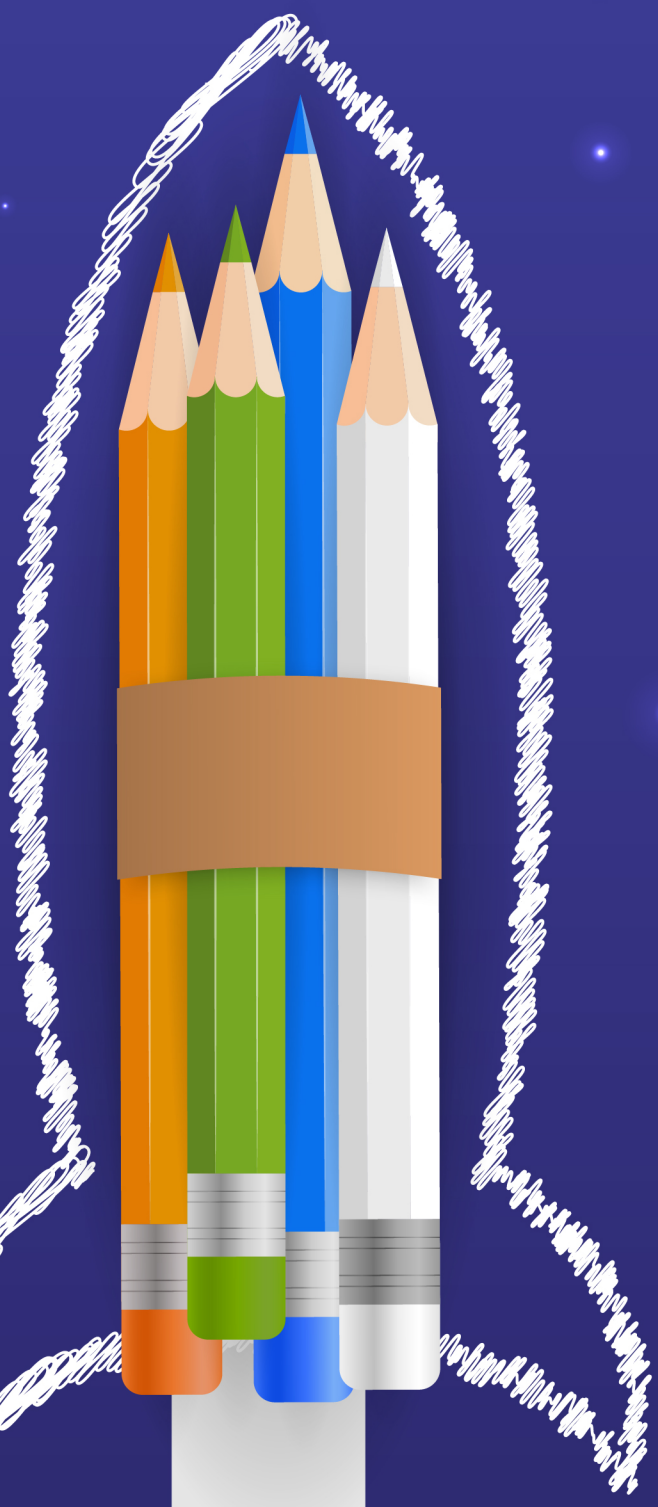
۸۰. گزینه ۳ درست است.

عبارت اول نادرست است؛ زیرا گاز تولیدشده در آند سلول هال، گاز O_2 است اما گاز خروجی از آند CO_2 است.

عبارت دوم درست است؛ زیرا با گذشت زمان یون‌های Ag^+ محلول کاهش می‌یابند $(Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s))$ از طرف دیگر آند نقره‌ای اکسید می‌شود و دوباره یون Ag^+ تولید می‌کند.

عبارت سوم درست است. اگر اکسندگی A^{2+} از D^{2+} بیشتر باشد، کاهندگی فلز A از D کمتر است. از این‌رو اگر دو فلز A و D با هم در تماس باشند فلز D که کاهنده‌تر است اکسید می‌شود و فلز A محافظت می‌شود.

عبارت چهارم درست است. اگر عدد اکسایش اتم مرکزی در گونه‌ای بیشینه عدد اکسایش آن اتم باشد. آن‌گونه دیگر نمی‌تواند اکسید شود و خاصیت کاهندگی ندارد.



در مدار
آزمونتون

در مدار
کنکورتون

در مدار
امتحانتون

. . . . .

به امید دیدارتون
sanjeshine.com

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

سنجشیتا

مجموعه فیلم‌های آموزشی
ویژه پایه‌های دهم، یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور

ریاضی - تجربی